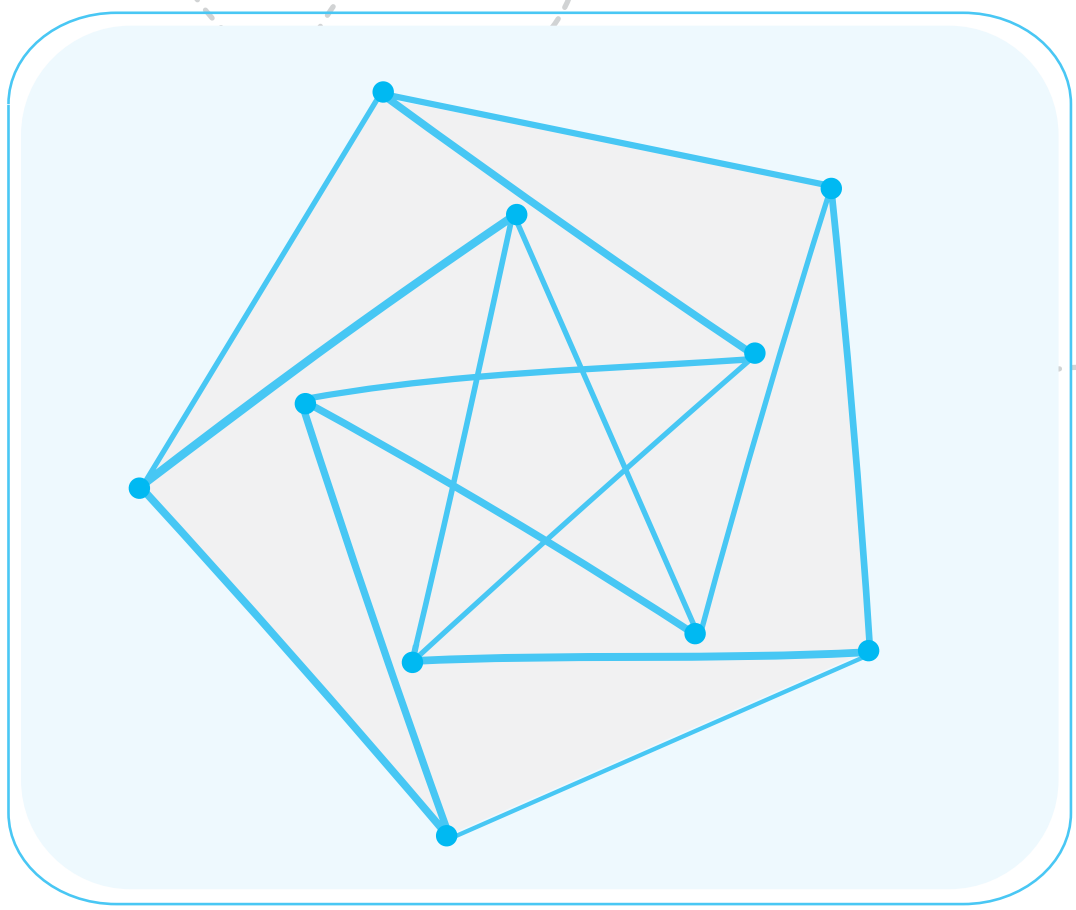


$$(a,b)-d$$

$$ax+by$$

$$(a,b)/c$$



$$(a,b)-d$$

گسسته

$$a \equiv b$$

$$a/b$$

فصل اول: آشنایی با نظریه اعداد

مثال نقض و اثبات مستقیم

۱- کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

(۱) اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ است.

(۲) اگر x و y دو عدد حقیقی و مثبت باشند، $\sqrt{xy} = \sqrt{x} \times \sqrt{y}$ است.

(۳) برای هر سه مجموعه A ، B و C اگر $A \cup B = A \cup C$ ، آن‌گاه $B = C$.

(۴) برای هر سه مجموعه A ، B و C اگر $B - A = C - A$ ، آن‌گاه $B = C$.

۲- اعداد کدام گزینه، کلیت حکم «حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.» را نقض می‌کند؟

(۱) $\sqrt{216}$ و $\sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{12}$ و $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{18}$ و $\sqrt{216}$ (۴) $\sqrt{18}$ و $\sqrt{12}$

۳- کدام دو عدد کلیت حکم «حاصل ضرب دو عدد گنگ، عددی گنگ است.» را نقض می‌کند؟

(۱) $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{4}$ (۲) $1 - \sqrt{3}$ ، $2 + \sqrt{3}$ (۳) $3 - \sqrt{2}$ ، $2 - \sqrt{3}$ (۴) $\log_3 25$ ، $\log_5 3$

۴- کدام عدد کلیت حکم «توان دوم هر عدد مثبت بزرگ‌تر از خود آن عدد است.» را نقض می‌کند؟

(۱) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{3} - 2$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

۵- اگر a و b اعداد طبیعی باشند، کدام حکم، مثال نقض دارد؟

(۱) اگر $a + b$ فرد باشد، $a - b$ فرد است.

(۲) اگر ab فرد باشد، $a + b$ زوج است.

(۳) اگر a زوج باشد، $a^2 + 3a$ زوج است.

(۴) اگر a زوج باشد، $a + b$ زوج است.

۶- کدام عدد کلیت حکم «هر عدد طبیعی دورقمی را می‌توان به صورت مجموع سه عدد طبیعی مربع کامل نوشت.» را نقض می‌کند؟

(۱) ۳۴ (۲) ۳۵ (۳) ۳۶ (۴) ۳۷

۷- کدام عدد، کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی متوالی نوشت.» را نقض می‌کند؟

(۱) ۴۰ (۲) ۴۶ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴

۸- کدام گزینه، مثال نقض دارد؟

(۱) هر مربع یک لوزی است.

(۲) هر عدد اول و بزرگ‌تر از ۲، فرد است.

(۳) هر مثلث متساوی‌الاضلاع، متساوی‌الساقین است.

(۴) توان سوم هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از توان دوم آن است.

۹- کدام یک از حکم‌های زیر، مثال نقض ندارد؟

(۱) هر چهارضلعی که قطرهای آن عمودند، لوزی است.

(۲) هر متوازی‌الاضلاعی که زاویه‌های مجاور آن برابر باشد، لوزی است.

(۳) هر متوازی‌الاضلاعی که یک زاویه قائمه داشته باشد، مربع است.

(۴) هر لوزی که دو قطر آن برابر باشد، مربع است.

۱۰- چند گزاره از گزاره‌های زیر، مثال نقض ندارند؟

(الف) مجموع هر سه عدد صحیح متوالی بر ۳ بخش پذیر است.

(ب) برای هر عدد طبیعی n ، عدد $2^n - 1$ عددی اول است.

(پ) مجموع هر چهار عدد صحیح متوالی بر ۴ بخش پذیر است.

(ت) مجموع هر پنج عدد صحیح متوالی بر ۵ بخش پذیر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱- کدام گزاره را نمی‌توان به روش اثبات مستقیم ثابت کرد؟

(۱) مجموع دو عدد فرد، عددی زوج است.

(۲) مکعب هر عدد فرد، عددی فرد است.

(۳) مجموع هر دو عدد گویا، عددی گویا است.

(۴) اگر a و b دو عدد صحیح و ab فرد باشد، $a^2 + b^2$ عددی فرد است.

۱۲- کدام گزاره را نمی‌توان به روش اثبات مستقیم ثابت کرد؟

- (۱) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است.
 (۲) مجموع سه عدد طبیعی متوالی بر ۳ بخش پذیر است.
 (۳) میانگین ۵ عدد طبیعی متوالی، همان عدد وسطی است.
 (۴) اگر a و b عددی صحیح و $a + b$ فرد باشد، $a^2 + b^2$ عددی زوج است.

۱۳- عدد $4k + 1$ به ازای همه مقادیر ممکن برای k ، مربع کامل است. k به کدام صورت می‌تواند باشد؟

- (۱) حاصل ضرب سه عدد طبیعی فرد متوالی
 (۲) حاصل ضرب دو عدد طبیعی فرد
 (۳) حاصل ضرب دو عدد طبیعی زوج متوالی
 (۴) حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی

۱۴- در اثبات حکم «مربع هر عدد فرد به شکل $8q + 1$ می‌باشد.» از کدام گزاره درست استفاده می‌شود؟

- (۱) مجموع دو عدد زوج، عددی زوج است.
 (۲) مجموع دو عدد متوالی، فرد است.
 (۳) حاصل ضرب دو عدد متوالی، زوج است.
 (۴) حاصل ضرب دو عدد فرد متوالی، فرد است.

۱۵- کدام عدد، کلیت حکم «اگر عددی به فرم $8k + 1$ باشد، آن‌گاه مربع کامل است.» را نقض می‌کند؟

- (۱) ۸۹ (۲) ۲۵ (۳) ۴۹ (۴) مثال نقض ندارد.

اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها

۱۶- در اثبات حکم «برای هر عدد طبیعی n ، $A = n^2 - 3n + 5$ عددی فرد است.» با در نظر گرفتن همه حالت‌ها برای n ، وقتی $n = 2k$ می‌باشد نتیجه می‌گیریم

$A = 2q + 1$ است. q کدام است؟

- (۱) $2k^2 - 3k + 2$ (۲) $2k^2 - 5k + 1$ (۳) $2k^2 - 3k + 4$ (۴) $2k^2 - 2k + 3$

۱۷- در اثبات حکم «برای هر عدد طبیعی n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.» کدام هم‌ارزی شیوه اثبات را توجیه می‌کند؟

- (۱) $p_1 \vee p_2 \Rightarrow r \equiv (p_1 \Rightarrow r) \wedge (p_2 \Rightarrow r)$
 (۲) $(p_1 \vee p_2 \vee p_3) \Rightarrow r \equiv (p_1 \Rightarrow r) \wedge (p_2 \Rightarrow r) \wedge (p_3 \Rightarrow r)$
 (۳) $(p_1 \Rightarrow p_2) \wedge (p_2 \Rightarrow p_1) \equiv p_1 \Leftrightarrow p_2$
 (۴) $p_1 \vee p_2 \Rightarrow r \equiv r \wedge \sim (p_1 \vee p_2)$

۱۸- مجموعه A یک زیرمجموعه از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 6\}$ است. اگر به ازای هر $n \in A$ عدد $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ عددی زوج باشد، مجموعه A کدام است؟

- (۱) $\{2, 3, 4\}$ (۲) $\{3, 4\}$ (۳) $\{3, 4, 5\}$ (۴) $\{4, 5\}$

۱۹- اگر a و b دو عدد صحیح باشند، کدام گزاره همواره درست است؟

- (۱) اگر ab زوج باشد، $a^2 + b^2$ زوج است.
 (۲) اگر ab زوج باشد، $a^2 - b^2$ فرد است.
 (۳) اگر ab فرد باشد، $a^2 + b^2$ فرد است.
 (۴) اگر ab فرد باشد، $a^2 + b^2$ زوج است.

