

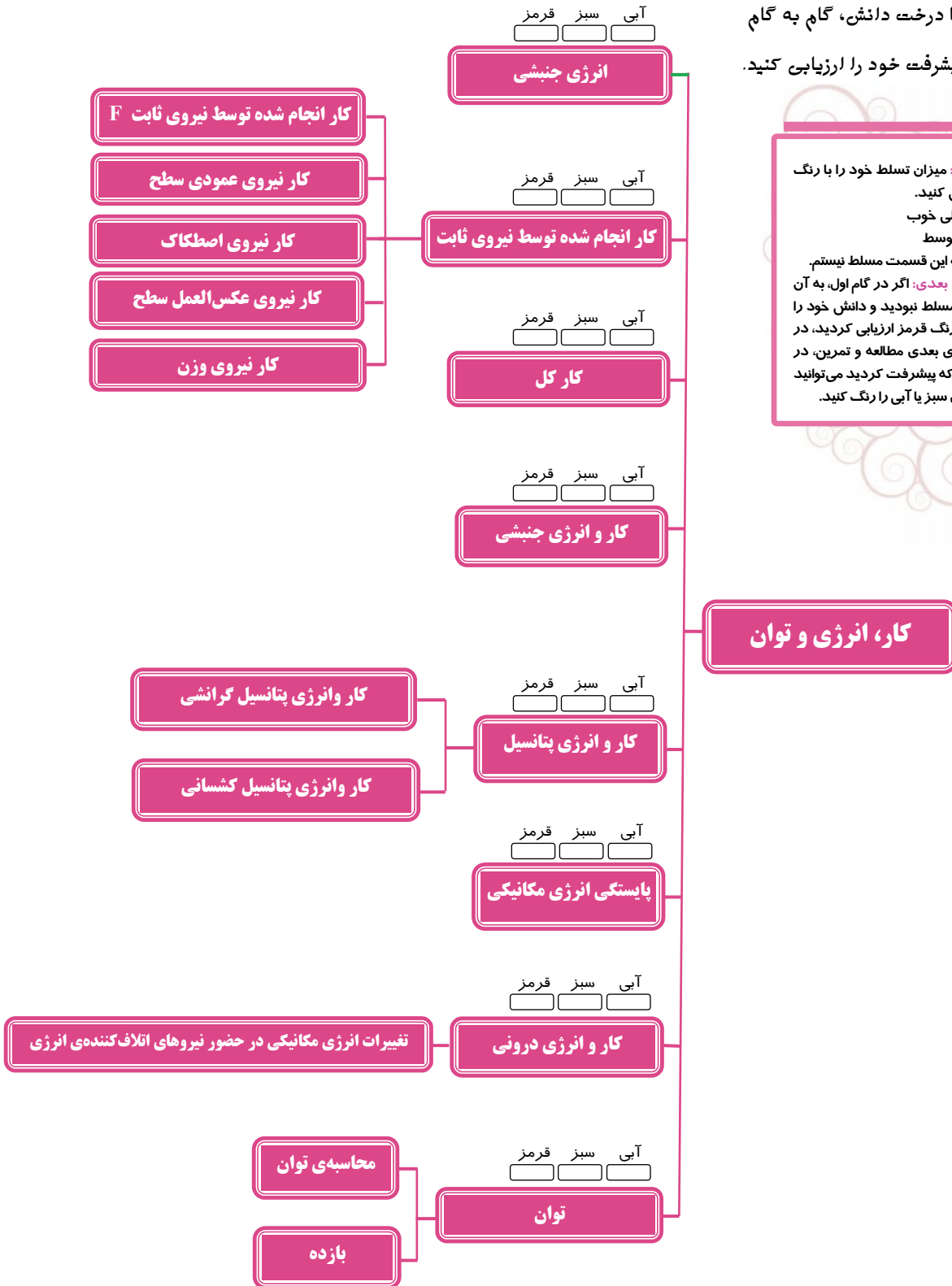


# فصل دوم: کار، انرژی و توان

## درخت دانش

با درخت دانش، گام به گام پیشرفت خود را ارزیابی کنید.

**گام اول:** میزان تسلط خود را با رنگ مشخص کنید.  
**آبی:** خیلی خوب  
**سبز:** متوسط  
**قرمز:** به این قسمت مسلط نیستم.  
**گام‌های بعدی:** اگر در گام اول، به آن میحث مسلط نبودید و دانش خود را در حد رنگ قرمز ارزیابی کردید، در نوبت‌های بعدی مطالعه و تمرین، در صورتی که پیشرفت کردید می‌توانید خانه‌های سبز یا آبی را رنگ کنید.



## فصل دوم

# کار، انرژی و توان

### انرژی جنبشی

انرژی که جسم به علت داشتن حرکت دارا می‌باشد را انرژی جنبشی یا انرژی حرکتی گوئیم. انرژی جنبشی جسمی به جرم  $m$  که با تندی  $V$  در حال حرکت باشد از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$k = \frac{1}{2} mV^2 \begin{cases} k : \text{انرژی جنبشی بر حسب ژول (J)} \\ m : \text{جرم بر حسب کیلوگرم (kg)} \\ V : \text{تندی بر حسب متر بر ثانیه } \left(\frac{m}{s}\right) \end{cases}$$

نکته ۱: هرچه جسم سریع‌تر حرکت کند انرژی جنبشی آن بیشتر است و هنگامی که جسم ساکن ( $V = 0$ ) است انرژی جنبشی آن صفر است.

به این نکته توجه کنید برای بیان کمیت‌های اندازه‌گیری شده در فیزیک یک عدد به تنهایی معنی ندارد.

نکته ۲: اگر تندی جسم بر حسب کیلومتر بر ساعت ( $\frac{km}{h}$ ) داده شود برای تبدیل آن به متر بر ثانیه ( $\frac{m}{s}$ ) کافیست آن را بر  $\frac{3}{6}$  تقسیم کنیم.

نکته ۳: یکای انرژی جنبشی و هر نوع دیگری از انرژی،  $kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$  است که به افتخار جیمز ژول، فیزیکدان انگلیسی، ژول (J) نامیده می‌شود.



▼ مثال ۱: شهاب سنگی به جرم  $4 \times 10^6 \text{ kg}$  و تندی  $15 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  وارد جو زمین می‌شود اگر این شهاب سنگ تقریباً با همین تندی به زمین برخورد کند انرژی جنبشی آن را بدست آورید. و با انرژی آزاد شده بوسیله یک تن TNT مقایسه کنید.

☑ پاسخ:

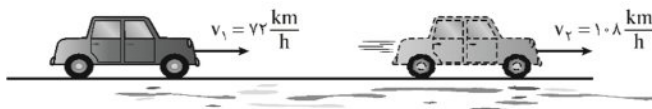
$$\begin{cases} V = 15 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 15 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ K = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^6 \times (15 \times 10^3)^2 = 450 \times 10^{12} \text{ J} \end{cases}$$

$$\frac{\text{انرژی شهاب سنگ}}{\text{انرژی آزاد شده یک تن TNT}} = \frac{450 \times 10^{12}}{4/8 \times 10^9} = 93750$$

انرژی شهاب سنگ  $93750$  برابر انرژی یک تن TNT است.

▼ مثال ۲: جرم خودرویی به همراه راننده‌اش  $800$  کیلوگرم است. مطابق شکل تندی خودرو در نقطه از مسیری که روی آن در حال حرکت است نشان داده شده است. تغییرات انرژی جنبشی خودرو بر حسب کیلوژول کدام است؟

(تمرین ۶-۲ کتاب درس)



۴۰۰ (۱)

۴۰۰۰۰۰ (۲)

۲۰۰ (۳)

۲۰۰۰۰۰ (۴)

☑ پاسخ:

$$V_1 = \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{72}{3/6} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_2 = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{108}{3/6} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta k = k_2 - k_1 = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 800 \times (30^2 - 20^2)$$

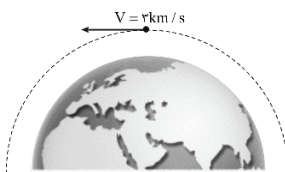
$$\Rightarrow \Delta k = 400 \times 500 = 200000 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta k = 200 \text{ kJ}$$

گزینه ۳ صحیح است.

▼ مثال ۳: ماهواره‌ای به جرم  $20 \text{ kg}$  و با تندی ثابت  $3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  مطابق شکل به دور زمین می‌چرخد. انرژی جنبشی ماهواره بر حسب مگاژول کدام است؟

(تمرین ۱-۶ کتاب درس)



۹ (۲)

۹۰ (۱)

۴۵ (۴)

$9 \times 10^7$  (۳)

☑ پاسخ:

تندی ماهواره را بر حسب  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به دست می‌آوریم و سپس انرژی جنبشی را طبق رابطه  $k = \frac{1}{2} m V^2$  محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} V = 3 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 3 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ k = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} (20)(3 \times 10^3)^2 = 9 \times 10^7 \text{ J} = 90 \text{ MJ} \end{cases}$$

گزینه ۱ صحیح است.

نکته: برای مقایسه انرژی جنبشی دو جسم با جرمها و تندیهای متفاوت داریم:

$$k = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

مثال ۴: نسبت انرژی جنبشی جسمی به جرم  $m$  که با تندی  $V$  در حرکت است، به انرژی جنبشی جسم دیگری که جرم آن  $2m$  و تندی  $\frac{1}{2}V$

(سراسری تهرانی ۷۹)

میباشد، چقدر است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

 $\frac{1}{2}$  (۲) $\frac{1}{4}$  (۱)پاسخ: 

انرژی جنبشی حالت اول  $k = \frac{1}{2} m V^2$  و انرژی جنبشی حالت دوم  $k' = \frac{1}{2} m' V'^2$  می باشد. بنابراین داریم:

$$k = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow \frac{k}{k'} = \frac{m}{m'} \times \left(\frac{V}{V'}\right)^2 \xrightarrow{m'=2m, V'=\frac{1}{2}V} \frac{k}{k'} = \frac{m}{2m} \times \left(\frac{V}{\frac{1}{2}V}\right)^2 \Rightarrow \frac{k}{k'} = \frac{1}{2} \times 4 \Rightarrow \frac{k}{k'} = 2$$

گزینه ۳ صحیح است.

مثال ۵: جسمی در مسیر مستقیم با تندی  $V$  در حال حرکت است. اگر تندی این جسم  $\frac{m}{5}$  افزایش یابد، انرژی جنبشی آن ۴۴ درصد افزایش می یابد.

(ماده ۱ از کشور تهرانی ۹۳)

چند متر بر ثانیه است؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: 

$$k_2 = k_1 + \Delta k = k_1 + 0.44 k_1 = 1.44 k_1$$

$$k = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow 1.44 = 1 \times \left(\frac{V + \Delta}{V}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1.44 = \frac{V + \Delta}{V} \Rightarrow 0.44 V = \Delta \Rightarrow V = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

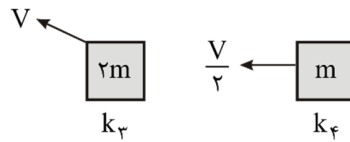
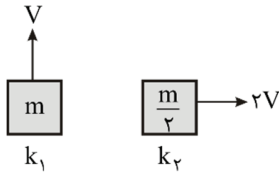
گزینه ۳ صحیح است.

نکته: انرژی جنبشی کمیتی نردهای و همواره مثبت است. این کمیت تنها به جرم و تندی جسم بستگی دارد و به جهت حرکت جسم وابسته

نیست.



(پرسش ۱-۲ کتاب درسی)



مثال ۶: در کدام گزینه مقایسه بین انرژی جنبشی جسم‌های زیر به درستی انجام گرفته است؟

$$k_2 > k_3 > k_1 > k_4 \quad (1)$$

$$k_2 = k_3 > k_1 > k_4 \quad (2)$$

$$k_1 > k_2 = k_3 > k_4 \quad (3)$$

$$k_2 > k_3 > k_1 > k_4 \quad (4)$$

پاسخ:

برای به دست آوردن انرژی جنبشی یک متحرک فقط تندی مهم است و جهت حرکت اهمیتی ندارد:

$$k_1 = \frac{1}{2} m V^2$$

$$k_2 = \frac{1}{2} \frac{m}{2} (2V)^2 = m V^2$$

$$k_3 = \frac{1}{2} (2m) V^2 = m V^2$$

$$k_4 = \frac{1}{2} (m) \left(\frac{V}{2}\right)^2 = \frac{1}{8} m V^2$$

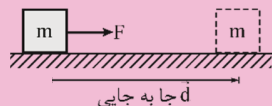
$$\Rightarrow k_2 = k_3 > k_1 > k_4$$

گزینه ۲ صحیح است.

### کار انجام شده توسط نیروی ثابت

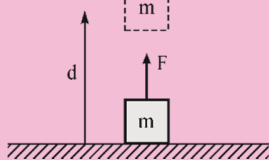
در بسیاری از فعالیت‌هایی که در طول روز انجام می‌دهیم به اجسام مختلف نیرو وارد می‌کنیم. حال ممکن است این اجسام تحت اثر نیرویی که به آن‌ها وارد می‌شود جابه‌جا شوند و یا این که سر جای خود ثابت باقی بمانند. در این جا توجه خود را به نیروهای ثابت معطوف می‌کنیم یعنی نیروهایی که اندازه یا بزرگی آن‌ها یکسان است و در دو حالت آن را بررسی می‌کنیم:

الف) حالتی که نیرو و جابه‌جایی در یک جهت باشند:



$$W_F = Fd$$

$$\begin{cases} W : \text{کار انجام شده بر حسب ژول (J)} \\ F : \text{اندازه نیرو بر حسب نیوتن (N)} \\ d : \text{اندازه جابه‌جایی بر حسب متر (m)} \end{cases}$$



$$W_F = Fd$$

نکته: کار یک کمیت نرده‌ای (عددی) است و طبق تعریف یکای آن، یک ژول، برابر است با یک نیوتن در متر.

$$1J = 1N.m$$

یک ژول مقدار کاری است که نیروی یک نیوتون در جابه‌جایی نقطه اثر خود به اندازه یک متر انجام دهد.



(فاز ۱ کشور ۸۴)

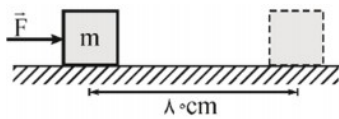
مثال ۷: کار چه نوع کمیتی است و یکای آن در کدام است؟

- (۱) برداری - N.m  
 (۲) نرده‌ای - N.m  
 (۳) نرده‌ای -  $\frac{N}{m}$   
 (۴) برداری -  $\frac{N}{m}$

پاسخ:

کار یک کمیت نرده‌ای است و با توجه به تعریف، یکای آن برابر حاصل ضرب یکای نیرو در یکای جابه‌جایی N.m است. گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مثال ۸: مطابق شکل مقابل نیروی افقی  $F = 50\text{ N}$  به جسمی به جرم  $1\text{ kg}$  که بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد وارد می‌شود. اگر جسم تحت اثر این نیرو به اندازه  $80\text{ cm}$  جابه‌جا شود، کار نیروی  $F$  را محاسبه کنید.



پاسخ:

نیروی ثابت  $F$  و جابه‌جایی  $d$  هم جهت هستند بنابراین کار نیروی برابر است با:

$$W_F = Fd$$

$$W_F = Fd \Rightarrow W_F = 50 \times 0.8 \Rightarrow W_F = 40\text{ J}$$

مثال ۹: یک قایق به جرم  $500\text{ kg}$  روی یک دریاچه بدون اصطکاک ساکن است. در لحظه‌ای که بادی ناگهانی با نیروی ثابت  $\vec{F}$  به قایق شتابی به بزرگی  $40\frac{m}{s^2}$  می‌دهد، این قایق در جهت این نیرو به اندازه  $8\text{ m}$  جابجا می‌شود. کار انجام شده توسط نیروی  $\vec{F}$  چقدر است؟

پاسخ:

با استفاده از قانون دوم نیوتن برای محاسبه نیروی بار  $(\vec{F})$  داریم:

$$F = ma = 500 \times 40 \Rightarrow F = 2 \times 10^4\text{ N}$$

چون نیرو و جابه‌جایی هم جهت اند بنابراین برای محاسبه کار نیروی  $F$  داریم:

$$W_F = Fd = 2 \times 10^4 \times 8 \Rightarrow W_F = 16 \times 10^4\text{ J}$$

مثال ۱۰: جسمی بر روی یک سطح افقی تحت اثر نیروی  $F$  با تندی ثابت  $4\frac{m}{s}$  حرکت می‌کند. اگر نیروی اصطکاک لغزشی  $200\text{ N}$  باشد، کار نیروی  $F$

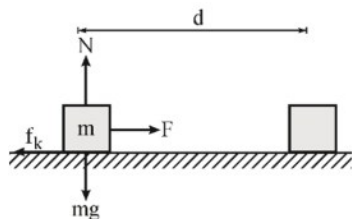
(سراسری تهرانی ۷۱)

در هر دقیقه، چند کیلوژول است؟

- (۱)  $0.8$  (۲)  $3$  (۳)  $48$  (۴)  $480$

پاسخ:

جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند پس شتاب حرکت صفر است:



$$(F_{\text{برآیند}})_x = ma = 0 \Rightarrow F - f_k = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow F = 200\text{ N}$$

$$\text{سرعت یکنواخت: } d = vt = 4 \times 60 \Rightarrow d = 240\text{ m}$$

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 200 \times 240 \times \cos 0 = 48000\text{ J} \Rightarrow W_F = 48\text{ kJ}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



مثال ۱۱: جسمی به جرم  $m$ ، توسط یک نیروی ثابت  $F = 10\text{N}$  در راستای قائم به اندازه  $\Delta m$  جابه‌جا می‌شود کار نیروی  $F$  را محاسبه کنید.

(مکمل و مرتبط با مثال ۲ کتاب درسی)

پاسخ:

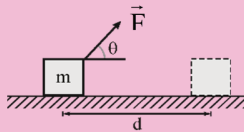
$$F \uparrow \uparrow d$$

$$W_F = Fd$$

با توجه به این‌که نیروی  $F$  و جابه‌جایی جسم  $d$  هر دو هم جهت هستند بنابراین کار نیروی  $F$  برابر است با:

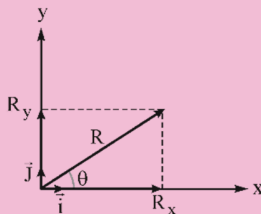
$$W_F = Fd \Rightarrow W_F = 10 \times 5 \Rightarrow W_F = 50\text{J}$$

ب) حالتی که نیرو  $(F)$  و جابه‌جایی  $(d)$  با هم زاویه  $\theta$  می‌سازند.



یادآوری از تجزیه بردار:

اگر  $R_x$  و  $R_y$  مؤلفه‌های بردار  $\vec{R}$  روی محورهای  $x$  و  $y$  و  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  بردارهای یکه باشند، آن‌گاه داریم:



$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j}$$

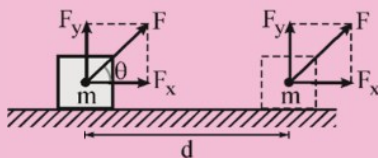
از طرفی با توجه به روابطی که برای نسبت‌های مثلثی داریم، می‌توان نوشت:

$$\cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{R_x}{R} \Rightarrow R_x = R \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{R_y}{R} \Rightarrow R_y = R \sin \theta$$

بدین ترتیب بردار  $\vec{R}$  بر حسب مؤلفه‌های آن و بردارهای یکه  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  به صورت زیر است:

$$\vec{R} = R \cos \theta \vec{i} + R \sin \theta \vec{j}$$



مؤلفه عمودی نیرو  $(F_y = F \sin \theta)$  بر جابه‌جایی عمود است و کار روی جسم انجام نمی‌دهد بنابراین کار انجام شده روی جسم تنها ناشی از مؤلفه‌ای از نیرو است که با جابه‌جایی موازی است  $(F \cos \theta)$  بنابراین کاری که نیروی ثابت  $\vec{F}$  به ازای جابه‌جایی  $\vec{d}$  روی جسم انجام می‌دهد از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$W_F = F \cos \theta \cdot d$$

نکته: کار نیروی ثابت  $F$  مطابق رابطه  $W_F = Fd \cos \theta$ ، در یکی از سه حالت زیر می‌تواند صفر شود:

$$F = 0 \Rightarrow W_F = 0$$

(I) نیروی ثابت  $(F)$  برابر صفر باشد:

$$d = 0 \Rightarrow W_F = 0$$

(II) جابه‌جایی جسم  $(d)$  برابر صفر باشد:

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow W_F = Fd \cos 90^\circ \Rightarrow W_F = 0$$

(III) نیروی  $F$  بر جابه‌جایی  $d$  عمود باشد:



نکته: اگر  $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$  باشد،  $\cos \theta > 0$  بوده و کار انجام شده توسط نیرو مثبت است.

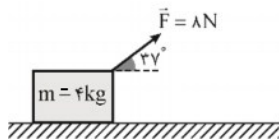
نکته ۲: کار نیروی ثابت  $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$  باشد  $\cos \theta < 0$  بوده و کار انجام شده توسط نیرو منفی است.

مثال ۱۲: مطابق شکل، وزنه  $m$  روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. کار نیروی  $F$  در هر متر جابه‌جایی چقدر است؟ ( $\cos 37^\circ = 0.8$ )

(شیراز - خردادگان - ۸۹)

پاسخ:

برای محاسبه کار نیروی  $F$  داریم:

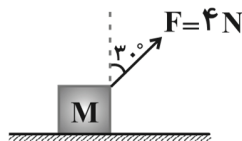


$$W_F = Fd \cos \theta$$

$$W_F = 8 \times 1 \times \cos 37^\circ \Rightarrow W_F = 8 \times 1 \times 0.8 \Rightarrow W_F = 6.4 \text{ J}$$

مثال ۱۳: در شکل زیر، نیروی  $F = 4 \text{ N}$  وزنه  $M$  را روی سطح افقی در هر ثانیه ۲ متر جابه‌جا می‌کند. کار این نیرو در مدت ۱۰ ثانیه برابر چند ژول است؟

(آزاد ریاضی بعد از ظهر ۸۲)



است؟

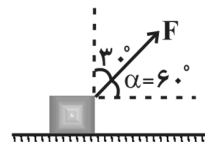
۴ (۱)

$4\sqrt{3}$  (۲)

۴۰ (۳)

$40\sqrt{3}$  (۴)

پاسخ:



$$W_F = Fd \cos \alpha = 4 \times (10 \times 2) \times \cos 60^\circ$$

$$W_F = 40 \text{ J}$$

گزینه ۳ صحیح است.

مثال ۱۴: بر جسم ساکنی تنها دو نیروی عمود بر هم  $F_1 = 4 \text{ N}$  و  $F_2 = 2 \text{ N}$  وارد می‌شود. پس از ۱۰ متر جابه‌جایی جسم، کار نیروی  $F_1$  چند برابر کار نیروی  $F_2$  است؟

(آزمون کانون - دوم دبیرستان - ۲۵ بهمن ۹۲)

۶ (۴)

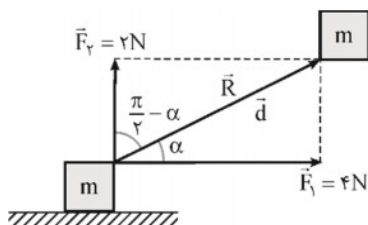
۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ:

چون جسم ساکن است بنابراین در جهت برداشته نیروهای وارد بر آن ( $\vec{R}$ ) جابه‌جا می‌شود.



$$W_{F_1} = F_1 d \cos \alpha$$

$$W_{F_2} = F_2 d \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = F_2 d \sin \alpha$$

$$\frac{W_{F_1}}{W_{F_2}} = \frac{F_1 d \cos \alpha}{F_2 d \sin \alpha} = \frac{F_1}{F_2} \cot \alpha = 2 \times 2 \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 4$$

گزینه ۳ صحیح است.





