

از سری کتاب‌های گروه مؤلفین اندیشمند

ریاضیات پایه ششم ابتدایی

تیزهوشان

قابل استفاده داوطلبان پایه ششم ورود به مراکز
استعدادهای درخشان و دیگرمدارس نمونه کشور

شامل: درس‌نامه، مثال‌های حل‌شده +
۱۷۷۲ سؤال چهارگزینه‌ای و تشریحی به همراه پاسخ تشریحی

مؤلف: امید فتحی

ناشر: تندیس نقره‌ای اندیشمند

نظارت علمی آموزشگاه اندیشمند

ای نام تو بهترین سرآغاز...

پند نکته ...

- کشور ما دارای نظام آموزشی متمرکز است. در این نظام آموزشی، کتاب های درسی، آزمون ها، آموزش مدرسین و خیلی چیزهای دیگر برای همه ی دانش آموزان، با هر استعداد و توانایی، یکسان طراحی و اجرا می شود. محور فعالیت های مجموعه ی اندیشمند از جمله تألیف کتاب های تیزهوشان، توجه به تفاوت های فردی دانش آموزان است. لذا دانش آموزانی که توانایی و تمایل بیشتری نسبت به سایرین در خود می بینند و یا هدف آن ها موفقیت در آزمون های ورودی مدارس نمونه و تیزهوشان است، می توانند از مجموعه کتاب های تیزهوشان اندیشمند استفاده نمایند.
- هدف «کشف مفهوم» از اهداف اصلی کتاب درسی است که امیداریم معلمان عزیز و دلسوز کشورمان با صرف زمان مناسب در کلاس های درس مدرسه به این مهم نائل آیند. پس فرض ما بر این است که دانش آموزانی که از این کتاب استفاده می کنند مفاهیم کتاب درسی را یاد گرفته اند و تمایل به گسترش و تعمیق یادگیری شان دارند تا بتوانند در آزمون های حرفه ای مانند تیمز، کانگرو، تیزهوشان و نمونه دولتی، موفق باشند.
- در گذشته تأکید کتاب های درسی ریاضی بر توانایی انجام دادن محاسبات بود، در حالی که در کتاب های جدید سه موضوع در نظر مؤلفین قرار دارد: ۱) توانایی انجام محاسبات ۲) پرورش قوه ی تفکر و تعقل ۳) رشد توانایی حل مسئله در واقع موارد ۱ و ۲ نیز به توانایی حل مسئله کمک می کنند. پس بر همه ی ما روشن است که حل مسئله اهمیت بسیار زیادی در آموزش و یادگیری ریاضی دارد، لذا به دلیل این اهمیت، فصل صفر را با عنوان «راهنمای حل مسئله» در ابتدای کتاب پیش بینی کرده ایم. پس از مطالعه و یادگیری این فصل، توصیه می کنیم برای حل مسائل در فصل های دیگر کتاب سعی کنید از یکی یا چند تا از راهنماهایی که یاد گرفته اید، استفاده نمایید. این هدف اصلی فصل صفر است.
- آزمون تیزهوشان امسال نیز به صورت کشوری برگزار شد و ویژگی مهم آزمون این بود که اغلب سؤالات طراحی شده فقط به سنجش سطحی از درس ریاضیات اکتفا نکرده بود، بلکه هدف اصلی ارزیابی دانش ریاضی به علاوه ی ارزیابی توانمندی های ذهنی آزمون شندگان بود. با توجه به این نکته است که ضرورت مطالعه و یادگیری محتوای بخش دوم این کتاب بیش از پیش نمایان می گردد. این بخش شامل سؤالاتی است که تلفیقی از دانش حساب و هندسه کتاب های درسی با «هوش» می باشد. امیدواریم این بخش کتاب نیز برای موفقیت دانش آموزانی که هدفشان قبولی در مدارس تیزهوشان و نمونه دولتی است، مفید واقع گردد. سؤالات این بخش اغلب سخت تر از بخش اول است. لذا توصیه می کنیم وقت و حوصله ی بیشتری برای حل آن ها در نظر بگیرید. اگر خوب فکر کردید و مسئله حل نشد، ناراحت نشوید؛ چون بعضی وقت ها از حل نشدن یک مسئله نیز می توان تجربه ای ارزشمند به دست آورد. خلاصه!! از حل کردن مسائل ناامید نشوید ...

- دانش ریاضی دارای پیوستگی خاصی است و یادگیری کامل آن مانند وصل کردن حلقه‌های جدید به حلقه‌های قبلی یک زنجیر است. لذا توصیه می‌شود به جهت افزایش سطح یادگیری و احتمال موفقیت در آزمون‌های تیزهوشان و نمونه دولتی، حتماً کتاب‌های ریاضی چهارم و پنجم اندیشمند را مطالعه نمایید.
- از کلیه‌ی مدرسین محترم، دانش‌آموزان باهوش و اولیاء گرامی خواهشمندیم هر گونه اشتباه و نقص را بر ما ببخشایند و اصلاحات لازم را از طریق تلفن ۸۸۹۷۶۰۷۷ و یا سایت www.andishmand.ir به اطلاع گروه مؤلفین اندیشمند برسانند تا در چاپ‌های بعدی، برطرف گردد.
- بر خود لازم می‌دانیم از زحمات و هم‌فکری‌های اساتید محترم آقایان شیرپور و مساوات و همچنین کلیه‌ی همکارانی که ما را در حروف چینی، طراحی و چاپ این کتاب یاری نمودند، تشکر و قدردانی کنیم.