۲۰- در اثبات حکم «اگر a عددی زوج و $0 = (a-1)(b+2)$ ، آن‌گاه $b = -2$ است.» طرفین تساوی را در معکوس کدام عدد ضرب می‌کنیم؟

- (۱) a (۲) b (۳) $a - 1$ (۴) $b + 2$

۲۱- اگر a و b اعداد صحیح و $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ باشد، کدام نتیجه‌گیری همواره صحیح نیست؟

- (۱) $(a+b)^3 = a^3 + b^3$ (۲) $(a-b)^2 = a^2 + b^2$ (۳) $a = 0$ و $b = 1$ (۴) $ab^3 = ba^3$

اثبات غیرمستقیم (برهان خلف)

۲۲- در اثبات حکم «حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است» به روش برهان خلف، با تکیه بر کدام استدلال درست، به یک نتیجه متضاد

با فرض می‌رسیم؟

- (۱) حاصل جمع دو عدد گویا، عددی گویا است.
 (۲) تفاضل دو عدد گویا، عددی گویا است.
 (۳) حاصل ضرب دو عدد گویا، عددی گویا است.
 (۴) تفاضل یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

۲۳- کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

- (۱) اگر $x + y$ گنگ باشد، x و y هر دو گنگ‌اند.
 (۲) اگر $x + y$ گویا باشد، x یا y گویا است.
 (۳) اگر x و y گویا باشند، $x \pm y$ گویا است.
 (۴) اگر x و y گنگ باشند، $x \pm y$ گنگ است.

۲۴- برای کدام گزینه مثال نقض وجود ندارد؟

- (۱) اگر xy گنگ باشد، یکی از این دو عدد، گویا است.
 (۲) اگر x و y گنگ باشند، x^y گنگ است.
 (۳) اگر n^2 مضرب 2^0 باشد، n نیز مضرب 2^0 است.
 (۴) اگر a و b فرد باشند، $a^2 - b^2$ مضرب 8 است.

۲۵- اگر $a+b$ عددی گویا و $a+2b$ عددی گنگ باشد، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- (۱) a و b هر دو گویا هستند.
 (۲) a و b هر دو گنگ هستند.
 (۳) a گنگ و b گویا است.
 (۴) a گنگ و b گنگ است.
 ۲۶- اگر $a+b$ عددی گویا و $a-b$ عددی گنگ باشد، کدام نتیجه‌گیری در مورد a و b همواره درست است؟
 (۱) هر دو گنگ هستند.
 (۲) یکی گنگ و یکی گویا است.
 (۳) حاصل ضرب آن‌ها گنگ است.
 (۴) حاصل ضرب آن‌ها گویا است.

۲۷- اگر a و b دو عدد گنگ ولی $a+b$ گویا باشد، کدام نتیجه‌گیری همواره درست است؟

- (۱) $a-b$ و $a+2b$ گنگ هستند.
 (۲) $a-b$ و $a+2b$ گویا هستند.
 (۳) $a-b$ گویا و $a+2b$ گنگ است.
 (۴) $a-b$ گنگ و $a+2b$ گویا است.

۲۸- در مورد حکم «اگر a, b و c سه عدد طبیعی باشند، $(a-b)(b-c)(c-a)$ عددی زوج است.» کدام گزینه درست است؟

- (۱) برای اثبات، a, b و c را به ترتیب $5, 8$ و 1 فرض می‌کنیم. در این صورت $(a-b)(b-c)(c-a)$ برابر 84 می‌شود که عددی زوج است.
 (۲) به روش اثبات مستقیم، ثابت می‌شود.
 (۳) روش اثبات، روش برهان خلف است که نتیجهٔ مجموع سه عدد فرد، عددی زوج شده است، یک غیرممکن می‌باشد.
 (۴) روش اثبات، روش برهان خلف است که نتیجهٔ «مجموع سه عدد زوج، عددی فرد شده است.» که غیرممکن می‌باشد.

۲۹- درستی کدام گزینه را می‌توان به کمک اثبات مستقیم نشان داد؟

- (۱) اگر a گنگ باشد، آن‌گاه $a^3 + 6a^2 + 12a$ عددی گنگ است.
 (۲) اگر a و b گنگ و مثبت باشند، آن‌گاه $\log_b a$ عددی گنگ است.
 (۳) اگر a گنگ باشد، آن‌گاه $\frac{a^2 - a - 2}{a^2 - 2a}$ عددی گنگ است.
 (۴) اگر a و b گنگ باشند، ab^2 عددی گنگ است.

اثبات بازگشتی

۳۰- اگر a و b اعداد حقیقی باشند، چه تعداد از ترکیب‌های دوشرطی زیر درست هستند؟

- | | | | |
|--|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| الف) $a = b \Leftrightarrow a^3 = b^3$ | ب) $a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$ | پ) $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$ | ت) $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$ |
| ۴ (۱) | ۲ (۲) | ۱ (۳) | ۳ (۴) |

۳۱- در اثبات نامساوی $x^2 + y^2 + 1 \geq x + xy + y$ به روش بازگشتی، به کدام نامساوی بدیهی می‌رسیم؟

- (۱) $(x-y)^2 + (x+y+2)^2 \geq 0$
 (۲) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$
 (۳) $(x-y-1)^2 \geq 0$
 (۴) $(x-y)^2 + (x+y+1)^2 \geq 0$

۳۲- در اثبات نامساوی $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$ به روش بازگشتی، به کدام رابطهٔ بدیهی می‌رسیم؟

- (۱) $(x - xz + y)^2 \geq 0$
 (۲) $(x - yz)^2 + (yz - z)^2 \geq 0$
 (۳) $(x + yz + z)^2 \geq 0$
 (۴) $(x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$

۳۳- اگر a, b و c سه عدد حقیقی باشند، در اثبات حکم $a^2 + b^2 + c^2 + m \geq 2(a+b+c)$ به روش اثبات بازگشتی، حداقل مقدار m برای این‌که به یک رابطهٔ بدیهی برسیم، کدام است؟

- (۱) ۳ (۱) (۲) ۲ (۲) (۳) ۱ (۳) (۴) ۶ (۴)

۳۴- اگر n یک عدد طبیعی باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) مضرب 3 بودن n و مضرب 3 بودن n^2 ، هم‌ارزند.
 (۲) مضرب 6 بودن n و مضرب 6 بودن n^2 ، هم‌ارزند.
 (۳) مضرب 12 بودن n و مضرب 12 بودن n^2 ، هم‌ارزند.
 (۴) مضرب 7 بودن n و مضرب 7 بودن n^2 ، هم‌ارزند.

۳۵- کدام دو گزارهٔ زیر هم ارز نیستند؟

- (۱) $a + \frac{1}{a} \geq 2$ و $(a-1)^2 \geq 0$
 (۲) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ و $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$
 (۳) $a^2 + ab + b^2 \geq 0$ و $(a+b)^2 + a^2 + b^2 \geq 0$
 (۴) $a^2 + ab + b^2 \geq 0$ و $(a + \frac{b}{2})^2 + \frac{3b^2}{4} \geq 0$

۳۶- اگر $0 < \theta < 180^\circ$ و $\frac{2}{\sin \theta} - \cos \theta \cot \theta \geq k$ باشد، بیشترین مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

۳۷- اگر اعداد a, b, c و d مثبت باشند، کمترین مقدار عبارت $A = \frac{cd(a^2+b^2)+bd(a^2+c^2)}{abcd}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۸- اگر a, b و c اعداد مثبت باشند، کمترین مقدار $(a+b)(b+c)(c+a)$ کدام است؟

- (۱) abc (۲) $2abc$ (۳) $4abc$ (۴) $8abc$

۳۹- اگر a و b دو عدد مثبت و $a+b=1$ باشد، کمترین مقدار عبارت $(a+\frac{1}{a})^2 + (b+\frac{1}{b})^2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{2}$ (۲) $\frac{19}{2}$ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۴۰- اگر x و y اعداد حقیقی مثبت باشند، کدام حکم زیر برقرار نیست؟

- (۱) $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$ (۲) $(\frac{x+y}{2})^2 \leq xy$ (۳) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ (۴) $x^2 + y^2 \geq 2(x+y-1)$

۴۱- روش اثبات کدام حکم زیر با بقیه متفاوت است؟

(۱) حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۲) اگر a, b و c سه عدد صحیح باشند، آن گاه $(a-b)(b-c)(c-a)$ عددی زوج است.

(۳) اگر a یک عدد گنگ باشد، $\frac{1}{a}$ عددی گنگ است.

(۴) میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آن‌ها کم‌تر نیست.

۴۲- کدام یک از گزینه‌های زیر را با مثال نقض نمی‌توان رد کرد؟

(۱) مربع هر عدد طبیعی از خودش بزرگ‌تر است.

(۲) عکس هر عدد حقیقی غیرصفر از خودش کم‌تر است.

(۳) مجموع هر عدد حقیقی و معکوسش بزرگ‌تر از ۲ است.

(۴) مجموع مربعات هر دو عدد حقیقی از دو برابر حاصل ضرب آن‌ها بیشتر یا مساوی است.

۴۳- برای اثبات درستی یک حکم، از کدام روش نمی‌توان استفاده کرد؟

- (۱) استدلال مستقیم (۲) برهان خلف (۳) مثال نقض (۴) اثبات بازگشتی

۴۴- اگر a یک عدد صحیح فرد باشد، با استفاده از می‌توان ثابت کرد که عبارت $a^2 - 1$ است.

