

فصل دوم

عددهای اول

بسط (گسترده نویسی) اعشاری عدد
کاربردهای بسط
قواعد بخش پذیری و محاسبه باقی مانده
اعداد اول و مرکب
غربال اراتستن
تجزیه عدد به عوامل اول



اعداد طبیعی

اعداد طبیعی: (Natural)

اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ... را اعداد طبیعی (یا اعداد صحیح مثبت) می‌نامیم. (در اکثر منابع خارجی اسمی از اعداد طبیعی برده نمی‌شود و بیشتر با نام «اعداد صحیح مثبت» عنوان می‌شود!)

کوچک‌ترین عدد طبیعی ۱ و بزرگ‌ترین عدد طبیعی نامشخص است؛ چرا که هر عددی را بزرگ‌ترین فرض کنیم، با اضافه کردن ۱ واحد به آن عددی بزرگ‌تر از آن به دست می‌آید!

بسته بودن: اعداد طبیعی نسبت به دو عمل ضرب و جمع بسته‌اند؛ یعنی هر دو عدد طبیعی را جمع یا ضرب کنیم، حاصل حتماً عددی طبیعی است؛ ولی نسبت به تفریق و تقسیم بسته نیستند؛ چون امکان دارد حاصل تفریق دو عدد طبیعی عددی منفی شود یا حاصل تقسیم آنها عدد گویای غیر طبیعی شود؛ بنابراین می‌گوییم اعداد طبیعی نسبت به تفریق یا تقسیم بسته نیست.

کل اعداد طبیعی با ده رقم ساخته شده‌اند. $2,10^9$ و ... ۹ که همه آنها به جز صفر، خود، عددی طبیعی محسوب می‌شوند! (صفر عددی طبیعی نیست، ولی در اعداد طبیعی مثل 10^9 یا 10^5 یا ... به عنوان یک رقم به حساب می‌آید).

گسترده نویسی: اگر ارقام یک عدد طبیعی را جداگانه بنویسیم، باید هر رقم را در مرتبه‌اش ضرب کنیم، به این نمایش عدد، گسترده نویسی یا بسط اعشاری می‌گوییم.

مثال: عدد ۲۵۷ را به صورت گسترده بنویسید.

حل: عدد ۲۵۷: $2 \times 10^2 + 5 \times 10 + 7$ یا $2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0 = 257$

گسترده نویسی در مورد اعدادی که ارقام آن نامشخص است، کاربرد بیشتری دارد؛ مثلاً عدد ۳ رقمی \overline{abc} که بالای آن خط تیره قرار می‌دهیم، به شکل زیر نوشته می‌شود:

(اگر خط تیره را بالای abc قرار ندهیم، معنای $a \times b \times c$ از آن برداشت می‌شود.)

گاهی اوقات لازم است بسط را ناقص بنویسیم، مثلاً ۲ رقم را جدا $\overline{abc} = 10 \cdot \overline{ab} + c$ (مثل $457 = 10 \times 45 + 7$)

مقلوب عدد: اگر ارقام یک عدد را از راست به چپ بنویسیم، مقلوب عدد به دست می‌آید، مثلاً مقلوب عدد ۷۳۱ برابر است با ۱۳۷ و در حالت کلی، مثلاً برای اعداد ۵ رقمی \overline{abcde} مقلوب برابر است با \overline{edcba} .

پرسش نمونه

ثابت کنید اختلاف هر عدد دو رقمی با مقلوبش همواره بر ۹ بخش پذیر است.

$$\overline{ab} - \overline{ba} = (10a + b) - (10b + a) = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b) = 9 \text{ مضرب}$$

قواعد بخش پذیری و محاسبه باقی مانده

در تقسیم a بر b ، a را مقسوم، b را مقسوم‌علیه و Q را خارج قسمت می‌نامیم.

$$\begin{array}{r} a \\ \vdots \\ \hline b \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} b \\ Q \\ R \end{array}$$

باقی مانده را نیز با R نشان می‌دهیم.

اگر در تقسیم بالا $R = 0$ باشد، می‌گوییم a بر b بخش پذیر است.

و با شرط $0 < R < b$ ، R را باقی مانده تقسیم می‌نامیم.

قواعد بخش پذیری

قبل از بیان قواعد بخش پذیری بر اعداد مختلف، گفتن سه مورد خالی از لطف نیست:

۱ همه اعداد بر ۱ بخش پذیرند.

۲ بخش پذیری بر صفر بی معنی است.

۳ عدد صفر بر همه اعداد به جز صفر بخش پذیر است.

بخش پذیری بر ۲ و محاسبه باقی مانده: عددی که یکنانش زوج باشد، بر ۲ بخش پذیر است؛ یعنی باقی مانده‌اش در تقسیم بر

۲ برابر صفر است و اگر عددی یکنانش فرد باشد، بر ۲ بخش پذیر نیست، باقی مانده تقسیم آن بر ۲ برابر ۱ است.

در مورد زوج و فرد بودن جمع یا ضرب دو عدد طبیعی، موارد زیر را به ذهن بسپارید:

$$\begin{array}{lll} \text{زوج} = \text{زوج} \times \text{زوج} & \text{فرد} = \text{فرد} + \text{زوج} & \text{زوج} = \text{زوج} + \text{فرد} \\ \text{فرد} = \text{فرد} \times \text{فرد} & \text{زوج} = \text{زوج} \times \text{فرد} & \text{زوج} = \text{زوج} + \text{زوج} \end{array}$$

پرسش نمونه

نشان دهید عدد $31 + 31^2$ عددی فرد است.

می‌دانیم ۲ زوج است و حاصل ضرب دو عدد زوج باز هم زوج است، پس 31^2 که حاصل ضرب ۳۱ بار عدد دو است نیز عددی زوج است و اگر با ۳۱ که عددی فرد است جمع شود، حاصل فرد می‌شود.

بخش پذیری بر ۳ و محاسبه باقی مانده: مجموع ارقام را به دست می‌آوریم. می‌توان روی عدد به دست آمده باز هم جمع ارقام

را حساب کرد تا جایی که به عددی ۱ رقمی برسیم و باقی مانده عدد ۱ رقمی حاصل را بر ۳ به دست می‌آوریم.

پرسش نمونه

باقی مانده تقسیم عدد 784087000 بر ۳ چند است؟

جمع ارقام را به دست می‌آوریم: $7 + 8 + 4 + 0 + 8 + 7 + 0 + 0 = 34 \Rightarrow 3 + 4 = 7$

حالا باقی مانده ۷ بر ۳ را حساب می‌کنیم که برابر است با ۱.

$$\begin{array}{r} 7 \quad 3 \\ 6 \quad 2 \\ \hline 1 \end{array}$$

بخش پذیری بر ۴ و محاسبه باقی مانده: برای ۴، دو قاعده داریم. هر کدام را دوست داشتی انتخاب کن:

۱ دو رقم راست عدد مورد نظر بر ۴ بخش پذیر باشد، مثل 740 ، 3912 و ...

۲ (دو برابر دهگان + یکان) بر ۴ بخش پذیر باشد، مثل ۱۱۴۷۲ که بر ۴ بخش پذیر است: $2 \times 7 + 2 = 16$

۵ اثبات قواعد عدد ۴

قاعده اول: عدد ۴ رقمی \overline{abcd} در نظر می گیریم: $\overline{abcd} = 100\overline{ab} + \overline{cd}$ یعنی عدد به دو بخش تقسیم شده که یک بخش آن مضرب ۱۰۰ است و می دانیم بر ۴ بخش پذیر است. بخش دیگر عدد دو رقمی \overline{cd} است که اگر بر ۴ بخش پذیر باشد، کل عدد بر ۴ بخش پذیر است و اگر نباشد، کل عدد هم بر ۴ بخش پذیر نیست.

قاعده دوم: عدد ۴ رقمی $abcd$ را به این شکل گسترده نویسی می کنیم:

$$\overline{abcd} = 100\overline{ab} + 10c + d = 100\overline{ab} + 8c + 2c + d$$

بخش اول عدد $100\overline{ab} + 8c$ است که بر ۴ بخش پذیر است و بخش دوم $2c + d$ است که اگر بر ۴ بخش پذیر باشد، کل عدد بر ۴ بخش پذیر است و این همان قاعده دوم است.

برای محاسبه باقی مانده تقسیم یک عدد بر ۴ نیز می توان هر یک از دو قاعده را انجام داد. مثلاً باقی مانده 1002 بر ۴، برابر است با ۲ (دو رقم سمت راست) و باقی مانده تقسیم 1397 بر ۴، برابر است با: $R = 1 \Rightarrow 25 \div 4 = 25 \Rightarrow 25 = 4 \times 9 + 1$

بخش پذیری بر ۵ و محاسبه باقی مانده: عددی بر ۵ بخش پذیر است که یکان آن صفر یا ۵ باشد. حال اگر رقمی کمتر از ۵ باشد، همان باقی مانده است و اگر از ۵ بیشتر باشد، آن را منهای ۵ می کنیم تا باقی مانده به دست آید.

مثال: باقی مانده عدد 14523 بر ۵ برابر است با ۳ و باقی مانده عدد 489 بر ۵ برابر است با ۴. چون یکان از ۵ بیشتر است آن را منهای ۵ کردیم: $9 - 5 = 4$

بخش پذیری بر ۶ و محاسبه باقی مانده: از خیلی وقت پیش! می دانستیم عددی بر ۶ بخش پذیر است که بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد. ولی محاسبه باقی مانده بر ۶ چگونه است؟

برای محاسبه باقی مانده عددی بر ۶ حاصل «یکان + ۴ برابر مجموع سایر ارقام» را به دست آورده و باقی مانده اش را بر ۶ حساب می کنیم.

پرسش نمونه

باقی مانده تقسیم عدد 32578 بر ۶ را به دست آورید.

$$4 \times (3 + 2 + 5 + 7) + 8 = 68 + 8 = 76 \rightarrow 4 \times 7 + 6 = 34$$

$$\begin{array}{r} 34 \quad 6 \\ 30 \quad 5 \\ \hline 4 \end{array}$$

حال ۳۴ را بر ۶ تقسیم می کنیم تا باقی مانده به دست آید:

بخش پذیری بر ۷: اگر اختلاف دو برابر یکان با بقیه عدد بر ۷ بخش پذیر باشد، آن عدد بر ۷ بخش پذیر است؛

بر ۷ بخش پذیر است. $196 \Rightarrow 19 - 2 \times 6 = 7 \Rightarrow$

تذکر مهم: از قاعده بخش پذیری بر ۷ نمی توان باقی مانده را حساب کرد. برای محاسبه باقی مانده یک عدد در تقسیم بر ۷ باید تقسیم انجام دهید!

بخش پذیری بر ۸ و محاسبه باقی مانده: خیلی شبیه قاعده عدد ۴ است. در اینجا نیز ۲ قاعده داریم:

قاعده اول: اگر ۳ رقم سمت راست بر ۸ بخش پذیر باشد، آن عدد بر ۸ بخش پذیر است.

قاعده دوم: اگر (۴ برابر صدگان + ۲ برابر دهگان + یکان) بر ۸ بخش پذیر باشد، آن عدد بر ۸ بخش پذیر است.

از هر دو قاعده نیز می توان باقی مانده تقسیم بر ۸ را به دست آورد.

پرسش نمونه

باقی مانده تقسیم ۳۷۹۲۳۷ بر ۸ را به دست آورید.

$$4 \times 2 + 2 \times 3 + 7 = 8 + 6 + 7 = 21$$

$$\begin{array}{r} 21 \quad 8 \\ 16 \quad 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

حال ۲۱ را بر ۸ تقسیم می کنیم:

تمرین: اثبات هر دو قاعده را مشابه با قاعده ۴ انجام دهید.

بخش پذیری بر ۹ و محاسبه باقی مانده: مجموع ارقام را به دست می آوریم و آنقدر این کار را تکرار می کنیم تا به عددی ۱ رقمی

برسیم. در این صورت همان عدد باقی مانده بر ۹ است. اگر به خود ۹ برسیم، یعنی بخش پذیر است و باقی مانده صفر است.

پرسش نمونه

باقی مانده تقسیم ۱۲۳۴۵۶۷۷۷ بر ۹ را به دست آورید.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 7 + 7 = 42 \Rightarrow 4 + 2 = 6 = R \text{ باقی مانده}$$

تمرین: اثبات این قاعده با شماست.

بخش پذیری بر ۱۰ و محاسبه باقی مانده: واضح است اگر رقم یکان عدد صفر باشد، آن عدد بر ۱۰ بخش پذیر است و اگر به جز

صفر رقم دیگری باشد، همان باقی مانده تقسیم بر ۱۰ است؛ مثلاً باقی مانده ۱۵۷ بر ۱۰ برابر است با ۷.

بخش پذیری بر ۱۱ و محاسبه باقی مانده:

از سمت راست ارقام عدد را به ترتیب با + و - علامت گذاری می کنیم و حاصل جمع ارقام + را منهای حاصل جمع ارقام -

می کنیم؛ اگر عدد به دست آمده صفر یا مضرب ۱۱ باشد، آن عدد بر ۱۱ بخش پذیر است. اگر حاصل عددی منفی شد، آن را با

۱۱ جمع می کنیم تا باقی مانده مثبت به دست آید و اگر عدد حاصل از ۰ تا ۱۰ باشد، همان باقی مانده است، ولی اگر از ۱۱

بیشتر شود، می توان قاعده را دوباره استفاده کرد. برای اثبات به شکل زیر عمل می کنیم:

$$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d = 1001a - a + 99b + b + 11c - c + d = (1001a + 99b + 11c)$$

$$+ b + d - a - c = 11(91a + 9b + c) + (b + d) - (a + c)$$

پرسش نمونه

باقی مانده عددهای زیر را در تقسیم بر ۱۱ به دست آورید:

- الف) ۱۳۵۲۷ ب) ۳۵۴۲۸۱ ج) ۷۲۷۲۷۳۹۰۹

از نکاتی که گفتیم، استفاده می‌کنیم:

الف) $13527 \Rightarrow (7+5+1) - (2+2) = 8$

ب) $354281 \Rightarrow (1+2+5) - (3+4+8) = 8-15 = -7 \Rightarrow -7+11 = 4$

ج) $727273909 \Rightarrow (9+9+7+7+7) - (2+2+3+0) = 39-7 = 32$

$$\begin{array}{r} 32 \quad | \quad 11 \\ 22 \quad | \quad 2 \\ \hline 10 \rightarrow \end{array}$$

می‌توان ۳۲ را بر ۱۱ تقسیم کرد، می‌توان از قاعده دوباره استفاده کرد:

باقی مانده $R = 10$

بخش پذیری بر اعداد زیر نیز مانند قاعده بخش پذیری بر ۷ است، یعنی نمی‌توان باقی مانده را حساب کرد.

بخش پذیری بر ۱۳: ۴ برابر یکان + بقیه عدد

مثال: آیا عدد ۱۸۲ بر ۱۳ بخش پذیر است؟

بر ۱۳ بخش پذیر است. $4 \times 2 + 18 = 8 + 18 = 26$

بخش پذیری بر ۱۷: ۵ برابر یکان منهای بقیه عدد

مثال: آیا عدد ۳۵۷ بر ۱۷ بخش پذیر است؟

بر ۱۷ بخش پذیر است. $5 \times 7 - 35 = 0$

بخش پذیری بر ۱۹: ۲ برابر یکان + بقیه عدد

مثال: آیا عدد ۳۶۱ بر ۱۹ بخش پذیر است؟

بر ۱۹ بخش پذیر است. $2 \times 1 + 36 = 38$

باز لازم است تاکید کنم، سه قاعده اخیر برای محاسبه باقی مانده به کار نمی‌روند.

نکته



نکات تکمیلی بخش پذیری‌ها

- ۱) اگر a و b هر دو بر c بخش پذیر باشند، $a+b$ ، $a \times b$ و $a-b$ نیز بر c بخش پذیرند.
- ۲) اگر a بر c بخش پذیر باشد، ولی b بر c بخش پذیر نباشد، $a+b$ یا $a-b$ بر c بخش پذیر نیست، ولی $a \times b$ بر c بخش پذیر است.
- ۳) اگر a هم بر b و هم بر c بخش پذیر باشد، نمی‌توان گفت حتماً بر $b \times c$ هم بخش پذیر است؛ مگر آنکه b و c مقسوم علیه مشترکی به جز ۱ نداشته باشند.
مثلاً اگر عددی بر ۶ و ۵ بخش پذیر باشد، بر 30 نیز بخش پذیر است؛ ولی اگر عددی بر ۸ و ۶ بخش پذیر باشد، نمی‌توان گفت حتماً بر ۴۸ بخش پذیر است.
- عددی بر ۱۲ بخش پذیر است که بر ۳ و ۴ بخش پذیر باشد (نه ۶ و ۲).
- عددی بر ۱۸ بخش پذیر است که بر ۲ و ۹ بخش پذیر باشد (نه ۳ و ۶).
- ۴) حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی همواره زوج است؛ چون از هر دو عدد طبیعی متوالی، حتماً یکی فرد و یکی زوج است.
- ۵) حاصل ضرب هر سه عدد طبیعی متوالی حتماً بر ۶ بخش پذیر است؛ چون در بین هر سه عدد طبیعی متوالی حتماً یک عدد زوج و یک عدد مضرب ۳ وجود دارد.

اعداد اول: به هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که به جز ۱ و خودش، هیچ مقسوم‌علیه دیگری نداشته باشد، «عدد اول» می‌گوییم؛ مثل ۳ و ۱۷ و ۱۰۱.

هر عدد طبیعی به جز ۱، یا عددی اول است یا از حاصل‌ضرب چند عدد اول درست شده است؛ مثل $۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$.
اعداد مرکب: اعدادی هستند که به جز ۱ و خودشان، بر عدد دیگری نیز بخش‌پذیر باشند؛ مثل ۱۸ و ۱۲ و ... بنابراین هر عدد طبیعی به جز ۱ یا اول است یا مرکب.

عدد ۱ نه اول است و نه مرکب.

مجموع دو عدد اول می‌تواند مرکب یا اول باشد:

$$\text{مرکب } ۱۷ + ۳ = ۲۰ \quad \text{اول } ۱۷ + ۲ = ۱۹$$

برای به‌دست آوردن اعداد اول رابطهٔ مستقیم جبری وجود ندارد، گرچه در این زمینه تلاش‌های زیادی شده است و تمام رابطه‌هایی که افراد مختلف به‌دست آورده‌اند، نادرست است! ولی روشی هست که به روش غربال اراتستن مشهور است و تنها روش پیدا کردن الگوریتمی اعداد اول است.

غربال اراتستن



می‌خواهیم اعداد اول ۱ تا ۱۰۰ را به‌دست آوریم. از ۱ تا ۱۰۰ را می‌نویسیم، عدد ۱ را خط می‌زنیم، دور عدد ۲ را خط می‌کشیم و مضارب آن را در جدول خط می‌زنیم، سپس دور عدد اول بعدی خط می‌کشیم و مضارب آن را در جدول خط می‌زنیم و این کار را تا جایی ادامه می‌دهیم که به عدد اولی برسیم که همهٔ مضاربتش قبلاً خط خورده‌اند. در این صورت تمام اعداد مرکب جدول خط خورده‌اند و هر چه مانده اعداد اول است.

نکته

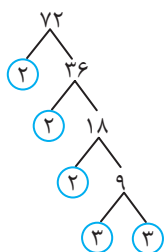


- ۱ اولین مضرب هر عدد اول که در جدول خط می‌زنیم، مجذور همان عدد است؛ مثلاً عدد ۴ اولین مضربی از ۲ است که خط می‌خورد. همچنین اولین مضربی که از مضارب ۳ خط می‌خورد، عدد ۹ است (عدد ۶ قبلاً در مضارب ۲ خط خورده).
- ۲ نتیجه‌ای که از ۱ می‌گیریم: اگر به عدد اولی برسیم که مجذورش در جدول نباشد، سایر مضارب آن و اعداد بعدی را بررسی نمی‌کنیم و کار تمام است.

پرسش نمونه

در غربال ۱ تا ۱۰۰ آخرین عدد اولی که مضاربتش را خط می‌زنیم، چیست؟

چون $۷^۲ = ۴۹$ و $۱۱^۲ = ۱۲۱$ ، یعنی مجذور ۱۱ در جدول نیست؛ پس آخرین عدد اولی که مضاربتش خط می‌خورد عدد ۷ است و پس از خط زدن ۴۹، ۷۷ و ۹۱ که مضارب خط نخورده ۷ هستند، کار غربال تمام است و بقیه اعداد خط نخورده اول هستند.



تجزیه عدد: برای این که عددی را تجزیه کنیم آن را به شکل ضرب ۲ عدد می‌نویسیم و این کار را تا جایی ادامه می‌دهیم تا به عددی برسیم که آن را نتوان به شکل ضرب دو عدد نوشت (یعنی خودش اول باشد). در انتها حالا تمام اعداد اول را ضرب می‌کنیم تا به خود عدد برسیم، مثلاً برای تجزیه ۷۲ داریم:

$$\Rightarrow 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$

روش دوم: عدد ۷۲ را پشت سر هم بر اعداد اول تقسیم می‌کنیم (به طوری که حاصل تقسیم صفر باشد) و برای حاصل تقسیم هم این کار را انجام می‌دهیم تا جایی که جواب تقسیم ۱ شود. تمام اعداد سمت راست را در هم ضرب کنیم، خود عدد به دست می‌آید؛ برای مثال تجزیه ۹۰ را در نظر بگیرید:

۹۰	۲
۴۵	۳
۱۵	۳
۵	۵
۱	

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$$

تجزیه کامل: در تجزیه کامل عدد پایه‌ها همگی اعداد اول هستند و تکراری هم نیستند. گاهی اوقات تجزیه ناقص عدد را داریم و باید آن را کامل کنیم. مثل عدد $15^2 \times 12^2$ که یک تجزیه ناقص است و به صورت زیر تجزیه را کامل می‌کنیم:

$$12^2 \times 15^2 = (2^2 \times 3)^2 \times (3 \times 5)^2 = 2^4 \times 3^2 \times 3^2 \times 5^2 = 2^4 \times 3^4 \times 5^2$$

جدول حفظی جات!!

برای سرعت بیشتر در تجزیه، مجذور و مکعب برخی اعداد را حفظ کنید، مثلاً اگر حفظ نباشید که $19^2 = 361$ ، برای تجزیه ۳۶۱ وقت زیادی باید بگذارید و بخش‌پذیری ۳۶۱ را بر اعداد ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳ و ... بررسی کنید تا به ۱۹ برسید! پس توصیه می‌کنیم حداقل موارد زیر را حفظ کرده و سعی کنید جدولی از این موارد تهیه کنید و نام آن را «جدول حفظی جات» بگذارید!

$11^2 = 121$, $12^2 = 144$, $13^2 = 169$, ... , $31^2 = 961$	مجذور کامل‌ها از ۱۱ تا ۳۱:
$3^3 = 27$, $4^3 = 64$, ... , $12^3 = 1728$	مکعب کامل‌ها از ۳ تا ۱۲:
$2^3 = 8$, $2^4 = 16$, ... , $2^{11} = 2048$	توان‌های عدد ۲ از ۳ تا ۱۱:
$3^2 = 9$, $3^3 = 27$, ... , $3^6 = 729$	توان‌های عدد ۳ از ۳ تا ۶:
$5^2 = 25$, $5^3 = 125$, ... , $5^6 = 15625$	توان‌های عدد ۵ از ۵ تا ۶:

تعداد شمارنده‌های اول و تعداد کل شمارنده‌های عدد:

می‌خواهیم تعداد شمارنده‌های عدد ۳۲۴ را به دست آوریم. ابتدا آن را تجزیه می‌کنیم: تجزیه عدد به شکل $2^2 \times 3^4$ است. حال برای نوشتن شمارنده‌های عدد، می‌دانیم اعداد $(2^0, 2^1, 2^2)$ و هر یک از اعداد $(3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4)$ شمارنده‌های ۳۲۴ هستند، یعنی توان ۲ را به ۳ حالت و توان ۳ را به ۵ حالت می‌توان نوشت؛ پس تعداد کل حالت‌ها طبق اصل ضرب 3×5 ، یعنی ۱۵ تا است. با توجه به این مثال نکته زیر نتیجه می‌شود.



اگر تجزیه کامل عددی را به دست آوریم، هم تعداد شمارنده‌های اول عدد مشخص می‌شود و هم اینکه می‌توان به کمک رابطه زیر تعداد کل شمارنده‌ها را به دست آورد: (a, b, c, \dots) اعداد اول متمایزند

$$A = a^m \times b^n \times c^q \times \dots \Rightarrow T(A) = (m+1)(n+1)(q+1) \times \dots$$

پرسش نمونه

عدد ۳۲۴ چند شمارنده اول و چند شمارنده دارد؟

۳۲۴	۲	ابتدا عدد ۳۲۴ را تجزیه می‌کنیم:
۱۶۲	۲	شمارنده‌های اول: فقط ۲ و ۳ یعنی دو تا
۸۱	۳	تعداد کل شمارنده‌ها: $A = 2^2 \times 3^4 \Rightarrow T(A) = (2+1) \times (4+1) = 3 \times 5 = 15$
۲۷	۳	
۹	۳	
۳	۳	
۱		
$324 = 2^2 \times 3^4$		

بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد (م.م.ب): اگر مقسوم‌علیه‌های دو عدد a و b را بنویسیم و مشترک‌ها را انتخاب کنیم، بزرگ‌ترین آنها م.م.ب دو عدد a و b است.

مثال: برای دو عدد ۲۴ و ۳۰ داریم:

$$24 \Rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$$

$$30 \Rightarrow 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$$

$$30, 24) = 6 \Rightarrow \text{م.م.ب} = 6 \Rightarrow 1, 2, 3, 6 = \text{مقسوم‌علیه‌های مشترک دو عدد}$$

م.م.ب دو عدد a و b را با نماد (a, b) نشان می‌دهیم.

محاسبه‌ی م.م.ب به روش تجزیه: هر چند تا عدد که داشته باشیم، به طور کامل تجزیه می‌کنیم، عوامل مشترک همگی را با کمترین توان در هم ضرب می‌کنیم و م.م.ب اعداد را به دست می‌آوریم.

پرسش نمونه

م.م.ب سه عدد ۹۶ و ۳۶۰ و ۲۴۰ را به روش تجزیه به دست آورید.

ابتدا تجزیه سه عدد را به دست می‌آوریم: $240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$ و $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ و $96 = 2^5 \times 3^1$		
عوامل مشترک در تجزیه هر سه عدد فقط ۲ و ۳ هستند که کمترین توان ۲ در بین آنها عدد ۳ و کمترین توان		
$(240, 360, 96) = 2^2 \times 3^1 = 24$		
۳ در آنها ۱ است؛ پس م.م.ب سه عدد برابر است با:		

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد (ک.م.م)

اگر مضارب مشترک دو عدد را به‌دست آوریم، کوچک‌ترین آنها را کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد (ک.م.م) می‌نامیم و با نماد $[a, b]$ نشان می‌دهیم.

$$۱۲ \Rightarrow ۱۲, ۲۴, ۳۶, ۴۸, ۶۰, ۷۲, ۸۴, \dots$$

$$۱۸ \Rightarrow ۱۸, ۳۶, ۵۴, ۷۲, ۹۰, \dots$$

مثال: ک.م.م ۱۲ و ۱۸ را به‌دست آورید.

$$\text{ک.م.م} = [۱۸, ۱۲] = ۳۶ \Rightarrow \text{م.م.م} = ۳۶, ۷۲, ۱۰۸, \dots$$

حل:

روش تجزیه برای محاسبه ک.م.م: تجزیه کامل اعداد را به‌دست می‌آوریم. عوامل مشترک با بیشترین توان را در عوامل غیر

مشترک ضرب می‌کنیم.

پرسش نمونه

ک.م.م سه عدد ۹۶ و ۲۴۰ و ۳۶۰ را به‌دست آورید.

تجزیه این‌ها را در مثال قبل هم دیدیم:

$$۹۶ = ۲^5 \times 3^1 \quad ۲۴۰ = ۲^4 \times 5^1 \times 3 \quad ۳۶۰ = ۲^3 \times 3^2 \times 5^1$$

$$\text{ک.م.م} = [۹۶, ۲۴۰, ۳۶۰] = ۲^5 \times 3^2 \times 5^1 = ۱۴۴۰$$

نکته

نکات ب.م.م و ک.م.م:

$$(a, b) = b, [a, b] = a$$

۱ اگر a بر b بخش‌پذیر باشد:

۲ اگر a و b هیچ شمارنده‌های مشترک بزرگ‌تر از یک نداشته باشند، می‌گوییم دو عدد متباین‌اند، در این صورت ک.م.م دو عدد برابر با حاصل‌ضرب آنها در یکدیگر است و ب.م.م آنها برابر ۱ است:

$$(a, b) = ۱, [a, b] = ab$$

۳ هر دو عدد طبیعی متوالی متباین‌اند، مثل (۸ و ۹) یا (۹۷ و ۹۸) یا ...

۴ هر دو عدد فرد متوالی نیز متباین‌اند، مثل (۱۹ و ۲۱) یا (۳۳ و ۳۵) یا ...

۵ اگر a بر b و c بخش‌پذیر باشد، بر ک.م.م آنها نیز بخش‌پذیر است.