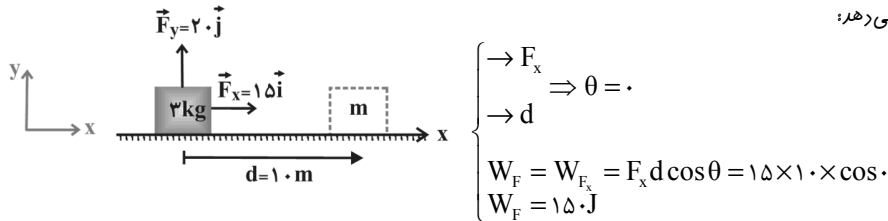
▼ **مثال ۱۵:** جسمی به جرم  $3\text{ kg}$  روی سطح افقی بر حالت سکون قرار دارد. نیروی ثابت  $\vec{F} = 15\vec{i} + 2\vec{j}$  (در SI) بر جسم وارد می‌شود و جسم بر روی محور  $X$ ،  $10$  متر جابه‌جا می‌شود. کار نیروی  $F$  در این جابه‌جایی چند ژول است؟

(سراسری ریاضی ۹۳ نازم از کشور)

۲۵۰ (۱)      ۲۰۰ (۲)      ۱۵۰ (۳)      ۹۰ (۴)

☑ **پاسخ:**

مطابق شکل مؤلفه عمود نیرو ( $F_y$ ) بر جابه‌جایی عمود است بنابراین کار آن صفر است و  $W_{F_y} = 0$  و فقط مؤلفه افقی آن ( $F_x$ ) که در جهت جابه‌جایی به جسم وارد می‌شود، کار انجام می‌دهد:

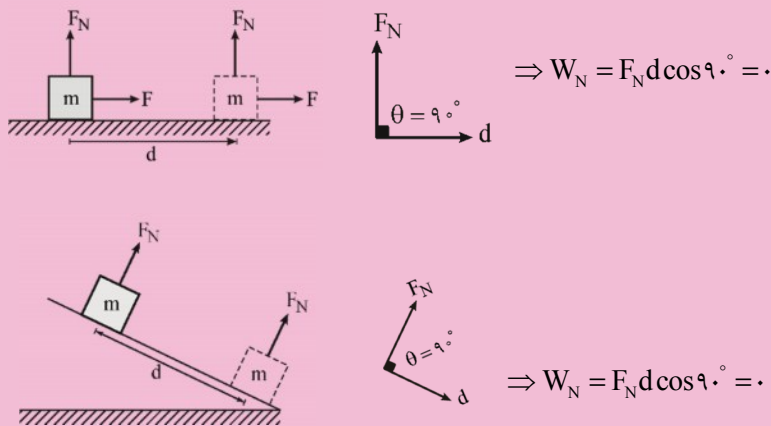


گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

در زیر به بررسی کار برخی از نیروهای ثابت خاص می‌پردازیم:

### کار نیروی عمودی سطح ( $W_{F_N}$ )

هنگامی که یک جسم روی سطح افقی و یا یک سطح شیب‌دار حرکت می‌کند با توجه به این که نیروی عکس‌العمل عمودی سطح ( $F_N$ ) بر سطح عمود است در نتیجه می‌توان گفت زاویه بین این نیرو و جابه‌جایی  $\theta = 90^\circ$  بوده بنابراین کار آن صفر است.



▼ **مثال ۱۶:** جسمی به جرم  $500\text{ g}$ ، روی یک سطح افقی به وسیله نیروی  $F$  که تحت زاویه  $37^\circ$  درجه بر جسم اثر می‌کند، به اندازه‌ی  $10$  متر با سرعت ثابت تغییر مکان می‌یابد. کار انجام شده توسط نیروی عمودی سطح چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

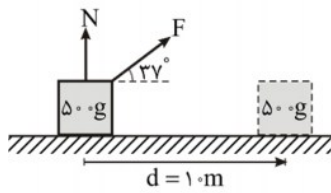
(سراسری ریاضی ۷۴ با ادگی تغییر)

صفر (۴)

۱۲ / ۵ (۳)

۲ / ۵ (۲)

۱ / ۲۵ (۱)



پاسخ:

با توجه به عمود بودن  $F_N$  بر  $d$ ، کار انجام شده توسط نیروی عمودی سطح ( $W_{F_N}$ ) برابر صفر است.

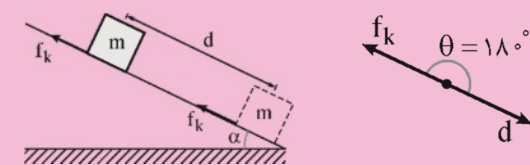
$$\theta = 90 \Rightarrow W_N = Nd \cos 90 = 0$$

### کار نیروی اصطکاک

هنگامی که یک جسم روی یک سطح افقی و یا یک سطح شیبدار دارای اصطکاک حرکت می کند همواره نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم بر آن وارد می شود بنابراین:



$$\Rightarrow W_{f_k} = f_k d \cos 180 = -f_k d$$



$$\Rightarrow W_{f_k} = f_k d \cos 180 = -f_k d$$

نکته: معمولاً کاری که نیروی اصطکاک انجام می دهد به صورت گرما تولید می شود و مقدار این گرما برابر قدرمطلق کار نیروی اصطکاک است.

نکته: اندازهی کار انجام شده برای غلبه بر نیروی اصطکاک برابر است با قدرمطلق کار انجام شده توسط نیروی اصطکاک، از طرفی کار نیروی اصطکاک برابر با  $W_{f_k} = -f_k d$  است در نتیجه کار مورد نیاز برای غلبه بر نیروی اصطکاک، ( $W'$ ) برابر است با:

$$W' = |W_{f_k}| \rightarrow W' = f_k d$$

مثال ۱۷: جسمی به جرم ۵ کیلوگرم به اندازهی ۲ متر روی سطح افقی جابه جا می شود. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت ۱۰ نیوتن باشد، کار

(سراسری تیرن ۷۴ با ادکی)

نیروی اصطکاک بر حسب ژول برابر است با: ( $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$ )

تصویر)

۱۰ (۴)

۱۰ (۳)

۲۰ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ:

کار نیروی اصطکاک  $W_{f_k} = -f_k d$  است بنابراین داریم:

$$W_{f_k} = -f_k d = -10 \times 2 \Rightarrow W_{f_k} = -20 J$$

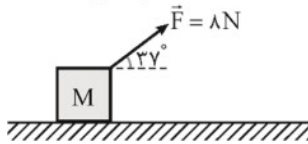
گزینه ۱ صحیح است.



▼ مثال ۱۸: در شکل مقابل وزنه  $M$  با سرعت ثابت روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. کار نیروی اصطکاک در هر متر جابه‌جایی چند ژول است؟

$$(\cos 37^\circ = 0.8)$$

(آزاد - تهمه - ۸۱)



$$4/8 \text{ (ع)}$$

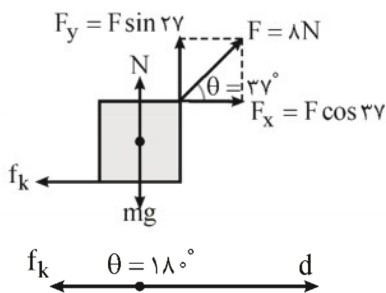
$$6/4 \text{ (ب)}$$

$$-4/8 \text{ (پ)}$$

$$-6/4 \text{ (د)}$$

☑ پاسخ:

با توجه به اینکه سرعت وزنه ثابت و در نتیجه شتاب آن صفر است، نیروی اصطکاک را از قانون دوم نیوتون با استفاده از شکل زیر تعیین می‌کنیم و سپس کار نیروی اصطکاک را از رابطه  $W_{f_k} = -f_k d$  تعیین می‌کنیم:



$$F_x = F \cos 37 = \lambda \times 0.8 = 6/4 \text{ N}$$

$$F_y = F \sin 37 = \lambda \times 0.6 = 4/8 \text{ N}$$

$$(F_x)_{\text{برآیند}} = ma \Rightarrow (F_x)_{\text{برآیند}} = 0 \rightarrow F_x - f_k = 0$$

$$\rightarrow 6/4 - f_k = 0 \Rightarrow f_k = 6/4 \text{ N}$$

$$W_{f_k} = -f_k d \Rightarrow W_{f_k} = -6/4 \times 1 \Rightarrow W_{f_k} = -6/4 \text{ J}$$

گزینه ۱ صحیح است.

▼ مثال ۱۹: صندوقی به جرم  $50 \text{ kg}$  با سرعت ثابت  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  توسط یک نیروی افقی روی کف اتاق کشیده می‌شود. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت  $200$

نیوتن باشد، مقدار گرمایی که در هر متر جابه‌جایی جسم در اثر اصطکاک تولید می‌شود چند ژول است؟  $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$  (تالیفی)

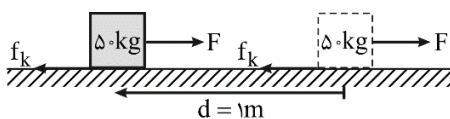
$$100 \text{ (ع)}$$

$$10 \text{ (ب)}$$

$$200 \text{ (پ)}$$

$$20 \text{ (د)}$$

☑ پاسخ:



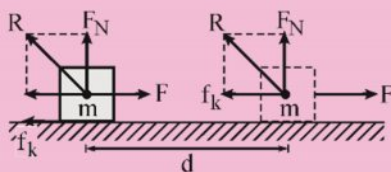
$$\begin{cases} W_{f_k} = f_k d \cos 180 = 200 \times 1 \times -1 \\ \Rightarrow W_{f_k} = -200 \text{ J} \end{cases}$$

$$\text{گرمای تولید شده} = |W_f| = 200 \text{ J}$$

گزینه ۲ صحیح است.

### کار نیروی عکس‌العمل سطح ( $W_R$ )

مطابق شکل نیروی عکس‌العمل سطح ( $R$ ) دارای دو مؤلفه‌ی نیروی عمودی سطح  $F_N$  و نیروی اصطکاک  $f_k$  است، بنابراین داریم:



$$\begin{cases} W_R = W_{F_N} + W_{f_k} \\ \begin{cases} W_{F_N} = 0 \\ W_{f_k} = -f_k d \end{cases} \Rightarrow W_R = -f_k d \end{cases}$$

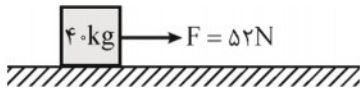
بنابراین کار نیروی عکس‌العمل سطح همواره با کار نیروی اصطکاک برابر است.

تذکر: این رابطه برای سطح شیب‌دار نیز صادق است. یعنی داریم:

$$W_R = W_{f_k} = -f_k d$$

مثال ۲۰: در مجموعه مقابل، بسته از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر نیروی اصطکاک در طول مسیر برابر ۱۲N باشد کار انجام شده توسط نیروی عکس‌العمل سطح در طول ۱۵ متر جابه‌جایی جسم چند ژول است؟

(سراسری ریاضی ۸۱ فارغ الا کشور با انکی تغییر)



- ۱) ۱۲۰
- ۲) -۱۲۰
- ۳) -۱۸۰
- ۴) صفر

پاسخ:

کار انجام شده توسط نیروی عکس‌العمل سطح ( $W_R$ ) برابر با کار نیروی اصطکاک ( $W_{f_k}$ ) است در واقع کار مؤلفه‌ی عمودی سطح ( $W_{f_N}$ ) صفر است.

$$\left\{ \begin{array}{l} W_N = 0 \\ W_R = W_N + W_{f_k} \Rightarrow W_R = W_{f_k} \Rightarrow \\ f_k d \cos 180^\circ = 12 \times 15 \times -1 \\ W_R = -180 J \end{array} \right.$$

گزینه ۳ صحیح است.

مثال ۲۱: جسمی به وزن  $W$  از بالای سطح شیب‌داری به طول  $L$  که با افق زاویه‌ی  $\theta$  می‌سازد به پایین می‌لغزد. اگر سطح بدون اصطکاک باشد، کار نیروی عکس‌العمل سطح شیب‌دار در این جابه‌جایی برابر با کدام یک از مقادیر زیر خواهد بود؟

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۳ کتاب درسی)

- ۱) صفر
- ۲)  $W.L$
- ۳)  $W.L \sin \theta$
- ۴)  $W.L \cos \theta$

پاسخ:

کار نیروی عکس‌العمل سطح ( $W_R$ ) برابر با کار نیروی اصطکاک است (زیرا کار نیروی سطح  $W_{f_N}$  صفر است). از طرفی چون سطح شیب‌دار بدون اصطکاک است پس کار نیروی اصطکاک ( $W_{f_k}$ ) نیز صفر خواهد بود، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} W_N = 0 \\ W_{f_k} = 0 \Rightarrow W_R = W_N + W_{f_k} = 0 + 0 = 0 \\ \Rightarrow W_R = 0 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

کار نیروی وزن ( $W_{mg}$ )

الف) جسم در راستای افقی جابه‌جا شود:

$$\Rightarrow W_{mg} = mgd \cos 90^\circ = 0$$

ب) جسم در راستای قائم جابه‌جا شود:

- جسم در راستای قائم به طرف بالا حرکت کند.

$$\theta = 180^\circ \Rightarrow W_{mg} = mgd \cos 180^\circ = -mgh$$

- جسم در راستای قائم به سمت پایین حرکت کند.

$$W_{mg} = mgd \cos 0^\circ = mgh$$



▼ **مثال ۲۲:** نخ‌ری را به یک وزنه‌ی یک کیلوگرمی بسته و آن را با نیروی کشش ۴ نیوتون روی سطح افقی به اندازه‌ی یک متر جابه‌جا می‌کنیم. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول است؟

(سراسری تهرانی، ۷۷)

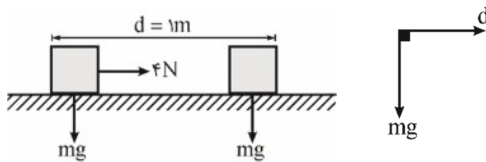
۱۹/۶ (ع)

۹/۸ (۳)

۴ (۲)

صفر (۱)

پاسخ:



$$W_{mg} = mgd \cos \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} W_{mg} = 0$$

کار نیروی وزن در جابه‌جایی‌های افقی صفر است.  
گزینه ۱ صحیح است.

▼ **مثال ۲۳:** جسمی به جرم ۱۰ kg توسط نیروی  $F$  از روی سطح زمین به اندازه‌ی ۵m بالا برده می‌شود. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول

(مکمل تمرین ۹-۶ کتاب درسی)

$$\text{است؟ } (g = 10 \frac{N}{kg})$$

پاسخ:

جسم به سمت بالا جابه‌جا می‌شود، بنابراین کار نیروی وزن برابر  $W_{mg} = -mgd$  است.

$$W_{mg} = -10 \times 10 \times 5 \rightarrow W_{mg} = -500 \text{ J}$$

▼ **مثال ۲۴:** شخصی به جرم ۶۰ kg داخل آسانسور قرار دارد. آسانسور با شتاب  $\frac{m}{s^2}$  به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند. کار نیروی وزن در صورتی

(سابقه - اندیشه‌سازان - ۹۶)

$$\text{که آسانسور ۱۰ متر بالا بود چقدر است؟ } (g = 10 \frac{m}{s^2})$$

پاسخ:

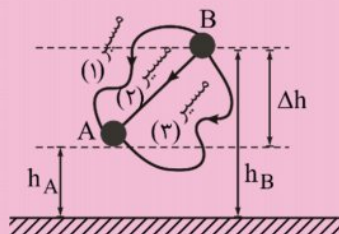
آسانسور به سمت بالا حرکت می‌کند بنابراین کار نیروی وزن برابر  $W_{mg} = -mgd$  است.

$$W_{mg} = -mgd \Rightarrow W_{mg} = -60 \times 10 \times 10 \Rightarrow W_{mg} = -6000 \text{ J}$$

نکته: کار نیروی وزن مستقل از مسیر حرکت است و فقط به اختلاف ارتفاع ( $\Delta h$ ) دو نقطه‌ای که بین آن‌ها جابه‌جا می‌شود بستگی



دارد.

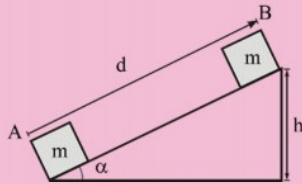


$$\begin{cases} (W_{mg})_1 = (W_{mg})_2 = (W_{mg})_3 = mg\Delta h \\ \Delta h = h_B - h_A \end{cases}$$

تذکر: در نکته‌ی بالا اگر جسم از A به B جابه‌جا شود، آن گاه داریم:

$$(W_{mg})_1 = (W_{mg})_2 = (W_{mg})_3 = -mg\Delta h$$

نکته: هرگاه جسمی از نقطه‌ی A تا B روی سطح شیب‌دار مطابق شکل جابه‌جا شود کار نیروی وزن برابر است با:



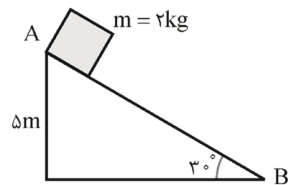
$$\begin{cases} W_{mg} = -mgh \Rightarrow W_{mg} = -mgd \sin \alpha \\ \sin \alpha = \frac{h}{d} \end{cases}$$

تذکر: اگر جسم از نقطه‌ی B تا نقطه‌ی A جابه‌جا شود داریم:

$$W_{mg} = +mgd \sin \alpha$$

▼ مثال ۲۵: اگر در سطح شیب‌دار مطابق شکل، اندازه‌ی نیروی اصطکاک برابر ۱/۰ وزن جسم باشد و جسم از نقطه‌ی A (ارتفاع ۵ متر) به نقطه‌ی B

برسد، کار نیروی گرانش (جاذبه) زمین روی جسم در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



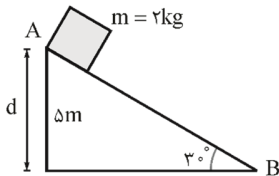
۴۰ (۱)

۵۰ (۲)

۶۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

☑ پاسخ:



$$W_{mg} = mgh = 2 \times 10 \times 5$$

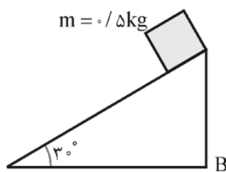
$$W_{mg} = 100 \text{ J}$$

گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

▼ مثال ۲۶: وزنه‌ای به جرم ۰/۵ kg روی سطح شیب‌دار شکل مقابل به اندازه‌ی ۶۰ سانتی‌متر به پایین می‌لغزد، کار نیروی گرانش (جاذبه) زمین در این

جابه‌جایی چند ژول است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

(آرد ریاضی ۸۰)



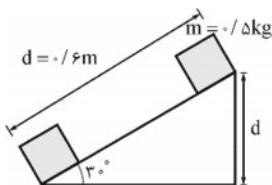
۱۵ (۱)

۱/۵ (۲)

۳ (۳)

۳۰ (۴)

☑ پاسخ:



$$W_{mg} = mgh = mgd \sin \alpha$$

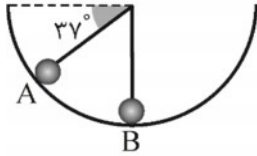
$$W_{mg} = 0.5 \times 10 \times 0.6 \times \sin 30^\circ \Rightarrow W_{mg} = 1.5 \text{ J}$$

گزینه ۲ صحیح می‌باشد.



مثال ۲۷: جسم  $m$  به جرم  $۱۰۰\text{g}$  درون نیم کره صیقلی به قطر  $۶۰$  سانتی متر به پایین می لغزد. کار نیروی وزن جسم از  $A$  تا  $B$  چند ژول است؟

(سراسری - تیرگی - ۷۸)



$$(g = ۱۰ \frac{m}{s^2}, \sin 37^\circ = ۰/۶)$$

۰/۱۲ (۱)

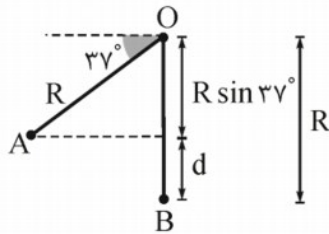
۰/۱۸ (۲)

۱/۲ (۳)

۱/۸ (۴)

پاسخ:

جسم از نقطه  $A$  تا نقطه  $B$  به سمت پایین جابه جا شده است بنابراین کار نیروی وزن در همین پایین آمدن جسم برابر با  $W_{mg} = mgd$  است که  $d$  جابه جایی عمودی جسم بین دو نقطه می مورّد نظر است برای مناسبی  $d$  با توجه به شکل زیر داریم:



$$d = R - R \sin 37^\circ \Rightarrow d = R(1 - \sin 37^\circ)$$

$$W_{mg} = mgd \Rightarrow W_{mg} = mgR(1 - \sin 37^\circ)$$

$$\Rightarrow W_{mg} = ۰/۱ \times ۱۰ \times ۰/۳(1 - ۰/۶)$$

$$\Rightarrow W_{mg} = ۰/۳(۰/۴) \Rightarrow W_{mg} = ۰/۱۲\text{J}$$

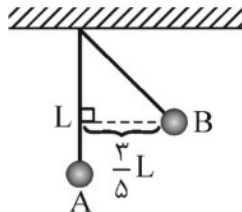
(طول ضلع های  $OA$  و  $OB$  یکسان است)

گزینه ۱ صحیح است.

مثال ۲۸: مطابق شکل زیر، گلوله ای به جرم  $۳\text{kg}$  از انتهای یک نخ سبک به طول  $۲$  متر آویزان است. اگر آونگ را از حالت عمودی  $A$  به نقطه  $B$

(آزمون کانون - چهارم ریاضی - ۲۲ اسفند ۹۳)

برسانیم، کار نیروی وزن گلوله در این جابه جایی چند ژول می شود؟  $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$



۱۲ (۱)

-۱۲ (۲)

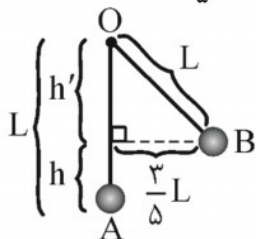
۳۶ (۳)

-۳۶ (۴)

پاسخ:

افتلاف ارتفاع جسم بین دو نقطه  $A$  و  $B$ :  $h$  :  $\begin{cases} W_{mg} = -mgh \\ \text{کار نیروی وزن در بالا رفتن} \end{cases}$

$$\text{رابطه ی فیثاغورث: } (\frac{۳}{۵}L)^2 + h'^2 = L^2$$



$$\Rightarrow h' = \sqrt{L^2 - \frac{9}{25}L^2} \Rightarrow h' = \frac{4L}{5}$$

$$\Rightarrow h = L - h' = L - \frac{4L}{5} \Rightarrow h = \frac{L}{5}$$

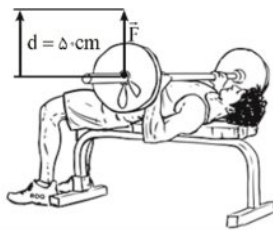
$$\Rightarrow W_{mg} = -mg \frac{L}{5} = -3 \times 10 \times \frac{2}{5} \Rightarrow W_{mg} = -۱۲\text{J}$$

نکته: کار لازم برای غلبه بر نیروی وزن ( $W'$ ) برابر قدر مطلق کار نیروی وزن  $W_{mg}$  است.

$$W' = |W_{mg}|$$

مثال ۲۹: ورزشکاری وزنه‌ای به جرم  $40\text{ kg}$  را به طور یکنواخت،  $50\text{ cm}$  بالای سر خود می‌برد (مطابق شکل). کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام می‌دهد چند ژول است؟ (اندازه‌ی شتاب گرانشی زمین را  $9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  در نظر بگیرید)

(مشابه تمرین ۲-۵ کتاب درسی)



پاسخ: کاری که ورزشکار توسط نیروی  $F$  انجام می‌دهد صرف غلبه بر نیروی وزن و وزنه می‌شود:

$$W_{mg} = -mgh = -40 \times 9/8 \times 50 \times 10^{-2} = -196\text{ J}$$

$$W_F = |W_{mg}| = 196\text{ J}$$

مثال ۳۰: شخصی چمدانی به جرم  $5\text{ kg}$  را یک متر در امتداد افق و سپس یک متر در امتداد قائم حمل می‌کند. کاری که این شخص در غلبه بر وزن چمدان انجام می‌دهد تقریباً برابر است با:

(سراسری تیرماه ۶۳)

(۴)  $100\text{ J}$  ژول

(۳)  $50\text{ J}$  ژول

(۲)  $10\text{ J}$  ژول

(۱)  $5\text{ J}$  ژول

پاسخ: کار نیروی وزن در جابه‌جایی افقی صفر است اما برای جابه‌جایی در امتداد قائم رو به بالا داریم:

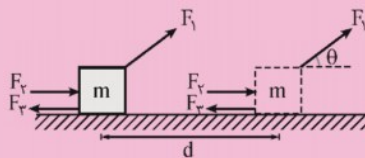
$$W_{mg} = -mgh = -5 \times 10 \times 1 = -50 \Rightarrow W_{mg} = -50\text{ J}$$

$$W' = 50\text{ J} : \text{ کار لازم برای غلبه بر وزن چمدان}$$

گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

### کار کل

اگر به جای یک نیرو، چند نیرو به یک جسم وارد شود، برای محاسبه کار کل به یکی از دو روش زیر می‌توان عمل کرد:  
 (۱) کار انجام شده توسط هر نیرو به طور جداگانه محاسبه شود در نهایت کل کار ( $W_t$ ) برابر جمع جبری کل انجام شده توسط تک تک نیروهاست.