- (۱) برهان خلف - مضرب ۶ (۲) چند مثال مختلف - مضرب ۸ (۳) اثبات مستقیم - مضرب ۸ (۴) اثبات بازگشتی - مضرب ۲۴

۴۵- اگر a یک عدد زوج باشد، با استفاده از می‌توان ثابت کرد $a(a^2 - 4)$ است.

- (۱) برهان خلف - مضرب ۱۸ (۲) اثبات مستقیم - مضرب ۴۸ (۳) مثال نقض - فرد (۴) اثبات بازگشتی - مضرب ۴۸

۴۶- هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از 10^6 را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل نوشت. برای نشان دادن این حکم از استفاده می‌شود.

- (۱) درستی - برهان خلف (۲) درستی - اثبات مستقیم (۳) نادرستی - مثال نقض (۴) درستی - اثبات بازگشتی

۴۷- برای نشان دادن حکم «مجموع هر دو عدد گویا، یک عدد گویا است.» از استفاده می‌شود.

- (۱) درستی - اثبات مستقیم (۲) درستی - اثبات بازگشتی (۳) نادرستی - مثال نقض (۴) نادرستی - برهان خلف

۴۸- اگر x و y دو عدد گنگ باشند، آن گاه xy عددی گنگ است. برای نشان دادن این حکم از استفاده می‌شود.

- (۱) درستی - برهان خلف (۲) نادرستی - مثال نقض (۳) درستی - اثبات بازگشتی (۴) نادرستی - برهان خلف

۴۹- «اگر x عدد گویای دلخواه و y عدد گنگ دلخواه باشد، آن گاه $x+y$ همواره گنگ است.» برای نشان دادن این حکم از روش استفاده می‌کنیم.

- (۱) درستی - اثبات مستقیم (۲) نادرستی - مثال نقض (۳) درستی - برهان خلف (۴) نادرستی - اثبات بازگشتی

۵۰- n^3 مضرب کدام عدد باشد تا به وسیله برهان خلف نتوان ادعا کرد که n نیز مضرب همان عدد است؟

- (۱) ۷ (۲) ۲۱ (۳) ۲۴ (۴) ۳۰

- ۵۱- اگر n عددی طبیعی باشد، آن‌گاه $n^2 + n + 41$ همواره اول است. برای نشان دادن این حکم از روش استفاده می‌کنیم.
- (۱) درستی - برهان خلف (۲) نادرستی - مثال نقض (۳) درستی - اثبات بازگشتی (۴) درستی - اثبات مستقیم
- ۵۲- «اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، آن‌گاه $x^4 + y^4 \geq xy(x^2 + y^2)$ می‌باشد.» برای نشان دادن این حکم از روش استفاده می‌شود.
- (۱) درستی - برهان خلف (۲) نادرستی - مثال نقض (۳) درستی - اثبات بازگشتی (۴) درستی - اثبات مستقیم
- ۵۳- اگر $a \cdot b > 0$ باشد، رابطه $\frac{a+b}{4a-b} \geq \frac{b}{2a}$ با کدام گزاره زیر هم‌ارز است؟
- (۱) $(a+b)^2 + a^2 \geq 0$ (۲) $(a+b)^2 + b^2 \geq 0$ (۳) $(a-b)^2 + a^2 \geq 0$ (۴) $(a-b)^2 + b^2 \geq 0$

بخش‌پذیری

- ۵۴- اگر a, b, c و d اعداد صحیح ناصفر و $ab = cd$ باشد، کدام گزاره درست است؟
- (۱) $b | d$ (۲) $ab | c$ (۳) $b | cd$ (۴) $ac | bd$
- ۵۵- کدام گزاره همواره درست است؟
- (۱) صفر، همه اعداد صحیح را عاد می‌کند. (۲) همه اعداد صحیح، ± 1 را می‌شمارند. (۳) صفر به صفر بخش‌پذیر است. (۴) مربع هر عدد صحیح، آن عدد را عاد می‌کند.
- ۵۶- کدام گزاره نادرست است؟
- (۱) $45^3 | 15^6$ (۲) $12^7 | 18^{12}$ (۳) $13^5 | 6^{10}$ (۴) $75^4 | 15^{10}$
- ۵۷- برای هر عدد صحیح a ، رابطه $a | b^2 - 2b - 3$ برقرار است. چند عدد طبیعی برای b وجود دارد؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی‌شمار
- ۵۸- به ازای چند عدد صحیح n ، عدد $2n^2 - 3n - 2$ بر صفر بخش‌پذیر است؟
- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) بی‌شمار
- ۵۹- کدام نتیجه‌گیری در حالت کلی نادرست است؟
- (۱) $a | b \Rightarrow a | 2b$ (۲) $3a^2 | b \Rightarrow a | b$ (۳) $a | b \Rightarrow 2a | b$ (۴) $a^2 | b^2 \Rightarrow 2a | 2b$
- ۶۰- کدام گزاره درست است؟
- (۱) $24ab | 18ac \Rightarrow 4b | 3c$ (۲) $a + b | a \Rightarrow b | a$ (۳) $a = bc \Rightarrow a | c$ (۴) $a | b + 1 \Rightarrow a | b^2 + 1$
- ۶۱- کدام نتیجه‌گیری درست است؟
- (۱) $a | bc \Rightarrow a | b$ یا $a | c$ (۲) $a | b + c \Rightarrow a | b, a | c$ (۳) $ab | a^2 - a \Rightarrow b | a - 1$ (۴) $a | c - b \Leftrightarrow a | b - c$
- ۶۲- اگر $a - b | a$ ، آن‌گاه کدام درست است؟
- (۱) $a | a - b$ (۲) $b | a - b$ (۳) $a | b$ (۴) $a - b | b$
- ۶۳- اگر $a | b + c$ و $a | 2c$ ، کدام نتیجه‌گیری همواره صحیح است؟
- (۱) $a | b$ (۲) $a | c$ (۳) $a | 2b$ (۴) $2a | b$
- ۶۴- اگر $n | a - 3$ و $n | b + 7$ ، آن‌گاه کدام یک از عبارتهای زیر همواره بر n بخش‌پذیر است؟
- (۱) $ab + 14$ (۲) $ab - 11$ (۳) $ab + 21$ (۴) $ab - 13$
- ۶۵- کدام نتیجه‌گیری صحیح نیست؟
- (۱) $b^3 + c^3 | a \Rightarrow b + c | a$ (۲) $a | a - b \Rightarrow a | a + b$ (۳) $a^2 - b^2 | a \Rightarrow a + b | b$ (۴) $a^2 | a + b \Rightarrow a^2 | a - b$
- ۶۶- منحنی $y = \frac{14}{2x+3}$ از چند نقطه با مختصات صحیح می‌گذرد؟
- (۱) ۸ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۲
- ۶۷- اگر اعداد $7m + 6$ و $6m + 5$ بر عدد غیرصفر a بخش‌پذیر باشند، برای a چند جواب صحیح وجود دارد؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی‌شمار
- ۶۸- عدد طبیعی a دو عدد $9n + 7$ و $7n + 6$ را عاد می‌کند. چند جواب برای a وجود دارد؟
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۶



۶۹- اگر $5n^2 - 2n + 1$ و $a | n - 3$ ، برای a چند جواب طبیعی وجود دارد؟

- ۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۸

۷۰- اگر عددی صحیح مانند k وجود داشته باشد که $a | k^2 + k - 1$ و $a | 2k^2 - k + 3$ ، آنگاه برای a چند مقدار طبیعی وجود دارد؟

- ۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۷۱- به ازای چند عدد صحیح n ، عبارت $n^3 - 3$ بر $n - 3$ بخش پذیر است؟

- ۱) ۱۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۸

۷۲- اگر $n^2 + 1 | 2n + 2$ ، برای n چند جواب صحیح وجود دارد؟

- ۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۳- اگر $5 | 4k + 1$ و $25 | 16k^2 + 28k + m$ ، آنگاه m کدام می تواند باشد؟

- ۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۷۴- اگر $7 | 5a + 3b$ ، به ازای کدام مقدار m رابطه $7 | 4a^2 + mab + b^2$ برقرار است؟

- ۱) -۵ (۲) -۱۵ (۳) -۳۰ (۴) -۲۰

۷۵- به ازای چند مقدار صحیح n ، رابطه $n^2 - 5n + 3 | 3n - 2$ برقرار است؟

- ۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) صفر

۷۶- اگر $3a + 2b | 4a + 7b$ ، کدام نتیجه گیری درست است؟

- ۱) $3a + 2b | 25b$ (۲) $3a + 2b | 24b$ (۳) $3a + 2b | 19b$ (۴) $3a + 2b | 39b$

۷۷- منحنی $y = \frac{5x+3}{x-3}$ از چند نقطه با طول و عرض صحیح در ربع اول دستگاه مختصات می گذرد؟

- ۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۴

۷۸- منحنی $4x^2 - 3xy - 2y + 1 = 0$ از چند نقطه با مختصات صحیح می گذرد؟

- ۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴) ۶

۷۹- برای هر سه عدد طبیعی a ، b و c ، اگر $abc | ab + ac$ ، آنگاه کدام نتیجه گیری نادرست است؟

- ۱) $b = c$ (۲) $b | c^2$ (۳) $a | b + c$ (۴) $c^2 | b^5$

۸۰- کدام نتیجه گیری به ازای همه مقادیر صحیح a و b برقرار است؟

- ۱) $a^2 | b^3 \Rightarrow a^2 | b^4$ (۲) $a^3 | b^5 \Rightarrow a^2 | b^2$ (۳) $a^4 | b^3 \Rightarrow a^3 | b^2$ (۴) $a^5 | b^4 \Rightarrow a^2 | b^3$

۸۱- اگر a ، b و c اعداد صحیح باشند به طوری که $a | b + c$ و $a | bc$ ، کدام نتیجه گیری نادرست است؟

- ۱) $a^2 | c^8$ (۲) $a^2 | b^4$ (۳) $b | c$ (۴) $a | b^2 + c^2$

۸۲- اگر a ، b و c اعداد طبیعی باشند و $a | b$ و $a | ac$ ، کدام نتیجه گیری نادرست است؟

- ۱) $a | 2b^3$ (۲) $a | c$ (۳) $2b | ac$ (۴) $b | c$

۸۳- اگر $a^2 | b^3$ و $b^2 | c^3$ ، آنگاه کدام نتیجه گیری نادرست است؟

- ۱) $a^6 | b^9$ (۲) $a^2 | c^3$ (۳) $a | c^3$ (۴) $a^3 | c^8$

۸۴- اگر a ، b و c اعداد صحیح باشند به طوری که $b | a + c$ و $a^2 - c^2 | b + c$ ، کدام نتیجه گیری صحیح است؟

- ۱) $c | a + b$ (۲) $a | b$ (۳) $b | c$ (۴) $a - c | a - b$

۸۵- مجموع دو عدد صحیح بر حاصل ضرب آن ها بخش پذیر است. کدام نتیجه گیری همواره صحیح است؟

- ۱) دو عدد صحیح برابرند. (۲) مجموع آن ها عددی فرد است. (۳) هر دو عدد صحیح زوج هستند. (۴) قدرمطلق دو عدد صحیح برابرند.