۶ اگر a و b هر دو بر c بخش‌پذیر باشند، ک.م.م a و b نیز بر c بخش‌پذیر است.

۷ رابطه بین ب.م.م و ک.م.م دو عدد: $a \times b = (a, b) \times [a, b]$ حاصل‌ضرب دو عدد = ب.م.م دو عدد \times ک.م.م دو عدد.

۸ تعداد مقسوم‌علیه‌های مشترک دو عدد a و b برابر است با تعداد مقسوم‌علیه‌های ب.م.م دو عدد.

پرسش نمونه

دو عدد ۷۲ و ۹۶ چند شمارنده مشترک دارند؟

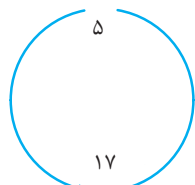
ب.م.م ۷۲ و ۹۶ را به‌دست می‌آوریم:

$$۹۶ = ۲^5 \times 3^1 \quad ۷۲ = ۲^3 \times 3^2 \Rightarrow (۷۲, ۹۶) = ۲^3 \times 3^1 \Rightarrow T = (۳+۱) \times (۱+۱) = ۸$$

- ۱ مجموع ارقام کوچک‌ترین عددی که حاصل ضرب رقم‌هایش 1000 باشد، کدام است؟ (المپیاد ریاضی ایران)
- ۲ چند عدد طبیعی 3 رقمی وجود دارد که مجموع ارقامش 5 باشد؟
- ۳ حاصل ضرب چهار عدد طبیعی مختلف برابر است با 100 . مجموع این چهار عدد کدام است؟ (کانگورو 2009)
- ۴ کوچک‌ترین عدد طبیعی را که جمع ارقام آن 2017 است، می‌نویسیم. اولین رقم از سمت چپ کدام است؟

(کانگورو با تغییر)

- ۵ در یک بازی دانش‌آموزی، دانش‌آموزان به ترتیب شماره در یک حلقه دایره‌ای شکل کنار هم ایستاده‌اند. شماره‌ها از 1 شروع می‌شود و شماره 5 روبروی شماره 17 است. چند نفر در این حلقه دایره‌ای شکل ایستاده‌اند؟ (مسابقات ریاضی با تغییر)



- ۶ چند عدد طبیعی وجود دارد که حاصل جمع ارقامش برابر با 2016 باشد و حاصل ضرب ارقامش 2 باشد؟ (کانگورو؛ مشابه)

از 10 تا 1000 چند عدد طبیعی وجود دارد که حاصل ضرب ارقام آن برابر با 6 باشد؟

از 1 تا 245 را می‌نویسیم. در این نوشته چند بار عدد 2 ظاهر شده است؟

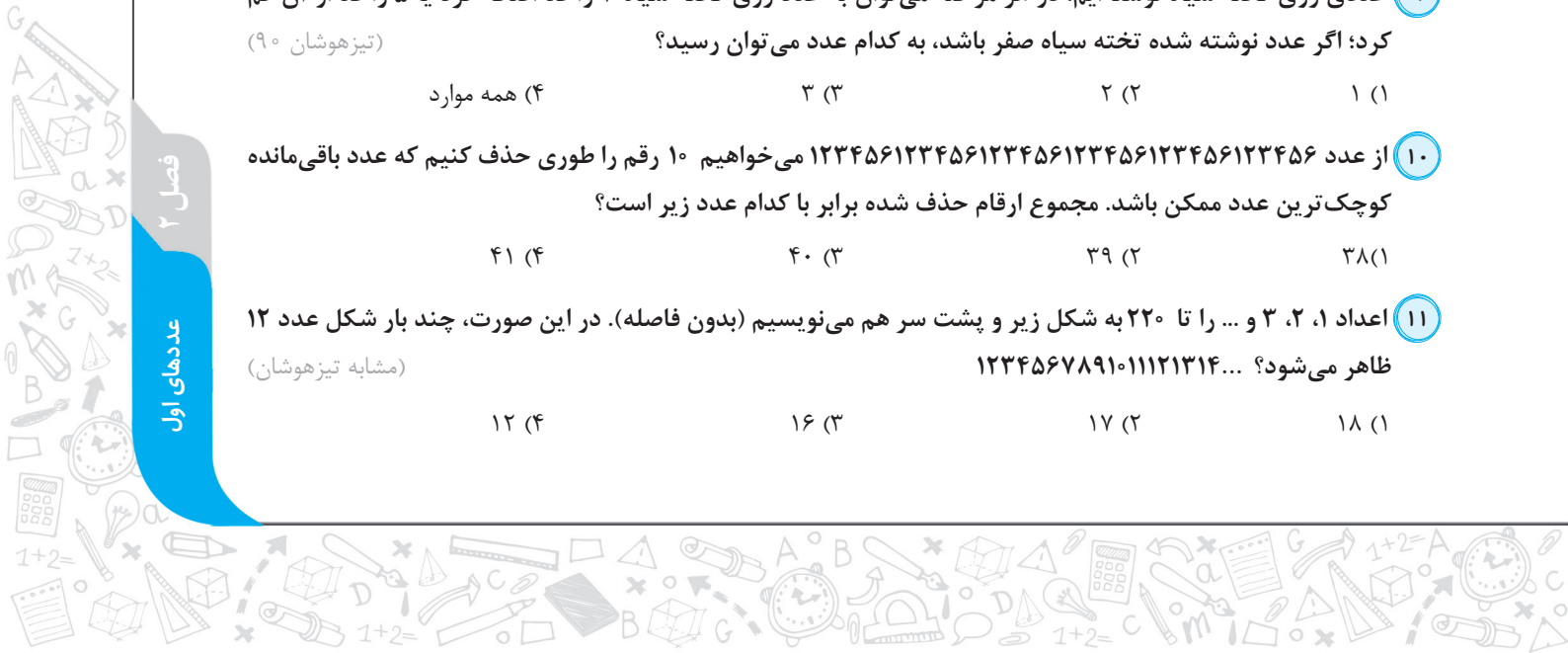
عددی روی تخته سیاه نوشته‌ایم. در هر مرحله می‌توان به عدد روی تخته سیاه 7 واحد اضافه کرد یا 5 واحد از آن کم کرد؛ اگر عدد نوشته شده تخته سیاه صفر باشد، به کدام عدد می‌توان رسید؟

- ۹ از عدد $123456123456123456123456123456123456123456123456$ می‌خواهیم 10 رقم را طوری حذف کنیم که عدد باقی‌مانده کوچک‌ترین عدد ممکن باشد. مجموع ارقام حذف شده برابر با کدام عدد زیر است؟

اعداد $1, 2, 3, \dots$ را تا 220 به شکل زیر و پشت سر هم می‌نویسیم (بدون فاصله). در این صورت، چند بار شکل عدد 12 ظاهر می‌شود؟ $1234567891011121314\dots$

(مشابه تیزهوشان)

(مشابه تیزهوشان)



۱۲ از شایان شماره پلاک خانه‌شان را پرسیدیم، او گفت: اگر $\frac{1}{3}$ شماره پلاک را در $\frac{1}{17}$ آن ضرب کنیم، عدد ۵۱ به دست می‌آید. شماره پلاک خانه را می‌نویسیم و رقم‌هایش را جمع می‌زنیم، کدام عدد زیر حاصل می‌شود؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴)

۱۳ چند عدد طبیعی هست که هریک از رقم‌های آن ۱ یا ۳ باشد و حاصل جمع ارقام آن ۱۰ باشد؟ (کانگورو ۲۰۰۸)

- ۲۸ (۱) ۳۴ (۲) ۳۵ (۳) ۵۵ (۴)

۱۴ برای شماره‌گذاری کتابی ۴۳۲ رقم به کار رفته است؛ (مثلاً از ۱۰۱ تا ۱۰۵ را که بنویسیم، ۱۵ رقم به کار می‌رود. چون ۵ تا عدد ۳ رقمی داریم). در این صورت این کتاب چند صفحه دارد؟

- ۱۸۱ (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۸۳ (۳) ۱۸۴ (۴)

x	x	x	x	x	x	x	
							x
x	x	x	x	x			x
				x			x
x	x	x		x			x
		x		x			x

۱۵ کدام رابطه مربوط به شکل مقابل است؟

- (۱) $1 + 3 + 5 + \dots + 19 = 10^2$
 (۲) $2 + 4 + 6 + \dots + 14 = 7 \times 8$
 (۳) $2 + 3 + 4 + \dots + 8 = \frac{8 \times 9}{2}$
 (۴) $2(1 + 2 + 3 + \dots + 8) = 8 \times 9$

۱۶ اگر $x = 1382(1 + 2 + 3 + \dots + 1383)$ و $y = 1383(1 + 2 + 3 + \dots + 1382)$ باشند، کدام گزینه درست است؟

(انرژی اتمی)

- (۱) $1382y - x = 1383$
 (۲) $1382y + x = 1382$
 (۳) $1383x = 1384y$
 (۴) $1384x = 1384 + y$

۱۷ رقم یکان حاصل جمع اعداد $2 + 4 + 6 + \dots + 1396$ برابر است با:

(علامه طباطبایی - با تغییر)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸ کتابی را باز می‌کنیم. دقیقاً دو صفحه وسط کتاب باز می‌شود!!! مجموع شماره‌های دو صفحه مقابل ۱۲۷ است. کتاب چند صفحه دارد؟

- ۲۵۶ (۱) ۲۵۷ (۲) ۱۲۶ (۳) ۱۲۸ (۴)

۱۹ اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳ و ... تا ۵۰۰ را پشت سر هم در یک سطر نوشته‌ایم. پانصدمین رقمی که نوشته‌ایم چند است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) صفر ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۰ اگر ارقام یک عدد ۲ رقمی را ضرب کنیم و دوباره برای این عدد به دست آمده این کار را تکرار کنیم تا جایی که به یک عدد یک رقمی برسیم به آن عدد یک رقمی «عصاره» عدد می‌گوییم. عصاره‌ی چند عدد ۲ رقمی برابر با ۶ می‌شود؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۲۱ اگر $ab^2 = 16$ و a و b اعداد طبیعی باشند، چند مقدار مختلف طبیعی برای $a - b$ به دست می‌آید؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۲ شش عدد مقابل داده شده است: ۶, ۱۰, ۳, ۱۹, ۳۱, ۱۱. آنها را به دو دسته سه تایی تقسیم می‌کنیم، سپس مجموع اعداد هر دسته را حساب می‌کنیم و دو عدد به دست آمده را در هم ضرب می‌کنیم. بیشترین مقدار این حاصل ضرب کدام است؟ (آفریقای جنوبی ۲۰۰۲)

(۱) ۱۲۰۰ (۲) ۱۴۰۰ (۳) ۱۵۰۰ (۴) ۱۶۰۰

۲۳ تعدادی عدد طبیعی داریم که مجموع آنها ۲۰ است! در این صورت حداکثر حاصل ضرب آنها چه عددی می‌تواند باشد؟

(۱) ۱۰۲۴ (۲) ۱۱۵۲ (۳) ۱۲۹۶ (۴) ۱۴۵۸

گسترده نویسی عدد

۲۴ عددی ۲ رقمی را با مقلوبش جمع کرده‌ایم. عدد حاصل همواره مضرب کدام عدد زیر است؟ (آفریقای جنوبی ۲۰۰۵)

(۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۲۵ مقلوب یک عدد ۳ رقمی از جابه‌جایی رقم یکان با صدگان به دست می‌آید، مثلاً مقلوب ۵۳۷ برابر است با ۷۳۵. در این صورت اگر مجموع یک عدد سه رقمی با مقلوبش ۳۶۳ باشد، مجموع ارقام آن عدد چند است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۶ چند عدد ۲ رقمی وجود دارد که اگر با مقلوبش جمع بزنیم، حاصل ۱۴۳ باشد؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۲۷ چند عدد ۲ رقمی وجود دارد که اختلافش با مقلوبش برابر ۶۳ باشد؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۸ فرض کنید x و y و z رقم‌های مختلفی هستند و داریم: $\overline{xx} + \overline{yy} + \overline{zz} = \overline{xyz}$ در این صورت رقم x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۹ عددی دو رقمی داریم که اگر یک واحد از دهگان آن کم کنیم و یک واحد به یکان اضافه کنیم، ۴ برابر عدد حاصل با ۳ برابر عدد مورد نظر مساوی می‌شود. مجموع ارقام آن کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

۳۰ در ضرب زیر ab عددی دو رقمی و bbb عددی سه رقمی است و a و b رقم‌های متفاوتی هستند. در این صورت $a + b$ چند است؟

ab		
$\times 6$	۱۲(۲)	۱۳
bbb	۱۰(۴)	۱۱(۳)

۳۱ رقم ۳ را سمت راست یک عدد دو رقمی نوشته‌ایم تا عددی سه رقمی به دست آید. عدد جدید ۷۷۷ واحد بیشتر از عدد دو رقمی اولیه است. عدد اولیه کدام است؟ (المپیاد انگلستان)

(۱) ۸۵ (۲) ۸۶ (۳) ۵۸ (۴) ۵۶

۳۲ چند عدد ۲ رقمی وجود دارد که ۷ برابر مجموع ارقام خودش باشد؟

(۱) ۲ تا (۲) ۴ تا (۳) ۶ تا (۴) ۷ تا

قواعد بخش پذیری، محاسبه باقی مانده

- ۳۳ باقی مانده تقسیم عددی بر ۲۹ برابر با ۱۷ شده است. حداقل چقدر به عدد اضافه کنیم تا عدد حاصل بر ۲۹ بخش پذیر باشد؟
- ۴۱ (۱) ۱۷ (۲) ۱۲ (۳) ۲۹ (۴)
- ۳۴ عدد سه رقمی $\overline{7d2}$ هم بر ۳ بخش پذیر است، هم بر ۱۱، رقم d کدام است؟
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)
- ۳۵ حاصل ضرب ۴ عدد طبیعی متوالی حتماً بر کدام عدد زیر بخش پذیر است؟
- ۹ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴)
- ۳۶ مجموع سه عدد زوج متوالی همواره بر کدام عدد بخش پذیر است؟
- ۴ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)
- ۳۷ کوچک ترین عدد طبیعی که بر ۴۵ بخش پذیر باشد و مجموع ارقامش نیز بر ۴۵ بخش پذیر باشد، کدام است؟
- (المپیاد بلغارستان)
- ۴۵ (۱) ۹۹۹۹۹ (۲) ۴۹۹۹۹۵ (۳) ۹۹۹۹۹۰ (۴)
- ۳۸ با رقم های ۰، ۲، ۳، ۷، ۱ و ۱ کوچک ترین عددی را که بر ۴ بخش پذیر است، می نویسیم. باقی مانده تقسیم این عدد در تقسیم بر ۱۱ کدام است؟
- ۹ (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴) صفر
- ۳۹ عدد سه رقمی $\overline{2a3}$ که با ۳۲۶ جمع شود، عدد سه رقمی $\overline{5b9}$ به دست می آید. اگر $\overline{5b9}$ بر ۹ بخش پذیر باشد، آن گاه $a + b$ کدام است؟
- ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)
- ۴۰ اگر مجموع ارقام عدد A را B فرض کنیم و مجموع ارقام عدد B را C فرض کنیم و $C = 18$ باشد، باقی مانده A بر ۹ کدام است؟
- (المپیاد تهران)
- ۹ (۱) ۳۶ (۲) ۳ (۳) ۳ (۴)
- ۴۱ کوچک ترین عدد ده رقمی را که می توان با کنار هم قرار دادن عددهای ۹، ۳۰۹، ۴۱، ۵، ۷، ۶۸ و ۲ به دست آورد، می نویسیم. باقی مانده تقسیم این عدد بر ۸ کدام است؟
- (کانگورو ۲۰۰۶ با تغییر)
- ۷ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)
- ۴۲ اگر عدد ۴ رقمی \overline{abcd} مضرب ۱۸ باشد، کدام یک از اعداد زیر قطعاً بر ۱۸ بخش پذیر است؟
- (مفید)
- ۱ (۱) $\overline{a2b2c2d}$ (۲) $\overline{a8bc91d}$ (۳) $\overline{8bc9d1}$ (۴) $\overline{9abca}$
- ۴۳ عددی به شکل $\overline{13x5y}$ نوشته شده است. برای آنکه این عدد پنج رقمی بر ۳ قابل قسمت باشد، بیشترین مقدار $x + y$ کدام است؟ ($x \neq y$)
- (تیزهوشان ۸۲ با تغییر)
- ۵ (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴)

۴۴ عدد $1287a45b$ یک عدد هشت رقمی است. a و b مخالف صفرند. اگر این عدد بر ۱۸ بخش پذیر باشد، اختلاف دو رقم a و b حداکثر چند است؟ (آفریقای جنوبی ۲۰۰۹)

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۴۵ عدد پنج رقمی $\overline{24x8y}$ بر ۴ ۵ ۹ بخش پذیر است. جمع ارقام x و y برابر است با: (آفریقای جنوبی ۲۰۱۱)

۱۳ (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)

۴۶ باقی مانده تقسیم عدد $123456789101112...139413951396$ بر ۹ برابر است با:

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۷ باقی مانده تقسیم یک عدد ده رقمی که همه ارقام آن متفاوت اند، در تقسیم بر عدد ۹ کدام است؟ (تیزهوشان ۸۴)

صفر (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۴۸ مجموع ارقام یک عدد ده رقمی زوج برابر است با ۸۹. این عدد در تقسیم بر ۸ چه باقی مانده ای دارد؟

۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) صفر (۴)

۴۹ اگر k عددی طبیعی باشد، کدام ضرب زیر می تواند بر ۲ بخش پذیر نباشد؟ (انرژی اتمی)

(۱) $k(k-1)$ (۲) $k(k+1)$ (۳) $(k+1)(k+3)$ (۴) $k(k+1)(k+2)$

۵۰ یک عدد ۴ رقمی را دوبار پشت سر هم می نویسیم، عدد حاصل به طور حتم بر بخش پذیر است؟ (علامه طباطبایی ۹۱)

۱۱ (۱) ۱۳ (۲) ۴۳ (۳) ۷۳ (۴)

۵۱ بین دو عدد ۳۰۰ و ۴۰۰ عددی وجود دارد که یکان آن دو برابر مجموع دهگان و صدگان است، اگر این عدد بر ۳ بخش پذیر باشد، حاصل ضرب ارقام آن کدام یک از گزینه های زیر می تواند باشد؟ (مفید ۹۰)

۶۰ (۱) ۱۷ (۲) ۲۴ (۳) ۹ (۴)

۵۲ از ۱ تا ۱۰۰ را می شمارید. هر بار که به یک مضرب ۳ می رسید و یا هر بار که به عددی می رسید که مضرب ۳ نیست، ولی آخرین رقمش ۳ است، یک بار دست می زنید. چند بار دست خواهید زد؟ (کانگورو ۲۰۰۲)

۳۰ (۱) ۳۳ (۲) ۳۶ (۳) ۳۹ (۴)

۵۳ با ارقام صفر، ۴ و ۵ چند عدد چهار رقمی می توان نوشت که بر ۲۵ بخش پذیر باشد؟ (روبوکاپ ۸۹)

۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴)

۵۴ مجموع ارقام یک عدد سه رقمی برابر است با ۲۶. این عدد را در ۷ و ۱۱ و ۱۳ ضرب می کنیم. عدد حاصل چند رقم دارد؟ (تیزهوشان ۹۰)

۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۴ (بستگی به عدد دارد)

۵۵ باقی مانده تقسیم عدد ۱۳۹۵ رقمی $55555...6$ برابر است با: (انرژی اتمی با تغییر)

۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۵۶ از ۱۳۹۷ تا عددی که در دنباله زیر نوشته ایم، چند تا آنها بر ۷ بخش پذیر است؟ (انرژی اتمی - با تغییر)

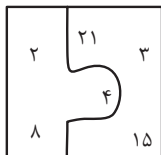
۲۳۳ (۱) ۲۳۲ (۲) $1, 11, 111, \dots, \underbrace{111\dots1}_{1397 \text{ رقم}}$ ۲۲۹ (۴) ۲۳۱ (۳)

۵۷ کدام گزاره زیر درست است؟

- (۱) میانگین هر ۹ عدد بخش پذیر بر ۹، بر ۹ بخش پذیر است.
 (۲) میانگین ۹ عدد بخش پذیر بر ۹، نمی تواند بر ۹ بخش پذیر باشد.
 (۳) میانگین ۹ عدد فرد حتماً بر ۹ بخش پذیر است.
 (۴) اگر مجموع دو عدد بر ۹ بخش پذیر باشد یا هر دو بر ۹ بخش پذیرند، یا هیچ کدام بر ۹ بخش پذیر نیستند!

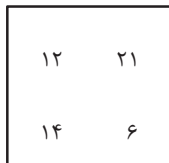
۵۸ حاصل ضرب اعداد ۱ تا ۳۵ را به دست آورده ایم (خیلی زحمت کشیده ایم!) و آن را برایتان نوشته ایم. فقط یک رقم آن

نامشخص است و با * نشان داده ایم. * کدام رقم زیر است؟ * ۶۶۶۵۱۳۳۷۵۳۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰ * ۶۶۶۵۱۳۳۷۵۳۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰



- (۱) ۳
 (۲) ۵
 (۳) ۷
 (۴) ۸

۵۹ مطابق شکل، با کشیدن یک خط که بالا و پایین مستطیل را به هم وصل کرده، مضرب های ۲ و ۳ را جدا کرده ایم.



می خواهیم همین کار را با مستطیل روبه رو انجام دهیم، چه اعدادی به جای ۲ و ۳ باید انتخاب کنیم؟

- (۱) ۶ و ۷
 (۲) ۳ و ۷
 (۳) ۲ و ۳
 (۴) هیچ کدام

۶۰ اگر مجموع هر دو مقسوم علیه یک عدد بر ۲ بخش پذیر باشد، می گوئیم آن عدد زیباست؛ مثلاً عدد ۵ یک عدد زیباست.

(تیزهوشان ۸۶- المپیاد ریاضی ایران)

چند عدد زیبای کوچک تر از ۵۰ و بزرگ تر از ۱ وجود دارد؟

- (۱) ۲۲
 (۲) ۲۳
 (۳) ۲۴
 (۴) ۲۵

۶۱ مجموع ارقام a را b و مجموع ارقام b را c فرض می کنیم. درباره عدد $x = a + b + c$ چه می توان گفت؟

- (۱) x بر هیچ عددی جز خودش بخش پذیر نیست.
 (۲) x بر ۳ بخش پذیر است.
 (۳) x بر ۴ بخش پذیر است.
 (۴) x بر ۶ بخش پذیر است.

۶۲ در بین اعداد ۱، ۱۱، ۱۱۱، ۱۱۱۱ و ... که تعدادشان ۱۳۹۵ تا است، چند تای آنها بر ۹۹ بخش پذیر هستند؟

- (۱) ۷۷
 (۲) ۷۸
 (۳) ۸۷
 (۴) ۸۸

۶۳ کوچک ترین عدد طبیعی که ارقام آن فقط از صفر و یک تشکیل شده باشد و بر ۲۲۵ بخش پذیر باشد، چند رقمی است؟

(کانگورو ۲۰۰۱)

- (۱) ۱۰
 (۲) ۱۱
 (۳) ۱۲
 (۴) ۱۳

۶۴ چند عدد ۴ رقمی وجود دارد که همه ارقامش متمایز باشند و بر ۲۰۰۶ بخش پذیر باشد؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۶۵ عددی شش رقمی داریم که حاصل جمع رقم هایش زوج است و حاصل ضرب رقم هایش فرد است. کدام جمله درباره این

عدد درست است؟

- (۱) ۲ یا ۴ رقم این عدد، زوج هستند.
 (۲) چنین عددی وجود ندارد.
 (۳) این عدد می تواند شش رقم متمایز داشته باشد.
 (۴) تعداد ارقام فرد این عدد، زوج است.

۶۶ ساناژ ادعا کرده است که عدد a مضرب ۲ و ۵ است، ولی بعداً فهمید اشتباه کرده است. کدام گزاره حتماً درست است؟

(کانگورو ۱۹۹۹)

- (۱) عدد a مضرب ۳ نیست.
 (۲) عدد a مضرب ۷ نیست.
 (۳) عدد a مضرب ۱۰ نیست.
 (۴) عدد a مضرب ۲ یا ۵ است.

۶۷ اگر a و b اعداد طبیعی باشند، کدام عبارت زیر نمی تواند مقدار 2002 را داشته باشد؟ (کانگورو ۲۰۰۲)

(۱) $7a + 7b$ (۲) $13a + 13b$ (۳) $17a + 17b$ (۴) $11(2a + 7b)$

۶۸ کدام گزینه بر ۵ بخش پذیر نیست؟ (آفریقای جنوبی ۲۰۱۰)

(۱) $231^2 - 211^2$ (۲) $213^2 - 212^2$ (۳) $231^2 + 231^2$ (۴) $213^2 + 212^2$

۶۹ در دنباله $1, 1, 2, 4, 7, 13, 24, \dots$ هر عددی از جمع سه عدد قبلی خودش به دست می آید؛ مثلاً $7 = 4 + 2 + 1$ و $13 = 7 + 4 + 2$. چندمین عدد از این دنباله می تواند زوج باشد؟ (تیزهوشان ۸۶)

(۱) عدد ۲۵ أم (۲) عدد ۲۹ أم (۳) عدد ۳۵ أم (۴) عدد ۴۹ أم

۷۰ حداکثر چند رقم از عدد ۱۰۰۰ رقمی $2008 \dots 200820082008$ را حذف کنیم تا حاصل جمع رقم های باقی مانده بر ۲۰۰۸ بخش پذیر باشد؟

(۱) ۲۶۰ (۲) ۵۱۰ (۳) ۷۴۶ (۴) ۷۴۹

۷۱ زهرا یک تکه کاغذ دارد و آن را به ۷ قسمت تقسیم می کند. سپس یکی از آنها را برداشته، مجدداً به ۷ قسمت تقسیم می کند و این کار را تکرار می کند. بعد از چند مرحله، تعداد کاغذهای زهرا کدام گزینه نمی تواند باشد؟

(۱) ۶۱ (۲) ۹۵ (۳) ۱۹ (۴) ۱۲۷

۷۲ عدد $2 + 10^{2017}$ بر کدام عدد زیر بخش پذیر است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۹

۷۳ a کوچک ترین عددی است که اگر در ۹ ضرب شود، همه ارقام حاصل ضرب از ۱ تشکیل شده اند. باقی مانده این عدد در تقسیم بر عدد ۱۱ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۷۴ اگر n و m عددهای طبیعی باشد، در مورد $10^m - 1$ و $10^n + 1$ چه می توان گفت؟

(۱) هیچ کدام از دو عدد هیچ گاه بر ۱۱ بخش پذیر نیست.

(۲) اگر m زوج و n فرد باشد، هر دو مورد بر ۱۱ بخش پذیرند.

(۳) اگر m فرد و n زوج باشد، هر دو بر ۱۱ بخش پذیرند.

(۴) $10^m - 1$ همواره بر ۱۱ بخش پذیر است، ولی $10^n + 1$ چنین نیست.

۷۵ سارا روی کاغذ چند عدد طبیعی متمایز کوچک تر یا مساوی ۱۰۰ را نوشت. حاصل ضرب این عددها بر ۱۸ بخش پذیر نیست. سارا حداکثر چند عدد می تواند نوشته باشد؟ (کانگورو ۲۰۱۴)

(۱) ۵ (۲) ۱۷ (۳) ۶۸ (۴) ۶۹

اعداد اول و مرکب، تجزیه

۷۶ مجموع اعداد اول کمتر از ۴۰ برابر است با:

(۱) ۶۰ (۲) ۶۷ (۳) ۷۷ (۴) ۷۰

۷۷ چند عدد اول دو رقمی وجود دارد که اگر جای ارقام آن را عوض کنیم، باز هم عددی اول باشد؟ (المپیاد انگلستان)

(۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۷ (۴) ۹

۷۸ چندتا از اعداد گروه مقابل اول هستند؟
 (۱) فقط یکی (۲) دو تا (۳) سه تا (۴) هر ۴ تا

۷۹ چند عدد اول کمتر از ۱۳۹۵ وجود دارد که جمع ارقام آن ۲ باشد؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸۰ نام گلدباخ، ریاضی دان آلمانی، در دنیای ریاضی نامی آشناست. او ادعا کرد: «هر عدد زوج بزرگ تر از ۲ را می توان به شکل مجموع دو عدد اول نوشت» این حدس با وجود تلاش ریاضی دانان بزرگ تاکنون نه اثبات و نه رد شده است!

عدد ۴۰ را به چند صورت می توان به شکل مجموع دو عدد اول نوشت؟ (البته جابه جایی دو عدد حالت جدیدی ایجاد نمی کند).
 (۱) یک حالت (۲) دو حالت (۳) سه حالت (۴) ۴ حالت

۸۱ به چند طریق می توان عدد ۲۰۰۳ را به صورت مجموع دو عدد اول نمایش داد؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) غیرممکن است.

۸۲ چند عدد طبیعی مرکب کمتر از ۱۰۰ می توان نوشت که جمع ارقامش ۲ باشد؟
 (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) هیچ کدام

۸۳ کدام گزینه نادرست است؟
 (۱) ۱۳۹۵ تا عدد طبیعی متوالی وجود دارد که همگی مرکب هستند.
 (۲) عدد صفر، هم زوج است، هم فرد
 (۳) تمام اعداد اولی که ۱۳۹۲ رقم دارند، فرد هستند.
 (۴) می توان عدد مربعی پیدا کرد که مرکب نباشد.