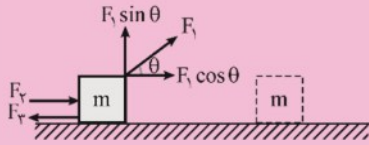
$$W_t = W_{F_1} + W_{F_2} + \dots$$

تذکره: جمع جبری به این معناست که ممکن است کار برخی نیروها منفی شود و برای محاسبه کار کل، علامت منفی کار باید در جمع کردن در نظر گرفته شود.





۲) ابتدا نیروهایی که در امتداد جابه‌جایی بر جسم وارد می‌شوند شناسایی شوند. سپس اندازه‌ی نیروی خالص ( $F_t$ ) موازی با بردار جابه‌جایی وارد بر جسم تعیین شود و در نهایت کار کل انجام شده برابر است با:



$$F_t = F_f + F_1 \cos \theta - F_{fr}$$

$$W_t = F_t d$$

تذکر: نیروهایی که عمود بر جابه‌جایی هستند سهمی در محاسبه کار کل وارد شده بر جسم ( $W_t$ ) نخواهند داشت.

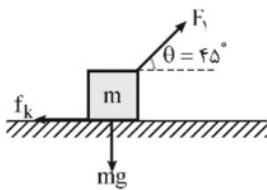


(فرد را بیازمایید ۳-۶ کتاب درسی)

▼ مثال ۳۱: کشاورزی توسط تراکتور، سورت‌های پر از هیزم را در راستای یک زمین هموار به اندازه‌ی  $235\text{m}$  جابه‌جا می‌کند (شکل زیر) وزن کل سورت‌ها و بار آن  $mg = 1/47 \times 10^3$  است تراکتور نیروی ثابت  $F_1 = 4\sqrt{2} \times 10^3$  را در زاویه‌ی  $\theta = 45^\circ$  بالای افق به سورت‌ها وارد می‌کند. نیروی اصطکاک جنبشی  $f_k = 3/4 \times 10^3 \text{ N}$  است که برخلاف جهت حرکت به سورت‌ها وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی سورت‌ها کدام است؟ ( $\cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ )

☑ پاسخ: روش اول: در این روش کار انجام شده توسط هر نیرو را به طور جداگانه محاسبه می‌کنیم.

$$W_F = F_1 d \cos \theta = \sqrt{2} \times 10^3 \times 235 \times \cos 45 \Rightarrow W_F = 94000 \text{ J}$$

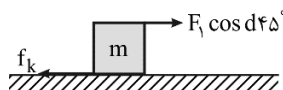


$$\left\{ \begin{array}{l} W_{mg} = mgd \cos 90 \Rightarrow W_{mg} = 0. \text{ کار نیروی وزن در جابه‌جایی‌های افقی صفر است.} \\ \theta = 90^\circ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{f_k} = f_k \cos \pi = -f_k d = -3/4 \times 10^3 \times 235 = -79900 \text{ J} \\ \theta = 180^\circ \end{array} \right.$$

$$W_t = W_F + W_r + W_{fr} = 94000 + 0 - 79900 \Rightarrow W_t = 14100 \text{ J}$$

روش دوم: ابتدا نیروهایی را شناسایی می‌کنیم که در امتداد جابه‌جایی بر جسم وارد می‌شوند.



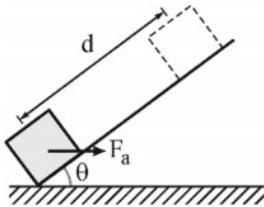
$$F = F_1 \cos 45 - f_k$$

$$= 4\sqrt{2} \times 10^3 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 3/4 \times 10^3 = 600 \text{ N}$$

علامت مثبت نشان می‌دهد که نیروی خالص  $F$  در جهت جابه‌جایی است، بنابراین داریم:

$$W_t = Fd = 600 \times 235 \Rightarrow W_t = 141000 \text{ J}$$

▼ مثال ۲۲: نیروی افقی  $F_a = 20\text{ N}$  بر جسمی به جرم  $3\text{ kg}$  که روی یک سطح شیبدار بدون اصطکاک به زاویه  $\theta = 30^\circ$  قرار گرفته، وارد می‌شود. اگر جسم به اندازه  $d = 0.5\text{ m}$  جابه‌جا شود. در طول این جابه‌جایی، کار خالص انجام شده روی جسم چند ژول است؟ (مرتبط با مفاهیم ۳۵ و ۳۶ کتاب درسی)



$$\left( \cos 30^\circ = 0.8, \sin 30^\circ = 0.5, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

$$0.5 \text{ (۲)}$$

$$8 \text{ (۱)}$$

$$-0.5 \text{ (۴)}$$

$$-8 \text{ (۳)}$$

پاسخ ✓

کار نیروی وزن در بالا رفتن:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{mg} = -mgh = -mgd \sin \theta = -3 \times 10 \times 0.5 \times \sin 30^\circ \Rightarrow W_{mg} = -7.5 \text{ J} \\ \text{Diagram: } \begin{array}{l} \text{Inclined plane with length } d \text{ and angle } \theta. \\ \text{Vertical height } h = d \sin \theta. \end{array} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{Fa} = F_a d \cos \theta = 20 \times 0.5 \times \cos 30^\circ = 8 \text{ J} \\ \text{Diagram: } \begin{array}{l} \text{Force } F_a \text{ applied horizontally to a block on an incline.} \\ \text{Distance } d \text{ is along the incline.} \end{array} \end{array} \right.$$

کار کل:  $W_t = W_{mg} + W_{Fa} = -7.5 + 8 \Rightarrow W_t = 0.5 \text{ J}$

گزینه ۲ صحیح است.

### کار و انرژی جنبشی

قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی: همواره کار کل انجام شده روی یک جسم ( $W_t$ ) با تغییرات انرژی جنبشی آن ( $\Delta k$ ) برابر است.  
 $W_t = \Delta k = k_f - k_i$

- نکته ۱: هنگامی که  $W_t > 0$  است، انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد ( $k_f > k_i$ ) بنابراین تندی جسم در پایان جابه‌جایی بیش‌تر از تندی آن در ابتدای حرکت است ( $V_f > V_i$ )
- نکته ۲: هنگامی که  $W_t < 0$  است، انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد ( $k_f < k_i$ ) بنابراین تندی جسم در انتهای جابه‌جایی کم‌تر از تندی آن در آغاز حرکت است ( $V_f < V_i$ )
- نکته ۳: هنگامی که  $W_t = 0$  است، انرژی جنبشی جسم در آغاز و پایان جابه‌جایی یکسان است ( $k_f = k_i$ ) بنابراین تندی جسم در این دو نقطه یکسان است. ( $V_f = V_i$ )

تذکره: قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی نه تنها برای حرکت یک جسم روی مسیر مستقیم معتبر است بلکه اگر جسم روی مسیر خمیده‌ای نیز حرکت کند می‌توان از آن استفاده کرد.



تذکر: قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی، قانون جدیدی در فیزیک نیست بلکه صرفاً کار  $(W = Fd \cos \theta)$  و انرژی جنبشی  $(k = \frac{1}{2} mV^2)$  را به هم مرتبط می‌سازد و به سادگی می‌توان آن را از قانون دوم نیوتن به دست آورد.

▼ مثال ۳۳: تندی جسمی به جرم  $8 \text{ kg}$  تحت تاثیر نیروی  $F$  از  $4 \text{ m/s}$  به  $6 \text{ m/s}$  می‌رسد، کار این نیرو چند ژول است؟ (سراسری ریاضی ۷۳ و ۷۵)

۱۶۱ (۱)      ۳۲ (۲)      ۴۰۳ (۳)      ۸۰ (۴)

پاسخ: تنها نیروی وارد بر جسم، نیروی ثابت  $F$  است بنابراین طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta k \Rightarrow W_F = \Delta k = k_f - k_i = \frac{1}{2} mV_f^2 - \frac{1}{2} mV_i^2 = \frac{1}{2} m(V_f^2 - V_i^2) = \frac{1}{2} \times 8 \times (6^2 - 4^2)$$

$$W_F = 80 \text{ J}$$

گزینه ۴ صحیح است.

▼ مثال ۳۴: جسمی با سرعت  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  در جهت مثبت محور  $X$  حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن  $100 \text{ J}$  است. پس از مدتی سرعت این جسم تغییر کرده و در جهت منفی محور  $X$  با به  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. کار کل در این مدت چند ژول است؟ (سراسری تهرانی-۸۰)

۵۰۰ (۱)      -۳۰۰ (۲)      ۳۰۰ (۳)      ۵۰۰ (۴)

پاسخ: با استفاده از رابطه‌ی کار و انرژی می‌دانیم که کار کل برابر است با تغییرات انرژی جنبشی آن. در نتیجه کافی است تغییرات انرژی جنبشی جسم را در طول حرکت به دست آوریم.

$$K_i = \frac{1}{2} mV_i^2 \Rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times m_i \times 10^2 \Rightarrow m_i = 2 \text{ kg}, K_f = \frac{1}{2} mV_f^2 \Rightarrow K_f = \frac{1}{2} \times 2 \times (-20)^2 \Rightarrow K_f = 400 \text{ J}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_t = 400 - 100 \Rightarrow W_t = 300 \text{ J}$$

گزینه ۳ صحیح است.

▼ مثال ۳۵: توپ فوتبالی به جرم  $0.5 \text{ kg}$  از طریق یک ضربه ایستگاهی با تندی  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سمت دروازه، شوت می‌شود. اگر توپ با تندی  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به تیرک دروازه برخورد کند، کار کل انجام شده روی توپ چند ژول است؟ (مشابه مثال ۶-۲ کتاب درسی)

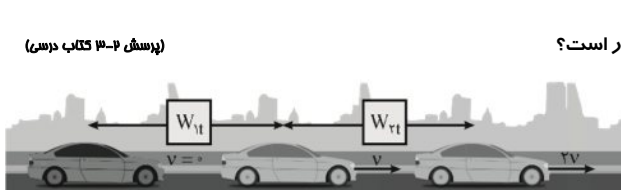
تیرک دروازه برخورد کند، کار کل انجام شده روی توپ چند ژول است؟

پاسخ: با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = K_f - K_i \Rightarrow \frac{1}{2} mV_f^2 - \frac{1}{2} mV_i^2 = \frac{1}{2} m(V_f^2 - V_i^2) = \frac{1}{2} \times 0.5 \times (10^2 - 12^2) \Rightarrow W_t = -11 \text{ J}$$

علامت منفی بیانگر این است که کار کل انجام شده روی توپ، انرژی جنبشی آن را کاهش داده است.

▼ مثال ۳۶: برای آن که تندی خودرویی از حال سکون به  $v$  برسد، باید کار کل  $W_{t1}$  روی آن انجام شود. همچنین برای آن که تندی خودرو از  $v$  به  $2v$  برسد، باید کار کل  $W_{t2}$  روی آن انجام شود (شکل زیر). نسبت  $\frac{W_{t1}}{W_{t2}}$  چقدر است؟ (پرسش ۳-۲ کتاب درسی)



✓ پاسخ: طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

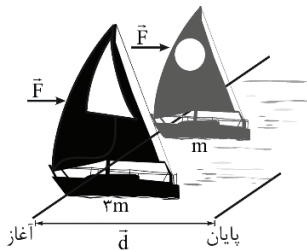
$$\begin{cases} V_1 = 0 \Rightarrow k_1 = 0 \\ W_{1t} = \Delta k = k_2 - k_1 = \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow W_{1t} = \frac{1}{2} m V^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} W_{2t} = \Delta k' = k'_2 - k'_1 = \frac{1}{2} m V_2'^2 - \frac{1}{2} m V_1'^2 \\ = \frac{1}{2} m (4V)^2 - \frac{1}{2} m (V)^2 = \frac{1}{2} m (16V^2 - V^2) \\ = W_{2t} = \frac{15}{2} m V^2 \end{cases}$$

$$\frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{\frac{1}{2} m V^2}{\frac{15}{2} m V^2} = \frac{1}{15}$$

▼ مثال ۳۷: دو قایق مخصوص حرکت روی سطوح یخ زده مطابق شکل، دارای جرم‌های  $m$  و  $3m$  و بادبان‌های مشابه‌اند. قایق‌ها روی دریاچه‌ی افقی و

بدون اصطکاک قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان  $\vec{F}$  با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصله‌ی  $d$  می‌گذرند. نسبت تندی قایق ۲ به تندی قایق ۱ درست پس از عبور از خط پایان کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{3}$   
 (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (۳) ۲  
 (۴)  $\frac{1}{2}$

✓ پاسخ: تنه‌ای نیرویی که در راستای جابه‌جایی (d) به قایق وارد می‌شود نیروی باد (F) است بنابراین فقط این نیرو کار انجام می‌دهد بنابراین طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} W_t = Fd \cos 0 = Fd \\ W_t = \Delta k = k_2 - k_1 \xrightarrow[k_1=0]{V_1=0} W_t = k_2 \\ \Rightarrow Fd = k_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2Fd}{m}} \end{cases}$$

$$\frac{F}{d} \xrightarrow{\text{یکسان}} \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m}{3m}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

گزینه ۲ صحیح می‌باشد.



▼ **مثال ۳۸:** شکل‌های (الف) و (ب) دو جسم به جرم‌های  $M_1 = m$  و  $M_2 = 2m$  را نشان می‌دهند که بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک در حالت سکون قرار گرفته‌اند اگر کار انجام شده در هر دو حالت یکسان باشد، تندی نهایی این دو جسم را با یکدیگر مقایسه کنید؟ (مشابه با مسئله ۳ کتاب درسی)



□ **پاسخ:** با توجه به این که کار انجام شده در هر دو حالت یکسان است بنابراین طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_1 = \Delta k \Rightarrow (W_1)_{\text{الف}} = (W_1)_{\text{ب}} \Rightarrow \Delta k_{\text{الف}} = \Delta k_{\text{ب}} \xrightarrow{(V_1)_{\text{الف}} = 0 \Rightarrow (k_1)_{\text{الف}} = 0} \xrightarrow{(V_1)_{\text{ب}} = 0 \Rightarrow (k_1)_{\text{ب}} = 0} (k_2)_{\text{الف}} = (k_2)_{\text{ب}}$$

$$\frac{1}{2} M_1 (V_2)_{\text{الف}}^2 = \frac{1}{2} M_2 (V_2)_{\text{ب}}^2 \Rightarrow m (V_2)_{\text{الف}}^2 = 2m (V_2)_{\text{ب}}^2 \Rightarrow (V_2)_{\text{الف}}^2 = 2 (V_2)_{\text{ب}}^2 \Rightarrow (V_2)_{\text{الف}} = \sqrt{2} (V_2)_{\text{ب}}$$

▼ **مثال ۳۹:** جسمی به جرم  $8 \text{ kg}$  با تندی  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  روی خط راست حرکت می‌کند. چه نیرویی بر حسب نیوتون و در کدام جهت باید در راستای حرکت به آن وارد شود، تا پس از طی مسافت  $8 \text{ m}$  متر انرژی جنبشی آن به  $1200 \text{ J}$  ژول برسد؟ (سراسری تجربی ۷۲)

(۱)  $100 \text{ N}$  و در جهت حرکت (۲)  $50 \text{ N}$  و در جهت حرکت (۳)  $50 \text{ N}$  و در خلاف جهت حرکت (۴)  $100 \text{ N}$  و در خلاف جهت

□ **پاسخ:**

$$k_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 \Rightarrow k_1 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^2 \Rightarrow k_1 = 400 \text{ J}, \quad k_2 = 1200 \text{ J}$$

پس از طی مسافت  $8 \text{ m}$ ، انرژی جنبشی آن افزایش پیدا کرده است پس نیروی  $F$  در جهت حرکت باید به جسم وارد شود، بنابراین طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_1 = \Delta k \Rightarrow W_F = k_2 - k_1 \Rightarrow F d \cos 0 = 1200 - 400 \Rightarrow F \times 8 = 800 \Rightarrow F = 100 \text{ N}$$

گزینه ۱ صحیح است.

▼ **مثال ۴۰:** اتومبیلی به جرم  $2 \text{ تن}$  در یک جاده‌ی شیب‌دار که با سطح افق زاویه‌ی  $30^\circ$  درجه می‌سازد، رو به بالا در حرکت است. اگر تندی اتومبیل در مدت

۲۰ ثانیه از  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  برسد، کار کل در این بازه‌ی زمانی چند کیلوژول است؟ (۵۸) (کشور تجربی ۸۷)

(۱)  $140 \text{ kJ}$  (۲)  $148 \text{ kJ}$  (۳)  $210 \text{ kJ}$  (۴)  $218 \text{ kJ}$

□ **پاسخ:** طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_1 = \Delta k = k_2 - k_1 = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^3 \times (12^2 - 2^2)$$

$$\Rightarrow W_1 = 140 \times 10^3 \text{ J} = 140 \text{ kJ}$$

▼ **مثال ۴۱:** ماهواره‌ها در مدارهای معین و با تندی ثابت در زمین می‌چرخند. شکل زیر حرکت ماهواره را به دور زمین مدل‌سازی کرده است. کدام گزینه نادرست است؟ (مشابه و مکمل مسئله ۱۴ کتاب درسی)



(۱) تغییرات انرژی جنبشی ماهواره در طول حرکت آن صفر است.

(۲) کار کل انجام شده روی ماهواره در طول حرکت آن صفر است.

(۳) نیروی جاذبه گرانشی که از طرف زمین به ماهواره وارد می‌شود معادل وزن ماهواره است.

(۴) نیروی جاذبه گرانشی که از طرف زمین به ماهواره وارد می‌شود روی آن کار انجام می‌دهد.



پاسخ: گزینه ۱؛ چون تندی حرکت ماهواره ثابت است طبق رابطه  $k = \frac{1}{2}mV^2$ ، تغییرات انرژی جنبشی آن صفر است.

گزینه ۲؛ طبق قضیه کار-انرژی جنبشی  $W = \Delta k$ ، چون تغییرات انرژی جنبشی ماهواره صفر است (تندی حرکت ثابت) بنابراین کار کل انجام شده روی ماهواره صفر است.

گزینه ۳؛ تنها نیروی وارد بر ماهواره، نیروی جاذبه گرانشی است که از طرف زمین به ماهواره وارد می‌شود و معادل وزن ماهواره است.

گزینه ۴؛ چون نیروی جاذبه گرانشی بر مسیر حرکت ماهواره عمود است کاری روی ماهواره انجام نمی‌دهد.

$$W_F = Fd \cos \theta \xrightarrow[\cos 90^\circ = 0]{\theta = 90^\circ} W_F = 0$$

گزینه ۳ نادرست است.

مثال ۲: جرم یک خودروی الکتریکی به همراه راننده‌اش  $600 \text{ kg}$  است. این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می‌رود، اگر تندی خودرو در موقعیت

A برابر  $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  و تندی آن در موقعیت B  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  باشد کل کار انجام شده روی این خودرو چند کیلوژول است؟ (مشابه تمرین ۸-۲ کتاب دسی)



پاسخ: طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} V_A = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{54}{3.6} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ W_t = \Delta k = k_B - k_A = \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = \frac{1}{2}m(V_B^2 - V_A^2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 600 \times (20^2 - 15^2) = 52500 \text{ J} \Rightarrow W_t = 52.5 \text{ kJ}$$



نیروی وزن

مثال ۳: شکل روبه‌رو شخصی را نشان می‌دهد که با وارد کردن نیروی ثابت  $52 \text{ N}$ ، جعبه‌ای

به جرم  $4 \text{ kg}$  را از حال سکون تا ارتفاع  $150 \text{ cm}$  در امتداد قائم جابه‌جا می‌کند. تندی نهایی جعبه کدام است؟ (مشابه تمرین ۹-۲ کتاب دسی)

پاسخ: نیروها در راستای حرکت عبارتند از نیروی دست  $F_1$  و نیروی وزن  $mg$ ؛

بنابراین اندازه‌ی نیروی قائل برابری است با:

$$F = F_1 - mg = 52 - 4 \times 10 = 12 \text{ N}$$

علامت مثبت نشان می‌دهد که نیروی قائل  $F$  در جهت جابه‌جایی است به این ترتیب داریم:

$$\Rightarrow W_t = Fd \cos 0 = Fd = 12 \times 1.5 = 18 \text{ J} \Rightarrow W_t = 18 \text{ J}$$

طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$V_f = 0 \Rightarrow k_f = 0$$

$$\begin{cases} W_t = \Delta k = k_f - k_i = k_f = \frac{1}{2}mV_f^2 \\ \Rightarrow 18 = \frac{1}{2} \times 4 \times V_f^2 \\ \Rightarrow V_f = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$



▼ مثال ۴۴: شخصی به جرم  $۷۵\text{kg}$ ، چمدانی به جرم  $۱۰\text{kg}$  را از روی زمین برداشته و در داخل صندوق عقب اتومبیل خود قرار می‌دهد. اگر ارتفاع کف

صندوق عقب از سطح زمین  $۱\text{m}$  باشد کدام گزینه نادرست است؟  $(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(مکمل تمرین ۸ کتاب دس)

(۱) کار نیروی وزن در این جابجایی  $۱۰۰\text{J}$  - است.

(۲) کاری که شخص برای غلبه بر نیروی وزن انجام می‌دهد برابر  $۱۰۰\text{J}$  است.

(۳) انرژی جنبشی چمدان در این جابجایی تغییر نمی‌کند.

(۴) انرژی جنبشی چمدان در این جابجایی  $۱۰۰\text{J}$  تغییر کرده است.

☑ پاسخ:

گزینه ۱:  $W_{\text{mg}} = -mgh = -۱۰ \times ۱۰ \times ۱ = -۱۰۰\text{J}$  : کار نیروی وزن در بالا رفتن

گزینه ۲: کار لازم برای غلبه بر نیروی وزن، قرینه کار نیروی وزن است.

$$W' = -W = -(-۱۰۰) = ۱۰۰\text{J}$$

گزینه ۳:

$$W_t = W_{\text{شخص}} + W_{\text{وزن}} = mgh - mgh = ۰$$

$$W_t = \Delta k \Rightarrow ۰ = \Delta k \Rightarrow k_1 = k_2$$

گزینه ۴ چون کار کل صفر است پس طبق قضیه کار-انرژی جنبشی  $W_t = \Delta k$ ، انرژی جنبشی چمدان تغییری نمی‌کند.

گزینه ۴ نادرست است.

▼ مثال ۴۵: گلوله‌ای از ارتفاع  $۲۰$  متری سطح زمین، با تندی اولیه  $۴ \frac{\text{m}}{\text{s}}$  در راستای قائم رو به پایین پرتاب می‌شود. انرژی جنبشی این گلوله بعد از  $۴$  متر

(منابع: ۱ کشور تمرین ۹۶)

پایین آمدن چند برابر می‌شود؟  $(g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$  و از مقاومت هوا صرف نظر شود.