۸۶- کدام گزینه همواره درست است؟

- ۱) $a + b | (a + b)^2 - 2ab$ (۲) $a + b | (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

- ۳) $a + b | (a - b)^3 + 3ab(a - b)$ (۴) $a + b | (a^2 - b^2)^2 + 2a^2b^2$

۸۷- به ازای کدام مقدار n ، رابطه $65 | 2^n + 1$ برقرار است؟

- ۱) ۳۰ (۲) ۷۲ (۳) ۲۵ (۴) ۲۴

۸۸- به ازای کدام مقدار a ، رابطه $3^{36} - 3^{12} | a$ برقرار نیست؟

- ۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۵ (۴) ۲۹

۸۹- به ازای چند عدد دورقمی n ، رابطه $4^n - 3^n | 91$ برقرار است؟

- ۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۹۰- به ازای چند عدد دورقمی n ، رابطه $3^n - 2^n | 7$ برقرار است؟

- ۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۹۱- به ازای چند عدد طبیعی n ، رابطه $3^{2n} - 1 | 3^n + 1$ برقرار است؟

- ۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک

۹۲- بزرگ‌ترین عضو مجموعه $\{x | 1080 | 3x, 960 | 2x, x > 0\}$ کدام است؟

- ۱) ۶۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۶۰

۹۳- اگر $(a, p^2) = p$ و $(b, p^2) = p^2$ باشد، حاصل (ab, p^5) کدام است؟

- ۱) p^2 (۲) p^4 (۳) p (۴) p^3

۹۴- اگر p یک عدد اول و $(a, b^2) = p$ باشد، حاصل (a, b) کدام است؟

- ۱) p (۲) ۱ (۳) ۱ یا p^3 (۴) p یا ۱

۹۵- اگر $(a, 9) = 3$ و $(a, 40) = 4$ باشد، حاصل $(a, 360)$ کدام است؟

- ۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) ۱۸ (۴) ۳۶

۹۶- اگر a یک عدد طبیعی و $a | b$ ، آنگاه بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد $24ab$ و $32a^2$ کدام نمی‌تواند باشد؟

- ۱) $8a^2$ (۲) $16a^2$ (۳) $24a^2$ (۴) $32a^2$

۹۷- اگر $(b^3, c) | a$ و $a | 5c + 17$ ، آنگاه برای a چند جواب طبیعی وجود دارد؟

- ۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

۹۸- اگر $(a, b) | a$ ، آنگاه کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

- ۱) $b | a$ (۲) $a | b$ (۳) $(a, b) = 1$ (۴) $a - b = 1$

۹۹- اگر عدد طبیعی n مضرب ۷ نباشد، بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد $n^2 + 9n + 21$ و $n + 7$ کدام است؟

- ۱) ۱ (۲) ۳ و ۱ (۳) ۵ و ۱ (۴) ۷

۱۰۰- اگر n عدد طبیعی و دو عدد $5 - 9n$ و $4 + n$ دارای مقسوم‌علیه مشترک غیر ۱ باشند، تعداد اعداد دورقمی n کدام است؟

- ۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۱- به ازای چند عدد طبیعی n ، هر دو عدد $5 + 7n$ و $2 + 11n$ ، مقسوم‌علیه مشترکی برابر ۳ دارند؟

- ۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۰۲- اگر p یک عدد اول دورقمی باشد، حاصل $(\Delta p^3, 108)$ کدام است؟

- ۱) p (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱

۱۰۳- کدام یک از اعداد زیر نسبت به هر سه عدد ۶۴، ۸۱ و ۱۲۵ اول است؟

- ۱) ۴۹ (۲) ۳۵ (۳) ۲۱ (۴) ۱۴

۱۰۴- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک $3k + 1$ ، $k^2 - 7k + 1$ ، $2k + 2$ و $2k$ کدام است؟

- ۱) k (۲) ۳ یا ۱ (۳) ۱ (۴) ۲ یا ۱

۱۰۵- اگر $(a, 4) = 2$ و $(b, 4) = 2$ باشند، حاصل $(a + b, 4)$ کدام است؟

- ۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۴

۱۰۶- اگر $d = (a^2 + 3a + 3, 8)$ باشد، برای d چند جواب وجود دارد؟

- ۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳

(ریاضی قارچ ۹۱)

۱۰۷- به ازای اعداد طبیعی $1 \leq n \leq 50$ ، در چند حالت دو عدد $4n+7$ و $5n+9$ نسبت به هم اول اند؟

- (۱) ۴۷ (۲) ۴۸ (۳) ۴۹ (۴) ۵۰

۱۰۸- به ازای چند عدد طبیعی و دورقمی n ، دو عدد به صورت‌های $25n+9$ و $11n+4$ نسبت به هم اول اند؟

- (۱) ۸۶ (۲) ۸۷ (۳) ۸۹ (۴) ۹۰

۱۰۹- اگر به ازای برخی از اعداد طبیعی n ، دو عدد $12n+7$ و $5n-2$ نسبت به هم اول نباشند، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک این دو عدد، کدام است؟

- (۱) ۵۹ (۲) ۶۷ (۳) ۸۳ (۴) ۸۹

۱۱۰- اگر a و b فرد باشد، حاصل $(24b^2, 60ab)$ کدام است؟

- (۱) $12b^2$ (۲) $12a^2$ (۳) $24a^2$ (۴) $12|ab|$

۱۱۱- اگر a و b نسبت به هم اول باشند، برای $(2a+3b, a+4b)$ چند جواب وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۱۲- اگر a ، b و c اعداد طبیعی باشند، $a|b$ و $a|c$ ، آن‌گاه حاصل $((a, c), (b, c))$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) b (۳) a^2 (۴) a

۱۱۳- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد برابر ۲۰ است. آن دو عدد، چند مقسوم‌علیه مشترک طبیعی دارند؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۱۱۴- کدام نتیجه‌گیری، درست است؟

- (۱) $a|b \Rightarrow (a, c)|b$ (۲) $a|b \Rightarrow a|(b, c)$ (۳) $(a, b)|c \Rightarrow b|c$ (۴) $(a, b)|(a, c) \Rightarrow b|c$

۱۱۵- اگر a ، b و c اعداد طبیعی و $a|bc$ و $a|b$ ، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری همواره درست است؟

- (۱) $(b, c)|a$ (۲) $a|(b, c)$ (۳) $a|[b, bc]$ (۴) $[b, bc]|a$

۱۱۶- اگر a ، b و c اعداد طبیعی باشند و $ac|b$ ، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $(a, c) = 1$ (۲) $(a, b) = b$ (۳) $(b, c) = c$ (۴) $(ac, b) = a$

۱۱۷- اگر $a^3|b$ ، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $(a, b) = |a|$ (۲) $(a, 3b) = |a|$ (۳) $(a^3, b) = |a^3|$ (۴) $(3a, b) = 3|a|$

۱۱۸- حاصل $(3a, (a, b))$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $|a|$ (۳) (a, b) (۴) $|b|$

۱۱۹- کوچک‌ترین عضو مجموعه $\{x \in \mathbb{Z} : 24|x, 28|x, x > 0\}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۸۴ (۴) ۱۶۸

۱۲۰- حاصل $[(a^2, a^3), (a, b^4)]$ کدام است؟

- (۱) b^4 (۲) $|a^3|$ (۳) $|a^5|$ (۴) a^2

۱۲۱- اگر برای هر عدد طبیعی n ، عدد a^n بر b^n بخش‌پذیر باشد، کدام گزاره نادرست است؟

- (۱) $(a, b^2) = b^2$ (۲) $[a^2, b] = a^2$ (۳) $(a, b) = |b|$ (۴) $[a, b] = |a|$

۱۲۲- اگر a و b اعداد صحیح باشند، حاصل $([a^2, a^3], [a^5, b^3])$ کدام است؟

- (۱) a^2 (۲) $|a^3|$ (۳) $|b^3|$ (۴) $|a^5 b^3|$

۱۲۳- اگر a ، b ، c و d اعداد طبیعی و $[a, b)|(c, d)$ ، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $a|[c, d]$ (۲) $(a, c), (c, d) = (c, d)$ (۳) $[(a, d), c] = a$ (۴) $[(c, d), [a, b]] = [a, b]$

۱۲۴- اگر a ، b و c اعداد صحیح و $a|(b, c)$ ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $(a, b)|c$ (۲) $(a, b)|[b, c]$ (۳) $[a, b]|[b, c]$ (۴) $[a, b]|c$

قضیه تقسیم و کاربردها

۱۲۵- اگر در تقسیمی ۹۰ واحد به مقسوم و ۴ واحد به مقسوم‌علیه اضافه کنیم، خارج‌قسمت تغییر نمی‌کند اما از باقی‌مانده ۲ واحد کم می‌شود. در این تقسیم، خارج‌قسمت کدام است؟

- ۹ (۱) ۲۳ (۲) ۲۶ (۳) ۳۲ (۴)

۱۲۶- در تقسیم عدد a بر b ، خارج‌قسمت ۵ و باقی‌مانده ۱۷ است. اگر از مقسوم و مقسوم‌علیه ۲ واحد کم کنیم، خارج‌قسمت تغییری نکرده و باقی‌مانده جدید $\frac{5b}{7}$ می‌شود. مقدار مقسوم کدام است؟

- ۱۸۲ (۱) ۱۸۶ (۲) ۱۹۰ (۳) ۱۹۲ (۴)

۱۲۷- چند عدد طبیعی وجود دارد که باقی‌مانده تقسیم آن بر ۵۰، برابر $\frac{5}{6}$ خارج‌قسمت باشد؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