گروه مؤلفین اندیشمند

فهرست مطالب

عنوان مطلب

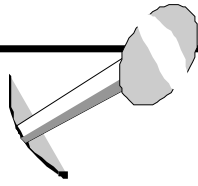
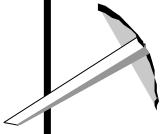
صفحه

بخش یک: استعداد تحصیلی ریاضی

۷	فصل ۱-۰: راهبردهای حل مسئله
۳۱	فصل ۱-۱: عدد و الگوهای عددی
۶۷	فصل ۱-۲: کسر
۹۵	فصل ۱-۳: اعداد اعشاری
۱۰۹	فصل ۱-۴: تقارن و مختصات
۱۳۳	فصل ۱-۵: اندازه‌گیری
۱۹۳	فصل ۱-۶: تناسب، درصد
۲۱۹	فصل ۱-۷: تقریب

بخش دو: هوش و خلاقیت ریاضی

۲۳۳	فصل ۲-۱: هوش و توانمندی‌های ذهنی
۲۵۹	فصل ۲-۲: مربع جادویی
۲۶۷	فصل ۲-۳: تخمین
۲۷۳	فصل ۲-۴: دوران، چرخش، تقارن
۲۸۳	فصل ۲-۵: تجسم حجم
۲۹۷	فصل ۲-۶: هوش ریاضی
۳۱۵	فصل ۲-۷: هوش هندسی
۳۳۱	پاسخنامه‌ی تشریحی
۳۳۲	پاسخنامه فصل ۱-۰
۳۴۵	پاسخنامه فصل ۱-۱
۳۵۹	پاسخنامه فصل ۱-۲
۳۷۰	پاسخنامه فصل ۱-۳
۳۷۸	پاسخنامه فصل ۱-۴
۳۸۷	پاسخنامه فصل ۱-۵



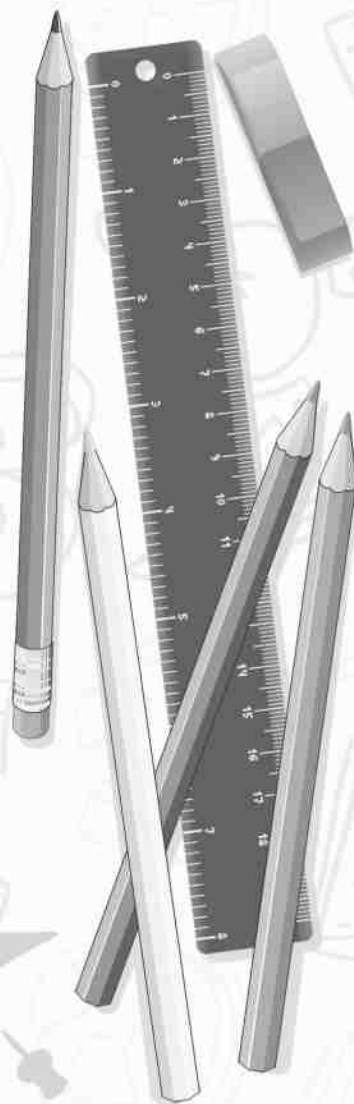
۴۱۰	پاسخنامه فصل ۱-۶
۴۲۲	پاسخنامه فصل ۱-۷
۴۲۷	پاسخنامه فصل ۲-۱
۴۴۰	پاسخنامه فصل ۲-۲
۴۴۳	پاسخنامه فصل ۲-۳
۴۴۷	پاسخنامه فصل ۲-۴
۴۵۱	پاسخنامه فصل ۲-۵
۴۵۸	پاسخنامه فصل ۲-۶
۴۷۰	پاسخنامه فصل ۲-۷

بخش یک: استعداد تحصیلی ریاضی

فصل ۰-۱:

راهبردهای حل مسئله

- رسم شکل
- الگویابی
- تنظیم جدول نظام‌دار
- حل مسئله‌ی ساده‌تر و مرتبط
- زیرمسئله
- حدس و آزمایش
- حذف حالت‌های نامطلوب



مقدمه

□ چگونگی روبه‌رو شدن و برخورد با یک مسئله در ریاضی، همواره دغدغه‌ی معلمان، دانش‌آموزان و والدین آنها بوده و هست. واقعیت این است که اثر بخشی آموزش قسمت‌های مختلف ریاضی، زمانی آشکار می‌شود که بتوانیم با به‌کارگیری آن‌ها مسائل را حل کنیم. حل مسئله، مهارتی مهم در درس ریاضی است. در این فصل بعضی از روش‌های حل مسئله را یاد می‌گیریم تا به کمک آنها به حل مسائل بپردازیم. در هر بخش، یکی از این روش‌ها را آموزش می‌دهیم.

البته به خاطر داشته باشید که یک مسئله ممکن است از طریق راهبردهای گوناگونی حل شود.

□ دانش‌آموز عزیز، برای این که یک «مسئله حل‌کن ماهر» شوید به نکات زیر توجه کنید:

- ۱- سعی کنید یک مسئله را از روش‌های مختلف حل کنید.
- ۲- هرچه تعداد مسئله‌هایی که حل می‌کنید زیادتر باشد، مهارت حل مسئله در شما بیشتر می‌شود.
- ۳- برای حل مسئله تمام تلاش خود را انجام دهید حتی اگر مسئله را درست حل نکنید.
- ۴- راه‌حل‌های نادرست را کم‌اهمیت نشمارید. زیرا حداقل چیزی که نصیبتان می‌شود این است که فهمیدید از چه راهی به جواب نمی‌رسید.
- ۵- مسئله را برای خودتان قابل درک و ساده کنید.
- ۶- راه‌حل‌های خود را برای دوستان و هم‌کلاسی‌های خودتان توضیح دهید تا آن‌ها هم در موردش نظر دهند.

روش اول: رسم شکل

اولین راه‌حلی که به فکر اغلب دانش‌آموزان می‌رسد، رسم شکل است.

برای حل بعضی از مسایل ریاضی، نیازی به انجام عملیات ریاضی ندارید. کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند و آن را به طور کامل توضیح دهد.

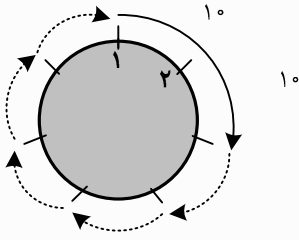
در اینجا با حل چند مسئله به مهارت حل مسئله‌ی شما به روش «رسم شکل» کمک می‌کنیم.

۱. علی، رضا، امیر و پویا، چهار نفر اول مسابقات شنای مدرسه شده‌اند. مهارت پویا از امیر بیش‌تر است. علی از همه برتر است. رضا بهتر از امیر است. هر کدام از این چهار نفر در چه رتبه‌ای قرار دارند؟

: بهتر بودن را با خط بلندتر نشان می‌دهیم.