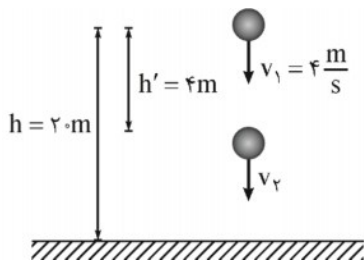
۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

☑ پاسخ: از مقاومت هوا صرف نظر شده است بنابراین تنوع نیروی وزن در این جابجایی کار انجام می‌دهد پس طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta k = W_{\text{mg}} = k_2 - k_1$$

$$\Rightarrow mgh' = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times ۴ = \frac{1}{2}V_2^2 - \frac{1}{2} \times ۴^2$$

$$\Rightarrow V_2^2 = ۹۶ \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$\begin{cases} k = \frac{1}{2}mV^2 \\ m_1 = m_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} = \frac{۹۶}{۱۶} \Rightarrow k_2 = ۶k_1$$

گزینه ۴ صحیح است.



▼ **مثال ۴۶:** مطابق شکل سه گلوله مشابه از بالای یک ساختمان به ارتفاع  $h$  با تندی یکسان توسط یک توپ شلیک می‌شوند. گلوله اول (۱) در امتداد افقی، گلوله دوم (۲) با زاویه‌ای بالاتر از افق و گلوله سوم (۳) با زاویه‌ای زیر امتداد افق. تندی گلوله‌ها در هنگام برخورد با زمین را با یکدیگر مقایسه کنید (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید) (مشابه مسأله ۱۵ کتاب درسی)

☑ **پاسخ:** تنها نیروی وارد بر گلوله از نقطه پرتاب تا نقطه برخورد به زمین، نیروی وزن است. (زیرا از مقاومت هوا صرف نظر شده است) که برای هر سه توپ یکسان است:

$$\begin{cases} h_1 = h_2 = h_3 = h \\ (W_{mg})_1 = (W_{mg})_2 = (W_{mg})_3 = +mgh \end{cases}$$

$$(W_t)_1 = (W_t)_2 = (W_t)_3$$

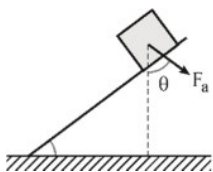
از طرفی با توجه به این که تندی اولیه برای هر سه توپ یکسان است انرژی جنبشی اولیه  $k_i$  آنها نیز یکسان است بنابراین طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} (W_t)_1 = (W_t)_2 = (W_t)_3 \\ (k_i)_1 = (k_i)_2 = (k_i)_3 \\ \Rightarrow W_t = \Delta k = k_f - k_i \Rightarrow (k_f)_1 = (k_f)_2 = (k_f)_3 \end{cases}$$

از طرفی طبق رابطه  $k = \frac{1}{2}mV^2$ ، چون جرم هر سه گلوله یکسان است پس تندی نهایی آنها نیز با هم برابر است:

$$(V_f)_1 = (V_f)_2 = (V_f)_3$$

▼ **مثال ۴۷:** نیروی ثابت  $F_a$  به یک جعبه به جرم  $5\text{ kg}$  تحت زاویه  $\theta = 37^\circ$  مطابق شکل وارد می‌شود. اگر جعبه تحت این نیرو و با تندی ثابت بر روی سطح شیبدار بدون اصطکاک تا ارتفاع عمودی  $1\text{ m}$  جابه‌جا شود، کار انجام شده توسط  $F_a$  چند ژول است؟ (مرتبط با صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰ کتاب درسی)



$$\left( \sin \theta = \frac{3}{5}, \sin 53^\circ = \frac{4}{5}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

☑ **پاسخ:** چون جعبه با تندی ثابت جابه‌جا می‌شود بنابراین تغییرات انرژی جنبشی صفر است از طرفی سطح بدون اصطکاک است پس کار نیروی اصطکاک نیز صفر است لذا طبق قضیه کار-انرژی جنبشی، کار کل صفر است:

$$\begin{cases} V = \text{ثابت} \Rightarrow \Delta k = 0 \\ W_t = \Delta k = 0 \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} + W_{F_a} = 0 \xrightarrow{W_{f_k} = 0} W_{F_a} + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_{F_a} = -W_{mg} \end{cases}$$

$$\begin{cases} W_{mg} = -mgh = -5 \times 10 \times 1 = -50 \text{ J} \\ \Rightarrow W_{F_a} = -W_{mg} = -(-50) \Rightarrow W_{F_a} = 50 \text{ J} \end{cases}$$





▼ **مثال ۴۸:** چتربازی از ارتفاع ۸۰۰ متری از حال سکون رها می‌شود. جرم چترباز به همراه چترش ۸۰ kg است. اگر او با تندی  $\frac{5}{3} \frac{m}{s}$  به زمین برسد، کار

(مکمل و مشابه مثال ۷-۲ کتاب درسی)

نیروی مقاومت هوا در مسیر سقوط چند کیلوژول است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



✓ **پاسخ:** نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا ( $R$ ) روی چترباز کار انجام می‌دهند بنابراین طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$V_f = 0 \Rightarrow k_f = 0$$

$$W_t = \Delta k \Rightarrow W_{mg} + W_R = k_f - k_i, \quad \text{کار نیروی وزن در پایین آمدن}, \quad W_{mg} = mgh$$

$$\Rightarrow mgh + W_R = \frac{1}{2} m V_f^2$$

$$\Rightarrow W_R = \frac{1}{2} \times 80 \times 5^2 - 80 \times 10 \times 800 \Rightarrow W_R = -63900 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_R = -639 \text{ kJ}$$

▼ **مثال ۴۹:** اتومبیلی به جرم ۶۰۰ کیلوگرم با تندی ۵۴ کیلومتر بر ساعت در حال حرکت است. اگر در اثر ترمز، اتومبیل متوقف شود، کار نیروی اصطکاک

(سراسری ریاضی ۷۹)

(بر حسب کیلوژول) کدام است؟

$$-135 \text{ (ع)}$$

$$-67 / 5 \text{ (ب)}$$

$$67 / 5 \text{ (د)}$$

$$135 \text{ (ا)}$$

✓ **پاسخ:** در طول مسیر حرکت، نیروی اصطکاک روی اتومبیل کار انجام می‌دهد، کار نیروی وزن در جابه‌جایی‌های افقی صفر است بنابراین طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} V_f = 0 \Rightarrow k_f = 0 \\ W_{mg} = 0 \\ W_t = \Delta k \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} = k_f - k_i \\ \Rightarrow W_{f_k} = -k_i = -\frac{1}{2} m V_i^2 \end{cases}$$

$$W_{f_k} = -\frac{1}{2} \times 600 \times \left[ \left( \frac{54}{3.6} \right)^2 \right] = -67500 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -67 / 5 \text{ kJ}$$

گزینه ۳ صحیح است.

▼ **مثال ۵۰:** گلوله‌ای به جرم ۲۰ گرم با تندی  $100 \frac{m}{s}$  به مانعی برخورد می‌کند و با تندی  $40 \frac{m}{s}$  از طرف دیگر آن خارج می‌شود. کار کل در این برخورد

(آزاد تجربی ۷۴)

چند ژول است؟

$$-84 \text{ (ع)}$$

$$-80 \text{ (ب)}$$

$$120 \text{ (د)}$$

$$60 \text{ (ا)}$$



✓ پاسخ: طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta k = W_t = \frac{1}{2} m V_f^2 - \frac{1}{2} m V_i^2 = \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2) = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times (40^2 - 10^2)$$

$$W_t = -۸۴J$$

گزینه ۳ صحیح است.

▼ مثال ۵۱: گلوله‌ای به جرم ۱۰ گرم با سرعت  $10 \cdot \frac{m}{s}$  به تنه‌ی درختی برخورد می‌کند و به اندازه‌ی ۱۰ سانتی‌متر در آن فرو می‌رود و متوقف می‌شود. الف) نیروی متوسطی که از طرف درخت به گلوله وارد می‌شود را به دست آورید. ب) با ذکر دلیل توضیح دهید چرا به این نیرو، نیروی متوسط گفته می‌شود؟

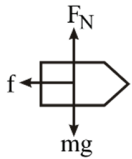
(تهران- آقا مصطفی- ۹۱)

✓ پاسخ: نیروهای وزن  $mg$  و عمودی سطح  $F_N$  هر دو بر جابه‌جایی افقی گلوله عمود هستند ( $\theta = 90^\circ$ ) بنابراین کار آنها صفر است:  $W_{mg} = mgd \cos 90^\circ \Rightarrow W_{mg} = 0$  و کار نیروی عمودی سطح:  $W_N = F_N d \cos 90^\circ \Rightarrow W_N = 0$

نیروی  $f$  وارد شده بر گلوله از طرف درخت و جابه‌جایی گلوله  $d$  در خلاف جهت یکدیگرند  $\theta = 180^\circ$ ، بنابراین داریم:

$$f \text{ کار نیروی } W_f = fd \cos 180^\circ \Rightarrow W_f = -f \times 0.1$$

$$\text{کار کل } W_t = W_N + W_{mg} + W_f \Rightarrow W_t = 0 + 0 - 0.1f \Rightarrow W_t = -0.1f$$



$$\text{انرژی جنبشی اولیه } K_i = \frac{1}{2} m v_i^2 \Rightarrow K_i = \frac{1}{2} \times 0.01 \times 10^2 \Rightarrow K_i = 0.05J$$

$$\text{انرژی جنبشی نهایی } K_f = \frac{1}{2} m v_f^2 \Rightarrow K_f = 0$$

$$\Rightarrow \Delta K = K_f - K_i \Rightarrow \Delta K = 0 - 0.05 \Rightarrow \Delta K = -0.05J$$

حال با استفاده از قضیه کار و انرژی داریم:

$$W_t = \Delta K = -0.1f = -0.05 \Rightarrow f = 0.5N$$

بنابراین نیروی متوسطی که از طرف درخت به گلوله وارد می‌شود ۵۰۰ نیوتون است.

ب) نیرویی که درخت به گلوله وارد می‌کند، ثابت نیست و همان‌طور که می‌دانیم شرط استفاده از رابطه‌ی  $W_f = Fd \cos \theta$  برای مناسبه‌ی کار، ثابت بودن نیرو است، بنابراین در چنین مواردی این نیروی متغیر را با یک نیروی متوسط ولی ثابت جایگزین می‌کنیم تا بتوانیم کار آن را از رابطه‌ی بالا به سادگی مناسبه کنیم.

▼ مثال ۵۲: چکشی به جرم ۱۰ kg با تندی  $10 \cdot \frac{m}{s}$  به میخی برخورد می‌کند و باعث می‌شود میخ به اندازه‌ی ۲cm درون چوبی فرو رود. نیروی متوسط

وارد شده از طرف چوب بر میخ در این جابه‌جایی چند نیوتون است؟ (چکش بعد از ضربه ساکن می‌شود و از اتلاف انرژی صرف نظر شود.)

(آزمون کلاوس- ۲۲ اسفند ۹۳)

۲۵۰۰ (ع)

۲۰۰۰ (س)

۲۵۰۰۰ (ز)

۲۰۰۰۰ (ا)



پاسخ: از لفظی بر فرورد یکش با میخ تا لفظی فرورفتن میخ در چوب، نیروی  $F$  از طرف چوب به میخ در فلاف جهت حرکت آن وارد می‌شود بنابراین طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} V_f = 0 \Rightarrow k_f = 0 \\ W_t = \Delta k \Rightarrow W_F = k_f - k_i = 0 - \frac{1}{2} m V_i^2 \end{cases}$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 \Rightarrow W_F = -500 \text{ J}$$

$$W_F = -Fd \Rightarrow -500 = -F \times 2 \times 10^{-2} \Rightarrow F = 25000 \text{ N}$$

گزینه ۲ صحیح است.

▼ مثال ۵۳: جسمی به جرم  $500 \text{ g}$  از بالای یک ساختمان به ارتفاع  $20 \text{ m}$  از سطح زمین با تندی  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  پرتاب می‌شود. اگر گلوله با سرعت  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به

زمین برخورد کند در طول حرکت جسم، کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$  (مکمل مسأله ۴ کتاب درس)

پاسخ: دو نیروی وزن و مقاومت هوا در طول حرکت به جسم وارد می‌شوند.

$$W_{mg} = +mgh = +500 \times 10^{-3} \times 20 \Rightarrow W_{mg} = +100 \text{ J}$$

اگر کار نیروی مقاومت هوا را  $W_F$  بنامیم طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta k \Rightarrow W_F + W_{mg} = k_f - k_i = \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2)$$

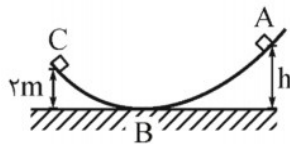
$$\Rightarrow W_F + 100 = \frac{1}{2} \times 500 \times 10^{-3} (10^2 - 20^2)$$

$$\Rightarrow W_F = -100 - 75 \Rightarrow W_F = -175 \text{ J}$$

▼ مثال ۵۴: جسمی به جرم  $0.8 \text{ kg}$  مطابق شکل، از نقطه‌ی  $A$  بدون تندی اولیه شروع به حرکت می‌کند و با تندی  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به نقطه‌ی  $C$  می‌رسد. اگر

(آزاد توبه ۷۸)

اندازه‌ی کار نیروی اصطکاک در مسیر  $ABC$  برابر  $22 \text{ J}$  و  $g = 10 \text{ N/kg}$  باشد، ارتفاع  $h$  چند متر است؟



۲ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۳/۵ (۴)

پاسخ: نیروی وزن و اصطکاک در این پایه‌یابی از نقطه‌ی  $A$  تا نقطه‌ی  $C$ ، کار انجام می‌دهند بنابراین طبق قضیه کار و انرژی داریم:

$$W_t = \Delta k \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = k_C - k_A$$

$$\Rightarrow mg(h-2) + W_{f_k} = \frac{1}{2} m V_C^2 - 0$$

$$\Rightarrow 0.8 \times 10 \times (h-2) - 22 = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 5^2$$

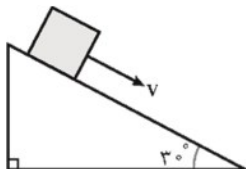
$$\Rightarrow h-2=4 \Rightarrow h=6 \text{ m}$$

گزینه ۲ صحیح است.



▼ مثال ۵۵: جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  را مطابق شکل با تندی اولیه‌ی  $\frac{5}{s} m$  مماس بر سطح رو به پایین پرتاب می‌کنیم. اگر تندی جسم پس از  $12$  متر جابه‌جایی

(سراسری ریاضی ۸۵)

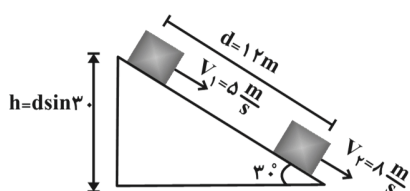


روی سطح به  $\frac{8}{s} m$  برسد، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ ( $g = 10\text{ m/s}^2$ )

- (۱)  $-42$
- (۲)  $-45$
- (۳)  $-63$
- (۴)  $-81$

☑ پاسخ: نیروهای وزن و اصطکاک بر روی جسم کار انجام می‌دهند بنابراین طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta k \Rightarrow W_{f_k} + W_{mg} = k_2 - k_1, W_{mg} = mgh$$



$$\Rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) - mgh$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 2 \times (8^2 - 5^2) - 2 \times 10 \times 12 \times \sin 30$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -81\text{ J}$$

گزینه ۳ صحیح است.

▼ مثال ۵۶: جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  را از پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویه‌ی  $30^\circ$  درجه می‌سازد، با تندی اولیه‌ی  $\frac{5}{s} m$  مماس با سطح رو به بالا پرتاب

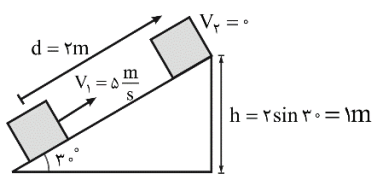
می‌کنیم. جسم روی سطح به اندازه‌ی  $2\text{ m}$  بالا می‌رود و سپس به نقطه‌ی پرتاب برمی‌گردد. کار نیروی اصطکاک در این مسیر رفت و برگشت چند ژول

(فاز ۱ کشور ریاضی ۸۶)

است؟ ( $g = 10\frac{m}{s^2}$ )

- (۱) صفر
- (۲)  $-5$
- (۳)  $-10$
- (۴)  $-20$

☑ پاسخ: قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی را برای مسیر رفت جسم می‌نویسیم، دو نیروی وزن و اصطکاک روی جسم کار انجام می‌دهند.



$$W_{\text{برآیند}} = \Delta k \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = k_2 - k_1$$

$$-mgh + W_{f_k} = 0 - \frac{1}{2} m V_1^2$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -\frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 2 \times 10 \times 1$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -5\text{ J}$$

کار نیروی اصطکاک در مسیر برگشت هم برابر  $5\text{ J}$  است و در نتیجه کار نیروی اصطکاک در کل مسیر رفت و برگشت برابر  $10\text{ J}$  است. گزینه ۳ صحیح است.

### کار و انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل، کمیتی مربوط به یک سامانه (دستگاه یا سیستم) است. بنابراین وقتی دو یا چند جسم به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند به دلیل موقعیت مکانی‌شان در سامانه، انرژی پتانسیل دارند. این نوع انرژی می‌تواند به شکل‌های مختلفی، بسته به این که چه نیروهایی در سامانه وجود دارد، مانند گرانشی، کشسانی و الکتریکی در سیستم ذخیره شود.



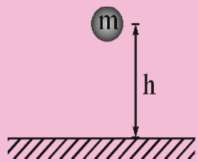
نکته ۱: هر سامانه می‌تواند حداقل از دو جسم یا تعداد بیش‌تری از اجسام تشکیل شده باشد مانند، انرژی پتانسیل گرانشی در سامانه شخص- زمین، انرژی پتانسیل کشسانی در سامانه‌ی گلوله- فنر و انرژی پتانسیل الکتریکی در سامانه‌ی دو جسم باردار

نکته ۲: انرژی پتانسیل بر خلاف انرژی جنبشی که به حرکت یک جسم وابسته است، ویژگی یک سامانه است تا ویژگی یک جسم منفرد، به عبارتی دیگر انرژی پتانسیل به مکان اجسام یک سامانه نسبت به یک‌دیگر بستگی دارد.

نکته ۳: وقتی انرژی پتانسیل یک سامانه تغییر می‌کند به شکل‌های دیگری از انرژی تبدیل می‌شود.

### انرژی پتانسیل گرانشی:

انرژی پتانسیل گرانشی سامانه‌ی متشکل از زمین و جسمی به جرم  $m$  که در ارتفاع  $h$  از سطح زمین به صورت زیر تعریف می‌شود:

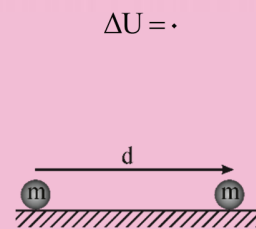
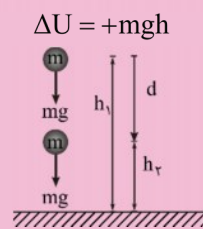
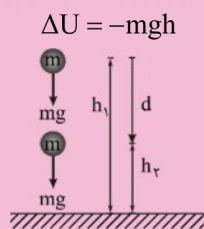


$$U = mgh$$

نکته: انرژی پتانسیل گرانشی، یک ویژگی مشترک جسم و زمین است و برای سامانه‌ی متشکل از این دو تعریف می‌شود و توجه کنید که رابطه  $U = mgh$  شامل هر دو ویژگی جسم ( $m$ ) و زمین (مقدار  $g$ ) است.



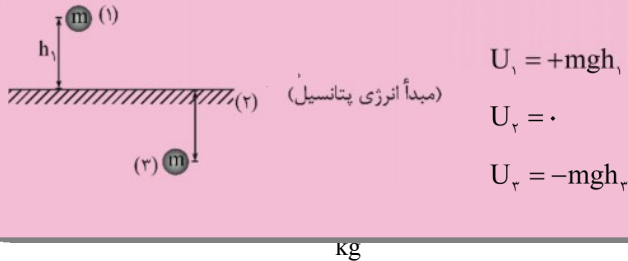
نکته: اگر گلوله به اندازه‌ی  $h$  به سمت پایین جابجا شود، انرژی پتانسیل گرانشی آن به اندازه‌ی  $mgh$  کاهش می‌یابد ( $\Delta U = -mgh$ ) و اگر به اندازه‌ی  $h$  به سمت بالا جابجا شود به اندازه‌ی  $mgh$  افزایش می‌یابد ( $\Delta U = +mgh$ ). همچنین در حالتی که جسم حرکت افقی دارد انرژی پتانسیل گرانشی آن تغییر نمی‌کند. ( $\Delta U = 0$ )



### مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی:

مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی نقطه‌ای است که در آن جا  $U = 0$  ( $h = 0$ ) قرار داده می‌شود و انرژی پتانسیل گرانشی نقاط دیگر نسبت به آن نقطه سنجیده می‌شود که این نقطه کاملاً اختیاری است زیرا آن چه در فیزیک اهمیت دارد مقدار  $U$  در یک نقطه خاص نیست بلکه تنها تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی ( $\Delta U$ ) بین دو نقطه مهم است. بنابراین می‌توانیم  $U$  را در نقطه‌ای که بخواهیم برابر صفر تعریف کنیم بدون آن که تأثیری در فیزیک مسئله داشته باشد.

نکته: اگر جسم بالای مبدأ انرژی پتانسیل ( $U = 0$ ) قرار داشته باشد، انرژی پتانسیل گرانشی آن مثبت و در صورتی که زیر آن قرار گیرد انرژی پتانسیل گرانشی اش منفی است.



پاسخ: انرژی مصرف شده برای بالا بردن جسم، به صورت انرژی پتانسیل گرانشی در جسم ذخیره می‌شود بنابراین داریم:

$$U = mgh \Rightarrow 10 = 1 \times 10 \times h \Rightarrow h = 1 \text{ m}$$

مثال ۵۸: غواصی به جرم  $70 \text{ kg}$  در حال غواصی در یک دریاچه به عمق  $60 \text{ m}$  نسبت به سطح آزاد دریاچه است. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی این

غواص در فاصله  $15 \text{ m}$  تا کف دریاچه را در دو حالت زیر بدست آورید و با مقایسه این دو حالت نتیجه‌گیری خود را توضیح دهید. ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

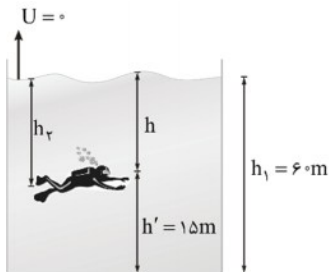
(مرتبط با مفه‌های ۴۱ و ۴۴ کتاب درس)

(در هر دو حالت فرض کنید غواص ابتدا در کف دریاچه بوده است)

(الف) مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح آزاد دریاچه در نظر بگیرید.

(ب) مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را کف دریاچه فرض کنید.

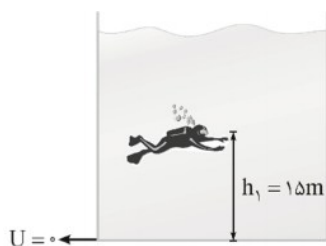
پاسخ: الف) راه حل اول:



راه حل دوم: چون غواص به سمت بالا جابجا شده است پس داریم:

$$\Delta U = +mgh = 70 \times 10 \times (60 - 45) \Rightarrow \Delta U = 10500 \text{ J}$$

ب) راه حل اول:



راه حل دوم: چون غواص به سمت بالا جابجا شده است پس داریم:

$$\Delta U = mg\Delta h = 70 \times 10 \times (15 - 0) \Rightarrow \Delta U = 10500 \text{ J}$$

نتیجه‌گیری: همانطور که انتظار می‌رفت، انتقاب مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی اختیاری است و تأثیری در نتیجه نهایی و فیزیک مسئله ندارد.



▼ **مثال ۵۹:** یک پسر جوان به جرم  $m_1$  و یک مرد مسن به جرم  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ) برای رسیدن به طبقه چهارم یک برج مسکونی دو مسیر زیر را انتخاب می‌کنند. پسر جوان از طریق پلکان ساختمان و مرد مسن از طریق آسانسور. کدام گزینه در مورد این دو شخص در طبقه چهارم صحیح است؟ (مکمل مسأله ۱۱ کتاب درسی)

(۱) کار نیروی وزن برای هر دو شخص یکسان است.

(۲) انرژی پتانسیل گرانشی پسر جوان از مرد مسن کمتر است.

(۳) انرژی پتانسیل گرانشی مرد مسن از پسر جوان کمتر است.

(۴) انرژی پتانسیل گرانشی مرد مسن و پسر جوان یکسان است.

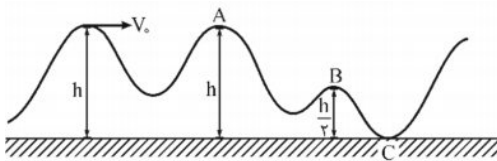
☑ **پاسخ:** با توجه به این که هر دو شخص به سمت بالا می‌روند بنابراین داریم:

$$\Delta U = +mgh \xrightarrow{h_1=h_2, m_2>m_1} \Delta U_2 > \Delta U_1$$

$$W_{mg} = -mgh \xrightarrow{m_2>m_1} (W_{mg})_2 > (W_{mg})_1$$

گزینه ۳ صحیح است.

▼ **مثال ۶۰:** یک قطار بازی به جرم  $m$  مطابق شکل در یک مسیر بدون اصطکاک حرکت می‌کند تا با تندی  $V$  به بالای نخستین تپه می‌رسد. نسبت انرژی پتانسیل گرانشی سامانه قطار - زمین در نقطه  $B$  به انرژی پتانسیل گرانشی آن در نقطه  $A$  کدام است؟ (مشابه و مکمل مسأله ۱۷ کتاب درسی)



$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

☑ **پاسخ:**

$$\begin{cases} U_A = mgh \\ U_B = mg \frac{h}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_B}{U_A} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ صحیح است.

▼ **مثال ۶۱:** جسمی به وزن ۵۰۰ نیوتون را روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه‌ی  $30^\circ$  می‌سازد بالا می‌کشیم. اگر جابه‌جایی جسم روی سطح ۸ متر باشد، افزایش انرژی پتانسیل آن چند ژول خواهد بود؟ (آزاد پاشکی ۶۷)

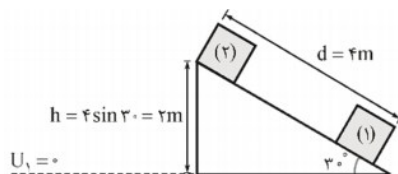
$$1000\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$1000 \quad (۳)$$

$$2000 \quad (۲)$$

$$9800 \quad (۱)$$

☑ **پاسخ:**

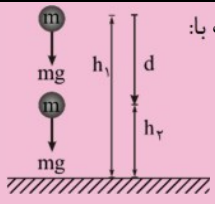


$$\Delta U = U_2 - U_1 = U_2 - 0 = U = mgh$$

$$\Rightarrow \Delta U = 500 \times 2 = 1000 \text{ J} \Rightarrow \Delta U = 1000 \text{ J}$$

گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

## کار و انرژی پتانسیل گرانشی:



کار نیروی وزن بر روی جسم در حال سقوط به طرف زمین از ارتفاع  $h_1$  به ارتفاع  $h_2$  (نسبت به زمین) برابر است با:

$$\begin{cases} d = h_1 - h_2 \\ W_{mg} = mgd = mg(h_1 - h_2) \end{cases}$$

از طرفی انرژی پتانسیل گرانشی سامانه متشکل از زمین و جسمی به جرم  $m$  که در ارتفاع  $h$  از سطح زمین است بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$U = mgh$$

بنابراین کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است:

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U$$

تذکر: هنگامی که جسم رو به بالا حرکت می‌کند نیز رابطه  $W_{\text{وزن}} = -\Delta U$  برقرار است.

- نکته ۱: هنگامی که جسم رو به زمین حرکت می‌کند ( $h$  کاهش می‌یابد) نیروی وزن جسم کار مثبت انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل گرانشی کاهش می‌یابد. ( $\Delta U < 0$ )
- نکته ۲: هنگامی که جسم رو به بالا حرکت می‌کند و از زمین دور می‌شود ( $h$  افزایش می‌یابد)، در این صورت کار انجام شده توسط نیروی وزن جسم منفی است و انرژی پتانسیل گرانشی آن افزایش می‌یابد. ( $\Delta U > 0$ )
- نکته ۳: هنگامی که جسمی به جرم  $m$  توسط یک نیروی خارجی به آرامی و با تندی ثابت به اندازه  $\Delta h$  در راستای قائم جابه‌جا می‌شود (مانند جرتقیل) کار انجام شده توسط نیروی خارجی ( $W_F$ ) برابر تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم است.

$$\begin{cases} W_{mg} = -mg\Delta h \\ \Delta U = -W_{mg} = -(-mg\Delta h) = mg\Delta h \end{cases} \Rightarrow W_F = mg\Delta h$$

کار نیروی وزن در بالا رفتن

مثال ۶۲: اگر جسمی به وزن  $mg$  در امتداد قائم به اندازه  $h$  به طرف پایین جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل چقدر و چگونه تغییر می‌کند؟

(مشهد- آژان- ۸۹)

پاسخ: تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر است با منفی کار نیروی وزن:

$$\Delta U = -W_{mg}$$

از طرفی جسم به اندازه  $d = h$  به سمت پایین جابه‌جا شده است بنابراین کار نیروی وزن در همین پایین آمدن برابر است با  $mgd$ ، بنابراین داریم:

$$\Delta U = -W_{mg} = -mgd$$

در نتیجه انرژی پتانسیل جسم به اندازه  $mgd$  کاهش خواهد یافت.





▼ **مثال ۶۲:** موتورسواری به جرم کل  $120 \text{ kg}$  از بالای تپه‌ای، پرشی مطابق شکل روبه‌رو انجام می‌دهد. تغییرات پتانسیل گرانشی موتورسوار و کار نیروی

وزن موتورسوار در این جابه‌جایی به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$  (مشابه و مکمل تمرین ۶-۱۱)



(۱)  $6600 \text{ J}$  و  $-6600 \text{ J}$

(۲)  $-6600 \text{ J}$  و  $6600 \text{ J}$

(۳)  $-66000 \text{ J}$  و  $+66000 \text{ J}$

(۴)  $66000 \text{ J}$  و  $+66000 \text{ J}$

□ **پاسخ:** اگر جسم به اندازه‌ی  $h$  به سمت پایین بایجا شود انرژی پتانسیل گرانشی آن به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\Delta U = -mgh = -120 \times 10 \times (80 - 25) = -66000 \text{ J}$$

$$W_{\text{mg}} = -\Delta U \Rightarrow W_{\text{mg}} = +66000 \text{ J}$$

گزینه ۳ صحیح است.

▼ **مثال ۶۴:** در راستای قائم جسمی به جرم  $m$  را از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B می‌بریم و کار نیروی وزن در این جابه‌جایی  $40 \text{ J}$  - است. اگر انرژی پتانسیل گرانشی

(مکمل مثال ۹-۶ کتاب درسی)

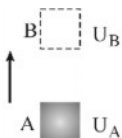
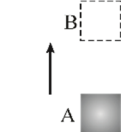
جسم در نقطه‌ی B برابر  $60 \text{ J}$  باشد، انرژی پتانسیل آن در نقطه‌ی A چند ژول است؟

(۱)  $100$

(۲)  $-100$

(۳)  $20$

(۴)  $-20$



$$\Delta U = -W_{\text{mg}} \Rightarrow U_B - U_A = -(-40)$$

$$\Rightarrow 60 - U_A = 40 \Rightarrow U_A = 20$$

(مبدأ انرژی پتانسیل)  $U = 0$

گزینه ۳ صحیح است.

▼ **مثال ۶۵:** شخصی وزنه‌ای به جرم  $1$  کیلوگرم را از سطح زمین تا ارتفاع  $2$  متر بالا می‌برد و سپس آن را با تندی  $5$  متر بر ثانیه پرتاب می‌کند، کار انجام

(مشابه مسأله ۸ کتاب درسی)

شده توسط این شخص بر روی سنگ تقریباً چقدر است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

□ **پاسخ:** زمین را مبدأ انرژی پتانسیل در نظر می‌گیریم ( $U_1 = 0$ ) و از مقاومت هوا صرف‌نظر می‌کنیم و فرض می‌کنیم جسم ابتدا در حال سکون

( $k_1 = 0$ ) بوده است.

$$W_{\text{شخص}} = \Delta U + \Delta K \Rightarrow W_{\text{شخص}} = U_2 - U_1 + k_2 - k_1$$

$$= mgh - 0 + \frac{1}{2} mV^2 - 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} = 1 \times 10 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 5^2 \Rightarrow W_{\text{شخص}} = 32.5 \text{ J}$$



▼ **مثال ۶۶:** اتومبیلی به جرم ۱۰۰۰ کیلوگرم توسط جرثقیل از روی یک بارکش به آرامی با تندی ثابت از ارتفاع ۲ متری به سطح زمین انتقال می‌یابد. تغییر

(سراسری ریاضی ۶۶)

انرژی پتانسیل اتومبیل در این عمل برابر است با:  $(g = ۹/۸ \frac{m}{s^2})$

- (۱) صفر
- (۲) ۲ کیلوژول
- (۳) ۱۹/۶ کیلوژول
- (۴) ۲۰۰۰ کیلوژول

☑ پاسخ:

$$\Delta U = -mgh = -۱۰۰۰ \times ۹/۸ \times ۲ \Rightarrow \Delta U = -۱۹۶۰ \text{ J} \Rightarrow \Delta U = -۱۹/۶ \text{ kJ} \Rightarrow \Delta U = ۱۹/۶ \text{ kJ}$$

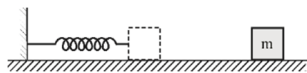
گزینه ۳ صحیح است.

**کار و انرژی پتانسیل کشسانی سامانه‌ی جسم- فنر**

در صورتی که یک فنر از وضعیت تعادل اش ( $x = 0$ ) به اندازه‌ی  $x$  فشرده یا کشیده شود نیرویی در خلاف جهت جابه‌جایی به عامل واردکننده‌ی نیرو وارد می‌شود، بنابراین کار نیروی فنر در این جابه‌جایی منفی و تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی سامانه‌ی جسم- فنر مثبت است.

$\Delta U = -W_{\text{فنر}}$

▼ **مثال ۶۷:** با توجه به شکل مقابل، جسمی به جرم ۲kg با سرعت  $v$  روی یک سطح افقی به یک فنر



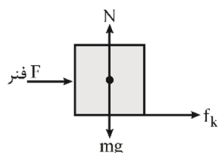
برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند. در لحظه‌ی توقف جسم، انرژی پتانسیل کشسانی فنر ۲۰J است.

اگر کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی ۲۹J- باشد، سرعت جسم در لحظه‌ی برخورد با فنر  $v$  را

محاسبه کنید.

☑ پاسخ: شکل نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و کار کل را به دست می‌آوریم. سپس تغییرات انرژی جنبشی جسم  $\Delta k$  را محاسبه می‌کنیم و در

نهایت با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی  $W_t = \Delta k$ ، سرعت جسم در لحظه‌ی برخورد با فنر را تعیین می‌کنیم. کار نیروهای وزن  $mg$  و عمودی سطح  $N$  به دلیل آنکه بر پایه‌ی افقی عمود هستند ( $\theta = ۹۰$ ) صفر است:



کار نیروی وزن:  $W_{mg} = mgd \cos ۹۰ \Rightarrow W_{mg} = ۰$

کار نیروی عمودی سطح:  $W_{F_N} = Nd \cos ۹۰ \Rightarrow W_{F_N} = ۰$

کار نیروی اصطکاک:  $W_{f_k} = -۲۹ \text{ J}$

از طرفی چون تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی فنر  $\Delta U$  برابر با منفی کاری است که فنر روی جسم انجام می‌دهد بنابراین:

$$\Delta U = -W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} \Rightarrow W_{\text{فنر}} = (U_f - U_i) \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -(۲۰ - ۰) \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -۲۰ \text{ J}$$

بنابراین کار کل برابر است با:

$$W_t = W_{mg} + W_N + W_{f_k} + W_{\text{فنر}} \Rightarrow W_{\text{برآیند}} = ۰ + ۰ - ۲۰ - ۲۹ \Rightarrow W_{\text{برآیند}} = -۴۹ \text{ J}$$

حال تغییرات انرژی جنبشی را تعیین می‌کنیم:



$$\Delta K = K_f - K_i \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \times 2(v^2 - v^2) \Rightarrow \Delta K = -v^2$$

بنابراین طبق قضیه‌ی کار و انرژی داریم:

$$W_f = \Delta K \Rightarrow -49 = -v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{m}{s}}$$

### انرژی مکانیکی (E):

مجموع مقادیر انرژی‌های جنبشی و پتانسیل یک جسم را انرژی مکانیکی آن جسم (E) می‌نامند.

$$E = k + U$$

$$\begin{cases} k = \frac{1}{2}mV^2 \\ U = U_{\text{گرانشی}} + U_{\text{فنر}} \end{cases}$$

### اصل پایستگی انرژی مکانیکی:

اگر فرض کنیم نیروهای اتلاف‌کننده‌ی انرژی (مانند مقاومت هوا و اصطکاک) در طول مسیر حرکت جسم ناچیز باشند، آن گاه انرژی مکانیکی جسم در تمام نقاط مسیر مقدار یکسانی خواهد داشت و پایسته می‌ماند، این نتیجه اصل پایستگی انرژی مکانیکی نام دارد.

$$E_1 = E_2$$



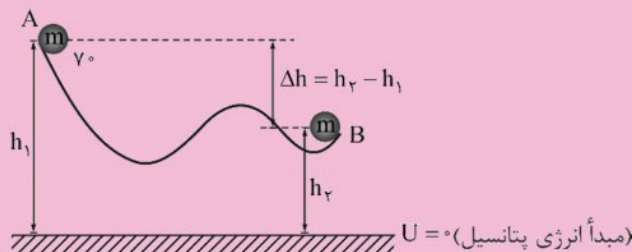
نکته ۱: بیان ریاضی دیگری از اصل پایستگی انرژی مکانیکی به صورت زیر است:

$$k_1 + U_1 = k_2 + U_2 \Rightarrow k_2 - k_1 + U_2 - U_1 = 0 \\ \Rightarrow \Delta k + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta k = -\Delta U \quad |\Delta k| = |\Delta U|$$

بنابراین اگر انرژی مکانیکی پایسته باشد همواره افزایش (کاهش) انرژی جنبشی جسم با کاهش (افزایش) انرژی پتانسیل آن همواره خواهد بود.

نکته ۲: اگر یک جسم در یک سطح بدون اصطکاک مطابق شکل به اندازه‌ی  $\Delta h$  سقوط کند، اندازه‌ی تندی آن از  $V_1$  به  $\sqrt{V_1^2 + 2g\Delta h}$  خواهد رسید.

اثبات:



$$E_A = E_B \Rightarrow k_A + U_A = k_B + U_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mV_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_2 = \sqrt{V_1^2 + 2g\Delta h} \\ \Delta h = h_2 - h_1 \end{cases}$$

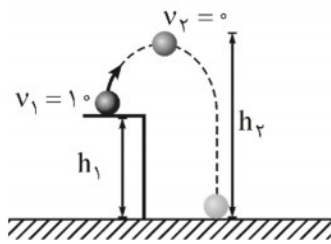


تذکر: اگر جسم به اندازه  $\Delta h$  بالا رود، تندی آن کاهش یافته و  $\sqrt{v_1^2 - 2g\Delta h}$  می‌رسد.

مثال ۶۸: جسمی به جرم  $0.5 \text{ kg}$  را از ارتفاع  $2 \text{ m}$  با سرعت  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به بالا پرتاب می‌کنیم. این جسم حداکثر تا چه ارتفاعی از سطح زمین بالا می‌رود؟

(مشهد - غیرانتفاعی دانش گستر - ۸۹)

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ و از مقاومت هوا صرف نظر کنید}$$



پاسخ: چون حداکثر ارتفاع بالا رفتن فاصله شده بنابراین جسم تا جایی بالا می‌رود که متوقف شود ( $k_2 = 0$ ). از مقاومت هوا صرف نظر شده است بنابراین انرژی مکانیکی جسم بین نقاط (۱) و (۲) پایسته است ( $E_1 = E_2$ ). مبدأ انرژی پتانسیل را  $U = 0$  در نظر می‌گیریم.

بنابراین خواهیم داشت:

$$(1) \text{ انرژی مکانیکی جسم در نقطه ۱: } E_1 = K_1 + U_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 \Rightarrow E_1 = \left(\frac{1}{2} \times 0.5 \times 10^2\right) + (0.5 \times 10 \times 2)$$

$$\Rightarrow E_1 = 35 \text{ J}$$

$$(2) \text{ انرژی مکانیکی جسم در نقطه ۲: } E_2 = K_2 + U_2 \Rightarrow E_2 = 0 + mgh_2 \Rightarrow E_2 = 0.5 \times 10 \times h_2$$

$$\Rightarrow E_2 = 5h_2$$

طبق رابطه پایستگی انرژی خواهیم داشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 35 = 5h_2 \Rightarrow h_2 = 7 \text{ m}$$

مثال ۶۹: جسمی به جرم یک کیلوگرم در شرایط خلاء، بدون تندی اولیه از ارتفاع  $h$  رها می‌شود. اگر انرژی جنبشی آن در نیمه‌ی مسیر  $20$  ژول باشد.

(سراسری تبریز ۷۶)

$$\text{ارتفاع } h \text{ چند متر است؟ } (g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

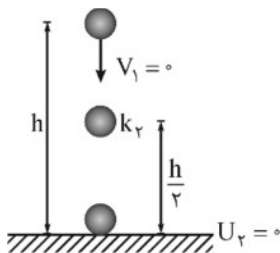
۴ (۴)

۶ (۳)

۲ / ۷۵ (۲)

۱ / ۵ (۱)

پاسخ: جسم بدون تندی اولیه رها شده است ( $v_1 = 0 \Rightarrow k_1 = 0$ ) و از مقاومت هوا صرف نظر شده است بنابراین انرژی مکانیکی جسم در طول مسیر پایسته است.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = k_2 + U_2 \Rightarrow 0 + mgh = 20 + mg \frac{h}{2}$$

$$\Rightarrow mg \frac{h}{2} = 20 \Rightarrow 1 \times 10 \times \frac{h}{2} = 20 \Rightarrow h = 4 \text{ m}$$

گزینه ۴ صحیح است.

مثال ۷۰: جسمی به جرم  $m$  را با تندی  $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. با نادیده گرفتن اتلاف انرژی، تندی جسم در نیمه‌ی راه روبه

(سراسری ریاضی ۸۸)

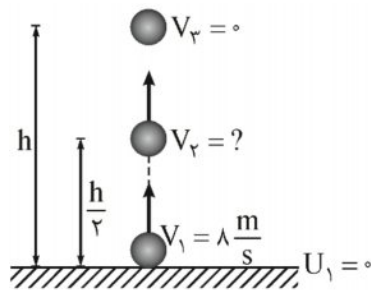
$$\text{بالا چند متر بر ثانیه است؟ } (g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

$5\sqrt{2}$  (۴)

$4\sqrt{2}$  (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)



پاسخ: از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، بنابراین انرژی مکانیکی جسم در طول مسیر پایسته است.

$$E_1 = E_r \Rightarrow k_1 + U_1 = k_r + U_r$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_1^2 + 0 = 0 + mgh \Rightarrow h = \frac{V_1^2}{2g} = \frac{\lambda^2}{2 \times 10}$$

$$\Rightarrow h = 3/2 \text{ m}$$

$$E_1 = E_r \Rightarrow \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} m V_r^2 + mg \frac{h}{r}$$

$$\Rightarrow V_r = \sqrt{V_1^2 - gh} = \sqrt{\lambda^2 - 10 \times 3/2} = \sqrt{32}$$

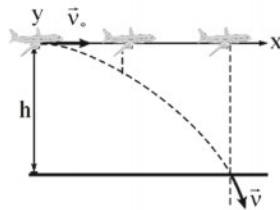
$$\Rightarrow V_r = 4\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۳ صحیح است.

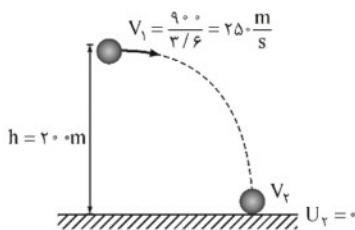
مثال ۷۱: در شکل زیر، هواپیمای بمب‌افکنی که در ارتفاع ۲۰۰ متری با تندی ۹۰۰ km/h به طور افقی پرواز می‌کند، بمبی را رها می‌کند. اگر از

(مطابق با تمرین ۱۵ کتاب درسی)

مقاومت هوا صرف‌نظر شود، تندی بمب در لحظه برخورد به زمین تقریباً چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



پاسخ: با توجه به این که از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است پس انرژی مکانیکی بمب در طول مسیر پایسته است.



$$E_1 = E_r \Rightarrow k_1 + U_1 = k_r + U_r$$

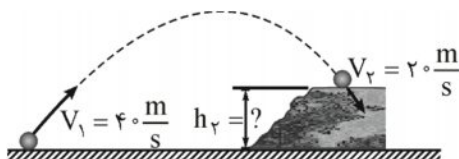
$$\frac{1}{2} m V_1^2 + mgh = \frac{1}{2} m V_r^2 + 0$$

$$\Rightarrow V_r = \sqrt{V_1^2 + 2gh} = \sqrt{250^2 + 2 \times 10 \times 200} \Rightarrow V_r \approx 258 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مثال ۷۲: تویی مطابق شکل از سطح زمین با تندی  $V_1 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود. اگر توپ با تندی  $V_r = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به بالای صخره

(مطابق نمودار با بی‌ام‌بید ۱۴-۱۳)

برخورد کند، ارتفاع  $h_r$  را به دست آورید. مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید. ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

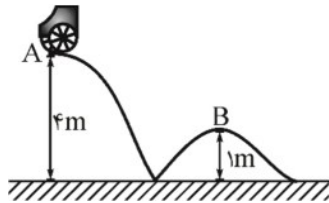


پاسخ: از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \begin{cases} E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = k_2 + U_2 \\ U_1 = 0 \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} m V_2^2 + mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2} V_1^2 = \frac{1}{2} V_2^2 + gh_2 \\ \frac{1}{2} \times (40)^2 = \frac{1}{2} \times (20)^2 + 10 \cdot h_2 \Rightarrow h_2 = 60 \text{ m} \end{aligned}$$

مثال ۷۳: مطابق شکل، ارابه‌ای به جرم  $m$  از نقطه‌ی  $A$  با تندی  $2$  متر بر ثانیه می‌گذرد، تندی آن هنگام عبور از نقطه‌ی  $B$  چند متر بر ثانیه است؟

(سراسری ریاضی ۸۶)



(از اصطکاک صرف‌نظر شود  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

۴ (۱)

۸ (۲)

$\sqrt{46}$  (۳)

۴) بستگی به جرم  $m$  دارد.

پاسخ: چون از اصطکاک صرف‌نظر شده است، انرژی مکانیکی ارابه در طول مسیر پایسته است. مبدأ انرژی پتانسیل را زمین در نظر می‌گیریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow k_A + U_A = k_B + U_B$$

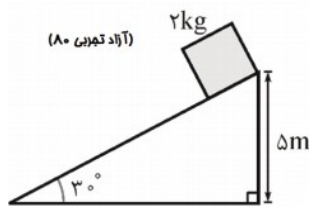
$$\frac{1}{2} m V_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2} m V_B^2 + mgh_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (2)^2 + 10 \times 4 = \frac{1}{2} \times V_B^2 + 10 \times 1$$

$$V_B^2 = 64 \Rightarrow V_B = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۲ صحیح است.