۱۲۸- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۷، باقی‌مانده تقسیم از مربع خارج‌قسمت آن ۲ واحد کم‌تر است. بزرگ‌ترین مقدار a ، مضرب کدام عدد است؟

- ۹ (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴)

۱۲۹- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۳۵، باقی‌مانده نصف مکعب خارج‌قسمت است. برای a چند جواب وجود دارد؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۳۰- در یک تقسیم، باقی‌مانده $\frac{1}{9}$ مربع مقسوم‌علیه است. برای مقسوم‌علیه چند جواب طبیعی وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۱- در یک تقسیم، مقسوم ۲۰۰ واحد بیشتر از مقسوم‌علیه و باقی‌مانده ۱۵ است. خارج‌قسمت تقسیم کدام می‌تواند باشد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

۱۳۲- در تقسیم عدد ۵۴۲ بر عدد طبیعی b ، خارج‌قسمت ۱۲ است. برای b چند جواب وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۳- در تقسیم ۳۱۲ بر عدد طبیعی b ، خارج‌قسمت تقسیم برابر ۱۱ است. کوچک‌ترین مقدار باقی‌مانده کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۱۳۴- در تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b ، خارج‌قسمت و باقی‌مانده مساوی q اند. اگر ۳ واحد از مقسوم‌علیه کم شود، ۵ واحد به خارج‌قسمت اضافه شده و باقی‌مانده صفر می‌شود. مقادیر q کدام‌اند؟

- ۵ و ۸ (۱) ۴ و ۹ (۲) ۵ و ۱۰ (۳) ۸ و ۱۰ (۴)

۱۳۵- در تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b ، خارج‌قسمت و باقی‌مانده برابرند. اگر ۵ واحد از مقسوم‌علیه کم شود، ۷ واحد به خارج‌قسمت اضافه شده و باقی‌مانده صفر می‌شود. مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار a کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۱۳۶- در یک تقسیم، مقسوم‌علیه ۱۳۲ واحد از مقسوم کوچک‌تر است و باقی‌مانده برابر ۲۵ می‌باشد. برای خارج‌قسمت چند جواب وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۷- در تقسیم عدد ۱۶۵ بر عدد طبیعی b ، خارج‌قسمت، مجذور باقی‌مانده است. چند عدد b می‌توان یافت؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۸- در تقسیم عدد ۱۰۵ بر عدد طبیعی b ، باقی‌مانده، مجذور خارج‌قسمت است. چند عدد b می‌توان یافت؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۳۹- در تقسیم عدد ۱۰۲ بر عدد طبیعی b ، خارج‌قسمت، سه‌برابر باقی‌مانده است. چند جواب برای b یافت می‌شود؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۴۰- در یک تقسیم خارج‌قسمت و باقی‌مانده برابر هستند. اگر مجموع همه عوامل تقسیم برابر ۵۳ باشد، برای مقسوم‌علیه چند جواب وجود دارد؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)



۱۴۱- رقم یکان بزرگ‌ترین عدد طبیعی که وقتی آن را بر ۲۳ و ۲۹ تقسیم می‌کنیم، خارج‌قسمت برابر باقی‌مانده می‌شود، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۴۲- در تقسیم عدد طبیعی a بر عدد طبیعی b ، خارج‌قسمت و باقی‌مانده به ترتیب ۱۷ و ۵۳ هستند. حداکثر چند واحد می‌توان به مقسوم‌علیه اضافه کرد به طوری که خارج‌قسمت تغییر نکند؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۴۳- در یک تقسیم، مقسوم‌علیه ۳۵ و باقی‌مانده ۱۸ است. حداکثر چند واحد می‌توان به مقسوم اضافه کرد تا خارج‌قسمت ۲ واحد افزایش یابد؟

(۱) ۵۲ (۲) ۸۷ (۳) ۸۶ (۴) ۵۳

۱۴۴- در یک تقسیم، مقسوم‌علیه ۳۷ و باقی‌مانده ۱۳ است. اگر ۳۰ واحد به مقسوم اضافه کنیم، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

(۱) به خارج‌قسمت ۲ واحد اضافه شده و از باقی‌مانده ۶ واحد کم می‌شود. (۲) به خارج‌قسمت ۱ واحد اضافه شده و از باقی‌مانده ۶ واحد کم می‌شود.

(۳) به خارج‌قسمت ۲ واحد اضافه شده و از باقی‌مانده ۷ واحد کم می‌شود. (۴) به خارج‌قسمت ۱ واحد اضافه شده و از باقی‌مانده ۷ واحد کم می‌شود.

۱۴۵- در یک تقسیم، خارج‌قسمت ۱۷ و باقی‌مانده ۴۰ است. اگر ۷ واحد به مقسوم‌علیه اضافه کنیم، حداقل باید چند واحد به مقسوم اضافه کنیم تا خارج‌قسمت تغییری نکند؟

(۱) ۷۵ (۲) ۷۶ (۳) ۷۸ (۴) ۷۹

۱۴۶- در یک تقسیم، مقسوم مضرب ۱۵ و مقسوم‌علیه مضرب ۲۱ است. کدام گزینه می‌تواند باقی‌مانده تقسیم باشد؟

(۱) ۱۴ (۲) ۳۵ (۳) ۲۷ (۴) ۷۷

۱۴۷- در یک تقسیم، باقی‌مانده و مقسوم‌علیه، به ترتیب ۹ و ۱۷ هستند. حداقل چند واحد به مقسوم اضافه کنیم تا باقی‌مانده آن تقسیم برابر ۳ شود؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۴۸- اگر باقی‌مانده تقسیم a بر ۳۷ برابر ۱۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم $a+1$ بر ۳۷ کدام است؟

(۱) ۱۳ (۲) ۳ (۳) ۲۳ (۴) ۱۷

۱۴۹- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد زوج a بر ۲۷ برابر ۱۵ باشد، باقی‌مانده تقسیم $\frac{a}{4}$ بر ۲۷ کدام است؟

(۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۳ (۴) ۲۱

۱۵۰- اگر باقی‌مانده تقسیم a بر ۱۷ برابر ۴ باشد، باقی‌مانده تقسیم a^3 بر ۱۷ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

۱۵۱- اگر باقی‌مانده تقسیم a و b بر ۱۳ به ترتیب برابر ۷ و ۱۰ باشد، باقی‌مانده تقسیم $2a+3b$ بر ۱۳ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۵

۱۵۲- باقی‌مانده تقسیم a بر ۷ و ۸ به ترتیب ۳ و ۵ است. باقی‌مانده تقسیم a بر ۵۶ کدام است؟

(۱) ۳۵ (۲) ۴۰ (۳) ۴۵ (۴) ۵۰

۱۵۳- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر ۹ و ۷ به ترتیب ۵ و ۶ باشد، باقی‌مانده تقسیم a بر ۶۳ چگونه است؟

(۱) عدد اول (۲) مضرب ۲ (۳) مضرب ۳ (۴) مضرب ۵

(ریاضی فارغ ۹۴)

۱۵۴- باقی‌مانده تقسیم عددی بر ۹ و ۱۳ به ترتیب برابر ۵ و ۷ است. باقی‌مانده تقسیم این عدد بر ۳۹ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴



افراز مجموعه اعداد صحیح به کمک قضیه تقسیم

۱۵۵- برای اثبات حکم «باقی‌مانده تقسیم هر عدد مربع کامل بر ۷ برابر ۰ یا ۱ یا ۲ یا ۴ است. با در نظر گرفتن همه حالت‌ها، برای n چند حالت مختلف در نظر گرفته می‌شود؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۲

۱۵۶- باقی‌مانده تقسیم a بر ۴، برابر ۳ است. باقی‌مانده تقسیم a^2 بر ۸ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۱۵۷- باقی مانده تقسیم a بر ۷، برابر ۵ است. باقی مانده تقسیم a بر ۲۸ کدام نمی تواند باشد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۶

۱۵۸- کدام معادله زیر در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد؟

- (۱) $n^3 = 7k$ (۲) $n^3 = 7k + 6$ (۳) $n^3 = 7k + 4$ (۴) $n^3 = 7k + 1$

۱۵۹- اگر $a = 8k - 7$ یک عدد سه رقمی باشد، بزرگ ترین شمارنده عبارت $a^6 + 4a^3 + 27$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۳۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۱۶۰- مجموع مربعات دو عدد طبیعی به کدام صورت نمی تواند باشد؟

- (۱) $4k$ (۲) $4k + 1$ (۳) $4k + 2$ (۴) $4k + 3$

۱۶۱- مجموع مربعات دو عدد به فرم $5k + 4$ به کدام صورت است؟

- (۱) $5q + 1$ (۲) $5q + 2$ (۳) $5q + 3$ (۴) $5q - 1$

۱۶۲- اگر $(a, 12) = 1$ باشد، بزرگ ترین عددی که همواره $a^2 - 1$ را می شمارد، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸

۱۶۳- اگر a عددی زوج باشد، بزرگ ترین شمارنده عبارت $a(a^2 - 4)$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۲۴ (۳) ۴۸ (۴) ۹۶

۱۶۴- اگر p یک عدد اول دورقمی باشد، عدد $1 - p^2$ بر کدام عدد بخش پذیر نیست؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۱۶۵- اگر p و q اعداد اول بزرگ تر از ۵ باشند، بزرگ ترین شمارنده $6 - \delta q^2 + p^4$ کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۶۰

۱۶۶- اگر a و b زوج بوده ولی مضرب ۴ نباشند، بزرگ ترین شمارنده عبارت $a^2 - b^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۶۴ (۴) ۳۲

۱۶۷- اگر $(a, 90) = 1$ باشد، بزرگ ترین عددی که همواره $a^4 - 1$ را می شمارد، کدام است؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۸۸ (۳) ۳۲۴ (۴) ۴۸۰

۱۶۸- اگر n یک عدد طبیعی باشد، بزرگ ترین شمارنده عبارت $(n^2 - 1)n^2$ به ازای مقادیر مختلف n کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۱۶۹- کدام یک از اعداد زیر، مربع کامل است؟