	حالت اول	حالت دوم
اول :	علی _____	علی _____
دوم :	رضا _____	پویا _____
سوم :	پویا _____	رضا _____
چهارم :	امیر _____	امیر _____

۲. مسیر ریل قطار اسباب‌بازی کاوه دایره‌ای شکل است. ۷ تیرچه خطوط ارتباط تلفنی به فاصله‌های یکسان دور مسیر قرار دارند. اگر ۲۰ ثانیه طول بکشد تا قطار از تیرچه اول به تیرچه سوم برسد، چه قدر طول می‌کشد تا قطار کل مسیر را دور بزند؟



: با استفاده از شکل نتیجه می‌گیریم ۷۰ ثانیه طول می‌کشد تا قطار کل مسیر را طی کند.

۳. در یک مزرعه ۱۸ گاو و شترمرغ وجود دارد. تعداد پاهای آن‌ها ۴۴ عدد است. چند شترمرغ و چند گاو در این مزرعه وجود دارد؟

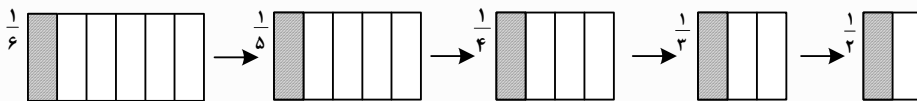
: در راه حل «رسم شکل» ابتدا ۱۸ دایره می‌کشیم و برای هر کدام ۲ پا می‌گذاریم:



تا اینجا ۳۶ پا کشیده‌ایم ولی ۸ پای باقی‌مانده را با اضافه کردن ۲ تا ۲ تا رسم می‌کنیم. پس نتیجه می‌گیریم ۴ تا گاو و ۱۴ تا شترمرغ در این مزرعه وجود دارد.

۴. یک شب که پادشاه از گرسنگی خوابش نمی‌برد به آشپزخانه سلطنتی رفت و در آنجا ظرفی پر از موز یافت. چون خیلی گرسنه بود $\frac{1}{6}$ موزها را خورد و رفت. کمی بعد در همان شب ملکه نیز به آشپزخانه رفت و او هم گرسنه بود و $\frac{1}{5}$ موزهای باقی‌مانده را خورد و رفت. کمی بعد فرزند بزرگ به آشپزخانه رفت و $\frac{1}{4}$ باقی‌مانده‌ی موزها را خورد و رفت. سپس فرزند وسطی $\frac{1}{3}$ باقی‌مانده‌ی موزها را خورد و در آخر فرزند کوچک خانواده $\frac{1}{2}$ باقی‌مانده‌ی موزها را خورد. بدین ترتیب فقط ۳ تا موز در ظرف باقی ماند. به نظر شما در ابتدا چند موز در ظرف بوده‌است؟

: نتیجه می‌شود یک قسمت از ۶ قسمت مساوی ۳ عدد موز بوده‌است. پس ۱۸ موز از ابتدا در ظرف بوده‌است.



۵. خانم زارعی دفتردار مدرسه‌ی اندیشمند، بسیار دقیق و حساس است. او کاغذهای رنگی را به روش خودش در قفسه‌ها می‌چیند. او اصرار داشت ۲ بسته کاغذ زرد را در بالای قفسه و بسته‌ی کاغذ سبز را زیر بسته‌های کاغذ قرمز و بالای بسته‌های کاغذ آبی بگذارد. او بسته‌های کاغذ نارنجی را بالای بسته‌های کاغذ خاکستری و هر ۲ بسته‌ی کاغذ نارنجی را زیر بسته‌های کاغذ زرد قرار داد. خانم زارعی این دو قفسه کاغذ را چگونه مرتب کرده‌است؟

	قرمز
	آبی

: یکی از حالت‌ها می‌تواند این چنین باشد:
شما به دیگر حالت‌ها فکر کنید و آنها را بکشید.

روش دوم: یافتن الگوها (الگویابی)

□ اهمیت مطالعه‌ی الگوها به حدی است که ریاضیات را علم الگوها نیز نامیده‌اند. الگوها همه‌جا هستند در زندگی روزانه هزاران الگو وجود دارد. سنگ‌فرش‌های خیابان‌ها و پارک‌ها، سرامیک خانه‌ها، طراحی‌های معماری و هنری و ... همگی نشانه‌هایی از وجود الگوها در زندگی روزانه‌ی ما هستند. الگوها در دنیای ریاضی هم مانند زندگی روزانه در همه جا پخش شده‌اند. یافتن الگوها مهارتی مهم است که در حل خیلی از مسائل به ما کمک می‌کند.

توجه: در الگوهای عددی و شکلی نباید استثناء داشته باشیم.

مثال‌های زیر نشان می‌دهند که چگونه از الگویابی می‌توان برای حل مسایل ریاضی استفاده کرد.

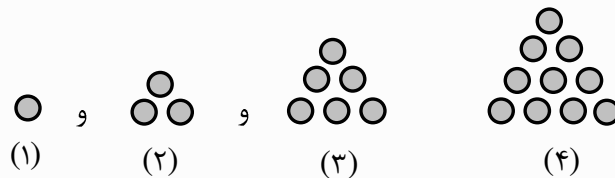
۶. کشاورزی چند ردیف لوبیا کاشت. او خیلی دوست داشت لوبیاهایش سریع رشد کنند و او آنها را ببیند. او در این مشاهده متوجه شد در روز دوشنبه یک گیاه، در روز سه‌شنبه ۴ گیاه و در روز چهارشنبه ۹ گیاه جوانه زده است. اگر رشد لوبیایا به همین صورت ادامه پیدا کند. در روز یک‌شنبه چند لوبیا جوانه خواهد زد؟

دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	شنبه	یکشنبه
۱	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶
۱×۱	۲×۲	۳×۳	۴×۴	۵×۵	۶×۶

۷. اتوبوسی در شروع کار روزانه‌اش، در اولین ایستگاه ۲ نفر، در دومین ایستگاه ۳ نفر، در سومین ایستگاه ۵ نفر، و در چهارمین ایستگاه ۱۰ نفر و ... سوار می‌کند. اگر با همین الگو مسافرین را در ایستگاه‌های بعدی نیز سوار کند و هیچ مسافری پیاده نشود، در کل تا ایستگاه ششم چند نفر در اتوبوس سوار شده‌اند؟

ایستگاه						

۸. به الگوی زیر با دقت نگاه کنید:



اولاً: در شکل دهم چند دایره دیده خواهد شد؟

ثانیاً: به شکل دهم چند دایره اضافه کنیم تا شکل یازدهم به وجود آید؟

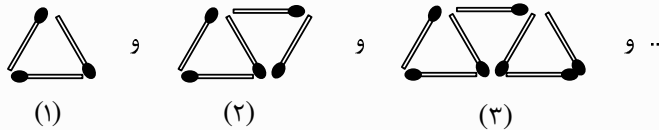


- شکل اول $\rightarrow 1$
 شکل دوم $\rightarrow 1+2=3$
 شکل سوم $\rightarrow 1+2+3=6$
 شکل چهارم $\rightarrow 1+2+3+4=10$
 \vdots
 شکل دهم $\rightarrow 1+2+3+\dots+10=55$

پاسخ ثانیه: به شکل دهم باید یازده دایره اضافه کرد تا شکل یازدهم به وجود آید.



