

فهرست

| | |
|-----|---|
| ۷ | فصل اول، فیزیک و اندازه‌گیری |
| ۸ | درسنامه‌های بخش ۱: الفبای اندازه‌گیری |
| ۲۰ | درسنامه‌های بخش ۲: خطا، دقت، تخمین |
| ۲۸ | درسنامه‌های بخش ۳: چگالی |
| ۳۵ | پاسخ‌نامه‌ی تشریحی |
| ۵۴ | فصل دوم، کار، انرژی و توان |
| ۵۵ | درسنامه‌های بخش ۱: مفهوم کار و مفهوم انرژی |
| ۶۶ | درسنامه‌های بخش ۲: ارتباط بین کار و انرژی مکانیکی |
| ۸۵ | درسنامه‌های بخش ۳: توان و بازده |
| ۸۹ | پاسخ‌نامه‌ی تشریحی |
| ۱۲۰ | فصل سوم، ویژگی‌های فیزیکی مواد |
| ۱۲۱ | درسنامه‌های بخش ۱: ویژگی‌های ماده |
| ۱۳۰ | درسنامه‌های بخش ۲: مفهوم فشار در حالت‌های مختلف ماده |
| ۱۳۹ | درسنامه‌های بخش ۳: اصل پاسکال در مایع ساکن |
| ۱۴۶ | درسنامه‌های بخش ۴: کاربرد اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز |
| ۱۵۷ | درسنامه‌های بخش ۵: شناوری |
| ۱۷۰ | درسنامه‌های بخش ۶: معادله‌ی پیوستگی و اصل برنولی |
| ۱۷۴ | پاسخ‌نامه‌ی تشریحی |
| ۲۰۲ | فصل چهارم، دما و گرما |
| ۲۰۳ | درسنامه‌های بخش ۱: دما و دماسنجی |
| ۲۰۹ | درسنامه‌های بخش ۲: انبساط |
| ۲۲۱ | درسنامه‌های بخش ۳: گرما و اثر آن بر اجسام |
| ۲۴۰ | درسنامه‌های بخش ۴: تعادل گرمایی |
| ۲۴۹ | درسنامه‌های بخش ۵: گرما چه‌طور منتقل می‌شود؟ |
| ۲۵۵ | درسنامه‌های بخش ۶: رابطه‌ی نسیبی گازها و نمودارهای آن |
| ۲۶۲ | درسنامه‌های بخش ۷: معادله‌ی حالت |
| ۲۶۹ | درسنامه‌های بخش ۸: مسئله‌های ترکیبی |
| ۲۷۲ | پاسخ‌نامه‌ی تشریحی |
| ۳۲۱ | فصل پنجم، ترمودینامیک |
| ۳۲۲ | درسنامه‌های بخش ۱: الفبای ترمودینامیک |
| ۳۲۶ | درسنامه‌های بخش ۲: قانون اول ترمودینامیک و آشنایی با نمودارهای آن |
| ۳۳۶ | درسنامه‌های بخش ۳: بررسی فرایندهای خاص |
| ۳۵۴ | درسنامه‌های بخش ۴: چرخه‌های ترمودینامیکی |
| ۳۶۱ | درسنامه‌های بخش ۵: قانون دوم ترمودینامیک در ماشین‌های گرمایی |
| ۳۶۶ | درسنامه‌های بخش ۶: ماشین‌های گرمایی برون‌سوز و درون‌سوز |
| ۳۶۹ | درسنامه‌های بخش ۷: قانون دوم ترمودینامیک در یخچال‌ها |
| ۳۷۴ | پاسخ‌نامه‌ی تشریحی |
| ۴۰۷ | ضمائم |
| ۴۱۰ | پاسخ‌نامه‌ی کلیدی |
| ۴۱۴ | آزمون جامع (سؤالات کنکور ۹۵) |
| ۴۱۷ | پاسخ تشریحی کنکور ۹۵ |
| ۴۲۱ | آزمون جامع (سؤالات کنکور ۹۶) |
| ۴۲۴ | پاسخ تشریحی کنکور ۹۶ |
| ۴۲۸ | کتاب‌نامه |

فصل

فیزیک و اندازه گیری

درس نامه‌های بخش ۱: الفبای اندازه‌گیری



۱ فیزیک، دانش بنیادی

کمیت‌ها، اندازه‌گیری، تبدیل واحد، تخمین و حتی چگالی چیزهای مهمی هستند که در این فصل یاد می‌گیریم و در همه‌جای فیزیک به دردمان می‌خورد. در این درس‌نامه، اول با مفهوم علم فیزیک آشنا می‌شویم.

۱ فیزیک، دانش بنیادی

فیزیک (Physics) یک واژه‌ی یونانی قدیمی به معنی «طبیعت» است. علم فیزیک «پدیده‌های گوناگون طبیعت را بررسی» می‌کند. بد نیست درباره‌ی واژه‌ی «پدیده» بیشتر توضیح دهیم.

پدیده، منظورمان از واژه‌ی «پدیده» چیز عجیب و غریبی نیست. هر اتفاقی که در اطراف ما می‌افتد، یک پدیده است. حرکت زمین به دور خورشید، شیرجه رفتن درون آب استخر، ترکاندن بادکنک با سوزن، جوشیدن آب درون یک سماور، موج مکزیک‌ی رفتن در استادیوم و ... همگی پدیده‌اند.

۲ مراحل بررسی یک پدیده

فیزیک‌دان‌ها برای بررسی یک پدیده مراحل زیر را به ترتیب اجرا می‌کنند:

۱- مشاهده‌ی پدیده، ابتدا پدیده را مشاهده می‌کنند. منظور از مشاهده فقط نگاه کردن نیست، بلکه جمع‌آوری همه‌ی اطلاعاتی است که از پدیده می‌توانیم به دست بیاوریم. مثلاً اندازه‌گرفتن زمان افتادن یک برگ از درخت به روی زمین نوعی مشاهده است.

۲- ارائه‌ی قانون، مدل و نظریه‌ی فیزیکی، فیزیک‌دان‌ها در مرحله‌ی بعدی اطلاعات را تحلیل می‌کنند، حسابی فکر می‌کنند و سعی می‌کنند پدیده را با استفاده از قانون، ارائه‌ی مدل و طرح نظریه‌ی فیزیکی توضیح دهند. (به قول کتاب درسی در این مرحله تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیکدانان نقش اساسی دارد.)

۳- آزمون درستی و نادرستی، در آخر با انجام آزمایش، درستی یا نادرستی قانون، مدل و نظریه‌ای را که بیان کردند مشخص می‌کنند. ممکن است سال‌ها طول بکشد تا با یک آزمایش نادرست بودن یک نظریه مشخص شود.

چند نکته

۱) آزمایش و مشاهده در فیزیک خیلی مهم است اما تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان در تکامل فیزیک مهم‌تر است.

۲) این‌طور نیست که یک مدل یا نظریه‌ی فیزیکی حتماً برای همیشه درست باشد. همیشه این امکان وجود دارد که آزمایش جدیدی انجام شود و ثابت کند مدل و نظریه‌ی قبلی به بازنگری یا به طور کلی به جایگزینی نیاز دارد. «جایگزینی» و «بازنگری» در طول تاریخ دانش فیزیک بارها اتفاق افتاده است که به یک نمونه از آن‌ها اشاره می‌کنیم:

نمونه: نظریه‌ی اتمی، نظریه‌ی اتمی که دنیای درون اتم را توصیف می‌کند، چندین بار به خاطر به دست آوردن اطلاعات جدید از رفتار اتم‌ها اصلاح شد. در شکل زیر روند این اصلاح‌ها را می‌بینید:



۳) «آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی» نه تنها یک ایراد برای دانش فیزیک محسوب نمی‌شود، بلکه نقطه‌ی قوت آن است چون باعث کامل شدن شناخت ما از جهان می‌شود.

مفهوم قانون فیزیکی و اصل فیزیکی

قانون‌های فیزیکی معمولاً ویژگی‌های زیر را دارند:

۱) اغلب با گزاره‌های کلی، کوتاه و مختصر بیان می‌شوند.

۲) ارتباط ریاضی بین بعضی از کمیت‌های فیزیکی را نشان می‌دهند.

۳) عمومیت دارند؛ یعنی در دامنه‌ی وسیعی از پدیده‌های طبیعت اعتبار دارند.

قانون‌های نیوتون در دینامیک و قانون کولن در الکتریسیته از آن دسته قوانین فیزیکی هستند که به وضوح این ویژگی‌ها را دارند.

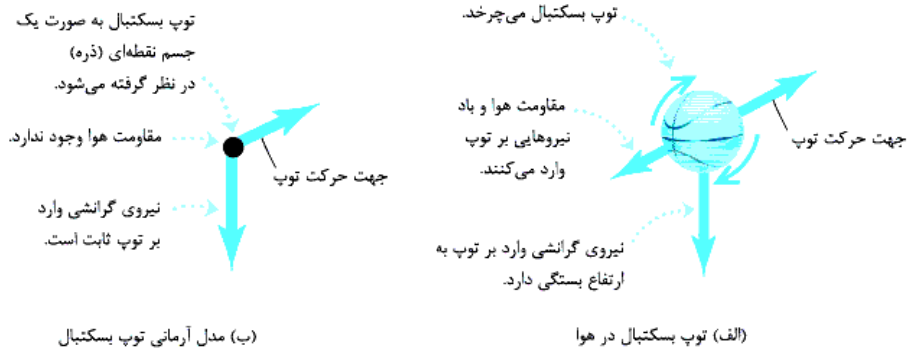
اصل‌های فیزیکی هم ارتباط ریاضی بین بعضی از کمیت‌های فیزیکی را بیان می‌کنند؛ ولی تفاوت آن‌ها با قانون‌های فیزیکی در این است که عمومیت کم‌تری دارند؛ یعنی برای بیان دامنه‌ی محدودتری از پدیده‌های فیزیکی استفاده می‌شوند. مثلاً اصل پاسکال که فقط برای توصیف شاره‌های ساکن و محصور به کار می‌رود.

مدل‌سازی در فیزیک

برای این که یک پدیده رخ بدهد عوامل ریز و درشت زیادی دخالت دارند. به همین خاطر تحلیل یک پدیده با در نظر گرفتن همه‌ی جزئیات خیلی پیچیده و حتی غیرممکن است. برای ساده‌شدن بررسی‌هایمان چشمانمان را بر روی عواملی که اثر جزئی دارند می‌بندیم و تنها بر عامل‌های مهم و سرنوشت‌ساز تأکید می‌کنیم. اسم این کار مدل‌سازی است! در واقع:

«مدل‌سازی در فیزیک فرایندی است که طی آن یک پدیده‌ی فیزیکی، آن قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود.»

نمونه: حرکت یک توپ فوتبال را در نظر بگیرید.



در جدول زیر پیچیدگی‌های این پدیده و فرض‌هایی را که در فرایند مدل‌سازی اعمال می‌کنیم می‌بینید:

| پیچیدگی | برای ساده‌سازی فرض می‌کنیم... |
|---|---|
| توپ یک کره‌ی کامل نیست و درزها و برجستگی‌هایی دارد و توپ در حال حرکت به دور خود هم می‌چرخد. | با چشم‌پوشی از ابعاد، شکل و چرخش، توپ به شکل یک نقطه است. |
| باد و مقاومت هوا بر حرکت توپ اثر می‌گذارد. | فرض می‌کنیم توپ در خلأ حرکت می‌کند و باد و هوایی در کار نیست. |
| وزن توپ با تغییر ارتفاع (فاصله تا مرکز زمین) اندکی تغییر می‌کند. | فرض می‌کنیم وزن توپ با تغییر ارتفاع ثابت است. |

حواستون باشه موقع مدل‌سازی از عامل‌های مهم صرف‌نظر نکنید چون در این صورت سرنوشت پدیده کلاً عوض می‌شه. مثلاً در حرکت توپ فوتبال حق نداریم وزن توپ رو نادیده بگیریم، چون مهم‌ترین عامل در حرکت توپ، وزن آن است.

◀ حالا می‌تونید تستای ۱ تا ۵ رو پاسخ بدید.

اندازه‌گیری و کمیت

«اندازه‌گیری» در فیزیک خیلی مهم است. اصلاً می‌گویند: «فیزیک علم اندازه‌گیری است». برای این که بدانیم اندازه‌گیری چیست، باید با دو اصطلاح آشنا شویم: **۱- کمیت**، به هر چیزی که بتوان مقدار آن را با یک عدد بیان کرد، کمیت می‌گوییم. مثلاً طول، جرم و نیرو همگی کمیت هستند زیرا مقدارشان با یک عدد مشخص می‌شود اما چیزهایی مثل ترس، زیبایی و احساس شادی کمیت نیستند زیرا نمی‌توانیم مقدارشان را با یک عدد مشخص کنیم، مثلاً هیچ وقت نمی‌گوییم من ۳ تا می‌ترسم یا من ۵۰۰ تا گرمه!

مثال کدام یک از مفاهیم زیر کمیت نیست؟

(۱) جریان الکتریکی (۲) احساس گرمی (۳) مزیت مکانیکی (۴) کار

پاسخ گزینه‌ی «۲» از میان گزینه‌ها تنها چیزی را که نمی‌توان با هیچ ابزاری اندازه گرفت و با عدد معرفی کرد، احساس گرمی است. (البته دما کمیتی برای سنجش میزان گرمی است، اما احساس گرمی را نمی‌شود اندازه گرفت!)

۲- یکا (واحد)، مقداری معین و قراردادی از یک کمیت را «یکای» یا «واحد» آن کمیت می‌گوییم. هر کمیت یکا یا یکاهای مخصوص خود را دارد. مثلاً وقتی می‌گوییم «متر»، یکی از یکاهای طول است، یعنی ۱ متر مقدار معینی از طول است. یکای هر کمیت باید دارای دو ویژگی باشد: **۱** تغییرناپذیر باشد. **۲** قابلیت بازتولید داشته باشد، پس مثلاً «فاصله‌ی نوک بینی تا نوک انگشت اشاره‌ی دست کشیده شده» یکای مناسبی برای طول نیست، چون برای افراد مختلف مقداری متفاوت و تغییرپذیر است.

حالا می‌توانیم درباره‌ی اندازه‌گیری، دقیق‌تر صحبت کنیم. منظور از اندازه‌گیری یک کمیت، مقایسه‌ی مقدار آن کمیت با مقدار یکای آن است. مثلاً وقتی می‌خواهیم طول یک درخت را برحسب متر اندازه بگیریم، هدفمان این است که مشخص کنیم طول این درخت چند برابر یک متر است. **نکته** برخی از کمیت‌ها یکا ندارند، مثل مزیت مکانیکی که پارسال یاد گرفتید.

دسته بندی کمیت ها

کمیت ها را از نظر ماهیت به دو دسته ی نرده ای (عددی) و برداری تقسیم بندی می کنیم. هم چنین به صورت قراردادی آن ها را در دو گروه اصلی و فرعی نیز قرار می دهیم. بنابراین یک کمیت از یک سو می تواند نرده ای یا برداری باشد و از سوی دیگر یا اصلی است یا فرعی. ادامه ی ماجرا راجع به این موضوع است:

کمیت های عددی و برداری

همه ی کمیت ها اندازه دارند. بعضی از آن ها جهت هم دارند. به همین خاطر کمیت ها را به دو دسته تقسیم می کنیم:

۱- کمیت های عددی (نرده ای)

این کمیت ها جهت ندارند، مثل جرم، طول، زمان، حجم، چگالی و ... هر کمیت فیزیکی نرده ای را باید با عدد و یکای مناسب بیان کنیم. یعنی

این طوری: 45 s → مثال: زمان ————— | یکا | عدد : نمایش یک کمیت نرده ای

حواستون باشه که اگر یکا را ننویسیم، عدد قالی به تنهایی هیچ معنایی نداره!

نکته حساب کتاب کمیت های نرده ای، جبری است. یعنی آن ها را با همان روشی که در دبستان یاد گرفتیم، جمع، تفریق، ضرب و تقسیم می کنیم.

مثلاً جمع 50 گرم با 100 گرم می شود 150 گرم.

۲- کمیت های برداری

این کمیت ها هم اندازه دارند و هم جهت، مثل جابه جایی. اگر بخواهیم یک کمیت برداری را معرفی کنیم، باید مقدار، یکا و جهت آن را به شکل زیر

بنویسیم: 25 m (به طرف شمال) → مثال: جابه جایی ————— | جهت | یکا | عدد : نمایش یک کمیت برداری

یکا و جهت را فراموش نکنید.

نکته برای جمع و تفریق کمیت های برداری باید از «بردار» و قاعده های مربوط به آن استفاده کنیم. یعنی جمع، تفریق و ضرب این کمیت ها معمولی

(جبری) نیست. با حل مثال زیر بهتر درک می کنید که ما چه می گوئیم.

مثال متحرکی ابتدا 12 m به طرف شرق و سپس 5 m به طرف شمال حرکت می کند. اندازه ی جابه جایی متحرک چند متر است؟

گزینه ی «۲» جابه جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای آن وصل می شود. برای حل این مثال باید از چیزهایی که در سال نهم یاد گرفتید، استفاده کنیم. اول شکل مناسبی رسم می کنیم:

حالا از قضیه ی فیثاغورس استفاده می کنیم:

$$\text{پس جابه جایی متحرک در کل حرکت } 13\text{ متر است. همان طور که دیدید حاصل جمع دو جابه جایی به اندازه های } 5\text{ m و } 12\text{ m برابر جمع جبری آن ها (} 12 + 5 = 17\text{ m)}\text{ نمی شود! یعنی کمیت های برداری از قواعد جمع و تفریق معمولی پیروی نمی کنند.}$$

نکته از بین کمیت هایی که شما در علوم دوره ی متوسطه ی اول خوانده اید، سرعت (متوسط و لحظه ای)، شتاب (متوسط و لحظه ای)، جابه جایی، نیرو

و گشتاور برداری هستند و بقیه نرده ای!

حواستون باشه سرعت و جابه جایی، کمیت های برداری هستند اما تندی (با همان اندازه ی سرعت) و مسافت طی شده، کمیت های نرده ای به حساب می آیند.

حواستون باشه کمیت های کار، فشار و جریان الکتریکی از قواعد جمع و تفریق معمولی پیروی می کنند. به همین دلیل هر سه تا نرده ای هستند.

کمیت ها و یکاهای اصلی و فرعی

مسئولیت استاندارد سازی و یکسان کردن تعریف کمیت ها و یکاها در جهان، با سازمانی

به نام مجمع بین المللی اوزان و مقیاس ها است. دانشمندان عضو این سازمان تصمیم های

زیادی گرفته اند که مهم ترین آن ها عبارتند از:

۱] هفت کمیت را به عنوان کمیت اصلی انتخاب کردند و یکای این کمیت ها را به عنوان

یکای اصلی معرفی کردند. مثلاً طول، یک کمیت اصلی و یکای آن متر (m) است. در جدول

روبرو و این هفت کمیت را با یکاهایشان می بینید. واضح است که هر کمیتی به جز این هفت

کمیت، اصلی نیستند که به آن ها کمیت های فرعی و به یکاهای آن ها یکاهای فرعی می گویند.

۲] یکاهایی را به عنوان یکاهای استاندارد بین المللی تعریف کردند و به کمک رابطه ها

و فرمول های فیزیکی، یکای کمیت های دیگر هم تعیین شد. اسم این مجموعه یکاها را

دستگاه بین المللی یا SI (Systeme International) گذاشتند. مثلاً متر را به عنوان یکای

طول و ثانیه را به عنوان یکای زمان به طور مستقل تعریف کردند؛ پس با توجه به $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

یکای تندی متوسط، متر بر ثانیه ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$) به دست می آید که یک یکای فرعی است.

| کمیت های اصلی و یکاهای آن ها | | |
|------------------------------|-------------|----------|
| کمیت | نام یکا | نماد یکا |
| طول | متر | m |
| جرم | کیلوگرم | kg |
| زمان | ثانیه | s |
| دما | کلوین | K |
| مقدار ماده | مول | mol |
| جریان الکتریکی | آمپر | A |
| شدت روشنایی | کندلا (شمع) | cd |

۱- به کمیت های نرده ای، اسکالر (Scaler) هم می گویند. (Scale به معنی اندازه و مقدار است.)

| یکای فرعی | یکای SI | کمیت |
|-----------------------------------|-------------|-------------|
| m/s | m/s | تندی و سرعت |
| kg m/s ² | نیوتون (N) | نیرو |
| kg/ms ² | پاسکال (Pa) | فشار |
| kg m ² /s ² | ژول (J) | انرژی |
| kg m ² /s ² | وات (W) | توان |
| m ² /s ² K | J/kg K | گرمای ویژه |

نکته: تکلیف یکاهای اصلی در SI که هم تعریف مستقل دارند و هم نام مستقل، معلوم است. اما یکاهای فرعی تعریف مستقل ندارند و با توجه به فرمول‌های فیزیکی به کمک یکاهای دیگر تعریف می‌شوند. یکاهای فرعی خودشان در SI دو دسته‌اند: الف: یک دسته آن‌هایی که نام مستقل و مخصوص ندارند؛ مثل $\frac{m}{s}$ که از فرمول $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آید.

ب: دسته‌ی دوم یکاهای فرعی پرکاربردی هستند که نام مستقل و مخصوص دارند. مثلاً یکای نیرو که نیوتون (N) و یکای کار و انرژی که ژول (J) است. در واقع این یکاها تعریف مستقل ندارند ولی نام مستقل دارند.

این نکته را به صورت خلاصه می‌توانیم این‌طوری بنویسیم:

یکاهای اصلی، تعریف و نام مستقل دارند؛ مثل متر، کیلوگرم و ثانیه.

انواع یکا } الف: یکاهای فرعی که نام مستقل و مخصوص دارند؛ مثل نیوتون، ژول و پاسکال.

ب: یکاهای فرعی که نام مستقل و مخصوص ندارند؛ مثل متر بر ثانیه.

کتاب درسی از بین کمیت‌های اصلی دو کمیت طول و جرم را زیر ذره‌بین قرار داده و برخی یکاهای غیر SI آن‌ها را معرفی کرده است. البته لازم نیست رابطه‌ی بین این یکاها را حفظ کنید.

۱- برخی یکاهای غیر SI: طول

ذرع و فرسنگ، از یکاهای قدیمی ایرانی هستند. هر ذرع ۱۰۴ cm و هر فرسنگ ۶۰۰۰ ذرع است.

یکای نجومی (AU)، میانگین فاصله‌ی زمین تا خورشید ($1 \text{ AU} \approx 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$) است. (این تعریف رو فقط کنید. ممکنه به دردتون بگوره.)

سال نوری (ly)، مسافتی است که نور در مدت یک سال طی می‌کند. (این تعریف رو هم فقط باشید.)

فوت (ft) و اینچ (in)، از یکاهای بریتانیایی هستند. هر فوت ۱۲ اینچ و هر اینچ ۲/۵۴ cm است.

مایل (mi)، مایل هم یک یکای بریتانیایی برای طول است. اندازه‌ی یک مایل در خشکی و دریا تفاوت دارد. یک مایل در خشکی برابر ۱۶۰۹ m و دریا برابر ۱۸۵۲ m است.

۲- برخی یکاهای غیر SI: جرم

یکاهای قدیمی ایرانی:

۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز

۱ من تبریز = ۴۰ سیر = ۶۴۰ مثقال

۱ مثقال = ۲۴ نخود = ۹۶ گندم = ۴/۶۸ g قیراط، یکای جرم که در مورد الماس و جواهرات کاربرد دارد. هر قیراط ۲۰۰ mg است.

۲ نکته‌ی مهم از کمیت‌ها:

۱ در فیزیک فقط کمیت‌های هم‌جنس با واحدهای یکسان را می‌شود با هم جمع یا تفریق کرد. مثلاً جابه‌جایی را نمی‌شود با سرعت جمع کرد یا دو جرم با واحدهای متفاوت (مثل کیلوگرم و قیراط) را هم همین‌طور! پس وقتی یک فرمول مثل $E = K + U$ می‌بینیم، می‌فهمیم E ، K ، U ، هر سه یک نوع کمیت‌اند و واحد آن‌ها هم یکسان است.

۲ ما اجازه داریم دو یا چند کمیت را در هم ضرب یا تقسیم کنیم؛ ولی باید بدانیم هر وقت دو یا چند کمیت را در هم ضرب یا تقسیم می‌کنیم، یک کمیت جدید به دست می‌آید. مثلاً حاصل ضرب جرم (m) در شتاب (a) نه از جنس جرم است و نه از جنس شتاب، بلکه از جنس کمیت دیگری به نام نیرو (F) است.

یکای کمیت‌های مجهول را چه‌طور به دست بیآوریم؟

۱ فرمول فیزیکی مناسب را که کمیت موردنظر در آن هست، بنویسید. ۲ فرمول را طوری تغییر دهید که نماد کمیت مجهول در یک طرف و بقیه‌ی نمادها در طرف دیگر تساوی باشند. ۳ به جای کمیت‌های معلوم، واحد آن‌ها را جای‌گذاری و تا حد ممکن ساده کنید. در این صورت واحد کمیت موردنظر برحسب یکای سایر کمیت‌ها به دست می‌آید. به مثال‌های زیر توجه کنید:

مثال: نیوتون (یکای نیرو) برحسب یکای کمیت‌های اصلی در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} \quad (۴)$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{s}}{\text{m}} \quad (۳)$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \quad (۲)$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه‌ی «۱» **گام اول:** ابتدا فرمولی که نیرو را به نیروهای دیگر ارتباط دهد می‌نویسیم. سال نهم یاد گرفتید که: $F = ma$. در این

فرمول می‌خواهیم یکای F را پیدا کنیم و خوشبختانه نماد آن در یک طرف قرار دارد.

گام دوم: به جای هر کمیت یکای آن را قرار می‌دهیم، یکای جرم kg و یکای شتاب m/s^2 است، پس:

حواستون باشه حرف لاتینی که در فرمول‌های فیزیک می‌نویسیم، «نماد» آن کمیت است؛ نه «واحد» آن! مثلاً در فرمول $F = ma$ ، حرف m نماد جرم است (نه واحد طول که متره).

مثال در رابطه $\Delta x = \frac{1}{3}At^3 + \frac{1}{2}Bt^2 + Ct$ اگر یکای C، متر بر ثانیه و یکای t، ثانیه باشد، یکای A و یکای B به ترتیب از راست به چپ

کدام است؟

(۱) متر^۲/ثانیه^۲ و متر^۳/ثانیه^۳ (۲) متر^۲/ثانیه^۲ و متر^۳/ثانیه^۳ (۳) (متر)^۳/ثانیه^۳ و (متر)^۲/ثانیه^۲ (۴) (متر)^۳/ثانیه^۳ و (متر)^۲/ثانیه^۲

پاسخ گزینه «۲» **گام اول** ضربهای $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ تأثیری در کشف یکای کمیت‌ها ندارند. پس آن‌ها را نادیده می‌گیریم.

گام دوم از آن جایی که ما فقط اجازه داریم کمیت‌های هم‌جنس را جمع یا تفریق کنیم، می‌توانیم ادعا کنیم که یکای Ct، Bt^2 و At^3 یکسان است:

یکای $At^3 = Bt^2 = Ct$

گام سوم یکای C و t را داریم؛ پس یکای Bt^2 و At^3 را هم می‌توانیم پیدا کنیم.

$Ct = A t^3 \Rightarrow \frac{m}{s} \times s = A (s)^3 \Rightarrow A = \frac{m}{s^3}$ یکای A

$Ct = B t^2 \Rightarrow \frac{m}{s} \times s = B (s)^2 \Rightarrow B = \frac{m}{s^2}$ یکای B

در جدول زیر چند کمیت و یکای فرعی را که در SI نام مخصوص دارند آورده‌ایم. برای هر کدام فرمول مناسبی آورده‌ایم که با آن می‌توانید (همانند مثال بالا) یکای فرعی را به دست بیاورید. (البته هنوز هندتا از فرمول‌ها رو یاد نگرفتین که تا آخر این کتاب یاد می‌گیرین.)

| کمیت فرعی | فرمول مناسب | یکای فرعی | نام مخصوص SI |
|----------------|---------------------------|---|-------------------------------|
| نیرو | $F = ma$ | $\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ | نیوتون (N) |
| فشار | $P = \frac{F}{A}$ | $\frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}$ | پاسکال (Pa) |
| کار و انرژی | $W = Fd$ | $\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ | ژول (J) |
| توان | $P = \frac{W}{t}$ | $\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}$ | وات (W) |
| گرمای ویژه | $c = \frac{Q}{m\Delta T}$ | $\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \text{K}}$ | $\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ |
| گرمای نهان ذوب | $L_F = \frac{Q}{m}$ | $\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$ | $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$ |

با فوترن این درس نامه تستای ۶ تا ۲۲ رو جواب بدین.

تبدیل واحد و نمادگذاری علمی

تبدیل واحد، استفاده از پیشوندهای SI و همچنین نمادگذاری علمی سه موضوع مهم است که در این درس نامه یاد می‌گیریم:

تبدیل واحد

ما برای تبدیل یکای یک کمیت به یکای دیگر از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. مراحل این تبدیل را همراه با یک مثال برایتان روشن می‌کنیم: فرض کنید می‌خواهیم بینیم ۳۰ اینچ چند فوت است؟

گام اول تساوی‌ای را که بین دو یکا برقرار است، می‌نویسیم. هر فوت برابر ۱۲ اینچ است، یعنی:

$1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$
 $\frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} = 1$ یا $\frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} = 1$

گام دوم تساوی‌ای را که در گام اول نوشتیم، به صورت یک کسر که برابر ۱ است درمی‌آوریم:

حواستون باشه بسته به این که کدام کمیت را می‌خواهیم به کدام کمیت تبدیل کنیم، این کسر را می‌نویسیم. مثلاً اگر بخواهیم اینچ را به فوت تبدیل کنیم، باید اینچ در مخرج و فوت در صورت کسر باشد (یعنی $\frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} = 1$). در این صورت یکایی که باید تغییر کند در گام بعدی ساده می‌شود.

گام سوم مقدار داده‌شده را در کسری که در گام دوم به دست آوردیم، ضرب می‌کنیم و این‌گونه کمیت از یک واحد به واحد دیگر تبدیل می‌شود:

$30 \text{ in} = 30 \text{ in} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} = \frac{30}{12} \text{ ft} = 2.5 \text{ ft}$

۱- این را که هر فوت چند اینچ است لازم نیست حفظ باشید. در صورت سؤال می‌دهند.

مثال ۵ سیر معادل چند گرم است؟ (یک سیر ۱۶ مثقال و هر مثقال ۴/۸۶ است.)

۱۹/۴۴ (۱) ۱۹۴/۴ (۲) ۳۸/۸۸ (۳) ۳۸۸/۸ (۴)

پاسخ گزینه‌ی «۴» براساس داده‌های سؤال باید سیر را به مثقال و مثقال را به گرم تبدیل کنیم. پس طبق دستورالعملی که گفتیم، کسرهایی را که لازم داریم، می‌نویسیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} ۱۶ \text{ مثقال} = ۱ \text{ سیر} \\ ۴/۸۶ \text{ g} = ۱ \text{ مثقال} \end{array} \right.$$

حالا به صورت زنجیره‌ای ۵ سیر را به گرم تبدیل می‌کنیم:

$$۵ \text{ سیر} = ۵ \times \frac{۱۶ \text{ مثقال}}{۱ \text{ سیر}} \times \frac{۴/۸۶ \text{ g}}{۱ \text{ مثقال}} = ۵ \times ۱۶ \times ۴/۸۶ \text{ g} = ۳۸۸/۸ \text{ g}$$

حواستون باشه یک وقت کسرها را وارونه ننویسید. مثلاً اگر به جای $\frac{۱۶ \text{ مثقال}}{۱ \text{ سیر}}$ می‌نوشتید $\frac{۱ \text{ سیر}}{۱۶ \text{ مثقال}}$ ، سیر با سیر ساده نمی‌شود!

سعی کنید مثال بعدی را اول خودتان حل کنید و بعد پاسخ آن را بخوانید. در انتخاب کسر مناسب، دقت کنید.