- (۱) ۶۳۹۶۲ (۲) ۵۳۴۷۵ (۳) ۸۳۶۹۳ (۴) ۵۳۳۶۱

مفهوم هم نهشتی و ویژگی ها

۱۷۰- کدام دو عدد در هم نهشتی $a \equiv b \pmod{17}$ صادق اند؟

- (۱) ۲ و ۳۲۱ (۲) -126 و ۱۶۳ (۳) ۲۲۰ و ۸۷ (۴) ۱۷ و ۷۸

۱۷۱- اگر m یک عدد دورقمی و $164 \equiv 73 \pmod{m}$ باشد، چند مقدار برای m وجود دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۷۲- به ازای چند مقدار صحیح a ، رابطه $a + 5 \equiv a + 2 \pmod{29}$ برقرار است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۷۳- اگر باقی مانده تقسیم عددهای ۶۸ و ۱۴۵ بر عدد دورقمی m ، دو عدد مساوی باشند، باقی مانده تقسیم ۱۶۰ بر m کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۱۱

۱۷۴- اگر باقی مانده تقسیم عدد A بر ۳۷ برابر ۲۳ باشد، باقی مانده تقسیم $3A - 3$ بر ۳۷ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۷ (۳) ۲۰ (۴) ۲۶

۱۷۵- اگر باقی مانده تقسیم a بر ۱۳ برابر ۱۲ باشد، باقی مانده تقسیم $a^3 - 2a + 1$ بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۷۶- باقی مانده تقسیم a بر ۸، برابر ۳ و باقی مانده تقسیم c بر ۸، برابر ۴ است. باقی مانده تقسیم $ac + bc$ بر ۸ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۷۷- اگر $a - b \equiv 2$ و $ab \equiv 3$ باشند، باقی مانده تقسیم $a^2 + b^2$ بر ۵ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۷۸- باقی مانده تقسیم $8!$ بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۷۹- باقی مانده تقسیم $10!$ بر ۱۱ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸۰- باقی مانده تقسیم $24! + 23! + 16! + 8!$ بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۱۸۱- باقی مانده تقسیم عدد $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 100!$ بر ۱۲ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۹ (۴) ۱۴

۱۸۲- باقی مانده تقسیم $A = 1! + 3! + 5! + \dots + 19!$ بر ۲۰ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۸۳- اگر عدد طبیعی a و ۷ نسبت به هم اول باشند، باقی مانده تقسیم a^6 بر ۷ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۱ یا ۳

۱۸۴- یک عدد مربع کامل به کدام صورت، قابل نوشتن نیست؟

- (۱) $8k + 4$ (۲) $7k - 2$ (۳) $5k + 4$ (۴) $4k + 1$

۱۸۵- اگر باقی مانده تقسیم a بر ۹۹ برابر ۲۵ باشد، باقی مانده تقسیم a بر ۹ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۴

۱۸۶- باقی مانده تقسیم a بر ۱۸ برابر ۵ و باقی مانده تقسیم b بر ۲۴ برابر ۷ است. باقی مانده تقسیم $a^{10} - 3b^2$ بر ۶ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۸۷- در رابطه هم‌نهشتی $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, 7 \mid x - y\}$ ، عدد ۳۹ با کدام عدد داده شده در یک کلاس هم‌نهشتی قرار دارد؟

- (۱) ۹۵ (۲) ۹۶ (۳) ۹۷ (۴) ۹۸

۱۸۸- یک رابطه هم‌نهشتی، مجموعه \mathbb{Z} را به ۵ کلاس هم‌نهشتی افراز کرده است. کدام دو عدد در یک کلاس هم‌نهشتی قرار دارند؟

- (۱) ۲۵ و ۷ (۲) ۳ و ۳۱ (۳) ۱ و ۳۷ (۴) ۱۲ و ۳۷

۱۸۹- عدد $209 -$ به کدام دسته هم‌نهشتی به پیمانه ۱۲ تعلق دارد؟

- (۱) $[9]$ (۲) $[7]$ (۳) $[-7]$ (۴) $[-9]$

۱۹۰- اگر p یک عدد اول بزرگ‌تر از ۳ باشد، در کدام پیمانه، همواره کلاس‌های هم‌نهشتی $[p^2]$ و $[1]$ برابر نیستند؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۱۹۱- مجموعه اعداد طبیعی را به سه مجموعه A ، B و C افراز کرده‌ایم. اگر $A = \{n : n = 7k + 2, k \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{n : n = 7k - 3, k \in \mathbb{N}\}$ ، کدام دو عدد به

یک مجموعه حاصل از این افراز، تعلق دارند؟

- (۱) ۱۳ و ۲۱ (۲) ۱۳ و ۲۳ (۳) ۲۱ و ۳۲ (۴) ۲۳ و ۳۲

۱۹۲- در هم‌نهشتی به پیمانه m ، سه عدد a ، ۴۱ و ۱۳۲ در یک کلاس هم‌نهشتی قرار دارند. کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی a به طوری که مجموعه \mathbb{Z} به تعداد کم‌تری

کلاس هم‌نهشتی افراز شود، کدام است؟

- (۱) ۱۰۲ (۲) ۱۰۳ (۳) ۱۰۴ (۴) ۱۰۶



۱۹۳- از رابطه هم‌نهشتی (پیمانه ۸۴) $36a \equiv 192$ ، کدام نتیجه‌گیری به پیمانه ۷ نادرست است؟

- (۱) $a \equiv 3$ (۲) $a \equiv 4$ (۳) $2a \equiv -1$ (۴) $3a \equiv 2$

۱۹۴- از رابطه هم‌نهشتی $15a \equiv 20b$ ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $3a \equiv 4b$ (۲) $3a \equiv 4b$ (۳) $b \equiv 0$ (۴) $a \equiv 0$

۱۹۵- از رابطه هم‌نهشتی $9a \equiv 6b$ ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $a \equiv 0$ (۲) $b \equiv 0$ (۳) $a \equiv 2$ (۴) $3a \equiv 2b$

۱۹۶- اگر $a^2 - 1 \equiv a^3 - a^2 - a + 1 \equiv m$ و $(a^2 - 1, m) = 1$ ، آن‌گاه کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- (۱) $m | a - 2$ (۲) $m | a - 1$ (۳) $m | a + 1$ (۴) $m | a + 2$

۱۹۷- از رابطه هم‌نهشتی $12a \equiv 18b$ ، کدام نتیجه‌گیری به پیمانه ۳ نادرست است؟

- (۱) $2a \equiv 3b$ (۲) $4a \equiv 6b$ (۳) $a \equiv 0$ (۴) $b \equiv 0$

۱۹۸- از رابطه هم‌نهشتی (پیمانه ۹) $18a \equiv 12b$ ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) (پیمانه ۲) $a \equiv 0$ (۲) (پیمانه ۳) $b \equiv 0$ (۳) (پیمانه ۳) $3a \equiv b$ (۴) $3a \equiv 2b$

۱۹۹- اگر سال نو با پنج‌شنبه آغاز شود، ۱۹ آذر در آن سال چه روزی است؟

- (۱) یکشنبه (۲) دوشنبه (۳) سه‌شنبه (۴) چهارشنبه

۲۰۰- بیست‌وهفتم اردیبهشت، روز سه‌شنبه است. سومین شنبه در ماه اردیبهشت، کدام روز این ماه است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۲۰۱- اگر ۲۵ اردیبهشت ماه سالی شنبه باشد، آخرین شنبه آبان‌ماه در آن سال، چندمین روز آبان است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۵ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

۲۰۲- اکنون ساعت ۲۳ روز سه‌شنبه، هفتم شهریور است. ۱۰۰۰ ساعت بعد، چه روزی و چه ساعتی است؟

- (۱) ساعت ۱۷ دوشنبه ۱۷ مهر (۲) ساعت ۱۷ سه‌شنبه ۲۵ مهر (۳) ساعت ۱۶ دوشنبه ۲۴ مهر (۴) ساعت ۱۵ سه‌شنبه ۱۸ مهر

۲۰۳- ۲۲ بهمن ماه سالی دوشنبه بود. ۲۰ شهریور ماه در آن سال، چندشنبه بوده است؟

- (۱) یکشنبه (۲) دوشنبه (۳) سه‌شنبه (۴) چهارشنبه

۲۰۴- از انتهای کمان 30° در دایره مثلثاتی به اندازه 3285° در خلاف جهت دایره مثلثاتی حرکت می‌کنیم. انتهای کمان حاصل، مربوط به کمان چند درجه است؟

- (۱) 27° (۲) 26° (۳) 35° (۴) 29°

۲۰۵- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر ۹ و ۷ به ترتیب ۵ و ۶ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۶۳ چگونه است؟

- (۱) عدد اول (۲) مضرب ۲ (۳) مضرب ۳ (۴) مضرب ۵

۲۰۶- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی a بر ۲۹، برابر ۱۲ و $a + 17$ مضرب ۲۱ باشد، رقم وسط کوچک‌ترین عدد a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۰۷- باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی A بر عدد ۲۳، برابر ۵ و باقی‌مانده تقسیم دو برابر عدد A بر ۱۷ برابر ۹ می‌باشد. باقی‌مانده تقسیم بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی

(ریاضی دافل ۹۷)

A بر عدد ۱۲ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۰۸- باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی N بر ۳۱، برابر ۲۶ است. اگر این عدد را بر ۴۳ تقسیم کنیم، باقی‌مانده برابر خارج قسمت می‌شود. رقم یکان عدد بزرگ‌تر N

(ریاضی دافل ۹۵)

کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۰۹- اگر $6a \equiv 3b$ و $6b \equiv 18c$ ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $2a \equiv -c$ (۲) $2a \equiv b$ (۳) $a \equiv 2c$ (۴) $b \equiv 3c$

۲۱۰- باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۱۲، ۱۵ و ۳۲ به ترتیب برابر ۵، ۸ و ۲۵ است. مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد a کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۲۱۱- باقی مانده تقسیم عددی بر اعداد ۱۱، ۱۴ و ۱۵ به ترتیب ۵، ۸ و ۹ می باشد. کوچک ترین مقدار ممکن برای این عدد، مضرب کدام است؟

- ۳۶ (۱) ۳۸ (۲) ۴۲ (۳) ۴۵ (۴)

۲۱۲- باقی مانده تقسیم عدد طبیعی A بر اعداد ۵، ۷ و ۱۱ به ترتیب ۲، ۴ و ۸ می باشند. باقی مانده تقسیم بزرگ ترین عدد سه رقمی A بر عدد ۲۳ کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) *(ریاضی خارج ۹۷)*