۹: به الگوی چوب کبریتی زیر توجه کنید. شکل نهم از چند چوب کبریت ساخته شده است؟





- شکل اول $\rightarrow (1 \times 2) + 1 = 3$
 شکل دوم $\rightarrow (2 \times 2) + 1 = 5$
 شکل سوم $\rightarrow (3 \times 2) + 1 = 7$
 \vdots
 شکل نهم $\rightarrow (9 \times 2) + 1 = 19$

روش سوم: تنظیم جدول نظام‌دار


□ سازمان‌دهی و مرتب کردن عددها و اطلاعات مسئله در یک جدول و یا نمودار، ما را یاری می‌کند تا بتوانیم با کشف الگویی در آنها، به مجهولات دست یابیم. این کار یکی از روش‌های مؤثر و ساده ولی بسیار مفید برای حل مسئله‌هاست. شما با تهیه‌ی فهرست، جدول و نمودار می‌توانید اعداد و ارقام داده‌شده در مسئله‌ها را مرتب کنید. در یک جدول نظام‌دار، اعداد با نظم منطقی در کنار هم قرار می‌گیرند به طوری که جابه‌جا شدن هر یک از آنها در جدول، نظام را به هم می‌زند. بنابراین ترتیب قرار گرفتن اطلاعات در جدول مهم است. هم‌چنین از این جدول‌ها در اثبات فرمول‌های مورد استفاده در مباحث مختلف استفاده می‌شود. یکی از ویژگی‌های جدول نظام‌دار این است که اطمینان داریم همه‌ی حالت‌های ممکن برای مسئله را در نظر گرفته‌ایم و هیچ حالتی را از قلم نینداخته‌ایم.

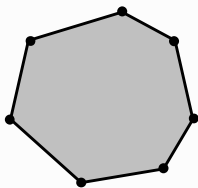
فایده‌های استفاده از جدول نظام‌دار را در حل چند مسئله خواهیم دید:


۱۰: در شکل زیر چند پاره خط را می‌توانید نام ببرید؟ 

از نقطه‌ی «م» شروع می‌کنیم و هر تعداد پاره خط که می‌توانیم با این نقطه نشان دهیم را در جدول می‌نویسیم. برای بقیه‌ی نقاط هم همین کار را انجام می‌دهیم. 


نام پاره خط	نقطه دوم پاره خط	نقطه اول پاره خط
«م ن»	ن	م
«م و»	و	م
«م ه»	ه	م
«م ی»	ی	م
«ن و»	و	ن
«ن ه»	ه	ن
«ن ی»	ی	ن
«و ه»	ه	و
«و ی»	ی	و
«ه ی»	ی	ه

۱۱: یک هفت ضلعی چند قطر دارد؟ 



همان‌طور که می‌بینید از هر رأس به چهار رأس دیگر می‌توانیم وصل کنیم. $(7 \times 4 = 28)$ ولی نیمی از این تعداد تکرار شده‌است. پس حالت‌های تکراری را حذف می‌کنیم. $28 \div 2 = 14$ 

رأس اول	A	A	A	A	B	B	B	B	C	C	C	
رأس دوم	C	D	E	F	D	E	F	G	E	F	G	...
قطر	AC	AD	AE	AF	BD	BE	BF	BG	CE	CF	CG	

۱۲: «امین» سه شلوار به رنگ‌های سفید و مشکی و سرمه‌ای دارد. همین‌طور چهار پیراهن به رنگ‌های سبز، زرد، آبی و قرمز نیز دارد. برای شرکت در جشن تولد دوستش، از پدرش پرسید: «کدام شلوار را با کدام پیراهن بپوشم؟» پدر گفت: امتحان کن ببین کدام یک برای پوشیدن مناسب‌ترند. اگر هر بار امتحان کردن یک شلوار و یک پیراهن ۵ دقیقه طول بکشد، امین چند ساعت دیگر حاضر می‌شود؟ 



۱۲ حالت می‌تواند امتحان کند.

ساعت ۱ = دقیقه ۶۰ = ۱۲ × ۵

حالت	شلوار	پیراهن
اول	سفید	سبز
دوم	سفید	زرد
سوم	سفید	آبی
چهارم	سفید	قرمز
پنجم	مشکی	سبز
ششم	مشکی	زرد
هفتم	مشکی	آبی
هشتم	مشکی	قرمز
نهم	سرمه‌ای	سبز
دهم	سرمه‌ای	زرد
یازدهم	سرمه‌ای	آبی
دوازدهم	سرمه‌ای	قرمز

روش چهارم: مسئله‌ی ساده‌تر و مرتبط

□ بعضی از مسئله‌ها به ظاهر دشوار و پیچیده‌اند و حل کردن آنها در حالت کلی یا با اعداد بزرگ و غیرمعمول، بسیار سخت به نظر می‌رسد. اما اگر مسئله را ساده کنیم یا در حالت خاص یا ساده‌شده به بررسی آن بپردازیم، راه حل مسئله را پیدا می‌کنیم. همین راه حل را می‌توان با توجه به رابطه یا الگویی که وجود دارد، به مسئله‌ی اصلی مرتبط کرد. پس در بعضی مسئله‌ها به جای عددهای خیلی بزرگ یا کسری و اعشاری، از عددهای طبیعی و کوچک استفاده می‌کنیم تا مسئله ساده‌تر و قابل درک‌تر شود. مثلاً به مسئله‌ی ساده‌ی زیر توجه کنید:

۱۳: در کارخانه‌ای از سنگ معدن $4\frac{4}{5}$ تن مس در سال تولید می‌شود. کل تولید این کارخانه در دو سال و نیم چند تن است؟



: برای درک بهتر مسئله آن را با عددهای طبیعی و کوچک، ساده می‌کنیم:



۴ تن در یک سال در ۲ سال چند تن؟ $4 \times 2 = 8$

پس در مسئله اصلی باید $4\frac{4}{5}$ تن را در $2\frac{2}{5}$ سال ضرب کنیم.

$$\text{تن } 4\frac{4}{5} \times 2\frac{2}{5} = \frac{24}{5} \times \frac{5}{2} = 12$$

۱۴: سارا از ابتدای صف نفر صد و نود و هفتم و از انتهای صف نفر دویست و پنجاه و نهم است!! در این صف چند نفر ایستاده‌اند؟



: مسئله را با به کار بردن عددهای کوچک‌تر، ساده می‌کنیم. سارا از اول صف نفر سوم و از آخر صف نفر چهارم است. در این صف



چند نفر ایستاده‌اند؟

نتیجه این است که تعداد نفراتی که در صف ایستاده‌اند، یکی کم‌تر از مجموع ۳+۴ است. پس در مسئله‌ی اصلی دو عدد را با

هم جمع می‌کنیم و یکی از مجموع آنها کم می‌کنیم. $455 - 1 = 456 \rightarrow 456 + 259 = 197$

□ در بعضی مسئله‌ها هم ابتدا مسئله را در حالتی خاص یا ساده‌تر حل می‌کنیم سپس نتایج به دست آمده را برای حل مسئله‌ی اصلی به کار می‌بریم. به مثال زیر توجه کنید:

$$15: \text{حاصل عبارت } \frac{2}{4} \times \frac{4}{6} \times \frac{6}{8} \times \dots \times \frac{96}{98} \times \frac{98}{100} \text{ را به دست آورید.}$$



: مسئله را در حالتی که فقط سه کسر اول وجود دارند حل می‌کنیم و نتیجه را برای حل مسئله‌ی اصلی به کار می‌بریم. مخرج کسر اول با صورت کسر بعدی ساده شده و موضوع همین‌طور ادامه می‌یابد تا در آخر فقط صورت کسر اول و مخرج کسر آخر باقی می‌ماند.

$$\frac{2}{4} \times \frac{4}{6} \times \frac{6}{8} \times \dots \times \frac{96}{98} \times \frac{98}{100} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$$

روش پنجم: زیر مسئله

«میمون گرسنه‌ای را در اتاقکی نگه می‌دارند. ناگهان در بیرون اتاقک موزی را می‌بیند که روی زمین افتاده است. میمون دستش را از لابه‌لای میله‌ی اتاقک بیرون می‌برد ولی دستش به موز نمی‌رسد. در بیرون اتاقک یک قطعه چوب نیز روی زمین افتاده است به طوری که دست حیوان به آن می‌رسد ولی میمون در ابتدا به آن توجه نکرد. ناگهان به هیجان می‌آید، چوب را برمی‌دارد و آن قدر تلاش می‌کند تا به وسیله‌ی چوب، موز را به دست می‌آورد و می‌خورد.»

در این ماجرا تفکری ریاضی گونه مربوط به حل مسئله وجود دارد. در واقع میمون دو مسئله را حل کرده است.

الف) برداشتن موز ب) برداشتن چوب

مسئله‌ی «الف» قبل از مسئله‌ی «ب» وجود داشت. ولی حل مسئله‌ی «ب» راه را برای حل مسئله‌ی اصلی «الف» باز کرد. خیلی از مسائل به ظاهر مشکل و پیچیده را می‌توان به مسئله‌های ساده‌تر تقسیم کرد. وقتی مسئله‌های ساده و کوچک حل شوند، مسئله‌ی اصلی نیز حل می‌شود. بعضی از مسئله‌ها، زیر مسئله‌های زیادی دارند. پس قبل از حل کردن هر مسئله، می‌توانید فهرستی از زیر مسئله‌های آن تهیه کنید. این کار به فکر شما نظم می‌دهد و حل مسئله‌ی اصلی را برایتان آسان می‌کند.



۱۶: احمد ۲۰۰۰ تومان پول دارد. او می‌خواهد ۸ دفترچه بخرد و با همه‌ی باقی‌مانده‌ی پولش مداد بخرد. قیمت هر دفترچه ۱۳۵ تومان و قیمت هر مداد ۳۰ تومان است. او چند مداد می‌تواند بخرد و چه قدر برایش باقی می‌ماند؟



: این مسئله از چند مسئله‌ی ساده و کوچک به وجود آمده است. اگر آن‌ها را مشخص و حل کنید، حل مسئله اصلی برایتان آسان می‌شود.

تومان $8 \times 135 = 1080$

تومان $2000 - 1080 = 920$

$$\begin{array}{r} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array}$$

باقیمانده

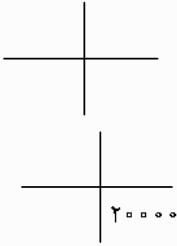
۱- برای خرید ۸ دفترچه چه قدر پول لازم است؟

۲- بعد از خرید ۸ دفترچه چه قدر پول باقی می‌ماند؟

۳- با پول باقی‌مانده چند مداد ۳۰ تومانی می‌توان خرید و چه قدر باقی می‌ماند؟



۱۷: کتاب فروشی اعلام کرده کتاب‌های نو را با ۲۰ درصد و کتاب‌های کهنه را با ۴۰ درصد تخفیف می‌فروشد. نیلوفر تعدادی کتاب نو مجموعاً به قیمت ۴۰۰۰۰ تومان و تعدادی هم کتاب کهنه مجموعاً به قیمت ۲۰۰۰۰ تومان می‌خواهد بخرد. او چه قدر پول باید به کتابفروشی بپردازد؟