مثال ۷۴: در شکل زیر، وزنه‌ی  $2 \text{ kg}$  از حال سکون به حرکت درمی‌آید. اگر اصطکاک ناچیز باشد، انرژی جنبشی وزنه در لحظه‌ی رسیدن به سطح افقی



به چند ژول می‌رسد؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

۱۰۰ (۱)

۵۰ (۲)

۲۰ (۳)

۲۰۰ (۴)

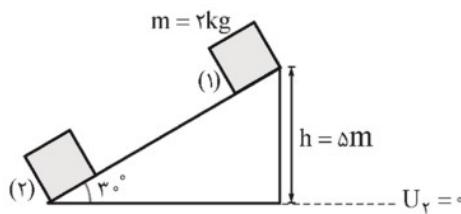
پاسخ: چون سطح بدون اصطکاک است انرژی مکانیکی وزنه در طول مسیر پایسته است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = k_2 + U_2$$

$$0 + mgh = k_2 + 0$$

$$\Rightarrow k_2 = mgh = 2 \times 10 \times 5$$

$$\Rightarrow k_2 = 100 \text{ J}$$



گزینه ۱ صحیح می‌باشد.



▼ **مثال ۷۵:** دو جسم A و B بر روی دو سطح شیب‌دار بدون اصطکاک که به ترتیب با سطح افق زوایای  $30^\circ$  و  $60^\circ$  درجه می‌سازند، از یک ارتفاع،

بدون تندی اولیه رها می‌شوند و با تندی‌های  $V_A$  و  $V_B$  به پایین سطح می‌رسند. در این صورت نسبت  $\frac{V_A}{V_B}$  برابر است با: (سراسری ریاضی ۶۶)

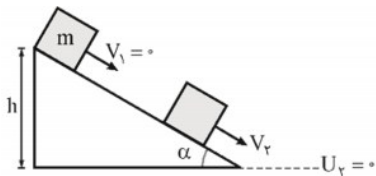
$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1) \qquad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \qquad 1 \quad (3) \qquad \sqrt{3} \quad (4)$$

☑ **پاسخ:** چون از اصطکاک صرف‌نظر شده است انرژی مکانیکی جسم در طول مسیر پایسته است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = k_2 + U_2$$

$$\Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2} mV_2^2 + 0$$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh}$$



بنابراین تندی کتله در موقع رسیدن به پایین سطح فقط تابعی از ارتفاع سطح شیب‌دار است بنابراین برای هر دو جسم A و B که از یک ارتفاع مشفق رها می‌شوند، تندی آن‌ها در لحظه رسیدن به پایین سطح شیب‌دار یکی است. گزینه ۳ صحیح است.

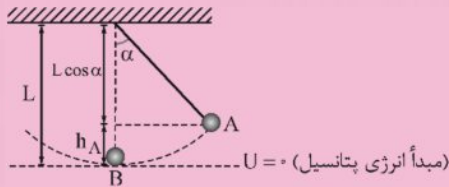


نکته: در شکل مقابل گلوله‌ای به جرم  $m$ ، به ریسمانی به طول  $L$  متصل است اگر گلوله با تندی  $V_1$  از نقطه‌ی A شروع به حرکت

کند، تندی در پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر گلوله از رابطه  $V = \sqrt{V_1^2 + 2gL(1 - \cos \alpha)}$  به دست می‌آید: (از مقاومت هوا صرف‌نظر شده

است.)

اثبات:

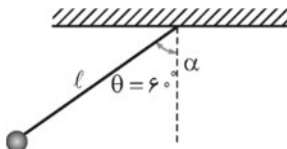


$$\begin{cases} V_B = \sqrt{V_1^2 + 2g\Delta h} \\ \Delta h = h_A = L - L \cos \alpha = L(1 - \cos \alpha) \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_B = \sqrt{V_1^2 + 2gL(1 - \cos \alpha)}$$

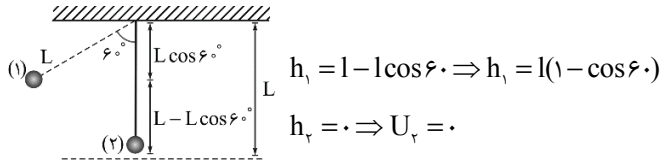
▼ **مثال ۷۶:** آونگی به جرم  $2g$  و طول  $4cm$  را مطابق شکل مقابل به اندازه‌ی  $60^\circ$  درجه از وضعیت قائم منحرف و از حال سکون رها می‌کنیم. سرعت

آونگ هنگامی که از وضعیت قائم می‌گذرد چقدر است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  است و  $\cos 60^\circ = 0.5$ ) (تهران- فرهنگستان- ۸۹)





پاسخ: از مقاومت هوا صرف نظر شده است بنابراین انرژی مکانیکی مطابق شکل بین نقاط ۱ و ۲ پایسته است ( $E_1 = E_2$ ). مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی ( $U = 0$ ) را، نقطه ۲ در نظر می‌گیریم بنابراین برای مناسبه سرعت آونگ در وضعیت قائم به صورت زیر عمل می‌کنیم:



انرژی مکانیکی آونگ در نقطه‌ی (۱):

$$E_1 = k_1 + U_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m \times 0 + m \times g \times l(1 - \cos 60^\circ)$$

$$\Rightarrow E_1 = 0 + m g l(1/2) \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m g l$$

انرژی مکانیکی آونگ در نقطه‌ی (۲):

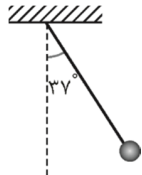
$$E_2 = k_2 + U_2 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + 0 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

با توجه به رابطه‌ی پایستگی انرژی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m g l = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = g l \Rightarrow v_2^2 = 10 \times 0.4 \Rightarrow v_2 = \sqrt{0.4} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{10}} \Rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{10}}{5} \frac{m}{s}$$

مثال ۷۷: مطابق شکل زیر، آونگی به طول ۱/۲۵ متر، با تندی  $v$  از وضعیت نشان داده شده (نقطه‌ی A) عبور می‌کند. کم‌ترین مقدار  $v$  چند متر

بر نایبه باشد، تا ریسمان بتواند به وضعیت افقی برسد؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود).  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و  $\sin 37^\circ = 0.6$  (سراسری تهرانی ۹۴)

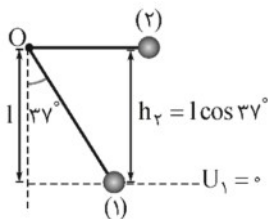


۲(۱)

$2\sqrt{5}$  (۲)

$\sqrt{5}$  (۳)

۴(۴)



پاسخ: چون از مقاومت هوا صرف نظر شده است، انرژی مکانیکی آونگ پایسته می‌ماند.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = k_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

$$\Rightarrow v^2 = v_2^2 + 2 g h_2$$

چون کم‌ترین مقدار  $v$  فواسته شده است باید فرض کنیم تندی در نقطه‌ی ۲ صفر شود و ریسمان دیگر بالاتر نرود.

$$\Rightarrow v = \sqrt{2 g h_2} = \sqrt{2 g l \cos 37} = \sqrt{2 \times 10 \times 1/25 \times 0.6} = \sqrt{2.4} = \sqrt{4 \times 0.6} \Rightarrow v = 2\sqrt{0.6} \frac{m}{s}$$

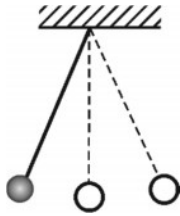
گزینه ۲ صحیح است.





▼ **مثال ۷۸:** آونگی به طول  $۱/۶$  متر در حال نوسان است. وقتی گلوله‌ی آونگ از پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر می‌گذرد، تندیش  $۴\text{ m/s}$  است. زاویه‌ی

راستای نخ با خط قائم وقتی گلوله به بالاترین نقطه‌ی مسیر می‌رسد، چند درجه است؟ ( $g = ۱۰\text{ m/s}^2$  و مقاومت هوا ناچیز است.) (سازگار کشور ریاض ۸۷)



۴۵ (۱)

۳۰ (۲)

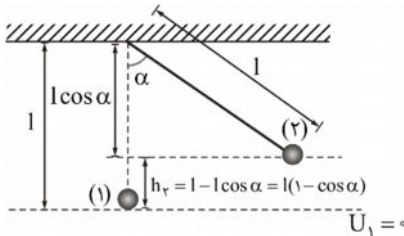
۶۰ (۳)

۹۰ (۴)

✓ **پاسخ:** چون مقاومت هوا ناچیز است، انرژی مکانیکی آونگ پایسته است.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = k_2 + U_2$$

بالاترین نقطه‌ی مسیر، مکانی است که تندی در آن صفر است.



$$\frac{1}{2} m V_1^2 + 0 = 0 + mgh_2$$

$$V_1^2 = 2gh_2 = 2gl(1 - \cos \alpha)$$

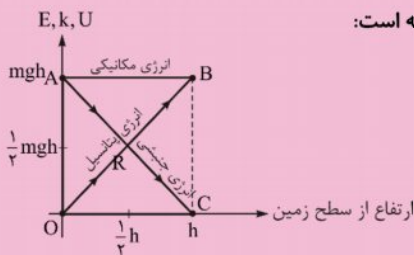
$$4^2 = 2 \times 10 \times \frac{1}{6} (1 - \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = 1 - \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

گزینه ۳ صحیح است.

نکته: نمودار تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل برای جسمی که از روی سطح زمین تا ارتفاع  $h$  جابه‌جا می‌شود در شکل مقابل رسم شده است. از روی نمودار پیداست که در حین بالا رفتن انرژی پتانسیل جسم افزایش و انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد ولی مجموع این دو انرژی در طول حرکت پایسته (ثابت) می‌ماند. بنابراین انرژی مکانیکی در طول حرکت پایسته است:

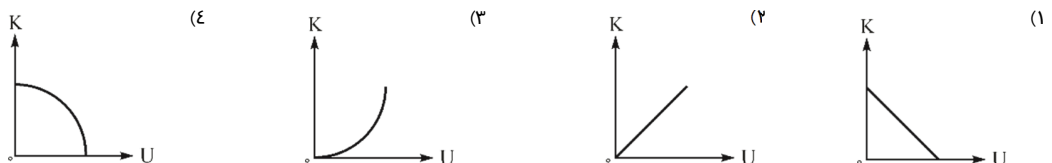
$$E_1 = E_2$$



لحظه پرتاب از روی سطح زمین:  $O, A$

لحظه توقف در ارتفاع  $h$  از سطح زمین:  $B, C$

▼ **مثال ۷۹:** گلوله‌ای را با تندی اولیه‌ی  $V_0$  از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، نمودار انرژی جنبشی گلوله ( $K$ ) بر حسب انرژی پتانسیل گرانشی آن ( $U$ ) از لحظه‌ی پرتاب تا لحظه‌ای که گلوله به حداکثر ارتفاع خود از سطح زمین می‌رسد، مطابق کدام گزینه است؟ (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.) (آزمون کانون - چهارم ترم - ۲۲ اسفند ۹۳)





✓ پاسخ: چون مقاومت هوا ناپیاز است بنابراین انرژی مکانیکی پایسته است:

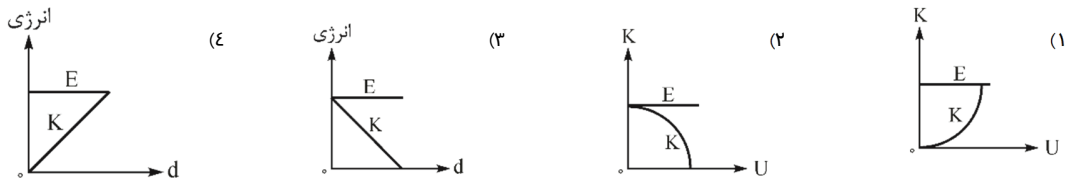
$$E = K + U = \text{ثابت} \quad K = -U + \text{ثابت}$$

بنابراین نمودار  $K - U$  یک خط راست با شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است. گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

▼ مثال ۸۰: در شرایط خلاء، جسمی بدون تندی اولیه از ارتفاع معینی از سطح رها می‌شود. نمودار تغییرات انرژی جنبشی ( $K$ ) و انرژی مکانیکی جسم

(آزمون تالون- چهارم ترم ۹۰)

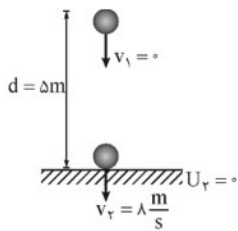
( $E$ )، بر حسب اندازه‌ی جابه‌جایی آن ( $d$ )، کدام است؟



✓ پاسخ: چون مقاومت هوا وجود ندارد پس انرژی مکانیکی ( $E$ ) پایسته است

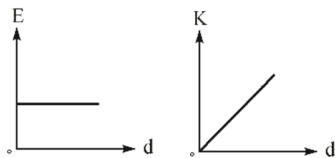
(بدون تغییر می‌ماند):

$$E = \text{ثابت}$$



$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = k_2 + U_2$$

$$\Rightarrow 0 + mgd = k_2 + 0 \Rightarrow k_2 = mgd$$



بنابراین نمودار انرژی جنبشی ( $k_2$ ) و اندازه‌ی جابه‌جایی ( $d$ )، یک خط راست با شیب ثابت و

مثبت است.

گزینه ۳ صحیح است.

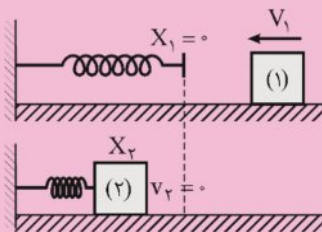
### پایستگی انرژی مکانیکی در حضور فنر:

در شکل زیر جسمی را در نظر بگیرید که با تندی  $V_1$  روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به یک فنر برخورد کرده و فنر تا جایی فشرده می‌شود که جسم برای یک لحظه ساکن شود (حداکثر فشردگی) در این صورت بیش‌ترین انرژی پتانسیل کشسانی فنر برابر است با:

$$U_{\max} = k_1$$

اثبات:

با فرض زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی چون جسم روی سطح زمین جابجا می‌شود انرژی پتانسیل گرانشی آن صفر است.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = k_2 + U_2$$

$$\Rightarrow k_1 + 0 = 0 + U_{\max}$$

$$\Rightarrow U_{\max} = k_1 = \frac{1}{2} m V_1^2$$



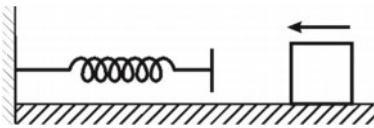
تذکر: کار نیروی فنر در این حالت برابر است با:

$$\begin{cases} W_{\text{فنر}} = -(\Delta U) = -(U_2 - U_1) = -(U_{\text{max}} - 0) = -k_1 \\ U_{\text{max}} = k_1 \end{cases} \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -k_1 = -\frac{1}{2}mV_1^2$$

مثال ۸۱: مطابق شکل، جسمی به جرم  $4\text{ kg}$  با سرعت  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به فنری که در وضع عادی است برخورد می‌کند، هیچ گونه اصطکاکی نداریم. در لحظه‌ای

که سرعت جسم  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر چند ژول است؟

(منبع: نهان)



پاسخ: نقطه (۱) را لحظه برخورد جسم با فنر و نقطه (۲) را لحظه‌ای که جسم فنر را فشرده کرده دارای سرعت  $V_2 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است در نظر می‌گیریم با توجه به نبود اصطکاک انرژی مکانیکی پایسته است  $E_1 = E_2$  بنابراین برای مناسبه انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر فواید داشت:

$$(1) \text{ انرژی مکانیکی جسم در نقطه } (1): E_1 = K_1 + U_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2}mV_1^2 + (U_{\text{کشسانی}})_1 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 + 0 \rightarrow E_1 = 200\text{ J}$$

$$(2) \text{ انرژی مکانیکی جسم در نقطه } (2): E_2 = K_2 + U_2 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2}mV_2^2 + (U_{\text{کشسانی}})_2 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4^2 + (U_{\text{کشسانی}})_2$$

$$\Rightarrow E_2 = 32 + (U_{\text{کشسانی}})_2$$

با توجه به رابطه‌ی پایستگی انرژی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 200 = 32 + (U_{\text{کشسانی}})_2 \Rightarrow (U_{\text{کشسانی}})_2 = 168\text{ J}$$

بنابراین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر در لحظه‌ای که سرعت آن  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است برابر  $168\text{ J}$  است.

### سامانه منزوی:

به سامانه‌ای که نه از بیرون انرژی می‌گیرد و نه به بیرون انرژی می‌دهد سامانه منزوی گفته می‌شود.

### قانون پایستگی انرژی:

در یک سامانه منزوی، مجموع کل انرژی پایسته است، نمی‌توان آن را خلق یا نابود کرد بلکه فقط از یک شکل به شکل دیگر تبدیل می‌شود. تذکر: قانون پایستگی انرژی بر اساس آزمایش‌های بی‌شماری بنا شده است و تاکنون هیچ مورد استثنایی برای آن یافته نشده است.

نکته ۱: قانون پایستگی انرژی بیانی از ثبات در طبیعت است. انرژی کل، کمیته است که پایسته می‌ماند در حالی که کمیت‌های دیگر

می‌توانند تغییر کنند.

نکته ۲: هرچه تعداد ذرات سازنده یک جسم بیش‌تر و انرژی هر ذره آن زیادتر باشد، انرژی درونی آن نیز بیش‌تر است.



## کار و انرژی درونی - بررسی تغییرات انرژی مکانیکی در اثر نیروهای تلف کننده انرژی

اگر در طی مسیر حرکت جسم، نیروهای اتلافی (اصطکاک و مقاومت هوا) به جسم وارد شوند، این نیروها روی جسم کار منفی انجام می دهند و بخشی از انرژی مکانیکی جسم را به انرژی درونی جسم، سطح مسیر و یا هوا تبدیل می کنند. اگر کار نیروهای اتلافی را با  $W_f$  نشان دهیم، داریم:



$$W_f = E_2 - E_1$$

نکته ۱: در حضور نیروهای اتلافی رابطه بین  $\Delta U$  و  $\Delta k$  برابر است با:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow (U_2 + k_2) - (U_1 + k_1) = W_f$$

$$\Rightarrow U_2 - U_1 + k_2 - k_1 = W_f \Rightarrow \Delta U + \Delta k = W_f$$

نکته ۲: با گذشت زمان، انرژی مکانیکی جسم دائماً کاهش می یابد و پایسته نمی ماند زیرا نیروهای اتلافی به جسم وارد می شوند.

(مرتبط با صفحه ۴۹ تا ۵۰)

▼ مثال ۸۲: انرژی درونی ..... یک جسم، ..... آن است.

- (۱) جنبشی - متناسب با سرعت
- (۲) درونی - مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل ذره های تشکیل دهنده
- (۳) پتانسیل گرانشی - متناسب با سرعت
- (۴) مکانیکی - مجموع انرژی پتانسیل گرانشی و کشسانی

✓ پاسخ: طبق تعریف، انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل ذره های تشکیل دهنده آن است.

گزینه ۱: «۱»: انرژی جنبشی متناسب با موزور تندی است  $k = \frac{1}{2} mV^2$ .

گزینه ۲: «۲»: انرژی پتانسیل گرانشی متناسب با پر م و ارتفاع آن از سطح زمین است  $U = mgh$ .

گزینه ۳: «۳»: انرژی مکانیکی، مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جسم است  $E = k + U$ .

گزینه ۴ صحیح است.

(سراسری تجربی ۶۶)

▼ مثال ۸۳: جسمی که در هوا سقوط می کند:

- (۱) تمام انرژی مکانیکی آن به گرما تبدیل می شود.
- (۲) انرژی مکانیکی آن مرتباً کاهش می یابد.
- (۳) تمام انرژی مکانیکی آن همواره ثابت می ماند.
- (۴) کاهش انرژی پتانسیل آن برابر گرمایی است که تولید می شود.



✓ پاسخ: به علت وجود مقاومت هوا، انرژی مکانیکی جسم رفته رفته کاهش می‌یابد.

گزینه ۲ صحیح است.

▼ مثال ۸۴: کاهش انرژی پتانسیل گرانشی جسمی بر اثر سقوط از ارتفاع  $h$  برابر  $60\text{ J}$  و افزایش انرژی جنبشی آن  $40\text{ J}$  می‌باشد. کار نیروی مقاومت هوا در این جابه‌جایی چقدر است؟

(شهری-مکتم-۸۸)

✓ پاسخ: برای به دست آوردن کار نیروی مقاومت هوا در یک جابه‌جایی مشخص، کافی است تغییرات انرژی مکانیکی را بین آن دو نقطه مناسبه کنیم. بنابراین فوایم داشت:

$$\begin{cases} \Delta k = 40\text{ J} \\ \Delta U = -60\text{ J} \end{cases} \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = \Delta k + \Delta U$$

$$W_{\text{مقاومت هوا}} = 40 - 60 \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -20\text{ J}$$

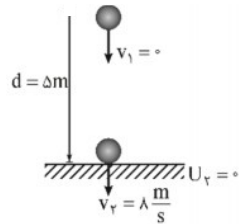
بنابراین کار نیروی مقاومت هوا در این جابه‌جایی  $-20\text{ J}$  است.

▼ مثال ۸۵: جسمی به جرم  $2$  کیلوگرم را از ارتفاع  $5$  متری رها می‌کنیم و جسم با تندی  $8$  متر بر ثانیه به زمین می‌رسد. کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$ )

(سراسری تجربی-۷۷)

$$-64 \quad (1) \quad -36 \quad (2) \quad 36 \quad (3) \quad 64 \quad (4)$$

✓ پاسخ: کار نیروی مقاومت هوا در طول مسیر با  $W_R$  نشان می‌دهیم بنابراین داریم:



$$W_R = E_f - E_i = k_f + U_f - k_i - U_i = \frac{1}{2} m v_f^2 + 0 - 0 - mgh$$

$$\Rightarrow W_R = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 - 2 \times 10 \times 5 \Rightarrow W_R = -36\text{ J}$$

گزینه ۲ صحیح است.

▼ مثال ۸۶: گلوله‌ای را از سطح زمین با تندی  $40 \frac{m}{s}$  در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر گلوله با تندی  $20 \frac{m}{s}$  به نقطه‌ای پرتاب بازگردد و

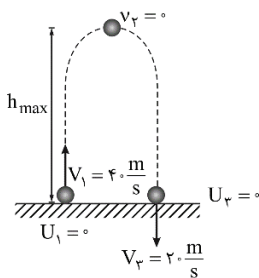
کار نیروی مقاومت هوا در مسیری که گلوله از سطح زمین دور می‌شود، دو برابر کار نیروی مقاومت هوا در مسیری که گلوله با سطح زمین نزدیک می‌شود

(آزمون کانون ۹۱)

باشد، گلوله حداکثر تا چه ارتفاعی از سطح زمین بالا می‌رود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

$$60 \quad (1) \quad 20 \quad (2) \quad 50 \quad (3) \quad 40 \quad (4)$$

✓ پاسخ: اگر کار نیروی مقاومت هوا در طول مسیر را با  $W_R$  نمایش دهیم، فوایم داشت:



$$W_R = E_f - E_i = k_f + U_f - k_i - U_i = \frac{1}{2} m v_f^2 + 0 - \frac{1}{2} m v_i^2 - 0$$

$$\Rightarrow W_R = \frac{1}{2} m \times 20^2 - \frac{1}{2} m \times 40^2 \Rightarrow W_R = -60 \cdot m$$

از طرفی کار نیروی مقاومت هوا برابر مجموع کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت است و از آن جایی که کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت دو برابر مسیر برگشت گلوله است، داریم:

$$W_R = W_{\text{رفت}} + W_{\text{برگشت}} = W_{\text{رفت}} + \frac{W_{\text{رفت}}}{2} = \frac{3}{2} W_{\text{رفت}}$$

$$\Rightarrow W_{\text{رفت}} = \frac{2}{3} W_R = \frac{2}{3} \times -60 \cdot m \Rightarrow W_{\text{رفت}} = -40 \cdot m$$

$$W_{\text{رفت}} = E_f - E_i = k_f + U_f - k_i - U_i$$

$$\Rightarrow -40 \cdot m = 0 + mgh_{\max} - \frac{1}{2}mV_1^2 \Rightarrow -400 + 800 = 10 \cdot h_{\max} \Rightarrow h_{\max} = 40 \text{ متر}$$

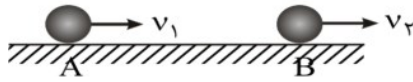
گزینه ۴ صحیح است.

▼ **مثال ۸۷:** توپی به جرم  $0.5 \text{ kg}$  مطابق شکل با تندی  $V_1 = 10 \frac{m}{s}$  از نقطه‌ی A می‌گذرد. نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک بین سطح تماس

توپ با زمین، ۱۰ درصد انرژی جنبشی توپ را تا رسیدن به نقطه‌ی B تلف می‌کنند. تندی توپ را در این نقطه به دست آورید. (مشابه تمرین ۲-۱۵ کتاب درس)



□ **پاسخ:** قسم روی سطح افقی یابیه می‌شود بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی در هر دو نقطه A و B صفر است، از طرفی مکانیکی در اثر فشار نیروهای اصطکاک تلف می‌شود؛



$$\begin{cases} U_A = 0 \\ E_A = k_A + U_A = k_A = \frac{1}{2}mV_A^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 10^2 \Rightarrow E_A = 25 \text{ J} \end{cases}$$

$$W_{fk} = \frac{10}{100} \times k_A = \frac{10}{100} \times 25 = 2.5 \text{ J}$$

$$\begin{cases} W_f = E_B - E_A \\ E_B = k_B + U_B = k_B + 0 = k_B = \frac{1}{2}mV_B^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2.5 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times V_B^2 - 25 \Rightarrow V_B = \sqrt{90} = \sqrt{9 \times 10} = 3\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

راه حل دوم:

۱۰ درصد انرژی جنبشی تلف می‌شود بنابراین ۹۰ درصد آن به نقطه B می‌رسد؛

$$k_B = 0.9k_A \Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = 0.9 \times \frac{1}{2}mV_A^2 \Rightarrow V_B^2 = 0.9 \times 10^2 \Rightarrow V_B = \sqrt{90} \frac{m}{s} = 3\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

▼ **مثال ۸۸:** قطاری با تندی  $54 \text{ km/h}$  در حال حرکت است. یک تکه گل به جرم  $40 \text{ g}$  را با تندی  $20 \text{ m/s}$  به طور افقی به طرف قطار پرت کرده و به آن می‌چسبد. اتلاف انرژی تکه گل چند ژول است؟ (سراسری ریاضی ۶۹)

۱۷/۵ (ع)

۳۵ (ج)

۷۰ (د)

۱۴۰ (۱)

□ **پاسخ:** حرکت تکه گل قبل و بعد از برخورد با قطار افقی است بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی آن در طول مسیر صفر است. از طرفی اگر کاری که باعث اتلاف انرژی می‌شود را با  $W'$  نشان دهیم، داریم؛

$$W' = E_f - E_i = k_f + U_f - k_i - U_i = \frac{1}{2}mV_f^2 + 0 - \frac{1}{2}mV_i^2 - 0$$

$$\Rightarrow W' = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} \times \left(\frac{54}{3.6}\right)^2 - \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} \times (20)^2$$

$$W' = 45 - 80 \Rightarrow W' = -35 \text{ J}$$

بنابراین ۳۵J انرژی در اثر این برخورد اتلاف می‌شود.

گزینه ۳ صحیح است.

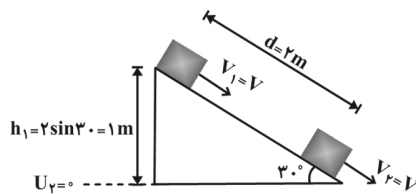


▼ مثال ۸۹: جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  روی سطح شیب‌داری که با سطح افق زاویه‌ی  $30^\circ$  می‌سازد، با تندی ثابت رو به پایین می‌لغزد. اگر در این حرکت جسم

(سراسری ریاضی ۹۴)

به اندازه‌ی  $2$  متر جابه‌جا شود، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟  $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱)  $-20\sqrt{3}$  (۲)  $-10\sqrt{3}$  (۳)  $-10$  (۴)  $-20$



پاسخ: به علت وجود اصطکاک، انرژی مکانیکی جسم پایسته نیست و تغییر می‌کند.

$$W_{f_k} = E_r - E_1 = (k_r + U_r) - (k_1 + U_1)$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = (k_r - k_1) + (U_r - U_1) = (0 - 0) + (0 - U_1) = -U_1$$

$$\Rightarrow W_{f_k} = -mgh_1 = -2 \times 20 \times 1 \Rightarrow W_{f_k} = -20\text{ J}$$

گزینه ۴ صحیح است.

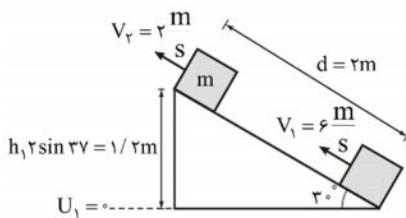
▼ مثال ۹۰: جسمی به جرم  $1\text{ kg}$  با تندی اولیه  $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  از پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویه‌ی  $37^\circ$  می‌سازد، به طرف بالا پرتاب می‌شود. هنگامی که

جسم روی سطح شیب‌دار  $2$  متر را رو به بالا طی می‌کند، تندی‌اش به  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. انرژی مکانیکی جسم در این جابه‌جایی چند ژول کاهش می‌یابد؟

(سراسری تجربی ۹۴)

$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و  $\sin 37^\circ = 0.6)$  از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۶



پاسخ:

$$E_1 = k_1 + U_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m V_1^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 6^2 \Rightarrow E_1 = 18\text{ J}$$

$$E_r = k_r + U_r = \frac{1}{2} m V_r^2 + U_r \Rightarrow E_r = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 + 1 \times 10 \times 1 / 2 \Rightarrow E_r = 14\text{ J}$$

$$\Delta E = E_r - E_1 = 14 - 18 \Rightarrow \Delta E = -4\text{ J}$$

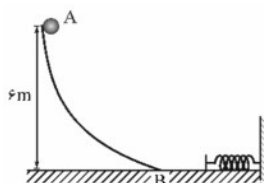
پس انرژی مکانیکی به اندازه‌ی  $4\text{ J}$  کاهش می‌یابد.

گزینه ۱ صحیح است.

▼ مثال ۹۱: گلوله‌ای به جرم  $200\text{ g}$  گرم از نقطه‌ی A رها می‌شود و پس از برخورد به فنری در سطح افقی آن را متراکم می‌کند. اگر کار نیروی اصطکاک در

مسیر AB برابر  $2\text{ J}$  باشد و سطح افقی بدون اصطکاک باشد حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی فنر چند ژول خواهد شد؟  $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

(سراسری تجربی ۸۷)

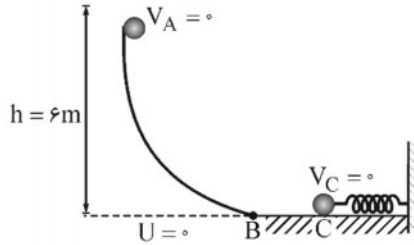


- (۱) ۱ (۲) ۸

- (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

پاسخ: حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی فنر زمانی حاصل می‌شود که جسم در برافورد با فنر، آن را حداکثر متراکم کند یعنی تا نقطه‌ای (C) که تندی آن

صفر شده و متوقف شود. با توجه به وجود اصطکاک انرژی مکانیکی گلوله پایسته نمی‌ماند.



$$E_A = k_A + U_A = 0 + mgh \Rightarrow E_A = mgh$$

$$E_C = k_C + U_C + (U_{\text{فنر}})_{\text{max}} = 0 + 0 + (U_{\text{فنر}})_{\text{max}}$$

$$W_{f_k} = E_C - E_A$$

$$\Rightarrow -2 = (U_{\text{فنر}})_{\text{max}} - 200 \times 10^{-3} \times 10 \times 6$$

$$\Rightarrow (U_{\text{فنر}})_{\text{max}} = 10 \text{ J}$$

گزینه ۳ صحیح است.

## توان

توان کمیتی است نرده‌ای و به صورت آهنگ انجام کار (یا کار انجام شده در واحد زمان) تعریف می‌شود. هنگامی که کار (W) در بازه‌ی زمانی  $\Delta t$  انجام می‌شود، کار انجام شده در واحد زمان یا توان متوسط ( $P_{\text{avg}}$ ) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P_{\text{avg}} = \frac{W}{\Delta t} \begin{cases} W : (\text{J}) & \text{کار انجام شده بر حسب ژول} \\ \Delta t : (\text{s}) & \text{بازه‌ی زمانی انجام کار بر حسب ثانیه} \\ P_{\text{avg}} : (\text{W}) & \text{توان بر حسب ژول بر ثانیه یا وات} \end{cases}$$

نکته: یکای توان در SI، وات (W) است و مطابق تعریف آن، یک وات برابر است با یک ژول بر ثانیه ( $1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}}$ ) یکاهای بزرگ‌تر مانند کیلووات (kW) و مگاوات (MW) نیز مرسوم است.

$$1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W}$$

$$1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$$

تذکر: یکای رایج و متداول برای توان خودرو اسب بخار است (horse power = hp) و هر اسب بخار برابر با ۷۴۶ وات است. تذکر: در فیزیک، سریع انجام گرفتن کار بر حسب توان توصیف می‌شود، بنابراین توان یک ماشین معیاری برای توصیف کندتر یا سریع‌تر انجام گرفتن یک کار است.

(مرتبط با صفحه ۵۱ کتاب درس)

مثال ۹۲: نیوتن متر بر ثانیه معادل با واحد کدام کمیت فیزیکی است؟

(۴) شتاب

(۳) توان

(۲) کار

(۱) انرژی

پاسخ: طبق رابطه‌ی  $W = Fd$ ، یک نیوتن متر معادل یک ژول است. بنابراین داریم:

$$1 \frac{\text{N.m}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ W}$$

که وات واحد توان است.

گزینه ۳ صحیح است.





▼ **مثال ۹۳:** اتومبیلی به جرم  $900 \text{ kg}$  در یک جاده‌ی افقی روی خط راست از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از  $10 \text{ s}$  تندی آن به  $\frac{72 \text{ km}}{\text{h}}$  می‌رسد. توان متوسط اتومبیل چند کیلووات است؟ (نیروی مقاوم در مقابل حرکت اتومبیل را نادیده بگیرید.)  
(سراسری ریاضی ۸۱)

۹۱) ۱۸ (۲)      ۳۰ (۳)      ۳۶ (۴)

☑ **پاسخ:** چون نیروی مقاوم ناپیاز است تنها نیروی موتور اتومبیل ( $F$ ) کار انجام می‌دهد بنابراین طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta k \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} m V_f^2 - \frac{1}{2} m V_i^2 = \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2)$$

$$\Rightarrow W_F = \frac{1}{2} \times 900 \cdot \left[ \left( \frac{72}{3.6} \right)^2 - 0 \right] \Rightarrow W_F = 18 \times 10^4 \text{ J}$$

$$P = \frac{W_F}{t} = \frac{18 \times 10^4}{10} \Rightarrow P = 18000 \text{ W} = 18 \text{ kW}$$

گزینه ۲ صحیح است.

▼ **مثال ۹۴:** جرم یک آسانسور با محتویات آن  $600 \text{ kg}$  است و با سرعت ثابت در  $5$  دقیقه،  $40 \text{ m}$  بالا می‌رود. توان متوسط موتور آن را حساب کنید.

(ساری-غیردولتی کامل-۹۱)

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

☑ **پاسخ:** به آسانسور در حال حرکت رو به بالا دو نیرو وارد می‌شود؛ یکی نیروی وزن ( $mg$ ) به سمت پایین و دیگری نیروی موتور به سمت بالا  $F$ .

بنابراین ابتدا با استفاده از قضیه کار و انرژی  $W_t = \Delta K$ ، کار نیروی موتور آسانسور  $W_F$  را مناسبه کرده و سپس با توجه به رابطه  $\bar{P} = \frac{W_F}{\Delta t}$

توان موتور آسانسور را به دست می‌آوریم.

$$W_{mg} = -mgd \Rightarrow W_{mg} = -600 \times 10 \times 40 \Rightarrow W_{mg} = -240000 \text{ J}$$

$$W_F : \text{ کار نیروی موتور آسانسور}$$

بنابراین طبق قضیه‌ی کار و انرژی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{mg} = \Delta K$$

با توجه به اینکه سرعت ثابت است بنابراین تغییرات انرژی جنبشی  $\Delta K = 0$  است لذا خواهیم داشت:

$$W_F + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_F = -W_{mg} \Rightarrow W_F = -(-240000) \Rightarrow W_F = 240000 \text{ J}$$

بنابراین توان متوسط موتور آسانسور برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W_F}{\Delta t} \Rightarrow \bar{P} = \frac{240000}{300} \Rightarrow \bar{P} = 800 \text{ W}$$

▼ **مثال ۹۵:** یک پمپ الکتریکی در هر دقیقه  $1200$  کیلوگرم آب را به سطحی به ارتفاع  $50$  متر می‌رساند. توان پمپ چند وات است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

(سراسری تجربی ۷۷)

۲۴۰۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۱۰۴ (۲)

۱۰۳ (۱)

☑ **پاسخ:** کاری که پمپ انجام می‌دهد صرف غلبه بر نیروی وزن آب می‌شود:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{1200 \times 10 \times 50}{60} \Rightarrow P = 10^4 \text{ W}$$

گزینه ۲ صحیح است.



▼ **مثال ۹۶:** کوهنوردی که جرمش ۶۰ کیلوگرم است در مدت ۲۰ دقیقه از دامنه‌ی کوهی بالا می‌رود. اگر اختلاف ارتفاع دو نقطه‌ی شروع و پایان حرکت او ۵۰۰ متر باشد، توان متوسط وی در غلبه بر نیروی وزنش چند وات است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ) (آزاد ریاضی ۷۵)

۱۵۰۰ (۱)      ۱۲۰۰ (۲)      ۲۵۰ (۳)      ۱۵۰ (۴)

□ **پاسخ:** کاری که کوهنورد انجام می‌دهد برای غلبه بر نیروی وزن‌اش است.

$$P_{\text{شخص}} = \frac{W_{\text{شخص}}}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{60 \times 10 \times 500}{20 \times 60} \Rightarrow P_{\text{شخص}} = 250 \text{ W}$$

گزینه ۳ صحیح است.

▼ **مثال ۹۷:** شخصی به جرم ۷۵ کیلوگرم از طریق پلکان یک ساختمان ۵ طبقه که ارتفاع هر طبقه‌ی آن ۳ متر است، در مدت ۲۰ ثانیه از طبقه‌ی همکف به طبقه‌ی آخر ساختمان می‌رسد، توان متوسط این شخص چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ) (سراسری تجربی ۷۴)

۰/۵۶۲ (۱)      ۵/۶۲ (۲)      ۵۶/۲ (۳)      ۵۶۲ (۴)

□ **پاسخ:** کاری که شخص انجام می‌دهد صرف غلبه بر نیروی وزن آن می‌شود:

$$P_{\text{شخص}} = \frac{W_{\text{شخص}}}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{75 \times 10 \times 5 \times 3}{20} = 562/5 \text{ W} = 0/562 \text{ kW}$$

گزینه ۱ صحیح است.

▼ **مثال ۹۸:** پمپ یک ماشین آتش‌نشانی در هر یک دقیقه ۷۵ کیلوگرم آب را با تندی ۲۰ متر بر ثانیه از دهانه‌ی لوله‌ای به خارج می‌فرستد. توان مفید پمپ بر حسب کیلووات برابر است با: (سراسری تجربی ۷۶)

۰/۲۵ (۱)      ۱/۵۰ (۲)      ۲/۵۰ (۳)      ۳/۰۰ (۴)

□ **پاسخ:** تغییرات انرژی جنبشی آب هنگام خروج از دهانه لوله پمپ آتش‌نشانی نتیجه کار پمپ است.

$$W_{\text{پمپ}} = \Delta k_{\text{آب}} = \frac{1}{2} mV^2 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = \frac{1}{2} \times 75 \times 20^2 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 15000 \text{ J}$$

$$P_{\text{پمپ}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} = \frac{15000}{60} \Rightarrow P_{\text{پمپ}} = 250 \text{ W} = 0/25 \text{ kW}$$

گزینه ۱ صحیح است.

نکته: اگر یک متحرک با تندی ثابت  $V$  در یک مسیر مستقیم حرکت کند، توان نیروی ثابت  $F$  که بر این متحرک وارد می‌شود برابر

است با:

$$\begin{cases} W = Fd \cos \alpha \\ d = Vt \end{cases} \Rightarrow P = \frac{W}{t} = \frac{FVt \cos \theta}{t} \Rightarrow P = FV \cos \theta$$

که  $\theta$  زاویه‌ی بین نیروی  $F$  و جهت حرکت متحرک است.



▼ مثال ۹۹: آسانسوری با تندی ثابت، ۱۰ نفر مسافر را در مدت ۳ دقیقه به اندازه‌ی ۸۰ متر در راستای قائم بالا می‌برد. اگر جرم متوسط هر مسافر  $۸۰\text{kg}$

و جرم آسانسور  $۱۰۰۰\text{kg}$  باشد، توان متوسط موتور آسانسور چند کیلووات است؟  $(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$  (مکمل مثال ۱۶-۲ کتاب درس)

پاسخ: چون تندی ثابت است پس نیرویی که آسانسور باید وارد کند برابر وزن آسانسور و مسافران داخل آن است.

$$\begin{cases} P = FV \cos \theta = mgV \cos \cdot \\ V = \frac{h}{t} = \frac{۸۰}{۳ \times ۶۰} = \frac{۴}{۹} \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = (۸۰ \times ۱۰ + ۱۰۰۰) \times ۱۰ \times \frac{۴}{۹} = ۸۰۰۰ \text{ W} \Rightarrow P = ۸ \text{ kW}$$

▼ مثال ۱۰۰: هر یک از دو موتور جت یک هواپیمای مسافربری بوئینگ ۷۶۷، پیشرانهای (نیرویی که به هواپیما به طرف جلو وارد می‌شود) برابر

$۳ / ۷۳ \times ۱۰^۵ \text{ N}$  ایجاد می‌کند. اگر هواپیما در هر دقیقه  $۸ / ۲۲ \text{ km}$  در امتداد پیشرانه حرکت کند، توان متوسط هر یک از موتورهای هواپیما چند اسب بخار

(فرد را بیاورید ۳-۱۶ کتاب درس)

است؟

(۱)  $۶۸ / ۵ \text{ hP}$

(۲)  $۶۸۵ \cdot \text{hP}$

(۳)  $۶۸۵۰ \cdot \text{hP}$

(۴)  $۶۸۵۰۰ \cdot \text{hP}$



پاسخ:

$$d = V \cdot t \Rightarrow V = \frac{d}{t} = \frac{۸ / ۲۲ \times ۱۰^۳}{۶۰} = ۱۳۷ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\begin{cases} P = FV \cos \theta = FV \cos \cdot = FV = ۳ / ۷۳ \times ۱۰^۵ \times ۱۳۷ \Rightarrow P = ۵۱۱ / ۰۱ \times ۱۰^۵ \text{ W} \\ \theta = \cdot \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = ۵۱۱ / ۰۱ \times ۱۰^۵ \text{ W} \xrightarrow{\text{هر اسب بخار } = ۷۴۶ \text{ W (hP)}} P = ۶۸۵۰ \cdot \text{hP}$$

گزینه ۳ صحیح است.

▼ مثال ۱۰۱: یک موتور الکتریکی جسمی به جرم ۲۰۰ کیلوگرم را در مدت ۵۰ ثانیه در راستای قائم با تندی ثابت ۱۲ متر بر ثانیه بالا می‌برد. توان این موتور

(آزاد غیرپشته‌ای ۸۹ و آزاد ریاضی ۸۴)

چند کیلووات است؟  $(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

پاسخ: چون تندی ثابت است، برای این کار باید نیرویی برابر با  $mg$  از طرف موتور بر جسم وارد شود و همپنین توان متوسط با توان لحظه‌ای و

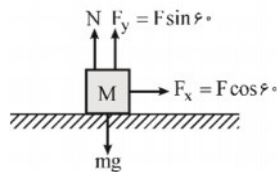
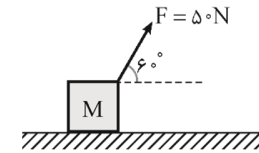
تندی متوسط با تندی لحظه‌ای یکی است:

$$\begin{cases} \theta = \cdot \\ \bar{P} = \bar{FV} \cos \theta \Rightarrow P = mgV \cos \cdot = ۲۰۰ \times ۱۰ \times ۱۲ = ۲۴۰۰۰ \text{ W} \Rightarrow P = ۲۴ \text{ kW} \end{cases}$$



▼ مثال ۱۰۲: در شکل زیر، وزنه‌ی  $M$  که اصطکاک آن با سطح ناچیز است، از حال سکون به حرکت درمی‌آید و در مدت ۵ ثانیه ۱۰ متر روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. متوسط توان مفید چند وات است؟

(آزاد پاشی ۸۶)



$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \bar{P} = F \bar{V} \cos \theta \Rightarrow \bar{P} = 50 \times 2 \times \cos 60 \Rightarrow \bar{P} = 50 \text{ W}$$

گزینه ۳ صحیح است.

پاسخ:

بازده:

هر سامانه‌ای فقط بخشی از انرژی ورودی (انرژی مصرفی سامانه) را به انرژی مورد نظر ما تبدیل می‌کند. بنابراین تنها بخشی از انرژی ورودی قابل استفاده است که به آن انرژی خروجی یا کار مفید گفته می‌شود، نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی را بازده می‌نامیم.

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100$$

تذکر: معمولاً بازده هر سامانه را بر حسب درصد بیان می‌کنند که همواره عددی کوچک‌تر از ۱۰۰ است.

نکته: بازده را به صورت نسبت توان مفید به کل کار یا توان ورودی نیز تعریف می‌کنند.

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$$

نکته: کار یا توان تلف شده از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$W_{\text{تلف شده}} = W_{\text{کل}} - W_{\text{مفید}}$$

$$P_{\text{تلف شده}} = P_{\text{کل}} - P_{\text{مفید}}$$

نکته: بازده را می‌توان به صورت‌های زیر نیز بیان کرد:

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{W_{\text{کل}} - W_{\text{تلف}}}{W_{\text{کل}}} \times 100 = \left(1 - \frac{W_{\text{تلف}}}{W_{\text{کل}}}\right) \times 100 = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{مفید}} + W_{\text{تلف}}} \times 100$$

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{P_{\text{کل}} - P_{\text{تلف}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 = \left(1 - \frac{P_{\text{تلف}}}{P_{\text{کل}}}\right) \times 100 = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مفید}} + P_{\text{تلف}}} \times 100$$



▼ **مثال ۱۰۳:** توان مصرفی یک موتور الکتریکی ۴۰۰ وات و بازده آن ۷۵٪ است. در هر دقیقه چند کیلوژول انرژی الکتریکی در آن به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟

(سراسری ریاضی ۷۳)

۶ (ع)

۴/۳۲ (۳)

۴ (۲)

۱/۴۴ (۱)

 پاسخ:

$$\begin{aligned} \text{بازده} &= \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{تولیدی}}} = \frac{\text{انرژی فروبی (مفید)}}{\text{انرژی تولیدی (کل)}} \\ E_{\text{تولیدی}} = P_{\text{تولیدی}} \times t &= 400 \times 60 \Rightarrow E_{\text{تولیدی}} = 24000 \text{ J} \\ \Rightarrow \frac{75}{100} = \frac{E_{\text{مفید}}}{24000} &\Rightarrow E_{\text{مفید}} = 18000 \text{ J} \\ E_{\text{گرمایی}} = E_{\text{تولیدی}} - E_{\text{مفید}} &= 24000 - 18000 \\ \Rightarrow E_{\text{گرمایی}} = 6000 \text{ J} &\Rightarrow E_{\text{گرمایی}} = 6 \text{ kJ} \end{aligned}$$

گزینه ۴ صحیح است.

▼ **مثال ۱۰۴:** توان یک تلمبه برقی ۲ کیلووات و بازده آن ۹۵٪ است. این تلمبه در هر دقیقه چند کیلوگرم آب را از عمق ۹/۵ متر بالا می‌آورد؟

(سراسری تجربی ۷۳)

 $(g = 10 \text{ m/s}^2)$ 

۲۰ (ع)

۲۰۰ (۳)

۱/۲ × ۱۰<sup>۲</sup> (۲)۱/۲ × ۱۰<sup>۴</sup> (۱)
 پاسخ:

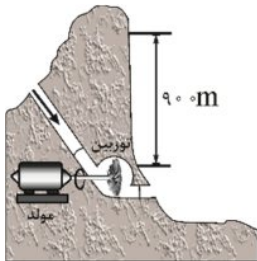
$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow 0.95 = \frac{P_{\text{مفید}}}{2 \times 10^3} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 1900 \text{ W}$$

کاری که تلمبه برقی انجام می‌دهد صرف غلبه بر کار نیروی وزن می‌شود.

$$\text{در بالا رفتن: } W_{\text{mg}} = -mgh \Rightarrow W_{\text{تلمبه}} = mgh = m \times 10 \times 9.5 \Rightarrow W_{\text{تلمبه}} = 95m$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{تلمبه}}}{t} \Rightarrow 1900 = \frac{95m}{60} \Rightarrow m = 1200 \text{ kg} \Rightarrow 1/2 \times 10^3 \text{ kg}$$

گزینه ۲ صحیح است.



▼ **مثال ۱۰۵:** آب ذخیره شده در پشت سد یک نیروگاه برق آبی، از ارتفاع ۹۰/۰ متری روی پرده‌های توربینی می‌ریزد و آن را می‌چرخاند. با چرخش توربین، مولد می‌چرخد و انرژی الکتریکی تولید می‌شود (شکل روبه‌رو). اگر ۸۵٪ درصد کار نیروی گرانش به انرژی مکانیکی تبدیل شود، در هر ثانیه چند متر مکعب آب باید روی توربین بریزد تا توان الکتریکی خروجی مولد نیروگاه ۲۰۰ MW برسد، جرم هر متر مکعب آب را  $1000 \text{ kg}$  در نظر بگیرید.

(مشابه تمرین ۲-۱۷ کتاب درسی)

 پاسخ:

$$\text{کار نیروی وزن در پایین آمدن: } W_{\text{mg}} = mgh = m \times 10 \times 90 \Rightarrow W_{\text{mg}} = 900m$$



$$P_{\text{کل}} = \frac{W_{\text{mg}}}{t} = \frac{900 \cdot m}{1} \Rightarrow P_{\text{کل}} = 900 \cdot m$$

$$\frac{P_{\text{ورودی}}}{P_{\text{کل}}} = \frac{85}{100} = \frac{200 \times 10^6}{900 \cdot m} \Rightarrow m = \frac{200 \times 10^6}{9 \times 85} = 261437 / 9 \text{ kg}$$

با توجه به این که هر متر مکعب آب را برابر  $10^3$  در نظر گرفتیم بنابراین داریم:

$$m^3 = \frac{261437 / 9}{10^3} = 261 / 4 \text{ m}^3$$

▼ **مثال ۱۰۶:** مولد A نسبت به مولد B دارای توان کم تر ولی بازده بیشتر است. این بدان معنی است که مولد A نسبت به مولد B با مقدار سوخت مساوی کار ..... انجام می دهد.

(سراسری ریاضی ۷۶)

- (۲) بیشتر و در زمان کمتر  
(۴) کمتر و در زمان بیشتر

- (۱) بیشتر و در زمان بیشتر  
(۳) کمتر و در زمان کمتر

☑ پاسخ:

$$\frac{P_{\text{شروعی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{W_{\text{شروعی}}}{W_{\text{ورودی}}} \Rightarrow \frac{(W_{\text{شروعی}})_A}{(W_{\text{شروعی}})_B} = \frac{(W_{\text{ورودی}})_A}{(W_{\text{ورودی}})_B} \Rightarrow (W_{\text{شروعی}})_A < (W_{\text{شروعی}})_B$$

از طرفی چون توان مولد A کم تر از مولد B است، مولد A برای انجام یک کار مشخص، زمان بیشتری باید صرف کند.  
گزینه ۳ صحیح است.



## آزمون



۱- شهاب سنگی به جرم  $4 \times 10^6 \text{ kg}$  و تندی  $15 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  وارد جو زمین می‌شود، اگر این شهاب سنگ تقریباً با همین تندی به زمین برخورد کند، انرژی جنبشی آن چند برابر انرژی آزاد شده به وسیله‌ی یک تن TNT است؟ (انرژی آزاد شده هر تن TNT برابر  $4/8 \times 10^9$  ژول است.)  
(مشابه پرسش و مسئله ۲ کتاب درسی)

(۱) ۴۵۰۰۰۰ (۲) ۸۳۷۵۰ (۳) ۹۳۷۵۰ (۴) ۱۰۰۰۰۰

۲- اگر تندی اتومبیلی ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی جنبشی آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

(آزمون کانون - چهارم ریاضی - ۶۶ اسفند ۹۳)

(۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۴۴ (۴) ۱۴۴

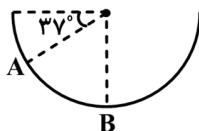
۳- یک قایق به جرم  $500 \text{ kg}$  روی یک دریاچه بدون اصطکاک ساکن است. در لحظه‌ای که بادی ناگهانی با نیروی ثابت  $\vec{F}$  به قایق شتابی به بزرگی  $40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  می‌دهد، این قایق در جهت نیرو به اندازه‌ی  $8 \text{ m}$  جابه‌جا می‌شود. کار انجام شده توسط نیروی  $\vec{F}$  چند ژول است؟  
(مسئله ۱۳ کتاب درسی)

(۱) ۱۶۰۰۰۰ (۲) ۱۶۰۰۰۰ (۳) ۱۶۰۰۰ (۴) ۱۶۰۰

۴- صندوقی به جرم  $50 \text{ kg}$  با تندی ثابت  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  توسط یک نیروی افقی روی کف اتاق کشیده می‌شود. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت  $200$  نیوتن باشد، مقدار گرمایی که در هر متر جابه‌جایی جسم در اثر اصطکاک تولید می‌شود چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )  
(فرض می‌کنیم کار نیروی اصطکاک تماماً به گرما تبدیل می‌شود.)  
(مکمل مثال ۲-۲ کتاب درسی)

(۱) ۲۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۰ (۴) ۱۰۰

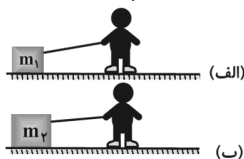
۵- جسم  $m$  به جرم  $100 \text{ g}$  درون نیم‌کره صیقلی به قطر  $60$  سانتی‌متر به پایین می‌لغزد. کار نیروی وزن جسم از  $A$  تا  $B$  چند ژول است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\sin 37^\circ = 0/6$ )  
(سراسری تهرانی ۷۸)



(۱) ۰/۱۲ (۲) ۰/۱۸ (۳) ۱/۲ (۴) ۱/۸

۶- شکل‌های الف و ب دو جسم به جرم‌های  $m_1 = m$  و  $m_2 = 2m$  را نشان می‌دهند که بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک در حالت سکون قرار گرفته‌اند اگر کار انجام شده در هر دو حالت یکسان باشد، تندی نهایی این دو جسم در کدام گزینه به‌درستی مقایسه شده است؟

(پرسش و مسئله ۳ کتاب درسی)



(۱)  $V_1 > V_2$  (۲)  $V_2 > V_1$  (۳)  $V_1 = V_2$  (۴) هر سه حالت می‌توان اتفاق بیافتند.

(۴) هر سه حالت می‌توان اتفاق بیافتند.



۷- چتربازی که مجموع جرم او و چترش  $140 \text{ kg}$  است، از ارتفاع  $600$  متری سطح زمین با تندی ثابت سقوط می‌کند. کار نیروی مقاومت

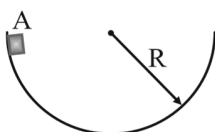
هوا بر روی چتر و شخص از لحظه‌ی سقوط تا لحظه‌ای که به سطح زمین می‌رسد، چند کیلوژول می‌باشد؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(آزمون کانون- چهارم شهری- ۶۶ اسفند ۹۳)

- (۱)  $640$       (۲)  $-640$       (۳)  $840$       (۴)  $-840$

۸- جسمی درون سطح نیم‌کره‌ای مطابق شکل، از نقطه‌ی A رها می‌شود و بعد از چند حرکت رفت و برگشت لغزشی، روی سطح در پایین سطح می‌ایستد. نسبت کار نیروی اصطکاک به کار نیروی جاذبه‌ی زمین کدام است؟

(سراسری ریاضی ۷۹)



(۱)  $-2$

(۲)  $-1$

(۳)  $1$

(۴)  $2$

۹- یک جسم به‌وسیله جرتقیل به آرامی و با تندی ثابت، از سطح زمین تا ارتفاع معین بالا برده می‌شود، در این عمل:

(مکمل تمرین ۱۶-۲ کتاب درسی)

(۱) کار انجام شده صرف تغییر انرژی جنبشی جسم می‌شود.

(۲) کار انجام شده به‌صورت انرژی پتانسیل در جسم ذخیره می‌شود.

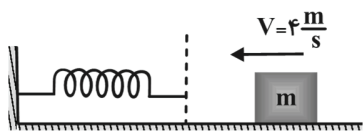
(۳) انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود.

(۴) انرژی پتانسیل جسم کاهش می‌یابد.

۱۰- مطابق شکل، جسمی به جرم  $5 \text{ kg}$  با تندی  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  روی سطح افقی بدون اصطکاک می‌لغزد و پس از برخورد با فنری آنرا فشرده

می‌کند. وقتی جسم توسط فنر به‌طور لحظه‌ای متوقف می‌شود، تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی فنر چند ژول است؟

(مکمل و مشابه مثال ۱۶-۲ کتاب درسی)



(۲)  $-4$

(۱)  $4$

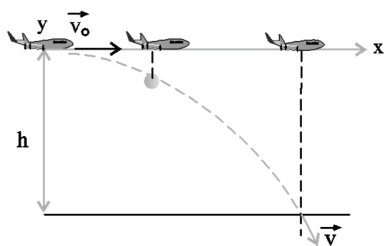
(۴)  $-8$

(۳)  $8$

۱۱- در شکل زیر، هواپیمای بمب افکنی که در ارتفاع  $200$  متری با تندی  $900 \text{ km/h}$  به‌طور افقی پرواز می‌کند، بمبی را رها می‌کند.

اگر از مقاومت هوا صرف نظر شود، اندازه‌ی تندی بمب در لحظه‌ی برخورد به زمین تقریباً چند متر بر ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(آزمون کانون ۹۱- چهارم شهری ۹۶)



(۱)  $200$

(۲)  $220$

(۳)  $258$

(۴)  $320$

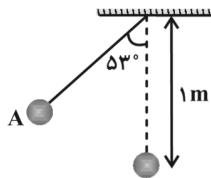




۱۲- در شکل زیر، گلوله‌ی آونگ از نقطه‌ی A رها می‌شود و با تندی  $v$  از پایین‌ترین نقطه‌ی مسیر می‌گذرد. هنگامی که با تندی گلوله

به  $\frac{\sqrt{2}}{2}v$  می‌رسد، زاویه‌ی نخ با راستای قائم چند درجه است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود،  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و  $\cos 53^\circ = 0.6$ )

(سراسری ریاضی ۹۶)



۶۰ (۱)

۴۵ (۲)

۳۷ (۳)

۳۰ (۴)

۱۳- هواپیمای ایرباس A۳۲۰ به جرم  $8 \times 10^4 \text{ kg}$  در امتداد باند هواپیما از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از گذشت ۲۰ ثانیه

با تندی  $360 \frac{km}{h}$  از روی باند به پرواز درمی‌آید، توان موتور این هواپیما چند مگاوات است؟

(مشابه با تمرین ۱۹ پایان فصل کتاب درسی)

۲۵۹ (۴)

۲۵/۹ (۳)

۲۰۰ (۲)

۲۰ (۱)

۱۴- مصرف بنزین خودرویی که با تندی  $90 \frac{km}{h}$  حرکت می‌کند، در هر  $6,100 \text{ km}$  لیتر است. انرژی شیمیایی موجود در هر لیتر بنزین

$J \times 10^7 \times 3/5$  است. ۶۵ درصد انرژی ناشی از سوختن بنزین در این خودرو از طریق آگزوز و دستگاه خنک‌کننده‌ی موتور مستقیماً به

هوا داده می‌شود و ۱۵ درصد از انرژی در دستگاه تهویه، در دینام و در اثر اصطکاک بین اجزای موتور مصرف می‌شود. توان مفید این

(مکمل پرسش ۳۳ کتاب درسی)

خودرو تقریباً چند اسب بخار است؟ ( $1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$ )

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲ (۲)

۱۴ (۱)

۱۵- یک ماشین برای بالا بردن یک جسم ۲ کیلوگرمی از سطح زمین به ارتفاع معین  $100$  ژول انرژی مصرف کرده است. اگر جسم از این ارتفاع در

شرایط خلاء سقوط کند و تندی آن هنگام رسیدن به زمین  $4\sqrt{5} \text{ m/s}$  باشد، بازده ماشین کدام است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

(سراسری ریاضی ۷۶)

۰/۸۵ (۴)

۰/۸ (۳)

۰/۷۵ (۲)

۰/۷ (۱)



## پاسخنامه



۱- گزینه‌ی «۳»

$$\begin{cases} V = 15 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 15 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ K = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^6 \times (15 \times 10^3)^2 \\ = 450 \times 10^{12} \text{ J} \end{cases}$$

$$\frac{\text{انرژی شهاب سنگ}}{\text{انرژی آزاد شده یک تن TNT}} = \frac{450 \times 10^{12}}{4 / 8 \times 10^9} = 93750$$

۲- گزینه‌ی «۳»

$$V_2 = V_1 + \Delta V \Rightarrow V_2 = V_1 + \frac{20}{100} V_1 = \frac{6}{5} V_1$$

طبق رابطه‌ی انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} k = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25} \\ \text{ثابت: } m \end{cases}$$

$$\Rightarrow k_2 = 1/44 k_1$$

$$\text{درصد افزایش انرژی جنبشی: } \frac{k_2 - k_1}{k_1} \times 100$$

$$= \frac{1/44 k_1 - k_1}{k_1} \times 100 = 44\%$$

۳- گزینه‌ی «۲»

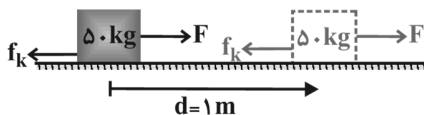
با استفاده از قانون دوم نیوتن برای مناسبه‌ی نیروی بار ( $\vec{F}$ ) داریم:

$$F = ma = 500 \times 40 \Rightarrow F = 2 \times 10^4 \text{ N}$$

چون نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت‌اند بنابراین برای مناسبه‌ی کار نیروی  $F$  داریم:

$$W_F = Fd = 2 \times 10^4 \times 8 \Rightarrow W_F = 16 \times 10^4 \text{ J}$$

۴- گزینه‌ی «۲»



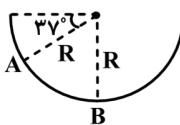


$$\begin{cases} \vec{f}_k \leftarrow \theta = 180^\circ \rightarrow \vec{d} \\ W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = 200 \times 1 \times (-1) \\ \Rightarrow W_{f_k} = -200 \text{ J} \end{cases}$$

$W_f = |W_{f_k}| = 200 \text{ J}$  = گرمای تولیدشده

۵- گزینه‌ی «ا»

کار نیروی وزن در پایین آمدن جسم برابر  $W_{mg} = +mgh$  است که  $h$  افتتلاف ارتفاع بین دو نقطه در جابه‌یابی است.

$$\begin{cases} h_A = R \sin 37^\circ \\ h_B = R \end{cases} \Rightarrow h = R - R \sin 37^\circ$$


$$= R(1 - \sin 37^\circ) = 0.4 R$$

$$W_{mg} = mgh = 0.1 \times 10 \times 0.4 \times \left(\frac{0.6}{2}\right)$$

$$\Rightarrow W_{mg} = 0.12 \text{ J}$$

۶- گزینه‌ی «۳»

با توجه به این‌که کار انجام شده در هر دو حالت یکسان است، بنابراین طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = (W_t)_{\text{الف}} = (W_t)_{\text{ب}}$$

$$\Rightarrow \Delta K_{\text{الف}} = \Delta K_{\text{ب}} \rightarrow \frac{(V_1)_{\text{الف}}^2}{2} = \frac{(V_2)_{\text{ب}}^2}{2}$$

تندی نوایی هر دو یکسان است.

۷- گزینه‌ی «۴»

پترباز با تندی ثابت سقوط می‌کند پس تغییرات انرژی جنبشی آن صفر است از طرفی فقط نیروی وزن ( $mg$ ) و نیروی مقاومت هوا ( $R$ ) بر روی آن کار انجام می‌دهند پس طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{برآیند}} = \Delta k \Rightarrow W_R + W_{mg} = 0$$

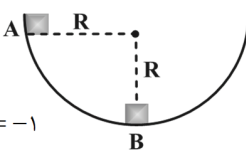
$$\Rightarrow W_R = -W_{mg} = -mgh = -140 \times 10 \times 600$$

$$\Rightarrow W_R = -840 \text{ kJ}$$

۸- گزینه‌ی «۲»

در جابه‌یابی جسم از A تا B، نیروی وزن و اصطکاک کار انجام می‌دهند بنابراین طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{برآیند}} = \Delta k \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = k_B - k_A$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = 0 - 0 = 0$$


$$\Rightarrow W_{f_k} = -W_{mg} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_{mg}} = -1$$

۹- گزینه‌ی «۲»

چون تندی جسم تغییر نکرده، بنابراین انرژی جنبشی ثابت می‌ماند.



۱۰- گزینهی «ا»

با توجه به نبود اصطکاک از لحظه‌ی برخورد جسم با فنر تا لحظه‌ی متوقف شدن آن  $V_f = 0$ ، فقط نیروی فنر بر روی جسم کار انجام می‌دهد بنابراین برای معادله‌ی کار نیروی فنر طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} V_1 = 4 \frac{m}{s} \\ V_f = 0 \Rightarrow k_f = 0 \end{cases} \Rightarrow W_f = \Delta k$$

$$\Rightarrow W_{\text{فنر}} = k_f - k_1 = 0 - k_1 = -k_1$$

$$\Rightarrow W_{\text{فنر}} = -\frac{1}{2} m V_1^2 = -\frac{1}{2} \times 0.5 \times 4^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{فنر}} = -4 \text{ J}$$

از طرفی تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم- فنر برابر منفی کار نیروی فنر بر روی جسم است:

$$\Delta U_{\text{فنر}} = -W_{\text{فنر}} \Rightarrow \Delta U = -(-4) \Rightarrow \Delta U = 4 \text{ J}$$

۱۱- گزینهی «ب»

با توجه به این‌که از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است پس انرژی مکانیکی بذب در طول مسیر پایسته است.

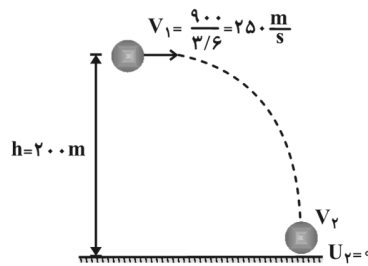
$$E_1 = E_f \Rightarrow k_1 + U_1 = k_f + U_f$$

$$\frac{1}{2} m V_1^2 + mgh = \frac{1}{2} m V_f^2 + 0$$

$$\Rightarrow V_f = \sqrt{V_1^2 + 2gh}$$

$$= \sqrt{25^2 + 2 \times 10 \times 20}$$

$$\Rightarrow V_f \approx 28.8 \frac{m}{s}$$



۱۲- گزینهی «ب»

از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است پس انرژی مکانیکی کوله در مسیر پایسته است.

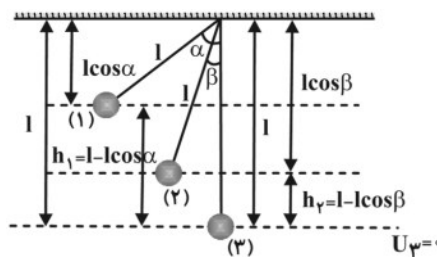
$$E_1 = E_f \Rightarrow k_1 + U_1 = k_f + U_f$$

$$0 + mgh_1 = \frac{1}{2} m V_f^2 + mgh_f$$

$$\Rightarrow V_f^2 = 2gh_1 - 2gh_f = 2g(h_1 - h_f)$$

$$V_f^2 = 2g(l - l \cos \alpha - l + l \cos \beta)$$

$$\Rightarrow V_f = \sqrt{2gl(\cos \beta - \cos \alpha)}$$



بنابراین اگر کوله‌ای را به اندازه‌ی زاویه‌ی  $\alpha$  از وضع تعادل خارج کرده، رها کنیم تدری آن در هر لحظه از رابطه‌ی بالا به‌دست می‌آید.

$$\begin{cases} \alpha = 53^\circ \\ \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow V_f = V = \sqrt{2gl(\cos 0 - \cos 53^\circ)}$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{2 \times 10 \times 1 \times 0.4} \Rightarrow V = \sqrt{8} l$$



$$\begin{cases} \alpha = 53 \\ \beta = ? \\ V_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} V \end{cases} \Rightarrow V_2 = \sqrt{2gl(\cos\beta - \cos 53)}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{8l} = 2\sqrt{l} = \sqrt{2 \cdot l(\cos\beta - 0.6)}$$

$$\Rightarrow 4l = 2 \cdot l(\cos\beta - 0.6) \Rightarrow \cos\beta = 0.2 + 0.6 = 0.8$$

$$\Rightarrow \beta = 37^\circ$$

۱۳- گزینه‌ی «ا»

طبق قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی، کار انجام شده توسط موتور هواپیما برابر با تغییر انرژی جنبشی آن است. بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta k = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2$$

$$= \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^4 \times \left( \left( \frac{360}{3.6} \right)^2 - 0 \right) = 400 \times 10^6 \text{ J}$$

بنابراین توان متوسط موتور برای انجام این کار برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{400 \times 10^6}{20} \Rightarrow \bar{P} = 20 \times 10^6 \text{ W}$$

$$\Rightarrow \bar{P} = 20 \text{ MW}$$

۱۴- گزینه‌ی «ا»

۲۰ درصد انرژی صرف راندن اتموبیل می‌شود:

$$(100 - 65 - 15 = 20)$$

$$\text{انرژی مفید} = 6 \text{ lit} \times 3 / 5 \times 10^7 \frac{\text{J}}{\text{lit}} \times \frac{20}{100} = 4 / 2 \times 10^7 \text{ J}$$

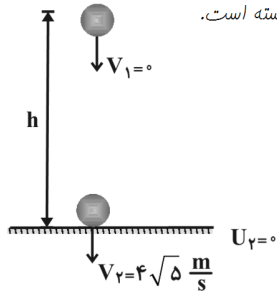
$$\text{مدت زمان حرکت} : t = \frac{100 \text{ km}}{90 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{10}{9} \text{ h} = \frac{36000}{9} \text{ s} \Rightarrow t = 4000 \text{ s}$$

$$\begin{cases} P = \frac{E}{t} = \frac{4 / 2 \times 10^7}{4000} = 10500 \text{ W} = \frac{10500}{746} \Rightarrow P = 14 \text{ hp} \\ \text{هر اسب بخار (hp)} = 746 \text{ W (وات)} \end{cases}$$



۱۵- گزینه‌ی «۳»

چون جسم در شرایط فلا سقوط کرده است بنابراین از مقاومت هوا صرف نظر شده و انرژی مکانیکی در طول مسیر پایسته است.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow k_1 + U_1 = k_2 + U_2 \Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mV_2^2 + 0$$

$$h = \frac{V_2^2}{2g} = \frac{(4\sqrt{5})^2}{2 \times 10} \Rightarrow h = 4 \text{ m}$$

کاری که ماشین در بالا بردن جسم انجام می‌دهد ( $W'$ ) صرف غلبه بر کار نیروی وزن می‌شود:

$$W' = mgh = 2 \times 10 \times 4 \Rightarrow W' = 80 \text{ J}$$

از طرفی کل انرژی ماشین در انجام این کار  $100 \text{ J}$  بوده است بنابراین داریم:

$$\text{بازده} = \frac{W'}{W} = \frac{80}{100} = 0.8$$