۲۱۳- چند عدد سه رقمی وجود دارد که مضرب ۱۱ بوده و باقی مانده تقسیم های آن بر دو عدد ۴ و ۵، برابر ۱ باشد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

معادله هم نهشتی

۲۱۴- معادله هم نهشتی $6x \equiv 2a + 5$ در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است. a کدام می تواند باشد؟

- ۳۷ (۱) ۳۹ (۲) ۴۱ (۳) ۴۳ (۴)

۲۱۵- معادله هم نهشتی $42x \equiv 5a$ به ازای کدام مقدار a در مجموعه \mathbb{Z} جواب دارد؟

- ۲ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۲۱۶- به ازای چند عدد دورقمی n، معادله هم نهشتی $42x \equiv 5n - 2$ در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد؟

- ۲۷ (۱) ۳۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۵ (۴)

۲۱۷- رقم یکان کوچک ترین عدد سه رقمی a که در رابطه هم نهشتی $13a \equiv 11$ صدق می کند، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۸- معادله هم نهشتی $19x \equiv 1$ در مجموعه اعداد طبیعی دورقمی چند جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۱۹- معادله هم نهشتی (پیمانه ۳۱) $72x \equiv 1$ در مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی چند جواب دارد؟

- ۲۹ (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴)

۲۲۰- اگر $A = 1! + 3! + \dots + 71!$ باشد، معادله $Ax \equiv 53$ در مجموعه اعداد طبیعی دورقمی چند جواب دارد؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۲۲۱- در معادله هم نهشتی $3^{49}x \equiv 11$ (۱۰!)، رقم یکان کوچک ترین عدد سه رقمی x کدام است؟

- ۳ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۲۲۲- رابطه هم نهشتی مجموعه \mathbb{Z} را به ۱۵ کلاس هم نهشتی افراز کرده است و عدد سه رقمی $6a4$ در کلاس هم نهشتی [۹] قرار دارد. تعداد جواب های a کدام است؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۲۲۳- در تقسیم عدد a بر عدد طبیعی b، باقی مانده ۱۷ و خارج قسمت ۲۵ می باشد. اگر a مضرب ۶ باشد، رقم دهگان کوچک ترین عدد طبیعی a کدام است؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۲۲۴- در تقسیم عدد طبیعی سه رقمی a بر عدد طبیعی b، خارج قسمت ۲۱ و باقی مانده ۳۷ می باشد. چند عضو از مجموعه جواب های a مضرب ۵ هستند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) *(ریاضی داخل ۹۲)*

۲۲۵- در تقسیم عدد سه رقمی a بر عدد طبیعی b، باقی مانده ۱۳ و خارج قسمت ۲۵ است. اگر a مضرب ۷ باشد، مجموع ارقام بزرگ ترین عدد سه رقمی a کدام است؟

- ۱۴ (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴)

۲۲۶- عدد $(5x-3)(3x+2)(2x-1)$ بر ۱۷ بخش پذیر است. برای x چند عدد طبیعی کوچک تر از ۲۵ وجود دارد؟

- ۳ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۲۲۷- اگر عدد $2x^2 - x - 6$ مضرب ۵۳ باشد، رقم یکان بزرگ ترین عدد سه رقمی x کدام است؟ *(ریاضی داخل ۹۴)*

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۲۲۸- به ازای چند عدد طبیعی دورقمی x، عبارت $3x^2 + x - 2$ بر ۴۱ بخش پذیر است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۲۲۹- رقم یکان بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی x که در رابطه هم‌نهشتی $6x^2 + x \equiv 1 \pmod{29}$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۳۰- به ازای چند عدد دورقمی x ، عبارت $x^3 - 3x + 4$ بر عدد ۶ بخش‌پذیر است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۹ (۳) ۳۰ (۴) ۳۱

۲۳۱- به ازای برخی از اعداد طبیعی n ، دو عدد به صورت‌های $11n + 7$ و $9n + 2$ نسبت به هم اول نیستند. کوچک‌ترین مقدار n در این حالت، مضرب کدام عدد است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۳۲- به ازای چند عدد دورقمی n ، دو عدد طبیعی $9n + 2$ و $11n - 5$ نسبت به هم غیراول‌اند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۳۳- به ازای چند عدد طبیعی دورقمی n ، اعداد $12n - 5$ و $9n + 4$ نسبت به هم اول نیستند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۳۴- به ازای چند عدد طبیعی دورقمی n ، دو عدد به صورت‌های $5n - 2$ و $7n + 3$ نسبت به هم غیراول‌اند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۳۵- به ازای چند عدد طبیعی دورقمی n ، دو عدد به صورت‌های $5n + 4$ و $13n - 3$ نسبت به هم غیراول‌اند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۳۶- رقم یکان کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی n به طوری که دو عدد طبیعی $9n - 5$ و $11n + 2$ نسبت به هم غیراول باشند، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۹

۲۳۷- دو عبارت $6n + 5$ و $17n + 13$ نسبت به هم اول نیستند. برای n چند جواب مربع کامل سه‌رقمی وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) صفر

۲۳۸- به ازای هر عدد طبیعی n ، $n \leq 2n + 7$ و $11n - 3$ نسبت به هم اول‌اند. بیشترین مقدار n کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۷ (۳) ۳۹ (۴) ۴۰

۲۳۹- به ازای چند عدد طبیعی و دورقمی n ، اعداد $4n + 1$ و $5n - 3$ نسبت به هم اول‌اند؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۸۲ (۳) ۸۴ (۴) ۸۵

(ریاضی خارج ۹۵)

باقی‌مانده تقسیم اعداد توان‌دار

۲۴۰- باقی‌مانده تقسیم 5^{131} بر ۷ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۴۱- باقی‌مانده تقسیم 3^{20} بر ۱۷ کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۵ (۴) ۴

۲۴۲- باقی‌مانده تقسیم $3^{31} - 9$ بر عدد ۴۱ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۴۳- باقی‌مانده تقسیم 2^{26} بر ۴۳ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۱۱ (۴) ۲۶

۲۴۴- به ازای چند عدد دورقمی a ، عدد $3^{15} + a$ مضرب ۱۷ است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۶

۲۴۵- عدد $7^{17} + a$ بر عدد ۵۷ بخش‌پذیر است. کوچک‌ترین عدد طبیعی a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۴۶- باقی‌مانده تقسیم $9 \times (2^{11} + 7) = A$ بر ۲۳ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۱۱



- ۲۴۷- در رابطه هم باقی مانده بر ۱۱، عدد 5^{10} به کدام دسته هم ارزی تعلق دارد؟
- (۱) [۵] (۲) [۳] (۳) [۱] (۴) [۷]
- ۲۴۸- اگر a و ۱۵ نسبت به هم اول باشند، باقی مانده تقسیم $a^F + 23$ بر ۱۵ کدام است؟
- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰
- ۲۴۹- باقی مانده تقسیم 3^{48} بر ۱۱ کدام است؟
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸
- ۲۵۰- باقی مانده تقسیم عدد 13^{43} بر ۱۷ کدام است؟
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶
- ۲۵۱- عدد $a + 7^{15}$ مضرب ۱۷ است. کوچک ترین عدد طبیعی a کدام است؟
- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲
- ۲۵۲- اگر عدد $a + 7^{200}$ مضرب ۱۹ باشد، کوچک ترین عدد طبیعی a کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸
- ۲۵۳- رقم یکان کوچک ترین عدد سه رقمی a که باقی مانده تقسیم عدد $a^{49} + 12a$ بر ۷ برابر ۱ می شود، کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶
- ۲۵۴- به ازای چند عدد اول p ، عدد $1 - 13^p$ بر p بخش پذیر است؟
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر
- ۲۵۵- دو عدد ۲۴ و ۱۸۵ در یک دسته هم نهشتی به پیمانه m قرار دارند. اگر $(m, 7) = 1$ باشد، باقی مانده تقسیم m^m بر ۷ کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۲۵۶- باقی مانده تقسیم 7^{17^9} بر ۴۳ کدام است؟
- (۱) ۳۱ (۲) ۲۳ (۳) ۳۷ (۴) ۴۱
- ۲۵۷- باقی مانده تقسیم عدد $(1 + 2 + \dots + 1380)^{1380}$ بر 1380 کدام است؟
- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۲۸
- ۲۵۸- باقی مانده تقسیم $7^{19} - 5^{19} - 12^{19}$ بر ۳۵ کدام است؟
- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۱ (۴) صفر
- ۲۵۹- باقی مانده تقسیم $12^{51} - 11^{51} - 23^{51}$ بر ۱۳۲ کدام است؟
- (۱) ۶۶ (۲) ۱۷ (۳) ۹ (۴) صفر
- ۲۶۰- باقی مانده تقسیم $(-6)^{23}$ بر عدد ۳۳ کدام است؟
- (۱) -۱۸ (۲) -۱۵ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸
- ۲۶۱- باقی مانده تقسیم 3^{1000} بر عدد ۵۶ کدام است؟
- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶
- ۲۶۲- باقی مانده تقسیم عدد $2^6 - 3^6 + 6^6$ بر عدد ۳۵ کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر
- ۲۶۳- باقی مانده تقسیم $2^{42} - 3^{42}$ بر ۳۵ کدام است؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۶
- ۲۶۴- باقی مانده تقسیم $8^{65} + 4^{65} + 2^{65}$ بر ۶۵ کدام است؟
- (۱) ۲۴ (۲) ۶۴ (۳) ۲۳ (۴) صفر
- ۲۶۵- به ازای چند عدد طبیعی یک رقمی n ، باقی مانده تقسیم $25^{1n} + 24^{2n} + \dots + 24^{1n} + 24^{1n}$ بر ۱۲ برابر صفر است؟
- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۹
- ۲۶۶- اگر عدد $3^n - 6^n$ مضرب ۲۵ باشد، کوچک ترین عدد طبیعی n کدام است؟
- (۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۲۶۷- تعداد اعضای مجموعه $A = \{n : 65 \mid 2^n + 1\}$ از مجموعه اعداد طبیعی کم تر از ۱۰۰ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۶۸- به ازای چند عدد طبیعی n کوچک تر از ۵۰، عدد $42 + 7^n$ بر 43 بخش پذیر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