۱. مبلغ تخفیف کتاب‌های نو چه قدر است؟

۲. مبلغ تخفیف کتاب‌های کهنه چه قدر است؟

$$8000 + 8000 = 16000$$

۳. مجموع تخفیف‌ها چه قدر است؟

$$60000 - 16000 = 44000$$

۴. مبلغ کلی که باید بپردازد چه قدر است؟

روش ششم: حدس و آزمایش

هر دانش‌آموزی بارها در طول درس خواندنش در مورد جواب سؤال‌ها و مسائل حدس‌هایی زده‌است. روش حدس زدن، در زندگی روزمره از دوران کودکی تا بزرگسالی مورد استفاده قرار می‌گیرد. ممکن است پس از یادگیری روش «حدس و آزمایش» فکر کنید این کار نوعی تقلب است. اما واقعیت این نیست؛ این روش برای حل مسئله مؤثر است. این روش گاهی خیلی سریع به جواب می‌رسد و گاهی ممکن است امیدوارکننده نباشد. نباید زود دل‌سرد شویم. اول حدس می‌زنیم. بعد از حدس زدن باید آزمایش کنیم که آیا حدس ما درست است یا نه. اگر حدس اول ما غلط باشد، باید سعی کنیم حدس‌های بهتری بزنیم. حدس زدن و آزمایش کردن راه‌حل قابل قبولی است به شرط آن‌که شما بتوانید راه خوبی برای نوشتن حدس‌ها و آزمایش کردن آنها پیدا کنید. سپس حدس‌های بعدی را با بررسی و نتیجه‌گیری حدس قبلی به طور منطقی و منظم برای رسیدن به جواب تعیین کنید. حدس‌های خودتان را در جدول سازمان‌دهی کنید تا بتوانید جواب‌های به دست آمده را با جواب درست مقایسه کنید.



۱۸: عددی پیدا کنید که اگر ۵ واحد از آن کم کنیم، سپس حاصل را ۳ برابر کنیم، دو برابر همان عدد به دست می‌آید.



نتیجه	۲ برابر عدد اولیه	حاصل ۳ برابر	کم کردن ۵ واحد	عدد
غلط	$2 \times 10 = 20$	$3 \times 5 = 15$	$10 - 5 = 5$	۱۰ حدس اول
درست	$2 \times 15 = 30$	$3 \times 10 = 30$	$15 - 5 = 10$	۱۵ حدس دوم

- در این مسئله ما با دو حدس به جواب رسیدیم. ممکن است شما در حل مسئله‌ای از این روش چندین حدس غلط بزنید و سپس به پاسخ درست برسید. زود خسته نشوید، با دقت و پشتکار به کارتان ادامه دهید.



۱۹: «دست‌فروشی» اجناس خود را در یک بازار به حراج گذاشته‌است. او هریک از اجناس خود را به قیمت ده‌هزار تومان می‌فروشد و به هر مشتری هم فقط یک جنس می‌فروخت!! اگر مشتری خیلی خوب چانه می‌زد، می‌توانست جنس را به نصف قیمت بخرد. در پایان روز متوجه شد که همه‌ی دوازده قلم جنس خود را فروخته و ۹۵۰۰۰ تومان به دست آورده‌است. در صورتی که او از هر خریدار فقط یک اسکناس ده‌هزار تومانی یا پنج‌هزار تومانی دریافت کرده‌باشد، چند اسکناس ده‌هزار تومانی و چند اسکناس پنج‌هزار تومانی دارد؟



مقایسه	کل پول	مجموع پنج‌هزار تومانی‌ها	مجموع ده‌هزار تومانی‌ها	تعداد پنج‌هزار تومانی‌ها	تعداد ده‌هزار تومانی‌ها
کم‌تر	۸۵۰۰۰	۳۵۰۰۰	۵۰۰۰۰	۷	۵
بیش‌تر	۱۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰	۸۰۰۰۰	۴	۸
درست	۹۵۰۰۰	۲۵۰۰۰	۷۰۰۰۰	۵	۷

روش هفتم: حذف حالت‌های نامطلوب

یکی از بازی‌های موردعلاقه دانش‌آموزان و شاید بزرگ‌ترها، «مسابقه ۲۰ سؤالی» است. یکی از انواع مسابقه‌ی ۲۰ سؤالی را که با ریاضی سر و کار دارد، بررسی می‌کنیم: بین ۱ تا ۱۰۰ عددی را در ذهن خود انتخاب کنید و از دوستان بخواهید برای شناسایی عدد موردنظر شما حداکثر ۲۰ سؤال مطرح کند و شما فقط با جواب‌های «بله» و «خیر» او را راهنمایی کنید. اگر دوست شما بعد از ۲۰ سؤالی که مطرح می‌کند و شما جواب می‌دهید، نتواند عدد انتخابی شما را پیدا کند، بازی را می‌بازد. یک نمونه مسابقه ۲۰ سؤالی را بررسی می‌کنیم. به سؤالات و جواب‌ها در جدول زیر دقت کنید:

ردیف	سؤال	جواب
۱	آیا عدد شما ۱۳ است.	خیر
۲	آیا عدد شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟	بله
۳	آیا عدد شما فرد است؟	بله
۴	آیا عدد شما یک رقمی است؟	خیر
۵	آیا عدد شما ۸۷ است؟	خیر
.	.	.
.	.	.

– کدام سؤال‌ها با ارزش هستند؟

– کدام سؤال‌ها بی‌ارزش‌اند و موجب از دست رفتن فرصت می‌شوند؟

سؤال یک و سؤال پنج جزو سؤال‌های کم ارزش‌اند. چون تنها متوجه می‌شویم عددهای ۱۳ و ۸۷ جزو حالت‌های نادرست هستند.

در حالی که سؤال‌های ۲، ۳ و ۴ بسیار هوشمندانه و خوب هستند. زیرا هریک از جواب‌های «بله» یا «خیر» باعث می‌شود تعداد زیادی عدد نادرست حذف گردد.

همین‌طور که می‌بینید «حذف حالت‌های نامطلوب» شما را به «حالت مطلوب» نزدیک می‌کند.

پس یاد گرفتیم برای حل بعضی از مسئله‌ها می‌توانیم همه حالت‌های ممکن را در نظر بگیریم. سپس با توجه به شرایط موضوعی که در مسئله مطرح شده، جواب‌ها و حالت‌های نامطلوب و غیرممکن را حذف کنیم تا جواب مسئله به دست آید. به این نکته هم توجه کنید که برای حل مسئله از روش «حذف حالت‌های نامطلوب» استفاده از رسم شکل و یا تنظیم جدول نظام‌دار خیلی به شما کمک می‌کند.



۲۰: پیمان روزهای چهارشنبه، پنج‌شنبه و جمعه دروغ می‌گوید و در سایر روزهای هفته راست می‌گوید!!
علیرضا روزهای سه‌شنبه، دوشنبه و یکشنبه دروغ گوشت و در دیگر روزهای هفته، راست می‌گوید!!
اگر امروز هردوی آنها بگویند: «من دیروز دروغ گفته‌ام»، تعیین کنید امروز کدام روز هفته است؟



: ابتدا جدول نظام‌دار مانند زیر رسم کنید:

جمعه	پنج‌شنبه	چهارشنبه	سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	
د	د	د	ر	ر	ر	ر	پیمان
ر	ر	ر	د	د	د	ر	علیرضا

- فرض کنیم امروز شنبه است. پس هردو نفر راست گو هستند و وقتی می‌گویند: «من دیروز دروغ گفته‌ام»، درست می‌گویند. اما در این صورت دیروز جمعه بوده و جمعه‌ها علیرضا راست‌گوست و نمی‌تواند دروغ گفته‌باشد. پس امروز شنبه نیست. (حذف حالت نامطلوب)
- فرض کنیم امروز یکشنبه باشد، در امروز پیمان راست‌گوست. پس وقتی می‌گوید: «من دیروز دروغ گفته‌ام» درست می‌گوید. ولی دیروز شنبه بوده و پیمان روزهای شنبه راست می‌گوید. در نتیجه امروز یکشنبه هم نمی‌تواند باشد. روزهای دوشنبه و سه‌شنبه هم مانند روز یکشنبه، نمی‌توانند پاسخ صحیح مسئله باشند.
- فرض می‌کنیم امروز چهارشنبه باشد. چون پیمان روزهای چهارشنبه دروغ می‌گوید، جمله‌ی «من دیروز دروغ گفته‌ام» او نادرست است. پس او دیروز راست‌گو بوده‌است که با جدول ما سازگار است. علیرضا روز چهارشنبه راست‌گوست. پس وقتی می‌گوید «دیروز دروغ گفته‌ام» باید راست باشد که با جدول ما سازگار است. نتیجه‌ی نهایی این که امروز «چهارشنبه» است.



۲۱: بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی را بنویسید که رقم تکراری نداشته باشد و بر ۱۵ نیز بخش‌پذیر باشد.



: بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی بدون تکرار رقم‌ها ۹۸۷ است. می‌دانیم عددی بر ۱۵ بخش‌پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش‌پذیر باشد. از روش «حذف حالت‌های نامطلوب» مسئله را حل می‌کنیم.

- بر ۳ بخش‌پذیر است ولی بر ۵ بخش‌پذیر نیست. ← ۹۸۷
- ۹۸۶
- بر ۳ بخش‌پذیر نیست ولی بر ۵ بخش‌پذیر است. ← ۹۸۵
- ...
- بر ۳ بخش‌پذیر نیست ولی بر ۵ بخش‌پذیر است. ← ۹۸۰
- ...
- هم بر ۳ بخش‌پذیر است و هم بر ۵ بخش‌پذیر است. ← ۹۷۵

سوالات چهارگزینه ای

۱- کرمی در پایین یک دیوار ۸ متری قرار دارد. هر روز ۳ متر به طرف بالا می‌خزد ولی هنگام شب ۲ متر به پایین لیز می‌خورد. چند روز طول می‌کشد تا این کرم به بالای دیوار برسد؟

- (۱) ۵ روز (۲) ۶ روز (۳) ۷ روز (۴) ۸ روز

۲- مریم خانم صندوق دار یکی از فروشگاه‌های شهر است. او در طبقه‌ی وسط این فروشگاه کار می‌کند. یک روز در آخر وقت کاری، برای خرید در فروشگاه، مرخصی گرفت. ابتدا به قسمت لوازم منزل که سه طبقه بالاتر بود رفت. بعد برای خرید از قسمت بچه‌گانه، پنج طبقه پایین آمد. سپس شش طبقه بالا رفت تا از قسمت لوازم صوتی خرید کند. در آخر، ده طبقه پایین آمد و از در خروجی اصلی فروشگاه که در طبقه‌ی اول بود، خارج شد. این فروشگاه بزرگ چند طبقه دارد؟

- (۱) ۱۱ طبقه (۲) ۱۲ طبقه (۳) ۱۳ طبقه (۴) ۱۴ طبقه

۳- به چند طریق مختلف می‌توان سه دایره با اندازه‌های مختلف را کنار هم قرار داد بدون آن‌که یکدیگر را قطع کنند؟ (حالت‌های تکراری را در نظر نگیرید.)

- (۱) ۲ حالت (۲) ۳ حالت (۳) ۴ حالت (۴) ۵ حالت

۴- حالت‌های مختلف مسئله قبل را برای چهار دایره نیز به دست آورید. در این صورت حداکثر چند حالت خواهیم داشت؟

- (۱) ۱۰ حالت (۲) ۹ حالت (۳) ۸ حالت (۴) ۷ حالت

۵- توپی را در نظر بگیرید که از هر ارتفاعی رها شود، پس از برخورد به زمین، نصف مسیر رفته را دوباره به طرف بالا برمی‌گردد. این توپ از ارتفاع ۱۶ متری پرتاب شده و در حال بالا و پایین رفتن است. کل مسافت عمودی که این توپ از لحظه‌ی افتادن تا لحظه‌ی چهارمین برخورد با زمین طی می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۴۰ متر (۲) ۴۴ متر (۳) ۴۶ متر (۴) ۴۸ متر

۶- حیوانات جنگل تصمیم گرفتند به دستور سلطان جنگل یک دوره مسابقه‌ی بسکتبال ترتیب دهند. قرار است هر دو تیم دو بار با یکدیگر مسابقه دهند. تیم آهوها، خرس‌ها روباه‌ها، بزها، گرگ‌ها در این مسابقات شرکت کرده‌اند. چند بازی باید صورت گیرد تا مسابقات به پایان برسد و قهرمان مشخص شود؟



- (۱) ۴۰ بازی (۲) ۳۰ بازی (۳) ۲۰ بازی (۴) ۱۰ بازی

۷- نمودار مقابل، نتایج یک مسابقه‌ی ۶ نفره را نشان می‌دهد. هر فلش از یک بازیکن به بازیکن دیگر نشان می‌دهد که بازیکن اول، بازیکن دوم را در آن بازی شکست داده‌است. چند بازی باقی مانده‌است؟



- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۲

F



E

۸- ۱۲ نفر تیم‌های ۳ نفره تشکیل می‌دهند تا با هم فوتبال بازی کنند. هر تیمی باید با همه‌ی تیم‌های دیگر دو بار بازی کند تا بهترین آن‌ها انتخاب شود. چند بازی باید برگزار شود؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

۹- نقاط A و B و C و D روی یک خط راست طوری قرار گرفته‌اند که طول پاره‌خط AB، ۱۳ سانتی‌متر طول پاره‌خط BC، ۱۱ سانتی‌متر، طول پاره‌خط CD، ۱۴ سانتی‌متر و طول پاره‌خط DA، ۱۲ سانتی‌متر می‌باشد. فاصله‌ی بین دورترین دو نقطه در این مسئله چه قدر می‌باشد؟

- (۱) ۲۵ سانتی‌متر (۲) ۲۶ سانتی‌متر (۳) ۳۸ سانتی‌متر (۴) ۳۹ سانتی‌متر

□ با توجه به متن به تست‌های ۱۰ و ۱۱ پاسخ دهید.