۸۴ اگر فقط مجاز به استفاده از ارقام ۲، ۳، ۵، ۷ باشیم، چند عدد اول دو رقمی می توان نوشت؟ (آفریقای جنوبی ۲۰۱۰)
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

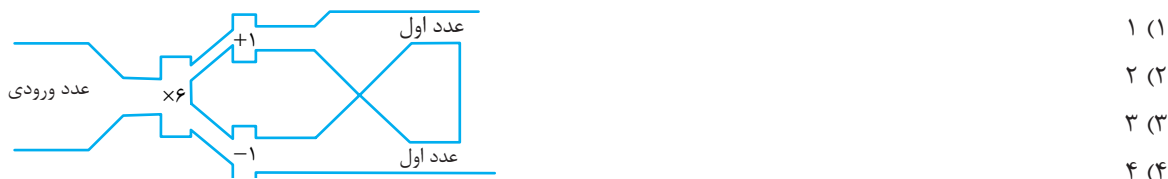
۸۵ مجموع مجذورات دو عدد اول برابر است با ۲۹۳. مجذور مجموع دو عدد کدام است؟ (نمونه دولتی ۸۶ با تغییر)
 (۱) ۳۶۱ (۲) ۳۲۴ (۳) ۳۴۱ (۴) ۴۰۰

۸۶ اعداد طبیعی $a, b, a - b, a + b$ را در نظر بگیرید. اگر هر چهار تای آنها اول باشند، مجموع این چهار عدد
 (Timss)

(۱) بر ۳ بخش پذیر است. (۲) بر ۷ بخش پذیر باشد. (۳) عددی زوج است. (۴) عددی اول است.

۸۷ اگر سه عدد p, q, r اعداد اول کمتر از ۵۰ باشند و $p + q = r$ ، چند مقدار مختلف برای r وجود دارد؟ (المپیاد استرالیا)
 (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۸۸ اعداد ۱ تا ۶ را به ترتیب وارد دستگاه زیر می کنیم. دستگاه عملیات زیر را انجام می دهد و اعداد اول کوچک تر از ۴۰ را می سازد. این دستگاه چند عدد غیر اول کوچک تر از ۴۰ را به اشتباه عدد اول معرفی می کند؟ (آزمون Timss)



۸۹ چند عدد اول مثل p وجود دارد که $p^2 + 1$ نیز اول باشد؟ (کانگورو ۲۰۰۸)

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۹۰ چندتا از ادعاهای زیر درست است؟ (آزمون پیشرفت ۹۳)

ادعای اول: تنها عدد اول سه رقمی که مجموع ارقام آن ۲ است، عدد ۱۰۱ است.
 ادعای دوم: فقط یک عدد اول چهار رقمی وجود دارد که مجموع ارقامش ۲ است.
 ادعای سوم: اگر مجموع ارقام عددی زوج شود، آن عدد اول نیست.

(۱) هیچی (۲) یکی (۳) دو تا (۴) سه تا

۹۱ مجموع ۹ عدد اول متوالی برابر با ۱۰۰ است. حاصل ضرب این ۹ عدد بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر نیست؟

(۱) ۷ (۲) ۱۳ (۳) ۲۳ (۴) ۳۱

۹۲ چند جفت عدد اول به شکل $(a, 4a + 1)$ وجود دارد که هر دوی آنها از ۱۰۰ کمتر باشند؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹۳ کوچک ترین عدد مرکبی را که بر هیچ یک از اعداد اول یک رقمی بخش پذیر نیست، A می نامیم. مجموع ارقام عدد A کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۹۴ اگر a, b و c سه عدد اول باشند به طوری که $a < b < c$ و $a + b + c = 71$ ، بیشترین مقدار b کدام است؟ (تیزهوشان ۹۲)

(۱) ۶۷ (۲) ۳۱ (۳) ۳۷ (۴) ۶۱

۹۵ کدام گزینه مثال نقضی برای این جمله است؟ «اگر n عددی اول باشد، آنگاه دقیقاً یکی از دو عدد $n - 2$ و $n + 2$ ، اول است.» (مثال نقض یعنی مثالی که درستی جمله را رد می کند.) (کانگورو ۲۰۱۵)

(۱) $n = 19$ (۲) $n = 21$ (۳) $n = 29$ (۴) $n = 37$

۹۶ a, b و c اعداد اول هستند و حاصل ضرب $(a - b) \times c$ نیز یک عدد طبیعی فرد است، عدد b کدام است؟ (علامه طباطبایی ۸۳)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۱۱

۹۷ می دانیم که p و q دو عدد اول هستند و بین آنها رابطه $1 = 2q^2 - p^2$ برقرار است. باقی مانده تقسیم عبارت $p^2 + q$ بر ۵ کدام است؟ (انرژی اتمی ۸۸)

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

۹۸ در بین ۱۰ عدد متوالی طبیعی حداکثر چند عدد اول وجود دارد؟ (آزمون سنجه)

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

۹۹ عددی را «بسیار اول» می گوئیم که هرگاه هر قطعه از ارقام متوالی آن را انتخاب کنیم، آن هم عددی اول باشد. اعداد بسیار اول دو رقمی عبارتند از ۲۳ و ۳۷ و ۵۳ و ۷۳. در این صورت چند عدد بسیار اول سه رقمی وجود دارد؟ (المپیاد ریاضی ایران)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۰. a, b و c اعداد اول هستند و $a > b > c$. اگر $a + b + c = 78$ و $a - b - c = 40$ باشد، مقدار abc برابر است با:

(کانگورو ۲۰۰۶)

- (۱) ۵۹۰ (۲) ۱۰۶۲ (۳) ۱۲۳۹ (۴) ۲۰۰۶

۱۰۱. دانش آموزی یک عدد اول ۹ رقمی کشف کرد؛ اما رقم آخر آن به علت جوهری شدن بر اثر یک حادثه نامشخص شد.

کدام گزینه بیانگر این رقم است؟

- (۱) ۱ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۵

۱۰۲. اگر a, b و c سه عدد اول و $ab = 21$ و $bc = 39$ باشند، حاصل $a - b + c$ برابر است با:

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۳ (۴) ۶

غربال اراتستن

۱۰۳. در روش غربال، برای تعیین اعداد اول کوچکتر از ۵۰۰۰، کدام عدد زیر دیرتر از بقیه خط می خورد؟

(تیزهوشان ۹۰)

- (۱) ۳۳۵۶ (۲) ۴۱۴۱ (۳) ۳۵۵۳ (۴) ۳۸۰۱

۱۰۴. در غربال اراتستن برای تعیین اعداد اول کمتر از ۱۰۰۰، بعد از آنکه دور عدد ۱۹ به عنوان عدد اول خط می کشیم، دومین

عددی که خط می زنیم، کدام گزینه است؟

(پیشرفت تحصیلی تیزهوشان ۹۱)

- (۱) 19×20 (۲) 19×21 (۳) 19×22 (۴) 19×23

۱۰۵. اعداد ۱ تا ۴۰ را نوشته و با استفاده از غربال اراتستن، اعداد اول را مشخص می کنیم. بیست و هفتمین عددی که خط

می خورد، کدام عدد است؟

(تیزهوشان ۹۳)

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۳ (۳) ۳۵ (۴) ۳۹

اعداد ۱ تا ۱۰۰ را نوشته و با روش خط زدن اعداد غیر اول (الگوریتم غربال) اعداد اول را جدا می کنیم. به دو سؤال بعدی پاسخ دهید.

۱۰۶. پنجاه و یکمین عددی که خط می خورد، کدام گزینه است؟

(تیزهوشان ۹۱)

- (۱) ۹ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۸ (۴) ۶

۱۰۷. با توجه به توضیحات سؤال قبل، آخرین عددی که در این غربال خط می خورد، مضرب کدام عدد زیر است؟

(تیزهوشان ۹۱)

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۰۸. در غربال ۱ تا ۱۰۰۰ آخرین عددی که در جدول خط می زنیم، کدام است؟

- (۱) ۹۹۹ (۲) ۹۶۸ (۳) ۹۶۱ (۴) ۹۲۰

۱۰۹. در غربال ۱ تا ۵۰۰ برای تعیین اعداد اول، بعد از عدد ۱۶۹ کدام عدد خط می خورد؟

- (۱) ۱۸۹ (۲) ۱۹۵ (۳) ۲۲۱ (۴) ۲۴۷

۱۱۰. در غربال اراتستن برای یافتن اعداد اول ۱ تا n ، لازم نیست که مضرب اعداد اول دو رقمی را خط بزیم. بزرگترین مقدار

n کدام است؟

(تیزهوشان ۹۲)

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۵۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۲۱

۱۱۱ در غربال ۱ تا ۲۰۰، ابتدا عدد ۱، سپس مضارب ۲ و سپس مضارب ۳ را خط زده‌ایم. حالا می‌خواهیم سراغ مضارب ۵ برویم. چند عدد در این مرحله خط می‌خورد؟

- ۱۵ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۷ (۴)

۱۱۲ اعداد ۱ تا ۳۶۰ را نوشته‌ایم و عملیات غربال اراتستن را روی آن انجام می‌دهیم. در این غربال وقتی مضارب ۱۷ را خط می‌زنیم. دقیقاً چند عدد خط می‌خورد؟

- ۱ فقط ۲ تا (۱) ۲ فقط ۳ تا (۲) ۳ تا ۴ (۳) ۴ تا ۵ (۴)

۱۱۳ آرش برای پیدا کردن اعداد اول بین ۱ تا n ، از الگوریتم غربال استفاده کرده است. او پس از خط زدن عددی مطمئن می‌شود که همه اعداد اول را یافته است. این آخرین عدد خط خورده کدام می‌تواند باشد؟ (انرژی اتمی ۸۹ با تغییر)

- ۱۰۲ (۱) ۲۳۱ (۲) ۱۸۷ (۳) ۱۴۳ (۴)

۱۱۴ در غربال ۱ تا ۲۰۰، عدد ۵۵ چندمین عددی است که خط می‌خورد؟

- ۱۳۵ (۱) ۱۴۵ (۲) ۱۶۸ (۳) ۱۳۶ (۴)

تجزیه اعداد طبیعی؛ مقسوم‌علیه‌های عدد

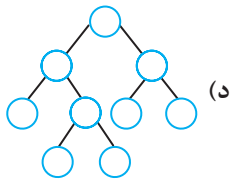
۱۱۵ می‌دانیم حاصل ضرب عوامل اول عدد طبیعی n برابر همان عدد n است (مثل $۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$). تعداد عامل‌های اول طبیعی عدد n را طول آن عدد می‌نامیم، مثلاً طول عدد ۹۰ برابر است با ۴، چون $۹۰ = ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵$ چند عدد فرد کوچک‌تر از ۱۰۰ به طول ۳ وجود دارد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

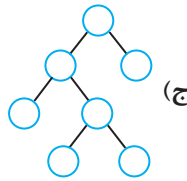
۱۱۶ حاصل ضرب دو عدد طبیعی برابر است با ۵۰۴ و هر دو عدد بر ۶ بخش‌پذیر است. هیچ‌کدام از دو عدد ۶ نیستند. عدد بزرگ‌تر کدام است؟ (آفریقای جنوبی ۲۰۰۱)

- ۴۸ (۱) ۸۴ (۲) ۷۲ (۳) ۴۲ (۴)

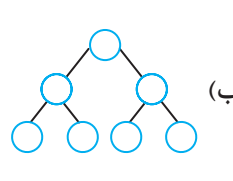
۱۱۷ چندتا از نمودارهای زیر برای تجزیه عدد ۶۰ نمودار قابل قبول است؟



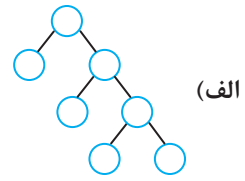
(د) همگی (۴)



(ج) سه تا (۳)



(ب) فقط ۲ تا (۲)



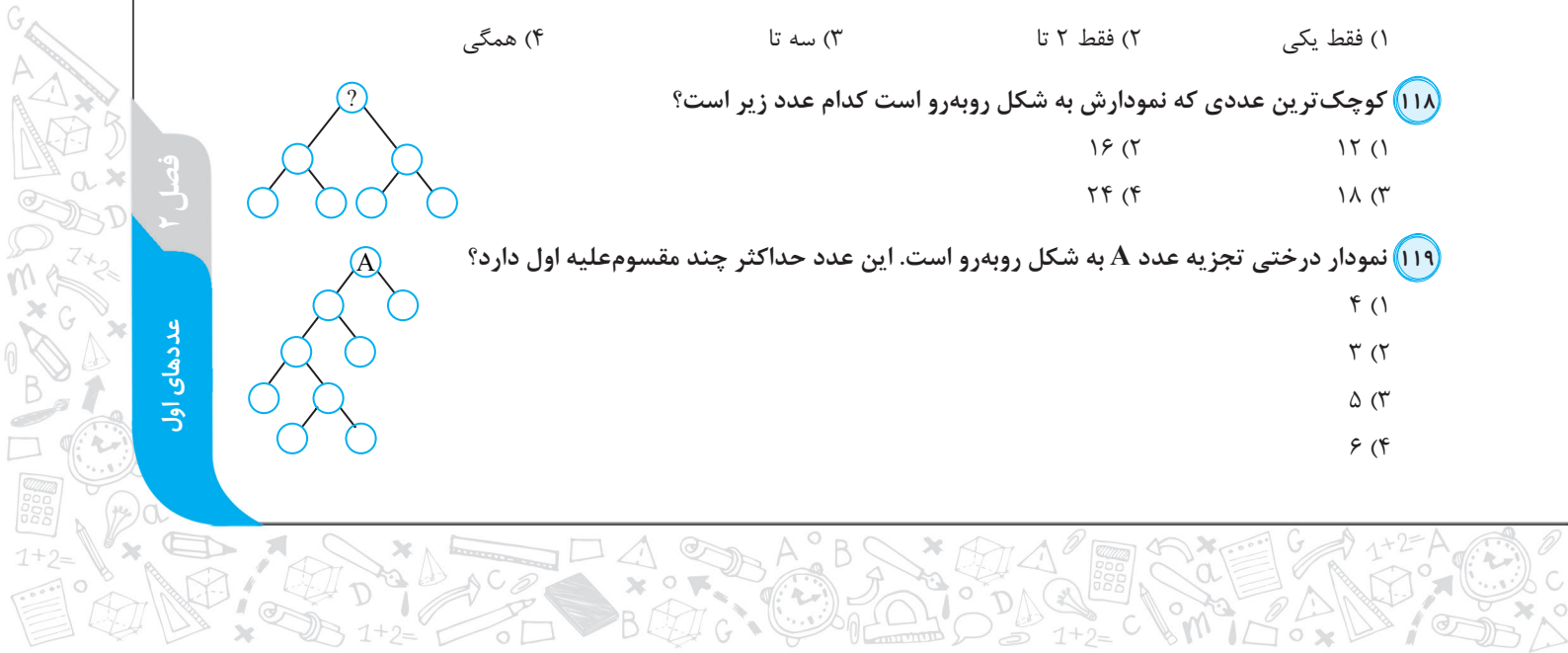
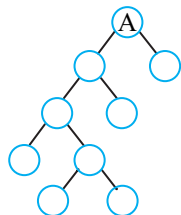
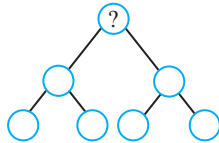
(الف) فقط یکی (۱)

۱۱۸ کوچک‌ترین عددی که نمودارش به شکل روبه‌رو است کدام عدد زیر است؟

- ۱۲ (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴)

۱۱۹ نمودار درختی تجزیه عدد A به شکل روبه‌رو است. این عدد حداکثر چند مقسوم‌علیه اول دارد؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)



۱۲۰) ۵ دانش آموز یکی از اعداد ۱، ۲ و ۴ را انتخاب کرده و بر روی تخته می‌نویسند. اگر تمام اعداد نوشته شده را در هم ضرب کنیم، عدد حاصل کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۲۵۶ (۳) ۷۶۸ (۴) ۲۰۴۸

۱۲۱) کدام عدد زیر را می‌توان به صورت حاصل ضرب چهار عدد طبیعی متمایز بزرگ‌تر از ۱ نوشت؟ (کانگورو ۲۰۰۵)

- (۱) ۱۲۴ (۲) ۱۰۸ (۳) ۲۱۸۷ (۴) ۲۰۲۵

۱۲۲) تمام بچه‌های من به مدرسه می‌روند. حاصل ضرب سن آنها ۶۰۰۶۰ است. مجموع سن بچه‌های من چند سال است؟ (سن مدرسه را از ۶ سال تا ۱۷ سال در نظر بگیرید!)

- (۱) ۴۷ (۲) ۴۶ (۳) ۴۵ (۴) ۵۶

۱۲۳) از پنج دانش آموز خواسته شده است که هر کدام یک عدد از بین سه عدد ۲، ۳ و ۶ انتخاب کنند و سپس آنها را در یکدیگر ضرب کنند. کدام گزینه نمی‌تواند حاصل این ضرب باشد؟ (علامه طباطبایی ۸۸)

- (۱) ۷۲ (۲) ۹۶ (۳) ۱۴۵۸ (۴) ۷۷۷۶

۱۲۴) امروز جمشید و پسرش تولدشان را جشن گرفته‌اند. حاصل ضرب سن جمشید و سن پسرش ۲۰۱۵ است. جمشید در چه سالی به دنیا آمده است؟ (امسال سال ۲۰۱۵ است.) (پرتکرار ۲۰۱۳ و ۲۰۱۵)

- (۱) ۱۹۸۱ (۲) ۱۹۸۰ (۳) ۱۹۵۲ (۴) ۱۹۵۰

۱۲۵) اعداد زوج ۲، ۴، ۶ و ... را تا جایی در هم ضرب می‌کنیم که عدد حاصل بر ۲۱۲۵ بخش پذیر شود. بزرگ‌ترین عدد زوج کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۴ (۴) ۳۶

۱۲۶) اگر اعداد ۱ تا ۲۰ را در هم ضرب کنیم و حاصل ضرب به دست آمده را تجزیه کنیم، توان عدد ۳ چه خواهد بود؟

(انرژی اتمی ۸۷)

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۲۷) عدد ۱ تا ۲۰ را در هم ضرب می‌کنیم و حاصل ضرب را A می‌نامیم. عدد A بر 13^k بخش پذیر است. حداکثر مقدار k کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۷

۱۲۸) حاصل ضرب اعداد ۱ تا ۱۳ را A می‌نامیم. باقی‌مانده تقسیم A بر ۱۰۲۹۶ برابر است با:

- (۱) ۲۹۶ (۲) ۶ (۳) صفر (۴) ۹

۱۲۹) کوچک‌ترین عدد مرکب ۵ رقمی که بر هیچ عدد اول یک یا دو رقمی بخش پذیر نباشد، کدام است؟

- (۱) ۱۰۴۰۳ (۲) ۱۰۴۱۳ (۳) ۱۰۴۰۱ (۴) ۱۰۳۰۱

۱۳۰) حاصل ضرب سن فرزندانم ۱۶۶۴ است. سن بزرگ‌ترین فرزندم دو برابر سن کوچک‌ترین فرزندم است. من چند فرزند دارم؟ (کانگورو ۲۰۰۱)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۳۱) می‌خواهیم عدد ۸۶۴ را به شکل ضرب دو عدد a و b بنویسیم. کدام حالت برای a و b امکان ندارد؟

- (۱) a و b هر دو بر ۴ بخش پذیر باشند.
(۲) اگر a و b هر کدام فقط یک مقسوم‌علیه اول داشته باشند، جمع آنها ۵۹ است.
(۳) اگر یکی بر ۱۸ بخش پذیر باشد، دیگری نمی‌تواند بر ۱۸ بخش پذیر باشد.
(۴) جمع دو عدد نمی‌تواند ۱۰۵ باشد.

۱۳۲ اعداد اول کمتر از 100 را در هم ضرب می‌کنیم و آن را با 21 جمع می‌زنیم، عدد حاصل چند مقسوم‌علیه اول یک یا دو رقمی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

۱۳۳ عدد 6 رقمی \overline{ababab} حداقل چند مقسوم‌علیه اول دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۳۴ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک 1400 ، 1500 و 1100 کدام است؟ (انرژی اتمی)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۳۰ (۴) ۳۰۰

۱۳۵ مکعب مستطیلی به ابعاد 12 ، 18 و 30 را می‌خواهیم با مکعب‌های هم‌اندازه پر کنیم، به طوری که هیچ فضای خالی در آن نمانده باشد. اگر بخواهیم تعداد مکعب‌ها حداقل مقدار ممکن باشد، چه تعداد مکعب لازم است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۷۲

۱۳۶ حاصل (1010101) عددی چند رقمی خواهد بود؟ (تیزهوشان ۸۶)

- (۱) یک رقمی (۲) دو رقمی (۳) سه رقمی (۴) چهار رقمی

۱۳۷ اگر $A = 3^{n+1}$ و $B = 2^n$ و n عددی طبیعی باشد، ب.م.م دو عدد A و B برابر است با: (انرژی اتمی)

- (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) 6^n

۱۳۸ اگر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد $A = 2^{n-1} \times 3^2 \times 5^{m+1}$ و $B = 3 \times 2^{n+1} \times 5^{2m+1}$ برابر با 30 باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟ (روبوکاپ)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۳۹ ب.م.م دو عدد a و b برابر است با 1 و حاصل ضرب آنها برابر است با 42 . کمترین مقدار حاصل جمع آنها چقدر است؟ (کانگورو با تغییر)

- (۱) ۴۳ (۲) ۱۳ (۳) ۱۷ (۴) ۱۲

۱۴۰ حاصل ضرب اعداد 1 تا 10 را A و 2^6 را B می‌نامیم. در این صورت حاصل (A, B) برابر است با:

- (۱) 2^5 (۲) 2^6 (۳) 2^7 (۴) 2^8

۱۴۱ a بر b بخش‌پذیر است و b و c متباین‌اند. در این صورت اگر $A = (b^n, c^m)$ و $B = (a^n, b^m)$ باشد و بدانیم $m < n$ است، A و B کدام‌ها هستند؟

- (۱) $\begin{cases} A = 1 \\ B = b \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} A = bc \\ B = b^m \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} A = 1 \\ B = b^m \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} A = bc \\ B = (ab)^m \end{cases}$

۱۴۲ اگر ب.م.م دو عدد 28 و یکی از آن دو عدد برابر 560 باشد، عدد دیگر کدام نمی‌تواند باشد؟ (انرژی اتمی با اصلاح)

- (۱) ۲۸ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۹۶ (۴) ۸۴

۱۴۳ اگر دو عدد $7^{m+5} \times 3^5 \times 2^{n-2}$ و $11^{m+1} \times 3^{m+1} \times 8$ نسبت به هم متباین باشند، $m+n$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۴ اگر m عددی طبیعی باشد و $10 < (m, 35)$ چند تا از جملات زیر در مورد m می تواند درست باشد؟

- (الف) m دست کم سه رقمی است. (ب) m مضرب ۳۵ است. (ج) m بر ۱۵ بخش پذیر است.
 (د) ۳۵ مضرب m است. (ه) m حتماً بر یکی از اعداد ۵ یا ۷ بخش پذیر است.
 (۱) هیچ کدام (۲) دو تا (۳) سه تا (۴) چهار تا

۱۴۵ a و b دو عددی هستند که نسبت به هم اول اند. در این صورت نسبت ک.م.م به ب.م.م دو عدد کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{ab}$ (۳) ab (۴) a

۱۴۶ برای دو عدد a و b می دانیم $(a, b) = 12$ و $[a, b] = 180$ و اگر $a = 60$ باشد، عدد b کدام است؟ (پر تکرار)

- (۱) ۷۲ (۲) ۱۸ (۳) ۳۶ (۴) ۲۴

۱۴۷ چند جفت عدد طبیعی مثل x و y وجود دارد که در دو شرط زیر صدق کنند؟ (کانگورو با تغییر)

- (۱) ۶ جفت (۲) ۵ جفت
 $\begin{cases} x + y = 72 \\ (x, y) = 6 \end{cases}$ (۳) ۳ جفت (۴) ۲ جفت

۱۴۸ سر یکی از کلاس‌ها، آقای سالاری بین دانش آموزان ۷۸ شکلات تقسیم کرد، ۶ شکلات اضافه آمد. دفعه بعد ۹۴ شکلات تقسیم کرد، ۲ شکلات کم آمد. تعداد دانش آموزان کلاس آقای سالاری حداکثر چندتا است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۲ (۳) ۳۲ (۴) ۲۴

۱۴۹ دو جعبه مهره‌های رنگی یکسان دارم که برای دو تا از کلاس‌هایم گرفته بودم. در کلاس اول مهره‌های یک جعبه را به تعداد مساوی تقسیم کردم ۳ مهره اضافه آمد. جعبه دوم را در کلاس دوم توزیع کردم، آنجا هم ۳ مهره اضافه آمد، اگر کلاس اول ۱۸ نفره و دومی ۲۴ نفره باشند، هر جعبه حداقل چند مهره دارد؟

- (۱) ۹۹ (۲) ۷۵ (۳) ۹۳ (۴) ۵۷



۱۵۰ علی ۷ دوست صمیمی دارد که برنامه دیدن آنها را مرتب کرده است. اولین دوستش را یک روز در میان می بیند (هر ۲ روز یک بار) دومی هر سه روز یک بار، سومی هر ۴ روز یک بار و ... و هفتمی هر ۸ روز یک بار. امروز همگی با هم پیش علی هستند. چقدر طول می کشد تا دوباره همگی دور هم جمع شوند؟

- (۱) حدود شش ماه (۲) کمتر از یک سال (۳) کمتر از دو سال (۴) کمتر از سه سال

۱۵۱ اگر $(a, b) = 3$ باشد و $\frac{a}{b} = \frac{154}{198}$ ، مقدار $a + b$ چند است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸

۱۵۲ گل فروشی ۱۴۰ تا شاخه گل دارد که ۴۲ تا گل مریم، ۲۸ تا گل رز و ۷۰ تا گل نرگس است. او می خواهد دسته گل‌های یکسانی با استفاده از این شاخه گل‌ها درست کند. حداکثر چند دسته گل می تواند بسازد؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۴ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰

۱۵۳ کاشی‌های مستطیل شکلی به صورت مقابل داریم که می خواهیم یک اتاق مربع شکل را کاشی کاری کنیم. کوچک ترین اتاقی که کف آن را با این نوع کاشی می توان کاملاً پوشاند، به چند کاشی نیاز دارد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۱۰
- ۱۵
 ۶

۱۵۴) ب.م.م دو عدد a و b ($a < b$) برابر با ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ است. اگر مجموع آنها برابر ۳۰ باشد، حاصل $2a + b$ کدام است؟ (انرژی اتمی)

۴۲ (۱) ۴۸ (۲) ۳۶ (۳) ۶۶ (۴)

۱۵۵) باقی‌مانده تقسیم سه عدد ۱۳۶۳، ۱۳۶۹ و ۱۳۸۱ بر عدد طبیعی d برابر با ۱ است. بزرگ‌ترین مقدار d کدام است؟ (انرژی اتمی با تغییر)

۲ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴)

۱۵۶) x و y دو عدد طبیعی‌اند به طوری که $(4^x \times 18^y, 8^y \times 12^x) = 48$. حاصل (x^y, y^x) چیست؟ ($x < 2y$)

(آزمون جامع تیزهوشان)

۶۰ (۱) ۷۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۵۷) از دو الگوی عددی زیر، اعداد مشترک را خارج می‌کنیم. دهمین عدد مشترک کدام است؟ (TIMSS با تغییر)

$\left\{ \begin{array}{l} 3, 9, 15, 21, \dots \\ 6, 15, 24, 33, \dots \end{array} \right.$ ۲۱۳ (۱) ۱۹۵ (۲) ۱۷۷ (۳) ۱۵۹ (۴)

۱۵۸) کوچک‌ترین عددی که در تقسیم بر ۱۰ باقی‌مانده‌اش ۹ شود و در تقسیم بر ۹ باقی‌مانده‌اش ۸ شود و در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌اش ۷ و ... و به همین ترتیب در تقسیم بر ۲ باقی‌مانده‌اش ۱ شود، برابر است با:

۱۸۸۹ (۱) ۱۲۵۹ (۲) ۸۳۹ (۳) ۲۵۱۹ (۴)

۱۵۹) حاصل ضرب ب.م.م و ک.م.م دو عدد برابر است با ۳۸۴. اگر یکی از دو عدد ۸ واحد بیشتر از دیگری باشد، مجموع دو عدد عبارت است از: (آفریقای جنوبی ۲۰۰۴)

۴۸ (۱) ۴۰ (۲) ۳۶ (۳) ۲۴ (۴)

۱۶۰) برخی از اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۰۰ وقتی بر ۲۱ تقسیم می‌شوند، باقی‌مانده ۱ می‌دهند. از این اعداد چه تعدادشان بر ۳۵ نیز باقی‌مانده ۱ می‌آورند؟ (آفریقای جنوبی ۲۰۱۰)

۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

۱۶۱) کوچک‌ترین عددی را به دست آورید که در تقسیم بر ۲۰ باقی‌مانده‌اش ۱۷ شود و در تقسیم بر ۲۸ باقی‌مانده‌اش برابر ۲۵ و در تقسیم بر ۳۲ باقی‌مانده‌اش ۲۹ باشد. مجموع ارقام این عدد کدام است؟

۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴)

۱۶۲) ب.م.م دو عدد x و y برابر است با ۶ و ب.م.م دو عدد x و z برابر است با ۸. اگر $50 < x < 95$ باشد، مجموع ارقام عدد x کدام است؟ (روبوکاپ)

۱۲ (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۱۶۳) اعداد A و B بر هم بخش‌پذیر نیستند. ب.م.م آنها ۱۴ و ک.م.م آنها ۲۱۰ است. $A + B$ کدام است؟ (تیزهوشان ۹۲)

۸ (۱) ۵۶ (۲) ۱۱۲ (۳) ۱۴۰ (۴)

۱۶۴) عدد A مضربی از ۵۲ و عدد B مضربی از ۷۸ و عدد C مضربی از ۱۹۵ است. عدد $A + B + C$ بر کدام یک از اعداد زیر حتماً بخش‌پذیر است؟ (روبوکاپ ۸۲)

۴ (۱) ۱۳ (۲) ۶ (۳) ۲۶ (۴)

ترکیبی و خلاقیتی

۱۶۵ اگر عدد $12345678910111213\dots$ صد رقمی باشد، چند رقم ۱ در آن یافت می‌شود؟

- ۱۴ (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۹ (۴)

۱۶۶ به عددی که جمع هر دو مقسوم‌علیه دلخواه آن بزرگ‌تر از ۵ باشد، جالب می‌گوییم. چند عدد «جالب» دو رقمی وجود دارد؟

- (تیزهوشان ۹۰) ۳۰ (۱) ۳۱ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴)

۱۶۷ اگر بدانیم a عددی طبیعی است، عبارت $(a+30)(a+50)(a+70)$ بر کدام عدد زیر همواره بخش‌پذیر است؟

- (تیزهوشان ۸۶) ۲ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

۱۶۸ چند عدد ۸ رقمی با ارقام متفاوت وجود دارد که بر هریک از رقم‌هایش بخش‌پذیر باشد؟

- (تیزهوشان ۸۳) ۱ (صفر) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۶۹ چند عدد سه رقمی وجود دارد که هم خودش و هم جمع ارقامش زوج باشد؟

- (تیزهوشان ۸۳) ۲۵۰ (۱) ۵۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۲۵ (۴)

۱۷۰ باقی‌مانده تقسیم عدد ۹۹۹ بر عدد دو رقمی n برابر با ۳ است. باقی‌مانده تقسیم 2001 بر n کدام است؟ (کانگورو ۲۰۰۱)

- ۳ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۱۷۱ رقم‌های عدد طبیعی n را با هم جمع می‌زنیم. بعد رقم‌های این حاصل جمع را با هم جمع می‌زنیم و آنقدر این کار را انجام می‌دهیم تا حاصل یک عدد یک رقمی شود و آن را L می‌نامیم. برای عدد 2001^{2001} عدد L کدام است؟ (کانگورو ۲۰۰۱)

- ۳ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۱۷۲ اعداد صحیح چهار رقمی از ۱۹۹۴ تا ۲۰۰۶ را به ترتیب پشت سر هم نوشته‌ایم تا عدد $N = 199419951996\dots20052006$ (پرتکرار-المپیاد)

به دست آید. اگر 3^k بزرگ‌ترین توانی باشد که N بر آن بخش‌پذیر باشد، k کدام است؟

- ۱ (صفر) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۷۳ یک رشته ۲۰۰۵ رقمی با ۶ شروع می‌شود. هر عدد دو رقمی متوالی که در این رشته وجود دارد، بر ۱۷ یا ۲۳ بخش‌پذیر است. این رشته را ادامه می‌دهیم تا جایی که دیگر نتوان ادامه داد. مجموع ۵ رقم آخر کدام است؟

(المپیاد ریاضی- آفریقای جنوبی ۲۰۰۶)

- ۲۴ (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۲۷ (۴)



۱۷۴ اعداد ۱ تا ۱۳۹۵ را روی تخته نوشته‌ایم. در هر مرحله چند عدد را پاک می‌کنیم و به جای آنها باقی‌مانده تقسیم مجموع اعداد پاک شده بر ۹ را می‌نویسیم. بعد از چندین مرحله، دو عدد روی تخته می‌ماند که یکی از آنها ۹۵ است. عدد دیگر کدام است؟

(المپیاد ریاضی- انرژي اتمی- با کمی تغییر)

- ۱۳ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۴ (۴)

۱۷۵ عددی را سه برابر کرده‌ایم و به آن سه واحد اضافه می‌کنیم، بر ۱۸ بخش‌پذیر می‌شود. باقی‌مانده تقسیم این عدد بر ۱۲ کدام است؟

- (علامه طباطبایی ۸۳) ۷ یا ۶ (۱) ۱۰ یا ۷ (۲) ۱۰ یا ۸ (۳) ۱۱ یا ۵ (۴)

۱۷۶ جمع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی که باقی‌مانده تقسیم ۱۳۸۹ بر آن عدد، برابر با ۲۹ باشد، کدام است؟ (تیزهوشان ۸۹)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۷۷ یک گروه از اعداد طبیعی را «خوب» می‌نامیم، هرگاه اعضای آن را بتوان به دو دسته تقسیم کرد به طوری که جمع اعداد

دسته اولی با جمع اعداد دسته دومی برابر باشند، کدام دسته از اعداد زیر «خوب» هستند؟ (تیزهوشان ۸۶ مرحله ۲)

- (۱) ۱, ۲, ۳, ..., ۲۰ (۲) ۱, ۲, ۳, ..., ۳۰ (۳) ۱, ۲, ۳, ..., ۲۱ (۴) ۱, ۲, ۳, ..., ۱۰

۱۷۸ عددی که با حذف رقم یکان عدد طبیعی M به دست می‌آید، $\frac{1}{4}$ خود عدد است. چند عدد طبیعی چنین خاصیتی دارند؟

(کانگورو ۲۰۰۲)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷۹ چندتا عدد سه رقمی کوچک‌تر از ۲۰۰ مانند n این خاصیت را دارند که عدد $(n+1)(n+2)(n+3)$ بر ۷ بخش‌پذیر

باشد؟ (کانگورو ۲۰۰۴)

- (۱) ۴۲ (۲) ۳۸ (۳) ۳۴ (۴) ۲۸

۱۸۰ عدد هفت رقمی $\overline{6pqpqpq}$ بر ۱۸ بخش‌پذیر است. بعد از حذف اولین و آخرین رقم عددی پنج رقمی به دست می‌آید

(کانگورو ۲۰۰۱)

که بر ۶ بخش‌پذیر است. حرف p کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸۱ می‌دانیم عدد ۱۱۱ بر ۳۷ بخش‌پذیر است و $111 = 3 \times 37$. در این صورت اگر abc و efg بر ۳۷ بخش‌پذیر باشند، چندتا

از اعداد زیر قطعاً بر ۳۷ بخش‌پذیر است؟

- (الف) \overline{abcefg} (ب) $\overline{abc + efg}$ (ج) \overline{aebfcg}
(۱) هر سه مورد (۲) (الف) و (ب) (۳) (ب) و (ج) (۴) فقط (ب)

۱۸۲ کوچک‌ترین عددی را که فقط از ارقام صفر و ۸ تشکیل شده است و بر ۱۵ بخش‌پذیر است، می‌نویسیم. بزرگ‌ترین

مقسوم‌علیه اول این عدد کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۳ (۴) ۳۷

۱۸۳ دو نفر مشغول تخمه خوردن هستند و قرار است از یک ظرف نوبتی تخمه بردارند. هر نفر مجاز به برداشتن ۱ یا ۲ یا ۵

تخمه در هر نوبت است. هرکس آخرین تخمه (یا آخرین تخمه‌ها) را بردارد برنده است. کدام گزینه درست است؟

(المپیاد ریاضی)

(۱) در صورتی که تعداد تخمه‌ها در شروع تخمه‌خوری ۱۳۷۷ تا باشد، نفر دوم برنده است.

(۲) در صورتی که تعداد تخمه‌ها در شروع تخمه‌خوری ۱۳۷۸ تا باشد، نفر دوم برنده است.

(۳) در صورتی که تعداد تخمه‌ها در شروع تخمه‌خوری ۱۳۷۹ تا باشد، نفر دوم برنده است.

(۴) در صورتی که تعداد تخمه‌ها بیش از ۲۰۰۰ تا باشد، نفر دوم برنده است.

فرض کنید در روش غربال اراتستن اگر عددی مضرب اعداد مختلف باشد، دوباره رویش خط می‌کشیم. مثلاً عدد ۱۵ دو بار خط می‌خورد: یک بار در حذف مضارب ۳ و بار دوم در حذف مضارب ۵. با توجه به این مطلب، به دو سؤال بعدی پاسخ دهید.

۱۸۴ در غربال کردن به روش فوق برای اعداد ۲ تا ۵۰ چند عدد فقط یک بار خط می‌خورند؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۸۵ در روش فوق برای اعداد ۱ تا ۱۰۰ چند عدد دقیقاً سه بار خط می‌خورند؟

- ۵ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

۱۸۶ یک شرکت انتشاراتی (شاید انتشارات کاهه!) از نمایندگان مدارس یک شهر خواست در همایش شرکت کنند تا تعداد

۳۰۵۰ کتاب بین آنها به طور مساوی تقسیم شود. روز همایش ۱۱ نماینده شرکت نکردند، ولی باز هم کتاب‌ها بین آنها به طور مساوی تقسیم شد. در این همایش هر مدرسه چند کتاب دریافت کرده است؟

- ۶۰ (۱) ۵۱ (۲) ۵۰ (۳) ۶۱ (۴)

۱۸۷ عدد ۱۳۹۵ رقمی ۰۶۴...۰۰۰ را به حاصل ضرب عوامل اول آن تجزیه می‌کنیم! (به کار و هشتتکی!) توان عدد ۲ در این تجزیه

چند است؟

- ۶ (۱) ۱۳۹۳ (۲) ۱۳۹۱ (۳) ۸ (۴)

۱۸۸ دنیل در تاریخ ۱۳ جولای ۹۱ (۹۱/۷/۱۳) به دنیا آمده است. او نکته جالبی درباره تاریخ تولدش کشف کرد: حاصل ضرب

روز و ماه برابر سال تولد شده است، $(۹۱ = ۱۳ \times ۷)$ دنیل پس از کلی دقت متوجه شد که تاریخ تولدهای دو برادر کوچک‌ترش نیز همین نکته جالب را دارند. چنانچه بدانیم که تاریخ تولد دو برادر او بدون در نظر گرفتن سال، دو روز متوالی است و هر دو قبل از سال ۲۰۰۰ به دنیا آمده باشند، تاریخ تولد برادر کوچک‌ترش را نوشته و رقم‌های روز و سال و ماه را جمع می‌زنیم، کدام عدد حاصل می‌شود؟

- ۱۲۴ (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۲۷ (۳) ۱۱۹ (۴)

۱۸۹ سه عدد ۴۷۸، ۳۹۲ و ۲۶۳ در تقسیم بر N باقی‌مانده یکسانی برابر با p دارند. حاصل $N - p$ کدام است؟ ($N > 1$)

(آفریقای جنوبی ۲۰۰۷)

- ۵ (۱) ۳۸ (۲) ۲۸ (۳) ۴۳ (۴)

۱۹۰ در دنباله‌ای از اعداد طبیعی که باقی‌مانده تقسیم آنها بر ۳ برابر با ۱ و بر ۷ برابر با ۵ و بر ۱۱ برابر با ۹ است، صدمین عدد

کدام است؟ (المپیاد بلغارستان)

- ۲۲۸۶۷ (۱) ۲۳۰۹۸ (۲) ۲۳۳۲۹ (۳) ۲۳۵۶۰ (۴)

۱۹۱ چهار عدد طبیعی مختلف داریم که باقی‌مانده تقسیم هر کدام بر عدد ۷ برابر با ۶ است. اگر هیچ دو عددی از آنها عامل

مشترک نداشته باشند، کمترین مقدار حاصل جمع ۴ عدد کدام است؟ (آفریقای جنوبی ۲۰۱۱)

- ۸۷ (۱) ۱۰۱ (۲) ۱۱۵ (۳) ۱۲۵ (۴)

۱۹۲ m و n دو عدد حسابی هستند و $n < m$. می‌دانیم که حاصل $m \cdot 2^m + 3 + 2^n$ برابر با یک نیست! n حداقل کدام

است؟ (تیزهوشان ۸۷)

- ۱ (صفر) ۱ (۲) ۵ (۳) ۳۵ (۴)

۱۹۳ کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد ۲۴ و x کمتر از کوچک‌ترین مضرب مشترک ۲۴ و y است. در این صورت $\frac{y}{x}$ کدام

مقدار زیر نمی‌تواند باشد؟ (کانگورو ۲۰۱۰)

- $\frac{7}{8}$ (۱) $\frac{8}{7}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{6}{7}$ (۴)

۱۹۴ «مانی» اعداد طبیعی ۱ تا ۱۲ را به شش دسته دو تایی تقسیم کرد. مجموع دو عدد هر دسته، عددی اول شد. این عددها

تکراری نبودند. بزرگ‌ترین عدد اول به دست آمده کدام است؟ (IMC - ۲۰۰۹)

- ۲۳ (۱) ۱۹ (۲) ۱۷ (۳) ۲۹ (۴)

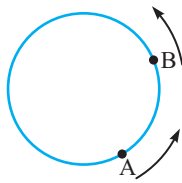
۱۹۵) چند عدد طبیعی متفاوت کمتر از ۱۱ را در یک سطر نوشته‌ایم و می‌دانیم که در هر جفت مجاور از این عددها، یکی بر دیگری بخش‌پذیر است، حداکثر چند عدد طبیعی در این سطر هستند؟
(کانگورو ۲۰۰۹)

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۱۹۶) چند عدد طبیعی وجود دارد که بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه‌شان ۴۵ برابر کوچک‌ترین مقسوم‌علیه‌شان باشد؟ (کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه‌ها به جز خود عدد و ۱ می‌باشد)
(کانگورو ۲۰۰۹)

- یکی (۱) دو تا (۲) ۳ بیش از ۲ (۳) ۴ نمی‌توان گفت. (۴)

۱۹۷) سامان می‌خواهد روی یک مسیر دایره‌ای درخت بکارد، به این ترتیب که او ابتدا یک درخت در نقطه A می‌کارد و سپس در جهت فلش، کمان 48° را طی می‌کند و درخت دیگری می‌کارد و به همین ترتیب هر بار در جهت فلش 48° را طی می‌کند و درختی می‌کارد، به شرطی که در آن نقطه قبلاً درختی نکاشته باشد. او چند درخت خواهد کاشت؟ (روبوکاپ ۸۱)



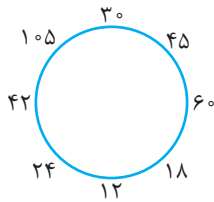
- ۸ (۱)
۱۵ (۲)
۲۹ (۳)
۳۰ (۴)

۱۹۸) در کلاس ریاضی، معلم عدد ۱ را روی تخته نوشت؛ سپس سارا پای تخته رفت و عددی طبیعی روی تخته نوشت. سپس دانش‌آموز دیگری پای تخته آمد و مجموع اعداد روی تخته را حساب کرده و به عنوان عدد بعدی روی تخته نوشت و این کار ادامه پیدا می‌کند. اگر آخرین عدد نوشته شده ۱۰۰۰ باشد، کدام عدد زیر را سارا نمی‌تواند نوشته باشد؟
(کانگورو ۲۰۰۲)

- ۹۹۹ (۱) ۴۹۹ (۲) ۲۹۹ (۳) ۲۴۹ (۴)

۱۹۹) اگر p و q دو عدد اول متوالی باشند و x یک عدد طبیعی باشد به طوری که $2x - p = q$ ، در مورد x چه می‌توان گفت؟
(چنین عددی وجود ندارد. (۴) زوج (۳) مرکب (۲) اول (۱)

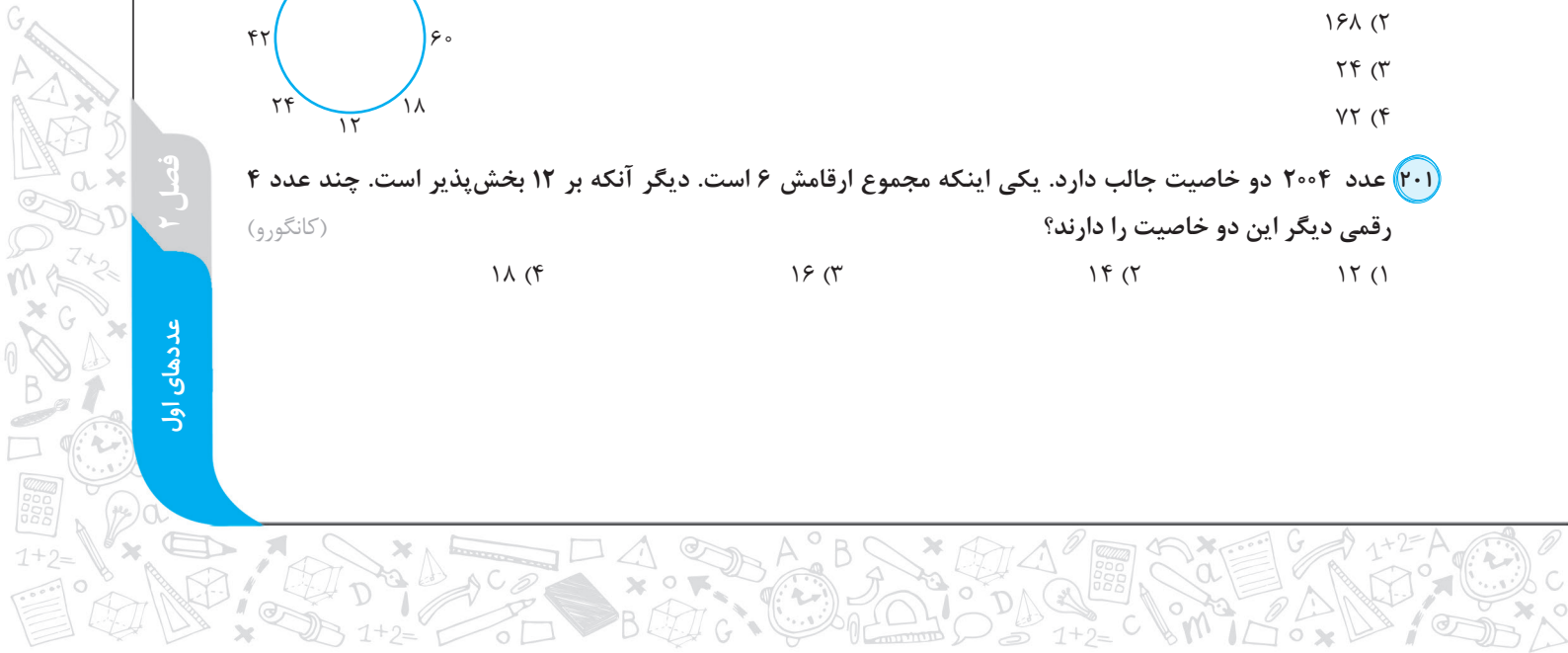
۲۰۰) مطابق شکل به ترتیب اعداد $30, 45, 60, 18, 12, 24, 42$ و 105 دور دایره‌ای نوشته شده‌اند. در هر مرحله بین هر دو عدد روی دایره، بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آنها را می‌نویسیم و سپس همه اعداد مرحله قبل را پاک می‌کنیم. اگر 1396 بار این حرکت را انجام دهیم، مجموع اعداد باقی‌مانده چند است؟
(المپیاد کامپیوتر ایران)



- ۳۳۶ (۱)
۱۶۸ (۲)
۲۴ (۳)
۷۲ (۴)

۲۰۱) عدد 2004 دو خاصیت جالب دارد. یکی اینکه مجموع ارقامش ۶ است. دیگر آنکه بر ۱۲ بخش‌پذیر است. چند عدد ۴ رقمی دیگر این دو خاصیت را دارند؟
(کانگورو)

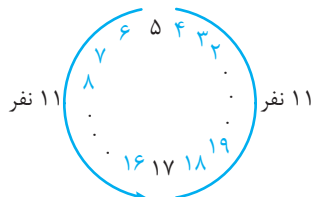
- ۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)



پاسخنامه تشریحی

گزینه ۵

بین ۵ و ۱۷، ۱۱ نفر ایستاده‌اند ($11 = 1 + 6 + 16$) و در سمت دیگر هم باید ۱۱ نفر ایستاده باشند تا ۵ و ۱۷ روبروی هم قرار بگیرند؛ پس کل افراد $24 = 11 + 11 + 2$ نفرند! شکل را ببینید تا بهتر متوجه شوید.



گزینه ۱

ظاهر سؤال کمی عجیب، ولی واقعیه کمی فکر کنید می‌فهمید سؤال ساده‌ایه!

فقط در صورتی حاصل ضرب ارقام ۲ هست که یک رقم ۲ باشد و بقیه ارقام همگی ۱ باشند، در این صورت ۲۰۱۴ تا رقم ۱ داریم و یک رقم ۲. رقم ۲ می‌تواند در هر یک از مکان‌ها قرار بگیرد؛ یعنی ۲۰۱۵ حالت مختلف

$2111...1, 12111...1, 11211...1, \dots$

اعداد ۴ رقمی که قابل قبول نیست، چون اعداد کم‌تر از ۱۰۰۰ را خواسته‌ایم! پس تعداد کل اعداد برابر است با: $4 + 9 = 13$ حاصل ضرب ارقام برای اعداد یک رقمی معنی ندارد!

گزینه ۲

اعداد را دسته‌بندی می‌کنیم و در هر دسته همه حالت‌ها را در نظر می‌گیریم:

۴ تا: $32, 23, 16, 61 \Rightarrow$ اعداد ۲ رقمی
و $116, 161, 611 \Rightarrow$ اعداد ۳ رقمی
۹ تا: $123, 132, 213, 231, 312$

گزینه ۸

از ۱ تا ۹۹ از هر رقم (به جز ۰) ۲۰ بار استفاده می‌شود! ده بار در یکان و ده بار در دهگان. از ۱۰۰ تا ۱۹۹ نیز ۲۰ بار رقم ۲ در یکان و دهگان استفاده شده، از ۲۰۰ تا ۲۴۵، ۵ بار در یکان (۲۰۲، ۲۱۲، ...) و ۱۰ بار در دهگان (۲۲۰ تا ۲۲۹) و ۴۶ بار هم در صدگان (۲۰۰ تا ۲۴۵) از رقم ۲ استفاده شده که روی هم می‌شود:

$$20 + 20 + 5 + 10 + 46 = 101$$

گزینه ۹

اگر به صفر، ۷ تا اضافه کنیم و سپس ۵ تا کم کنیم، عدد ۲ به

گزینه ۳

نیمی از بچه‌ها گزینه (۲) را انتخاب می‌کنند، چرا که عددشان ۲۲۲۵۵۵ است. درست است که $1000 = 10 \times 10 \times 10$ و نیز $1000 = 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$ ولی چون کوچک‌ترین عدد را می‌خواهیم، اولویت با تعداد رقم‌های کم‌تر است. پس به جای ۳ تا رقم ۲، یک رقم ۸ را در نظر می‌گیریم و عدد ۵۵۵۸ را می‌نویسیم که کوچک‌ترین عدد و ضرب رقم‌هایش هم ۱۰۰۰ است و $8 + 5 + 5 + 5 = 23$

گزینه ۲

چنین سؤالاتی فرمول خاصی ندارند و با کمی فکر کردن حل می‌شوند. حالت‌هایی را که جمع ۳ عدد ۵ می‌شود، می‌نویسیم و در هر حالت تمام اعداد ممکن را لیست می‌کنیم:

- ۵، ۰، ۰ \Rightarrow ۵۰۰ عدد ۱
- ۴، ۱، ۰ \Rightarrow ۴۱۰، ۴۰۱، ۰۴، ۱۴۰ عدد ۴
- ۳، ۲، ۰ \Rightarrow ۳۲۰، ۳۰۲، ۲۳۰، ۲۰۳ عدد ۴
- ۳، ۱، ۱ \Rightarrow ۳۱۱، ۱۳۱، ۱۱۳ عدد ۳
- ۲، ۲، ۱ \Rightarrow ۲۲۱، ۲۱۲، ۱۲۲ عدد ۳
- پانزده عدد $3 + 3 + 4 + 4 + 1 = 15 =$ تعداد کل

گزینه ۳

۴ عدد مختلف می‌خواهیم که حاصل ضربشان ۱۰۰ شود، ابتدا می‌نویسیم: $100 = 10 \times 10$ ولی این دو عدد مساوی هستند، نه ۴ عدد مختلف! حالا می‌توان نوشته را اصلاح کرد: ولی این ۳ عدد است:

$$100 = 10 \times 10 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2 \times 10 \times 5 \Rightarrow$$

عدد چهارمی را می‌توان ۱ در نظر گرفت:

$$100 = 1 \times 2 \times 10 \times 5 \Rightarrow 1 + 2 + 10 + 5 = 18$$

گزینه ۴

چون کوچک‌ترین عدد را می‌خواهیم، تعداد ارقام باید کم‌ترین تعداد باشد؛ پس تعداد رقم‌های ۹ را بیشترین مقدار در نظر می‌گیریم. برای این منظور ۲۰۱۷ را بر ۹ تقسیم می‌کنیم: یعنی ۲۲۴ تا رقم ۹ و ۱ رقم یک برای باقی‌مانده

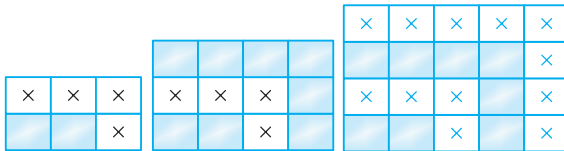
$$2017 = 224 \times 9 + 1 \Rightarrow 1999...9$$

$$\begin{array}{r} 2017 \overline{) 19} \\ \underline{18} \\ 217 \\ \underline{18} \\ 37 \\ \underline{36} \\ 1 \end{array}$$

از صفحه ۱ تا صفحه ۹ نه تا عدد یک رقمی داریم: $9 \times 1 = 9$
 از صفحه ۱۰ تا صفحه ۹۹ نود تا عدد ۲ رقمی داریم: $90 \times 2 = 180$
 کل رقم‌های مصرفی تا صفحه ۹۹: $180 + 9 = 189$
 رقم‌های باقی‌مانده: $433 - 189 = 244$
 تعداد صفحات ۳ رقمی (تعداد اعداد ۳ رقمی): $244 \div 3 = 81$
 تعداد کل صفحات: $99 + 81 = 180$

گزینه ۱۵

تعداد مربع‌ها را در هر شکل از دو طریق، شمردن و روش کلی طول \times عرض به دست می‌آوریم:



$$2 + 4 = 2 \times 3 \quad 2 + 4 + 6 = 3 \times 4 \quad 2 + 4 + 6 + 8 = 4 \times 5$$

گزینه ۱۶

مقدار X و Y را ساده‌تر می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم. ببینیم چه می‌شود:

$$X = 1382(1 + 2 + 3 + \dots + 1383) = 1382 \times \frac{1383 \times 1384}{2}$$

$$Y = 1383(1 + 2 + 3 + \dots + 1382) = 1383 \times \frac{1382 \times 1383}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{X}{Y} = \frac{1382 \times 1383 \times 1384}{1383 \times 1382 \times 1383} = \frac{1384}{1383} \Rightarrow 1383X = 1384Y$$

گزینه ۱۷

همگی اعداد زوج هستند، می‌توان از ۲ به شکل زیر فاکتور گرفت:

$$2 + 4 + 6 + \dots + 1396 = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 698) =$$

$$2 \times \frac{698 \times 699}{2} = 698 \times 699$$

برای محاسبهٔ یکان کافی است حاصل ضرب یکان‌ها را به دست آوریم:

$$8 \times 9 = 72 \Rightarrow u = 2$$

راه حل دوم:

رقم یکان مجموع هر پنج عدد متوالی مانند ۲ ۴ ۶ ۸ و ۱۰ برابر صفر است. پس رقم یکان مجموع اعداد ۲ تا ۱۳۹۰ برابر صفر است و در نتیجه رقم یکان کل برابر است با:

$$0 + 2 + 4 + 6 \Rightarrow u = 2$$

گزینه ۱۸

مجموع دو شماره صفحات وسط حتماً عددی فرد است؛ برای این

راحتی به دست می‌آید: $7 - 5 = 2$ ، حالا اگر بتوانیم ۱ یا ۳ را تولید کنیم، گزینه (۴) درست می‌شود دیگر!

$$7 + 7 + 7 - 5 - 5 - 5 - 5 = 21 - 20 = 1$$

بنابراین گزینه (۴) درست است.

گزینه ۱۰

رقم‌های سمت چپ عدد باقی‌مانده باید کوچک‌ترین مقادیر باشند، پس از سمت چپ عدد رقم‌های ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ و سپس ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ بعدی را حذف می‌کنیم. عدد باقی‌مانده با ۳ تا رقم ۱ از چپ شروع می‌شود که کم‌ترین مقدار ممکن است، پس جمع رقم‌های حذف شده برابر است با:

$$2 \times (2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 2 \times 20 = 40$$

گزینه ۱۱

همان ابتدا اعداد ۱ و ۲ عدد ۱۲ را نشان می‌دهند؛ سپس خود عدد ۱۲، سپس ۲۱ و ۲۲ را که پشت سر هم بنویسیم و ... به طور کامل کل ۱۲ها! را در نوشته زیر نشان داده‌ام، خودتان ببینید:

فقط برای کیچ نشدن جناب عالیان ویرکول گذاشتم.

$1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 11, 12, 13, \dots, 21, 22, 23, \dots, 111, 112, 113, \dots, 120, 121, 122, \dots, 129, \dots, 201, 202, 203, \dots, 210, 211, 212, \dots$
 بار ۱۰

گزینه ۱۲

واضح است شماره پلاک ۵۱ است که $\frac{1}{3}$ آن عدد ۱۷ و $\frac{1}{17}$ آن عدد ۳ هست که باز حاصل ضرب این دو عدد همان ۵۱ می‌باشد.
 $51 \rightarrow 5 + 1 = 6$

گزینه ۱۳

چون مشابه این سؤال حل شد، جزئیات را نمی‌نویسیم.

باز هم حالت‌بندی می‌کنیم، جمع ارقام ۱۰ باشد:

$$4 \text{ تا عدد } \Rightarrow 1, 3, 3, 3$$

$$15 \text{ تا عدد } \Rightarrow 1, 1, 1, 3, 3$$

$$8 \text{ تا عدد } \Rightarrow 1, 1, 1, 1, 1, 3$$

$$\text{فقط یکی } \Rightarrow 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$$

$$\text{تعداد کل: } \Rightarrow 4 + 15 + 8 + 1 = 28$$

گزینه ۱۴

دانش‌آموزانی که در پایه ششم آزمون‌های ورودی شرکت کرده‌اند،

امتلاً با این سؤال فاطره دارند!

که یکی از صفحات، شماره‌اش فرد و دیگری زوج است. دو عدد متوالی که جمع‌شان ۱۲۷ شده، ۶۳ و ۶۴ هستند؛ یعنی نصف کتاب ۶۳ است.

گزینه ۲ ۱۹

از ۱ تا ۹، نه رقم نوشته‌ایم و از ۱۰ تا ۹۹، نود تا عدد دو رقمی ۱۸۰ رقم نوشته‌ایم، یعنی کلاً از ۱ تا ۹۹ که بنویسیم ۱۸۹ رقم نوشته شده است. می‌ماند ۳۱۱ رقم دیگر: $۳۱۱ - ۱۸۹ = ۵۰۰$.

$$\begin{array}{r} 311 \quad | \quad 3 \\ : \quad 103 \\ \hline 2 \end{array}$$

یعنی ۱۰۳ تا عدد ۳ رقمی و ۲ رقم هم اضافه. با در نظر گرفتن ۱۰۳ تا ۳ رقمی به ۲۰۲ می‌رسیم.

$$۹۹ + ۱۰۳ = ۲۰۲$$

عدد بعدی ۲۰۳ است که ۲ رقم آن را می‌خواهیم که دومین رقم آن صفر است، یعنی پانصدمین رقم صفر است.

گزینه ۳ ۲۰

به جای امتحان کردن ۹۰ تا عدد ۲ رقمی از انتها به ابتدا می‌رویم. یعنی باید ببینیم ضرب دو رقم چه اعدادی ۶ می‌شود ۴ عدد چنین‌اند! ۲۳ و ۳۲ و ۶۱ و ۱۶. حال باید دید ضرب رقم‌های چه عددی ۲۳ یا ۳۲ یا ۶۱ یا ۱۶ می‌شود، ۲۳ و ۶۱ که هیچ! ولی ۱۶ و ۳۲ را می‌نویسیم:

$$۱۶ \Rightarrow ۲۸, ۸۲, ۴۴$$

$$۳۲ \Rightarrow ۴۸, ۸۴$$

و دوباره چه اعدادی ضرب رقم‌هایشان هریک از این اعداد می‌تواند باشد:

$$۲۸ \Rightarrow ۴۷, ۷۴ \quad ۴۸ \Rightarrow ۶۸, ۸۶$$

$$۸۲ \Rightarrow x \quad ۸۴ \Rightarrow x$$

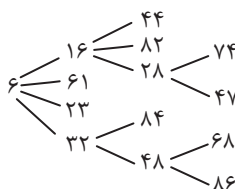
$$۴۴ \Rightarrow x$$

و در انتهای شاخه‌ها به بن‌بست می‌رسیم، ضرب رقم‌های هیچ عددی دو رقمی ۸۶، ۶۸، ۴۷، ۷۴ یا... نمی‌شود. پس کل اعداد عبارت‌اند از:

$$۱۶, ۶۱, ۳۲, ۲۳, ۲۸, ۸۲, ۴۴, ۴۸, ۸۴, ۴۷, ۷۴, ۶۸, ۸۶$$

که در کل ۱۳ عدد هستند. این روش را می‌توان خیلی

خلاصه در نمودار زیر نشان داد:



گزینه ۲ ۲۱

تمام حالت‌های ممکن برای برقراری تساوی را می‌نویسیم:

$$۱۶ = ۱ \times ۴^۲ = ۱۶ \times ۱^۲ = ۴ \times ۲^۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1, b=4 \Rightarrow a-b=-3 \\ a=16, b=1 \Rightarrow a-b=15 \\ a=4, b=2 \Rightarrow a-b=2 \end{cases}$$

که از این مقادیر، ۲ تای آنها طبیعی هستند: ۱۵ و ۲.

گزینه ۴ ۲۲

نکته: می‌دانیم اگر جمع دو عدد مقداری ثابت باشد، ضرب آنها وقتی بیشترین مقدار است که با هم برابر باشند یا حداقل اختلاف را با هم داشته باشند.

مثلاً اگر $x + y = ۱۵$ باشد و x و y دو عدد طبیعی باشند، بیشترین مقدار xy وقتی است که یکی ۷ و دیگری ۸ باشد؛ یعنی $۷ \times ۸ = ۵۶$ بیشترین مقدار حاصل ضرب دو عدد است.

با توجه به توضیحات فوق، جمع کل اعداد ۸۰ است و اگر جمع سه عدد ۴۰ باشد، جمع سه عدد دیگر هم ۴۰ خواهد شد و حداکثر حاصل ضرب به دست می‌آید:

$$۳۱ + ۶ + ۳ = ۴۰ = ۱۱ + ۱۹ + ۱۰ \Rightarrow ۴۰ \times ۴۰ = ۱۶۰۰$$

گزینه ۴ ۲۳

باید حالت‌های مختلفی را در مورد تعداد عددها در نظر بگیریم و در هر مورد بیشترین مقدار حاصل ضرب را به دست می‌آوریم:

تعداد	عددها	ضرب عددها
۲	۱۰, ۱۰	۱۰۰
۳	۷, ۷, ۶	۲۹۴
۴	۵, ۵, ۵, ۵	۶۲۵
۵	۴, ۴, ۴, ۴, ۴	۱۰۲۴
۶	۳, ۳, ۳, ۳, ۴, ۴	۱۲۹۶
۷	۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۳, ۲	۱۴۵۸
۸	۳, ۳, ۳, ۳, ۲, ۲, ۲, ۲	۱۲۹۶
۹	۲ تا ۷ و ۳ تا ۲	۱۱۵۲
۱۰	۲ تا ۱۰	۱۰۲۴

گزینه ۳ ۲۴

به کمک بسط اعشاری عدد داریم:

$$\overline{ab} + \overline{ba} = ۱۰a + b + ۱۰b + a = ۱۱a + ۱۱b = ۱۱(a + b)$$

مضرب ۱۱

بنابراین x مساوی ۱ یا ۲ است. اگر $x = 2$ باشد آن گاه بیشترین مقدار مجموع ۳ عدد دو رقمی برابر می شود با:

$$22 + 99 + 88 = 209$$

که امکان ندارد (باید به صورت XYZ باشد) و حالت دیگری با رقم صدگان ۲ برای مجموع شان وجود ندارد؛ پس $x = 1$ خواهد بود.

۲۹ گزینه ۳

این سؤال هم در نهایت به یک معادله چند مجهولی می رسد!

$$\overline{ab} \Rightarrow 4 \times \overline{(a-1)(b+1)} = 3\overline{ab}$$

$$\Rightarrow 4 \times (10(a-1) + (b+1)) = 3(10a + b)$$

$$4(10a - 10 + b + 1) = 30a + 3b$$

$$40a + 4b - 36 = 30a + 3b$$

$$10a + b = 36 \Rightarrow \overline{ab} = 36 \Rightarrow 3 + 6 = 9$$

۳۰ گزینه ۳

از گسترده نویسی عدد استفاده می کنیم

فب مکه قرار بود کار دیکه ای انجام بدم!؟

$$6(\overline{ab}) = \overline{bbb} \Rightarrow 6(10a + b) = 100b + 10b + b$$

$$60a + 6b = 111b \Rightarrow 60a = 105b \Rightarrow 4a = 7b$$

در این تساوی اخیراً چون a و b رقم های طبیعی ۱ تا ۹ هستند، فقط $a = 7$ و $b = 4$ صدق می کند، پس: $a + b = 7 + 4 = 11$.

۳۱ گزینه ۲

این بسط اعشاری که خیلی مفید بوده! تست هایش را هم دیده و تأیید

می کنین! تعجب می کنم چرا در کتاب درسی این مبث نیامده است!

نوشتن رابطه ریاضی این تست هم کار ساده ای است، البته اگر قبلی ها

را فوراً حل کرده باشید!

$$\overline{ab3} = \overline{777} + \overline{ab} \Rightarrow 10\overline{ab} + 3 = \overline{777} + \overline{ab}$$

$$\Rightarrow 9\overline{ab} = 774 \Rightarrow \overline{ab} = 86$$

۳۲ گزینه ۲

عبارت را به شکل ریاضی برای عدد دو رقمی \overline{ab} می نویسیم:

$$\overline{ab} = 7(a + b)$$

$$10a + b = 7a + 7b \Rightarrow 3a = 6b \Rightarrow a = 2b$$

$a = 2b$ یعنی اعدادی به شکل \overline{ab} که دهگان دو برابر یکان باشد، یعنی اعداد ۲۱، ۴۲، ۶۳ و ۸۴.

۳۳ گزینه ۳

وقتی باقی مانده ۱۷ شده است، یعنی بسته های ۲۹ تایی را که شمرده ایم، ۱۷ تا اضافه آمده است، پس اگر ۱۲ تایی دیگر داشته

۲۵ گزینه ۴

مقلوب \overline{abc} برابر با \overline{cba} است. اگر آنها را جمع بزنیم 363 به دست می آید:

$$\overline{abc} + \overline{cba} = 363 \Rightarrow 100a + 10b + c + 100c + 10b + a = 363 \\ \Rightarrow 101a + 101c + 20b = 363$$

ادامه یا حدس و آزمایش است، یا کمی دیگر جلو برویم:

$$101(a + c) + 20b = 363 \Rightarrow a + c = 3$$

$$303 + 20b = 363 \Rightarrow 20b = 60 \Rightarrow b = 3$$

پس:

$$a + b + c = 3 + 3 = 6$$

۲۶ گزینه ۱

\overline{ab} و مقلوبش \overline{ba} را جمع می زنیم و مساوی ۱۴۳ قرار می دهیم:

$$\overline{ab} + \overline{ba} = 143 \Rightarrow 10a + b + 10b + a = 143$$

$$11a + 11b = 143 \Rightarrow 11(a + b) = 143 \Rightarrow a + b = 13$$

حالت های مختلف را که جمع ارقام یک عدد ۲ رقمی ۱۳ باشد، می نویسیم:

$$6 \text{ عدد } \Rightarrow 94, 49 - 85, 58 - 76, 67$$

۲۷ گزینه ۲

معادله مسئله را می نویسیم و آن را پیش می بریم:

$$\overline{ab} - \overline{ba} = 63$$

$$10a + b - (10b + a) = 63$$

$$10a + b - 10b - a = 63 \Rightarrow 9a - 9b = 63 \Rightarrow a - b = 7$$

این تساوی اخیر به معنی آن است که اختلاف دهگان و یکان عدد باید ۷ باشد (نه اینکه حتماً دهگان ۷ تا بیشتر باشد! ممکن است یکان ۷ تا بیشتر باشد)، پس اعداد مورد نظر عبارت اند از:

$$92, 29, 81, 18, 70$$

۲۸ گزینه ۱

رابطه را به یک معادله تبدیل می کنیم:

$$\overline{xx} + \overline{yy} + \overline{zz} = \overline{xyz}$$

$$10x + x + 10y + y + 10z + z = 100x + 10y + z$$

$$\Rightarrow y + 10z = 89x \Rightarrow \overline{zy} = 89x$$

تنها جواب قابل قبول $\overline{zy} = 89$ می باشد که $x = 1$ از آن نتیجه می شود.

راه حل دوم:

بیشترین مقدار مجموع ۳ عدد دورقمی متمایز به صورت \overline{aa}

برابر است با:

$$99 + 88 + 77 = 264$$

باشیم، یک بسته ۲۹ تایی دیگر تشکیل می‌شود و اضافه نمی‌آید!

$$29 - 17 = 12$$

۳۴ گزینه ۴

دو شرط را باید بررسی کرد.

جمع ارقام بر ۳ بخش پذیر باشد. (۹ یا ۶ یا ۳ یا ۰ یا $d = 0$) و حاصل $d = 9$ بر $(7 + 2 - d)$ بخش پذیر باشد یا صفر باشد؛ پس $d = 9$ هر دو شرط را برآورده می‌سازد.

۳۵ گزینه ۴

از هر دو عدد متوالی یکی ۲، از هر سه عدد متوالی یکی بر ۳ و از هر ۴ عدد متوالی یکی بر ۴ بخش پذیر است. (یعنی در بین ۴ عدد حتماً ۲ تا زوجند که یکی مضرب ۲ و دیگری مضرب ۴ است.) پس عدد مضرب $2 \times 3 \times 4$ ، یعنی مضرب ۲۴ است.

۳۶ گزینه ۳

این یکی با قبلی کاملاً فرق دارد با اینکه ظاهرشان مثل هم است! اعداد زوج متوالی را $2k$ ، $2k + 2$ و $2k + 4$ فرض می‌کنیم و داریم: $2k + 2k + 2 + 2k + 4 = 6k + 6 = 6(k + 1)$ یعنی مضرب ۶ است.

۳۷ گزینه ۳

این سؤال را با امتنان گزینه‌ها می‌توانیم حل کنیم. فیلی سفت نیست! گزینه ۱: که جمع ارقام ۹ و هیچ! (جمع ارقام باید بر ۴۵ بخش پذیر باشد.)

گزینه ۲: بر ۵ بخش پذیر نیست، چگونه بر ۴۵ بخش پذیر باشد؟
گزینه ۳: جمع ارقام ۴۵ هست و یکان ۵ و همه شرایط را دارد و از دو تای بعدی کوچکتر هم هست.

۳۸ گزینه ۳

دو رقم سمت راست باید بر ۴ بخش پذیر باشد و بزرگ‌ترین مقدار باشد تا رقم‌های سمت چپ کم‌ترین مقدار شوند و کوچک‌ترین عدد به‌دست آید. پس دو رقم سمت راست ۷۲ است و عدد چنین کامل می‌شود:

$$\begin{aligned} & - + - + - + \\ 101372 & \Rightarrow (2 + 3 + 0) - (7 + 1 + 1) = 5 - 9 = -4 \\ -4 & \Rightarrow -4 + 11 = 7 \end{aligned}$$

۳۹ گزینه ۳

برخلاف ظاهر سخت سؤال، اگر از آخرین جمله شروع کنید، به باطن ساده‌اش می‌رسیم، $5b9$ بر ۹ بخش پذیر باشد، واضح $b = 4$ است: (مجموع ارقام ۱۸ می‌شود و بر ۹ بخش پذیر است)

از طرفی

$$\begin{array}{r} \overline{2a3} \\ + \quad 326 \\ \hline \end{array}$$

$$549 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a + b = 2 + 4 = 6$$

۴۰ گزینه ۳

مجموع ارقام B برابر $C = 18$ و بر ۹ بخش پذیر است. پس B مضرب ۹ است و مجموع ارقام A برابر B است، که مضرب ۹ می‌باشد، پس A نیز مضرب ۹ است.

۴۱ گزینه ۱

از سمت چپ باید کوچک‌ترین رقم را به ترتیب داشته باشیم. واضح است اولین رقم ۲ است:

اولویت انتخاب فقط در اولین رقم بعدی است. 2309 415687 مثلاً بعد از نوشتن ۲ مجبوریم ۳۰۹ را قرار دهیم، چون رقم بعدی ۳ است و از همه اولین رقم‌های دیگر کوچکتر است. حالا باقی‌مانده بر ۸ را می‌خواهیم، قاعده ۸:

$$\begin{array}{r} 47 \quad 8 \\ - 40 \quad 5 \\ \hline 7 \end{array} \quad 7 + 2 \times 8 + 4 \times 6 = 7 + 16 + 24 = 47$$

۴۲ گزینه ۲

اگر عدد $abcd$ بر ۱۸ بخش پذیر باشد؛ یعنی یکان (d) زوج است و مجموع ۴ تا رقم هم بر ۹ بخش پذیر است. در گزینه (۲) نیز یکان (d) است، یعنی زوج است و به مجموع ارقام هم ۱۸ واحد اضافه شده است. $(1 + 8 + 9 = 18)$ پس جمع ارقام باز هم بر ۹ بخش پذیر است.

۴۳ گزینه ۳

چون جمع ۳ رقم معلوم $(9 = 1 + 3 + 5)$ بر ۳ بخش پذیر است، پس جمع X و Y نیز باید بر ۳ بخش پذیر باشد و چون $X \neq Y$ پس بیش‌ترین مقدار وقتی است که یکی ۹ باشد و یکی ۶. $X + Y = 15$ (اگر بخواهیم $X + Y = 18$ باشد، نتیجه می‌شود $X = Y = 9$ در صورتی که در صورت سؤال گفته شده $X \neq Y$)

۴۴ گزینه ۴

در اینجا نیز ابتدا جمع ارقام معلوم را به‌دست می‌آوریم:

$$1 + 2 + 8 + 7 + 4 + 5 = 27$$

پس جمع a, b باید بر ۹ بخش پذیر باشد، از طرفی b نیز باید زوج باشد (چرا؟) و چون بیش‌ترین اختلاف را می‌خواهیم، $b = 2$ و $a = 7$ جواب هستند!
 $(a + b = 9)$. (اگر قرار بود $a + b = 18$ باشد، $a = b = 9$ و کمترین اختلاف را دارند.)

$$\overline{abcdabcd} = 10000 \overline{abcd} + \overline{abcd} = 10000M + M = 10001M = 73 \times 137 \times M$$

یعنی عدد حاصل بر ۷۳ و ۱۳۷ حتماً بخش پذیر است.

(البته برای درس زدن نمونه شگستن ۱۰۰۰۱ از گزینه‌ها هم کمک گرفته‌ام)

گزینه ۵۱

واضح است که صدگان باید ۳ است، چون عدد بین ۳۰۰ تا ۴۰۰ قرار دارد. از طرفی یکان دو برابر مجموع صدگان و دهگان است، پس دهگان آن یا صفر است یا ۱. (چون اگر از ۱ بیشتر باشد، برای یکان رقم به دست نمی‌آید (یکان دو رقمی می‌شود)) از طرفی چون ضرب رقم‌ها صفر نیست (هیچ گزینه‌ای صفر نیست) پس دهگان ۱ است.

$$\overline{abc} \Rightarrow a = 3, b = 1 \Rightarrow c = 2 \times (a + b) = 2 \times 4 = 8 \\ \Rightarrow \overline{abc} = 318 \Rightarrow 3 \times 1 \times 8 = 24$$

تذکر: عدد ۳۰۶ نیز با شرایط مسأله می‌خواند اما حاصل ضرب ارقامش در گزینه‌ها وجود ندارد.

گزینه ۵۲

از ۱ تا ۱۰۰، ده تا عدد هست که یکان آنها ۳ است، ۳، ۱۳، ۲۳ و ... و ۹۳. از طرفی از ۱ تا ۱۰۰ در مجموع ۳۳ تا عدد وجود دارد که بر ۳ بخش پذیر هستند (۳۳ = ۱۰۰ ÷ ۳). ولی ۴ عدد در هر گروه مشترک هستند و نباید دو بار شمرده شوند (اعداد ۳، ۳۳، ۶۳، ۹۳). پس تعداد کل دست زدن‌ها برابر است با: $10 + 33 - 4 = 39$

گزینه ۵۳

از صورت سؤال معلوم است که رقم‌ها می‌توانند تکراری باشند، چون سه رقمی داریم و می‌خواهیم اعداد چهاررقمی بنویسیم. نکته: بخش پذیری بر ۲۵. مثل بخش پذیری بر ۴ است، یعنی دو رقم سمت راست باید بر ۲۵ بخش پذیر باشد. در این تست دو رقم سمت راست می‌توانند ۰۰ یا ۵۰ باشند، یعنی فقط دو حالت داریم. رقم صدگان می‌تواند ۳ حالت داشته باشد (۰ یا ۴ یا ۵). ولی هزارگان ۲ حالت (۴ یا ۵) دارد، پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با: $2 \times 3 \times 2 = 12$.

گزینه ۵۴

عدد اولیه دقیقاً ۲ رقم ۹ و یک رقم ۸ دارد تا جمع ارقامش ۲۶ شود: $26 = 9 + 9 + 8$ ، مثل ۸۹۹ یا ۹۸۹ یا ۹۹۸ که اگر آن را در ۱۳ و ۱۱ و ۷ ضرب کنیم، یعنی در ۱۰۰۱ ضرب کرده‌ایم، در این

گزینه ۴۵

یکان باید صفر یا ۵ باشد (که بر ۵ بخش پذیر باشد) که چون عدد بر ۴ هم بخش پذیر است، پس $y = 0$ از طرفی جمع ارقام هم باید بر ۹ بخش پذیر باشد؛ پس:

$$2 + 4 + x + 8 + 0 = 14 + x = 18 \quad (\text{مضرب } 9) \\ \Rightarrow x = 4 \Rightarrow x + y = 4 + 0 = 4$$

گزینه ۴۶

نکته: به جای جمع ارقام می‌توان اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ... تا ۱۳۹۶ را جمع زد و باقی‌مانده آن را بر ۹ به دست آورد:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 1396 = \frac{1396 \times 1397}{2} = 698 \times 1397$$

حالا کافی است باقی‌مانده هر عدد را بر ۹ جداگانه به دست آوریم و در هم ضرب کنیم:

$$698 \rightarrow 6 + 9 + 8 = 23 \Rightarrow 2 + 3 = 5 \\ 1397 \rightarrow 1 + 3 + 9 + 7 = 20 \Rightarrow 2 + 0 = 2 \Rightarrow 2 \times 5 = 10 \\ \text{و باقی‌مانده تقسیم عدد } 10 \text{ بر } 9 \text{ برابر است با } 1.$$

گزینه ۴۷

اگر ده رقم متفاوت داشته باشیم، یعنی تمام رقم‌های ۰ تا ۹ در این عدد به کار رفته است و برای محاسبه باقی‌مانده بر ۹ ترتیب آنها مهم نیست و باید حاصل جمع را به دست آوریم:

$$0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

باقی‌مانده برابر صفر است و ۴۵ بر ۹ بخش پذیر

گزینه ۴۸

این عدد از ۹ تا رقم ۹ و یک رقم ۸ تشکیل شده است. (حالت دیگری ندارد!) حال چون عدد زوج است، رقم ۸ باید یکان باشد و بقیه رقم‌ها ۹، یعنی ۹۹۹۹۹۹۹۹۹۸ و قاعده باقی‌مانده بر ۸ یعنی کافی است سه رقم سمت راست را بر ۸ تقسیم کنیم:

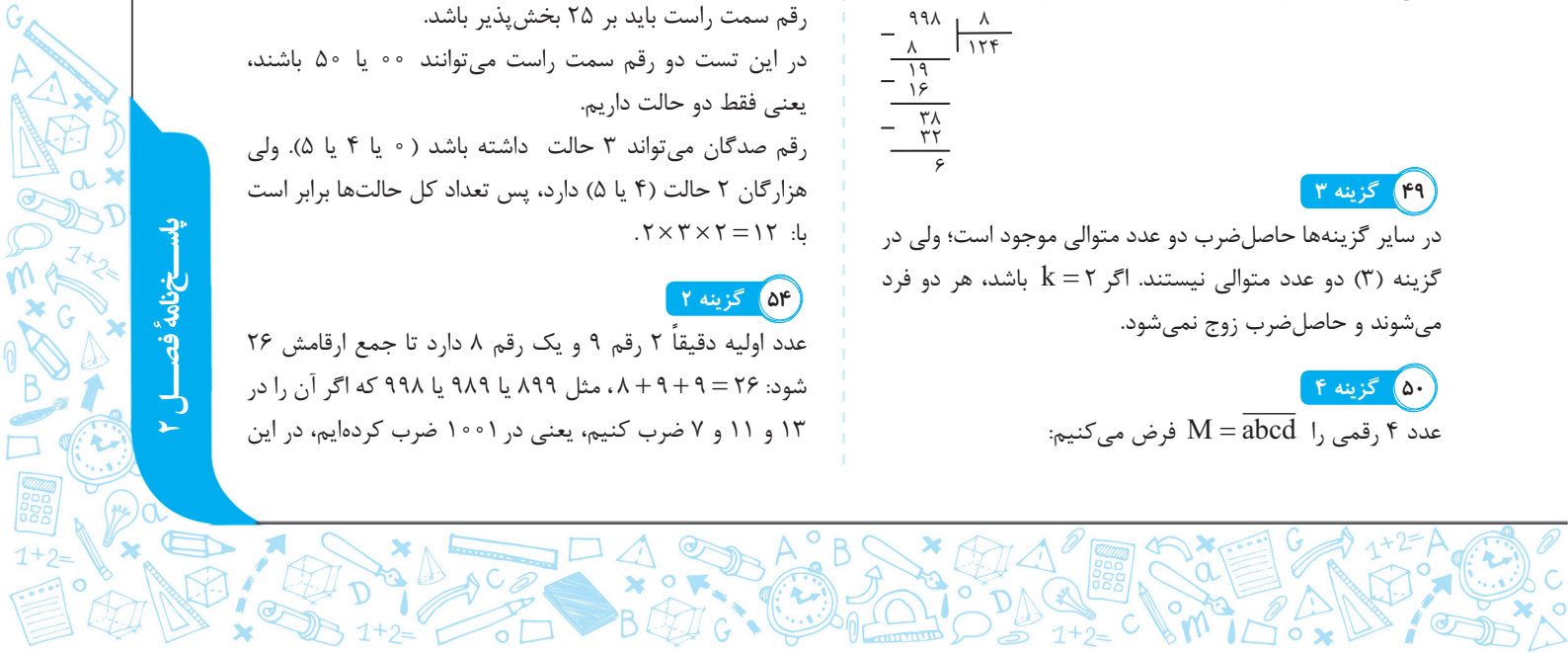
$$\begin{array}{r} 998 \\ 8 \overline{) 124} \\ \underline{8} \\ 19 \\ \underline{16} \\ 38 \\ \underline{32} \\ 6 \end{array}$$

گزینه ۴۹

در سایر گزینه‌ها حاصل ضرب دو عدد متوالی موجود است؛ ولی در گزینه (۳) دو عدد متوالی نیستند. اگر $k = 2$ باشد، هر دو فرد می‌شوند و حاصل ضرب زوج نمی‌شود.

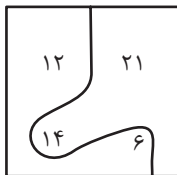
گزینه ۵۰

عدد ۴ رقمی را $M = \overline{abcd}$ فرض می‌کنیم:



گزینه ۱ ۵۹

باید اعدادی انتخاب شوند که در جدول مضرب مشترک نداشته باشند، مثلاً ۳ و ۷ را نمی‌توان انتخاب کرد، چون عدد ۲۱ هم مضرب ۳ است هم مضرب ۷. ولی مضارب ۶ و ۷ را می‌توان به شکل زیر جدا کرد:



گزینه ۳ ۶۰

زیبایی‌ها در ریاضی پقدر، فرق دارد!!! عدد زیبا یعنی این‌ها؟ با توجه به شرایط مسئله، مقسوم‌علیه‌های عدد یا باید همگی زوج باشند که امکان ندارد (چون ۱ مقسوم‌علیه هر عددی هست)، یا همگی باید فرد باشند که امکان دارد! هر عدد فردی تمام مقسوم‌علیه‌هایش فرد است و جمع هر دو مقسوم‌علیه آن عددی زوج است. پس باید اعداد فرد بین ۱ تا ۵۰ را حساب کنیم که ۲۴ تا عدد هست! (خود ۱ را نباید بشماریم).

گزینه ۲ ۶۱

مثال عددی بزنید؛ مثلاً $a = ۵۷$ که در این صورت $b = ۱۲$ و $c = ۳$ و جمع این ۳ تا می‌شود: $۵۷ + ۱۲ + ۳ = ۷۲$ که بر ۳ و ۴ و ۶ بخش‌پذیر است. گزینه درست مشخص نمی‌شود؛ ولی (۱) حذف می‌شود. مثالی دیگر بزنیم:

عدد $a = ۱۹$ ، $b = ۱۰$ ، $c = ۱$. در این صورت داریم:

$$a + b + c = ۱۹ + ۱۰ + ۱ = ۳۰$$

گزینه (۳) حذف می‌شود. اگر $a = ۴۸$ ، $b = ۱۲$ و $c = ۳$

$$a + b + c = ۴۸ + ۱۲ + ۳ = ۶۳$$

گزینه (۴) حذف می‌شود.

راه حل دوم:

باقی‌مانده تقسیم عدد x بر ۳ برابر باقی‌مانده تقسیم مجموع ارقام عدد x بر ۳ است. بنابراین با توجه به این b مجموع ارقام a و c مجموع ارقام b است، نتیجه می‌گیریم «باقی‌مانده تقسیم اعداد a ، b و c بر ۳ یکسان است». یعنی یا هر ۳ برابر صفر یا برابر یک یا برابر دو است و در نتیجه مجموع آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر است.

گزینه ۱ ۶۲

تعداد رقم‌های ۱ باید زوج باشد (تا بر ۱ بخش‌پذیر شود) از طرفی تعداد ۱ها باید مضرب ۹ باشد (تا جمع رقم‌ها بر ۹ بخش‌پذیر شود)، در نتیجه تعداد ۱ها مضرب ۱۸ است، پس:

$$۱۳۹۵ \left| \frac{۱۸}{۷۷} \rightarrow ۷۷ \text{ تا عدد}$$

صورت طبق نکته بعدی، عدد ۳ رقمی کنار خودش تکرار می‌شود

و حتماً ۴ تا ۹ خواهد داشت؛ مثلاً

$$۸۹۹ \times ۹ = ۸۹۹۸۹۹ \quad ۹ \text{ تا } ۴$$

نکته: اگر عددی سه رقمی را در ۱۰۰۱ ضرب کنیم

$$(۱۰۰۱ = ۷ \times ۱۱ \times ۱۳)$$

آن عدد کنار خودش تکرار می‌شود و حاصل عددی ۶ رقمی خواهد بود:

$$\overline{abc} \times ۱۰۰۱ = \overline{abcabc}$$

گزینه ۲ ۵۵

نکته مناسبه باقی‌مانده تقسیم عدد بر ۶ به بود؟ در سامه یارتون هست؟ تکرار قاعده...

۱۳۹۴ بار ۵

$$۵ + ۴(۵ + ۵ + \dots + ۵) = ۵ + ۲۷۸۸۰ = ۲۷۸۸۵$$

$$\Rightarrow ۵ + ۴(۷ + ۸ + ۸ + ۲) = ۱۰۵$$

$$\Rightarrow ۵ + ۴(۱ + ۰) = ۵ + ۴ = ۹ \Rightarrow R = ۳$$

گزینه ۲ ۵۶

با نوشتن اعداد ۱، ۱۱ و ۱۱۱ و ... اولین عددی که بر ۷ بخش‌پذیر می‌باشد عدد ۱۱۱۱۱۱ است، پس اگر تعداد ۱ها مضربی از ۶ باشد، این عدد بر ۷ بخش‌پذیر است. از هر ۶ تا یکی چنین است، پس:

$$\begin{array}{r} ۱۳۹۷ \overline{) ۶} \\ \underline{ ۰} \\ ۲۳۲ \\ \underline{ ۰} \\ ۵ \end{array}$$

گزینه ۴ ۵۷

مثال نقض را برای بقیه گزینه‌ها پیدا می‌کنیم. مثلاً برای گزینه (۱)، اگر ۸ تا عدد ۹ و عدد ۱۸ را فرض کنیم ۹ تا عدد هستند که همگی بر ۹ بخش‌پذیرند؛ ولی میانگین آنها می‌شود $۱۰ = \frac{۸ \times ۹ + ۱۸}{۹}$ که بر ۹ بخش‌پذیر نیست!

برای گزینه (۲) مثال نقض ساده است. ۹ تا عدد ۹ میانگین آنها ۹ است!

برای گزینه (۳) خودتان مثال بزنید.

گزینه (۴) هم که گزینه درست است. مثل $۹ + ۱۸$ (هر دو بخش‌پذیرند) یا $۱۱ + ۷$ (هیچ‌کدام بخش‌پذیر نیستند).

توضیح تکمیلی: اگر از دو عدد فقط یکی بر عدد b بخش‌پذیر باشد، امکان ندارد مجموع یا اختلاف بر b بخش‌پذیر باشد

گزینه ۲ ۵۸

ارقام را برای بخش‌پذیری بر ۹ به دست می‌آوریم، می‌توانیم ۹ تا ۹ تا جمع‌ها را کنار بگذاریم تا سریع‌تر به جواب برسیم. به هر حال رقم * باید ۵ باشد تا عدد حاصل بر ۹ بخش‌پذیر شود.



گزینه ۶۹

با ادامه دادن اعضای دنباله متوجه می‌شویم ۲ تا ۲ تا فرد و زوج هستند: دو تا فرد، دو تا زوج، دو تا فرد، دو تا زوج و ... در این صورت با کمی دقت معلوم می‌شود مضارب ۴ و اعدادی که یک واحد کم‌تر از مضارب ۴ هستند، اعداد زوج‌اند و بقیه فرد هستند. پس ۳۵ آمین عدد هم زوج است؛ چون از ۳۶ که مضرب ۴ است، یک واحد کم‌تر دارد.

گزینه ۷۰

عدد حاصل ۲۵۰ تا عدد ۲۰۰۸ است که در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. چون حداکثر رقم‌ها را می‌خواهیم حذف کنیم، اولویت با حذف رقم‌های ۲ و صفر است و نگه داشتن رقم‌های ۸ در عدد است، از طرفی: $۲۵۰ \times ۸ = ۲۰۰۸$. یعنی ۲۵۰ تا ۸ نگه داریم و ۴ تا رقم ۲ که جمع آنها ۲۰۰۸ شود و بقیه را حذف می‌کنیم: $۱۰۰۰ - (۲۵۰ + ۴) = ۷۴۶$.

گزینه ۷۱

اگر دنباله‌ای تشکیل دهیم که تعداد تکه‌های کاغذ را در هر مرحله بنویسیم؛ سؤال ساده می‌شود: $۱, ۷, ۱۳, ۱۹, \dots$ تمام اعداد این دنباله که ۶ تا ۶ تا اضافه می‌شوند، بر ۶ باقی‌مانده ۱ دارند؛ یعنی به شکل $۶k + ۱$ هستند. گزینه‌های (۱) و (۳) و (۴) چنین‌اند و فقط عدد ۹۵ بر ۶ باقی‌مانده‌اش ۱ نیست.

گزینه ۷۲

این عدد تشکیل شده از یک رقم ۱ و کلی صفر! و رقم یکان ۲ است، پس عدد زوجی است که جمع ارقام آن ۳ است، یعنی بر ۶ بخش‌پذیر است.

گزینه ۷۳

باید دید عددی که به شکل $۱۱۱۱\dots ۱$ بر ۹ بخش‌پذیر است، چند رقمی است؟ واضح نیست که باید ۹ رقمی باشد؟
پس عدد ۹ رقمی ۱۱۱۱۱۱۱۱ را بر ۹ تقسیم می‌کنیم:
 $۱۱۱۱۱۱ \div ۹ = ۱۲۳۴۵۶۷۹$
 $- + - + - + - + -$
 $۱۲۳۴۵۶۷۹ \Rightarrow (۹ + ۶ + ۴ + ۲) - (۷ + ۵ + ۳ + ۱) = ۵$
باقی‌مانده بر ۹:

گزینه ۷۴

اعداد $۹۹ - ۱ = ۱۰^۲ - ۱ = ۹۹۹۹$ و $۱۰^۴ - ۱ = ۹۹۹۹$ و ... بر ۱۱ بخش‌پذیرند؛ ولی $۹۹۹ - ۱ = ۱۰^۳ - ۱$ و $۱۰^۵ - ۱$ بر ۱۱ بخش‌پذیر نیستند؛ پس $۱۰^m - ۱$ وقتی بر ۱۱ بخش‌پذیر است که m زوج باشد.

گزینه ۶۳

اینکه فقط رقم‌ها صفر و یک هستند، خیلی عدد را مشخص می‌کند! بخش‌پذیری بر ۲۲۵ یعنی بخش‌پذیری بر ۹ و ۲۵ ($۹ \times ۲۵ = ۲۲۵$)، پس ۲ رقم سمت راست باید هر دو صفر باشند و بقیه رقم‌ها هم حداقل ۹ تا ۱ نیاز است؛ (تا بر ۹ بخش‌پذیر شود). یعنی عدد ۱۱ رقمی و به شکل ۱۱۱۱۱۱۱۱۱۰۰ است.

گزینه ۶۴

یعنی مضارب ۴ رقمی ۲۰۰۶ که ارقام متمایز داشته باشد، خود ۲۰۰۶ که نیست، چون دو رقم صفر دارد:
 $۲۰۰۶ \times ۲ = ۴۰۱۲$ ✓
 $۲۰۰۶ \times ۳ = ۶۰۱۸$ ✓
 $۲۰۰۶ \times ۴ = ۸۰۲۴$ ✓
 $۲۰۰۶ \times ۵ = ۱۰۰۳۰$ ✗
یعنی تنها سه عدد چنین شرایطی دارند.

گزینه ۶۵

هر ۶ رقم این عدد فرد هستند که جمع آنها زوج می‌شود و ضربشان فرد! پس نمی‌تواند ۶ رقم متمایز داشته باشد. هیچ رقم زوجی هم نمی‌تواند داشته باشد! مثال ۱۳۵۷۹۱

گزینه ۶۶

چون ادعایش نادرست است، پس عدد a یا مضرب ۲ یا مضرب ۵ نیست؛ یعنی هیچ‌گاه چنین عددی مضرب ۱۰ نیست، پس گزینه (۳) درست است.

گزینه ۶۷

می‌دانیم $۲۰۰۲ = ۲ \times ۱۰۰۱ = ۲ \times ۷ \times ۱۱ \times ۱۳$ پس عدد ۲۰۰۲ بر ۷ و ۱۳ و ۱۱ و ۱۴ بخش‌پذیر است. پس گزینه (۱) و (۲) و (۴) می‌توانند مقدار ۲۰۰۲ باشند؛ چون:
مضرب ۷ است $۷a + ۷b = ۷(a + b)$
مضرب ۱۳ است $۱۳a + ۱۳b = ۱۳(a + b)$
مضرب ۱۱ است $۱۱(۲a + b)$
گزینه ۳: $۱۷a + ۱۷b$ را به شکل $۱۷(a + b)$ می‌توان نوشت که بر ۱۷ بخش‌پذیر است؛ ولی ۲۰۰۲ بر ۱۷ بخش‌پذیر نیست.

گزینه ۶۸

از روی یکان عدد باید تشخیص دهیم. در گزینه (۱) یکان صفر است، در گزینه (۲) یکان ۵ است. $(۳^۲ - ۲^۲ = ۹ - ۴ = ۵)$ و در گزینه (۳) یکان صفر است. $(۳^۲ + ۱^۲ = ۱۰)$ ، ولی در گزینه (۴) یکان ۳ است. $(۳^۲ + ۲^۲ = ۱۳)$

به همین ترتیب نشان دهید $1 + 10^n$ وقتی بر ۱۱ بخش پذیر است که n فرد باشد.

۷۵ گزینه ۳

در این اعداد حداکثر باید یکی بر ۳ بخش پذیر باشد و آنهایی که بر ۳ بخش پذیر نیستند، همگی می‌توانند در این حاصل ضرب حضور داشته باشند. $(\frac{1}{3} \times 100 = 33\frac{1}{3})$ در کل سی و سه عدد بر ۳ بخش پذیرند که همه آنها را (به جز یکی مانند ۳ نه ۹) کنار می‌گذاریم؛ یعنی ۳۲ تا عدد را کنار می‌گذاریم.

پس $68 = 32 - 100 + 68$ عدد می‌تواند در هم ضرب شده باشد و حاصل بر ۱۸ بخش پذیر نباشد.

۷۶ گزینه ۳

اعداد اول کم‌تر از ۲۰، هشت تا هستند، ۴ تا یک‌رقمی و ۴ تا دورقمی:

$$2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 = 77$$

۷۷ گزینه ۴

باید اعداد اول دو رقمی را بررسی کنیم؛ قبل از آن چند گروه را حذف می‌کنیم، آنهایی که دهگان زوج دارند و آنهایی که دهگانشان ۵ است (چرا؟)، پس این اعداد عبارت‌اند از:

$$\begin{array}{cccc} 11, & 13, & 17, & 19 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 31 & 71 & 73 & 97 \end{array}$$

۷۸ گزینه ۱

ابتدا ۱۲۳۲۱ و ۱۱۲۱۱ را بررسی می‌کنیم که چون جمع ارقام آنها بر ۳ بخش پذیر است، اول نیستند. رقم یکان ۱۷ به توان هر عددی، فرد می‌شود که اگر با ۱ جمع شود، عددی زوج به‌دست می‌آید؛ یعنی رقم یکان $1 + 17^{17}$ زوج بوده و در نتیجه بر ۲ بخش پذیر است و عددی اول نیست. فقط عدد 1409 اول است؛ زیرا بر هیچ یک از اعداد اول کوچکتر از مجذور خودش بخش پذیر نیست.

۷۹ گزینه ۲

اعداد ۱، ۲، ۱۱، ۱۰۱ اعداد اول هستند. 1001 اول نیست.

$$(1001 = 7 \times 11 \times 13)$$

۸۰ گزینه ۳

واقعا گل‌دباغ عجب مرس زره، هیچ ریاضی‌دان توانسته اثباتش کنه،

اصطلاحاً هر روز ۲۰۰ سالی از عرس او گذشته و دو سال پیش یک دانشجو اثباتی برای عرس گل‌دباغ نوشت که یک ایراد داشت و پذیرفته نشد!
۳ حالت $\Rightarrow 23 + 17 = 29 + 11 = 37 + 3 = 40$

۸۱ گزینه ۴

اگر بخواهیم اعداد فرد را به شکل مجموع دو عدد اول بنویسیم، حتماً باید یکی از آنها فرد و دیگری زوج باشد. می‌دانیم تنها عدد اول زوج عدد ۲ است، پس باید بنویسیم $2003 = 2 + 2001$ ، ولی متأسفانه 2001 عدد اول نیست! و کلاً این کار برای 2003 غیر ممکن است!

۸۲ گزینه ۴

در میان اعداد کوچک‌تر از ۱۰۰، فقط عدد ۲۰ و ۱۱ و ۲ هستند که جمع ارقام آنها ۲ می‌شود و فقط عدد ۲۰ می‌ماند. پس گزینه (۴) درست است!

۸۳ گزینه ۳

به کمک فاکتوریل می‌توان هر تعداد عدد متوالی مرکب نوشت. مثلاً برای نوشتن ۵ عدد مرکب متوالی از ۶! استفاده می‌کنیم، $2! + 3! + 6! + \dots + 6!$. عدد صفر زوج است!

گزینه ۳: تنها عدد زوج اول عدد ۲ است که یک رقم دارد.

گزینه ۴: بله می‌توان پیدا کرد، عدد ۱۱!

۸۴ گزینه ۳

اعداد مورد نظر عبارت‌اند از: ۲۳، ۳۷، ۵۳، ۷۳، یعنی ۴ عدد.

۸۵ گزینه ۱

اگر مجموع مجذور دو عدد اول فرد باشد، باز هم یکی زوج و یکی فرد است و زوج اول هم که فقط ۲ است:

$$\text{پس دو عدد } 17 \text{ و } 2 \text{ هستند: } 17^2 = 289 = ? \Rightarrow ? + 2^2 = 293$$

$$\Rightarrow 361 = 19^2 = (17 + 2)^2: \text{مجذور مجموع دو عدد}$$

۸۶ گزینه ۴

اگر a و b هر دو فرد باشند، آن‌گاه عدد زوج $a + b$ نمی‌تواند اول باشد زیرا تنها عدد اول زوج ۲ است؛ پس $b = 2$ است.

از بین هر سه عدد فرد متوالی $a - 2$ ، a و $a + 2$ یکی مضرب ۳ است و تنها عدد اول مضرب ۳ خود ۳ می‌باشد.

پس $a - 2 = 3$ و در نتیجه $a = 5$ است.

تنها اعداد اولی که در این شرایط صدق می‌کنند، ۲ و ۵ هستند (۲ و ۵ و ۵ + ۲ و ۵ همگی اول هستند). حالا مجموع چهار عدد را

حالا امتحان می‌کنیم، بعد از عدد ۷ عدد اول ۱۱ است و جمع ۹ عدد متوالی احتمال می‌دهیم از ۱۰۰ بیشتر شود. پس از ۵ شروع می‌کنیم:

$$\begin{cases} 5+7+11+13+17+19+23+29+31 > 100 \\ 2+3+5+7+11+13+17+19+23 = 100 \end{cases}$$

۹۲ گزینه ۲

اعداد طبیعی اول را به جای a جای گذاری می‌کنیم:

- $a = 2 \Rightarrow 4a + 1 = 4 \times 2 + 1 = 9$ ✗
- $a = 3 \Rightarrow 4 \times 3 + 1 = 13$ ✓
- $a = 5 \Rightarrow 4 \times 5 + 1 = 21$ ✗
- $a = 7 \Rightarrow 4 \times 7 + 1 = 29$ ✓
- $a = 11 \Rightarrow 4 \times 11 + 1 = 45$ ✗
- $a = 13 \Rightarrow 4 \times 13 + 1 = 53$ ✓
- $a = 17 \Rightarrow 4 \times 17 + 1 = 69$ ✗
- $a = 19 \Rightarrow 4 \times 19 + 1 = 77$ ✗
- $a = 23 \Rightarrow 4 \times 23 + 1 = 93$ ✗

۹۳ گزینه ۱

این عدد ۱۲۱ است؛ چون نمی‌تواند مضرب ۲، ۳، ۵ و ۷ باشد، باید مضرب ۱۱ باشد و چون کوچک‌ترین عدد را می‌خواهیم 11×11 را به دست می‌آوریم که ۱۲۱ است و جمع ارقامش ۴ می‌شود.

۹۴ گزینه ۲

جمع سه عدد اول عددی فرد شده است، باید هر سه عدد فرد باشند، یا دو تا زوج و یکی فرد (که امکان ندارد) پس، هر سه عدد فرد هستند و چون می‌خواهیم b بیشترین مقدار باشد، a را کوچک‌ترین مقدار در نظر می‌گیریم و در حالت‌های مختلف b, a و c را به دست می‌آوریم:

$$a = 3 \Rightarrow b + c = 68 = 7 + 61 = 31 + 37 \Rightarrow$$

$31 =$ بزرگترین b ممکن

$$a = 5 \Rightarrow b + c = 66 = 7 + 59 = 13 + 53$$

$$\Rightarrow 19 + 47 = 23 + 43 = 29 + 37 \Rightarrow$$

$29 =$ بزرگترین b ممکن

$$a = 7 \Rightarrow b + c = 64 = 11 + 53 =$$

$$\Rightarrow 17 + 47 = 23 + 41 \Rightarrow$$

$23 =$ بزرگترین b ممکن

هر چه a بزرگ‌تر باشد، جمع b و c کوچک‌تر می‌شود و اعداد اول کوچک‌تری به ما می‌دهد؛ پس همان $b = 31$ بزرگ‌ترین مقدار ممکن است. (توجه کنید با توجه به $b < c$ پس $b + c < 2b$ که برای $b + c$ های از ۶۴ کمتر، $b = 31$ نخواهد داد زیرا $62 = 2 \times 31$).

به دست می‌آوریم:

$$2 + 5 + 3 + 7 = 17$$

۸۷ گزینه ۴

سؤال ۷۹ را هم ببینید ثواب دارا!

برای این سؤال هم فقط کافی است کمی بر اعداد اول مسلط باشید و دیگر آن که مطمئن باشید، حتماً از بین p و q یکی باید عدد ۲ باشد (چرا؟) آنها را لیست می‌کنیم:

$$2 + 3 = 5, 2 + 5 = 7, 2 + 11 = 13, 2 + 17 = 19$$

$$2 + 29 = 31, 2 + 41 = 43$$

که در کل برای ۲، ۶ مقدار مختلف وجود دارد.

۸۸ گزینه ۲

اعداد ۱ تا ۶ را جای گذاری می‌کنیم و نتایج را بررسی می‌کنیم که چندتا غیر اول هستند:

$$1 \rightarrow \begin{cases} 1 \times 6 + 1 = 7 \\ 1 \times 6 - 1 = 5 \end{cases} \quad 2 \rightarrow \begin{cases} 2 \times 6 + 1 = 13 \\ 2 \times 6 - 1 = 11 \end{cases}$$

$$3 \rightarrow \begin{cases} 3 \times 6 + 1 = 19 \\ 3 \times 6 - 1 = 17 \end{cases} \quad 4 \rightarrow \begin{cases} 4 \times 6 + 1 = 25 \quad \times \\ 4 \times 6 - 1 = 23 \end{cases}$$

$$5 \rightarrow \begin{cases} 5 \times 6 + 1 = 31 \\ 5 \times 6 - 1 = 29 \end{cases} \quad 6 \rightarrow \begin{cases} 6 \times 6 + 1 = 37 \\ 6 \times 6 - 1 = 35 \quad \times \end{cases}$$

این دستگاه دو عدد ۲۵ و ۳۵ را به اشتباه عدد اول معرفی می‌کند (با ورودی از ۱ تا ۶)، بنابراین گزینه ۲ درست است.

۸۹ گزینه ۲

برای شروع عدد ۲ را جای گذاری می‌کنیم.

$$p^4 + 1 = 16 + 1 = 17 \text{ اول}$$

ولی برای سایر اعداد اول، چون همگی فرد هستند، $p^4 + 1$ عددی زوج می‌شود و امکان ندارد اول شود! پس فقط $p = 2$ جواب صحیح است.

۹۰ گزینه ۲

فقط ادعای اول درست است. هیچ عدد ۴ رقمی اول وجود ندارد که جمع ارقامش ۲ باشد (عدد 1001 اول نیست! $13 \times 77 = 1001$) اگر جمع ارقام عددی زوج باشد، آن عدد ممکن است اول باشد، مثل ۱۱، ۱۳ و ۱۹ و ...

۹۱ گزینه ۴

چون ۹ عدد اول متوالی هستند، پس گزینه (۲) و (۳) حذف هستند، چرا که کوچک‌ترین عدد یا بزرگ‌ترین عدد در بین گزینه‌ها جواب درست است.

راه حل دوم:

اگر b هر کدام از اعداد ۶۷، ۳۷ یا ۶۱ (گزینه‌های ۱، ۳ و ۴) بخواهد باشد، آن‌گاه با فرض $b < c$ ، مجموع $b + c$ بیش از ۷۱ ($۲ \times ۳۷ = ۷۴$) خواهد بود؛ بنابراین تنها گزینه (۲) امکان پذیر است که حالت $b = ۳۱$ ، $c = ۳۷$ و $a = ۳$ ایجاد می‌شود.

گزینه ۹۵

گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم باید به ازای n جای گذاری شده هم $n - ۲$ مرکب باشد هم $n + ۲$ و یا هر دو اول باشند:

$$n = ۱۹ \Rightarrow n + ۲ = ۲۱, n - ۲ = ۱۷ \quad \times$$

$$n = ۲۱ \Rightarrow \text{اول نیست}$$

$$n = ۲۹ \Rightarrow n + ۲ = ۳۱, n - ۲ = ۲۷ \quad \times$$

$$n = ۳۷ \Rightarrow n + ۲ = ۳۹, n - ۲ = ۳۵ \quad \checkmark \text{ هر دو مرکب}$$

گزینه ۹۶

$a - b$ و c باید فرد باشند تا ضرب آنها هم فرد باشد. از طرفی اختلاف دو عدد اول فرد نمی‌شود؛ مگر آنکه یکی زوج (۲) و دیگری فرد باشد؛ پس $b = ۲$ (اگر $a = ۲$ باشد، حاصل $a - b$ منفی می‌شود، در صورتی که طبق صورت سؤال حاصل باید طبیعی شود).

گزینه ۹۷

با جای گذاری، ساده‌ترین اعداد اول ۲ و ۳ معلوم می‌شود که $p = ۳$ و $q = ۲$ جواب‌های قابل قبول این رابطه هستند، پس:

$$p^2 + q = 3^2 + 2 = 9 + 2 = 11 \Rightarrow \begin{array}{r} 11 \overline{) 5} \\ 10 \\ \hline 1 \end{array} \rightarrow \boxed{R=1}$$

تذکر: این سوال جواب دیگری برای p و q ندارد. زیرا اگر p و q هر دو فرد باشند، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم p^2 و q^2 بر ۴ برابر می‌شود و در نتیجه باقی‌مانده تقسیم $p^2 - 2q^2$ بر ۴ برابر $-1 = (1 - 2 \times 1)$ یعنی ۳ می‌شود نه ۱.

گزینه ۹۸

تقریباً واضح است که در فاصله ۲ تا ۱۱ فشردگی اعداد اول از همه جا بیشتر است: $۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱ \Rightarrow$ ۵ تا عدد اول
بیش از ۵ تا امکان ندارد؛ چون در هر ۱۰ عدد متوالی دیگر قطعاً ۵ تا زوج که اول نیستند، کنار می‌روند و در بین ۵ تا عدد فرد دیگر، حتی اگر همگی اول باشند (که نیستند)، باز هم ۵ تا بیشتر نیست.

گزینه ۹۹

اعداد «بسیار اول» سه رقمی را باید با ترکیب همین اعداد ۲ رقمی «بسیار اول» بسازیم. (چرا؟) بنابراین تمام ترکیبات ممکن این ۴

عدد را می‌نویسیم و اول بودن آنها را بررسی می‌کنیم:

$$۲۳, ۳۷ \Rightarrow ۲۳۷ \quad \times \text{ بر } ۳ \text{ بخش پذیر}$$

$$۵۳, ۳۷ \Rightarrow ۵۳۷ \quad \times \text{ بر } ۳ \text{ بخش پذیر}$$

$$۷۳, ۳۷ \Rightarrow ۷۳۷ \quad \times \text{ بر } ۱۱ \text{ بخش پذیر}$$

$$۳۷, ۷۳ \Rightarrow ۳۷۳ \quad \text{عدد اول}$$

پس تنها عدد بسیار اول سه رقمی ۳۷۳ است.

گزینه ۱۰۰

دو طرف تساوی $a + b + c = ۷۸$ و $a - b - c = ۴۰$ را با هم جمع می‌زنیم:

$$(a + b + c) + (a - b - c) = ۷۸ + ۴۰$$

$$\Rightarrow 2a = ۱۱۸ \Rightarrow a = ۵۹$$

$$a + b + c = ۷۸ \Rightarrow ۵۹ + b + c = ۷۸$$

$$\Rightarrow b + c = ۱۹ \Rightarrow c = ۲, b = ۱۷$$

$$abc = 2 \times 17 \times 59 = 2006$$

گزینه ۱۰۱

با رد گزینه این تست را حل می‌کنیم. اگر رقم ۷ باشد، عدد بر ۱۹۷ بخش پذیر می‌شود و اول نیست. اگر رقم ۹ باشد، عدد ۱۹۹۰۰۰ بر ۱۹۷ بر ۱۱ بخش پذیر می‌شود، پس گزینه (۴) درست است. رقم ۵ نیز که واضح است نادرست است.

گزینه ۱۰۲

از آنجا که a, b, c هر سه اول و a و c بر ۳ و b بر ۳۹، پس $b = ۳$ (چون در هر دو مشترک است) و a و c دو عدد ۷ و ۱۳ هستند، پس:

$$a - b + c = (a + c) - b = (7 + 13) - 3 = 17$$

گزینه ۱۰۳

واضح است که عدد زوج از بقیه زودتر خط می‌خورد؛ چون ابتدا مضارب ۲ را خط می‌زنیم؛ بعد مضارب (۳) را (عدد ۳۸۰۱) و سپس مضارب سایر اعداد اول به ترتیب از کوچک به بزرگ. عدد ۴۱۴۱ را به شکل ۴۱×۱۰۱ می‌نویسیم؛ یعنی این عدد در مضارب ۴۱ خط خواهد خورد. واضح است عدد ۳۵۵۳ بر ۱۱ بخش پذیر است و قطعاً عدد ۴۱۴۱ آخرین عدد در بین این ۴ عدد خواهد بود!

گزینه ۱۰۴

وقتی می‌خواهیم مضارب یک عدد اول را در روش غربال خط بزنیم، اولین مضرب، مجذور خود عدد است و مضارب بعدی، مضارب اول آن عدد هستند، یعنی اولی ۱۹×۱۹ و دومی حاصل ضرب ۱۹ در عدد اول بعدی است، یعنی ۱۹×۲۳ .

$11 \times 11 = 121$ است؛ پس اگر جدولی تا عدد ۱۲۰ داشته باشیم، نیازی به خط زدن مضارب ۱۱ نیست.

۱۱۱ گزینه ۲

باید دید چند عدد مضرب ۵ وجود دارد که نه بر ۲ بخش پذیر هستند نه بر ۳.

می‌دانیم 40 تا مضرب ۵ وجود دارد ($40 \div 5 = 8$) حالا باید دید چه تعدادی مضرب ۲ یا ۳ هستند: این ۶ عدد مشترک هستند:

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 2} \\ \underline{20} \\ 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \overline{) 3} \\ \underline{13} \\ 27 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 34 \end{array}$$

این شش عدد مشترک هستند

تعداد مضارب ۵ که بر ۲ یا ۳ بخش پذیرند. $20 + 13 - 6 = 27$.
تعداد مضارب ۵ که بر ۲ و ۳ بخش پذیر نیستند.

$$40 - 27 = 13$$

توجه کنید فقط 5×1 خط نمی‌خورد پس ۱۲ عدد می‌شود!

۱۱۲ گزینه ۱

مضربی از ۱۷ که خط می‌خورند را لیست می‌کنیم:

$$17 \times 17 = 289 \quad \checkmark$$

$$17 \times 19 = 323 \quad \checkmark$$

$$17 \times 23 = 391 > 400 \quad \times$$

یعنی فقط دو عدد ۲۸۹ و ۳۲۳ در مضارب ۱۷ خط می‌خورند.

۱۱۳ گزینه ۴

عدد ۱۰۲ نمی‌تواند آخرین عدد باشد؛ چون جدولی که تا ۱۰۲ عدد داشته باشد و ۱۰۲ مضرب ۲ خط خورده باشد، کلی مضارب ۳ و ۵ را ۷ نیز باید خط بزند!

عدد ۲۳۱ نیز در مضارب ۳ خط می‌خورد و همان داستان ۱۰۲ را باز هم داریم.

عدد ۱۸۷ هم در مضارب ۱۱ خط می‌خورد و مضارب ۱۳ در جدول هست (۱۶۹) که باید خط بخورد!

می‌ماند ۱۴۳ که پاسخ صحیح است. این عدد در مضارب ۱۱ خط می‌خورد ($11 \times 13 = 143$) و چون $143 > 169 = 13 \times 13$ نیاز به خط زدن مضارب ۱۳ نیست!

۱۱۴ گزینه ۱

تا رسیدن به ۵۵ کل مضارب ۲ و عدد ۱ (کلاً ۱۰۰ عدد) به علاوه مضارب فرد عدد ۳ خط می‌خورند، (در کل ۶۶ تا مضرب داریم: $66 = 3 \div 200$ که نصف آنها فردند) یعنی ۳۳ تا مضرب فرد ۳ داریم که به جز عدد ۳ بقیه را خط می‌زنیم، یعنی ۳۲ تا عدد، پس

دلیل آن واضح است، مضارب قبلی در اعداد اول قبلی خط خورده‌اند. مثلاً 19×20 در مضارب ۲ خط خورده است و 19×21 در مضارب ۳ و ...

۱۰۵ گزینه ۱

عدد ۱ که اولین عدد خط خورده است، از ۱ تا ۴۰ هم ۲۰ تا عدد زوج داریم که به جز ۲ بقیه (۱۹ تا عدد) خط می‌خورند؛ یعنی تا اینجا ۲۰ عدد خط خورده‌اند. مضارب فرد عدد ۳ هم در سری بعدی خط می‌خورند که ۶ تا عدد بیشتر نیستند.

$$9, 15, 21, 27, 33, 39$$

عدد بعدی اولین عدد در مضارب ۵ است که بیست و هفتمین عدد می‌شود یعنی عدد ۲۵.

۱۰۶ گزینه ۱

مشابه قبلی اگر عدد ۱ و اعداد زوج (به جز ۲) را خط بزنیم ۵۰ تا عدد خط می‌خورد، عدد پنجاه و یکم اولین عدد فرد مضرب ۳ یعنی ۹ است. (عدد ۶ و سایر مضارب زوج ۳ در مضارب ۲ در مرحله قبل خط خورده‌اند).

۱۰۷ گزینه ۳

اولین مضرب هر عدد اولی که در جدول خط می‌خورد، مجذور آن عدد است و اگر مجذورش در جدول نباشد؛ یعنی غربال در مرحله قبل تمام شده است. $11^2 = 121$ در جدول نیست و عدد اول قبلی ۷ است، یعنی آخرین عددی که مضاربش را در جدول خط می‌زنیم عدد ۷ است.

۱۰۸ گزینه ۳

با توجه به اینکه $961 = 31^2$ و عدد اول بعدی ۳۷ است و $1369 = 37^2$ و ۱۳۶۹ در جدول نیست، پس آخرین عددی که مضاربش خط می‌خورد عدد ۳۱ است. همچنین دقت کنید که مضارب اول ۳۱ به ترتیب خط می‌خورند و مضرب بعدی ۳۱ (بعد از ۹۶۱) عدد $1147 = 31 \times 37$ است که از ۱۰۰۰ بیشتر است؛ پس همان ۹۶۱ آخرین عددی است که در جدول خط می‌خورد.

۱۰۹ گزینه ۳

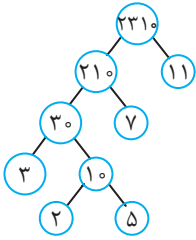
می‌دانیم $13 \times 13 = 169$ و مضارب بعدی، مضارب اول بعد از ۱۳ هستند، یعنی 13×17 و 13×19 و ... یعنی بعد از ۱۶۹ عدد ۲۲۱ خط می‌خورد:

$$13 \times 17 = 221$$

۱۱۰ گزینه ۳

اولین عدد دو رقمی ۱۱ است که اولین مضرب آن برای خط زدن

در نظر گرفت. مثل اعداد نمودار مقابل که عوامل اول آن ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ است.



۱۲۰ گزینه ۲

عدد حاصل نمی‌تواند مضرب ۵ باشد، پس گزینه (۱) حذف می‌شود.

همچنین نمی‌تواند مضرب ۳ باشد، پس گزینه (۳) هم حذف می‌شود. گزینه (۲) و (۴) را بررسی می‌کنیم:

۵ عدد برای ۵ دانش‌آموز:

$$256 = 2^8 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = (4)(4)(4)(2)(2) = 256$$

ولی عدد ۲۰۴۸ برابر است با 2^{11} و حاصل ضرب اعداد ۵ کودک حداکثر 4^5 یا 2^{10} است و نمی‌تواند 2^{11} شود.

۱۲۱ گزینه ۴

تجزیه هر عدد را به دست می‌آوریم و تمام تلاشمان را می‌کنیم تا به ضرب ۴ عدد طبیعی متمایز بزرگ‌تر از ۱ تبدیل شود!

۴ تا نمی‌شود \times $124 = 2^2 \times 31 = 2 \times 2 \times 31$ (۱)

نمی‌شود \times $108 = 2^2 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 6 \times 3 \times 3$ (۲)

نمی‌شود \times $2187 = 3^7 = 3^1 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$ (۳)

✓ $(4) 2025 = 5^2 \times 3^4 = 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3^2 = 5 \times 15 \times 3 \times 9$

۱۲۲ گزینه ۱

عدد 60060 را تجزیه می‌کنیم و سعی می‌کنیم از آنها اعداد بین ۶ تا ۱۹ را خارج کنیم (انگلیسی‌ها از ۶ سالگی تا ۱۷ سالگی به

مدرسه می‌روند)

$$60060 = 2^2 \times 5 \times 3 \times 7 \times 11 \times 13$$

$$= (2 \times 3) \times (2 \times 5) \times 7 \times 11 \times 13$$

$$= 6 \times 7 \times 10 \times 11 \times 13$$

$$\Rightarrow \text{جمع} = 6 + 7 + 10 + 11 + 13 = 47$$

۱۲۳ گزینه ۳

اشتمالاً فوتون درس زبرد که راه این سؤال هم تیزه‌گزینه‌هاست!

وگرنه به عقل فوردم شک می‌کردم!

(۱): $72 = 2^3 \times 3^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ✓

سراغ مضرب ۵ می‌رویم: ۲۵، ۳۵ و ۵۵ اعدادی هستند که در مضرب ۵ خط می‌خورند. یعنی کلاً تعداد اعداد خط خورده برابر است با:

$$100 + 32 + 3 = 135$$

۱۱۵ گزینه ۳

به کمک اعداد فرد اول این اعداد را لیست می‌کنیم:

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3 \times 3 \times 5 = 45$$

$$3 \times 3 \times 7 = 63$$

$$3 \times 3 \times 11 = 99$$

$$3 \times 5 \times 5 = 75 \Rightarrow \text{یعنی ۵ عدد}$$

۱۱۶ گزینه ۴

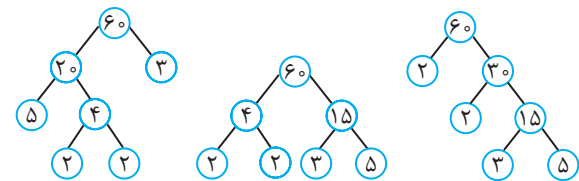
عدد 504 را تجزیه می‌کنیم:

$$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7 = (2 \times 3 \times 7) \times (2 \times 3 \times 2) = 42 \times 12$$

عدد را به ۲ دسته تقسیم کردیم به طوری که 2×3 در هر دو دسته باشد؛ دو عدد ۴۲ و ۱۲ بودند که عدد بزرگ‌تر ۴۲ بود.

۱۱۷ گزینه ۳

به شکل‌های زیر می‌توان 60 را تجزیه کرد.

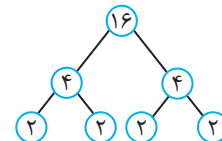


ولی شکل (د) ایجاد نمی‌شود.

راه سریع‌تر: در (الف) و (ب) و (ج) ، ۷ دایره خالی در هر سه شکل مشترک است، ولی شکل (۶) دارای ۹ دایره خالی است که با بقیه متفاوت است و یا در شکل‌های (الف) ، (ب) و (ج)، در نهایت به ۴ عدد اول در پایین‌ترین شاخه نمودار می‌رسیم. اما در شکل (د) به ۵ عدد اول!

۱۱۸ گزینه ۲

برای آنکه کوچک‌ترین عدد تولید شود، باید تمام عوامل اول را ۲ در نظر بگیریم و در جدول عدد مورد نظر به دست می‌آید.



۱۱۹ گزینه ۳

در هر قسمت که دو شاخه می‌شود، می‌توان یک عامل اول متفاوت

$$= \frac{5}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = 3$$

گزینه ۳ ۱۳۶

تجزیه هر عدد را به دست می آوریم:

$$101101 = 101 \times 1001 = 101 \times 7 \times 11 \times 13$$

$$1010 = 101 \times 10 = 101 \times 2 \times 5$$

$$\text{سه رقمی} = 101 \Rightarrow (101101, 1010) = 101 = \text{ب. م. م.}$$

گزینه ۱ ۱۳۷

دو عدد متباین اند (هیچ مقسوم علیه مشترکی به جز ۱ ندارند!) پس ب. م. م. ۱ است.

گزینه ۱ ۱۳۸

ب. م. م. یعنی حاصل ضرب عوامل مشترک با کمترین توان:

$$(A, B) = (2^{n-1} \times 3^2 \times 5^{m+1}, 3 \times 2^{n+1} \times 5^{2m+1})$$

$$= 2^{n-1} \times 3^1 \times 5^{m+1} = 30$$

$$\Rightarrow 2^{n-1} \times 5^{m+1} = 2^1 \times 5^1$$

$$\Rightarrow n-1=1, m+1=1 \Rightarrow n=2, m=0$$

$$m+n=2+0=2$$

گزینه ۲ ۱۳۹

ب. م. م. دو عدد ۱ باشد، یعنی متباین اند. عدد ۴۲ را می توان به حالت های زیر به شکل حاصل ضرب دو عدد متباین نوشت:

$$1 \times 42, 2 \times 21, 3 \times 14, 6 \times 7$$

حاصل جمع ها در این حالت ها برابر است با ۴۳، ۲۳، ۱۷ و ۱۳ که

کمترین مقدار حاصل جمع برابر با ۱۳ است: $(7+6=13)$

گزینه ۴ ۱۴۰

چون عدد B فقط عامل ۲ دارد، کافی است فقط تعداد عامل ۲ را در عدد A به دست آوریم:

اعداد زوج عبارتند از: $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10$ که اگر عوامل ۲ را

جدا کنیم، می شود $2^1 \times 2^2 \times 2^1 \times 2^3 \times 2^1$ یعنی 2^8 ، پس ب. م. م. دو عدد همین 2^8 است.

$$(2^8, 2^{10}) = 2^8$$

گزینه ۳ ۱۴۱

a بر b بخش پذیر باشد، a^n بر b^n نیز بخش پذیر است و چون b^m بر b^n بخش پذیر است $(m < n)$ ، پس a^n بر b^m نیز بخش پذیر است، پس:

$$(a^n, b^m) = b^m$$

و گزینه (۴) رد می شود، چون جمع دو عدد می تواند ۱۰۵ باشد.

$$2^5 \times 3^3 = 32 \times 3 \times 3^2 = 96 \times 9 \Rightarrow 96 + 9 = 105$$

گزینه ۲ ۱۳۲

حاصل ضرب اعداد اول ۲ تا ۱۰۰ را با A نشان می دهیم.

$$A = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times \dots \times 97$$

در نتیجه:

$$A + 21 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times 97 + 21, 21 = 3 \times 7$$

$$\Rightarrow A + 21 = 3 \times 7 (2 \times 5 \times 11 \times 13 \times 17 \times \dots \times 97 + 1)$$

$$= 21 \times (2 \times 5 \times 11 \times 13 \times \dots + 1)$$

حال نشان می دهیم عدد داخل پرانتز بر هیچ عدد اول ۲، ۵، ۱۱، ۱۳ و ... تا ۹۷ بخش پذیر نیست. مثلاً بر ۵ بخش پذیر نیست؛ چون عددی را که مضرب ۵ است را با ۱ جمع زده ایم. واضح است هر مضرب ۵ را با ۱ جمع بزنیم، عدد حاصل دیگر بر ۵ بخش پذیر نیست و در تقسیم بر ۵ باقی مانده ۱ می شود و به همین ترتیب بر بقیه اعداد. ولی عدد $A + 21$ مضرب ۲۱ است. یعنی بر ۳ و ۷ بخش پذیر است و تنها مقسوم علیه های اول یک رقمی آن ۳ و ۷ هستند و مقسوم علیه اول دو رقمی هم ندارد!

گزینه ۳ ۱۳۳

این عدد را به شکل زیر بسط می دهیم و تجزیه می کنیم:

$$\overline{ababab} = 10000\overline{ab} + 1000\overline{ab} + \overline{ab} = 10101\overline{ab}$$

$$= 3 \times 13 \times 7 \times 37\overline{ab} = 3 \times 7 \times 13 \times 37\overline{ab}$$

پس این عدد حداقل بر ۳، ۷، ۱۳ و ۳۷ بخش پذیر است، یعنی ۴ عدد اول. (این مساله در شرایطی اتفاق می افتد که \overline{ab} مقسوم علیه اول دیگری نداشته باشد.)

گزینه ۲ ۱۳۴

راه حل اول: راه تجزیه (به عهده شما)

راه حل دوم: از عدد ۱۰۰ در ۳ عدد فاکتور می گیریم. اعداد ۱۴ و ۱۵ به دست می آیند که این ۳ عدد هیچ مقسوم علیه مشترکی به جز ۱ ندارند، پس عدد ۱۰۰ بزرگترین عامل مشترک سه عدد است.

فرای این راه دوم بهتر نبودا پس پرا غر زین که راه اول را نوشتم؟

گزینه ۲ ۱۳۵

برای اینکه کمترین تعداد مکعب لازم باشد، باید بزرگترین عددی را پیدا کنیم که هم ۱۲، هم ۱۸ و هم ۳۰ بر آن بخش پذیر باشد؛ یعنی ب. م. م. این سه عدد که واضح است برابر است با ۳۶۰. پس تعداد مکعب ها برابر است با:

۶ و ۶۶ که در شرایط مسأله صدق می‌کنند.

۱۴۸ گزینه ۴

از ۷۸ شکلات ۶ تا اضافه آمده، پس ۷۲ شکلات بین بچه‌ها تقسیم شده است و با تقسیم ۹۴ شکلات ۲ تا کم آوردیم، پس ۹۶ تا شکلات بر تعداد بچه‌ها قابل قسمت است. یعنی تعداد دانش‌آموزان، مقسوم‌علیه‌ای از مقسوم‌علیه مشترک ۹۶ و ۷۲ است و چون بیشترین تعداد را می‌خواهیم، ب.م.م این دو عدد را به دست می‌آوریم:

$$۹۶ = ۲^۵ \times ۳, ۷۲ = ۲^۳ \times ۳^۲$$

$$(۹۶, ۷۲) = ۲^۳ \times ۳^۱ = ۲۴$$

۱۴۹ گزینه ۲

باید کوچک‌ترین عددی را به دست آوریم که چه بر ۱۸ و چه بر ۲۴ تقسیم شود، باقی‌مانده ۳ بیاورد و چون کوچک‌ترین مقدار ممکن را می‌خواهیم، کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۸ و ۲۴ را به دست می‌آوریم و آن را با ۳ جمع می‌زنیم:

$$۲۴ = ۲^۳ \times ۳, ۱۸ = ۲ \times ۳^۲$$

$$[۲۴, ۱۸] = ۲^۳ \times ۳^۲ = ۷۲ \Rightarrow ۷۲ + ۳ = ۷۵$$

۱۵۰ گزینه ۴

اگر روزها را شماره‌گذاری کنیم، روزهای زوج (۲، ۴، ۶ و ...) دوست اول را می‌بیند و روزهایی که مضرب ۳ است، دومی و ... و روزهای مضرب ۸ است، هفتمی را می‌بیند. پس باید کوچک‌ترین عددی را به دست آوریم که مضرب مشترک اعداد ۲، ۳، ۴ و ... و ۸ است: این اعداد را دسته‌بندی می‌کنیم تا ساده‌تر حساب شود. ک.م.م ۲ و ۴ و ۸ برابر ۸، ک.م.م ۳ و ۶ برابر ۶ و ک.م.م ۵ و ۷ برابر ۳۵ است. پس:

$$[۲, ۴, ۸], [۳, ۶], [۵, ۷] \Rightarrow ۸, ۶, ۳۵ \Rightarrow [۸, ۶] = ۲۴$$

$$[۳۵, ۲۴] = ۳۵ \times ۲۴ = ۸۴۰ \quad \text{۳۵ و ۲۴ متباین‌اند:}$$

و ۸۴۰ روز یعنی بین ۲ تا ۳ سال.

۱۵۱ گزینه ۴

ابتدا کسر را به ساده‌ترین شکل می‌نویسیم: $\frac{a}{b} = \frac{۱۵۴}{۱۹۸} = \frac{۱۴}{۱۸} = \frac{۷}{۹}$ در کسر $\frac{۷}{۹}$ ، ب.م.م صورت و مخرج ۱ است. برای اینکه ب.م.م برابر ۳ باشد، صورت و مخرج را سه برابر می‌کنیم:

$$\frac{۷ \times ۳}{۹ \times ۳} = \frac{۲۱}{۲۷} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۲۱}{۲۷} \Rightarrow a = ۲۱, b = ۲۷$$

$$\Rightarrow a + b = ۴۸$$

از طرفی وقتی b و c متباین‌اند، به هر توانی برسند باز هم متباین‌اند! پس $(b^n, c^m) = ۱$.

۱۴۲ گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): اگر عدد دوم ۲۸ باشد (گزینه ۱) چون ۵۶° بر ۲۸ بخش‌پذیر است، ب.م.م ۲۸ می‌شود.

گزینه (۲): اگر عدد دوم ۱۴° باشد، چون ۵۶° بر ۱۴° بخش‌پذیر است، ب.م.م همین ۱۴° می‌شود و ۲۸ نیست. پس عدد دوم نمی‌تواند ۱۴° باشد (گزینه درست).

فردتون گزینه‌های ۳ و ۴ رو بررسی کنید.

۱۴۳ گزینه ۲

باید عامل مشترک از بین برود، پس توان عامل مشترک را صفر قرار می‌دهیم. در یکی از دو عدد ۳^m داریم، در عدد دیگر عامل ۲ باید توانش صفر شود:

$$n - 3 = 0 \Rightarrow n = 3$$

همین‌طور باید توان عامل ۳ صفر شود، پس:

$$3^{m+1} = 0 \Rightarrow m + 1 = 0 \Rightarrow m = -1$$

پس:

$$\Rightarrow m + n = 3 + (-1) = 2$$

۱۴۴ گزینه ۲

$$(m, 35) = (m, 5 \times 7) > 10 \Rightarrow (m, 35) = 35$$

بنابراین m هر عدد مضرب ۳۵ می‌تواند باشد و در نتیجه فقط گزینه‌های ب و ه می‌توانند همواره درست باشند.

۱۴۵ گزینه ۳

ب.م.م دو عدد متباین ۱ است و ک.م.م آنها، حاصل‌ضرب آنها است.

۱۴۶ گزینه ۳

می‌دانیم حاصل‌ضرب دو عدد برابر با ب.م.م \times ک.م.م، پس:

$$a \times b = [a, b] \times (a, b)$$

$$\Rightarrow ۶۰ \times b = ۱۸۰ \times ۱۲ \Rightarrow b = ۳۶$$

۱۴۷ گزینه ۳

اگر دو عدد بر ۶ تقسیم شوند، جمع آنها نیز بر ۶ تقسیم می‌شود ولی دو عدد جدید متباین هم هستند! اگر دو عدد جدید را X' و Y' فرض کنیم، به طوری که X و Y برابر آنها باشند، داریم:

$$X' + Y' = \frac{۷۲}{۶} = ۱۲$$

فقط در دو حالت جمع دو عدد متباین برابر ۱۲ می‌شود: ۵ و ۷ یا ۱ و ۱۱.

ابتدا دو عدد X و Y برابر شده این‌ها هستند، یعنی: ۳۰ و ۴۲ یا

گزینه ۲ ۱۵۲

ب.م.م سه عدد ۴۲، ۲۸ و ۷۰ را به دست می آوریم که می شود ۱۴. یعنی ۱۴ دسته گل می تواند بسازد. چون اعداد ۴۲، ۲۸ و ۷۰ هر سه بر ۱۴ بخش پذیرند و ۱۴ بزرگترین عدد با این شرط است.

گزینه ۴ ۱۵۳

کوچکترین مضرب مشترک ۱۵ و ۶ ضلع کوچکترین اتاق است که برابر است با ۳۰. $[6, 15] = 30$. تعداد کاشی های مورد نیاز برابر با نسبت مساحتها است:

$$\frac{30 \times 30}{6 \times 15} = 5 \times 2 = 10$$

گزینه ۱ ۱۵۴

اگر a و b را بر ۶ تقسیم کنیم، a' و b' به دست می آید که متباین هستند و ک.م.م آنها ۶ است $(\frac{36}{6} = 6)$. a' و b' یا ۶ و ۱ هستند یا ۲ و ۳. پس: a و b شش برابر این هاست، یعنی یا ۳۶ و ۶ هستند یا ۱۲ و ۱۸. چون مجموع دو عدد ۳۰ است، پس $b = 18$ و $a = 12$ پس:

$$2a + b = 24 + 18 = 42$$

راه حل دوم: با همان اطلاعات مسئله می توان حدس زد. دو عدد ۱۸ و ۱۲ هستند و $a < b$ پس $a = 12$ و $b = 18$.

گزینه ۳ ۱۵۵

چون باقی مانده ۱ است از هر عدد ۱ واحد کم می کنیم، هر ۳ بر d بخش پذیر می شوند. یعنی ۱۳۶۲ و ۱۳۶۸ و ۱۳۸۰ بر d بخش پذیر هستند و d بزرگترین مقسوم علیه مشترک این سه عدد است. سه عدد را تجزیه می کنیم:

$$1362 = 2 \times 3 \times 227$$

$$1368 = 2^3 \times 3^2 \times 19$$

$$1380 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 23$$

$$\text{م.م.م} = (1362, 1368, 1380) = 2^1 \times 3^1 = 6$$

گزینه ۳ ۱۵۶

تجزیه را کامل می کنیم:

$$4^x \times 18^y = 2^{2x} \times (2 \times 3^2)^y =$$

$$2^{2x} \times 2^y \times 3^{2y} = 2^{2x+y} \times 3^{2y}$$

$$8^y \times 12^x = (2^3)^y \times (2^2 \times 3)^x =$$

$$2^{3y} \times 2^{2x} \times 3^x = 2^{3y+2x} \times 3^x$$

ب.م.م یعنی عوامل مشترک با کمترین توان. برای ۲ واضح است که $2x + y < 2x + 3y$ و از طرفی هم با توجه به صورت سؤال

داریم: $x < 2y$ ، پس:

$$\text{م.م.م} = 2^{2x+y} \times 3^x = 48 = 2^4 \times 3^1$$

$$\Rightarrow x = 1, 2x + y = 4$$

$$\Rightarrow 2 + y = 4 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow (x^y, y^x) = (1^2, 2^1) = 1$$

گزینه ۳ ۱۵۷

در دنباله اول اعداد ۶ تا ۶ تا و در دنباله دوم ۹ تا ۹ تا اضافه می شوند و اولین عدد مشترک عدد ۱۵ است (دنباله ها را ادامه دهید). عدد مشترک بعدی به اندازه ی ک.م.م ۹ و ۶ با ۱۵ فاصله دارد! یعنی در دنباله مشترک ۱۸ تا ۱۸ تا اضافه می شوند $[6, 9] = 18$.
۱۵، ۳۳، ۵۱، ۶۹، ۸۷، ...

الگوی این دنباله با کمی دقت معلوم می شود:

$$-3 = 18n - 3 \Rightarrow n = 18 \times \text{شماره جمله}$$

$$18 \times 10 - 3 = 177$$

پس جمله دهم:

گزینه ۴ ۱۵۸

دقت کنید اگر مثلاً عددی بر ۱۰ بخش پذیر باشد و به آن ۱ واحد اضافه کنیم، باقی مانده اش در تقسیم بر ۱۰ برابر ۱ است، ولی اگر یک واحد کم کنیم، باقی مانده ۹ می شود، چون یک بسته ۱۰ تایی خراب شده و یکی اش را برداشته ایم و ۹ تا یکی می ماند. به همین ترتیب اگر از یک مضرب ۵ یک واحد کم کنیم، باقی مانده اش در تقسیم بر ۵ برابر ۴ می شود.

پس باید ک.م.م اعداد ۲ تا ۱۰ را به دست آوریم و منهای یک کنیم، اعداد را برای سرعت بیشتر دسته بندی می کنیم:

$$2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \Rightarrow [2, 4, 8], [3, 9], [5, 10], 6, 7$$

$$\Rightarrow 8, 9, 10, 7, 6$$

چون ۹ و ۸ هستند به ۶ نیازی نیست. عددی که بر ۹ و ۸ بخش پذیر باشد، بر ۶ هم بخش پذیر است:

$$[8, 10], [9, 7] = 40, 63 \Rightarrow [40, 63] = 2520$$

$$2520 - 1 = 2519$$

گزینه ۲ ۱۵۹

می دانیم حاصل ضرب دو عدد برابر است با ب.م.م \times ک.م.م. پس باید ۳۸۴ را به شکل حاصل ضرب دو عدد بنویسیم که اختلاف آنها ۸ باشد:

$$384 = 2^7 \times 3 = 2^4 \times 2^3 \times 3 = 16 \times 24 \Rightarrow 24 - 16 = 8$$

$$\Rightarrow 16 + 24 = 40$$

جمع دو عدد

گزینه ۲ ۱۶۰

معنای سؤال آن است که چند عدد کم تر از ۱۰۰۰ هم بر ۲۱ و هم

$$م.ب. = ۱۳$$

چون هر سه عدد بر ۱۳ بخش پذیرند، جمع آنها نیز بر ۱۳ بخش پذیر است!

گزینه ۲ ۱۶۵

باید دید صد رقمی یعنی تا چند نوشته ایم. ۹ تا عدد یک رقمی نوشته ایم و برای ۹۱ رقم دیگر باید ۴۵ عدد ۲ رقمی و یک رقم از چهل و ششمین عدد ۲ رقمی را بنویسیم.

$$۹ + ۴۵ = ۵۴$$

یعنی عدد چنین می شود:

$$۱۲۳۴۵۶۷۸...۵۳۵۴۵$$

۵ آخر دهگان عدد ۵۵ است که می شود صدمین رقم نوشته شده.

حالا باید دید از ۱ تا ۵۴ چندتا ۱ به کار می رود، ۶ تا در یکان

$$(۱, ۱۱, ۲۱, ۳۱, ۴۱, ۵۱) \text{ و } ۱۰ \text{ تا در دهگان (اعداد } ۱۰, ۱۱, ۱۲, \dots,$$

تا ۱۹) پس تعداد کل رقم های ۱ برابر است با: $۱۰ + ۶ = ۱۶$

گزینه ۱ ۱۶۶

می دانیم ۱ مقسوم علیه هر عددی هست! با این شرطی که سؤال دارد، پس عدد جالب نباید بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد؛ چون در این صورت ۱+۲ یا ۱+۳ از ۵ کوچک تر می شود و شرط برقرار نیست! یعنی باید تعداد اعداد ۲ رقمی را که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر نیستند، به دست آوریم:

ابتدا تعداد آنها را از ۱ تا ۹۹ به دست می آوریم و در پایان یک رقمی ها را کم می کنیم:

$$\begin{array}{r} ۹۹ \overline{) ۲} \\ \underline{۴۹} \end{array} \quad \begin{array}{r} ۹۹ \overline{) ۳} \\ \underline{۳۳} \end{array} \quad \begin{array}{r} ۹۹ \overline{) ۶} \\ \underline{۱۶} \end{array}$$

$$\Rightarrow ۴۹ + ۳۳ - ۱۶ = ۶۶$$

کل اعداد جالب تا ۹۹:

$$۹۹ - ۶۶ = ۳۳$$

اعداد ۵ و ۷ اعداد یک رقمی جالب هستند؛ پس

$$۳۳ - ۲ = ۳۱$$

عدد ۱ هم باید حذف شود. پس

$$۳۱ - ۱ = ۳۰$$

گزینه ۲ ۱۶۷

راه حل اول: عدد ۳۰ بر ۳ بخش پذیر است و عدد ۵۰ بر ۳، باقی مانده ۲ دارد و عدد ۷۰ باقی مانده ۱. هر عدد طبیعی نیز ۳ حالت دارد؛ یا بر ۳ بخش پذیر است، یا بر ۳ باقی مانده اش ۱ است یا ۲، هر حالتی که a را در نظر بگیریم، بالاخره یکی از سه عدد بر ۳ بخش پذیر می شوند.

راه حل دوم: عدد گذاری و حذف گزینه ها! این به عهده شماست.

گزینه ۱ ۱۶۸

یکان عدد صفر نباید باشد (چون تقسیم بر صفر بی معنی است) از طرفی حتماً باید زوج باشد، چون حداقل ۵ تا رقم زوج داریم و بر

بر ۳۵ باقی مانده ۱ می آورند؟

یعنی تمام مضارب مشترک ۳۵ و ۲۱ را باید به دست آوریم (و با ۱ جمع بزنیم به طوری که کم تر از ۱۰۰۰ باشند).

$$\Rightarrow [۲۱, ۳۵] = ۱۰۵$$

$$۱۰۵, ۲۱۰, ۳۱۵, ۴۲۰, ۵۲۵, ۶۳۰, ۷۳۵, ۸۴۰, ۹۴۵$$

که هر کدام را با ۱ جمع بزنیم به عدد مناسب می رسیم ولی تعداد آنها تغییری نمی کند و دقیقاً ۹ عدد چنین اند.

گزینه ۱ ۱۶۱

دقت کنید هر ۳ مقدار باقی مانده از مقسوم علیه خودشان ۳ واحد کم ترند، پس ک.م.م ۲۰ و ۲۸ و ۳۲ را به دست می آوریم و آن را منهای ۳ می کنیم:

$$\Rightarrow ۲۰ = ۲^2 \times 5, ۳۲ = 2^5, ۲۸ = 2^2 \times 7$$

$$\Rightarrow [۲۰, ۳۲, ۲۸] = 2^5 \times 5 \times 7 = ۱۱۲۰ \Rightarrow ۱۱۲۰ - ۳ = ۱۱۱۷$$

$$\text{جمع ارقام} = ۱ + ۱ + ۱ + ۷ = ۱۰$$

گزینه ۳ ۱۶۲

از صورت سؤال نتیجه می شود که X هم مضرب ۶ است و هم مضرب ۸؛ یعنی مضرب مشترکی از ۶ و ۸ را بیابیم که بین دو عدد ۵۰ و ۹۵ است. تمام مضرب مشترک های ۶ و ۸ مضرب ۲۴ هستند (ک.م.م دو عدد ۶ و ۸ برابر ۲۴ است).

$$* ۲۴ \times ۲ = ۴۸ < ۵۰$$

$$\checkmark ۲۴ \times ۳ = ۷۲, ۵۰ < ۷۲ < ۹۵$$

$$\Rightarrow x = ۷۲ \Rightarrow ۷ + ۲ = ۹ \checkmark$$

جمع ارقام:

گزینه ۳ ۱۶۳

وقتی دو عدد را بر ۱۴ تقسیم کنیم، ب.م.م و ک.م.م هم بر ۱۴ تقسیم می شوند و ب.م.م برابر ۱ می شود؛ یعنی دو عدد متباین اند و ک.م.م برابر ۱۵ می شود ($\frac{۲۱۰}{۱۴} = ۱۵$) و ک.م.م دو عدد متباین

ضرب آنهاست: ۱۵×۱۵ یا ۳×۵ . ولی چون طبق صورت سؤال دو عدد بر هم بخش پذیر نیستند؛ حالت ۱۵×۱۵ را کنار می گذاریم و ۳×۵ پاسخ است؛ که باید هر دو را ۱۴ برابر کنیم تا اعداد اصلی به دست آیند:

$$۱۴ \times ۳ = ۴۲, ۱۴ \times ۵ = ۷۰$$

یعنی دو عدد ۴۲ و ۷۰ هستند.

$$A + B = ۷۰ + ۴۲ = ۱۱۲$$

گزینه ۲ ۱۶۴

ب.م.م ۵۲ و ۷۸ و ۱۹۵ را به دست می آوریم:

$$۵۲ = 2^2 \times 13, 78 = 2 \times 3 \times 13, 195 = 5 \times 3 \times 13$$

گزینه ۴ ۱۷۳

کل اعدادی که می‌توانند در این دنباله باشند، یا مضارب ۱۷ هستند یا مضارب ۲۳:

$$۱۷ مضارب = ۱۷, ۳۴, ۵۱, ۶۸, ۸۵$$

$$۲۳ مضارب = ۲۳, ۴۶, ۶۹, ۹۲$$

آخرین عدد دو رقمی باید ۱۷ باشد؛ چون هیچ عدد دو رقمی دیگری با ۷ شروع نمی‌شود و دنباله ادامه پیدا نمی‌کند و عدد قبلی فقط ۵۱ می‌تواند باشد؛ یعنی ۵۱۷ سه رقم آخرند و به همین ترتیب عدد قبلی ۸۵ است و ... ۶۸۵۱۷ و ...

$$\text{یعنی مجموع ۵ رقم آخر: } ۶ + ۸ + ۵ + ۱ + ۷ = ۲۷$$

گزینه ۲ ۱۷۴

جمع اعداد ۱ تا ۱۳۹۵ برابر است با $\frac{۱۳۹۵ \times ۱۳۹۶}{۲}$ که حاصل

این کسر بر عدد ۹ بخش‌پذیر است (چون عدد ۱۳۹۵ بر ۹ بخش‌پذیر است). پس با نوشتن باقی‌مانده اعداد و به جای خود عدد روی تخته، و ادامه این کار باید به صفر برسیم، قبل از آن و در این تست به دو عدد رسیده‌ایم که یکی ۹۵ است دو عدد دیگر باید عددی باشد که حاصل جمع آن با ۹۵ بر ۹ بخش‌پذیر باشد، هم گزینه (۱) و هم گزینه (۲) چنین‌اند:

$$۱۳ + ۹۵ = ۱۰۸, \quad ۹۵ + ۴ = ۹۹$$

ولی چون عدد ۹۵ باقی‌مانده بر ۹ نیست (از ۹ بزرگ‌تر است) پس عدد دیگر حتماً حاصل عملیاتی بوده که انجام دادیم و باید از ۹ کوچک‌تر باشد؛ پس گزینه (۲) درست است.

گزینه ۴ ۱۷۵

عدد مورد نظر به شکل $۳k + ۳$ بوده که بر ۱۸ بخش‌پذیر است؛ یعنی:

$$۳k + ۳ = ۱۸A \Rightarrow k + ۱ = ۶A \Rightarrow k = ۶A - ۱$$

یعنی k باید مضرب ۶ منهای ۱ باشد؛ یعنی اعداد ۵، ۱۱، ۱۷، ۲۳، ۲۹ و ... که هر کدام از این اعداد در تقسیم بر ۱۲ باقی‌مانده‌شان یا ۵ است یا ۱۱.

گزینه ۳ ۱۷۶

چون باقی‌مانده تقسیم ۱۳۸۹ بر آن عدد برابر ۲۹ است؛ پس اگر از ۱۳۸۹، ۲۹ واحد کم کنیم، عدد حاصل بر آن عدد بخش‌پذیر است! یعنی مقسوم‌علیه ۱۳۶۰ است و چون در این تقسیم باقی‌مانده ۲۹ است، مقسوم علیه باید بزرگ‌تر از ۲۹ باشد، در واقع کوچک‌ترین مقسوم‌علیه بزرگ‌تر از ۲۹ برای عدد ۱۳۶۰ را می‌خواهیم.

$$۱۳۶۰ = ۲^۴ \times ۵ \times ۱۷$$

می‌دانیم:

۵ نباید بخش‌پذیر باشد (عدد زوجی که بر ۵ بخش‌پذیر باشد، یکنانش صفر است که صفر را حذف کرده‌ایم). پس از ده رقم معلوم شد ۰ و ۵ در بین ارقام نیستند، جمع ۸ رقم دیگر برابر است با:

$$۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۶ + ۷ + ۸ + ۹ = ۴۰$$

و بر ۹ بخش‌پذیر نیست. در صورتی که رقم ۹ اجباراً در بین رقم‌هاست. پس چنین عددی وجود ندارد!

گزینه ۴ ۱۶۹

برای یکان ۵ حالت وجود دارد: ۰ یا ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸. حال برای دهگان و صدگان تعداد حالت‌ها را حساب می‌کنیم، برای آنکه سه رقم زوج باشد، جمع صدگان و دهگان هم باید زوج باشد که یا هر دو باید زوج باشند:

$$۲۰ = ۴ \times ۵ \text{ (صدگان صفر نمی‌تواند باشد)}$$

یا هر دو باید فرد باشند:

$$۵ \times ۵ = ۲۵$$

$$۲۰ + ۲۵ = ۴۵$$

پس یکان ۵ حالت و دهگان و صدگان کلاً ۴۵ حالت که تعداد کل حالت‌ها می‌شود:

$$۴۵ \times ۵ = ۲۲۵$$

گزینه ۴ ۱۷۰

می‌دانیم $۲ + ۹۹۹ + ۹۹۹ = ۲۰۰۱$ که اگر باقی‌مانده هر کدام را بر n در نظر بگیریم و جمع بزنیم، می‌شود $۳ + ۳ + ۳$ ، یعنی ۹، از طرفی چون n دو رقمی است، می‌دانیم $n < ۹$ و عدد ۹ دقیقاً باقی‌مانده است.

گزینه ۴ ۱۷۱

عدد ۲۰۰۱ مضرب ۳ است (چون بر ۳ بخش‌پذیر است) و اگر به توان ۲ یا عدد بزرگ‌تر برسد، مضرب ۹ خواهد شد و جمع ارقام آن حتماً بر ۹ بخش‌پذیر است؛ بنابراین با ادامه جمع زدن ارقام به عدد ۹ می‌رسیم.

گزینه ۱ ۱۷۲

به جای مجموع ارقام می‌توان مجموع اعداد را به‌دست آورد:

$$۱۹۹۴ + ۱۹۹۵ + \dots + ۲۰۰۶ = ?$$

$$= \frac{۱۹۹۴ + ۲۰۰۶}{۲} = ۲۰۰۰$$

$$۱۳ = ۲۰۰۶ - ۱۹۹۴ + ۱ = \text{تعداد}$$

$$\text{جمع} = ۲۰۰۰ \times ۱۳ = ۲۶۰۰۰$$

$$\text{جمع ارقام} = ۲ + ۶ + ۰ = ۸$$

یعنی این عدد بر ۳ بخش‌پذیر نیست؛ پس $k = ۰$ یعنی N بر $۳^۰$ بخش‌پذیر است.

هستند:

$$\frac{3}{7} \times 100 \rightarrow 42$$

گزینه ۴ ۱۸۰

عدد ۷ رقمی که بر ۱۸ بخش پذیر باشد، نتیجه می شود رقم q زوج است و جمع ارقام مضرب ۹ هستند، یعنی $6 + 3p + 3q = 18k$ می باشد، چون $p + q = 6k - 2$ و q رقم های بین ۰ تا ۹ هستند، فقط حالت های زیر را داریم:

$$p + q = 6k - 2 = 4 \text{ یا } 10 \text{ یا } 16$$

از طرفی با حذف رقم اولی و آخری عدد پنج رقمی $pqpqp$ نیز بر ۶ بخش پذیر است؛ یعنی p هم زوج است و جمع ارقام مضرب ۳ است. یعنی:

$$3p + 2q = 3t \Rightarrow 2q = 3t - 3p = 3(t - p)$$

از این تساوی نتیجه می شود که q باید مضرب ۳ باشد، زوج هم هست پس $q = 6$.

۱۶ یا ۱۰ یا $p + q = 4$ از طرفی چون $q = 6$ است، $p + q$ نه می تواند ۴ باشد نه ۱۶، پس $p + q = 10$ و $p = 4$ به دست می آید.

گزینه ۲ ۱۸۱

چون دو عدد بر ۳۷ بخش پذیرند، حتماً جمع و تفریق آنها نیز بر ۳۷ بخش پذیر است؛ پس عدد (ب) بر ۳۷ بخش پذیر هست. حالا (الف) را بررسی می کنیم:

بر ۳۷ بخش پذیر است.

$$\overline{abcefg} = 1000\overline{abc} + \overline{efg} = 999\overline{abc} + \overline{abc} + \overline{efg}$$

عدد ۹۹۹ که بر ۳۷ بخش پذیر است، مجموع دو عدد هم که گفتیم بر ۳۷ بخش پذیر است و کار تمام!

عدد (ج) را خودتان بررسی کنید و نشان دهید، این عدد الزاماً بر ۳۷ بخش پذیر نیست!

گزینه ۴ ۱۸۲

این عدد 8880 می باشد که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر است (یعنی بر ۱۵) و می توان به شکل ضرب آن را چنین نوشت:

$$111 \times 80 = 37 \times 3 \times 8 \times 10 \Rightarrow (37)$$

گزینه ۱ ۱۸۳

اگر تعداد تخمه ها مضرب ۳ باشد، نفر دوم همیشه برنده است؛ چون اولی هر تعداد تخمه بردارد، دومی می تواند با برداشتن تعداد مناسب، تعداد کل تخمه های برداشته شده را به مضرب ۳ برساند؛ مثلاً اولی اگر ۱ تخمه بردارد دومی ۲ تا، اولی ۲ تا بردارد، دومی یکی و اگر اولی ۵ تا بردارد، دومی ۱ تخمه برمی دارد و تعداد

از روی شکستن عدد می توان فهمید مقسوم علیه بزرگ تر از ۲۹ این عدد، ۳۴ است. (2×17) و جمع ارقامش: $3 + 4 = 7$

گزینه ۱ ۱۷۷

حذف گزینه می کنیم: شرط اول آن است که مجموع اعداد زوج باشد، تا بتوان آنها را به دو اندازه مساوی تقسیم کرد، پس گزینه (۳) و (۴) حذف می شوند. در گزینه (۴)، ۵ تا عدد فرد و ۵ تا عدد زوج داریم که جمع آنها فرد است.

از طرفی در گزینه (۲) عدد آخری از مجموع کل اعداد قبلی خودش بیشتر است. $2^9 + \dots + 2^3 + 2^2 + 2^1 > 2^{10}$ نمی تواند جواب تست باشد. گزینه (۱) را بررسی می کنیم:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210 = 105 + 105$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 13 + 14 = \frac{14 \times 15}{2} = 105$$

$$15 + 16 + \dots + 20 = 105$$

گزینه ۳ ۱۷۸

چون مشخص نشده عدد چند رقمی است، مسئله را در هر حالت حل می کنیم و حالت ها را روی تعداد ارقام مشخص می کنیم:

(۱) عدد M عددی دو رقمی باشد:

$$M = \overline{ab} \Rightarrow a = \frac{1}{14} \overline{ab}$$

$$\Rightarrow 14a = 10a + b \Rightarrow 4a = b \Rightarrow 14, 28$$

($4a = b$) یعنی یکان ۴ برابر دهگان است که فقط دو عدد چنین بودند

(۲) عدد M عددی سه رقمی باشد:

$$M = \overline{abc}$$

$$\overline{ab} = \frac{1}{14} \overline{abc} \Rightarrow 140a + 14b = 100a + 10b + c$$

$$40a + 4b = c \Rightarrow 4(10a + b) = c$$

رقم a هر رقمی به جز صفر باشد، مسئله جواب ندارد، چون c باید یک رقم بین ۰ تا ۹ باشد و تساوی برقرار نمی شود. برای تعداد ارقام بالاتر هم به همین دلیل مسئله جواب ندارد.

گزینه ۱ ۱۷۹

مقادیر n را باید طوری بیابیم که حداقل یکی از ۳ پرانتز مضرب ۷ شود. مثلاً اگر $n = 4$ را قرار دهیم، $n + 3$ مضرب ۷ است و اگر $n = 5$ ، $n + 2$ مضرب ۷ می شود و ...

اگر اعداد را ۷ تا ۷ تا دسته بندی کنیم، از هر ۷ عدد، ۳ تا مورد قبول است.

از ۱۰۰ تا ۱۹۹ صد عدد داریم که $\frac{3}{7}$ آنها جواب این پرسش

تخمه‌های برداشته شده مضرب ۳ می‌شود و برنده نهایی دومی می‌شود.

۱۸۴ گزینه ۴

با توجه به توضیحات سؤال واضح است، اعداد توان‌دار به شکل a^n که a عدد اول باشد و $n > 1$ ، یک بار خط می‌خورند:

$$2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 3^2, 3^3, 5^2, 7^2$$

۱۸۵ گزینه ۳

اعدادی دقیقاً ۳ بار خط می‌خورند که دقیقاً سه تا مقسوم‌علیه اول داشته باشند، آنها را می‌سازیم:

$$\begin{aligned} 2 \times 3 \times 5 &= 30 & 2 \times 3 \times 11 &= 66 \\ 2^2 \times 3 \times 5 &= 60 & 2 \times 3 \times 7 &= 42 \\ 2 \times 3 \times 7 &= 42 & 2 \times 3 \times 13 &= 78 \\ 2^2 \times 3 \times 5 &= 60 & 2^2 \times 3 \times 7 &= 84 \\ 2 \times 3^2 \times 5 &= 90 & 2 \times 5 \times 7 &= 70 \end{aligned}$$

۱۸۶ گزینه ۴

به نظر می‌رسد $30 \cdot 50$ دو تا مقسوم‌علیه دارد که ۱۱ تا اختلاف دارند! بهتر است این عدد را تجزیه کنیم:

$$30 \cdot 50 = 2 \times 5^2 \times 61 = (2 \times 5^2) \times 61 = 50 \times 61$$

دو عدد 50 و 61 مقسوم‌علیه‌های عدد $30 \cdot 50$ هستند. یعنی تعداد نمایندگان قرار بوده 61 باشد، 11 نفر نیامدند و تعداد به 50 رسیده؛ ولی باز هم $30 \cdot 50$ کتاب مساوی تقسیم شده و به هر کدام 61 کتاب ($30 \cdot 50 \div 50 = 61$) رسیده است.

۱۸۷ گزینه ۱

عدد را به جمع دو عدد تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 1000 \dots 064 &= 1000 \dots 00 + 64 = 10^{1394} + 2^6 \\ &= (2^6 \times 5^6 \times 10^{1388} + 2^6) = 2^6 (5^6 \times 10^{1388} + 1) \end{aligned}$$

فقط تا عامل ۲ و عدد داخل پرانتز هم عددی فرد است که هیچ عامل ۲ در تجزیه آن قطعاً نیست.

۱۸۸ گزینه ۱

چون سن دو برادر کوچک‌تر از دنیل است، پس سال تولد آنها بین ۹۱ تا ۹۹ است، تاریخ‌های زیر چنین شرایطی دارند که ضرب روز در ماه برابر سال شده است:

$$99/11/9, 99/9/11, 96/12/8, 96/8/12, 96/6/16, 96/4/24, 95/5/19, 93/3/31, 92/4/23$$

چون برادران در دو روز متوالی به دنیا آمده‌اند؛ پس روز تولد آنها $96/4/24$ و $92/4/23$ است که برادر کوچک‌تر $96/4/24$ است و مجموع عدد روز و ماه و سال او برابر است با:

$$96 + 4 + 24 = 124$$

۱۸۹ گزینه ۲

چون هر ۳ باقی‌مانده‌شان بر N یکسان است؛ اگر دو تا از آنها را از هم کم کنیم، حاصل بر N بخش‌پذیر می‌شود؛ پس هر اختلاف دوبه‌دویی از این سه عدد بر N بخش‌پذیر است.

$$478 - 392 = 86$$

$$478 - 263 = 215$$

$$392 - 263 = 129$$

حالا باید ب.م.م این سه عدد را حساب کنیم، چون تمام مقسوم‌علیه‌های مشترک سه عدد مقسوم‌علیه ب.م.م هستند:

$$86 = 2 \times 43, 215 = 5 \times 43, 129 = 3 \times 43$$

پس ۴۳ تنها مقسوم‌علیه مشترک است. (به جز ۱) پس $N = 43$ و باقی‌مانده یکی از ۳ عدد را بر ۴۳ به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{r} 263 \quad | \quad 43 \quad p = 5 \\ - 258 \quad | \quad 6 \quad N - p = 43 - 5 = 38 \\ \hline 005 \end{array}$$

۱۹۰ گزینه ۲

چون در هر ۳ تقسیم باقی‌مانده ۲ تا کم‌تر از مقسوم‌علیه است، پس کافی است ک.م.م اعداد ۳ و ۷ و ۱۱ را به دست آوریم و منهای ۲ کنیم که می‌شود:

$$3 \times 7 \times 11 = 231 \Rightarrow 231 - 2 = 229$$

حال این اولین عدد دنباله است. اعداد دیگر الگوی زیر به دست می‌آید:

$$231 - 2, 2 \times 231 - 2, 3 \times 231 - 2, \dots, 100 \times 231 - 2$$

$$23100 - 2 = 23098$$

۱۹۱ گزینه ۲

هر مضربی از ۷ را منهای ۱ کنیم، باقی‌مانده‌اش بر ۷ برابر ۶ می‌شود و چون می‌خواهیم عامل مشترک نداشته باشد و چون کم‌ترین مقدار حاصل جمع ۴ تا عدد را می‌خواهیم از کوچک‌ترین‌ها شروع می‌کنیم:

$$1 \times 7 - 1, 2 \times 7 - 1, 3 \times 7 - 1, 4 \times 7 - 1, 5 \times 7 - 1, 6 \times 7 - 1, \dots$$

$$6, 13, 20, 27, 34, 41, 48, 55$$

$$13 + 20 + 27 + 41 = 101$$

توجه شود سایر اعدادی که حذف شدند، عوامل مشترک با یکدیگر داشتند.

۱۹۲ گزینه ۲

اگر $n = 0$ باشد، عدد $2^n + 3 = 4$ و چون $m > n$ پس m صفر نمی‌تواند باشد و عدد $2^m + 3$ همواره عددی فرد است.

(فرد = زوج + فرد) و هر عدد فردی با ۴ متباین است و ب.م.م ۱ می‌شود. بنابراین قابل قبول نیست.

گزینه ۲ ۱۹۷

کل دایره 360° است. فرض کنید در هر 48° درخت می‌کاریم و یک درجه یک درجه هم درخت نمی‌کاریم، تا اولین قسمتی که این دو مشترک شوند، یعنی اولین عددی که هم مضرب 360 باشد و هم مضرب 48 . ک.م.م 48 و 360 برابر است با:

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1, 48 = 2^4 \times 3^1$$

$$\text{ک.م.م} = 2^4 \times 3^2 \times 5 = 720$$

حال باید دید تا 720° درجه چند درخت کاشته‌ایم: $720 \div 48 = 15$ (چون در اولین مکان درخت کاشته‌ایم و در خود 720° درخت نمی‌کاریم، تعداد درختان همان ۱۵ تا است.)

گزینه ۳ ۱۹۸

اولین عدد ۱ و عدد سارا را a فرض کنیم، سومین عدد $a+1$ ، چهارمی $2a+2$ ، پنجمی: $4a+4$ ، و به همین ترتیب عدد بعدی $8(a+1)$ خواهد بود و عدد بعدی هم $16(a+1)$ که چون 1000 مضرب 16 نیست با بقیه کاری نداریم! هرکدام از این‌ها را مساوی 1000 قرار دهیم، مقادیر مختلف a به دست می‌آید.

$$a+1=1000 \Rightarrow a=999$$

$$2a+2=1000 \Rightarrow a=499$$

$$4a+4=1000 \Rightarrow a=249$$

$$8a+8=1000 \Rightarrow a=124$$

گزینه ۲ ۱۹۹

از رابطه داده شده در مسئله نتیجه می‌شود: $2x = p+q$ و $x = \frac{p+q}{2}$ یعنی x میانگین دو عدد اول متوالی است. بین دو عدد اول متوالی عدد اولی دیگر وجود ندارد، پس x مرکب است.

گزینه ۳ ۲۰۰

ب. م. هر 8 عدد برابر است با 3 ، بعد از انجام چند مرحله تمام اعداد باقی‌مانده برابر با 3 می‌شود یعنی 8 تا عدد 3 روی دایره می‌ماند و ادامه دادن این عملیات همان اعداد را تکرار می‌کند!

$$8 \times 3 = 24$$

گزینه ۴ ۲۰۱

عددی بر 12 بخش پذیر است که بر 3 و 4 بخش پذیر باشد، پس اگر جمع ارقام 6 باشد و 2 رقم سمت راست هم بر 4 بخش پذیر باشد، عدد حاصل بر 12 بخش پذیر است. کل حالت‌هایی که دو رقم سمت راست بر 4 بخش پذیر و جمع آنها کم‌تر از 6 باشد، چنین است:

$$20 \text{ و } 32 \text{ و } 12 \text{ و } 40 \text{ و } 04 \text{ و } 00$$

اگر $n=1$ باشد، $2^n + 3 = 5$ و با در نظر گرفتن مقدار 5 برای m داریم:

$3^5 + 3 = 243$ و ب.م.م دو عدد 5 می‌شود و این قابل قبول است. یعنی کم‌ترین مقدار n می‌تواند 1 باشد.

گزینه ۲ ۱۹۳

هر گزینه را امتحان می‌کنیم. در گزینه‌ها صورت کسر y و مخرج x است. کافی است عبارت $[x, 24] < [y, 24]$ درست باشد:

$$\text{گزینه (۱): } y=7, x=8$$

$$[8, 24] < [7, 24] \Rightarrow \checkmark$$

$$\text{گزینه (۲): } y=8, x=7$$

$$[8, 24] < [7, 24] \Rightarrow \times$$

گزینه ۱ ۱۹۴

بزرگ‌ترین عدد اول که می‌توان تولید کرد 23 است:

$$11+12=23$$

و بقیه را چنین کنار هم قرار می‌دهیم:

$$(10, 9), (8, 5), (7, 4), (3, 2), (6, 1)$$

گزینه ۴ ۱۹۵

آزمون و خطا، ولی این دو مطلب کوچک کمک می‌کند: ۱. اعداد 1 و 2 را خیلی زود استفاده نکنید، ۲. حتماً عدد اول 7 در ابتدا یا انتهاست:

$$8 \Rightarrow 7, 1, 5, 10, 2, 6, 3, 9$$

$$9 \Rightarrow 8, 4, 2, 6, 3, 9, 1, 5, 10$$

ولی 10 تا نمی‌شود! ما که خیلی تلاش کردیم نشد! شما تلاش کنید شاید شد!! ولی یک اعتراف کنم؟

فقط سفت بودن یا عجیب بودن سؤال مطرح نیست سؤال باید ایده فلاقانه داشته باشد. اگر صرفاً با عددگذاری‌های طولانی حل بشه و هیچ ایده‌ی بلیبی نداشته باشه آن سؤال ارزش نراره!

گزینه ۲ ۱۹۶

تعداد حالت‌ها زیاد نیست، چون 45 بر 3 بخش پذیر است. کوچک‌ترین مقسوم‌علیه غیر از 1 می‌تواند 2 یا 3 باشد:

$$45 \times 2 = 90$$

اگر 2 باشد:

$$(1, 2, \dots, 90, x) \Rightarrow x = 180$$

$$45 \times 3 = 135$$

اگر 3 باشد:

$$(1, 3, \dots, 135, y) \Rightarrow y = 135 \times 3 = 405$$

فقط 2 حالت وجود دارد.

که برای هر حالت عدد ۴ رقمی را کامل می‌کنیم:

۶۰۰۰، ۵۱۰۰، ۴۲۰۰، ۳۳۰۰، ۲۴۰۰، ۱۵۰۰

۲۰۰۴، ۱۱۰۴

۲۰۴۰، ۱۱۴۰

۳۰۱۲، ۲۱۱۲، ۱۲۱۲

۱۰۳۲

۴۰۲۰، ۳۱۲۰، ۲۲۲۰، ۱۳۲۰

که تعداد کل آنها ۱۸ تا عدد است.