مثال ۴۵۷/۲ cm برابر چند فوت است؟ (۱ ft = ۱۲ in, ۱ in = ۲/۵۴ cm)

۵ (۱) ۱۵ (۲) ۶۰ (۳) ۱۸۰ (۴)

پاسخ گزینه‌ی «۲» چون نمی‌دانیم هر cm، چند ft است، پس اول باید cm را به in و سپس in را به ft تبدیل کنیم. پس کسرهای به‌دردیخور

$$۴۵۷/۲ \text{ cm} = ۴۵۷/۲ \text{ cm} \times \frac{۱ \text{ in}}{۲/۵۴ \text{ cm}} \times \frac{۱ \text{ ft}}{۱۲ \text{ in}} = \frac{۴۵۷/۲}{۲/۵۴ \times ۱۲} \text{ ft} = ۱۵ \text{ ft}$$

هستند و داریم: $\frac{۱ \text{ ft}}{۱۲ \text{ in}}$ و $\frac{۱ \text{ in}}{۲/۵۴ \text{ cm}}$

استفاده از پیشوندهای SI

| پیشوندهای بزرگ کننده | | | پیشوندهای کوچک کننده | | |
|----------------------|------|--------|----------------------|-------|--------|
| ضریب تبدیل | نماد | پیشوند | ضریب تبدیل | نماد | پیشوند |
| $۱۰^۱$ | da | دکا | $۱۰^{-۱}$ | d | دسی |
| $۱۰^۲$ | h | هکتو | $۱۰^{-۲}$ | c | سانتی |
| $۱۰^۳$ | k | کیلو | $۱۰^{-۳}$ | m | میلی |
| $۱۰^۶$ | M | مگا | $۱۰^{-۶}$ | μ | میکرو |
| $۱۰^۹$ | G | گیگا | $۱۰^{-۹}$ | n | نانو |
| $۱۰^{۱۲}$ | T | ترا | $۱۰^{-۱۲}$ | p | پیکو |

هر کدام از این پیشوندها، نماد یک عدد از مرتبه‌ی ۱۰ (یا همان ۱۰^n) است که به آن ضریب تبدیل می‌گوییم. هر وقت ضریب تبدیل، ابتدای یک واحد قرار بگیرد، اندازه‌ی واحد را به همان میزان بزرگ یا کوچک می‌کند؛ مثلاً کیلو یعنی $۱۰^۳$ و وقتی ابتدای واحدی مثل متر قرار می‌گیرد، می‌شود km که هر ۱ km معادل $۱۰^۳ \text{ m}$ است. در جدول روبه‌رو پیشوندهای مورد نیاز را گذاشته‌ایم:

معمولاً در بیشتر تست‌ها باید یکای یک کمیت را از یک مقیاس به مقیاس دیگر ببریم. روش انجام این کار را در مثال زیر نشان داده‌ایم.

مثال هر ng برابر چند kg است؟

۱۰^{-۹} (۱) ۱۰^{-۶} (۲) ۱۰^{-۱۲} (۳) ۱۰^{-۱۲} (۴)

پاسخ گزینه‌ی «۳» تبدیل یکاهای پیشونددار به یکدیگر دو مرحله دارد:

گام اول برداشتن پیشوند اولیه: برای این کار کافی است، پیشوند اولیه را بردارید و به جای آن ضریب تبدیلیش را قرار دهید:

$$۱ \text{ ng} = ۱ \times (۱۰^{-۹}) \text{ g}$$

$$۱۰^{-۹} \text{ g} \times \frac{\text{k}}{۱۰^۳} = ۱۰^{-۱۲} \text{ kg}$$

ضریب تبدیل کیلو

گام دوم گذاشتن پیشوند جدید: در این مرحله، یکا را در ضریب تبدیل پیشوند $\frac{\text{نماد پیشوند}}{\text{ضریب تبدیل پیشوند}}$ ضرب کنید:

مثال زیر را در یک مرحله پاسخ می‌دهیم:

مثال ۴/۹ hm چند μm است؟

۴/۹ × ۱۰^{-۸} (۱) ۴/۹ × ۱۰^{-۶} (۲) ۴/۹ × ۱۰^{-۸} (۳) ۴/۹ × ۱۰^{-۸} (۴)

پاسخ گزینه‌ی «۴» h را برمی‌داریم و به جایش $۱۰^۲$ را قرار می‌دهیم و حاصل را در $\frac{\mu}{۱۰^{-۶}}$ ضرب می‌کنیم:

$$۴/۹ \times (۱۰^۲) \text{ m} \times \frac{\mu}{۱۰^{-۶}} = ۴/۹ \times ۱۰^۸ \mu\text{m}$$

نکته اگر واحد یک کمیت، توان‌دار باشد، توان آن را هم در تبدیل واحد در نظر می‌گیریم.



مثلاً مساحت $5/4 \text{ m}^2$ بر حسب سانتی متر مربع برابر است با: $5/4 \text{ m}^2 \times \left(\frac{\text{C}}{10^{-2}}\right)^2 = 5/4 \times 10^4 \text{ cm}^2$

مثال 4000 mm^3 معادل چند سانتی متر مکعب است؟

گزینه‌ی «۳» «میلی» را برمی‌داریم و به جای آن 10^{-3} می‌گذاریم و حاصل را در $\left(\frac{\text{C}}{10^{-3}}\right)^3$ ضرب می‌کنیم:

$$4000 \times (10^{-3} \text{ m})^3 \times \left(\frac{\text{C}}{10^{-3}}\right)^3 = 4000 \times \frac{10^{-9}}{10^{-9}} \text{ cm}^3 = 4000 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$$

حواستون باشد: تنها زمانی اجازه داریم دو واحد را به هم تبدیل کنیم که هر دو از جنس یک نوع کمیت باشند؛ مثلاً نمی‌توانیم 20 m^2 را که از جنس مساحت است به متر مکعب (یکای حجم) تبدیل کنیم و یا 3 km/h را که از جنس سرعت است به متر بر مجذور ثانیه (یکای شتاب) تبدیل کنیم. **نکته** یکاهای غیر SI (اما معروف) دیگری هستند که باید معادلشان را با واحدهای SI بدانیم. در جدول صفحه‌ی بعد، این واحدها را معرفی کرده‌ایم و در فصل خودشان از آن‌ها استفاده خواهیم کرد.

| معادل واحد در SI | واحد غیر SI | نام کمیت |
|-----------------------------|---|----------------------|
| 10^{-3} m^3 | L (لیتر) | حجم |
| 10^5 Pa | atm (اتمسفر) | فشار |
| 1360 Pa^* | cmHg (سانتی‌متر جیوه) | فشار |
| 10^{-4} T | G (گاوس) | بزرگی میدان مغناطیسی |
| $4/2 \text{ J}$ | cal (کالری) | انرژی |
| 3600 s | ساعت | زمان |
| 60 s | دقیقه | زمان |
| 10^3 kg/m^3 | g/cm^3 (گرم بر سانتی‌متر مکعب) | چگالی |
| 1 kg/m^3 | g/L (گرم بر لیتر) | چگالی |
| $\frac{1}{3/6} \text{ m/s}$ | km/h (کیلومتر بر ساعت) | سرعت |

* واحد سانتی‌متر جیوه در صورتی که چگالی جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ و $g = 10 \text{ N/kg}$ معرفی شود، معادل 1360 Pa است.

مثال 360 km/h چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ داریم:

نکته برای تبدیل یکاهای متر بر ثانیه و کیلومتر بر ساعت می‌توانید از الگوی روبه‌رو استفاده کنید:

اگر در مثال بالا بخواهیم km/h را به m/s تبدیل کنیم، باید 360 km/h را در $\frac{1}{3/6}$ ضرب کنیم:

$$v = 360 \text{ km/h} = 360 \times \frac{10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 100 \text{ m/s}$$

$$(\text{km/h}) \xrightarrow[\times 3/6]{\times \frac{1}{3/6}} (\text{m/s})$$

$$v = 360 \times \frac{1}{3/6} = 100 \text{ m/s}$$

استفاده از نمادگذاری علمی

سرعت نور در خلأ 300000000 m/s است. حالا اگر بخواهیم این عدد را به توان ۲ برسانیم (مثلاً در فرمول $E = mc^2$) باید یک ۹ بنویسیم و تا ۱۶ صفر جلویش بگذاریم. بهره‌گرفتن از تکنیک نمادگذاری علمی ما را از شر این صفرها خلاص می‌کند. این روش می‌گوید: عدد X به $x \times 10^k$ تبدیل می‌شود، به طوری که $1 \leq x < 10$ و k یک عدد صحیح باشد. به مثال‌های مقابل توجه کنید:

$2/3 \times 10^{-3} \text{ m}$ ← رقم ممیز را به جلو می‌کشیم → $0/0023 \text{ m}$

$7/43 \times 10^6 \text{ kg}$ ← رقم ممیز را به عقب می‌بریم → 7430000 kg

پس در واقع در $x \times 10^k$ عدد k برابر تعداد ارقامی است که ممیز را جابه‌جا می‌کنیم و هر وقت ممیز را جلو بکشیم، $k < 0$ و هر وقت آن را عقب ببریم، $k > 0$ است.

هر چیزی رو که برای زدن تستای ۲۳ تا ۵۰ لازم، توی این درس‌نامه یاد گرفتید. با دقت به این تست پاسخ بدین.

پرسش‌های بخش الفبای اندازه‌گیری

فیزیک، دانش بنیادی

سلام. خوشحالیم که اومردین، امیدواریم که تا آخر کتاب با ما باشید.

تست‌های آغازین کتاب رو از متن کتاب درسی طرح کردیم. توصیه می‌کنیم حتماً اولین درس‌نامه‌ی کتاب رو بخونید.

۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) دانشمندان علم فیزیک برای توصیف و توضیح پدیده‌های مورد بررسی، اغلب از مدل، قانون و نظریه‌ی فیزیکی استفاده می‌کنند و سپس با آزمایش آن‌ها را مورد آزمون قرار می‌دهند.

ب) آزمایش و مشاهده در فیزیک اهمیت بسیار زیادی دارد و بیشترین نقش را در تکامل و پیشبرد علم فیزیک ایفا کرده است.

پ) مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند و همیشه این امکان وجود دارد که آزمایش‌های جدید منجر به بازنگری مدل یا نظریه‌ای شوند.

ت) احتمال نادرست بودن یا نیاز به اصلاح داشتن یک نظریه‌ی فیزیکی نقطه‌ی ضعف دانش فیزیک است.

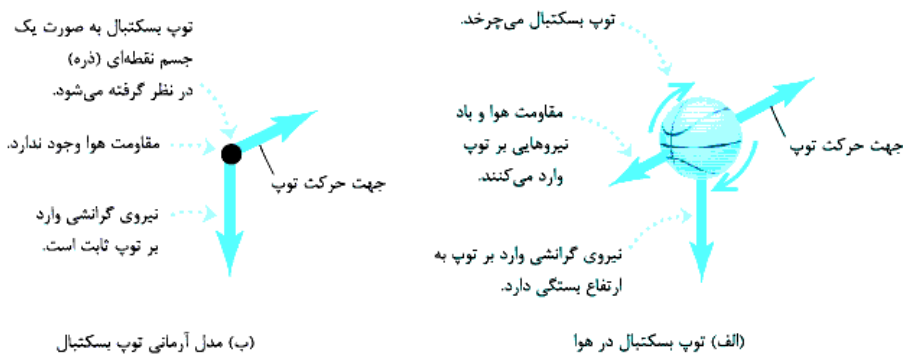
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲- کدام یک از موارد زیر بیشترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک داشته است؟

۱) مشاهده‌ی علمی پدیده‌ها ۲) آزمایش و تجربه و اندازه‌گیری ۳) ارائه‌ی مدل‌های فیزیکی ۴) اندیشه‌ورزی فعال و تفکر نقادانه

در سه تست بعدی به مدل‌سازی پرداخته‌ایم.

۳- در مدل‌سازی پدیده‌ی «پرتاب توپ بسکتبال» (شکل زیر) کدام یک از فرض‌های زیر برای ساده‌سازی ضرورت ندارد؟



۱) فرض می‌کنیم توپ در خلأ در حال حرکت است و مقاومت هوا و باد وجود ندارند.

۲) فرض می‌کنیم توپ به شکل یک ذره است و از اندازه و شکل آن چشم‌پوشی می‌کنیم.

۳) فرض می‌کنیم نیروی وزن وارد بر توپ ناچیز است.

۴) فرض می‌کنیم وزن توپ با تغییر ارتفاع تغییر نمی‌کند.

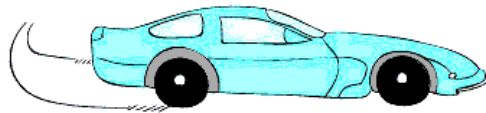
۴- فرض کنید خودرویی در حال حرکت است. خودرو با دیدن یک مانع ترمز می‌کند و پس از طی مسافتی می‌ایستد. برای مدل‌سازی فیزیکی این پدیده، برخی از عوامل را نادیده می‌گیریم. نادیده‌گرفتن کدام موارد زیر باعث می‌شود نتیجه‌ی بررسی مدل با واقعیت تفاوت آشکاری داشته باشد؟

الف) ابعاد خودرو

ب) اصطکاک خودرو با زمین و مقاومت هوا

پ) چرخش چرخ‌ها

ت) جرم خودرو و سرنشینان آن



۴) ب و ت

۳) الف و ب

۲) الف و پ

۱) پ و ت

۵- فرض کنید مطابق شکل زیر، مقداری آب درون ظرفی روی یک اجاق روشن قرار دارد. برای مدل‌سازی پدیده‌ی «افزایش دمای آب به خاطر دریافت گرما» کدام یک از ساده‌سازی‌های زیر ضرورتی ندارد؟

۱) فرض می‌کنیم ظرف، گرمایی دریافت نمی‌کند و تمام گرما به آب منتقل می‌شود.

۲) فرض می‌کنیم ذرات هوای اطراف ظرف، گرمایی دریافت نمی‌کنند.

۳) فرض می‌کنیم تمام قسمت‌های آب همواره دمای یکسانی دارند و دما در تمام نقاط مایع به طور همگن زیاد می‌شود.

۴) تمام آب موجود در ظرف را به شکل یک ذره در نظر می‌گیریم که در حال گرفتن گرما است.



اندازه‌گیری و کمیت

حالا می‌فواهیم به مفهوم «کمیت» و «یکا» بپردازیم!

۶- کدام گزینه درباره‌ی یکای یک کمیت نادرست است؟

- (۱) یکای هر کمیت مقداری قراردادی است.
 (۲) یکای یک کمیت نمی‌تواند مستقل از کمیت‌های دیگر باشد.
 (۳) یک کمیت ممکن است چند یکا داشته باشد.
 (۴) یکای هر کمیت مقدار معینی از همان کمیت است.

۷- برای گزارش ابعاد یک اتومبیل از یک کمیت و برای گزارش سرعت آن از یک کمیت استفاده می‌کنیم.

- (۱) اصلی - برداری (۲) فرعی - نرده‌ای (۳) برداری - اصلی (۴) نرده‌ای - اصلی

۸- کدام گزینه درباره‌ی یک کمیت نادرست است؟

- (۱) همه‌ی کمیت‌ها قابل اندازه‌گیری‌اند.
 (۲) همه‌ی کمیت‌ها «یکا» دارند.
 (۳) کمیتی که یکای آن تعریف مستقل دارد، اصلی است.
 (۴) در روابط فیزیکی هر کمیت با چند کمیت دیگر در ارتباط است.

۹- کمیت‌های اصلی، کمیت‌هایی هستند که:

- (۱) ثابت هستند.
 (۲) در دسترس هستند.
 (۳) یکای آن‌ها به طور مستقل تعریف شده است.
 (۴) دارای یکای مناسب هستند.

۱۰- چندتا از جمله‌های زیر درباره‌ی کمیت‌ها درست‌اند؟

- (الف) برای این‌که عددهای حاصل از اندازه‌گیری‌های مختلف یک کمیت با هم مقایسه‌پذیر باشد، دانشمندان برای هر کمیت یکای معینی را تعریف کردند.
 (ب) تعدادی از کمیت‌ها بدون یکا (واحد) هستند.

(پ) قوانین فیزیک و ریاضی کمیت‌ها را به هم مربوط می‌کنند. بنابراین یکای برخی کمیت‌ها به یکای برخی کمیت‌های دیگر وابسته است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

آیا کمیت‌های اصلی و یکایشان را به قاطر سپرده‌اید؟

۱۱- کمیت‌های عنوان‌شده در کدام گزینه همگی اصلی‌اند؟

- (۱) شدت روشنایی، طول، نیرو
 (۲) گرما، زمان، جرم
 (۳) جریان الکتریکی، دما، جرم
 (۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی، مقدار ماده، زمان

(سراسری ریاضی قارج ۸۶)

۱۲- جرم و زمان از و کیلوگرم و ثانیه از در SI می‌باشند.

- (۱) یکاهای فرعی - یکاهای اصلی
 (۲) یکاهای اصلی - کمیت‌های فرعی
 (۳) کمیت‌های اصلی - یکاهای اصلی
 (۴) کمیت‌های اصلی - کمیت‌های فرعی

۱۳- یکای کمیت‌های اصلی «طول، جرم، زمان و دما» در SI، در کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ به درستی بیان شده‌اند؟

- (۱) متر، گرم، ثانیه، درجه‌ی سلسیوس
 (۲) متر، کیلوگرم، ثانیه، کلوبین
 (۳) سانتی‌متر، کیلوگرم، دقیقه، کلوبین
 (۴) سانتی‌متر، گرم، دقیقه، کلوبین

(سراسری ریاضی ۸۶ با تغییر)

۱۴- از کمیت‌های اصلی و از کمیت‌های فرعی در SI می‌باشند.

- (۱) حجم و جرم - زمان و انرژی (۲) جرم و زمان - طول و نیرو (۳) طول و جرم - مساحت و نیرو (۴) نیرو و دما - سرعت و شدت جریان

۱۵- در کدام گزینه کمیت‌های مطرح‌شده جزء کمیت‌های اصلی هستند و به یکای آن‌ها در SI به درستی اشاره شده است؟

- (۱) بار الکتریکی (یکا: کولن)، مقدار ماده (یکا: مول)، شدت روشنایی (یکا: کندلا)
 (۲) بار الکتریکی (یکا: کولن)، مقدار ماده (یکا: کیلوگرم)، شدت روشنایی (یکا: شمع)
 (۳) جریان الکتریکی (یکا: آمپر)، مقدار ماده (یکا: مول)، شدت روشنایی (یکا: کندلا)
 (۴) جریان الکتریکی (یکا: آمپر)، مقدار ماده (یکا: کیلوگرم)، شدت روشنایی (یکا: شمع)

تشخیص کمیت‌های «برداری» و «نرده‌ای» هم از چیزهایی است که باید بلد باشید.

۱۶- کدام گزینه در مورد جرم و سرعت یک متحرک درست است؟

- (۱) هر دو کمیت دارای جهت‌اند.
 (۲) این دو کمیت را می‌توانیم در هم ضرب کنیم.
 (۳) عمل جمع و تفریق برای هر دو به یک صورت تعریف می‌شود.
 (۴) این دو کمیت را می‌توانیم با هم جمع کنیم.

۱۷- چه تعداد از کمیت‌های روبه‌رو برداری هستند؟ سرعت / مقاومت الکتریکی / جریان الکتریکی / اختلاف پتانسیل الکتریکی / گرما / دما / جرم / چگالی

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸- چه تعداد از کمیت‌های روبه‌رو نرده‌ای هستند؟ تندی / فشار / شتاب / نیرو / جابه‌جایی / گشتاور / کار

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

همان‌طور که فودراتن می‌دانید یکای کمیت‌های فرعی بر اساس یکای کمیت‌های اصلی تعریف می‌شوند. شما باید بتوانید یکای یک کمیت فرعی را بر حسب یکاهای اصلی به دست بیاورید. در درس‌نامه یک روش قوی برای این کار یاد می‌گیرید.

۱۹- پاسکال (یکای فشار در SI) به کدام شکل بر حسب یکاهای اصلی بیان می‌شود؟

- (۱) $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$ (۲) $\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$ (۳) $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$ (۴) $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2.\text{s}^2}$

۲۰- می‌دانیم یکای کار در SI ژول نام دارد. ژول بر حسب یکاهای اصلی به شکل کدام یک از گزینه‌های زیر مطرح می‌شود؟

- (۱) $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$ (۲) $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$ (۳) $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}}$ (۴) $\frac{\text{kg}^2.\text{m}}{\text{s}^2}$

۲۱- اگر دو سر فنری را با نیروی F بکشیم، طول فنر به اندازه‌ی Δx زیاد می‌شود. بین F و Δx رابطه‌ی F = K Δx برقرار است. یکای K بر حسب یکاهای اصلی در کدام گزینه به درستی ذکر شده است؟

- (۱) $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$ (۲) $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2.\text{s}^2}$ (۳) $\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$ (۴) $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$

۲۲- در رابطه‌ی فیزیکی $A = \frac{BC^2}{D}$ ، کمیت A بر حسب نیوتون (N)، D بر حسب ثانیه (s) و C بر حسب متر (m) است. در این صورت واحد کمیت B کدام است؟

- (۱) $\frac{\text{N}}{\text{s.m}^2}$ (۲) $\frac{\text{N.s}}{\text{m}^2}$ (۳) $\frac{\text{N.s}}{\text{m}}$ (۴) $\frac{\text{m}^2.\text{s}}{\text{N}}$

تبدیل واحد و معادگاری علمی

از ما به شما نصیحت! برای حل تست‌های تبدیل واحد متماً از روش «تبدیل زنجیره‌ای» استفاده کنید.

۲۳- مایل که از یکاهای متداول طول در دستگاه بریتانیایی است، تقریباً برابر با ۱۶۰۰ متر است. فاصله‌ی دو شهر نیویورک و لندن برابر با ۳۴۸۰ مایل است. این فاصله برابر چند کیلومتر است؟

- (۱) ۲۱۷۵ (۲) ۲۱۷۵۰۰۰ (۳) ۵۵۶۸ (۴) ۵۵۶۸۰۰۰

۲۴- ۶ / ۲۵ خروار برابر چند تن است؟ (۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز، ۱ من تبریز = ۶۴۰ مثقال، ۱ مثقال = ۴ / ۸۶ گرم)

- (۱) ۱ / ۹۴۴ (۲) ۱۹ / ۴۴ (۳) ۱۹۴ / ۴ (۴) ۱۹۴۴

۲۵- ارتفاع هواپیمایی از سطح آزاد دریاها ۳۰۰۰۰ پا (فوت) است. این ارتفاع چند برابر کیلومتر است؟ (هر پا برابر ۱۲ اینچ و هر اینچ ۲ / ۵ cm است.)

- (۱) ۶ (۲) ۷ / ۵ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۲۶- ارتفاع برج میلاد، به عنوان ششمین برج بلند مخابراتی جهان، برابر ۴۳۵ / ۰۰ متر است. اگر هر فوت برابر ۱۲ اینچ و هر اینچ ۲ / ۵۴ سانتی‌متر باشد، ارتفاع برج میلاد تقریباً برابر با چند فوت است؟

- (۱) ۱۴۲۷ (۲) ۱۳۲۷ (۳) ۱۴۸۸ (۴) ۱۳۸۸

۲۷- طول سی‌وسه‌پل اصفهان برابر با ۲۸ m / ۲۹۳ است. این عدد بر حسب فرسنگ برابر کدام گزینه است؟ (هر فرسنگ برابر با ۶۰۰۰ ذرع و هر ذرع معادل ۱۰۴۰ میلی‌متر است.)

- (۱) ۰ / ۰۴۷ (۲) ۲۸۲ (۳) ۳۰۵ (۴) ۰ / ۰۵۱

۲۸- راید، استادیوم و پل‌ترو از یکاهای قدیمی یونانی طول هستند. یک راید برابر ۴ استادیوم، یک استادیوم برابر ۶ پل‌ترو و یک پل‌ترو برابر ۸ m / ۳۰ است. ۵۰ / ۰۰ راید برابر چند کیلومتر است؟

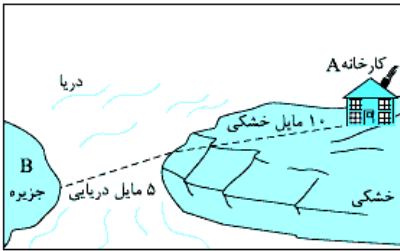
- (۱) ۶ / ۱۶ (۲) ۹ / ۲۴ (۳) ۳۶ / ۹۶ (۴) ۷۳ / ۹۲

۲۹- یک اینچ برابر ۲ / ۵۴ cm، یک فوت برابر ۱۲ اینچ و یک یارد برابر ۳ فوت است. ۱۱۴۳ / ۰۰ mm برابر چند یارد است؟

- (۱) ۳ / ۷۵ (۲) ۱ / ۲۵ (۳) ۳۷ / ۵ (۴) ۱۲ / ۵

۳۰- قد علی دایی، آقای گل جهان، برابر با ۶ / ۰۰ ft و ۳ / ۶۰ in است. قد علی دایی بر حسب سانتی‌متر تقریباً برابر کدام گزینه است؟ (هر ft برابر ۱۲ in و هر in برابر ۲ / ۵۴ سانتی‌متر است.)

- (۱) ۱۹۰ (۲) ۱۹۱ (۳) ۱۹۲ (۴) ۱۹۳



۳۱- در شکل مقابل باید کالایی، طبق مسیر مشخص شده، از کارخانه‌ی A با کامیون و کشتی به جزیره‌ی B منتقل شود. مسافتی که کالا طی می‌کند، چند کیلومتر است؟ (یک مایل در خشکی برابر ۱۶۰۹ متر و در دریا ۱۸۵۲ متر است.)

- (۱) ۲۵ / ۲۵
- (۲) ۲۵ / ۳۵
- (۳) ۳۰ / ۳۵
- (۴) ۲۰ / ۲۵

۳۲- اگر فاصله‌ی زمین تا خورشید را $2 \times 10^{11} \text{ m}$ در نظر بگیریم، قطر خورشید به صورت نماد علمی چند واحد نجومی (AU) است؟ (قطر خورشید $1/4 \text{ Mm}$ است.)

- (۱) 7×10^{-6}
- (۲) 7×10^{-6}
- (۳) 7×10^{-5}
- (۴) 7×10^{-6}

۳۳- یک سال نوری تقریباً چند برابر یک یکای نجومی است؟ فاصله‌ی زمین تا خورشید را $2 \times 10^{11} \text{ m}$ در نظر بگیرید.

- (۱) ۵۰۰۰
- (۲) ۱۰۰۰
- (۳) ۵۰۰۰۰
- (۴) ۱۰۰۰۰

در ۳ تست بعدی با یکه‌های مساحت و حجم سروکله می‌زنیم!

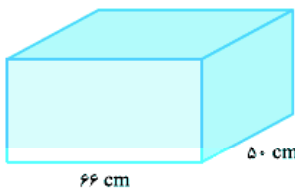
۳۴- ابعاد یک زمین فوتبال $110/00$ متر در $70/00$ متر است. مساحت این زمین فوتبال چند هکتار است؟

- (۱) $0/77$
- (۲) $7/70$
- (۳) $77/00$
- (۴) $770/00$

۳۵- طول، عرض و ارتفاع یک مکعب مستطیل به ترتیب $2/500 \text{ m}$ ، $40/0 \text{ cm}$ و 300 mm است. حجم مکعب برحسب میلی‌متر مکعب برابر کدام گزینه است؟

- (۱) 3×10^7
- (۲) 3×10^8
- (۳) 12×10^7
- (۴) 12×10^8

۳۶- گالن (یکی از واحدهای متداول حجم در دستگاه بریتانیایی) تقریباً برابر با $4/4$ لیتر است. 30 گالن آب را درون یک آکواریوم به ابعاد شکل روبه‌رو می‌ریزیم. ارتفاع آب در آکواریوم چند سانتی‌متر می‌شود؟



- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۵۰
- (۴) ۶۰

از این‌ها به بعد تست‌ها کمی سخت‌تر می‌شود! برای حل تست‌های زیر لازم است علاوه‌بر تبدیل واحد از یک فرمول (که در سال‌های قبیل یاد گرفتید) هم استفاده کنید.

۳۷- فاصله‌ی دو روستای «علی‌آباد» و «حسن‌آباد» به گفته‌ی پدربزرگ پدرام 2 فرسنگ است. اگر پدرام مسیر مستقیم بین دو روستا را با سرعت 45 km/h طی کند، بعد از چند دقیقه از علی‌آباد به حسن‌آباد می‌رسد؟ (هر فرسنگ را 6000 متر در نظر بگیرید.)

- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۶
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۴

۳۸- علی، به تقلید از گالیله، برای اندازه‌گیری تندی متوسط یک خودرو از نبض خود به عنوان زمان‌سنج استفاده می‌کند. اگر در بازه‌ی زمانی‌ای که خودرو مسافت 1500 متر را طی می‌کند، نبض علی 175 بار بزند، تندی متوسط خودرو چند کیلومتر بر ساعت است؟ (فرض کنید نبض یک شخص در هر دقیقه 70 بار بزند.)

- (۱) ۱۰
- (۲) ۲۰
- (۳) ۳۶
- (۴) ۷۲

۳۹- سرعت نور در خلأ تقریباً $3/00 \times 10^8 \text{ m/s}$ است. سرعت نور برحسب AU/min (یکای نجومی بر دقیقه) برابر کدام گزینه است؟ (متوسط فاصله‌ی زمین تا خورشید $2 \times 10^{11} \text{ m}$ است.)

- (۱) $0/25 \times 10^{-3}$
- (۲) $2/5 \times 10^{-3}$
- (۳) $0/9$
- (۴) $0/90$

۴۰- یک کشتی که با تندی 200 گره در حال حرکت است، چند ثانیه طول می‌کشد تا مسافتی به اندازه‌ی $20/6 \text{ km}$ را طی کند؟ (هر گره را برابر با 185 m/s در نظر بگیرید.)

- (۱) ۱۰
- (۲) ۲۰
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۲۰۰

۴۱- تندی یک کشتی 8 گره است. تندی این کشتی تقریباً چند مایل بر ساعت است؟ (هر گره تقریباً $1/5 \text{ m/s}$ و هر مایل در دریا تقریباً 1800 متر است.)

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۸

۴۲- مصرف سوخت اتومبیلی پس از طی مسافت 22 مایل، 1 گالن است. این اتومبیل با مصرف یک لیتر سوخت چند کیلومتر را طی می‌کند؟ (یک گالن برابر با $4/4 \text{ L}$ و یک مایل $1/6 \text{ km}$ است.)

- (۱) ۵
- (۲) ۸
- (۳) ۱۰
- (۴) $12/8$

۴۳- رکورد سریع‌ترین کاهش وزن در جهان در اختیار رضا دیداری (یک جوان گیلانی) است که توانست در مدت ۱۲ ماه، به طور طبیعی، وزن (به طور علمی تر، جرم) خود را از ۲۰۰ kg به ۸۰ kg برساند. آهنگ کاهش جرم وی چند میلی‌گرم بر ثانیه بوده است؟

$$\frac{125}{27} \text{ (۴)} \quad \frac{125}{81} \text{ (۳)} \quad \frac{125}{162} \text{ (۲)} \quad \frac{125}{324} \text{ (۱)}$$

در بحث پیشوندها باید ضریب هر پیشوند را فقط باشید و بتوانید پیشوندهای مختلف را به هم تبدیل کنید.

۴۴- مقدار $5/8 \times 10^4 \mu\text{m}^2$ برابر چند سانتی‌متر مربع است؟

$$5/8 \times 10^{12} \text{ (۴)} \quad 5/8 \times 10^8 \text{ (۳)} \quad 5/8 \times 10^{-4} \text{ (۲)} \quad 5/8 \text{ (۱)}$$

۴۵- 746 cm^3 معادل چند میلی‌متر مکعب است؟

$$74/6 \times 10^2 \text{ (۴)} \quad 746 \times 10^{-3} \text{ (۳)} \quad 7/46 \times 10^5 \text{ (۲)} \quad 7/46 \times 10^1 \text{ (۱)}$$

۴۶- هر میلی‌لیتر معادل است با یک (ضریب پیشوند دسی 10^{-1} است).

$$\text{دسی‌متر مربع (۴)} \quad \text{دسی‌متر مکعب (۳)} \quad \text{سانتی‌متر مربع (۲)} \quad \text{سانتی‌متر مکعب (۱)}$$

۴۷- جرم جسمی 0.02040 mg گزارش شده است. جرم این جسم بر حسب کیلوگرم کدام است؟

$$2/040 \times 10^{-8} \text{ (۴)} \quad 2/040 \times 10^{-4} \text{ (۳)} \quad 2/040 \times 10^{-6} \text{ (۲)} \quad 2/040 \times 10^{-5} \text{ (۱)}$$

۴۸- کدام گزینه $4650 \mu\text{m}$ را بر حسب کیلومتر به صورت نمادگذاری علمی نشان می‌دهد؟

$$4/650 \times 10^{-12} \text{ (۴)} \quad 4650 \times 10^{-9} \text{ (۳)} \quad 465 \times 10^{-8} \text{ (۲)} \quad 4/650 \times 10^{-6} \text{ (۱)}$$

۴۹- قطر هسته‌ی اورانیم، 0.175 pm است. این عدد در SI و به صورت نمادگذاری علمی در کدام گزینه به درستی عنوان شده است؟

$$1/75 \times 10^{-14} \text{ (۴)} \quad 1/75 \times 10^{-10} \text{ (۳)} \quad 0.175 \times 10^{-13} \text{ (۲)} \quad 0.175 \times 10^{-10} \text{ (۱)}$$

۵۰- هر 4 km/s به صورت نمادگذاری علمی، چند متر بر ساعت است؟

$$1/44 \times 10^7 \text{ (۴)} \quad 14400000 \text{ (۳)} \quad 1/44 \times 10^4 \text{ (۲)} \quad 14400 \text{ (۱)}$$

تست‌های بخش اول تمام شد!

اما ما برای دانش‌آموزانی که می‌خوان هر آزمونی رو ۱۰۰ یا حتی بالاتر!!! بزنند، پندتا تست جون‌دار آماده کردیم، تست‌های سری Z!

سری Z

۵۱- فرض کنید \vec{A} و \vec{B} دو کمیت برداری و c یک کمیت نرده‌ای (با یکای معین در SI) باشد. اگر $\vec{A} = c\vec{B}$ باشد، کدام یک از رابطه‌های زیر می‌تواند درست باشد؟ (\vec{D} یک کمیت برداری است.)

$$\vec{B} = c + \vec{D} \text{ (۴)} \quad \sqrt{2}\vec{A} - c\vec{B} = \vec{D} \text{ (۳)} \quad \vec{B} + \sqrt{2}\vec{A} = \frac{\vec{D}}{c} \text{ (۲)} \quad \vec{B} - \vec{A} = \vec{D} \text{ (۱)}$$

۵۲- در رابطه‌ی فیزیکی $A - \frac{D}{C} = BC^2$ ، اگر کمیت B بر حسب کیلوگرم متر بر مربع ثانیه و کمیت A بر حسب کیلوگرم متر ($\text{kg} \cdot \text{m}$) باشد، یکای کدام رابطه‌ی زیر $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ است؟

$$\frac{D}{C^2} \text{ (۴)} \quad \frac{C}{D} \text{ (۳)} \quad DC \text{ (۲)} \quad \frac{D^2}{C} \text{ (۱)}$$

۵۳- یک جهانگرد بر روی یکی از نصف‌النهارهای کره‌ی زمین از عرض جغرافیایی 60° شمالی تا عرض جغرافیایی 60° جنوبی سفر کرده است. مسافتی که این جهانگرد پیموده است، چند فرسنگ است؟ (زمین را یک کره با قطر 12760 km در نظر بگیرید، هر فرسنگ 6000 ذرع و هر ذرع 104 cm است.)

$$6420 \text{ (۴)} \quad 4280 \text{ (۳)} \quad 3210 \text{ (۲)} \quad 2140 \text{ (۱)}$$

۵۴- شخصی با هواپیما از مختصات جغرافیایی 53° شمالی و 45° شرقی مستقیماً به مختصات 53° شمالی و 15° غربی می‌رود. اگر ارتفاع پرواز هواپیما 24000 ذرع باشد، مسافتی که هواپیما پیموده است، چند فرسنگ است؟ (زمین را یک کره با شعاع 6378 km در نظر بگیرید، هر ذرع 104 cm و هر فرسنگ $6/24 \text{ km}$ است.)

$$324 \text{ (۴)} \quad 320 \text{ (۳)} \quad 644 \text{ (۲)} \quad 640 \text{ (۱)}$$

۵۵- شخصی می‌خواهد 15 kg نمک را در بسته‌های 120 گرمی بسته‌بندی کند. اما او فقط وزنه‌های یک سیری و ده نخودی در اختیار دارد و با این وزنه‌ها نمک را به نزدیک‌ترین مقدار ممکن به 120 g بسته‌بندی می‌کند. او در پایان حداکثر چند بسته نمک به جرم تقریبی 120 g بسته‌بندی کرده است؟ (هر سیر، 16 مثقال یا $76/77 \text{ g}$ و هر مثقال، 24 نخود است.)

$$118 \text{ (۴)} \quad 120 \text{ (۳)} \quad 124 \text{ (۲)} \quad 125 \text{ (۱)}$$

۵۶- حجم مکعب‌مستطیلی به ابعاد 500 in ، 25 ft و 1000 cm ، چند متر مکعب است؟ (هر اینچ برابر $2/54 \text{ cm}$ و هر فوت برابر 12 in است.)

$$968 \text{ (۴)} \quad 970 \text{ (۳)} \quad 2326 \text{ (۲)} \quad 233 \text{ (۱)}$$

۴ خطا و دقت در اندازه‌گیری

هیچ اندازه‌گیری‌ای قطعی و بدون خطا نیست، (به این می‌گویند عدم قطعیت در اندازه‌گیری). دقیق بودن یک اندازه‌گیری به سه عامل زیر بستگی دارد:

- ۱) دقت وسیله‌ی اندازه‌گیری
- ۲) مهارت کسی که اندازه‌گیری می‌کند.
- ۳) تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود.

حالا هر کدام از این‌ها را دقیق‌تر بررسی می‌کنیم:

۱- دقت وسیله‌ی اندازه‌گیری

اغلب وسیله‌های اندازه‌گیری به دو صورت مدرج (درجه‌بندی شده) و رقمی (دیجیتال) ساخته می‌شوند. بنا به قراردادی که در کتاب درسی آمده، اعلام میزان دقت و خطای این دو نوع وسیله متفاوت است، پس لطفاً اول ببینید وسیله‌ی اندازه‌گیری مدرج است یا دیجیتال و بعد براساس قاعده‌ی زیر، دقت و خطای اندازه‌گیری وسیله را مشخص کنید. (همین‌جا اینو بدوید که فضای اندازه‌گیری رو به کمک دقت اندازه‌گیری ابزار حساب می‌کنیم).

الف: دقت و خطای وسیله‌ی اندازه‌گیری مدرج: خط‌کش، کولیس، ریزسنج، دماسنج جیوه‌ای و ... ابزارهای اندازه‌گیری مدرج هستند. در این وسیله‌ها دقت اندازه‌گیری برابر کمینه‌ی درجه‌بندی آن وسیله است و میزان خطای اندازه‌گیری با آن وسیله را برابر منفی و مثبت نصف کم‌ترین تقسیم‌بندی آن در نظر می‌گیریم؛ یعنی:

$$\text{دقت یا کمینه‌ی تقسیم‌بندی وسیله} = \pm \frac{\text{خطای اندازه‌گیری وسیله}}{2}$$

به عنوان نمونه، کمینه‌ی تقسیم‌بندی (دقت) خط‌کشی که برحسب سانتی‌متر مدرج شده، ۱ cm است و میزان خطای آن می‌تواند $\pm 0.5 \text{ cm}$ باشد. یعنی اگر ما طول یک جسم را با این خط‌کش مثلاً 4.0 cm اندازه گرفتیم، طول واقعی این جسم بین 3.5 cm تا 4.5 cm است که ما آن را به صورت $4.0 \text{ cm} \pm 0.5 \text{ cm}$ گزارش می‌کنیم.

مثال کمینه‌ی تقسیم‌بندی یک ریزسنج 0.01 mm است. ما طول یک جسم را با این ریزسنج 7.770 mm خوانده‌ایم. کدام‌یک از گزینه‌های

زیر گزارش درست‌تری از این اندازه‌گیری است؟

۲) $7.77 \text{ mm} \pm 0.01 \text{ mm}$

۱) $7.770 \text{ mm} \pm 0.005 \text{ mm}$

۴) $7.770 \text{ mm} + 0.005 \text{ mm}$

۳) $7.77 \text{ mm} + 0.01 \text{ mm}$

پاسخ گزینه‌ی «۱» بنا به روشی که در کتاب درسی پیشنهاد شده، اول باید کمینه‌ی تقسیم‌بندی ریزسنج را نصف کنیم: $\pm \frac{0.01}{2} = \pm 0.005 \text{ mm}$

سپس می‌گوییم اندازه‌گیری ما ممکن است 0.005 mm خطا داشته باشد، یعنی طول دقیق جسم (x) در محدوده‌ی زیر قرار دارد:

$$7.765 \text{ mm} \leq x \leq 7.775 \text{ mm} \quad \text{یا} \quad 7.770 \text{ mm} \pm 0.005 \text{ mm}$$

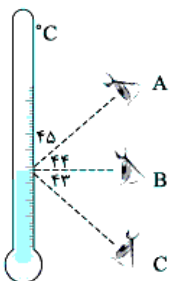
→ **دقت و خطای وسیله‌ی اندازه‌گیری دیجیتال (رقمی):** میزان دقت اندازه‌گیری ابزارهای دیجیتال برابر با کم‌ترین ارزش مکانی^۱ عددی است که نشان می‌دهند و خطای اندازه‌گیری با این وسایل برابر مثبت و منفی دقت اندازه‌گیری است. برای نمونه هر ردیف از جدول زیر را از چپ به راست ببینید تا متوجه منظور ما بشوید:

| گزارش درست | خطای اندازه‌گیری | کم‌ترین ارزش مکانی (دقت اندازه‌گیری) | عددی که نمایشگر دیجیتال نشان داده است |
|--|----------------------------------|---|---------------------------------------|
| $27.4 \text{ }^\circ\text{C} \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ | $\pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ | $0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ (یک‌دهم درجه‌ی سلسیوس) | 37.4 |
| $43.007 \text{ mm} \pm 0.001 \text{ mm}$ | $\pm 0.001 \text{ mm}$ | 0.001 mm (یک‌هزارم میلی‌متر) | 43.007 |
| $523 \text{ g} \pm 1 \text{ g}$ | $\pm 1 \text{ g}$ | 1 g (یک گرم) | 523 |

نکته چه در ابزارهای مدرج و چه در ابزارهای دیجیتال، وسیله‌ی اندازه‌گیری‌ای دقیق‌تر است که دقت آن کوچک‌تر باشد، مثلاً خط‌کشی که برحسب میلی‌متر (0.01 m) مدرج شده از خط‌کشی که برحسب سانتی‌متر (0.01 m) درجه‌بندی شده، دقیق‌تر است.

۲- مهارت کسی که اندازه‌گیری می‌کند

واضح و مبرهن است که مهارت شخصی که اندازه‌گیری می‌کند روی دقت اندازه‌گیری مؤثر است. مثلاً در شکل روبه‌رو افراد A، B و C به ترتیب دما را $45 \text{ }^\circ\text{C}$ ، $44 \text{ }^\circ\text{C}$ و $43 \text{ }^\circ\text{C}$ می‌خوانند و ما و شما می‌دانیم شخص B که خط دیدش عمود بر ستون مایع دماسنج است، دقیق‌تر اندازه‌گیری کرده است.



۱- ارزش مکانی همون یکان، دهگان، صدگانه که وقتی بچه بودیم یاد گرفتیم!

گزارش نتیجه‌ی یک اندازه‌گیری

وقتی می‌خواهیم نتیجه‌ی یک اندازه‌گیری را گزارش کنیم، گزارشمان باید دو چیز را نشان دهد:

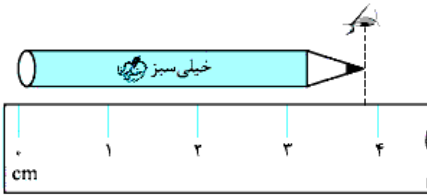
۱) اندازه‌ای که گرفته‌ایم.

۲) میزان دقت یا خطای وسیله

مثلاً در شکل تکراری روبه‌رو:

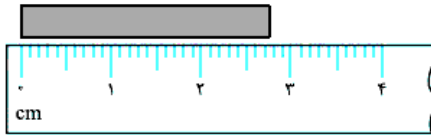
۱- طول مداد را $3/7 \text{ cm}$ اندازه گرفته‌ایم.

۲- کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش 1 cm است، بنابراین خطای خط‌کش $\pm 0/5 \text{ cm}$ است، پس گزارش ما باید به صورت روبه‌رو باشد. در این اندازه‌گیری تعداد رقم‌های بامعنا دو رقم و رقم ۷ غیرقطعی (حدسی) است.



$3/7 \text{ cm} \pm 0/5 \text{ cm}$
 ↓
 میزان خطای وسیله
 اندازه‌ای که ما گرفته‌ایم

مثال با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه طول جسم را درست‌تر گزارش کرده است؟



۱) $2/74 \text{ cm} \pm 0/1 \text{ cm}$

۲) $2/74 \text{ cm} \pm 0/05 \text{ cm}$

۳) $2/7 \text{ cm} \pm 0/1 \text{ cm}$

۴) $2/7 \text{ cm} \pm 0/5 \text{ cm}$

پاسخ گزینه‌ی «۲» اگر با دقت به شکل نگاه کنید، می‌بینید که طول جسم کمی از $2/7 \text{ cm}$ بیشتر است و می‌توانیم حدس بزنیم طول آن حدود $2/74 \text{ cm}$ است (این که $2/74 \text{ cm}$ گزارش کنیم یا $2/73 \text{ cm}$ یا $2/75 \text{ cm}$ چندان اهمیت ندارد، چون رقم سمت راست حدسی و غیرقطعی است). از سوی دیگر کمینه‌ی تقسیم‌بندی خط‌کش، $0/1 \text{ cm}$ (یا 1 mm) است، پس خطای آن را $\pm 0/1 = \pm 0/5 \text{ cm}$ در نظر می‌گیریم و به صورت روبه‌رو طول جسم را گزارش می‌کنیم:

نکته باید حواسمان باشد که در گزارش یک اندازه‌گیری، کم‌ترین ارزش مکانی خطای دستگاه و اندازه‌ای که گرفته‌ایم، یکسان باشد. در مواردی که تعداد ارقام اعشار کمتر از تعداد ارقام اعشار گزارش باشد، خطای اندازه‌گیری را گرد می‌کنیم. مثلاً اگر کمینه‌ی تقسیم‌بندی یک کولیس $0/5 \text{ mm}$ باشد، خطای آن برابر نصف این مقدار ($\pm 0/25 \text{ mm}$) می‌شود که سه رقم اعشار دارد ولی مقداری که گزارش می‌شود دو رقم اعشار دارد. بنابراین باید خطای اندازه‌گیری را به صورت $\pm 0/3 \text{ mm}$ گرد کنیم. مثلاً:

$$\underbrace{37/25 \text{ mm} \pm 0/03 \text{ mm}}_{\text{درست}} \quad \underbrace{37/25 \text{ mm} \pm 0/025 \text{ mm}}_{\text{غلط}}$$

◀ تستی ۵۷ تا ۶۶ در باره‌ی دقت و خطای اندازه‌گیری. با دقت و بدون خطا به این تست پاسخ بده!

تخمین مرتبه‌ی بزرگی



ممکن است در محاسبه‌ی یک کمیت، وقت کافی برای محاسبه‌ی دقیق نداشته باشیم؛ یا اطلاعاتمان در مورد چیزی که می‌خواهیم حساب کنیم دقیق و کافی نباشد، یا اصلاً دقت در نتیجه‌ی محاسبات ما چندان مهم نباشد. در این شرایط «تخمین می‌زنیم» یا «برآورد می‌کنیم». این را هم بگوییم که «تخمین» یا «برآورد» یک کمیت، راه و روش خودش را دارد. (همین‌طوری یهوپی نمی‌شه تخمین زد، تخمین با درس فرق داره!)

تخمین، چند نوع مختلف دارد که ما می‌خواهیم یک نمونه از آن‌ها به نام «تخمین مرتبه‌ی بزرگی» را یاد بگیریم. ابتدا باید با مفهوم «مرتبه‌ی بزرگی» آشنا شویم.

مرتبه‌ی بزرگی یک عدد

منظور از مرتبه‌ی بزرگی یک عدد تقریب‌زدن آن با توانی از 10 است.

مرتبه‌ی بزرگی یک عدد مانند x را در دو پله به دست می‌آوریم:

پله‌ی اول، ابتدا عدد موردنظر را به شکل نمادگذاری علمی یعنی $x = a \times 10^n$ می‌نویسیم ($1 \leq a < 10$).

پله‌ی دوم، اگر a کم‌تر از 5 باشد به جای آن 1 و اگر بزرگ‌تر یا مساوی 5 باشد، به جای آن 10 قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} 1 \leq a < 5 : x = a \times 10^n \sim 1 \times 10^n = 10^n \\ 5 \leq a < 10 : x = a \times 10^n \sim 10 \times 10^n = 10^{n+1} \end{cases}$$

به نمونه‌های زیر دقت کنید.

$$4 = 4 \times 10^0 \sim 1 \times 10^0 = 10^0$$

$$8 = 8 \times 10^0 \sim 10 \times 10^0 = 10^1$$

$$26 = 2/6 \times 10^1 \sim 1 \times 10^1 = 10^1$$

$$63 = 6/3 \times 10^1 \sim 10 \times 10^0 = 10^2$$

$$75000 = 7/5 \times 10^4 \sim 10 \times 10^4 = 10^5$$

$$0/7 = 7 \times 10^{-1} \sim 10 \times 10^{-1} = 10^0$$

$$0/3 = 3 \times 10^{-1} \sim 1 \times 10^{-1} = 10^{-1}$$

$$0/05 = 5 \times 10^{-2} \sim 10 \times 10^{-2} = 10^{-1}$$

$$0/0062 = 6/2 \times 10^{-3} \sim 10 \times 10^{-3} = 10^{-2}$$

$$0/045 \times 10^{-4} = 4/5 \times 10^{-6} \sim 1 \times 10^{-6} = 10^{-6}$$

نکته در مرحله ۲ اگر می‌خواهیم محاسباتمان کمی دقیق‌تر باشد، به جای ۱، ۰٫۸ یا ۱۰ قرار نمی‌دهیم بلکه به جای آن نزدیک‌ترین عدد صحیح را قرار می‌دهیم. مثل نمونه‌های روبه‌رو:

$$16750 = 1/675 \times 10^4 \sim 2 \times 10^4, \quad 0/0062 = 6/2 \times 10^{-3} \sim 6 \times 10^{-3}$$

حل مسائل با روش «تخمین مرتبه‌ی بزرگی»

برای حل مسئله‌ها با روش تخمین مرتبه‌ی بزرگی مرحله‌های زیر را انجام می‌دهیم:

پله اول: رابطه‌ای را که تعیین‌کننده‌ی پاسخ نهایی مسئله است، می‌نویسیم. این رابطه می‌تواند یک «فرمول فیزیکی» باشد یا یک فرمول تناسبی یا هر چیز دیگر.

پله دوم: مرتبه‌ی بزرگی کمیت‌های معلوم فرمول را مشخص می‌کنیم. در این مرحله ممکن است مجبور باشیم مقدار کمیتی را خودمان به طور منطقی و یا تجربی حدس بزنیم.

پله سوم: در این مرحله اگر می‌خواهید پاسخ را با دقت بیشتری به دست آورید، مرتبه‌ی بزرگی کمیت‌ها را دقیق‌تر تعیین کنید. (یعنی این شکلی: 10^{11} × عدد صحیح) **پله سوم:** با استفاده از رابطه‌ای که در پله اول نوشتید، مرتبه‌ی بزرگی کمیت مجهول را حساب کنید. مرحله‌های گفته‌شده را در چند مثال پیاده می‌کنیم.

مثال کل مدت زمانی که شما تاکنون در کلاس درس مدرسه سپری کرده‌اید، برحسب ثانیه، به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

$$10^{11} \text{ (۴)}$$

$$10^9 \text{ (۳)}$$

$$10^7 \text{ (۲)}$$

$$10^5 \text{ (۱)}$$

پاسخ گزینه‌ی «۲» **پله اول:** برای محاسبه‌ی خواسته‌ی مسئله از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

متوسط زمان هر جلسه (ثانیه) × تعداد جلسات کلاس مدرسه = کل زمان سپری‌شده در کلاس مدرسه (ثانیه)

پله دوم: باید «متوسط زمان هر جلسه» و «تعداد جلسات کلاس مدرسه» را تعیین کنیم. در واقع باید خودمان به طور تقریبی ولی منطقی تخمین بزنیم. زمان هر جلسه (همون زنگ) در مدارس معمولاً ۶۰ تا ۹۰ دقیقه است. ما مدت زمان جلسه را ۷۵ min در نظر می‌گیریم اما باید آن را به ثانیه تبدیل کنیم. (ما محاسبات خود را در حل این مثال یا دو دقت مختلف انجام می‌دهیم.)

$$\text{متوسط زمان هر جلسه} = 75 \text{ min} = 75 \times 60 \text{ s} = 4500 \text{ s} = 4/5 \times 10^3 = \begin{cases} 10^3 & \text{دقت کم} \\ 5 \times 10^3 & \text{دقت زیاد} \end{cases}$$

برای تخمین تعداد جلسات، کارمان کمی طولانی‌تر است. تا این لحظه، شما ۹ سال تحصیلی را سپری کرده‌اید (این پندر هفته‌ی سال دهم رو بره‌یال شیر). هر سال تحصیلی ۹ ماه است، ولی تقریباً ۲ ماه از این ۹ ماه صرف امتحانات ترم، تعطیلات و ... می‌شود. پس در هر سال تحصیلی شما ۷ ماه آموزشی دارید. هر ماه ۴ هفته دارد. در هر هفته ۵ روز به مدرسه می‌روید و هر روز ۴ زنگ (جلسه) کلاس دارید. پس تعداد کل جلسات برابر است با:

$$\text{تعداد جلسات کلاس} = 9 \times 7 \times 4 \times 5 \times 4 = 5040 = 5/04 \times 10^3 = \begin{cases} 10^4 & \text{دقت کم} \\ 5 \times 10^3 & \text{دقت زیاد} \end{cases}$$

پله سوم: از رابطه‌ی مرحله‌ی یک استفاده می‌کنیم:

$$\text{متوسط زمان هر جلسه (ثانیه)} \times \text{تعداد جلسات کلاس مدرسه} = \text{کل زمان سپری‌شده در کلاس مدرسه (ثانیه)} = \begin{cases} 10^4 \times 10^3 = 10^7 & \text{دقت کم} \\ 5 \times 10^3 \times 5 \times 10^3 = 2/5 \times 10^7 & \text{دقت زیاد} \end{cases}$$

این مثال را بهانه کرده و چند نکته برایتان می‌گوییم:

۱) در تست‌های «تخمین» یا «برآورد» معمولاً فاصله‌ی گزینه‌ها از هم زیاد است (دقت کنید در این تست مقدار هر گزینه ۱۰۰ برابر گزینه قبلی است). به همین دلیل انتظار نمی‌رود که: اولاً محاسبات را خیلی دقیق انجام دهید، ثانیاً در تخمین مقدار کمیت‌هایی که سؤال نداده است، خیلی وسواس به خرج ندهید.

۲) برای تخمین کمیت‌هایی که سؤال درباره‌ی آن‌ها حرفی نزده و می‌خواهد خودمان آن‌ها را مشخص کنیم، باید از یک روند منطقی برای تخمین‌زدن استفاده کنیم (نه این‌که بپووی به عدد بگیم). مثلاً در این تست دیدید که برای تخمین تعداد جلسات از تعداد سال‌های تحصیلی، تعداد ماه‌هایی که کلاس‌های درس تشکیل می‌شود و ... استفاده کردیم.

مثال مصرف روزانه‌ی بنزین کل خودروهای شخصی کشور، بر حسب لیتر، به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

۱) 10^5 (۲) 10^8 (۳) 10^{11} (۴) 10^{14}

پاسخ گزینه‌ی «۲» مرحله‌ی ۱: از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

مصرف روزانه‌ی هر خودرو (L) × تعداد خودروهای شخصی کشور = (L) مصرف روزانه‌ی بنزین تمام خودروهای شخصی کشور

مرحله‌ی ۲: **گام اول** تعداد خودروهای شخصی کل کشور را تخمین می‌زنیم. ایران تقریباً ۸۰ میلیون نفر جمعیت دارد. به نظر شما از هر چند نفر، یک نفر خودروی شخصی دارد؟ از هر ۴ نفر؟ از هر ۵ نفر؟ یا از هر ۱۰ نفر؟ ما در نظر می‌گیریم از هر ۵ نفر یک نفر خودروی شخصی دارد (شما در نظر بگیرید از هر ۱۰ نفر یک نفر خودروی شخصی دارد یا حتی از هر ۲۰ نفر! می‌بینید که در نهایت ما و شما قرار است یک گزینه را انتخاب کنیم). بنابراین تعداد خودروها برابر است با:

$$10^7 - 16 \times 10^6 = \frac{1}{5} \times (80 \times 10^6) = \frac{1}{5} \times \text{جمعیت ایران} = \text{تعداد خودروهای شخصی کشور}$$

گام دوم حالا باید مصرف روزانه‌ی هر خودرو را بر حسب لیتر برآورد کنیم. به نظر شما یک خودروی معمولی روزانه چند لیتر بنزین مصرف می‌کند؟ ما فرض می‌کنیم هر خودرو به طور متوسط روزانه ۵۰ km حرکت می‌کند. اگر خودروها، باز هم به طور متوسط، در هر ۱۰۰ km، ۱۰ لیتر بنزین مصرف کنند، در ۵۰ کیلومتر ۵ لیتر بنزین مصرف می‌کنند، پس مصرف روزانه‌ی بنزین خودروها را $5L$ در نظر می‌گیریم.

مرحله‌ی ۳: در پایان از رابطه‌ی که در مرحله‌ی ۱ معرفی کردیم، استفاده می‌کنیم: $L = 10^8 - 5 \times 10^7 =$ مصرف روزانه‌ی بنزین تمام خودروهای شخصی کشور (L) بد نیست بدانید مصرف روزانه‌ی بنزین کشور تقریباً $7 \times 10^7 L$ است.

حواستون باشه ممکن بود در تقمین زدن، عددهای دیگه‌ای رو در نظر بگیریم و آفرش به 10^7 یا 10^9 برسیم که باید باز هم گزینه‌ی (۲) رو انتخاب کنیم. چون سؤال گفته به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است.

مثال جرم پروتون بر حسب کیلوگرم به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (جرم یک مول اتم هیدروژن ۱ گرم است.)

۱) 10^{-18} (۲) 10^{-21} (۳) 10^{-24} (۴) 10^{-27}

پاسخ گزینه‌ی «۴» با مفهوم مول در فصل اول درس شیمی آشنا شدید و می‌دانید که یک مول اتم هیدروژن یعنی $6/022 \times 10^{23}$ اتم هیدروژن، بنابراین طبق گفته‌ی سؤال جرم $6/022 \times 10^{23}$ اتم هیدروژن برابر است با ۱ گرم. اتم هیدروژن از یک الکترون و یک پروتون تشکیل شده است. جرم الکترون در برابر پروتون بسیار ناچیز است بنابراین از جرم الکترون صرف‌نظر می‌کنیم و می‌نویسیم:

مرحله‌ی ۱: $(kg) \text{جرم یک مول هیدروژن} = \text{تعداد اتم‌های یک مول هیدروژن} \times \text{جرم یک اتم هیدروژن به جرم یک پروتون (kg)}$

مرحله‌ی ۲: $1g = 10^{-3} kg = \text{جرم یک مول هیدروژن}$

مرحله‌ی ۳: $10^{-27} kg = \frac{10^{-3}}{6/022 \times 10^{23}} = \text{جرم یک اتم هیدروژن به جرم یک پروتون (kg)}$

این مبحث سؤالی عیبی داره! برای این که توی تقمین زدن مهارت پیدا کنید، تستای ۶۷ تا ۹۲ رو بنزینید.

پرسش‌های بخش ۲: خطا، دقت، تخمین

خطا و دقت در اندازه‌گیری

- برای این که از پس تست‌های این قسمت بر بیایید، باید معنی اصطلاحات «خطای اندازه‌گیری»، «دقت و حساسیت اندازه‌گیری»، «رقم‌های با معنی»، «رقم هرسی» و ... را بدانید. آیا می‌دانید؟ به توصیه‌ی همیشگی ما توجه کنید، درس‌نامه را خوب بقوانید!
- ۵۷- دقت اندازه‌گیری به کدام یک از عوامل زیر بستگی ندارد؟
- (۱) مهارت شخصی که اندازه‌گیری می‌کند.
 (۲) رقمی (دیجیتال) بودن یا نبودن ابزار اندازه‌گیری
 (۳) تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود.
 (۴) حساسیت ابزار اندازه‌گیری
- ۵۸- شکل زیر صفحه‌ی نمایشگر یک آمپرسنج رقمی را نشان می‌دهد. کدام گزینه گزارش درست‌تری از این اندازه‌گیری است؟



- (۱) $2010 \text{ mA} \pm 1 \text{ mA}$
 (۲) $2010/0 \text{ mA} \pm 0/5 \text{ mA}$
 (۳) $2/01 \text{ A} \pm 0/01 \text{ A}$
 (۴) $2/01 \text{ A} \pm 0/001 \text{ A}$

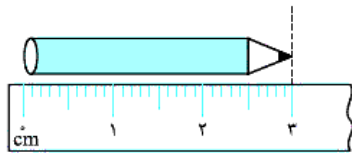
۵۹- طول یک مداد را با یک خط‌کش که برحسب سانتی‌متر مدرج شده اندازه گرفته‌ایم و مقدار آن را 0.090 m گزارش کرده‌ایم. به ترتیب رقم غیرقطعی و تعداد ارقام بامعنی این اندازه‌گیری کدام است؟

- ۱) ۰ و ۲ ۲) ۰ و ۳ ۳) ۰ و ۴ ۴) ۰ و ۹

| | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ |
| ۱۲۲ g | ۱۲۱ g | ۱۲۷ g | ۱۲۲ g | ۱۲۳ g | ۱۲۱ g | ۱۲۸ g | ۱۲۲ g |

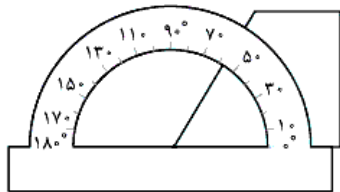
۶۰- در هشت بار اندازه‌گیری جرم یک جسم به وسیله‌ی یک ترازو، مقدارهای روبه‌رو به دست آمده است. کدام گزینه گزارش دقیق‌تر و قابل قبولی از این اندازه‌گیری است؟

- ۱) $121/8$ ۲) 122 ۳) 121 ۴) 123



۶۱- با توجه به شکل روبه‌رو، در گزارش طول مداد، خطای وسیله و تعداد ارقام بامعنا است.

- ۱) $1 \pm 0.1 \text{ cm}$ ۲) $1 \pm 0.1 \text{ cm}$
 ۳) $3 \pm 0.5 \text{ cm}$ ۴) $2 \pm 0.5 \text{ cm}$



۶۲- در شکل روبه‌رو، با نقاله یکی از زاویه‌های یک قطعه‌ی دوزنقه‌ای شکل را نشان داده‌ایم. کدام گزینه گزارش دقیق‌تر و قابل قبولی از اندازه‌ی این زاویه است؟

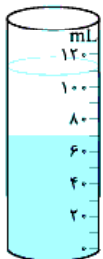
- ۱) $50^\circ \pm 10^\circ$ ۲) $57^\circ \pm 5^\circ$
 ۳) $57/5^\circ \pm 5^\circ$ ۴) $60^\circ \pm 10^\circ$

۶۳- با یک کولیس که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن 1 mm است، قطر داخلی یک لوله $5.0005 \text{ m} \pm 0.0005 \text{ m}$ گزارش شده است. رقم غیرقطعی و تعداد ارقام بامعنا این گزارش کدام است؟

- ۱) ۲ و ۴ ۲) ۲ و ۳ ۳) ۵ و ۰ ۴) ۰ و ۴

۶۴- به کمک یک تندیس سنج عقربه‌ای (مدرج)، تندیس یک اتومبیل در یک لحظه $1 \text{ km/h} \pm 108 \text{ km/h}$ گزارش شده است. کمینه‌ی تقسیم‌بندی این تندیس سنج و تعداد ارقام بامعنا این گزارش کدام است؟

- ۱) 1 km/h و ۲ رقم ۲) 1 km/h و ۳ رقم ۳) 2 km/h و ۲ رقم ۴) 2 km/h و ۳ رقم



۶۵- در کدام گزینه، حجم مایع درون استوانه‌ی روبه‌رو درست‌تر و دقیق‌تر گزارش شده است؟

- ۱) $113 \text{ mL} \pm 10 \text{ mL}$
 ۲) $113 \text{ mL} \pm 5 \text{ mL}$
 ۳) $110 \text{ mL} \pm 10 \text{ mL}$
 ۴) $105 \text{ mL} \pm 5 \text{ mL}$

۶۶- با یک کولیس قطر داخلی یک لوله را اندازه گرفتیم و به درستی مقدار $5.0005 \text{ m} \pm 0.02810 \text{ m}$ را گزارش کردیم. کمینه‌ی تقسیم‌بندی این کولیس و تعداد ارقام بامعنا آن به ترتیب کدام است؟

- ۱) 0.5 mm و ۳ رقم ۲) 0.1 mm و ۳ رقم ۳) 0.5 mm و ۴ رقم ۴) 0.1 mm و ۴ رقم

تخمین مرتبه‌ی بزرگی

تست‌های این بخش بسیار هیجان‌انگیز است. برای این که لازم است گاهی اطلاعات لازم برای حل یک مسئله را فوراً پیدا کنیم! تنها قبل از حل این تست‌ها درس‌نامه را خیلی دقیق بخوانید.

۶۷- برای اولین بار، حدود ۲۴۰۰ سال پیش، ارسطو به اهمیت «مشاهده» در بررسی پدیده‌های فیزیکی اشاره کرد. چه مرتبه‌ای از 10 برحسب ثانیه از آن زمان می‌گذرد؟

- ۱) 10^8 ۲) 10^{11} ۳) 10^{14} ۴) 10^{17}

۶۸- مساحت کره‌ی ماه برحسب هکتار به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (هر هکتار برابر 10^4 متر مربع و شعاع کره‌ی ماه 1700 کیلومتر است.)

- ۱) 10^6 ۲) 10^9 ۳) 10^{12} ۴) 10^{15}

۶۹- ایران با متوسط بارش سالانه‌ی 250 میلی‌متری جزو مناطق خشک جهان محسوب می‌شود. با کل آب ناشی از بارش سالانه‌ی ایران، تقریباً چند بطری $1/5$ لیتری را می‌توان پر کرد؟ (مساحت ایران تقریباً $1/6$ میلیون کیلومتر مربع است.)

- ۱) 10^8 ۲) 10^{11} ۳) 10^{14} ۴) 10^{17}



۷۰- مصرف روزانه‌ی نفت خام در جهان ۸۰ میلیون بشکه و حجم تمام ذخایر نفتی جهان $1/4 \times 10^{12}$ بشکه است. اگر مصرف نفت به همین شکل ادامه پیدا کند، پس از چند سال تمام ذخایر نفتی جهان به پایان می‌رسد؟

- (۱) 100 (۲) 1000 (۳) 10000 (۴) 100000

۷۱- حجم بدن یک انسان بالغ برحسب سانتی‌متر مکعب به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^2 (۲) 10^5 (۳) 10^8 (۴) 10^{11}

۷۲- بارش متوسط سالیانه در کره‌ی زمین ۸۶۰ میلی‌متر گزارش شده است. حجم کل آب ناشی از بارش سالیانه، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ km است.)

- (۱) 10^{11} (۲) 10^{14} (۳) 10^{17} (۴) 10^{20}

از این‌ها به بعد تست‌ها به کوهپولوی سفت‌تر می‌شه!

۷۳- شهر رشت با مساحت 180 km^2 در زمینی مسطح در شمال ایران واقع است. در یک روز طوفانی حدود ۱۰ mm باران در این شهر باریده است. تعداد قطره‌های باران، در این روز طوفانی، به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^{14} (۲) 10^{17} (۳) 10^{20} (۴) 10^{23}

۷۴- نیوتون در سن ۸۵ سالگی از دنیا رفت. حجم هوایی که نیوتون در تمام طول عمر خود تنفس کرده، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^3 (۲) 10^9 (۳) 10^{12} (۴) 10^{15}

۷۵- مردم ایران هر ساله به مناسبت نوروز گندم سبز می‌کنند. اگر به ازای هر ۷ ایرانی، ۱۰۰g گندم سبز شود، هر ساله حدود چند کیلوگرم گندم به سبزه‌ی عید تبدیل می‌شود؟ (جمعیت ایران ۸۰ میلیون نفر است.)

- (۱) 10^2 (۲) 10^4 (۳) 10^6 (۴) 10^8

۷۶- حجم خونی که قلب یک نفر در طول عمرش به سرخرگ آئورت پمپ می‌کند، برحسب لیتر، به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (قلب در هر ضربان به طور میانگین 70 cm^3 خون به سرخرگ آئورت پمپ می‌کند.)

- (۱) 10^2 (۲) 10^5 (۳) 10^8 (۴) 10^{11}

۷۷- توان متوسط مفید یک کارگر که حداکثر می‌تواند ۸ ساعت در روز کار کند، ۱۵۰ W است. اگر قرار باشد توربین‌های نیروگاه دو هزار مگاواتی شهید رجایی در تمام مدت شبانه‌روز با نیروی انسانی کار کنند، کلاً چند نفر کارگر لازم است؟

- (۱) 10 (۲) 10^3 (۳) 10^5 (۴) 10^7

۷۸- مصرف روزانه‌ی نان در کل کشور، برحسب کیلوگرم، به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^5 (۲) 10^7 (۳) 10^9 (۴) 10^{11}

۷۹- مصرف روزانه‌ی بنزین خودروهای شهر تهران، برحسب لیتر، به کدام یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^5 (۲) 10^7 (۳) 10^9 (۴) 10^{11}

هالا تست‌ها به کوهپولوی ریگه هم سفت‌تر می‌شه!

۸۰- تنظیم موتور خودرو باعث می‌شود که مصرف بنزین در هر ۱۰۰ کیلومتر ۱ لیتر کم‌تر شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نصف خودروهای شهر تهران احتیاج به تنظیم موتور دارند. اگر این کار صورت گیرد، هزینه‌ی ماهانه‌ی صرفه‌جویی‌شده در مصرف بنزین در تهران، برحسب ریال، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (قیمت هر لیتر بنزین را ۱۰۰۰۰ ریال در نظر بگیرید.)

- (۱) 10^8 (۲) 10^{11} (۳) 10^{14} (۴) 10^{17}

۸۱- فرض کنید در ایران از هر ده شیر آب یکی خراب است و آب به صورت قطره‌قطره از آن چکه می‌کند. حجم کل آبی که از این راه در طی یک شبانه‌روز در کل ایران هدر می‌رود، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^3 (۲) 10^5 (۳) 10^8 (۴) 10^{12}

۸۲- حجم کل آب موجود در سطح کره‌ی زمین، برحسب لیتر، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ km است.)

- (۱) 10^{15} (۲) 10^{18} (۳) 10^{21} (۴) 10^{24}

۸۳- فرض کنید حجمی برابر با حجم همه‌ی انسان‌های زمین را به شکل لایه‌ای یکنواخت روی سطح زمین بگذاریم. ضخامت این لایه برحسب میلی‌متر به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟ (شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ km است.)

- (۱) 10^3 (۲) 10 (۳) 10^{-2} (۴) 10^{-5}

در ۲ تست بعدی باید از کمیت «توان» استفاده کنید. مطمئن هستیم می‌دانید: $\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}} = \text{توان}$

۸۴- توان مصرفی یک لامپ التهایبی و یک لامپ کم‌مصرف، با روشنایی مشابه، به ترتیب ۱۰۰ و ۲۰ وات است. اگر تمام لامپ‌های منازل مسکونی کشور از نوع التهایبی به کم‌مصرف تبدیل شوند، تقریباً چند ریال در ماه در مصرف انرژی الکتریکی صرفه‌جویی می‌شود؟ (هزینه‌ی هر ژول انرژی الکتریکی برابر ۰/۰۲ ریال است. تمام اعداد و اطلاعات مورد نیاز را خودتان تخمین بزنید.)

- (۱) 10^{12} (۲) 10^{15} (۳) 10^{18} (۴) 10^{21}

۸۵- هنگام تاریکی هوا، خودروها چراغ‌های خود را با توان متوسط ۱۰۰ وات روشن می‌کنند. در موتور این خودروها با سوزاندن هر لیتر مواد سوختنی، مقدار 4×10^7 ژول انرژی تولید می‌شود. بازدهی موتور خودروها حدود ۲۰ درصد است. اگر هر خودرو روزانه یک ساعت چراغ‌های خود را روشن کند، افزایش مصرف روزانه‌ی مواد سوختنی خودروهای تهران به علت روشن کردن چراغ‌ها، حدود چند لیتر است؟

- (۱) 10^8 (۲) 10^{10} (۳) 10^4 (۴) 10^6

در ادامه لازم است از فرمول‌های فیزیکی که در سال‌های قبل یاد گرفته‌اید استفاده کنید.

۸۶- جرم یک مول آب، ۱۸ گرم است. تعداد مولکول‌های هر قطره‌ی آب به کدام یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^{19} (۲) 10^{22} (۳) 10^{25} (۴) 10^{28}

۸۷- طبق استاندارد آلاینده‌ی یورو ۴، حداکثر میزان مجاز تولید مونواکسید کربن در یک خودرو، به ازای هر ۱ کیلومتر حرکت، برابر ۱ گرم است. بیشینه‌ی جرم مونواکسید کربنی که یک خودروی دارای گواهی یورو ۴، در یک سال وارد هوا می‌کند برحسب گرم، به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^4 (۲) 10^7 (۳) 10^{10} (۴) 10^{13}

۸۸- می‌دانیم تقریباً ۵۰۰ ثانیه طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد. تندی حرکت زمین به دور خورشید با مرتبه‌ی بزرگی از ۱۰، برحسب کیلومتر بر ساعت برابر کدام گزینه است؟

- (۱) 10^2 (۲) 10^5 (۳) 10^8 (۴) 10^{11}

۸۹- یک ماشین خیالی را در نظر بگیرید که می‌تواند با سرعت نور حرکت کند. این ماشین روی خط استوا در حال گردش به دور زمین است. تعداد دورهایی که این ماشین در یک ساعت به دور کره‌ی زمین می‌چرخد به کدام عدد نزدیک‌تر است؟ (سرعت نور 3×10^8 m/s و شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ km است.)

- (۱) 10^0 (۲) 10^2 (۳) 10^5 (۴) 10^8

۹۰- فشار ناشی از وزن یک شخص بالغ که روی سطح افقی ایستاده است، برحسب پاسکال، به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^2 (۲) 10^4 (۳) 10^6 (۴) 10^8

۹۱- می‌دانیم فشار هوا در سطح کره‌ی زمین 10^5 پاسکال و شعاع کره‌ی زمین ۶۴۰۰ کیلومتر است. جرم هوای موجود در جو زمین برحسب کیلوگرم به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^{15} (۲) 10^{19} (۳) 10^{23} (۴) 10^{27}

۹۲- تقریباً چند ثانیه طول می‌کشد تا پرتوی نور خورشید به زمین برسد؟ (هر یکای نجومی تقریباً 3×10^{11} m و سرعت نور در خلأ 3×10^8 m/s است.)

- (۱) ۵۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۵۰۰ (۴) ۲۰۰۰

تست‌های بخش دوم تمام شد!

اما ما برای دانش‌آموزانی که می‌خوان هر آزمونی رو ۱۰۰ یا حتی بالاتر!!! بزنند، هندتا تست جون‌رار آماره کوریم، تست‌های سری Z!

سری Z

۹۳- با یک خط‌کش که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن ۰/۵ cm است، طول یک مستطیل را ۲۰/۶۵ cm و با یک خط‌کش دیگر که کمینه‌ی تقسیم‌بندی آن ۱ mm است، عرض همان مستطیل را ۱۰/۲۲ cm اندازه گرفته‌ایم. محدوده‌ی مساحت این مستطیل (S) برحسب سانتی‌متر مربع در کدام گزینه دقیق‌تر و درست بیان شده است؟

- (۱) $211/0 \leq S \leq 218/3$ (۲) $214/6 \leq S \leq 207/47$ (۳) $211 \geq S \geq 203/9$ (۴) $211 \geq S \geq 207/47$

۹۴- دمای یک جسم را با دماسنج معمولی (مدرج) $22/6 \pm 0/2$ °C و دمای همان جسم را با دماسنج دیجیتالی $22/6 \pm 0/1$ °C گزارش کرده‌ایم. کمینه‌ی تقسیم‌بندی دماسنج مدرج چند برابر کمینه‌ی اندازه‌گیری دماسنج دیجیتالی است؟

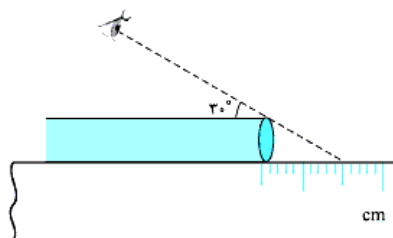
- (۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۹۵- مطابق شکل شخصی با روش اشتباه طول لوله‌ای به قطر ۰/۵۰ cm را با خط‌کش میلی‌متری

cm ۲۵/۵۰ گزارش کرده است. اگر او با روشی اصولی طول لوله را اندازه می‌گرفت، کدام طول زیر به

گزارش او نزدیک‌تر بود؟ ($\sqrt{3} \approx 1/7$)

- (۱) ۲۶/۳۵ (۲) ۲۶ (۳) ۲۵ (۴) ۲۴/۶۵



۹۶- سرعت خون در رگ آنورت (اولین رگ خروجی از قلب) ۸ m/s و سرعت متوسط آن در مویرگ‌ها ۰/۵ mm/s است. قطر آنورت ۲/۵ cm و قطر متوسط مویرگ‌ها ۰/۱ mm می‌باشد. تعداد مویرگ‌های بدن انسان تقریباً برابر کدام گزینه است؟

- (۱) 10^5 (۲) 10^7 (۳) 10^9 (۴) 10^{11}



۹۷- می‌دانیم اگر در نیروگاه‌های هسته‌ای جرم m (برحسب کیلوگرم) به انرژی تبدیل شود، انرژی به دست آمده برحسب ژول از رابطه‌ی $E = mc^2$ به دست می‌آید که c سرعت نور در خلأ و برابر با $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است. تعداد خانه‌هایی که روشنایی‌شان در یک شبانه‌روز با تبدیل 1 kg ماده به انرژی تأمین می‌شود، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^4 (۲) 10^7 (۳) 10^{10} (۴) 10^{13}

۹۸- مصرف روزانه‌ی نفت در کل جهان 80 میلیون بشکه است. از سوختن هر یک گرم نفت 50 کیلوژول انرژی حاصل می‌شود. می‌دانیم با تبدیل m کیلوگرم ماده به انرژی در نیروگاه‌های هسته‌ای، E ژول انرژی به دست می‌آید که داریم $E = mc^2$ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$: سرعت نور در خلأ). روزانه تقریباً چند کیلوگرم ماده به انرژی تبدیل شود تا انرژی حاصل از نفت را برای کل جهان تأمین کند؟ (هر بشکه معادل 150 kg نفت است).

- (۱) 10 (۲) 100 (۳) 1000 (۴) 10000

درس نامه‌های بخش ۲: چگالی

چگالی

در شکل روبه‌رو سه تا گوی می‌بینید، که گوی آهنی داخل آب فرو رفته و گوی‌های چوبی روی سطح آب شناور شده‌اند. گوی چوبی گوی آهنی (۱) و گوی چوبی (۲) هم‌حجم‌اند ($V_1 = V_2$)، پس حجم فرورفتن یا نرفتن جسم در داخل آب نیست. گوی آهنی (۱) و گوی چوبی (۳) جرم یکسان دارند ($m_1 = m_3$)، پس جرم هم عامل فرورفتن یا نرفتن جسم در داخل آب نیست. اما در هر شرایطی نسبت جرم به حجم ($\frac{m}{V}$) آهن از نسبت جرم به حجم آب بیشتر و نسبت جرم به حجم چوب از

$$\frac{m_{\text{چوب}}}{V_{\text{چوب}}} < \frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} < \frac{m_{\text{آهن}}}{V_{\text{آهن}}}$$

نسبت جرم به حجم آب کم‌تر است؛ یعنی:

در واقع عاملی که باعث می‌شود چوب روی آب شناور بماند و آهن در آب فرو رود، نسبت جرم به حجم آن‌ها است. به این نسبت ($\frac{m}{V}$) جرم (kg) چگالی می‌گوییم و در فرمول آن را با نماد ρ نشان می‌دهیم. با نگاهی به یکای جرم و حجم می‌فهمیم که یکای چگالی در SI کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) است.

یکاهای غیر SI چگالی

گرم بر لیتر (g/L) و گرم بر سانتی‌متر مکعب (g/cm^3) یکاهای دیگر چگالی‌اند که تبدیل آن‌ها را به کیلوگرم بر متر مکعب به صورت زیر انجام می‌دهیم:

$$1 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 1 \text{ kg/m}^3$$

الف- هر گرم بر لیتر معادل 1 kg/m^3 است؛ زیرا:

مثلاً چگالی روغن 800 kg/m^3 یا 800 g/L است.

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

ب- هر گرم بر سانتی‌متر مکعب معادل 10^3 kg/m^3 است؛ چون:

بنابراین هر وقت خواستید چگالی برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب (g/cm^3) را به کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) تبدیل کنید، کافی است مقدار چگالی را در 1000 ضرب کنید. مثلاً: $1 \text{ g/cm}^3 \times 1000 = 1000 \text{ kg/m}^3$ و هر وقت لازم شد چگالی برحسب کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) را به گرم بر سانتی‌متر مکعب (g/cm^3) تبدیل کنید، مقدار داده‌شده را به 1000 تقسیم کنید. مثلاً:

$$\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \text{ kg/m}^3 \div 1000 = 13.6 \text{ g/cm}^3$$

خلاصه این‌که: چگالی برحسب $\text{kg/m}^3 \xrightarrow{\div 1000} \text{چگالی برحسب } \text{g/cm}^3$

مثال چگالی آهن 7800 kg/m^3 است. حجم 272 g آهن چند سانتی‌متر مکعب است؟

- (۱) $17/5$ (۲) 35 (۳) 175 (۴) 350

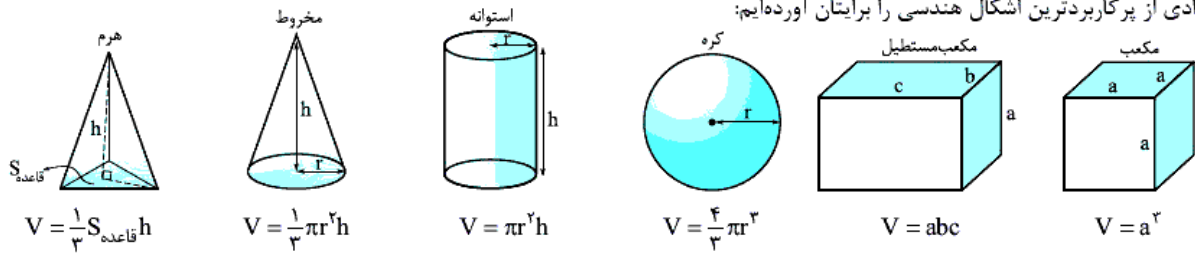
پاسخ گزینه‌ی «۲» **گام اول** جرم را برحسب گرم داده و حجم را برحسب سانتی‌متر مکعب می‌خواهد. پس بهتر است اول چگالی را به گرم

بر سانتی‌متر مکعب تبدیل کنیم: $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 = \frac{7800}{1000} \text{ g/cm}^3 = 7.8 \text{ g/cm}^3$

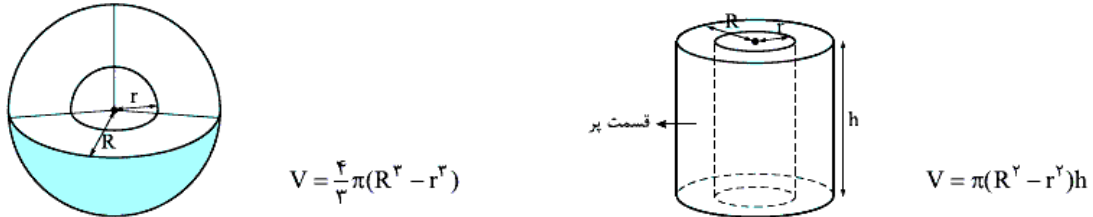
گام دوم با رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$ ، حجم آهن را به دست می‌آوریم: $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 7.8 = \frac{272}{V} \Rightarrow V = \frac{272}{7.8} = 35 \text{ cm}^3$

نکته چگالی یک ماده در دمای معین ثابت است و با تغییر جرم آن عوض نمی‌شود، زیرا اگر جرم تغییر کند به همان نسبت حجم هم تغییر می‌کند. مثلاً چگالی 1 g آب با چگالی 2000000 kg آب در دمای معین برابر است.

حواسنون باشه اگر دمای جسم تغییر کند حجم آن تغییر می‌کند ولی جرمش ثابت می‌ماند و در نتیجه چگالی به نسبت عکس حجم تغییر می‌کند. برای حل خیلی از تست‌های مربوط به چگالی باید حجم برخی از اجسام را که شکل هندسی مشخصی دارند بدانید. در این جا فرمول حجم تعدادی از پرکاربردترین اشکال هندسی را برایتان آورده‌ایم:



نکته: حجم قسمت توپر کره و استوانه‌ی دارای حفره را به صورت زیر به دست می‌آوریم:



مثال: در شکل زیر هر دو جسم از فولاد ساخته شده‌اند. نسبت جرم نیم‌کره به جرم استوانه‌ی توخالی چه قدر است؟

گزینه‌ی «۳» هر دو جسم از فولاد ساخته شده است، پس چگالی آن‌ها یکسان و نسبت جرم آن‌ها برابر نسبت حجم آن‌ها است. برای حجم دو جسم داده شده داریم: $V_{\text{استوانه توخالی}} = \pi((rR)^2 - (R)^2) \times \frac{rR}{\text{ارتفاع استوانه}} = \pi \times (r^2 R^2 - R^2) \times rR = 9\pi R^3$ ، $V_{\text{نیم‌کره}} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{2}{3} \pi R^3$

$$\rho_{\text{نیم‌کره}} = \rho_{\text{استوانه توخالی}} \Rightarrow \frac{m_{\text{نیم‌کره}}}{m_{\text{استوانه توخالی}}} = \frac{V_{\text{نیم‌کره}}}{V_{\text{استوانه توخالی}}} = \frac{\frac{2}{3} \pi R^3}{9\pi R^3} = \frac{2}{27}$$

نکته: برای اندازه‌گیری حجم اجسامی که شکل مشخصی ندارند، از استوانه‌ی مدرج استفاده می‌کنیم. برای این کار ابتدا حجم مشخصی از یک مایع (مانند آب) را درون استوانه می‌ریزیم، سپس جسم را درون استوانه می‌اندازیم. حجم مایع جابه‌جاشده برابر با حجم جسم است. با توجه به شکل، حجم جسم $5 - 3 = 2 \text{ cm}^3$ است.

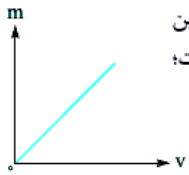
مثال: یک قطعه فلز به جرم ۵۰۰ g را درون استوانه‌ی مدرجی پر از آب می‌اندازیم. در نتیجه به حجم آب 1250 cm^3 اضافه می‌شود. چگالی این قطعه فلز چند واحد SI است؟

گزینه‌ی «۴» حجم اضافه‌شده به آب همان حجم فلز است، بنابراین داریم: $\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{500}{1250} = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ g/cm}^3 = 400 \text{ kg/m}^3$

همان‌طور که می‌دانید واحد چگالی در SI، برابر کیلوگرم بر متر مکعب است. هر گرم بر میلی‌متر مکعب با توجه به رابطه‌ی مقابل برابر با یک کیلوگرم بر سانتی‌متر مکعب است: $1 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = 1 \text{ kg/cm}^3$

نکته: گاهی لازم است در بعضی مسئله‌ها از نسبت چگالی دو ماده استفاده کنیم. در این صورت از رابطه‌ی روبه‌رو استفاده می‌کنیم.

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} \rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$



نکته رابطه‌ی چگالی را می‌توانیم به صورت $m = \rho V$ بنویسیم که مثل $y = ax + b$ یک معادله‌ی درجه‌یک است. بنابراین نمودار جرم برحسب حجم برای یک ماده به شکل خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب آن نشان‌دهنده‌ی چگالی است؛ یعنی هر چه شیب بیشتر باشد، چگالی هم بیشتر است.

$$y = \hat{a}x + \hat{b}$$

$$m = \rho V + 0$$

چگالی مخلوط

اگر دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم، به شرط این که در اثر مخلوط شدن مجموع حجم مواد تغییر نکند، چگالی مخلوط از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\text{مجموع جرم کل مواد}}{\text{مجموع حجم کل مواد}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

که در آن m_1, m_2, m_3, \dots به ترتیب جرم ماده‌ی اول، جرم ماده‌ی دوم، جرم ماده‌ی سوم و ... است. به همین صورت V_1, V_2, V_3, \dots به ترتیب حجم ماده‌ی اول، حجم ماده‌ی دوم، حجم ماده‌ی سوم و ... است.

یادآوری آلیاژ نیز نوعی مخلوط است، پس برای به دست آوردن چگالی آلیاژ هم می‌توان از همین رابطه استفاده کرد.

نکته اگر چگالی و حجم مواد در تست معلوم و جرم مجهول باشد، برای به دست آوردن چگالی مخلوط در رابطه‌ی صفحه‌ی قبل به جای m ، معادله‌ی (ρV) را قرار می‌دهیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

نکته اگر در مسئله، جرم و چگالی مواد را داده باشند و حجم را نداده باشند، در فرمول به جای V معادله‌ی $(\frac{m}{\rho})$ را جایگزین می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}{\frac{\rho_1}{V_1} + \frac{\rho_2}{V_2} + \frac{\rho_3}{V_3} + \dots}$$

مثال 500 cm^3 آب را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $1/2 \text{ g/cm}^3$ مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط $1/1 \text{ g/cm}^3$ شود؟ (چگالی آب

1 g/cm^3 است.)

$$750 \text{ (4)} \quad 500 \text{ (3)} \quad 300 \text{ (2)} \quad 250 \text{ (1)}$$

پاسخ گزینه‌ی «۳» با توجه به نکته‌های بیان شده، چگالی مخلوط برابر با $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$ است، بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 1/1 = \frac{(1 \times 500) + 1/2 \times V_2}{500 + V_2} \Rightarrow 550 + 1/2 V_2 = 500 + 1/2 V_2 \Rightarrow 550 - 500 = 1/2 V_2 - 1/2 V_2$$

$$\Rightarrow 0/2 V_2 = 50 \Rightarrow V_2 = 500 \text{ cm}^3$$

👈 **چگالی اولین فرمول فیزیکه که توی سال دهم باهاش آشنا شدین. زدن تستای ۹۹ تا ۱۳۴ رو به شما توصیه می‌کنیم.**

پرسش‌های بخش آشنایی

چگالی قرار نیست شما رو ازبخت کنه. فقط یک نکته: هتماً مواظبتون به یکاها و تبدیل یکاها باشه.

۹۹- اگر چگالی جسمی $0/01 \text{ g/mm}^3$ باشد، چگالی آن برحسب کیلوگرم بر سانتی‌متر مکعب کدام است؟ (۴:۴)

۰/۰۰۰۱ (۱) ۰/۰۰۱ (۲) ۰/۰۱ (۳) ۰/۱ (۴)

۱۰۰- جرم ۲۰ L از مایعی با چگالی 1200 kg/m^3 ، چند کیلوگرم است؟ (۴:۴)

۶ (۱) ۶۰ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴)

۱۰۱- حجم جسمی $0/002 \text{ dm}^3$ و جرم آن 5 g است. چگالی این جسم چند واحد SI است؟ (ضریب پیشوند دسی (d)، 10^{-1} است.)

$2/5 \times 10^2$ (۱) $2/5 \times 10^3$ (۲) 4×10^3 (۳) 4×10^2 (۴)

۱۰۲- جرم 50 cm^3 محلول یک اسید 60 g است. جرم حجمی این محلول برحسب g/L و kg/m^3 ، از راست به چپ کدام است؟ (۴:۴)

$0/12, 1/2$ (۱) $12, 12$ (۲) $120, 1/2$ (۳) $1200, 1200$ (۴)

۱۰۳- چگالی فلز آسبوم که یکی از چگال‌ترین مواد یافت‌شده روی زمین است، $22/5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ می‌باشد. جرم قطعه‌ای از این ماده به حجم $84/0 \text{ cm}^3$ چند کیلوگرم است؟

$$1/89 \times 10^{-1} \text{ (2)} \quad 1/89 \text{ (3)} \quad 1/89 \times 10^1 \text{ (4)} \quad 1/89 \times 10^{-2} \text{ (1)}$$

۱۰۴- حجم خون در گردش در یک فرد بالغ حدود $5/00$ لیتر است. جرم این مقدار خون چند کیلوگرم است؟ چگالی خون $1/05 \text{ g/cm}^3$ است.

- (۱) $5/25$ (۲) $5/25 \times 10^{-3}$ (۳) $10/5$ (۴) $10/5 \times 10^{-3}$

۱۰۵- ستاره‌های کوتوله‌ی سفید بسیار چگال هستند و چگالی آن‌ها در SI حدود 100 میلیون است. جرم مکعبی به ابعاد $1 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ از این جنس چند کیلوگرم است؟

- (۱) $1/2$ (۲) 12 (۳) 120 (۴) 1200

۱۰۶- جرم و حجم یک الماس به ترتیب 7 قیراط و 35 cm^3 است. چگالی این الماس در SI چند واحد است؟ (هر قیراط معادل 200 میلی‌گرم است).

- (۱) $2/5$ (۲) $2/5 \times 10^3$ (۳) 4 (۴) 4×10^3

۱۰۷- چگالی نوشابه‌ی گازدار وقتی هنوز بطری آن باز نشده است از هنگامی است که داخل لیوان ریخته می‌شود. زیرا وقتی نوشابه داخل لیوان ریخته می‌شود

- (۱) بیشتر - جرم آن اندکی کم می‌شود (۲) بیشتر - حجم آن اندکی زیاد می‌شود
(۳) کم‌تر - جرم آن اندکی زیاد می‌شود (۴) کم‌تر - حجم آن اندکی کم می‌شود

۱۰۸- چگالی جسمی 1200 kg/m^3 است. وزن 5 cm^3 از این جسم، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) $0/24$ (۲) $0/12$ (۳) $0/06$ (۴) $2/4$

۱۰۹- می‌خواهیم از ماده‌ای با چگالی $8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ مکعبی توپر به ضلع 5 cm درست کنیم. چند کیلوگرم از این ماده لازم است؟ (۳.ق)

- (۱) $0/2$ (۲) $0/5$ (۳) 1 (۴) $1/6$

۱۱۰- یک مکعب مستطیل فلزی به ابعاد $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ داریم. اگر چگالی این فلز $1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ باشد، جرم آن چند کیلوگرم است؟

- (۱) $0/36$ (۲) $0/72$ (۳) $3/6$ (۴) $7/2$

۱۱۱- یک مکعب همگن که هر بعد آن 10 cm و چگالی آن 7800 kg/m^3 است، چند نیوتون وزن دارد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) $0/78$ (۲) $7/8$ (۳) 78 (۴) 780

۱۱۲- سطح مقطع یک استوانه‌ی همگن 25 cm^2 ، ارتفاع آن 10 cm و چگالی آن 7800 kg/m^3 می‌باشد. جرم این استوانه چند گرم است؟

- (۱) 195 (۲) 1950 (۳) 975 (۴) $97/5$

۱۱۳- چگالی کره‌ای همگن به جرم 8 kg و به شعاع 10 cm ، چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ ($\pi = 3$) (۳.ق)

- (۱) 1000 (۲) 1500 (۳) 2000 (۴) 4000

۱۱۴- چگالی ماده‌ای $2/43 \text{ g/cm}^3$ است. جرم مکعبی از این ماده 4 مثقال است. ضلع مکعب چند سانتی‌متر است؟ (هر مثقال $4/86$ گرم است).

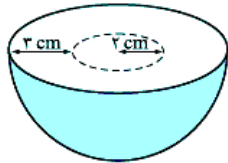
- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 4 (۴) 8

ماسه‌ی هگالی ایسانی که درونشان حفره دارد فیلی رایج است. در پوار تست بصری با این اجسام سروکار داریم.

۱۱۵- جرم یک پوسته‌ی فلزی کروی به شعاع خارجی 12 cm و شعاع داخلی 4 cm ، $29/936 \text{ kg}$ است. چگالی این فلز چند کیلوگرم بر لیتر است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) 6000 (۲) 1600 (۳) 6 (۴) $1/6$

۱۱۶- شکل روبه‌رو، نیم‌کره‌ای فلزی را نشان می‌دهد که درون آن حفره‌ای به شکل نیم‌کره ایجاد شده است. اگر چگالی فلز



5 g/cm^3 باشد، جرم این جسم چند گرم است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) 190 (۲) 1170 (۳) 1250 (۴) 2340

۱۱۷- درون یک قطعه طلا با حجم ظاهری 12 cm^3 و جرم $199/5 \text{ g}$ ، حفره‌ای وجود دارد. اگر چگالی طلا 19000 kg/m^3 باشد، حجم حفره‌ی خالی چند سانتی‌متر مکعب است؟ (سراسری ریاضی ۸۷)

- (۱) $0/75$ (۲) $1/5$ (۳) $2/5$ (۴) $3/4$

۱۱۸- طول هر ضلع یک مکعب فلزی 10 cm و جرم آن 6 kg است. اگر چگالی فلز 8 g/cm^3 باشد، مکعب:

- (۱) توپر و حجم آن 750 cm^3 است. (۲) توپر و حجم آن 1000 cm^3 است.
(۳) حفره‌ی خالی دارد و حجم حفره 750 cm^3 است. (۴) حفره‌ی خالی دارد و حجم حفره 250 cm^3 است.

در مسئله‌های پیش رو به مقایسه هگالی دو جسم پرداخته‌ایم!

۱۱۹- دو مکعب فلزی یکی از آلومینیم به جرم حجمی $2/7 \text{ g/cm}^3$ و دیگری از آلیاژی به جرم حجمی $8/1 \text{ g/cm}^3$ موجود است. اگر هر یال مکعب دوم دو برابر یال مکعب اول باشد، جرم آن چند برابر مکعب اول است؟

- (۱) 6 (۲) 8 (۳) 12 (۴) 24

۱۲۰- جرم دو کره‌ی همگن توپر A و B با هم برابر است. اگر شعاع کره‌ی A برابر ۳ cm و شعاع کره‌ی B برابر ۶ cm باشد، چگالی کره‌ی A چند برابر چگالی کره‌ی B است؟ (سراسری ریاضی خارج ۸۹)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۲۱- حجم جسم A دو برابر حجم جسم B و جرم آن ۳ برابر جرم جسم B است. چگالی جسم A چند برابر چگالی جسم B است؟ (سراسری ریاضی ۸۳)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۱۲۲- نسبت چگالی آهن به چگالی جسیمی $\frac{1}{3}$ است. حجم ۵۴۰ g از این جسم چند سانتی‌متر مکعب است؟ (چگالی آهن 7800 kg/m^3 است.)

- (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۹۰ (۴) ۱۸۰ (ق. ۳)

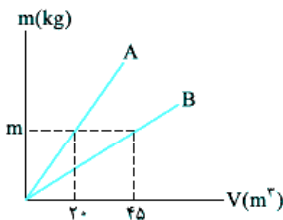
۱۲۳- چگالی جسم A، $\frac{1}{5}$ برابر چگالی جسم B است. اگر جرم 500 cm^3 از جسم B برابر ۲۰۰ g باشد، جرم 200 cm^3 از جسم A چند گرم است؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۱)

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۶۰

۱۲۴- چگالی مایع A، $\frac{4}{5}$ چگالی مایع B است. اگر حجم ۸ kg از مایع A برابر ۱۰ L باشد، حجم ۵ kg از مایع B برابر چند لیتر است؟ (سراسری تجربی ۸۳)

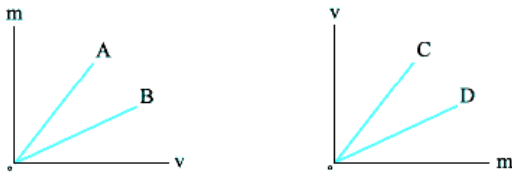
- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{6}$ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۲۵- شکل روبه‌رو نمودار جرم بر حسب حجم دو فلز A و B است. نسبت چگالی فلز A به فلز B کدام است؟



- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۱۲۶- با توجه به نمودارهای داده‌شده برای چهار ماده‌ی A، B، C و D کدام مقایسه در مورد چگالی این چهار ماده صحیح است؟



- (۱) $\rho_C > \rho_D$ ، $\rho_A > \rho_B$
 (۲) $\rho_C > \rho_D$ ، $\rho_A < \rho_B$
 (۳) $\rho_C < \rho_D$ ، $\rho_A > \rho_B$
 (۴) $\rho_C < \rho_D$ ، $\rho_A < \rho_B$

۱۲۷- دو استوانه‌ی همگن A و B دارای جرم و ارتفاع مساوی‌اند. استوانه‌ی A توپر و استوانه‌ی B توخالی است. اگر شعاع خارجی این دو استوانه با هم برابر و شعاع داخلی استوانه‌ی B نصف شعاع خارجی آن باشد، چگالی ماده‌ی سازنده‌ی استوانه‌ی A چند برابر چگالی ماده‌ی سازنده‌ی استوانه‌ی B است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۲۸- نیم‌کره‌ی توپری با شعاع R' را ذوب کرده، با مصالح آن، استوانه‌ای با شعاع داخلی R و شعاع خارجی R' می‌سازیم. اگر ارتفاع استوانه برابر

- R' باشد، نسبت $\frac{R'}{R}$ کدام است؟
 (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۲۹- با ذوب m گرم از عنصری، استوانه‌ای به طول L، شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 ساخته‌ایم. اگر بخواهیم از همان ماده، استوانه‌ی دیگری به طول $3L$ ، شعاع داخلی $2R_1$ و شعاع خارجی $2R_2$ بسازیم، جرم مورد نیاز چند m می‌شود؟ (ق. ۳)

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۱۳۰- کره‌ی توپری به شعاع R، از فلزی با چگالی ρ_1 ساخته شده است. اگر درون آن حفره‌ای کره‌ی شعاع $\frac{R}{4}$ و هم‌مرکز با کره ایجاد کنیم، چگالی این کره چند برابر ρ_1 می‌شود؟ (سراسری ریاضی خارج ۸۳)

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{7}{8}$

در تست زیر حجم جسم به شیوه‌ی جالبی اندازه‌گیری شده است.

۱۳۱- درون استوانه‌ی مدرجی آب وجود دارد. گلوله‌ی توپری به جرم ۴۲ g را داخل آب می‌اندازیم. سطح آب از درجه‌ی 50 cm^3 به 54 cm^3 می‌رسد. چگالی گلوله چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (سراسری ریاضی ۹۲)

- (۱) $3/5$ (۲) $10/5$ (۳) ۲۱ (۴) ۴۲

۱۳۲- جرم یک استوانه‌ی مدرج 120 g است. 75 cm^3 از یک مایع را درون آن می‌ریزیم. در این صورت جرم استوانه با مایع درون آن 180 g می‌شود. چگالی این مایع چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟

- (۱) 8×10^{-1} (۲) 8×10^2 (۳) 8×10^3 (۴) 8×10^{-2}

۱۳۳- یک قطعه فلز به جرم 90 g را درون آب داخل استوانه‌ای می‌اندازیم. با این عمل قطعه فلز کاملاً در آب فرو می‌رود و سطح آب درون استوانه به اندازه‌ی $1/2\text{ cm}$ بالا می‌آید. اگر سطح مقطع داخلی استوانه 10 cm^2 باشد، چگالی فلز چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (سراسری ریاضی ۸۲)

- (۱) $5/5$ (۲) 6 (۳) $7/5$ (۴) 8

۱۳۴- جرم یک گلوله‌ی آهنی 3900 g و چگالی آن 7800 kg/m^3 است. اگر گلوله‌ی آهنی را به آرامی در ظرف پر از الکل فرو ببریم و چگالی الکل 800 g/L باشد، چند گرم الکل از ظرف خارج می‌شود؟ (سراسری ریاضی قارج ۹۰)

- (۱) 400 (۲) 390 (۳) 500 (۴) 4000

۱۳۵- یک قطعه فلز را که چگالی آن $2/7\text{ g/cm}^3$ است، کاملاً در ظرفی پر از الکل به چگالی $0/8\text{ g/cm}^3$ وارد می‌کنیم و به اندازه‌ی 160 g الکل از ظرف بیرون می‌ریزد. جرم قطعه فلز چند گرم است؟ (سراسری ریاضی ۹۳)

- (۱) 540 (۲) 450 (۳) 432 (۴) 200

یک مدل از تست‌های چگالی، مسئله‌هایی است که به مناسبه‌ی چگالی مخلوط می‌پردازد

۱۳۶- 300 cm^3 از مایعی به چگالی 1300 kg/m^3 را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی 1500 kg/m^3 مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط 1400 kg/m^3 شود؟ (در اختلاط، تغییر حجم ناچیز است.) (ق.۴۰)

- (۱) 200 (۲) 250 (۳) 300 (۴) 350

۱۳۷- 3 L آب به جرم حجمی 1 kg/L با 2 L مایع به جرم حجمی $1/5\text{ kg/L}$ مخلوط می‌شود. هرگاه تغییر حجم صورت نگیرد، جرم حجمی مخلوط برحسب کیلوگرم بر لیتر برابر است با:

- (۱) $1/2$ (۲) $1/250$ (۳) $1/3$ (۴) $1/4$

۱۳۸- مخلوطی از دو نوع مایع با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 درست شده است. اگر $1/3$ حجم آن از مایعی با چگالی ρ_1 بوده و $2/3$ باقی‌مانده از مایعی با چگالی ρ_2 باشد، چگالی مخلوط برابر با کدام گزینه است؟ (سراسری ریاضی ۹۱)

- (۱) $\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_2+2\rho_1}$ (۲) $\frac{\rho_2+2\rho_1}{3}$ (۳) $\frac{\rho_1+2\rho_2}{3}$ (۴) $\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_1+2\rho_2}$

۱۳۹- چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیه‌ی V_A و V_B برابر $0/75\text{ g/cm}^3$ است. اگر چگالی مایع A برابر 600 g/L و چگالی مایع B برابر 800 g/L باشد، V_A چند برابر V_B است؟ (سراسری ریاضی قارج ۹۲)

- (۱) 3 (۲) 4 (۳) $1/3$ (۴) $1/4$

۱۴۰- مخلوطی از دو ماده‌ی A و B به چگالی‌های 4 g/cm^3 و 18 g/cm^3 درست می‌کنیم. اگر جرم ماده‌ی B سه برابر جرم ماده‌ی A باشد، چگالی مخلوط چند گرم بر لیتر است؟

- (۱) 1200 (۲) 2400 (۳) 4800 (۴) 9600

۱۴۱- در مخلوطی از آب و یخ، مقداری یخ ذوب می‌شود و حجم مخلوط 5 cm^3 کاهش می‌یابد. جرم یخ ذوب‌شده چند گرم است؟

(سراسری ریاضی قارج ۸۸) $(\rho_{\text{یخ}} = 0/9\text{ g/cm}^3, \rho_{\text{آب}} = 1\text{ g/cm}^3)$

- (۱) $4/5$ (۲) 5 (۳) 45 (۴) 50

پایان بخش تست‌های این فصل تست‌هایی است مربوط به تفهیم، که در آن‌ها از مفهوم و فرمول چگالی باید استفاده کنید.

۱۴۲- ستاره‌های کوتوله‌ی سفید بسیار چگال هستند و چگالی آن‌ها در SI حدود 10^9 میلیون است. جرم یک قوطی کبریت از جنس ماده‌ی تشکیل‌دهنده‌ی این ستاره‌ها چند برابر جرم یک خودروی معمولی است؟

- (۱) 1 (۲) $1/10$ (۳) $1/100$ (۴) $1/1000$

۱۴۳- اخترشناسان شعاع جهان قابل رویت را 10^{21} سال نوری تخمین زده‌اند. برآورد شده است که در جهان در حدود 10^{11} کهکشان و در هر کهکشان حدود 10^{11} ستاره مانند خورشید وجود دارد. چگالی متوسط جهان برحسب کیلوگرم بر متر مکعب به کدام یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟ جرم خورشید را $2 \times 10^{30}\text{ kg}$ و سرعت نور را $3 \times 10^8\text{ m/s}$ در نظر بگیرید.

- (۱) 10^{-28} (۲) 10^{-32} (۳) 10^{-26} (۴) 10^{-20}

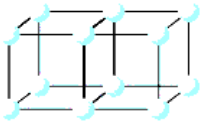
۱۴۴- با توجه به مفهوم چگالی، مشخص کنید که جرم زمین دارای چه مرتبه‌ای از 10 برحسب کیلوگرم است؟ (شعاع کره زمین 6400 کیلومتر است.)

- (۱) 10^{16} (۲) 10^{19} (۳) 10^{22} (۴) 10^{25}

تست‌های بخش سوم هم تمام شد!

اما ما برای دانش‌آموزایی که می‌توان هر آزمونی رو ۱۰۰ یا حتی بالاتر!!! بزنند، هندتا تست بیون‌دار آماده کردیم، تست‌های سری ۱Z!

سری ۱Z



۱۴۵- ماده‌ای از اتم‌های کربن با ساختار مکعبی شکل روبه‌رو ساخته شده است. می‌دانیم در هر ۱۲ گرم کربن تقریباً 6×10^{23} اتم کربن وجود دارد. اگر چگالی این ماده $2/5 \text{ g/cm}^3$ باشد، فاصله‌ی ۲ اتم مجاور روی یک ضلع در مکعب برحسب متر به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟

- (۱) 10^{-6} (۲) 10^{-8} (۳) 10^{-10} (۴) 10^{-12}

۱۴۶- مکعبی به طول ضلع a و استوانه‌ای توخالی به شعاع داخلی $\frac{a}{4}$ و شعاع خارجی $\frac{3}{4}a$ و ارتفاع $2a$ در اختیار داریم. اگر جرم مکعب $\frac{1}{4}$ برابر جرم استوانه باشد، نسبت چگالی استوانه به چگالی مکعب کدام است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۴۷- یک ظرف استوانه‌ای فلزی به شعاع داخلی 10 cm و عمق 9 cm وقتی کاملاً پر از آب باشد، جرمش $14/10 \text{ kg}$ است. اگر ضخامت ظرف در دیواره و کف آن 1 cm باشد، چگالی ظرف چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($\pi = 3$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$)

- (۱) ۸ (۲) $7/8$ (۳) ۴ (۴) $2/7$

۱۴۸- درون یک استوانه‌ی مدرج به شعاع مقطع 4 cm آب ریخته‌ایم و یک قالب یخ مکعبی شکل به ضلع 5 cm درون آن انداخته‌ایم به طوری که ارتفاع آب درون استوانه 10 cm افزایش یافته و ۱۰ درصد یخ بالای سطح آب قرار گرفته است. پس از مدتی نیمی از یخ ذوب می‌شود، ارتفاع آب درون استوانه چقدر می‌شود؟ ($\pi = 3$ ، $\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$)

(۱) تغییر نمی‌کند. (۲) $1/3 \text{ cm}$ افزایش می‌یابد.

(۳) $1/3 \text{ cm}$ کاهش می‌یابد. (۴) $1/1 \text{ cm}$ افزایش می‌یابد.

۱۴۹- یک لیوان با حجم داخلی 200 cm^3 پر از آب می‌باشد. اگر $\frac{3}{4}$ آب داخل لیوان را خالی کنیم، جرم لیوان و آب باقی‌مانده در آن نصف می‌شود. جرم لیوان چند گرم است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۵۰ (۴) ۱۷۵

۱۵۰- بر روی یک کفه‌ی ترازو، وزنه‌ی ۶۰۰ گرمی و بر روی کفه‌ی دیگر آن یک استوانه‌ی مدرج به شعاع مقطع 4 cm و وزن $1/08 \text{ N}$ قرار دارد. درون استوانه تا ارتفاع 4 cm آب می‌ریزیم. اگر با انداختن ۱۰ عدد سکه‌ی مشابه درون آب، ارتفاع آب به 5 cm برسد و دو کفه‌ی ترازو معادل شوند، چگالی آلیاژ به کار رفته در سکه چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ، $\pi = 3$ ، $g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) ۵۴۵۰ (۲) ۶۲۵۰ (۳) ۶۵۰۰ (۴) ۶۷۵۰

۱۵۱- جرم یک لیوان هنگامی که پر از جیوه است، برابر 5400 g و هنگامی که پر از آب است، برابر 600 g می‌باشد. حداکثر چند گرم نفت در این لیوان جا می‌گیرد؟ ($\rho_{\text{نفت}} = 0.8 \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13 \text{ g/cm}^3$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$)

- (۱) ۵۲۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۸۲۰

۱۵۲- 100 cm^3 از مایعی به چگالی $3/5 \text{ g/cm}^3$ را با 200 cm^3 از مایعی با چگالی $4/5 \text{ g/cm}^3$ مخلوط می‌کنیم. اگر در این مخلوط کردن حجم کل ۱۵ درصد کاهش یابد، چگالی مخلوط چند گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌شود؟

- (۱) ۴ (۲) $4/25$ (۳) $4/5$ (۴) ۵

۱۵۳- 510 g از مایع A را با 30 cm^3 از مایع B با چگالی 4 g/cm^3 مخلوط می‌کنیم. چگالی مایع A چند گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد تا در صورت کاهش ۱۰ درصدی حجم، چگالی مخلوط، برابر میانگین چگالی دو مایع شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $3/5$ (۴) ۵

۱۵۴- نصف یک ظرفی را از مایع A با چگالی ρ_A و نصف دیگر را از مایع B با چگالی ρ_B پر می‌کنیم. دو مایع با یکدیگر مخلوط می‌شوند و چگالی مخلوط 8 g/cm^3 است. اگر یک‌سوم ظرف را از مایع A و مابقی را از مایع B پر کنیم، چگالی مخلوط 6 g/cm^3 می‌شود. چگالی هر یک از مایعات چند g/cm^3 است؟

(المپیاد فیزیک ۹۰)

- (۱) ۹ و ۶ (۲) ۱۰ و ۶ (۳) ۱۱ و ۵ (۴) ۱۴ و ۲

پاسخ‌نامه‌ی نشریاتی

- ۱- گزینه‌ی «۲» دو عبارت (الف) و (ب) درست‌اند.
 طبق گفته‌ی کتاب درسی، اندیشه‌ورزی فعال و تفکر نقادانه بیشترین نقش را در تکامل و پیشبرد علم فیزیک داشته است (گزینه‌ی ب) غلط است. هم‌چنین ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیک، نقطه‌ی قوت فیزیک است (گزینه‌ی ت) هم نادرست است.
- ۲- گزینه‌ی «۴» متن کتاب درسی را باید خوب بخوانید.
- ۳- گزینه‌ی «۳» وزن توپ یک عامل سرنوشت‌ساز است و نمی‌توانیم از آن صرف‌نظر کنیم.
- ۴- گزینه‌ی «۴» اگر از اصطکاک خودرو یا زمین صرف‌نظر کنیم، خودرو هرگز متوقف نمی‌شود! نادیده‌گرفتن جرم هم باعث می‌شود همه‌ی نیروهای وارد بر خودرو از جمله اصطکاک حذف شود، پس نباید بی‌خیال موارد (ب) و (ت) شویم. دو مورد دیگر قابل چشم‌پوشی هستند.
- ۵- گزینه‌ی «۴» لزومی ندارد کل آب را به شکل یک ذره در نظر بگیریم. ۳ مورد دیگر تحلیل و بررسی این پدیده را ساده‌تر می‌کنند و ضرورت دارند.
- ۶- گزینه‌ی «۲» یکای بعضی از کمیت‌ها (مثل جرم) مستقل از کمیت‌های دیگر تعریف می‌شود.
- ۷- گزینه‌ی «۱» ابعاد را با کمیت طول گزارش می‌کنیم که کمیتی اصلی و نرده‌ای است؛ ولی سرعت کمیتی فرعی و برداری است.
- حواستون باشه تندی (اندازه‌ی سرعت) کمیتی فرعی و نرده‌ای است؛ چون فقط مقدار سرعت را نشان می‌دهد.
- ۸- گزینه‌ی «۲» در فیزیک، با کمیت‌هایی برخورد می‌کنید که یکا ندارند، مثل مزیت مکانیکی. درستی گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) قطعی است. در مورد گزینه‌ی (۴) یادآور می‌شویم که فرمول‌های فیزیک، رابطه‌ی میان کمیت‌ها را بیان می‌کنند.
- ۹- گزینه‌ی «۳» اگر درس‌نامه را خوانده باشید، حتماً به این تست جواب درستی می‌دهید.
- ۱۰- گزینه‌ی «۴» هر سه مورد درست است. فقط در مورد (ب) بد نیست بدانید که کمیت‌هایی مثل ضریب اصطکاک وجود دارد که واحد ندارد.
- ۱۱- گزینه‌ی «۳» در گزینه‌ی (۱) نیرو، در گزینه‌ی (۲) گرما و در گزینه‌ی (۴) اختلاف پتانسیل الکتریکی کمیت‌های فرعی هستند.
- ۱۲- گزینه‌ی «۳» با نگاهی به جدول کمیت‌های اصلی درس‌نامه، گزینه‌ی (۳) را انتخاب می‌کنیم! یادتان باشد مفهوم یکا با کمیت تفاوت دارد.
- ۱۳- گزینه‌ی «۲» جدول کمیت‌های اصلی را که در درس‌نامه آمده است به خاطر بسپارید، خیلی مهم است.
- ۱۴- گزینه‌ی «۳» به جدول کمیت‌های اصلی در درس‌نامه مراجعه کنید.
- ۱۵- گزینه‌ی «۳» بار الکتریکی کمیت اصلی نیست. یکای مقدار ماده مول است، نه کیلوگرم. یکای شدت روشنایی، شمع یا کندلا است.
- ۱۶- گزینه‌ی «۲» گزینه‌ی (۱): جرم کمیت نرده‌ای است، پس جهت ندارد؛ اما سرعت، برداری و جهت‌دار است. گزینه‌ی (۲): دو کمیت مختلف را می‌توانیم در هم ضرب یا تقسیم کنیم. (اصلی فرمول‌های فیزیک همشون همین‌بوری به دست می‌آز. مثلاً همین‌با حاصل ضرب بر ۳ در سرعت برابر به کمیت ریگه است که بهش تگانه می‌گیم.) گزینه‌ی (۳): جمع و تفریق کمیت‌های نرده‌ای (مثل جرم)، جبری و جمع و تفریق کمیت‌های برداری (مثل سرعت)، برداری است. گزینه‌ی (۴): دو کمیت با دو واحد مختلف را حق نداریم با هم جمع یا تفریق کنیم.
- ۱۷- گزینه‌ی «۲» سرعت تنها کمیت برداری در میان این چند کمیت است.
- ۱۸- گزینه‌ی «۲» تندی جهت ندارد و کمیت نرده‌ای است (سرعت، جهت دارد و برداری است). فشار و کار هم نرده‌ای هستند.
- ۱۹- گزینه‌ی «۲» فشار از رابطه‌ی $P = \frac{F}{A}$ به دست می‌آید، اما ابتدا لازم است یکای نیرو را برحسب یکاهای اصلی به دست بیاوریم. برای این کار از رابطه‌ی $F = ma$ استفاده می‌کنیم.
- $$F = ma \Rightarrow F_{یکای} = kg \times \frac{m}{s^2}$$
- $$P = \frac{F}{A} \Rightarrow P_{یکای} = \frac{kg \times \frac{m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg \cdot m}{m^2 \cdot s^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2}$$
- روش اول این تست را شبیه تست قبل حل می‌کنیم.
- ۲۰- گزینه‌ی «۲» روش دوم می‌دانیم که ژول هم یکای کار است و هم یکای همه‌ی انرژی‌ها. یعنی یکای انرژی جنبشی هم ژول است:
- $$W = Fd \Rightarrow W_{یکای} = (kg \times \frac{m}{s^2}) \times m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$
- $$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K_{یکای} = (kg) \times (\frac{m}{s})^2 = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

۲۱- گزینهی «۳» ابتدا یکای F را برحسب یکاهای اصلی به دست می آوریم:

$$F = ma \Rightarrow F_{یکای} = kg \times \frac{m}{s^2}$$

$$F = K\Delta x \Rightarrow K = \frac{F}{\Delta x}$$

حالا از رابطه‌ی گفته شده در صورت سؤال استفاده می کنیم:

$$K_{یکای} = \frac{kg \times \frac{m}{s^2}}{m} = \frac{kg}{s^2}$$

یکای Δx متر (m) است. پس:

۲۲- گزینهی «۲» مطابق تاکتیک درس نامه عمل می کنیم؛ در این جا رابطه‌ی فیزیکی را به ما داده اند، پس کارمان ساده تر است.

گام اول فرمول فیزیکی را به گونه‌ای مرتب می کنیم که کمیت مجهول در یک طرف تساوی و بقیه در طرف دیگر قرار گیرند:

$$A = \frac{BC^2}{D} \Rightarrow B = \frac{AD}{C^2}$$

$$B \text{ واحد} = \frac{N \cdot s}{m^2}$$

گام دوم کافی است واحدها را جای گذاری کنیم:

۲۳- گزینهی «۳» از روش تبدیل های زنجیره‌ای استفاده می کنیم:

$$3480 \text{ mi} = 3480 \frac{mi}{1 \text{ mi}} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mi}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 5568 \text{ km}$$

۲۴- گزینهی «۱» از روش تبدیل های زنجیره‌ای استفاده می کنیم. دقت کنید یکایی که می خواهیم حذف شود باید در مخرج باشد.

$$6/25 \text{ خروار} = \frac{6}{25} \times \frac{100 \text{ من تبریز}}{1 \text{ خروار}} \times \frac{640 \text{ منگل}}{1 \text{ من تبریز}} \times \frac{4/86 \text{ گرم}}{1 \text{ منگل}} \times \frac{1 \text{ کیلوگرم}}{1000 \text{ گرم}} \times \frac{1 \text{ تن}}{1000 \text{ کیلوگرم}} = \frac{6}{25} \times 640 \times \frac{4}{86} \times \frac{1}{10000} = 1/944 \text{ ton}$$

۲۵- گزینهی «۳»

$$30000 \text{ ft} = 30000 \text{ ft} \times \frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \times \frac{2/5 \text{ cm}}{1 \text{ in}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 9 \text{ km}$$

۲۶- گزینهی «۱»

$$425 \text{ m} = 425 \text{ m} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ in}}{2/54 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} = 425 \times 100 \times \frac{1}{2/54} \times \frac{1}{12} \text{ ft} = 1427/2 \text{ ft} = 1427 \text{ ft}$$

۲۷- گزینهی «۱» متر باید به میلی متر تبدیل شود، پس از کسر $\frac{1000 \text{ میلی متر}}{1 \text{ متر}}$ استفاده می کنیم.

میلی متر باید به ذرع تبدیل شود، پس کسر $\frac{1 \text{ ذرع}}{1040 \text{ میلی متر}}$ به کار می آید.

ذرع هم باید به فرسنگ تبدیل شود، پس کسر $\frac{1 \text{ فرسنگ}}{6000 \text{ ذرع}}$ را هم باید به کار بگیریم:

$$293/28 \text{ متر} = \frac{293}{28} \times \frac{1000 \text{ میلی متر}}{1 \text{ متر}} \times \frac{1 \text{ ذرع}}{1040 \text{ میلی متر}} \times \frac{1 \text{ فرسنگ}}{6000 \text{ ذرع}} = \frac{293/28 \times 1000}{1040 \times 6000} \text{ فرسنگ} = 0/047 \text{ فرسنگ}$$

۲۸- گزینهی «۳»

$$50/000 \text{ رایب} = 50/000 \times \frac{4 \text{ استادیوم}}{1 \text{ رایب}} \times \frac{6 \text{ پکتون}}{1 \text{ استادیوم}} \times \frac{30/8 \text{ متر}}{1 \text{ پکتون}} \times \frac{1 \text{ کیلومتر}}{1000 \text{ متر}} = 50/000 \times 4 \times 6 \times 30/8 \times \frac{1}{1000} = 36/96 \text{ km}$$

۲۹- گزینهی «۲» از کسرهای ضریب تبدیل زنجیره‌ای استفاده می کنیم. به انتخاب کسرها دقت کنید.

$$10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$$

$$1 \text{ in} = 2/54 \text{ cm}$$

$$1 \text{ ft} = 12 \text{ in}$$

$$1 \text{ y} = 3 \text{ ft} \quad 1143 \text{ mm} = 1143 \frac{\text{mm}}{10 \text{ mm}} \times \frac{1 \text{ cm}}{2/54 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ in}}{12 \text{ in}} \times \frac{1 \text{ ft}}{3 \text{ ft}} \times \frac{1 \text{ y}}{3 \text{ ft}} = 1143 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{2/54} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{3} = 1/25 \text{ y}$$

۳۰- گزینهی «۳» ابتدا قد علی دایی را فقط برحسب اینچ می نویسیم. هر فوت برابر ۱۲ اینچ است، پس ۶ فوت می شود ۷۲ اینچ. اگر به اضافه‌ی ۳/۶ اینچ دیگر کنیم، قد علی دایی می شود ۷۵/۶ اینچ. یعنی:

$$75/6 \text{ in} = 75/6 \text{ in} \times \frac{2/54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 192 \text{ cm}$$

۳۱- گزینهی «۲» مسافت طی شده در خشکی و دریا را جداگانه حساب می کنیم، چون مایل در دریا و خشکی دو مقدار متفاوت دارد.

$$10 \text{ mi} = 10 \frac{\text{mi}}{1 \text{ mi}} \times \frac{1609 \text{ m}}{1 \text{ mi}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 16/09 \text{ km} \quad \text{و} \quad 5 \text{ mi} = 5 \frac{\text{mi}}{1 \text{ mi}} \times \frac{1852 \text{ m}}{1 \text{ mi}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 9/26 \text{ km}$$

$$\text{مسافت کل} = 16/09 + 9/26 = 25/35 \text{ km}$$

۳۲- گزینهی «۲» یکای نجومی همان متوسط فاصله‌ی زمین تا خورشید است، پس: $1 \text{ AU} = 2 \times 10^{11} \text{ m}$. حالا از روش تبدیل های زنجیره‌ای استفاده

می کنیم:

$$1/4 \text{ Mm} = 1/4 \frac{\text{Mm}}{1 \text{ Mm}} \times \frac{10^6 \text{ m}}{1 \text{ Mm}} \times \frac{1 \text{ AU}}{2 \times 10^{11} \text{ m}} = 0/7 \times 10^{-5} \text{ AU} = 7 \times 10^{-6} \text{ AU}$$

۳۳- گزینهی «۳»

سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال طی می‌کند، پس:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow 3 \times 10^8 = \frac{\Delta x}{24 \times 24 \times 60 \times 60} \rightarrow \Delta x = 3 \times 10^8 \times 24 \times 24 \times 60 \times 60 \rightarrow 1 \text{ ly} = 3 \times 10^8 \times 24 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ m}$$

$$1 \text{ AU} = 2 \times 10^{11} \text{ m}$$

یکای نجومی (AU) فاصله‌ی متوسط زمین تا خورشید است، پس:

$$\frac{1 \text{ ly}}{1 \text{ AU}} = \frac{3 \times 10^8 \times 24 \times 24 \times 60 \times 60}{2 \times 10^{11}} = \frac{3 \times 24 \times 24 \times 60 \times 60}{2 \times 10^3} = 472.04$$

که این پاسخ به گزینهی (۳) نزدیک‌تر است.

۳۴- گزینهی «۱»

گام‌اول در این مرحله مساحت زمین فوتبال را برحسب متر مربع به دست می‌آوریم: مساحت

$$7700 \text{ m}^2 = 7700 \text{ m}^2 \times \frac{1 \text{ هکتار}}{10000 \text{ m}^2} = 0.77 \text{ هکتار}$$

گام‌دوم هر هکتار برابر ۱۰۰۰۰ متر مربع است، پس:

$$2 / 500 \text{ m} = 2500 \text{ mm}$$

گام‌اول ابتدا ابعاد مکعب را به میلی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$$40 / 0 \text{ cm} = 400 \text{ mm}$$

$$\text{حجم} = 2500 \times 400 \times 300 = 3 \times 10^8 \text{ mm}^3$$

گام‌دوم حالا حجم مکعب به راحتی حساب می‌شود:

۳۶- گزینهی «۲»

ابتدا مشخص می‌کنیم که ۳۰ گالن برابر چند سانتی‌متر مکعب است. گالن را با نماد gal نشان می‌دهیم.

$$30 \text{ gal} = 30 \text{ gal} \times \frac{4 / 4 \text{ L}}{1 \text{ gal}} \times \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 122000 \text{ cm}^3$$

ارتفاع آب را h سانتی‌متر در نظر می‌گیریم و سپس حجم آب را با مقدار به دست آمده برابر قرار می‌دهیم: $66 \times 50 \times h = 122000 \rightarrow h = \frac{122000}{66 \times 50} = 40 \text{ cm}$

۳۷- گزینهی «۲»

گام‌اول ابتدا فرسنگ را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم:

$$\text{کیلومتر} = 12 \text{ فرسنگ} \times \frac{1 \text{ کیلومتر}}{1000 \text{ متر}} \times \frac{6000 \text{ متر}}{1 \text{ فرسنگ}} = 72 \text{ کیلومتر}$$

گام‌دوم حالا از رابطه‌ی سرعت استفاده می‌کنیم. به بکاه دقت کنید:

$$\text{سرعت} = \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}} \rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow 45 = \frac{12}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{12}{45} \text{ h} = \frac{12}{45} \text{ h} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{12 \times 60}{45} = 16 \text{ min}$$

۳۸- گزینهی «۳»

گام‌اول ابتدا باید زمان را برحسب ساعت به دست بیاوریم.

$$\text{ساعت} = 24 \text{ دقیقه} \times \frac{1 \text{ ساعت}}{60 \text{ دقیقه}} \times \frac{175 \text{ نبض}}{70 \text{ نبض}} = 175 \text{ نبض}$$

گام‌دوم حالا با استفاده از رابطه‌ی زیر، تندی را حساب می‌کنیم. به بکاه دقت کنید:

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \rightarrow \text{تندی متوسط} = \frac{1 / 5}{1 / 24} = 24 \text{ km/h}$$

۳۹- گزینهی «۴»

متر (m) باید به یکای نجومی (AU) و ثانیه (s) باید به دقیقه (min) تبدیل شود. پس ضریب تبدیل‌های به درد بخور این‌ها

$$1 \text{ AU} = 2 \times 10^{11} \text{ m} \rightarrow \frac{1 \text{ AU}}{2 \times 10^{11} \text{ m}} = 1$$

هستند:

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s} \rightarrow \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1$$

$$3 / 00 \times 10^8 \text{ m/s} = 3 / 00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ AU}}{2 \times 10^{11} \text{ m}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{3 \times 10^8 \times 60}{2 \times 10^{11}} \text{ AU/min} = 0.09 \text{ AU/min}$$

۴۰- گزینهی «۴»

گام‌اول ابتدا تندی را برحسب m/s به دست می‌آوریم.

$$103 \text{ m/s} = 200 \text{ گره} \times \frac{1852 \text{ m}}{1 \text{ گره}}$$

گام‌دوم با استفاده از رابطه‌ی تندی، زمان را حساب می‌کنیم:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \rightarrow 103 = \frac{20600}{t} \rightarrow t = 200 \text{ s}$$

$$\text{تندی (m/s)} \quad \text{برحسب (s)}$$

۴۱- گزینهی «۴»

از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم.

$$8 \text{ گره} = 8 \times \frac{1852 \text{ m}}{1 \text{ گره}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1609 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 8 \times \frac{1852}{1609} \times \frac{1}{3600} \text{ mi/h} = 8 \text{ mi/h}$$



۴۲- گزینهی «۲» **گام اول** ابتدا ۲۲ مایل را به کیلومتر تبدیل می‌کنیم:

$$22 \text{ mi} = 22 \text{ mi} \times \frac{1/6 \text{ km}}{1 \text{ mi}} = 35/2 \text{ km}$$

گام دوم چون یک گالن ۴/۴ L است، می‌توان گفت این خودرو با ۴/۴ L بنزین ۳۵/۲ km حرکت می‌کند. حالا با استفاده از یک تناسب ساده مسافتی

$$\frac{4/4 \text{ L}}{1 \text{ L}} \mid \frac{35/2 \text{ km}}{x \text{ km}} \rightarrow x = \frac{1 \times 35/2}{4/4} = 8 \text{ km}$$

را که با یک لیتر بنزین طی می‌کند به دست می‌آوریم:

۴۳- گزینهی «۱» **گام اول** معنی آهنگ کاهش جرم یعنی نسبت تغییرات جرم به تغییرات زمان. اما با توجه به واحد خواسته‌شده باید تغییرات جرم

برحسب میلی‌گرم و تغییرات زمان برحسب ثانیه باشد. (در این محاسبات هر ماه را ۳۰ روز فرض می‌کنیم) $120 \times 10^6 \text{ mg} = 120 \text{ kg} = 200 - 80 = 120 \text{ kg}$ تغییرات جرم

$$12 \text{ ماه} = 12 \times 30 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$$

گام دوم حالا آهنگ کاهش جرم را به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ کاهش جرم} = \frac{\text{تغییرات جرم}}{\text{تغییرات زمان}} = \frac{120 \times 10^6}{12 \times 30 \times 24 \times 60 \times 60} = \frac{10000}{3 \times 24 \times 6 \times 6} = \frac{1250}{324}$$

۴۴- گزینهی «۲» کافی است به جای نماد μ عددش را بگذاریم و بعد در $(\frac{\text{cm}}{10^{-2}})^2$ ضرب کنیم:

$$5/8 \times 10^4 \mu\text{m}^2 = 5/8 \times 10^4 \times (10^{-6} \text{ m})^2 \times (\frac{\text{cm}}{10^{-2} \text{ m}})^2 = 5/8 \times 10^{-4} \text{ cm}^2$$

۴۵- گزینهی «۲» **گام اول** هر سانتی‌متر معادل ۱۰ mm است، پس داریم:

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm} \Rightarrow 1 \text{ cm}^3 = 10^3 \text{ mm}^3 \Rightarrow \frac{10^3 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = 1$$

گام دوم حالا با روش زنجیره‌ای تبدیل واحد خواسته‌شده را حساب می‌کنیم:

$$746 \frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = 746 \times 10^3 \text{ mm}^3 = 7/46 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

۴۶- گزینهی «۱» احتمالاً خیلی از شما می‌دانید که هر لیتر معادل ۱۰۰۰ cm³ است. پس داریم:

$$1 \text{ mL} = 1 \times (10^{-3} \text{ L}) = 10^{-3} \times 1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm}^3$$

۴۷- گزینهی «۴» هر کیلوگرم معادل ۱۰۰۰ g و هر گرم معادل ۱۰۰۰ mg است. یعنی:

$$\begin{cases} 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g} \Rightarrow \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 1 \\ 1 \text{ g} = 1000 \text{ mg} \Rightarrow \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} = 1 \end{cases}$$

بنابراین ۰/۰۲۰۴۰ mg معادل است با:

$$0/02040 \text{ mg} \times \frac{1}{1000 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 0/02040 \times 10^{-6} \text{ kg} = 2/040 \times 10^{-8} \text{ kg}$$

۴۸- گزینهی «۱» **گام اول** اول نسبت‌های مناسب برای تبدیل واحد را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} = 1 \\ 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} \Rightarrow \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 1 \end{cases}$$

گام دوم حالا با روش زنجیره‌ای تبدیل واحد را انجام می‌دهیم:

$$4650 \mu\text{m} \times \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} = 4650 \times 10^{-9} \text{ km}$$

گام سوم حالا مقدار به دست آمده را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$4650 \times 10^{-9} \text{ km} = 4/650 \times 10^{-6} \text{ km}$$

حواستون باشد، گزینه‌های (۲) و (۳) به صورت نمادگذاری علمی نوشته نشدند. در ضمن گزینهی (۲) به اشکال دیگر هم داره اونم اینه که رقم صفر رو حذف کرده. (ما حق نداریم برای تبدیل واحد تعداد ارقام گزارش را کم یا زیاد کنیم.)

۴۹- گزینهی «۴» سؤال ساده‌ای است! ابتدا عدد داده‌شده را به متر (یکای طول در SI) تبدیل می‌کنیم و سپس عدد را به شکل نمادگذاری علمی

$$0/0175 \text{ pm} = 0/0175 \times 10^{-12} \text{ m} = 1/75 \times 10^{-14} \text{ m}$$

می‌نویسیم.

۵۰- گزینهی «۴» اول تبدیل واحد می‌کنیم و بعد از روش نمادگذاری علمی استفاده می‌کنیم:

$$4 \text{ km/s} = 4 \frac{\text{km}}{\text{s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 1/44 \times 10^7 \text{ m/h}$$

حواستون باشد، در این سؤال گفته شده پاسخ به صورت نمادگذاری علمی مناسبه بشه. اگر این نکته گفته نشده بود، گزینه‌های ۳ و ۴ هر دو پاسخ درست بودند.

۵۱- گزینهی «۳» از رابطهی $\vec{A} = c\vec{B}$ و این‌که c یک کمیت نرده‌ای (با یکای معین) است، می‌فهمیم \vec{A} و $c\vec{B}$ دو کمیت برداری هم‌جنس‌اند و \vec{A}

و \vec{B} دو کمیت برداری متفاوت‌اند. از سوی دیگر جمع و تفاضل دو کمیت غیرهم‌جنس غیرممکن است، پس گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) که در آن‌ها دو کمیت

متفاوت با هم جمع و تفریق شده‌اند، نادرست‌اند. اما در گزینهی (۳)، $2\vec{A}$ و $c\vec{B}$ دو کمیت هم‌جنس‌اند و می‌توانیم آن‌ها را تفریق کنیم. (در ضمن در گزینهی

(۳) بردار \vec{D} هم با \vec{A} و $c\vec{B}$ هم‌جنس است.)

۵۲- گزینهی «۴»

گام اول یکای کمیت‌های $A \cdot BC^2$ و $\frac{D}{C}$ یکسان است (چرا؟) چون می‌توانیم آن‌ها را با هم جمع یا منها کنیم؛ پس داریم:

$$B_{\text{یکای}} \times (C_{\text{یکای}})^2 = A_{\text{یکای}} \Rightarrow 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \times (C_{\text{یکای}})^2 = 1 \text{kg} \cdot \text{m} \Rightarrow (C_{\text{یکای}})^2 = 1 \text{s}^2 \Rightarrow (C_{\text{یکای}}) = 1 \text{s}$$

و به همین ترتیب یکای $\frac{D}{C}$ را هم برابر یکای A قرار می‌دهیم:

$$\frac{D_{\text{یکای}}}{C_{\text{یکای}}} = A_{\text{یکای}} \Rightarrow \frac{D_{\text{یکای}}}{1 \text{s}} = 1 \text{kg} \cdot \text{m} \Rightarrow D_{\text{یکای}} = 1 \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

گام دوم حالا می‌خواهیم با D و C کمیتی بسازیم که یکای آن $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ است، پس کافی است کمیت D را بر مربع C تقسیم کنیم:

$$\frac{D_{\text{یکای}}}{C_{\text{یکای}}^2} = \frac{1 \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{(1 \text{s})^2} = 1 \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right)$$

۵۳- گزینهی «۱»

گام اول شعاع کره‌ی زمین را با روش زنجیره‌ای به فرسنگ تبدیل می‌کنیم:

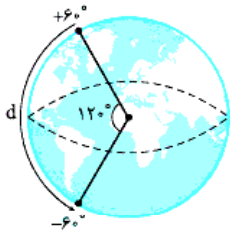
$$R_e = \frac{12760 \text{ km}}{2} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ ذرع}}{104 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ فرسنگ}}{6000 \text{ ذرع}} = \frac{12760 \times 1000 \times 100}{2 \times 104 \times 6000} = 1022 / 4 \text{ فرسنگ}$$

گام دوم حالا محیط دایره‌ی عظیمه‌ی کره‌ی زمین را حساب می‌کنیم (چون نصف‌النهارها بر روی دایره‌ی عظیمه قرار دارند):

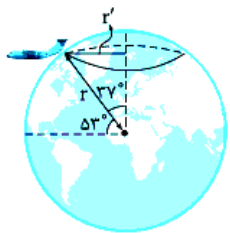
$$\text{فرسنگ} = 2\pi R_e = 2 \times 3 / 14 \times 1022 / 4 = 6420 \text{ فرسنگ}$$

گام سوم مطابق شکل جهانگرد $\frac{120}{360}$ از دایره‌ی عظیمه را پیموده است، پس داریم:

$$d = 6420 \times \frac{120}{360} = 2140 \text{ فرسنگ}$$



شکل الف



شکل ب

۵۴- گزینهی «۲»

گام اول شعاع کره‌ی زمین را با روش زنجیره‌ای به فرسنگ تبدیل می‌کنیم:

$$R_e = 6378 \text{ km} \times \frac{1 \text{ فرسنگ}}{6 / 24 \text{ km}} = 1022 \text{ فرسنگ}$$

هم‌چنین باید بدانیم ارتفاع پرواز چند فرسنگ است! فرسنگ $4 = 24000 \text{ ذرع} \times \frac{104 \text{ cm}}{1 \text{ ذرع}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ فرسنگ}}{6 / 24 \text{ km}}$

$$r = R_e + h = 1022 + 4 = 1026 \text{ فرسنگ}$$

پس فاصله‌ی هواپیما از مرکز زمین (شکل الف) برابر است با:

گام دوم چون در طول مسیر عرض جغرافیایی (53° شمالی) ثابت است، هواپیما بر روی دایره‌ای به شعاع r' مسافت می‌کند. (شکل ب را ببینید.) کماتی که هواپیما می‌پیماید از 45° شرقی شروع و به 15° غربی ختم می‌شود یعنی هواپیما 60° دایره‌ای به شعاع r' را پیموده است، پس داریم:

$$(d = 2\pi r' \frac{\Delta\theta}{360^\circ} \rightarrow r' = r \cos 53^\circ \rightarrow d = 2\pi r \cos 53^\circ \left(\frac{60^\circ}{360^\circ} \right))$$

$$= 2 \times 3 / 14 \times 1026 \times 0 / 6 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = 644 \text{ فرسنگ}$$

۵۵- گزینهی «۲»

گام اول ببینیم وزنه‌ی ده نخودی چند گرم است؟

$$10 \text{ نخود} = 10 \times \frac{1 \text{ مثقال}}{24 \text{ نخود}} \times \frac{1 \text{ سیر}}{16 \text{ مثقال}} \times \frac{77 / 76 \text{ g}}{1 \text{ سیر}} = \frac{10 \times 77 / 76}{24 \times 16} = 2 / 0.25 \text{ g}$$

گام دوم با این وزنه‌ها به چند روش می‌توانیم بسته‌های نزدیک به 120 g ایجاد کنیم.

روش اول فقط از وزنه‌های ده نخودی استفاده کنیم. در این صورت داریم: $\frac{120}{2 / 0.25} = 59 / 26 \Rightarrow 59 \times 2 / 0.25 = 119 / 475 \text{ g}$

$$\text{جرم بسته در روش اول} = 119 / 475 \text{ g}$$

روش دوم یک راه دیگر این است که یک وزنه‌ی یک سیری و چند وزنه‌ی ده نخودی را به 120 g نزدیک کنیم:

$$\frac{42 / 24}{2 / 0.25} = 20 / 86 \Rightarrow \text{وزنه ده نخودی} = 21 = 21 \times 2 / 0.25 = 42 / 525$$

$$\text{جرم بسته در روش دوم} = 77 / 76 + 42 / 525 = 120 / 285 \text{ g}$$

همین‌طور که می‌بینید جرم بسته‌ها در حالت دوم به 120 g نزدیک‌تر است. (تازه این‌طوری کمی از 120 g بیشتر هم هست و طرف به کم‌فروشی متهم نمی‌شاه)، پس حالت دوم را برای بسته‌بندی 15 kg نمک انتخاب می‌کنیم.

گام سوم کافی است 15000 g را به $120 / 285 \text{ g}$ تقسیم کنیم: یعنی 124 بسته نمک نزدیک به 120 g $n = \frac{15000}{120 / 285} = 124 / 7 \Rightarrow 120 \text{ g}$

۶۸- گزینهی «۲»

گام اول مساحت سطح کره‌ی ماه را به طور تقریبی برحسب متر محاسبه می‌کنیم:

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (1700 \times 10^3)^2 = (4 \times 3.14) \times (1/7)^2 \times (10^6)^2 \sim 10^{13} \text{ m}^2$$

$$10^{13} \text{ m}^2 = 10^{13} \text{ m}^2 \times \frac{1 \text{ هکتار}}{10000 \text{ m}^2} = 10^9 \text{ هکتار}$$

گام دوم عدد به دست آمده را به هکتار تبدیل می‌کنیم:

۶۹- گزینهی «۳»

گام اول ابتدا حجم آب ناشی از بارش سالانه را به دست می‌آوریم. مساحت ایران را با A و ارتفاع باران باریده‌شده در سال را با

$$d = 250 \text{ mm} = 2/5 \times 10^{-1} \text{ m} \sim 10^{-1} \text{ m}$$

d نشان می‌دهیم.

$$A = 1/6 \times 10^6 \text{ km}^2 = 1/6 \times 10^6 \times 10^6 \text{ m}^2 \sim 10^{12} \text{ m}^2$$

$$\text{حجم کل آب ناشی از بارش سالانه} = A \cdot d = 10^{12} \times 10^{-1} = 10^{11} \text{ m}^3 = 10^{11} \times 10^3 \text{ L} = 10^{14} \text{ L}$$

گام دوم حالا تعداد بطری‌های $1/5$ لیتری به راحتی به دست می‌آید:

$$\frac{\text{حجم کل آب ناشی از بارش سالانه (برحسب لیتر)}}{\text{حجم یک بطری (برحسب لیتر)}} = \frac{10^{14}}{1/5} \sim 10^{14}$$

۷۰- گزینهی «۱»

گام اول ابتدا مصرف سالانه‌ی نفت را در جهان به طور تقریبی تعیین می‌کنیم.

$$\text{بشکه} = 10^{10} = (100 \times 10^6) \times (365) - (80 \times 10^6) \times (365) = \text{مصرف روزانه‌ی نفت در جهان} = \text{مصرف سالانه‌ی نفت در جهان}$$

گام دوم در هر سال 10^{10} بشکه‌ی نفت در جهان مصرف می‌شود. برای محاسبه‌ی تعداد سال‌هایی که لازم است تا تمام ذخایر نفتی مصرف شود، داریم:

$$\text{سال} = \frac{\text{حجم کل ذخایر نفتی جهان}}{\text{مصرف سالانه‌ی نفت جهان}} = \frac{1/4 \times 10^{12}}{10^{10}} \sim 10^2$$

۷۱- گزینهی «۲»

بدن یک انسان را مکعبی به ابعاد $20 \text{ cm} \times 50 \text{ cm} \times 180 \text{ cm}$ در نظر می‌گیریم. پس:

$$V = 20 \times 50 \times 180 = 180 \times 10^3 \sim 10^5 \text{ cm}^3$$

پس حجم بدن یک انسان بالغ 10^5 cm^3 بوده و گزینه‌ی (۲) صحیح است.

اگر برای بدن انسان ابعاد دیگری هم در نظر بگیرید، باز هم در نهایت گزینه‌ی (۲) را انتخاب خواهید کرد. پاسخ سؤال تمام شده است اما برای این که خیالمان راحت باشد، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین ابعاد ممکن را برای بدن انسان در نظر می‌گیریم.

حالت اول اگر انسان موردنظر خیلی چاق و درشت‌اندام باشد! طوری که ابعاد آن 80 cm در 60 cm و قدش 2 متر باشد:

$$V = 200 \times 60 \times 80 = 960000 = 9/6 \times 10^5 \sim 10^6 \text{ cm}^3$$

حالت دوم اگر انسان موردنظر خیلی لاغر و کوتاه باشد! طوری که قدش 140 cm و ابعادش $20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ باشد:

$$V = 20 \times 10 \times 140 = 28 \times 10^4 = 2/8 \times 10^4 \sim 10^4 \text{ cm}^3$$

همان‌طور که دیدید در هر دو حالت مجبور به انتخاب گزینه‌ی (۲) هستیم.

۷۲- گزینهی «۳»

بارش متوسط سالیانه در کره‌ی زمین 860 mm است؛ یعنی اگر آب ناشی از بارش یک سال، در سطح کره‌ی زمین پخش شود،

ارتفاع آب 860 mm می‌شود.

برای محاسبه‌ی حجم این آب ابتدا باید مساحت سطح کره‌ی زمین را به دست بیاوریم. زمین کره‌ای به شعاع 6400 km است، پس:

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (6400 \times 10^3)^2 = (4 \times 3.14) \times (6/4)^2 \times 10^{12} \sim 10 \times 10^6 \times 10^{12} = 10^{14} \text{ m}^2$$

توجه کنید که در قسمت پایانی محاسبات، فقط مرتبه‌ی بزرگی حاصل ضرب‌های داخل پرانتز را در نظر گرفته‌ایم.

برای به دست آوردن حجم کافی است مساحت را در ارتفاع آب ضرب کنیم:

$$10^{14} \text{ m}^2 = 10^{14} \text{ m}^2 \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 10^{17} \text{ L}$$

در انتها باید متر مکعب را به لیتر تبدیل کنیم:

۷۳- گزینهی «۱»

گام اول ابتدا مرتبه‌ی بزرگی حجم باران باریده‌شده را به دست می‌آوریم.

$$A = 180 \text{ km}^2 = 180 \times 10^6 \text{ m}^2 \sim 10^8 \text{ m}^2$$

$$\text{ارتفاع آب باران: } h = 10 \text{ mm} = 10 \times 10^{-3} \text{ m} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$V = Ah = 10^8 \times 10^{-2} = 10^6 \text{ m}^3$$

گام دوم حجم یک قطره باران را باید تخمین بزنیم. فرض می‌کنیم هر قطره، کره‌ای به قطر 4 mm است، پس:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (2 \times 10^{-3})^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 8 \times 10^{-9} \sim \frac{1}{1} \times 10 \times 10^{-9} = 10^{-8} \text{ m}^3$$

$$\frac{\text{حجم کل آب باران}}{\text{حجم یک قطره آب}} = \frac{10^6}{10^{-8}} = 10^{14}$$

گام سوم

۷۴- گزینهی «۲»

در این تست باید ۲ عدد را خودمان برآورد کنیم. یکی حجم هوایی که در هر تنفس وارد ریه‌ی انسان می‌شود و دیگری تعداد

تنفس‌های یک انسان معمولی در یک زمان معین (مثلاً یک دقیقه).

با تنظیم موتور مصرف بنزین خودرو در هر ۱۰۰ کیلومتر ۱ لیتر کم می‌شود، پس در یک ماه (چون تقریباً ۱۰۰۰ km طی کرده است) کاهش مصرف بنزین برابر است با ۱۰ L. بهای هر لیتر بنزین ۱۰۰۰۰ ریال است، بنابراین:

$$\text{ریال} = 10^5 = 10 \times 10000 = \text{قیمت هر لیتر بنزین} \times \text{میزان کاهش بنزین مصرفی بر حسب لیتر} = \text{کاهش هزینه در یک ماه برای یک خودرو}$$

گام دوم در مرحله‌ی بعدی باید تعداد خودروهای شهر تهران را تخمین بزنیم. برای این کار از استراتژی زیر استفاده می‌کنیم:

شهر تهران حدوداً ۱۰ میلیون نفر جمعیت دارد. فرض می‌کنیم به ازای هر ۴ نفر یک خودرو در تهران وجود داشته باشد، بنابراین تعداد کل خودروهای شهر تهران ۲/۵ میلیون دستگاه می‌شود. نصف این تعداد به تنظیم موتور نیاز دارند، پس:

$$\text{دستگاه} = 1 \times 10^6 = \frac{2/5 \times 10^6}{2} = \text{تعداد خودروهای شهر تهران که به تنظیم موتور نیاز دارند}$$

گام سوم حالا کل هزینه‌ی صرفه‌جویی شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{ریال} = 10^{11} = 10^6 \times 10^5 = \text{هزینه‌ی صرفه‌جویی شده‌ی ماهانه برای یک خودرو} \times \text{تعداد خودروهایی که باید تنظیم موتور شوند} = \text{کل هزینه‌ی صرفه‌جویی شده}$$

۸۱- گزینه‌ی «۳» گام اول ابتدا حجم هر قطره را تخمین می‌زنیم. هر قطره را کره‌ای به قطر ۵/۰ سانتی‌متر در نظر می‌گیریم، پس:

$$V_{\text{قطره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (0.25)^3 \approx 10^{-1} \text{ cm}^3$$

گام دوم حالا به طور حدودی تعیین می‌کنیم که از یک شیر آب خراب در شبانه‌روز چند قطره آب می‌چکد. فرض می‌کنیم در هر ثانیه یک قطره آب از شیر آب چکد، پس در یک شبانه‌روز:

$$24 \times 60 \times 60 = 86400 \approx 10^5 = \text{تعداد قطره‌ها در یک شبانه‌روز}$$

گام سوم در مرحله‌ی بعدی حجم آب هدررفته توسط هر شیر آب خراب را در یک شبانه‌روز به دست می‌آوریم.

$$10^5 \times 10^{-1} = 10^4 \text{ cm}^3 = 10 \text{ L} = \text{حجم هر قطره} \times \text{تعداد قطره‌ها در هر شبانه‌روز} = \text{حجم آب هدررفته توسط هر شیر خراب در یک شبانه‌روز}$$

گام چهارم برای حساب کردن حجم کل آب هدررفته از تمام شیرهای آب خراب کشور باید تعداد این شیرهای خراب را برآورد کنیم. ایران حدوداً ۸۰ میلیون نفر جمعیت دارد. اگر به طور متوسط هر ۴ نفر در یک خانه زندگی کنند، ۲۰ میلیون خانه در کشور وجود دارد. فرض می‌کنیم به طور متوسط در هر خانه ۳ شیر آب وجود داشته باشد، پس تعداد شیرهای آب در کل کشور برابر است با:

$$20 \times 10^6 \times 3 = 60 \times 10^6 = 6 \times 10^7$$

بنا بر فرض سؤال از هر ده شیر آب یکی خراب است، پس:

در پایان، حجم کل آب هدررفته از تمام شیرهای آب خراب کشور را محاسبه می‌کنیم:

$$6 \times 10^7 \times 10 = 6 \times 10^8 \text{ L} = \text{حجم آب هدررفته از هر شیر آب خراب} \times \text{تعداد شیرهای آب خراب} = \text{حجم کل آب هدررفته}$$

۸۲- گزینه‌ی «۳» همه می‌دانیم $\frac{3}{4}$ سطح کره‌ی زمین را اقیانوس‌ها و دریاها تشکیل می‌دهند. برای محاسبه‌ی حجم کل آب‌های موجود در سطح کره‌ی زمین ابتدا مساحت کل آب‌های سطح زمین را به دست می‌آوریم.

$$A_{\text{آب}} = \frac{3}{4} \times A_{\text{زمین}} = \frac{3}{4} \times 4\pi r^2 = \frac{3}{4} \times \pi \times (6400 \times 10^3)^2 = (3 \times 3/4) \times (\pi \times 6^2) \times 10^{12} \approx 10^{14} \text{ m}^2$$

در محاسبه، $3 \times 3/4 \times \pi \approx 6.75$ تقریباً ۱۰ در نظر می‌گیریم. $(6/4)^2$ هم حدوداً ۳۰ می‌شود که فقط برای ما مرتبه‌ی بزرگی مهمه که می‌شه ۱۰، پس در کل می‌شه $10^{14} \times 10^2 \times 10^4 = 10^{18}$ عمق متوسط آب‌های کره‌ی زمین (h) را ۵ km در نظر می‌گیریم (اگر ۱ km یا ۱۰ km هم در نظر بگیریم، نتیجه‌ی نهایی تفاوتی نمی‌کند).

$$h = 5 \text{ km} = 5000 \text{ m} \approx 10^4 \text{ m}$$

$$V = Ah = 10^{14} \times 10^4 = 10^{18} \text{ m}^3 = 10^{21} \text{ L}$$

حالا حجم آب را حساب می‌کنیم:

تبدیل به لیتر را فراموش نکنید.

۸۳- گزینه‌ی «۳» گام اول ابتدا حجم بدن یک انسان را برآورد می‌کنیم. بدن انسان را مکعبی به ابعاد ۲۰ cm × ۵۰ cm × ۱۸۰ cm در نظر

$$V_{\text{انسان}} = 20 \times 50 \times 180 = 1/8 \times 10^5 \text{ cm}^3 \approx 10^5 \text{ cm}^3 = 10^{-1} \text{ m}^3$$

می‌گیریم، پس:

گام دوم در قدم بعدی مجموع حجم همه‌ی انسان‌های زمین را به دست می‌آوریم. جمعیت کره‌ی زمین حدوداً ۷ میلیارد نفر است.

$$V_{\text{کل}} = (7 \times 10^9) \times (10^{-1}) = 7 \times 10^8 \approx 10^9 \text{ m}^3$$



گام سوم اگر این حجم را به طور لایه‌ای یکنواخت روی سطح زمین بگذاریم، شکل رویه‌رو ایجاد می‌شود. برای $d = \text{ضخامت}$ این‌که ضخامت این لایه را به دست بیاوریم کافی است این حجم را بر مساحت کره‌ی زمین تقسیم کنیم.

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times (6400 \times 10^3)^2 = (4 \times 3/4) \times (\pi \times 6^2) \times 10^{12} \approx 10^{14} \text{ m}^2$$

$$d = \frac{V_{\text{کل}}}{A} = \frac{10^9}{10^{14}} = 10^{-5} \text{ m} = 10^{-2} \text{ mm}$$

۸۴- گزینه‌ی «۲» گام اول ابتدا به این سؤال جواب می‌دهیم: «اگر یک لامپ ال‌ای‌دی به لامپ کم‌مصرف تبدیل شود، بهای برق مصرفی آن در مدت

یک ماه چند ریال کم می‌شود؟» برای پیدا کردن جواب این سؤال باید مدت زمانی را که یک لامپ در یک ماه روشن است تخمین بزنیم. تقریباً نصف ۲۴ ساعت یک شبانه‌روز، هوا تاریک است. در این بازه یک لامپ چند ساعت روشن است؟ معمولاً در منازل لامپ‌ها از ساعت ۶، ۷ عصر تا ۱۱، ۱۲ شب روشن هستند.

خیلی حساس نمی‌شویم و فرض می‌کنیم یک لامپ در شبانه‌روز ۶ ساعت روشن است، بنابراین یک لامپ در یک ماه، Δt ثانیه روشن است که:

$$\Delta t = 30 \times 6 \times 60 \times 60 \approx 10 \times 10 \times 100 \times 100 = 10^6 \text{ s}$$

برای محاسبه انرژی الکتریکی مصرفی توسط یک لامپ از رابطه $\frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}} = \text{توان}$ استفاده می‌کنیم. با تعویض هر لامپ به اندازه $W = 20 - 100 = 80$ در توان صرفه‌جویی می‌شود، بنابراین:

$$\text{زمان} \times \text{توان کاسته‌شده} = \text{انرژی کاسته‌شده} \rightarrow \frac{\text{انرژی کاسته‌شده}}{\text{توان کاسته‌شده}} = \text{زمان (ثانیه)}$$

$$J \sim 10^8 - 80 \times 10^6 = \text{انرژی کاسته‌شده}$$

هزینه هر ژول انرژی الکتریکی $0.2 / \text{ریال}$ است، پس: $\text{ریال} \sim 10^6 \times 0.2 / 10^8 = 2 \times 10^{-2}$ هزینه هر ژول انرژی \times انرژی کاسته‌شده = کاهش هزینه ناشی از تعویض هر لامپ **گام دوم** حالا باید تعداد لامپ‌های کل کشور را تخمین بزنیم. ایران 80 میلیون نفر جمعیت دارد. فرض می‌کنیم به طور متوسط هر 4 نفر در یک خانه زندگی می‌کنند، پس 20 میلیون خانه وجود دارد. اگر فرض کنیم به طور متوسط در هر خانه 10 لامپ باشد، تعداد کل لامپ‌های کشور برابر است با 2×10^8 .

گام سوم تقریباً حل تست تمام شده است. در گام اول کاهش بهای برق مصرفی یک لامپ را به دست آوردیم و در گام دوم تعداد لامپ‌های کل کشور را تخمین زدیم. حالا: $\text{ریال} \sim 10^{14} \times 10^6 \times 2 \times 10^8 = 2 \times 10^{28}$ کاهش بهای برق مصرفی یک لامپ \times تعداد لامپ‌ها = کاهش بهای برق مصرفی در کل کشور **گزینه‌ی (2) صحیح است.**

۸۵- گزینه‌ی «۳» برای حل این تست گام به گام جواب چند سؤال را می‌دهیم:

گام اول هر لیتر سوخت چند ژول انرژی مفید تولید می‌کند؟

$$10^7 \sim 8 \times 10^6 = 4 \times 10^7 \times \frac{20}{100} = \text{بازده} \times \text{انرژی حاصل از یک لیتر سوخت} = \text{انرژی مفید حاصل از سوزاندن یک لیتر سوخت در خودرو}$$

گام دوم انرژی لازم برای یک ساعت روشن‌بودن چراغ‌های خودرو چند ژول است؟ $J \sim 10^5 - 36 \times 10^4 = \text{انرژی}$ $\rightarrow \frac{\text{انرژی}}{1 \times 60 \times 60} = 100 = \frac{\text{ژول (انرژی)}}{\text{توان (وات)}}$

گام سوم چند لیتر سوخت لازم است تا انرژی لازم برای یک ساعت روشن‌بودن چراغ‌های خودرو تأمین شود؟

$$L \sim 10^{-2} = \frac{10^5}{10^7} = \frac{\text{انرژی لازم برای یک ساعت روشن‌بودن چراغ‌های خودرو}}{\text{انرژی حاصل از یک لیتر سوخت}} = \text{حجم سوخت مورد نیاز}$$

گام چهارم چند خودرو در شهر تهران وجود دارد؟

شهر تهران 10 میلیون نفر جمعیت دارد. فرض می‌کنیم به ازای هر 4 نفر یک خودرو در شهر وجود داشته باشد، پس تعداد خودروهای شهر تهران را $2.5 / 5$ میلیون خودرو در نظر می‌گیریم.

گام پنجم خواسته‌ی تست را به راحتی به دست می‌آوریم:

$$L \sim 10^4 = 10^6 \times 10^{-2} = \text{مصرف روزانه‌ی هر خودرو به علت روشن‌کردن چراغ‌ها} \times \text{تعداد خودروها} = \text{مصرف روزانه‌ی سوخت خودروها به علت روشن‌کردن چراغ‌ها}$$

۸۶- گزینه‌ی «۲» **گام اول** ابتدا جرم یک قطره آب را تخمین می‌زنیم. اول حجم آن را برآورد می‌کنیم. یک قطره آب را به شکل کره‌ای به قطر 0.5 cm در نظر می‌گیریم.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{0.5}{2}\right)^3 \sim \frac{4}{3} \times \pi \times \frac{1}{64} \sim 10^{-1} \text{ cm}^3$$

می‌دانیم هر 1 cm^3 آب 1 g جرم دارد، پس جرم 10^{-1} cm^3 آب برابر است با 10^{-1} g .

گام دوم طبق مفهوم مول، تعداد مولکول‌های یک مول آب برابر است با 6.022×10^{23} مولکول. حالا از تناسب روبه‌رو استفاده می‌کنیم:

$$x = \frac{6.022 \times 10^{23} \times 10^{-1}}{18} \sim 10^{22}$$

نتیجه می‌گیریم:

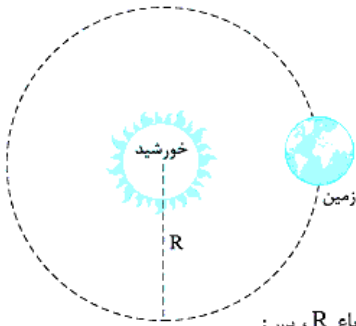
۸۷- گزینه‌ی «۱» ابتدا باید مسافتی را که یک خودرو در یک روز طی می‌کند، تخمین بزنیم. برای این کار از مدت زمانی که یک خودرو معمولی

در طول شبانه‌روز در حرکت است، استفاده می‌کنیم. به نظر شما یک خودرو در شبانه‌روز چند ساعت در حال حرکت است؟ نیم ساعت؟ یک ساعت؟ دو ساعت؟ چهار ساعت؟ هر کدام از این اعداد را در نظر بگیریم، گزینه‌ی نهایی‌ای که قرار است انتخاب کنیم فرقی نمی‌کند. ما به طور متوسط $1/5$ ساعت را انتخاب می‌کنیم. خودرویی را که در شهر در حال حرکت است در نظر بگیرید. با توجه به شرایط ترافیک خیابان و عوامل دیگر تندی این خودرو کم و زیاد می‌شود. گاهی با تندی 80 km/h یا 90 km/h حرکت می‌کند و گاهی در ترافیک سنگین می‌ایستد. ما تندی متوسط یک خودرو معمولی را 40 km/h در نظر می‌گیریم. حالا از رابطه‌ی تندی متوسط که در علوم سال نهم با آن آشنا شدید، استفاده می‌کنیم:

$$60 \text{ km} = 40 \times 1.5 = \text{مسافت طی شده} \rightarrow \frac{\text{مسافت طی شده}}{1.5} = 40 \rightarrow \frac{\text{مسافت طی شده (km)}}{\text{زمان سبیری شده (h)}} = \text{تندی متوسط (km/h)}$$

پس هر خودرو در شبانه‌روز به طور متوسط مسافتی برابر با 60 km طی می‌کند. به ازای هر 1 کیلومتر، 1 گرم مونواکسید کربن توسط خودروی دارای گواهی یورو 4 تولید می‌شود، پس این خودرو روزانه 60 گرم مونواکسید کربن تولید می‌کند. در یک سال داریم:

$$g \sim 10^4 = 100 \times 1000 \times 365 = 365 \times 10^5 = \text{جرم مونواکسید کربن تولید شده در روز} = \text{جرم مونواکسید کربن تولید شده در سال}$$



۸۸- گزینهی «۲» مطابق شکل مقابل، زمین روی دایره‌ای به شعاع R از مرکز خورشید در حال حرکت است. R فاصله‌ی زمین تا خورشید است. برای محاسبه‌ی تندی حرکت زمین به دور خورشید، یک دور کامل از حرکت زمین به دور خورشید را در نظر می‌گیریم.

گام اول ابتدا R را محاسبه می‌کنیم. 500 ثانیه طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد. از رابطه‌ی $\text{مسافت} = \text{تندی} \times \text{زمان}$ برای پرتو نوری که از خورشید به زمین می‌رسد، استفاده می‌کنیم:

$$R = 15 \times 10^8 \text{ m} = 15 \times 10^7 \text{ km}$$

گام دوم مسافتی که زمین در یک دور کامل حرکتش به دور خورشید طی می‌کند، برابر است با محیط دایره‌ای به شعاع R ، پس:

$$2\pi R = 2 \times 3.14 \times 15 \times 10^7 \text{ m} = 1.9 \times 10^9 \text{ km}$$

گام سوم همه می‌دانیم زمانی که طول می‌کشد زمین یک دور کامل به دور خورشید بچرخد یک سال است. یک سال باید به ساعت تبدیل شود، پس:

$$365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 3.15 \times 10^7 \text{ s} \quad \text{یا} \quad 365 \times 24 \text{ h} = 8760 \text{ h}$$

گام چهارم حالا از رابطه‌ی $\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$ ، برای محاسبه‌ی تندی حرکت زمین به دور خورشید استفاده می‌کنیم. $10^9 \text{ km} / 3.15 \times 10^7 \text{ s} = 31.7 \text{ km/s}$ تندی نیست بدانید تندی حرکت زمین به دور خورشید 30 km/s است.

۸۹- گزینهی «۳» **گام اول** مسافتی را که این ماشین خیالی در مدت یک ساعت طی می‌کند به دست می‌آوریم:

$$3 \times 10^8 \text{ m} = 300 \text{ km}$$

گام دوم محیط کره‌ی زمین را به دست می‌آوریم: $2\pi R = 2 \times 3.14 \times 6400 \times 10^3 \text{ m} = 40000 \text{ km}$
گام سوم واضح است که تعداد دورهایی که این خودرو در مدت یک ساعت به دور کره‌ی زمین می‌چرخد از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{300 \text{ km}}{40000 \text{ km}} = 0.0075$$

این عدد به گزینه‌ی (۳) نزدیک است.

۹۰- گزینهی «۲» در علوم سال نهم مفهوم فشار و رابطه‌ی آن یعنی $P = \frac{F}{A}$ را یاد گرفتید. در این تست نیرویی که باعث ایجاد فشار در سطح می‌شود، نیروی وزن شخص است، پس:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A}$$

گام اول باید جرم شخص و اندازه‌ی سطحی را که با زمین در تماس است تخمین بزنیم. جرم یک شخص بالغ را 80 kg و کف پاهای او را مستطیلی با ابعاد $10 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ در نظر می‌گیریم (پهن تست باید به طور تقریبی 10 cm باشد، فیلی در انتقاب مقدار 3 m و مساحت $3 \text{ m} \times 10 \text{ cm}$ و کف پاهای او را مستطیلی با ابعاد $10 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ در نظر می‌گیریم). به خاطر همین که فیلی با هم فاصله دارند. به خاطر همین که جرم شخص 80 kg یا حتی 150 kg هم فرض کنید، آفرش، گزینه‌ای که باید انتقاب کنید، فرقی نمی‌کند.

$$A = 2 \times 10 \times 30 = 600 \text{ cm}^2 = 6 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$P = \frac{mg}{A} = \frac{80 \times 10}{6 \times 10^{-2}} = 1.3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

گام دوم حالا فشار را حساب می‌کنیم:

۹۱- گزینهی «۲» برای حل این تست می‌خواهیم از رابطه‌ی فشار ($P = \frac{F}{A}$) که در علوم سال نهم آن را یاد گرفتید، استفاده کنیم. نیروی ناشی از وزن هوای موجود در جو زمین باعث ایجاد فشار شده است، پس:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A}$$

در رابطه‌ی بالا A مساحت سطح کره‌ی زمین و m جرم هوای موجود در جو کره‌ی زمین است.

ابتدا مساحت کره زمین را به طور تقریبی به دست می‌آوریم: $A = 4\pi R^2 = 4 \times 3.14 \times (6400 \times 10^3)^2 = 2.0 \times 10^{14} \text{ m}^2$

$$P = \frac{mg}{A} \rightarrow 1.05 = \frac{m \times 10}{2.0 \times 10^{14}} \rightarrow m = 2.1 \times 10^{19} \text{ kg}$$

حالا از رابطه‌ی فشار استفاده می‌کنیم:

پس گزینه‌ی (۲) را انتخاب می‌کنیم. جالب است بدانید جرم کل هوای موجود در جو کره‌ی زمین $5.1 \times 10^{18} \text{ kg}$ کیلوگرم است.

۹۲- گزینهی «۱» شما باید بدانید که یکای نجومی (AU) برابر است با فاصله‌ی متوسط زمین تا خورشید. بنابراین برای پرتو نوری که از خورشید به زمین می‌رسد، می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} \rightarrow 3 \times 10^8 \text{ m/s} = \frac{1.5 \times 10^{11} \text{ m}}{\text{زمان}} \rightarrow \text{زمان} = \frac{1.5 \times 10^{11}}{3 \times 10^8} = 500 \text{ s}$$

۹۳- گزینهی «۲» **گام اول** خطای اندازه‌گیری خطکش از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta d}{d} = \frac{0.5 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = \pm 2\%$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta d}{d} = \frac{1 \text{ mm}}{5 \text{ mm}} = \pm 20\%$$

گام دوم بنابراین طول و عرض مستطیل با توجه به خطای اندازه‌گیری برابر می‌شود با:

$$\begin{cases} \text{طول} = 20/65 \text{ cm} \pm 2\% \\ \text{عرض} = 10/22 \text{ cm} \pm 20\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{بیشینه‌ی طول} = 20/90 \text{ cm} \\ \text{کمینه‌ی طول} = 20/40 \text{ cm} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} \text{بیشینه‌ی عرض} = 10/27 \text{ cm} \\ \text{کمینه‌ی عرض} = 10/17 \text{ cm} \end{cases}$$

گام سوم حالا یک بار با بیشینه و یک بار با کمینه طول و عرض، مساحت مستطیل را حساب می‌کنیم:

$$S_{\max} = 20/90 \times 10/27 = 214/6 \text{ cm}^2$$

$$S_{\min} = 20/40 \times 10/17 = 207/47 \text{ cm}^2$$

گام اول در ابزارهای مدرج میزان خطای اندازه‌گیری از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

۹۴- گزینه‌ی «۴»

$$\frac{\text{کمینه‌ی تقسیم‌بندی}}{\sqrt{}} \Rightarrow A = 2 \times |\pm 0/2| = 0/4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

اما در ابزارهای دیجیتال کمینه‌ی اندازه‌گیری برابر دقت یا خطای اندازه‌گیری است؛ یعنی:

$$B = |\pm 0/1| = 0/1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

گام دوم نسبت $\frac{A}{B}$ را می‌خواهیم:

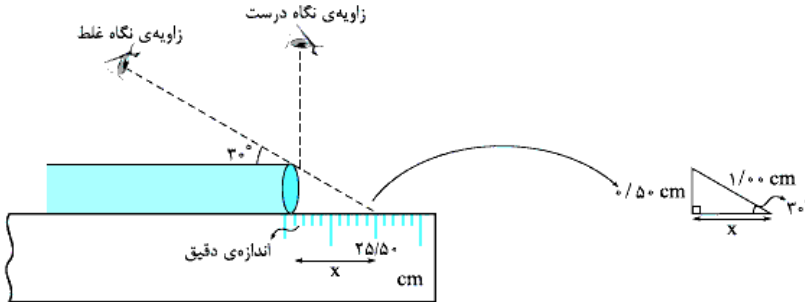
$$\frac{A}{B} = \frac{0/4}{0/1} = 4$$

۹۵- گزینه‌ی «۴» گام اول اشتباه شخص در زاویه‌ی نگاه اوست! خط نگاه او باید مثل شکل زیر عمود بر راستای خط‌کش باشد. پس با توجه به

شکل، ما با یک مثلث روبه‌رویه هستیم که ضلع مقابل به زاویه‌ی 30° آن $0/50 \text{ cm}$ است، پس وتر مثلث ۲ برابر $0/50 \text{ cm}$ یعنی $1/00 \text{ cm}$ است، بنابراین

$$(1/00)^2 = (0/50)^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 1/00 - 0/25 = 0/75 \Rightarrow x = \sqrt{0/75} = 0/50 \times \sqrt{3} = 0/50 \times 1/7 = 0/85 \text{ cm}$$

داریم:



گام دوم یعنی شخص خطا کار، $0/85 \text{ cm}$ از مقدار دقیق بیشتر گزارش کرده، پس:

۹۶- گزینه‌ی «۳» خون از طریق آنورت از قلب خارج شده و در نهایت وارد مویرگ‌ها می‌شود، بنابراین با توجه به معادله‌ی پیوستگی از رابطه‌ی زیر

استفاده می‌کنیم:

$$(VA)_{\text{مویرگی}} \times \pi r_{\text{مویرگی}}^2 \times V_{\text{مویرگی}} = \text{تعداد مویرگ‌ها} \times \pi r_{\text{آنورت}}^2 \times V_{\text{آنورت}} \rightarrow (VA)_{\text{مویرگی}} \times \text{تعداد مویرگ‌ها} = (VA)_{\text{آنورت}}$$

$$\rightarrow \text{تعداد مویرگ‌ها} = \frac{V_{\text{آنورت}} \times r_{\text{آنورت}}^2}{V_{\text{مویرگی}} \times r_{\text{مویرگی}}^2} = \frac{1 \times (2/5 \times 10^{-2})^2}{0/5 \times 10^{-3} \times (0/1 \times 10^{-3})^2} = \frac{1 \times 6/25 \times 10^{-4}}{0/5 \times 10^{-11}} = 16 \times 6/25 \times 10^7 = 10 \times 10 \times 10^7 = 10^9$$

گام اول ابتدا محاسبه می‌کنیم که انرژی حاصل از تبدیل 1 kg ماده به انرژی چند ژول است.

۹۷- گزینه‌ی «۳»

$$E = mc^2 = 1 \times (3 \times 10^8)^2 = 9 \times 10^{16} - 10^{17} \text{ J}$$

گام دوم انرژی لازم برای روشن ماندن یک لامپ معمولی خانگی را در یک شبانه‌روز برآورد می‌کنیم. فرض می‌کنیم توان لامپ 100 وات باشد و در شبانه‌روز 5 ساعت روشن بماند (اگر عدد‌های ما رو قبول ندارید خودتون تفهیم بزنید و با همونتا حساب کتاب کنید. ما ارجح می‌کنیم در جواب تست فرقی نمی‌کنه). با استفاده

$$\text{از رابطه‌ی توان داریم: } \text{انرژی (J)} = \text{توان (W)} \times \text{زمان (s)} \rightarrow 100 = \frac{\text{انرژی}}{5 \times 60 \times 60} \rightarrow \text{انرژی} = 1/8 \times 10^6 \text{ J} \sim 10^6 \text{ J}$$

گام سوم برای تخمین انرژی لازم، برای روشن نگه‌داشتن یک خانه باید تعداد لامپ‌های یک خانه‌ی معمولی را خودمان حدس بزنیم البته یک حدس معقول و منطقی. 10 لامپ برای هر خانه مناسب به نظر می‌رسد. (به دونه برای آشپزفونه، 3 یا 4 برای پذیرایی، 2 تا هم برای هرکدوم از 2 اتاق خواب!)

$$10^6 \text{ J} = 10^6 \times 10 = 10^7 \text{ J} = \text{تعداد لامپ} \times \text{انرژی لازم یک لامپ} = \text{انرژی لازم برای تامین روشنایی یک خانه}$$

گام چهارم حالا دیگر به دست آوردن تعداد خانه‌ها کار سختی نیست.

$$10^7 = \frac{\text{انرژی کل}}{\text{انرژی لازم برای هر خانه}} = \frac{10^{17}}{10^7} = 10^{10} = \text{تعداد خانه‌هایی که می‌توان روشن کرد}$$

گام اول ابتدا تعیین می‌کنیم که 80 میلیون بشکه نفت معادل چند گرم است.

۹۸- گزینه‌ی «۱»

$$80 \times 10^6 \times 150 = 1/2 \times 10^{10} \text{ kg} = 1/2 \times 10^{13} \text{ g} \sim 10^{13} \text{ g}$$

گام دوم این مقدار نفت چند ژول انرژی تولید می‌کند؟ $(10^{13}) \times (50 \times 10^3) \sim 10^{18} \text{ J}$ = انرژی حاصل از هر یک گرم نفت بر حسب ژول \times جرم نفت بر حسب گرم = انرژی تولید شده

گام سوم با استفاده از رابطه‌ی معرفی شده در صورت تست، مقدار جرم ماده‌ای را که در نیروگاه‌های هسته‌ای باید به انرژی تبدیل شود تا 10^{18} ژول انرژی به

$$\text{دست آید، تعیین می‌کنیم. } E = mc^2 \rightarrow 10^{18} = m \times (3 \times 10^8)^2 \rightarrow m = \frac{10^{18}}{9 \times 10^{16}} \sim 10 \text{ kg}$$

می‌بیند انرژی هسته‌ای چه می‌کنه؟ آه هر روز فقط 10 کیلوگرم اورانیم تو نیروگاه‌ها به انرژی هسته‌ای تبدیل شه کل انرژی دنیا تامین می‌شه.

$$0/01 \text{ g} / \text{mm}^3 = 0/01 \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-3} \text{ cm}^3} = 0/01 \text{ kg} / \text{cm}^3$$

۹۹- گزینه‌ی «۳»

$$V = 20L = 20 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

ابتدا حجم مایع را به متر مکعب تبدیل می‌کنیم: **۱۰۰- گزینهی «۴»**

$$m = \rho V = 1200 \times 2 \times 10^{-2} = 24 \text{ kg}$$

حالا با استفاده از رابطه‌ی $m = \rho V$ جرم را به دست می‌آوریم:

توجه داشته باشید که واحد چگالی در SI، kg/m^3 است، از طرفی می‌دانیم دسی‌متر مکعب همان لیتر است ($1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 = 1 \text{ L}$) **۱۰۱- گزینهی «۱»**

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{5 \text{ g}}{2.5 \times 10^{-3} \text{ L}} = 2/5 \times 10^3 \text{ g/L}$$

با توجه به این مطلب داریم:

$$\rho = 2/5 \times 10^3 \text{ g/L} = 2/5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

از طرفی $1 \text{ g/L} = 1 \text{ kg/m}^3$ است، بنابراین:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{6}{.5} = 12 \text{ g/cm}^3$$

ابتدا چگالی را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب به دست می‌آوریم: **۱۰۲- گزینهی «۴»**

$$\rho = 12 \text{ g/cm}^3 \times 1000 \text{ cm}^3/\text{L} = 12000 \text{ g/L}$$

حالا این مقدار را برحسب گرم بر لیتر به دست می‌آوریم:

$$\rho = 12000 \text{ g/L} = 12000 \text{ kg/m}^3$$

می‌دانید که 1 g/L معادل 1 kg/m^3 است، بنابراین:

$$84/0 \text{ cm}^3 = 84/0 \times (10^{-2})^3 \text{ m}^3 = 84 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

ابتدا حجم این قطعه را به متر مکعب تبدیل می‌کنیم. **۱۰۳- گزینهی «۳»**

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 22/5 \times 10^3 = \frac{m}{84 \times 10^{-6}} \rightarrow m = 1/89 \text{ kg}$$

حالا از رابطه‌ی چگالی استفاده می‌کنیم:

$$V = \Delta L = 5 \times 10^2 \text{ cm}^3$$

در این مسئله هم تبدیل یکاها خیلی اهمیت دارد. **۱۰۴- گزینهی «۱»**

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 1/05 = \frac{m}{5 \times 10^3} \Rightarrow m = 5250 \text{ g} = 5/25 \text{ kg}$$

$$\rho = 1000 \times 10^6 \text{ kg/m}^3$$

اگر حواسمان به تبدیل واحدها باشد، حل مسئله کار سختی نیست. **۱۰۵- گزینهی «۴»**

$$V = 1 \times 3 \times 4 = 12 \text{ cm}^3 = 12 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 1000 \times 10^6 = \frac{m}{12 \times 10^{-6}} = 12000 \text{ kg}$$

$$\text{گرم } 1 \times \frac{1000 \text{ میلی‌گرم}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{1 \text{ گرم}}{1000 \text{ میلی‌گرم}} = 1/4 \text{ گرم}$$

گام اول جرم را برحسب گرم به دست می‌آوریم: **۱۰۶- گزینهی «۴»**

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \rho = \frac{1/4}{.35} = 4 \text{ g/cm}^3$$

گام دوم چگالی را به دست می‌آوریم.

گام سوم حالا چون مسئله چگالی را برحسب یکای SI می‌خواهد، یکای چگالی را به kg/m^3 تبدیل می‌کنیم؛ کافی است عدد به دست آمده را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم.

$$\rho = 4 \text{ g/cm}^3 = 4000 \text{ kg/m}^3 = 4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

۱۰۷- گزینهی «۴» وقتی نوشابه‌ی گازدار را در لیوان می‌ریزیم، گاز آن خارج می‌شود، می‌دانیم که گاز حجم نسبتاً زیاد و جرم کم دارد؛ بنابراین با خروج گاز، جرم و حجم نوشابه هر دو کم می‌شود ولی کاهش حجمش چشم‌گیرتر است. پس طبق رابطه‌ی $\rho = \frac{m}{V}$ با ریختن نوشابه‌ی گازدار در لیوان چون m تغییر محسوسی نمی‌کند ولی V کم می‌شود، پس چگالی هم زیاد می‌شود.

ابتدا حجم را برحسب متر مکعب به دست می‌آوریم تا با واحد داده‌شده برای چگالی هم‌خوانی داشته باشد: **۱۰۸- گزینهی «۳»**

$$m = \rho V = 12000 \times 5 \times 10^{-6} = 6 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

پس جرم را با استفاده از $m = \rho V$ به دست می‌آوریم:

$$W = mg = 6 \times 10^{-2} \times 10 = 6 \times 10^{-2} = 0/06 \text{ N}$$

بنابراین وزن جسم برابر است با:

$$V = (\Delta)^3 = 125 \text{ cm}^3 = 125 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

ابتدا حجم مکعب را به دست می‌آوریم: **۱۰۹- گزینهی «۳»**

$$m = \rho V \Rightarrow m = 8 \times 10^3 \times 125 \times 10^{-6} = 1 \text{ kg}$$

حالا با استفاده از $m = \rho V$ جرم ماده را به دست می‌آوریم:

سؤال، جرم جسم را برحسب کیلوگرم می‌خواهد، پس در رابطه باید چگالی برحسب $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و حجم برحسب m^3 باشد: **۱۱۰- گزینهی «۳»**

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \times V = 12000 \times (20 \times 30 \times 5 \times 10^{-6}) = 3/6 \text{ kg}$$

$$V = 0/1 \times 0/1 \times 0/1 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

گام اول ابتدا حجم را به دست می‌آوریم: **۱۱۱- گزینهی «۳»**

$$m = \rho V = 7800 \times 10^{-3} = 7/8 \text{ kg}$$

گام دوم حالا با داشتن چگالی و حجم، جرم را به دست آوریم:

(این یا همون بایه که آزمایش بی‌دقت تو تله می‌افتن و گزینه‌ی (۲) رو انتخاب می‌کنن! در حالی که این مقدار، جرم جسم نه وزنش!)

$$W = mg = 7/8 \times 10 = 7/8 \text{ N}$$

گام سوم وزن جسم را با توجه به رابطه‌ی $W = mg$ به دست می‌آوریم:

تکنیک در این‌گونه سؤال‌ها که چگالی و وزن به هم مربوطاند، رابطه‌ی $W = \rho g V$ شما را مستقیماً به پاسخ می‌رساند:

$$W = \rho g V = 7800 \times 10 \times (0/1)^3 = 7/8 \text{ N}$$

۱۱۲- گزینهی «۲»

چون جرم برحسب گرم مورد پرسش قرار گرفته است، چگالی را برحسب گرم بر سانتی متر مکعب به دست می آوریم:

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 = 7800 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3 = 7.8 \text{ g/cm}^3$$

حالا با استفاده از این مقدار، جرم را به دست می آوریم. حجم استوانه برابر با ارتفاع (h) ضربدر مساحت قاعده (A) است:

$$m = \rho V = \rho(Ah) = 7.8 \times (25 \times 10) = 1950 \text{ g}$$

حجم کره به شعاع r، برابر با $V = \frac{4\pi}{3} r^3$ است، بنابراین:

۱۱۳- گزینهی «۳»

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{\lambda}{\frac{4}{3}\pi \times 3 \times (10 \times 10^{-2})^3} = \frac{\lambda}{10^{-3}} = 2000 \text{ kg/m}^3$$

$$1 \text{ مثقال} = 4/86 \text{ g} \Rightarrow \frac{4/86 \text{ g}}{1 \text{ مثقال}} = 1$$

گام اول جرم ماده را با روش زنجیره ای از مثقال به گرم تبدیل می کنیم:

۱۱۴- گزینهی «۲»

$$m = \frac{4 \times \frac{4}{86} \text{ g}}{1 \text{ مثقال}} = 4 \times \frac{4}{86} \text{ g}$$

(ضرب نمی کنیم! چون اتمالان توی مرحله ی بعد ساره می شن!)

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{4 \times \frac{4}{86}}{2/43} = 8 \text{ cm}^3$$

گام دوم حجم مکعب را به کمک رابطه ی چگالی حساب می کنیم:

$$a^3 = V \Rightarrow a^3 = 8 = 2^3 \Rightarrow a = 2 \text{ cm}$$

گام سوم حجم مکعب برابر ضلع آن به توان ۳ است، یعنی:

گام اول ابتدا حجم فلز به کاررفته در این کره ی توخالی (یا همان پوسته ی فلزی) را محاسبه می کنیم:

۱۱۵- گزینهی «۳»

$$V = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3) = \frac{4}{3}\pi \times 3 \times (12^3 - 4^3) = 6656 \text{ cm}^3 = 6/656 \text{ L}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{39/936 \text{ kg}}{6/656 \text{ L}} = 6 \text{ kg/L}$$

گام دوم چگالی فلز را برحسب کیلوگرم بر لیتر می خواهد. پس داریم:

۱۱۶- گزینهی «۲»

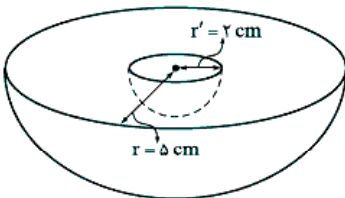
گام اول ابتدا حجم قسمت توپر را حساب می کنیم، دقت کنید که حجم نیم کره

$$V_{\text{بخش توپر}} = V_{\text{ظاهر}} - V_{\text{حفره}} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r'^3\right) = \frac{\pi}{3}(r^3 - r'^3)$$

نصف حجم کره است:

$$\frac{r=2 \text{ cm}}{r=5 \text{ cm}, \pi=3} \rightarrow V_{\text{بخش توپر}} = \frac{\pi}{3} \times 3 \times (5^3 - 2^3) = 2(125 - 8) = 234 \text{ cm}^3$$

$$m = \rho V_{\text{بخش توپر}} = 5 \times 234 = 1170 \text{ g}$$



گام اول کافی است جرم جسم را بر چگالی تقسیم کنید تا حجم قسمت توپر (V توپر) را به دست آوریم.

۱۱۷- گزینهی «۲»

$$V_{\text{توپر}} = \frac{m}{\rho} = \frac{199/5}{19000 \times 10^{-3}} = 10/5 \text{ cm}^3$$

گام دوم این مقدار حجم بخش توپر است که اگر آن را از حجم ظاهری کم کنیم، حجم حفره به دست می آید: $V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهر}} - V_{\text{توپر}} = 12 - 10/5 = 1/5 \text{ cm}^3$

۱۱۸- گزینهی «۴»

گام اول ابتدا با توجه به حجم ظاهری و چگالی، جرم جسم را در حالت توپر به دست می آوریم. اگر این مقدار برابر با جرم داده شده یعنی ۶ kg باشد، می فهمیم که درون جسم حفره ای وجود ندارد؛ اما اگر این مقدار بیشتر از ۶ kg شود، یعنی درون مکعب حفره ای وجود دارد، پس اول باید

$$V = (a)^3 = (10)^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

حجم را به دست آوریم:

$$m = \rho V = 8 \times 1000 = 8000 \text{ g} = 8 \text{ kg}$$

حالا می توانیم مقدار جرم را حساب کنیم:

گام دوم با توجه به این که جرم به دست آمده بیشتر از ۶ kg است، بنابراین درون جسم حفره وجود دارد. حالا باید با توجه به خواسته ی گزینه ها حجم حفره را به

دست آوریم که برای این کار، کافی است حجم بخش توپر را از حجم ظاهر کم کنیم: $1000 - \frac{6000 \text{ g}}{8 \text{ g/cm}^3} = 250 \text{ cm}^3$

پس جسم، حفره ای خالی به حجم 250 cm^3 دارد.

گام اول جرم با چگالی و حجم رابطه ی مستقیم دارد. از طرفی حجم مکعب برابر با یک یال به توان ۳ است، بنابراین داریم:

۱۱۹- گزینهی «۴»

$$\frac{m_{\text{آلیاژ}}}{m_{\text{آلومینیم}}} = \left(\frac{\rho_{\text{آلیاژ}}}{\rho_{\text{آلومینیم}}}\right) \left(\frac{V_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلومینیم}}}\right) = \frac{\lambda/1}{2/7} \times \frac{(2a)^3}{(a)^3} = 3 \times 8 = 24$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

چگالی با جرم رابطه ی مستقیم و با حجم رابطه ی عکس دارد، بنابراین:

۱۲۰- گزینهی «۳»

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \left(\frac{m_A}{m_B}\right) \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 \quad \frac{m_A}{m_B} = \frac{m_B}{r_A} \quad \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \left(\frac{6}{3}\right)^3 = (2)^3 = 8$$

اما همان طور که می دانید برای دو کره $\frac{V_B}{V_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3$ است، بنابراین:

پس چگالی کره A، هشت برابر چگالی کره B است.

چگالی یک جسم با جرم آن رابطه ی مستقیم و با حجم آن رابطه ی عکس دارد، بنابراین:

۱۲۱- گزینهی «۲»

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}, \quad V_A = 2V_B, \quad m_A = 3m_B \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3m_B}{m_B} \times \frac{V_B}{2V_B} = \frac{3}{2}$$

۱۲۲- گزینهی «۳»

گام اول ابتدا چگالی جسم را از روی چگالی آهن به دست می‌آوریم:

$$\frac{\rho_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{جسم}}} = 1/3 \rightarrow \rho_{\text{جسم}} = \frac{\rho_{\text{آهن}}}{1/3} = \frac{17800 \text{ kg/m}^3}{1/3} = 53400 \text{ kg/m}^3 = 53.4 \text{ g/cm}^3$$

گام دوم حالا با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، حجم را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 53.4 = \frac{1780}{V} \Rightarrow V = \frac{1780}{53.4} = 33.3 \text{ cm}^3$$

۱۲۳- گزینهی «۱» با توجه به رابطه $m = \rho V$ داریم:

$$\frac{m_A}{m_B} = \left(\frac{\rho_A}{\rho_B}\right) \left(\frac{V_A}{V_B}\right) \Rightarrow \frac{m_A}{200} = \left(\frac{1/5 \rho_B}{\rho_B}\right) \left(\frac{V_A}{50}\right) = 0.4 \Rightarrow m_A = 80 \text{ g}$$

۱۲۴- گزینهی «۴» می‌دانیم که $V = \frac{m}{\rho}$ است، بنابراین حجم با جرم رابطه مستقیم و با چگالی رابطه عکس دارد:

$$\frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{m_A}{m_B}\right) \left(\frac{\rho_B}{\rho_A}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{5}\right) \left(\frac{\rho_B}{\rho_A}\right) = 2 \Rightarrow V_B = \frac{1}{2} = 50 \text{ L}$$

۱۲۵- گزینهی «۳»

با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = 1 \times \frac{45}{20} = \frac{9}{4}$$

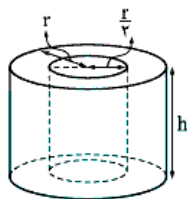
۱۲۶- گزینهی «۳» در نمودار سمت چپ هر چه شیب بیشتر باشد، چگالی هم بیشتر است. پس: $\rho_A > \rho_B$. در نمودار سمت راست هر چه شیب بیشتر

باشد، چگالی کم‌تر است. پس: $\rho_D > \rho_C$. بنابراین گزینهی (۳) صحیح است.

۱۲۷- گزینهی «۴»

گام اول حجم بخش توپر استوانه‌ی B (یعنی مقداری از حجم استوانه که از ماده‌ی B تشکیل شده

است) را با توجه به شکل رویه‌رو به دست می‌آوریم:



$$V_B = \frac{3}{4} \pi r^2 h$$

گام دوم می‌دانیم چگالی با جرم، رابطه مستقیم و با حجم رابطه عکس دارد. بنابراین داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \left(\frac{m_A}{m_B}\right) \left(\frac{V_B}{V_A}\right) \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{m_B}{m_A} \left(\frac{3}{4} \pi r^2 h}{\pi R^2 h}\right) = \frac{3}{4}$$

۱۲۸- گزینهی «۱»

گام اول مقدار جرم مصالح در نیم‌کره‌ی توپر و استوانه‌ی توخالی یکسان است. از طرفی جنس ماده نیز در هر دو شکل یکسان

است؛ پس چگالی دو جسم هم برابر است. با توجه به برابری چگالی و جرم، حجم دو جسم یکسان است. برای حجم این دو شکل داریم:

$$V_{\text{استوانه‌ی توخالی}} = \pi h (R^2 - r^2) \stackrel{h=R'}{=} \pi \times R' (R'^2 - R^2), \quad V_{\text{نیم‌کره}} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi R'^3\right) = \frac{2}{3} \pi R'^3$$

گام دوم حجم نیم‌کره و استوانه با هم برابر است. پس می‌توان نوشت: $\frac{2}{3} \pi R'^3 = \pi R' (R'^2 - R^2) \Rightarrow \frac{2}{3} R'^2 = (R'^2 - R^2) \Rightarrow R^2 = \frac{1}{3} R'^2 \Rightarrow \frac{R'}{R} = \sqrt{3}$

۱۲۹- گزینهی «۴»

حجم استوانه‌ی توخالی اول را با V و حجم استوانه‌ی توخالی دوم را با V' مشخص می‌کنیم. در این جا چگالی دو استوانه یکسان

است. پس جرم با حجم رابطه مستقیم دارد. بنابراین داریم:

$$\frac{m}{m'} = \frac{V}{V'} = \frac{\pi (R_2^2 - R_1^2) L}{\pi ((2R_2)^2 - (2R_1)^2) 2L} = \frac{(R_2^2 - R_1^2)}{12(R_2^2 - R_1^2)} = \frac{1}{12}$$

بنابراین $m' = 12m$ است و جرم مورد نیاز ما ۱۲ برابر m می‌شود.

۱۳۰- گزینهی «۴»

گام اول در این تست برخلاف تست‌های قبلی چگالی کره را می‌خواهیم، نه چگالی ماده‌ی سازنده‌ی آن را! بنابراین انتظار داریم

وقتی که درون کره حفره ایجاد می‌کنیم، چگالی آن از چگالی فلز (ρ_0) کم‌تر شود؛ زیرا بدون آن که حجم کره تغییر کند، جرم آن کاهش می‌یابد.

اول باید بفهمیم نسبت جرم جدید (m_2) به جرم اولیه (m_1) چقدر است. از آن جایی که چگالی فلز در هر دو حالت یکسان است، می‌توانیم بنویسیم:

$$m = \rho V \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^3}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{4}{3} \pi \times \frac{7}{8} R^3}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{7}{8}$$

گام دوم حالا با توجه به این که حجم کره در هر دو حالت ثابت مانده است می‌توانیم بگوییم، چگالی کره در حالت دوم چند برابر چگالی کره در حالت اول

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{7}{8}$$

است؛ بنابراین چگالی کره $\frac{7}{8}$ برابر می‌شود.

۱۳۱- گزینهی «۲»

ابتدا حجم جسم را با توجه به مقدار جابه‌جایی سطح آب به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم جسم} = 54 - 50 = 4 \text{ cm}^3 \Rightarrow (\text{حجم آب قبل از انداختن جسم درون استوانه}) - (\text{حجم آب بعد از انداختن جسم درون استوانه}) = \text{حجم جسم}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = 10/4 \text{ g/cm}^3$$

حالا با توجه به رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

جرم مایع را با کم کردن جرم استوانه از جرم کل به دست می آوریم: **۱۳۲- گزینهی «۲»**

با داشتن جرم و حجم هم که به دست آوردن چگالی اصلاً کاری ندارد، فقط باید دقت کنید که چگالی برحسب کیلوگرم بر متر مکعب خواسته شده است:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{60}{75} = 0.8 \text{ g/cm}^3 = 0.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 8 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$$

اینجا حجم مایع جایه جاشده را به دست می آوریم. این مقدار برابر با سطح مقطع داخلی استوانه ضربدر تغییر ارتفاع سطح آب است: **۱۳۳- گزینهی «۳»**

$$V = A \times \Delta h \Rightarrow V = 10 \times 1.2 = 12 \text{ cm}^3$$

حالا به راحتی می توانیم چگالی را با توجه به رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ به دست آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{90}{12} = 7.5 \text{ g/cm}^3$$

۱۳۴- گزینهی «۱» حجم الکل خارج شده برابر با حجم گلوله است. از آن جایی که چگالی الکل برحسب g/L است و طراح، جرم الکل خارج شده را

برحسب گرم خواسته، چگالی آهن را برحسب گرم بر لیتر در رابطه قرار می دهیم:

$$\rho_{\text{آهن}} = 7800 \text{ kg/m}^3 = 7800 \text{ g/L}$$

$$V_{\text{آهن}} = \frac{m_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{آهن}}} = \frac{3900}{7800} = \frac{1}{2} \text{ L}$$

چون حجم الکل خارج شده برابر با آهن است، داریم:

$$m = \rho_{\text{الکل}} V = \rho_{\text{الکل}} V_{\text{آهن}} = 800 \times \frac{1}{2} = 400 \text{ g}$$

۱۳۵- گزینهی «۱» **گام اول** حجم الکل بیرون ریخته همان حجم قطعه فلز است که برای محاسبه ی آن از رابطه ی چگالی داریم:

$$V_{\text{فلز}} = V_{\text{الکل جاشده}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{160}{0.8} = 200 \text{ cm}^3$$

گام دوم با داشتن حجم و چگالی فلز، جرم آن به سادگی به دست می آید:

$$m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} = 2.7 \times 200 = 540 \text{ g}$$

۱۳۶- گزینهی «۳» باید به کمک رابطه ی « $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$ » حجم را به دست آوریم اما قبل از جای گذاری مقادیر، نکته ی زیر را بخوانید:

نکته در نسبت ها کافی است یکای کمیت های مشابه صورت و مخرج یکسان باشد.

مثلاً در این تست یکای حجم هم در صورت و هم در مخرج سانتی متر مکعب است، پس نیازی به تبدیل واحد نیست و در نهایت حجم مجهول برحسب سانتی متر

مکعب به دست می آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 1400 = \frac{1300 \times 300 + 1500 \times V_2}{300 + V_2}$$

$$\Rightarrow 1400 \times 300 + 1400 V_2 = 1300 \times 300 + 1500 V_2 \Rightarrow 1500 V_2 - 1400 V_2 = 1400 \times 300 - 1300 \times 300 \Rightarrow 100 V_2 = 30000 \Rightarrow V_2 = 300 \text{ cm}^3$$

تکنیک چون چگالی مخلوط برابر با $\frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ (یعنی میانگین چگالی ها) شده است، باید از هر دو ماده حجم برابری در مخلوط وجود داشته باشد، بنابراین

به سادگی می توانستیم بگوییم باید حجم ماده ی دوم برابر با حجم ماده ی اول یعنی 300 cm^3 باشد.

۱۳۷- گزینهی «۱» چگالی مخلوطی که تغییر حجم ندارد، از رابطه ی $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$ به دست می آید، بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{1 \times 3 + 1.5 \times 2}{3 + 2} = \frac{3 + 3}{5} = \frac{6}{5} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 1.2 \text{ kg/L}$$

۱۳۸- گزینهی «۳» اگر حجم کل مخلوط را V بگیریم، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 (\frac{1}{3} V) + \rho_2 (\frac{2}{3} V)}{V} = \frac{(\rho_1 + 2\rho_2) \frac{V}{3}}{V} = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

۱۳۹- گزینهی «۳»

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 750 = \frac{600 V_A + 800 V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 750 V_A + 750 V_B = 600 V_A + 800 V_B \Rightarrow 150 V_A = 50 V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$$

۱۴۰- گزینهی «۴» برای حل این تست باید « $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$ » را به صورت « $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$ » بازنویسی کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{m_A + 3m_A}{\frac{m_A}{4} + \frac{3m_A}{18}} = \frac{4m_A}{m_A (\frac{1}{4} + \frac{3}{18})} = \frac{4}{(\frac{1}{4} + \frac{1}{6})} = \frac{4}{\frac{10}{24}} = 9.6 \text{ g/cm}^3$$

حالا باید این مقدار را به گرم بر لیتر تبدیل کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 9.6 \text{ g/cm}^3 = 9.6 \text{ g/cm}^3 \times \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 9600 \text{ g/L}$$

۱۴۱- گزینهی «۳»

چون چگالی یخ از چگالی آب کمتر است، وقتی یخ ذوب می‌شود، حجم مخلوط کاهش می‌یابد. پس اگر حجم m گرم یخ را با یخ و حجم همان مقدار را پس از ذوب‌شدن با $V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}}$ نشان دهیم، $V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}}$ برابر با 5 cm^3 است:

$$V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} = 5 \text{ cm}^3 \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} - \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = 5 \text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{m}{0.9} - \frac{m}{1} = 5 \Rightarrow \frac{m - 0.9m}{0.9} = 5 \Rightarrow 0.1m = 4.5 \Rightarrow m = 45 \text{ g}$$

۱۴۲- گزینهی «۱»

گام اول: تخمین حجم یک قوطی کبریت: ابعاد یک قوطی کبریت را $1 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ در نظر می‌گیریم، پس:

$$V = 1 \times 4 \times 2 = 12 \text{ cm}^3 = 12 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 12 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 1000 \times 10^6 = \frac{m}{12 \times 10^{-5}} \rightarrow m = 12 \text{ kg}$$

گام دوم: استفاده از رابطه‌ی چگالی برای این قطعه!

گام سوم: احتمالاً می‌دانید، جرم یک خودروی معمولی حدوداً ۱ تن (یعنی 1000 kg) است، پس: $\frac{\text{جرم یک قوطی کبریت از این جنس}}{\text{جرم یک خودروی معمولی}} = \frac{12}{1000} = 1$

۱۴۳- گزینهی «۳»

گام اول: ابتدا جرم کل جهان را به دست می‌آوریم:

$$10^{52} \text{ kg} \sim 10^{11} \times 10^{11} \times 2 \times 10^{30} = 10^{11} \times 10^{11} \times 2 \times 10^{30} = 2 \times 10^{52} \text{ kg}$$

حواستون باشه! جرم بقیه‌ی اجزاء یونان در برابر جرم خورشید این قدر کمه که اصلاً مسابشون نمی‌کنیم.

گام دوم: جهان، کره‌ای به شعاع 10^{16} سال نوری است. شعاع این کره را برحسب متر به دست می‌آوریم. می‌دانیم سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال طی می‌کند، بنابراین از رابطه‌ی تندی استفاده می‌کنیم.

$$10^{16} \text{ m} \rightarrow \frac{\text{سال نوری}}{365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 24 \times 60} \rightarrow 3 \times 10^8 = \frac{\text{سال نوری}}{365 \times 24 \times 60 \times 60} \rightarrow \text{سال نوری} = 365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 3 \times 10^8 = 3.15 \times 10^{16} \text{ m}$$

$$10^{26} \text{ m} = 10^{16} \times 10^{10} = 10^{26} \text{ m}$$

گام سوم: حالا حجم جهان قابل رویت را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times (10^{26})^3 = 10^{78} \text{ m}^3$$

$$\frac{\text{جرم جهان}}{\text{حجم جهان}} = \frac{10^{52}}{10^{78}} = 10^{-26}$$

گام چهارم: محاسبه‌ی چگالی!

۱۴۴- گزینهی «۴»

همان‌طور که می‌دانید چگالی، نشان‌دهنده‌ی میزان سنگین‌بودن حجم مشخصی از یک جسم است و از رابطه‌ی $\frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$

به دست می‌آید.

برای حل این تست ما ابتدا چگالی کره‌ی زمین را تخمین می‌زنیم و سپس با محاسبه‌ی حجم آن جرمش را برآورد می‌کنیم، پس:

گام اول: می‌دانیم چگالی آب 1000 kg/m^3 است. کره‌ی زمین از سنگ، فلزات و موادی این‌چنینی تشکیل شده است و تمام این مواد (اصطلاحاً) از آب سنگین‌تر هستند، پس چگالی کره‌ی زمین باید چندین برابر آب باشد. ما برای چگالی کره‌ی زمین 5000 kg/m^3 را در نظر می‌گیریم (اگه شما قبول ندارید نظر ما رو، یگالی زمینو هرچی فوتتون دوست دارین بگیرین، 1000 kg/m^3 یا 20000 kg/m^3 می‌پیند که آفرش به یه گزینه می‌رسیم).

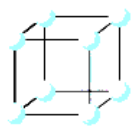
$$V_{\text{زمین}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times (6400 \times 10^3)^3 = \frac{4}{3} \pi \times 3 \times 10^8 \times (6400)^3 \times 10^{24} \sim 1 \times 10^{21} \times 10^{18} = 10^{39} \text{ m}^3$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} = \frac{\text{جرم}}{10^{39}} \rightarrow 5000 = \frac{\text{جرم}}{10^{39}} \rightarrow \text{جرم} = 5000 \times 10^{39} = 10^4 \times 10^{39} = 10^{43} \text{ kg}$$

گام سوم: حالا از رابطه‌ی چگالی استفاده می‌کنیم: $5000 \text{ kg/m}^3 = \frac{\text{جرم}}{10^{39} \text{ m}^3} \rightarrow \text{جرم کره‌ی زمین} = 5 \times 10^{43} \text{ kg}$

۱۴۵- گزینهی «۳»

گام اول: یکی از مکعب‌های این ساختار را در نظر بگیرید (شکل زیر). می‌خواهیم به جرم و حجم این مکعب بپردازیم.



اول جرم: این مکعب دارای ۸ گوشه است که در هر گوشه یک اتم قرار دارد ولی هر کدام از این اتم‌ها فقط متعلق به این مکعب نیستند بلکه تنها بخشی از آن‌ها در این مکعب است و بخشی در مکعب‌های دیگر. اگر به ساختار مقابل دقت کنید هر اتم در محل تلاقی ۸ مکعب است؛ یعنی $\frac{1}{8}$ از هر اتم متعلق به این مکعب است. برای این‌که بهتر متوجه شوید به شکل روبه‌رو دقت کنید.

پس نتیجه می‌گیریم، هر مکعب ۸ تا $\frac{1}{8}$ اتم دارد؛ یعنی جرم کل این مکعب برابر است با جرم ۱ اتم (۸ تا $\frac{1}{8}$ اتم می‌شه ۱ اتم). از طرفی چون به ازای هر مکعب یک اتم وجود دارد، تعداد مکعب‌ها با تعداد اتم‌ها برابر است. دوم حجم: فاصله‌ی دو اتم مجاور روی یک ضلع مکعب را a در نظر می‌گیریم (در واقع a ضلع مکعبه). بنابراین حجم این مکعب برابر است با $V = a^3$. سؤال از ما خواسته که a را حساب کنیم.

گام دوم: جرم هر مکعب را به دست می‌آوریم. برای این کار می‌دانیم جرم 6×10^{23} اتم کربن برابر 12 g است، پس:

$$\text{جرم یک مکعب} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{تعداد اتم}} = \frac{12}{6 \times 10^{23}} = 2 \times 10^{-23} \text{ g}$$

گام سوم: حالا برای به دست آوردن a از رابطه‌ی چگالی برای مکعب استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم مکعب (g)}}{\text{حجم مکعب (cm}^3)} = \frac{\text{چگالی مکعب (g/cm}^3)}{\text{حجم مکعب (cm}^3)} \rightarrow \frac{2 \times 10^{-23}}{a^3} = \frac{2 \times 10^{-23}}{2/5} \rightarrow a^3 = \frac{2 \times 10^{-23}}{2/5} \sim 10^{-23} \text{ cm}^3 \rightarrow a = 10^{-8} \text{ cm} \sim 10^{-10} \text{ m}$$



۱۴۶- گزینهی «۴»

گام اول حجم مکعب و استوانه را به دست می آوریم:

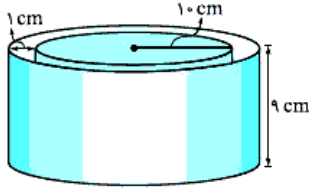
$$V_{\text{مکعب}} = a^3$$

$$V_{\text{استوانه}} = (A_{\text{خارجی}} - A_{\text{داخلی}})h = (\pi \frac{9}{4} a^2 - \pi \frac{a^2}{4}) \times 2a = 12a^3$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

گام دوم رابطه‌ی چگالی و یک تناسب ساده:

$$\frac{\rho_{\text{استوانه}}}{\rho_{\text{مکعب}}} = \frac{m_{\text{استوانه}}}{m_{\text{مکعب}}} \times \frac{V_{\text{مکعب}}}{V_{\text{استوانه}}} = \frac{1}{4} \times \frac{a^3}{12a^3} = \frac{1}{48}$$



گام اول حجم قسمت داخلی ظرف را به دست آورده و به کمک آن جرم آب موجود

$$V_{\text{داخل}} = \pi r^2 h = 2(1.5)^2(9) = 2700 \text{ cm}^3$$

در ظرف را پیدا می کنیم:

$$m_{\text{آب}} = \rho V = 1(2700) = 2700 \text{ g} = 2.7 \text{ kg}$$

$$m_{\text{ظرف}} = m_{\text{کل}} - m_{\text{آب}} = 10/14 - 2.7 = 7/44 \text{ kg}$$

گام دوم جرم ظرف برابر اختلاف جرم کل و جرم آب است.

گام سوم حجم ظرف برابر حجم کل استوانه منهای حجم قسمت داخلی آن است، به طوری که:

$$V_{\text{ظرف}} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{داخلی}} = \pi r_{\text{استوانه}}^2 h - \pi r_{\text{داخلی}}^2 h = 2(1.5)^2(9) - 2(1)^2(9) = 930 \text{ cm}^3$$

دقت کنید که ارتفاع استوانه $(9+1)$ cm و شعاع خارجی آن $(1.5+1)$ cm است.

گام چهارم حالا می توانیم چگالی ظرف را به دست آوریم:

$$\rho_{\text{ظرف}} = \frac{m_{\text{ظرف}}}{V_{\text{ظرف}}} = \frac{7/44 \times 10^3}{930} = 8 \text{ g/cm}^3$$

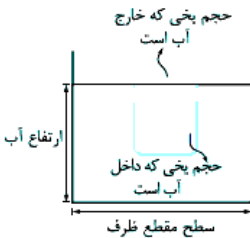
۱۴۸- گزینهی «۱»

گام اول نیمی از یخ ذوب می شود و به آب افزوده می شود.

$$\text{پس حجم آبی را که اضافه شده است می توانیم حساب کنیم: } \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = 0.9 \times 5^3 = 112.5 \text{ g}$$

$$\text{جرم یخ ذوب شده} = \frac{112.5}{4} = 28.125 \text{ g}$$

$$\text{حجم آب اضافه شده} = \frac{\text{جرم یخ ذوب شده}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{28.125}{1} = 28.125 \text{ cm}^3$$



گام دوم همواره ۱۰ درصد یخ بالای سطح آب و ۹۰ درصد آن داخل آب است. با ذوب شدن نیمی از یخ، حجم یخی که در داخل آب است هم نصف می شود. یعنی:

$$\text{حجم یخی که در پایان داخل آب می ماند} = \frac{112.5}{4} = 28.125 \text{ cm}^3 \quad \text{حجم یخی که در ابتدا داخل آب بوده است} = \frac{90}{100} \times 5^3 = 112.5 \text{ cm}^3$$

گام سوم با مقایسه‌ی گام‌های اول و دوم می فهمیم که 28.125 cm^3 به حجم آب اضافه شده و 28.125 cm^3 از حجم یخ درون آب کاسته شده است. پس ارتفاع آب تغییر نمی کند. هر مقداری از یخ شناور بر روی آب ذوب شود، ارتفاع آب تغییر نخواهد کرد.

۱۴۹- گزینهی «۱»

گام اول جرم اولیه‌ی آب را به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m_1}{V} \Rightarrow m_1 = \rho V = 1(200) = 200 \text{ g}$$

گام دوم اگر $\frac{2}{3}$ آب داخل لیوان خالی شود، فقط 50 g آب داخل لیوان باقی می ماند. اگر جرم لیوان را برابر x در نظر بگیریم، داریم:

$$m_{\text{دوم}} = \frac{1}{3} m_{\text{اول}} \Rightarrow (x+50) = \frac{1}{3}(x+200) \Rightarrow 2x+100 = x+200 \Rightarrow x=100 \text{ g}$$

۱۵۰- گزینهی «۲»

گام اول محاسبه‌ی حجم آب درون استوانه و بعد هم جرم آب:

$$V_{\text{آب}} = A_{\text{استوانه}} \times h_{\text{آب}} = \pi r^2 \times h = 2 \times (4)^2 \times 4 = 192 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = 1 \times 192 = 192 \text{ g}$$

$$W_{\text{استوانه}} = m_{\text{استوانه}} g \Rightarrow 1/0.8 = m_{\text{استوانه}} \times 10 \Rightarrow m_{\text{استوانه}} = 0/10.8 \text{ kg} = 10.8 \text{ g}$$

گام دوم محاسبه‌ی جرم استوانه:

$$m_{\text{آب}} + m_{\text{استوانه}} + m_{\text{سکه‌ها}} = 600 \text{ g} \Rightarrow 192 + 10.8 + m_{\text{سکه‌ها}} = 600 \Rightarrow m_{\text{سکه‌ها}} = 600 - 300 = 300 \text{ g}$$

گام سوم محاسبه‌ی جرم سکه‌ها:

$$V_{\text{سکه‌ها}} = A_{\text{استوانه}} \times \Delta h = 48 \times (5 - 4) = 48 \text{ cm}^3 \quad \text{گام چهارم محاسبه‌ی حجم سکه‌ها (} \Delta h \text{ افزایش ارتفاع آب در اثر افزودن سکه‌ها است):}$$

$$\rho = \frac{m_{\text{سکه‌ها}}}{V_{\text{سکه‌ها}}} = \frac{300}{48} = 6.25 \text{ g/cm}^3 = 6250 \text{ kg/m}^3$$

گام پنجم محاسبه‌ی چگالی سکه‌ها:

۱۵۱- گزینه‌ی «۲»

گام‌اول رابطه‌ی چگالی را یک بار برای آب و بار دیگر برای جیوه می‌نویسیم. در روابط زیر حجم داخلی لیوان را با V' و جرم

لیوان را با m' نشان داده‌ایم:

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{مایع}} + m' \Rightarrow m_{\text{مایع}} = \rho V' \Rightarrow \begin{cases} 600 = 1(V') + m' \\ 5400 = 12(V') + m' \end{cases}$$

$$4800 = 12V' \Rightarrow V' = 400 \text{ cm}^3, m' = 200 \text{ g}$$

بنابراین جرم لیوان ۲۰۰ g و حجم داخل آن ۴۰۰ cm^۳ است.

گام‌دوم حالا به راحتی می‌توانیم حداکثر نفتی را که در این لیوان جا می‌شود به دست آوریم. در این صورت نفت لیوان را کاملاً پر می‌کند و حجم آن برابر

$$m_{\text{نفت}} = \rho_{\text{نفت}} \times V' = 0.8 \times 400 = 320 \text{ g}$$

حجم لیوان است و داریم:

گام‌اول محاسبه‌ی جرم کل مخلوط: $m_{\text{مخلوط}} = m_1 + m_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = (2/5 \times 100) + (4/5 \times 200) = 1700 \text{ g}$

۱۵۲- گزینه‌ی «۴»

گام‌دوم محاسبه‌ی حجم کل مخلوط: $\rho_{\text{مخلوط}} = 1.15$ (حواستون باشه ۱۵ درصد از حجم مجموع دو مایع کم می‌شود)

$$V_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{\rho_{\text{مخلوط}}} = \frac{1700}{1.15} = 1478 \text{ cm}^3$$

گام‌سوم و اما چگالی مخلوط:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{1700}{1478} = 1.15 \text{ g/cm}^3$$

گام‌اول محاسبه‌ی جرم کل مخلوط: $m_{\text{مخلوط}} = m_1 + m_2 = m_1 + \rho_2 V_2 = 510 + (4 \times 200) = 630 \text{ g}$

۱۵۳- گزینه‌ی «۲»

گام‌دوم محاسبه‌ی حجم کل مخلوط با توجه به این که ۱۰ درصد از حجم مجموع دو مایع کم می‌شود:

$$V_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1}{\rho_1} + V_2 = \frac{90}{1.0} + 30 = 120 \text{ cm}^3$$

گام‌سوم چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی دو مایع است:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \rightarrow \frac{\rho_1 + 4}{2} = \frac{630}{120} \Rightarrow \frac{2 \times 10 \times 630}{9} = (\rho_1 + 4)(\frac{510}{\rho_1} + 30) \Rightarrow 3\rho_1^2 - 77\rho_1 + 204 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_1 = 3 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_1 = 22/7 \text{ g/cm}^3 \end{cases}$$

مایعی با چگالی ۲۲/۷ g/cm^۳ معقول به نظر نمی‌رسد و در بین گزینه‌ها هم نیست، پس همان ۳ g/cm^۳ را انتخاب می‌کنیم.

گام‌اول نسبت ρ_A و ρ_B را به دست می‌آوریم. اگر حجم ظرف را برابر x در نظر بگیریم، داریم:

۱۵۴- گزینه‌ی «۴»

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V_A = V_B = \frac{x}{2}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A(\frac{x}{2}) + \rho_B(\frac{x}{2})}{x} \Rightarrow \lambda = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} \Rightarrow \rho_A + \rho_B = 16$$

نکته اگر دو مایع با حجم برابر را با یکدیگر مخلوط کنیم، همواره چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی دو ماده‌ی اولیه است.

گام‌دوم حالا $\frac{1}{3}x$ را از A و $\frac{2}{3}x$ را از B پر می‌کنیم و داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} = \frac{\frac{1}{3}x\rho_A + \frac{2}{3}x\rho_B}{x} \Rightarrow 6 = \frac{1}{3}\rho_A + \frac{2}{3}\rho_B \Rightarrow \rho_A + 2\rho_B = 18$$

گام‌سوم دو معادله و دو مجهول:

$$\begin{cases} \rho_A + \rho_B = 16 \\ \rho_A + 2\rho_B = 18 \end{cases}$$

$$\rho_B = 2 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow \rho_A = 14 \text{ g/cm}^3$$