بهمن، کمال، ابراهیم، حمید، آرش و رضا در یک مسابقه‌ی دو شرکت کردند. در پایان، آرش ۷ متر جلوتر از ابراهیم بود. بهمن ۱۲ متر عقب‌تر از رضا بود. آرش ۵ متر از حمید جلوتر بود ولی ۳ متر از رضا عقب‌تر بود. فاصله‌ی کمال از نفر اول و نفر آخر به یک اندازه بود.

۱۰- چه کسی رتبه‌ی سوم را کسب کرده بود؟

- (۱) آرش (۲) کمال (۳) رضا (۴) حمید

۱۱- «ابراهیم» چند متر جلوتر از «بهمن» مسابقه را به پایان رسانده است؟

- (۱) ۲ متر (۲) ۳ متر (۳) ۴ متر (۴) ۵ متر

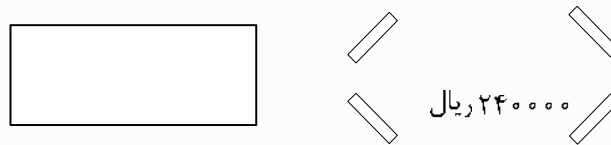
۱۲- به کمک راهبرد رسم شکل تعیین کنید، حاصل عبارت $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ به کدام گزینه نزدیک تر است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳

۱۳- نُه دستگاه اتوبوس با فاصله‌های مساوی از یکدیگر در یک خیابان مستقیم، توقف کرده‌اند. اگر فاصله‌ی اولی تا سومی ۶۰۰ متر باشد. فاصله‌ی اولی تا آخری چند متر است؟

- (۱) ۱۶۰۰ متر (۲) ۱۸۰۰ متر (۳) ۲۴۰۰ متر (۴) ۳۰۰۰ متر

۱۴- در یک فروشگاه لوازم ورزشی آگهی‌های زیر نصب شده است:



با توجه به آگهی‌های نصب شده در این فروشگاه، قیمت یک توپ چه قدر است؟

- (۱) ۳۰ هزار ریال (۲) ۴۰ هزار ریال (۳) ۵۰ هزار ریال (۴) ۶۰ هزار ریال

۱۵- در یک طرف خیابانی که از خانه‌ی «علی‌اینا» تا مدرسه‌اش قرار دارد ۱۳ درخت وجود دارد. امروز صبح علی در مسیرش به طرف مدرسه روی هر درخت یکی در میان با گچ یک علامت زد، به ترتیب از اولین درخت تا آخر. وقتی ظهر از مدرسه به خانه برمی‌گشت روی هر سه درخت یک علامت می‌زد و به ترتیب از اولین درخت شروع کرد. زمانی که به خانه می‌رسد، چه تعدادی از این درختان با گچ علامت نخورده است؟

- (۱) ۲ تا (۲) ۳ تا (۳) ۴ تا (۴) ۵ تا

۱۶- برای رفتن از تهران به رشت ۴ راه وجود دارد و از رشت تا کنار دریا ۳ راه وجود دارد. حال اگر شما بخواهید از تهران به کنار دریا بروید، از چند راه مختلف می‌توانید مسیر خود را انتخاب کنید؟

- (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

۱۷- در یک شهر خبرها تلفنی پخش می‌شود. وقتی سارا به مریم زنگ می‌زند، در مدت ۵ دقیقه همه‌ی خبرهایش را به او می‌گوید و مریم نیز تمام خبرهایش را به سارا می‌گوید. اگر سارا، مریم، فاطمه و ریحانه هر یک خبری جدید داشته باشند، حداقل در چند دقیقه همگی از همه‌ی خبرها آگاه می‌شوند؟

- (۱) ۱۵ دقیقه (۲) ۲۰ دقیقه (۳) ۲۵ دقیقه (۴) ۳۰ دقیقه

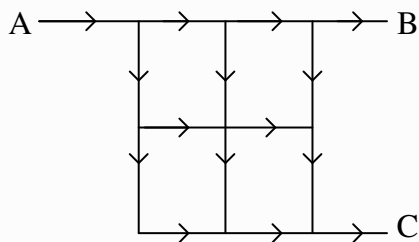
۱۸- مستطیل زیر از کنار هم قرار دادن چند مربع در سه اندازه‌ی مختلف ساخته شده است. ضلع کوچکترین مربع ۲۰ سانتی‌متر است. طول خطی که در شکل پررنگ شده است، چه قدر است؟

- (۱) ۳۸۰ سانتی‌متر
(۲) ۴۰۰ سانتی‌متر
(۳) ۴۲۰ سانتی‌متر
(۴) ۴۴۰۰ سانتی‌متر

۱۹- کوتاه‌ترین مسیر برای رفتن از A به B در کدام شکل به صورت درست رسم شده است؟ (فرض کنید که خط واصل بین A و B، محور تقارن مربع است.)

- (۱)  (۲)
(۳)  (۴)

۲۰- در شکل زیر، خیابان‌ها در جهت فلش‌ها یک طرفه هستند. تعدادی ماشین از خیابان A وارد شده و از خیابان‌های B و C خارج می‌شوند. در هر دو راهی از ماشین‌ها از یک خیابان و نیمی از خیابان دیگر عبور می‌کنند. تعداد ماشین‌هایی که از B عبور می‌کنند چه کسری از تعداد ماشین‌هایی است که از C عبور می‌کنند؟



- (۱) $\frac{1}{5}$
(۲) $\frac{1}{6}$
(۳) $\frac{1}{7}$
(۴) $\frac{1}{8}$