(ریاضی خارج ۹۳)

۲۶۹- تعداد اعداد دورقمی a به طوری که (پیمانه ۱۹) $11^n \equiv 1$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۸ (۴) ۳۰

(ریاضی داخل ۹۶)

۲۷۰- به ازای کدام مقادیر n از اعداد طبیعی، عبارت $1 + 5^{2n+2} + 5^{6n+4}$ بر عدد 31 بخش پذیر است؟

- (۱) فقط اعداد فرد (۲) فقط اعداد زوج (۳) فقط اعداد مضرب ۵ (۴) تمام اعداد

۲۷۱- به ازای کدام مقادیر n از اعداد طبیعی، عبارت $6 + 7^{2n} + 7^{6n+4}$ بر عدد 43 بخش پذیر است؟

- (۱) فقط اعداد فرد (۲) فقط اعداد زوج (۳) فقط اعداد مضرب ۷ (۴) تمام اعداد

۲۷۲- به ازای کدام مقادیر n از اعداد طبیعی، عبارت $7 + 11^{6n+17} + 11^{8n}$ مضرب ۱۷ است؟

- (۱) فقط اعداد فرد (۲) فقط اعداد زوج (۳) فقط اعداد مضرب ۱۷ (۴) تمام اعداد

۲۷۳- به ازای کدام مقادیر n از اعداد طبیعی، عبارت $5 - 10^{6n+2} \times 9^{3n+1} + 15^{4n}$ بر عدد 7 بخش پذیر است؟

- (۱) فقط اعداد فرد (۲) فقط اعداد زوج (۳) تمام اعداد (۴) فقط اعداد مضرب ۶

(ریاضی خارج ۹۶)

۲۷۴- به ازای کدام مقادیر n از اعداد طبیعی، عبارت $2^{n+1} + 2^{n+4} + 5^{2n+1}$ بر عدد 23 بخش پذیر است؟

- (۱) تمام اعداد (۲) فقط اعداد فرد (۳) فقط اعداد زوج (۴) فقط اعداد مضرب ۷

بخش پذیری بر اعداد خاص

۲۷۵- عدد شش رقمی \overline{ababab} ممکن است مضرب کدام عدد نباشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۳ (۳) ۳۱ (۴) ۳۷

۲۷۶- هفت برابر عدد شش رقمی \overline{abcabc} ، مربع کامل است. بیشترین مقدار مجموع ارقام عدد \overline{abc} ، کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۲۷۷- عدد شش رقمی \overline{ababab} برابر حاصل ضرب ۱۱۱ در مربع کامل یک عدد است. مجموع دو رقم a و b کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۷۸- عدد چهاررقمی \overline{aabb} مربع کامل است. باقی مانده تقسیم عدد دورقمی \overline{ab} بر عدد 13 کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۲۷۹- یک عدد مربع کامل برابر حاصل ضرب ۱۱۱ در عدد ۶ رقمی \overline{ababab} است. باقی مانده تقسیم \overline{ba} بر 16 کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴) ۳

۲۸۰- عدد $\overline{abc} - \overline{cba}$ مضرب ۷۷ و $a \neq c$ است. بزرگ ترین عدد \overline{abc} حداقل چند واحد از مربع کامل یک عدد طبیعی بیشتر است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴) ۱۷

۲۸۱- مجموع باقی مانده تقسیم عدد 736521 بر ۸، ۹ و ۱۱ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۲۸۲- به ازای کدام مقدار b ، عدد پنج رقمی $\overline{a1aba}$ بر ۷ بخش پذیر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۸۳- عدد ۵ رقمی $\overline{5ab32}$ بر عدد 101 بخش پذیر است. باقی مانده تقسیم این عدد بر ۹ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(ریاضی داخل ۹۷)

۲۸۴- عدد پنج رقمی $\overline{N} = \overline{a746b}$ مضرب ۳۶ می باشد. باقی مانده تقسیم بزرگ ترین عدد N بر ۱۱ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۸۵- چند عدد به صورت $\overline{12a3b}$ وجود دارد که بر ۴۴ بخش پذیر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱



(ریاضی فارغ ۹۷)

۲۸۶- مجموع دو عدد $\overline{۲۳۳a}$ و $\overline{۴b۵۶}$ بر ۴۴ بخش پذیر است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴)

۲۸۷- عدد پنج رقمی $\overline{a۷۳b۸}$ بر N بر ۴۴ بخش پذیر است. باقی مانده تقسیم کوچک ترین عدد N بر ۹ کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۲۸۸- اگر یک عدد چهاررقمی به صورت $\overline{a۷۰b}$ ضرب ۴۴ باشد ولی مضرب ۵۵ نباشد، آن گاه $a+b$ کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۲۸۹- عدد شش رقمی $\overline{a۶۳b۲۹}$ بر عدد ۹۹ بخش پذیر است. رقم a کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۲۹۰- اگر عدد طبیعی پنج رقمی $\overline{۵abb۶}$ بر عدد ۹۹ بخش پذیر باشد، رقم b کدام است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۲۹۱- عدد $\overline{۱ab۵۶۲}$ بر ۹۹ بخش پذیر است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۲۹۲- چند عدد پنج رقمی به صورت $\overline{۸۲a۶b}$ وجود دارد که بر ۹۹ بخش پذیر است؟

- ۱ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

رقم یکان

۲۹۳- اگر دو عدد $۳a-۵$ و $۴a-۷$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $۹a+۶$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۲۹۴- رقم یکان عدد $(۱۳۸۰!+۴!+۲!)(۱۳۸۱!+۳!+۱!)$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۲۹۵- اگر a عدد طبیعی باشد، رقم یکان کدام عدد، همواره صفر است؟

- ۱ (۱) $a^{۹۳}-a$ (۲) $a^{۹۲}-a$ (۳) $a^{۹۱}-a$ (۴) $a^۹-a$

۲۹۶- اگر $a^p = 10k + 7$ ، آن گاه رقم یکان عدد $a^{p+۴}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۲۹۷- اگر $۳a^p = 10k - 2$ باشد، رقم یکان $۲a^{p+۲۰}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۲۹۸- باقی مانده تقسیم عدد $۱۸^{۱۸}$ بر ۱۰ کدام است؟

- ۸ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

۲۹۹- رقم یکان $۱۳۷۹^{۱۳۷۹!} + ۱۳۷۸^{۱۳۷۸!}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۳۰۰- رقم یکان عدد $(۹۸۹)^۶ + \dots + (۱۰۲)^۶ + (۱۰۱)^۶$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۵ (۴)

۳۰۱- اگر $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 1382!$ و $B = 2! + 4! + \dots + 1382!$ ، رقم یکان $A^B + B^A$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

۳۰۲- بزرگ ترین رقم یکان عدد $۳^{n+۵} + ۳^{n+۵}$ به ازای مقادیر سه رقمی n کدام است؟

- ۳ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۳۰۳- رقم یکان عدد $۳^{n+۳} + ۴^{n+۳}$ به ازای برخی مقادیر n کوچک ترین مقدار ممکن است. برای n چند مقدار دورقمی وجود دارد؟

- ۱۸ (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۳۱ (۴)

حل معادلات سیاله و کاربردهای آن

۳۰۴- به ازای کدام مقدار n ، معادله سیاله $60x + 84y = 5n - 1$ در مجموعه \mathbb{Z} دارای جواب است؟

- ۲۴ (۱) ۲۹ (۲) ۳۳ (۳) ۳۵ (۴)

۳۰۵- به ازای چند عدد طبیعی و دورقمی n ، معادله $24x + 39y = 7n + 1$ در مجموعه \mathbb{Z} دارای جواب است؟

- ۲۸ (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۴ (۴)

۳۰۶- معادله $a^2 + 2 = 3x + 6y$ به ازای چند مقدار a از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ جواب دارد؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۳۰۷- به ازای چند عدد طبیعی نابیشتر از 50 برای a ، معادله $ax + 18y = 3$ دارای جواب است؟

- ۱۸ (۱) ۲۲ (۲) ۲۵ (۳) ۲۷ (۴)

۳۰۸- اعداد صحیح a و b در معادله $15a + 23b = 12$ صدق می‌کنند. باقی‌مانده تقسیم عدد b بر 15 کدام است؟

- ۳ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۳۰۹- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی y که در رابطه $14x + 18y = 10$ صدق کند کدام است؟

- ۱۹ (۱) ۲۱ (۲) ۲۳ (۳) ۲۵ (۴)

۳۱۰- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه‌رقمی x که در معادله $57x - 87y = 342$ صدق کند، کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

(ریاضی داخل ۹۵)

۳۱۱- اگر $221x + 357y = (221, 357)$ باشد، تعداد اعداد طبیعی دورقمی x کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۳۱۲- معادله سیاله خطی $7x + 5y = 130$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۳۱۳- معادله سیاله خطی $15x + 14y = 1050$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۳۱۴- معادله سیاله $25x + 12y = 1110$ بر روی مجموعه اعداد طبیعی \mathbb{N} چند زوج جواب دارد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

(ریاضی داخل ۹۰)

۳۱۵- اگر $357x + 629y = (357, 629)$ ، آن‌گاه کوچک‌ترین عدد مثبت $x + y$ کدام است؟

- ۱۳ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴)

۳۱۶- معادله $9x + 11y = 1000$ چند زوج جواب در مجموعه اعداد طبیعی دارد؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

۳۱۷- کم‌ترین تعداد تمبر لازم برای بسته‌ای که نیاز به 850 ریال تمبر دارد، با تمبرهای 90 و 50 ریالی کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

(ریاضی داخل ۹۱)

۳۱۸- به چند طریق می‌توان با 3700 ریال تمبرهای 150 و 250 ریالی خرید؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

۳۱۹- برای خرید کتاب به قیمت 7550 تومان، به تعداد A بن دوپست تومانی و B بن یکصد و پنجاه تومانی پرداخت نموده‌ایم. حداقل مقدار $A + B$ کدام است؟

- ۳۵ (۱) ۳۶ (۲) ۳۷ (۳) ۳۸ (۴)

۳۲۰- معادله $7x + 21y = 28$ چند جواب صحیح در بازه $-20 < x, y < 20$ دارد؟

- ۹ (۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴)