

حسابان یازدهم

پیام ابراهیمی فخار
مرتضی خمایی ابدی
کیان کریمی خراسانی



پیشگفتار

به نام خداوند جان و خرد

کزین برتر اندیشه برنگذرد

بسیار خرسندیم که کتاب حسابان یازدهم را در اختیار دانش‌آموزان عزیز و دبیران گرامی قرار می‌دهیم. این کتاب در اصل برای دانش‌آموزان «مدارس استعدادهای درخشان» تألیف شده است؛ اما استفاده از آن‌ها، به دانش‌آموزان ممتاز سایر مدارس کشور و داوطلبان شرکت در مسابقات نیز توصیه می‌شود.

از ویژگی‌های این کتاب می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آموزش پیشرفته کتاب درسی با مثال‌های متنوع؛
- تمرین‌های تفکیک شده براساس درس‌های هر فصل به همراه پاسخ‌نامه تشریحی؛
- پرسش چهارگزینه‌ای برای هر فصل به همراه پاسخ‌نامه تشریحی؛
- طبقه‌بندی تمرین‌ها و پرسش‌های چهارگزینه‌ای به کمی دشوار (★)، دشوار (★) و دارای نکته کلیدی (✉)؛

امیدواریم این کتاب مورد توجه دانش‌آموزان عزیز، دبیران گرامی و خانواده‌ها قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر واقع شود.

در پایان لازم می‌دانیم از مؤلفان محترم کتاب آقایان: پیام ابراهیم فخار، مرتضی خممامی‌ابدی و کیان کریمی‌خراسانی که این کتاب را زیر نظر آقای مهندس هادی عزیززاده تألیف کرده‌اند، تشکر کنیم.

هم‌چنین از خانم‌ها خداوردی و آهنگر که زحمت حروفچینی و صفحه‌آرایی و خانم سربندی که زحمت ترسیم شکل‌ها را برعهده داشته‌اند، سپاسگزاریم.

انتشارات مبتکران

صفحه	عنوان
۵	فصل اول: جبر و معادله
۱۴	پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل اول
۲۳	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل اول
۴۳	فصل دوم: تابع
۵۲	پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل دوم
۵۹	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل دوم
۷۱	فصل سوم: توابع نمایی و لگاریتمی
۷۷	پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل سوم
۸۴	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل سوم
۹۵	فصل چهارم: مثلثات
۱۰۰	پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل چهارم
۱۰۷	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل چهارم
۱۱۹	فصل پنجم: حد و پیوستگی
۱۲۷	پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل پنجم
۱۳۶	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای فصل پنجم
	پرسش‌ها و پاسخ‌های آزمون سراسری رشته‌های ریاضی و تجربی
۱۵۱	داخل و خارج از کشور سال ۹۶
۱۵۲	پرسش‌های آزمون سراسری سال ۹۶
۱۵۴	پاسخ پرسش‌های آزمون سراسری سال ۹۶
۱۵۷	داخل و خارج از کشور سال ۹۷
۱۵۸	پرسش‌های آزمون سراسری سال ۹۷
۱۶۰	پاسخ پرسش‌های آزمون سراسری سال ۹۷
۱۶۳	داخل و خارج از کشور سال ۹۸
۱۶۴	پرسش‌های آزمون سراسری سال ۹۸
۱۶۶	پاسخ پرسش‌های آزمون سراسری سال ۹۸
۱۶۹	داخل و خارج از کشور سال ۹۹
۱۷۰	پرسش‌های آزمون سراسری سال ۹۹
۱۷۲	پاسخ پرسش‌های آزمون سراسری سال ۹۹



فصل اول

جبر و معادله

مجموع جملات دنباله حسابی

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \rightarrow (a_1 \text{ جمله اول و } d \text{ قدرنسبت})$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \rightarrow (a_1 \text{ جمله اول و } a_n \text{ جمله آخر})$$

با توجه به روابط فوق داریم:

$$\text{مجموع اعداد طبیعی: } 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{مجموع اعداد طبیعی فرد: } 1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$$

$$\text{مجموع اعداد طبیعی زوج: } 2+4+6+\dots+2n = n(n+1)$$

نکته: در دنباله حسابی داریم:

$$\square a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$\square m+n=p+q \Rightarrow a_m+a_n=a_p+a_q$$

مجموع جملات دنباله هندسی

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} ; q \neq 1 \rightarrow (a_1 \text{ جمله اول و } q \text{ قدرنسبت})$$

$$S_n = na_1$$

تذکر: اگر $q=1$ باشد، آنگاه مجموع n جمله اول برابر است با:

مثال حداقل چند جمله از دنباله هندسی $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ را جمع کنیم تا حاصل بیشتر از 0.9999 گردد؟

$$S_n = \frac{\frac{1}{2}(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}} = 1 - (\frac{1}{2})^n > 0.9999 \Rightarrow \frac{1}{10000} > (\frac{1}{2})^n \Rightarrow 2^n > 10000 \Rightarrow n > 13 \Rightarrow n \geq 14$$

پس باید حداقل ۱۴ جمله را جمع کنیم.

معادله درجه دوم

روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه دوم

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2+bx+c=0$ باشند، آنگاه مجموع و حاصلضرب ریشه‌های معادله برابر است با:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

نکته: با توجه به S و P و اتحادهای جبری روابط زیر را می‌توان بین ریشه‌های معادله درجه دوم به دست آورد:

$$\square |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\square \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$\begin{aligned} \square \alpha^3 + \beta^3 &= S^3 - 3PS \\ \square \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} &= \sqrt{S + 2\sqrt{P}} \\ \square |\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}| &= \sqrt{S - 2\sqrt{P}} \end{aligned}$$

مثال اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $\alpha^3 + \beta^3 = ?$

ب) $(\alpha^3 - 3\alpha^2)(\beta^3 - 3\beta^2) = ?$

پاسخ

(الف) با توجه به معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ داریم:

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{1} = 3, \quad P = \frac{c}{a} = 1$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS = 3^3 - 3(1)(3) = 18$$

پس:

(ب) چون α و β ریشه‌های معادله‌اند، پس در معادله صدق می‌کنند. یعنی:

$$\alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 3\alpha = -1 \xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{طرفین را در } \alpha} \alpha^3 - 3\alpha^2 = -\alpha$$

$$\beta^2 - 3\beta + 1 = 0 \Rightarrow \beta^2 - 3\beta = -1 \xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{طرفین را در } \beta} \beta^3 - 3\beta^2 = -\beta$$

$$\Rightarrow (\alpha^3 - 3\alpha^2)(\beta^3 - 3\beta^2) = (-\alpha)(-\beta) = \alpha\beta = P = 1$$

تشکیل معادله درجه دوم با داشتن ریشه‌هایش:

معادله درجه دومی که α و β ریشه‌های آن باشند به صورت زیر است:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

مثال معادله درجه دومی با ضرایب گویا بنویسید که یکی از ریشه‌هایش $3 - \sqrt{2}$ باشد.

پاسخ

چون یکی از ریشه‌های معادله $3 - \sqrt{2}$ است، پس ریشه دیگر حتماً $3 + \sqrt{2}$ است و داریم:

$$\left. \begin{aligned} S &= (3 - \sqrt{2}) + (3 + \sqrt{2}) = 6 \\ P &= (3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = 9 - 2 = 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 - 6x + 7 = 0$$

تشکیل معادله درجه دوم جدید

برای نوشتن معادله درجه دومی که ریشه‌هایش رابطه‌ای با ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دارد، باید با تشکیل S و P معادله جدید برحسب S و P معادله داده شده معادله درجه دوم را بنویسیم.

مثال معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش مجذور ریشه‌های معادله $x^2 + x - 5 = 0$ باشد.

پاسخ

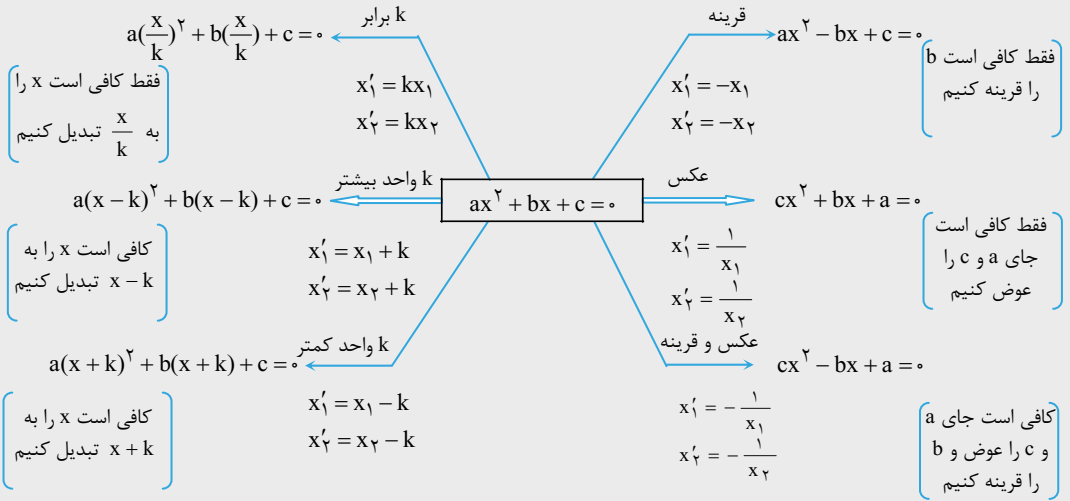
اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 5 = 0$ و α' و β' ریشه‌های معادله مورد نظر باشد داریم:

$$\alpha' = \alpha^2 \Rightarrow \begin{cases} S' = \alpha' + \beta' = \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (-1)^2 - 2(-5) = 1 + 10 = 11 \\ P' = \alpha' \cdot \beta' = \alpha^2 \cdot \beta^2 = (\alpha\beta)^2 = P^2 = (-5)^2 = 25 \end{cases}$$

با داشتن S' و P' معادله جدید به صورت زیر است:

$$x^2 - 11x + 25 = 0$$

نکته: در بعضی از حالات خاص برای نوشتن معادله‌ای که ریشه‌هایش رابطه‌ای با ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ دارد، به صورت زیر عمل می‌کنیم:



مثال اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله $\left\{-\frac{2}{\alpha}, -\frac{2}{\beta}\right\}$ است؟

پاسخ

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \xrightarrow{\text{معادله ای که ریشه هایش}} -x^2 + 3x + 2 = 0$$

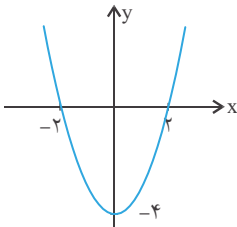
است $\left\{-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta}\right\}$

$$\xrightarrow{\text{معادله ای که ریشه هایش}} -\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{x}{2}\right) + 2 = 0 \Rightarrow -\frac{x^2}{4} + \frac{3x}{2} + 2 = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x + 8 = 0$$

است $\left\{-\frac{2}{\alpha}, -\frac{2}{\beta}\right\}$

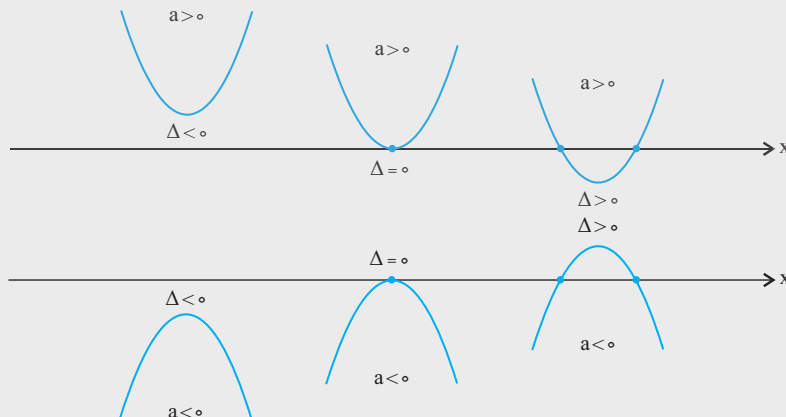
صفرهای تابع درجه ۲

صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ طول نقاط تلاقی نمودار آن با محور x ها است. مثلاً صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = x^2 - 4$ برابر است با:



$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

نکته: در تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ داریم:



تعیین معادله سهمی به کمک صفرهای تابع درجه ۲

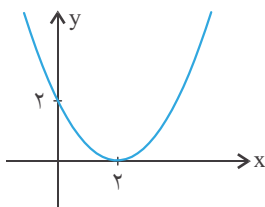
- اگر x_1 و x_2 صفرهای تابع درجه دوم باشند، داریم:

- اگر فقط x_1 صفر تابع درجه دوم باشد، داریم:

مثال معادله سهمی شکل مقابل را بنویسید.

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$f(x) = a(x - x_1)^2$$



$$f(x) = a(x - 2)^2$$

پاسخ چون فقط $x = 2$ صفر تابع است، داریم:

از طرفی نمودار محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع کرده است. پس:

$$f(0) = 2 \Rightarrow 2 = a(0 - 2)^2 \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

در نتیجه معادله سهمی عبارت است از:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x - 2)^2 = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$$

علامت صفرهای تابع درجه ۲ (علامت ریشه‌های معادله درجه دوم)

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ که ریشه‌هایش همان صفرهای تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ داریم:

(الف) اگر $\frac{c}{a} < 0$ آنگاه معادله دو ریشه مختلف‌العلامه دارد. (در این حالت همواره $\Delta > 0$ است)

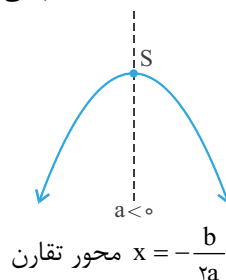
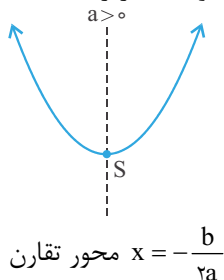
(ب) اگر $\frac{c}{a} > 0$ و $\Delta > 0$ آنگاه معادله دو ریشه هم‌علامت دارد که در این حالت:

- اگر $-\frac{b}{a} > 0$ معادله دو ریشه مثبت دارد.

- اگر $-\frac{b}{a} < 0$ معادله دو ریشه منفی دارد.

ماکزیمم یا می‌نیمم سهمی

نمودار تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ یک سهمی است به یکی از دو حالت زیر:



- مختصات نقطه رأس سهمی به صورت
$$\begin{cases} x = -\frac{b}{2a} \\ y = \frac{-\Delta}{4a} \end{cases}$$
 است. S

- اگر $a > 0$ نقطه S می‌نیمم سهمی و اگر $a < 0$ نقطه S ماکزیمم سهمی است.



نکته: به طور کلی صفرهای تابع f مقادیری از x است که به ازای آنها $f(x) = 0$ می‌شود. به بیان دیگر صفرهای تابع f طول نقاط تلاقی نمودارش با محور x ها است.

مثال صفرهای تابع $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ را بیابید.

پاسخ با توجه به اینکه $f(1) = 0$ ، پس $x = 1$ یکی از صفرهای تابع است. برای تعیین صفرهای دیگر تابع (در صورت وجود) داریم:

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x^2 + 5x - 2 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline -3x^2 + 5x - 2 \\ 3x^2 - 3x \\ \hline 2x - 2 \\ -2x + 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} x-1 \\ \hline x^2 - 3x + 2 \end{array}$$

پس تابع به صورت $f(x) = (x-1)(x^2 - 3x + 2)$ تجزیه می‌شود و داریم:

$$(x-1)(x^2 - 3x + 2) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 2$$

یعنی تابع علاوه بر $x = 1$ یک صفر دیگر دارد.

روش تغییر متغیر در حل معادلات

برای حل برخی از معادلات می‌توان با تغییر متغیر مناسب معادله را به یکی از معادلات که می‌شناسیم تبدیل کنیم و سپس آن معادله را حل کنیم.

مثال صفرهای تابع $f(x) = 2x + 4\sqrt{x} - 6$ را بیابید.

پاسخ

$$f(x) = 2x + 4\sqrt{x} - 6 = 0$$

با تغییر متغیر $\sqrt{x} = t$ داریم:

$$2t^2 + 4t - 6 = 0 \Rightarrow t = 1, t = -3$$

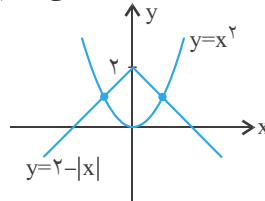
$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \\ \sqrt{x} = -3 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases} \Rightarrow$$

تابع فقط یک صفر یعنی $x = 1$ دارد.

روش هندسی حل معادلات

برای تعیین جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ می‌توان نمودار توابع f و g را در یک دستگاه رسم کرد و طول نقاط تلاقی دو نمودار را به عنوان ریشه‌های معادله در نظر گرفت.

مثلاً برای تعیین تعداد ریشه‌های معادله $x^2 = 2 - |x|$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینیم دو نمودار در 2 نقطه با هم تلاقی دارند، پس معادله 2 ریشه دارد.

معادلات گویا

برای حل یک معادله گویا باید طرفین معادله را در ک.م.م.م.م. ضرب کنیم تا معادله از حالت کسری خارج شود و سپس معادله به دست آمده را حل می‌کنیم. فقط باید جواب‌های به دست آمده مخرج هیچ‌یک از کسرها را صفر نکنند.

مثال معادله $\frac{x^3 - x^2}{x^2 - 1} - \frac{x^2 - x + 1}{x^3 + 1} = 0$ را حل کنید.

پاسخ

$$\frac{x^2(x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{x^2-x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x+1} = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

هر دو جواب به دست آمده مخرج کسرها را صفر می‌کند، پس غیرقابل قبولند و در نتیجه معادله جواب ندارد.

معادلات گنگ

به معادلاتی که دارای عبارات رادیکالی هستند، معادلات گنگ می‌گوئیم. برای حل این معادلات معمولاً با به توان رساندن طرفین معادله و ساده کردن به معادله بدون رادیکال می‌رسیم. البته برای حل برخی از این معادلات می‌توان از تغییر متغیر نیز استفاده کرد.

مثال معادله $\sqrt{x - \sqrt{x^2 - 1}} = 5 - \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}}$ را حل کنید.

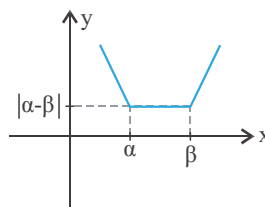
پاسخ

$$\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}} + \sqrt{x - \sqrt{x^2 - 1}} = 5 \xrightarrow[\text{به توان ۲ می‌رسانیم}]{\text{طرفین معادله را}} x + \sqrt{x^2 - 1} + x - \sqrt{x^2 - 1} + 2\sqrt{x^2 - x^2 + 1} = 25$$

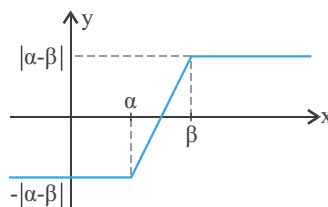
$$\Rightarrow 2x + 2 = 25 \Rightarrow 2x = 23 \Rightarrow x = \frac{23}{2}$$

نمودارهای قدر مطلق

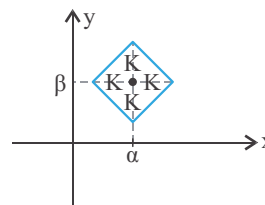
$\square f(x) = |x - \alpha| + |x - \beta| \xrightarrow{\alpha < \beta}$ (تابع گلدانی)



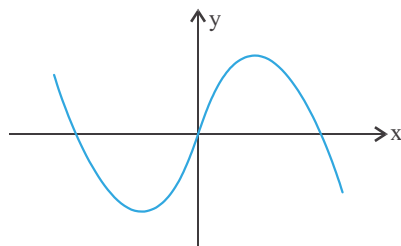
$\square f(x) = |x - \alpha| - |x - \beta| \xrightarrow{\alpha < \beta}$ (تابع آبشاری)



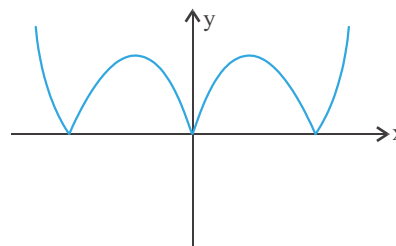
$\square |x - \alpha| + |y - \beta| = k \longrightarrow$



$\square y = f(x)$



$\Rightarrow y = |f(x)|$



$\square a = -a $	$\square a-b = b-a $
$\square ab = a b $	$\square \left \frac{a}{b} \right = \frac{ a }{ b } ; b \neq 0$
$\square x ^a = x^a$	$\square x = a \Leftrightarrow x = \pm a$
$\square x^a \leq a^a \Leftrightarrow x \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$	$\square x^a \geq a^a \Leftrightarrow x \geq a \Leftrightarrow x \leq -a \text{ یا } x \geq a$
$\square - a \leq a \leq a $	$\square - a - b \leq a+b \leq a + b $
$\square a+b \leq a + b $	$\square x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq x_1 + x_2 + \dots + x_n $

معادلات و نامعادلات قدرمطلق

$$\square |f(x)| = k \longrightarrow \begin{cases} k \geq 0 \Rightarrow f(x) = \pm k \\ k < 0 \Rightarrow \text{معادله جواب ندارد} \end{cases}$$

$$\square |f(x)| = |g(x)| \longrightarrow f(x) = \pm g(x)$$

$$\square |f(x)| = f(x) \longrightarrow f(x) \geq 0$$

$$\square |f(x)| = -f(x) \longrightarrow f(x) \leq 0$$

$$\square |f(x)| \leq k \xrightarrow{k > 0} -k \leq f(x) \leq k$$

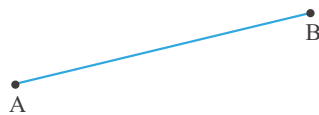
$$\square |f(x)| \geq k \xrightarrow{k > 0} \begin{cases} f(x) \leq -k \\ \text{یا} \\ f(x) \geq k \end{cases}$$

$$\square a \leq |f(x)| \leq b \xrightarrow{a, b > 0} \begin{cases} a \leq f(x) \leq b \\ \text{یا} \\ -b \leq f(x) \leq -a \end{cases}$$

هندسه تحلیلی

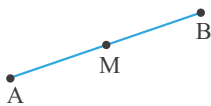


فاصله دو نقطه (طول پاره‌خط):



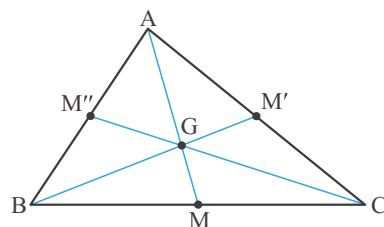
$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

مختصات نقطه وسط یک پاره‌خط:



$$M \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

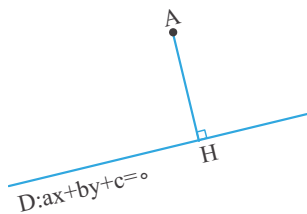
مختصات مرکز ثقل مثلث:



$$G \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

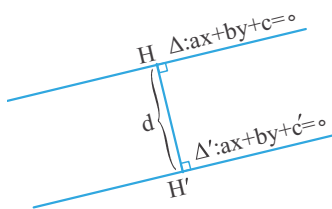
توجه: مرکز ثقل مثلث محل برخورد میانه‌های آن است.

فاصله نقطه از یک خط:



$$AH = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

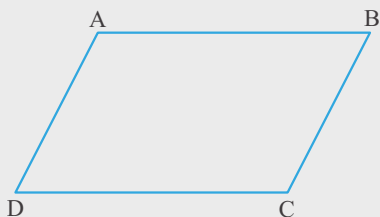
فاصله بین دو خط موازی:



$$d = HH' = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نکته: دو خط غیرموازی با محورهای مختصات با شیب‌های m و m' بر هم عمودند، هرگاه $mm' = -1$ و برعکس.

نکته: در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل داریم:



$$\begin{cases} x_A + x_C = x_D + x_B \\ y_A + y_C = y_D + y_B \end{cases}$$



فصل اول: جبر و معادله

درس اول: مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

۱. اگر مجموع $3n$ جمله اول مجموعه اعداد طبیعی از مجموع n جمله اول این مجموعه، 150 واحد بیشتر باشد، آنگاه مجموع $4n$ جمله اول مجموعه اعداد طبیعی کدام است؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۳۵۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۴۵۰

۲. اگر $S = 3 + 6 + 9 + \dots + 3n$ و n کوچکترین عدد صحیح مثبتی باشد که $S > 1500000$ ، آنگاه مجموع ارقام n کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۱۴ (۳) ۲ (۴) ۱

۳. در یک دنباله حسابی که جمله اول ۲، جمله آخر ۲۹ و مجموع همه جمله‌ها ۱۵۵ باشد، قدر نسبت کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{13}{9}$ (۴) $\frac{23}{33}$

۴. اگر مجموع مکعب‌های اعداد طبیعی متوالی شروع از ۱، برابر با مربع مجموع آن اعداد باشد، حاصل $1^3 + 12^3 + 14^3 + \dots + 3^3$ کدام است؟ (سراسری - ۹۱)

- (۱) ۱۱۴۱۰۰ (۲) ۱۱۴۲۰۰ (۳) ۱۱۴۳۰۰ (۴) ۱۱۴۴۰۰

۵. در دنباله حسابی a_1, a_2, \dots, a_n اگر جملات اول و آخر به ترتیب ۱ و ۲۲۵ باشند مجموع $(\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2})^{-1} + (\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3})^{-1} + \dots + (\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n})^{-1}$ برابر کدام است؟ (سنجش - ۹۵)

- (۱) $\frac{n}{14}$ (۲) $\frac{n-1}{16}$ (۳) $\frac{n}{16}$ (۴) $\frac{n-1}{14}$

۶. در یک دنباله حسابی، جمع $2n$ جمله اول، از رابطه $3n^2 + 4n$ به دست می‌آید. جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{2}$ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{11}{4}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۷. اگر S_n مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی و $S_{n+2} - S_{n+1} = 2n + 3$ باشد. مجموع ۵ جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۳ (۳) ۲۲ (۴) ۳۴

۸. اگر S_n مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی باشد، حاصل $S_{n+1} - 2S_{n-1} + S_{n-3}$ کدام است؟

- (۱) d (۲) $3d$ (۳) $4d$ (۴) $2d$

۹. در یک دنباله حسابی اگر $S_n = 2n^2 - Kn$ باشد، آنگاه حاصل $a_{n+2} - a_{n-1}$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) به K بستگی دارد.

۱۰. در یک دنباله حسابی، مجموع $2n-1$ جمله اول برابر $(2n-1)(2n+8)$ است. این دنباله، چند جمله دو رقمی دارد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۳۵ (۴) ۴۵

۱۱. مجموعه‌های زیر از اعداد صحیح متوالی را در نظر بگیرید: $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10\}, \dots$ هر مجموعه شامل یک عضو بیشتر از

مجموعه قبلی است و اولین عضو هر مجموعه یک واحد بیشتر از آخرین عضو مجموعه قبلی است. فرض کنید S_n مجموع عضوهای

مجموعه n ام باشد. آنگاه S_{21} برابر است با:

- (۱) ۱۱۱۳ (۲) ۴۶۴۱ (۳) ۵۰۸۲ (۴) ۵۳۳۶



۱۲. شخصی که حساب بانکی اش خالی است می‌خواهد پول‌های خود را پس‌انداز کند. او ماه اول ۵۰۰۰۰ تومان به حساب بانکی اش واریز می‌کند و قرار می‌گذارد هر ماه ۱/۲ برابر ماه قبل پول به حساب بانکی اش واریز کند. پس از ۳ سال چقدر پول در حسابش خواهد داشت؟

(۱) $50000(1/2^{36}-1)$ (۲) $50000(1/2^{36}-1)$ (۳) $150000(1/2^{36}-1)$ (۴) $250000(1/2^{36}-1)$

۱۳. یک مربع را به چهار مربع مساوی تقسیم می‌کنیم و ۳ مربع از مربع‌های ایجاد شده را رنگ می‌کنیم. در مرحله‌های بعد این کار را با مربع رنگ نشده باقی‌مانده تکرار می‌کنیم. حداقل پس از چند مرحله $999/1000$ مساحت مربع اولیه رنگ می‌شود؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۴. مجموع n جمله اول دنباله هندسی ... و $2/5$ و 5 و 10 از $\frac{999}{50}$ بیشتر است. حداقل n کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۵. اگر در یک دنباله هندسی، $a_n = 1024$ ، $a_1 = 4$ و $S_n = 1364$ باشد، قدر نسبت کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۳

۱۶. یک دنباله هندسی ۱۴ جمله دارد. اگر مجموع ۷ جمله اول آن 4608 و مجموع ۷ جمله آخر آن 36 باشد، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۷. در یک دنباله هندسی نسبت مجموع هشت جمله اول به مجموع چهار جمله اول برابر 257 است. نسبت مجموع سه جمله اول به جمله اول کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۱۵ (۲) -21 (۳) -18 (۴) ۱۳

۱۸. تعداد جملات یک دنباله هندسی، عدد زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۳ برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، قدرنسبت آن کدام است؟

(سراسری - ۹۳)

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹. در یک دنباله هندسی با قدر نسبت q ، مجموع n جمله اول $S_n = x^n - y$ است، حاصل عبارت $1 - \frac{y}{x} + \frac{a_1}{q}$ کدام است؟ ($q \neq 1$)

(۱) صفر (۲) $2q+1$ (۳) q (۴) ۱

۲۰. مجموعه اعداد $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ را طوری در نظر گرفته‌ایم که $(a_n - a_{n-1})$ جمله n ام یک دنباله هندسی با جمله اول یک و قدر نسبت q است. در این صورت a_n کدام است؟ ($a_1 = 0$)

(۱) $\frac{q^n}{n(1-q)}$ (۲) $\frac{q-q^n}{1-q}$ (۳) $\frac{nq+q^n}{1-q}$ (۴) $\frac{1-q^{2n}}{1-q}$

۲۱. در یک دنباله هندسی، اگر $S_{3n} = \frac{19}{4} S_n$ و قدرنسبت دنباله بزرگتر از یک باشد، آنگاه قدرنسبت دنباله کدام است؟ ($n \neq 1$)

(۱) $\sqrt[3]{\frac{7}{4}}$ (۲) $\sqrt[3]{\frac{9}{4}}$ (۳) $\sqrt[3]{\frac{4}{3}}$ (۴) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

۲۲. حاصل $(x^5 + \frac{1}{x^5})^2 + \dots + (x^2 + \frac{1}{x^2})^2 + (x + \frac{1}{x})^2$ به ازای $x = \sqrt{2}$ چقدر از 73 کمتر است؟

(۱) $\frac{1}{32}$ (۲) $\frac{1}{27}$ (۳) $\frac{1}{49}$ (۴) $\frac{1}{36}$

(سراسری - ۸۲)

۲۳. حاصل $(1-x+x^2-\dots+x^8)(1+x+x^2+\dots+x^8)$ به ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

(۱) ۵۰۷ (۲) ۵۱۱ (۳) ۵۱۲ (۴) ۵۱۶

(سراسری - ۹۳)

۲۴. حاصل عبارت $\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$ ، به ازای $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ چقدر است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶



۲۵. در یک دنباله هندسی با n جمله، اگر P حاصل ضرب جمله‌ها، S مجموع آنها و S' مجموع معکوس آنها باشد، آنگاه P با کدام گزینه برابر است؟

(۱) $(\frac{S}{S'})^n$ (۲) $(\frac{S}{S'})^{\frac{n}{2}}$ (۳) $(SS')^{\frac{n}{2}}$ (۴) $(SS')^n$

۲۶. اگر S_n مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت مثبت باشد و داشته باشیم $9^{-n} = S_n^2 - 2S_n + 1$ ، قدرنسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{9}$

درس دوم: معادلات درجه دوم

۲۷. اگر $y = 2x^2 - x + \frac{1}{4} \cos \theta = 0$ و $\theta \in [0, 2\pi]$ باشد، به ازای کدام محدوده θ معادله $2x^2 - x + \frac{1}{4} \cos \theta = 0$ ریشه حقیقی ندارد؟

(۱) $(\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3})$ (۲) $(\frac{5\pi}{3}, 2\pi)$ (۳) $(\pi, \frac{4\pi}{3})$ (۴) $(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$

۲۸. اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 + 3x - 2 = 0$ باشند، حاصل $3\alpha^3 + 5\beta$ کدام است؟

(۱) ۹ (۲) -۷ (۳) ۱۲ (۴) -۱۴

۲۹. اگر α و β ریشه‌های معادله $x^3 + (a^2 - 1)x + a^3 = 1$ باشند و $\alpha\beta = 3(\alpha + \beta)$ ، آنگاه مقدار a کدام است؟

(۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) ۲

۳۰. اگر جمله سوم و پنجم دنباله هندسی a_n جواب‌های معادله درجه دوم $x^2 - 4x + 2m = 0$ باشد، و نسبت مجموع ۴ جمله اول دنباله به مجموع دو جمله اول آن ۳ باشد، m کدام است؟

(۱) $\frac{7}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{19}{3}$ (۴) $\frac{16}{9}$

۳۱. اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ ریشه‌های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ و $\cot \alpha$ و $\cot \beta$ ریشه‌های معادله $x^2 - S'x + P' = 0$ باشند، $S'P'$ کدام است؟

(۱) SP^2 (۲) $\frac{S}{P^2}$ (۳) $\frac{1}{SP^2}$ (۴) $\frac{P^2}{S}$

۳۲. اگر یکی از جواب‌های معادله درجه دومی با ضرایب گویا $1 - \sqrt{2}$ باشد، مجموع مکعب‌های دو ریشه معادله کدام است؟

(۱) -۷ (۲) ۷ (۳) ۱۴ (۴) -۱۴

۳۳. اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله $x^2 - 2x - 2 = 0$ باشند، معادله درجه دومی که جواب‌هایش $(2 - 3x_1 + 4x_2 - 2)$ و $(2 - 4x_1 + 3x_2 - 2)$ باشد، کدام است؟

(۱) $x^2 + 10x - 9$ (۲) $2x^2 + 10x - 18$ (۳) $2x^2 + 10x + 18$ (۴) $x^2 - 10x + 22$

۳۴. اگر α و β جواب‌های معادله $2x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند و داشته باشیم $P = \alpha\beta$ و $S = \alpha + \beta$ به ازای کدام مقدار k جواب‌های معادله

$5x^2 - 4kx + 1 = 0$ برابر $\frac{\alpha}{3S - 2P}$ و $\frac{\beta}{S + 6P}$ است؟

(۱) -۳ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) -۵

۳۵. اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $3x^2 + 2x - 5 = 0$ باشند، حاصل $\frac{3\alpha^2(5 - 2\beta)}{(3\alpha^2 + 2\alpha - 2)(6\beta^2 + 4\beta - 7)}$ چقدر است؟

(۱) $\frac{25}{9}$ (۲) $\frac{28}{9}$ (۳) $\frac{49}{15}$ (۴) $\frac{33}{15}$

۳۶. به ازای کدام مقدار a در معادله درجه دوم $9x^2 - 25ax + 4a = 0$ قدرمطلق تفاضل جذر ریشه‌ها برابر $\frac{1}{6}$ است؟ (سئو - ۹۳)

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۷. اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ باشند، آنگاه حاصل $|\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}| + \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ کدام است؟
 (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) 2 (۴) -2

۳۸. معادله $3x^2 - (m+2)x + 2 = 0$ دو ریشه حقیقی منفی دارد که بین آنها رابطه $2x' - x'' = 0$ برقرار است. m کدام است؟
 (۱) $-2\sqrt{3} - 3$ (۲) $3\sqrt{3} + 2$ (۳) $-3\sqrt{3} - 2$ (۴) $2\sqrt{3} + 3$

۳۹. معادله چند جمله‌ای با ضرایب صحیح که یک جواب آن $x = 3 + \sqrt{2} + \sqrt{7}$ باشد، کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) $x^4 + 12x^3 - 57 = 0$ (۲) $x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 56 = 0$ (۳) $x^2 - 6x - 2\sqrt{14} = 0$ (۴) $x^4 + 36x^3 - 12x^2 - 72 = 0$

۴۰. اگر x' و x'' ریشه‌های معادله $(4-m^2)x^2 - 3x + m^2 + 1 = 0$ باشند، به ازای کدام مقادیر m نقطه $A(x', x'')$ در ناحیه دوم یا چهارم قرار می‌گیرد؟

(۱) $-2m < 2$ (۲) $m > 2$ (۳) $x > 2$ یا $x < -2$ (۴) $m < -2$

۴۱. محدوده m برای اینکه تابع f با ضابطه $f(x) = (m^2 + 2m - 3)x^2 + 3x + m^2 + 4m + 3$ از هر چهار ناحیه دستگاه مختصات عبور کند، کدام است؟

(۱) $-1 < m < 1$ (۲) $m > 1$ یا $m < -1$ (۳) $-3 < m < 3$ (۴) $m > 3$ یا $m < -3$

۴۲. به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، منحنی به معادله $y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 12$ ، محور x ها را در دو نقطه به طول‌های منفی قطع می‌کند؟
 (سراسری - ۹۵)

(۱) $m > 2$ (۲) $-1 < m < 2$ (۳) هر مقدار m (۴) هیچ مقدار m

۴۳. کمترین مقدار تابع $f(x) = \frac{2x^2 + 8}{x}$ به شرط $x > 0$ چقدر است؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۱۶ (۴) ۴

۴۴. نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = (m+2)x^2 - 2mx + m + 1$ بالای محور x ها قرار دارد. حدود m کدام است؟

(۱) $m > -2$ (۲) $m > -\frac{2}{3}$ (۳) $m < 2$ (۴) $m < \frac{2}{3}$

۴۵. اگر مقدار مینیمم سهمی $y = mx^2 - 10m^3x + 3$ بر مقدار ماکزیمم سهمی $y = (2m-3)x^2 - (8m^2-18)x + 2$ منطبق باشد، محور تقارن این دو سهمی کدام است؟

(۱) $x = -2$ (۲) $x = 2$ (۳) $x = -5$ (۴) $x = 5$

۴۶. به ازای چه مقدار صحیح m ، نمودار سهمی $y = -x^2 - mx + m^2 - 1$ از ناحیه دوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۷. اگر معادله $(m-1)x^4 + (m^2-1)x^2 + m - 4 = 0$ ، تنها دو ریشه حقیقی داشته باشد، حدود m کدام است؟

(۱) $1 < m < 4$ (۲) $0 < m < 3$ (۳) $-2 < m < 2$ (۴) $0 < m < 2$

۴۸. اگر $f(x) = (m-2)x^4 + (2m+2)x^2 + m + 2$ و تابع f محور x ها را در چهار نقطه قطع کند، مجموعه مقادیر m کدام است؟

(۱) \emptyset (۲) $(-\frac{3}{2}, -1) \cup (1, +\infty)$ (۳) $(-\frac{5}{2}, -2) \cup (2, +\infty)$ (۴) $(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

۴۹. اگر $x = -2$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = 2x^3 - hx + k$ باشد، به ازای چه مجموعه مقادیری از h تابع f دارای دو صفر تابع هم‌علامت دیگر است؟

(۱) $(3, 5)$ (۲) $(-3, 3)$ (۳) $(6, 8)$ (۴) $(-2, 4)$

۵۰. صفرهای تابع $f(x) = x^5 - x^3 + x^2 - 2x + 1$ چه تعداد است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۱. اگر α و β دو تا از صفرهای تابع $f(x) = \frac{1}{4}x^8 - 2x^4 + 4$ باشند، آنگاه حاصل $\frac{\alpha\beta}{\alpha^4 + \beta^4}$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $-\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{4}$



۵۲. اگر x_1 و x_2 و x_3 صفرهای تابع $f(x) = x^3 - 4x + 2$ باشند، $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}$ صفرهای کدام تابع هستند؟

(۱) $f(x) = x^3 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ (۲) $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 1$ (۳) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 2$ (۴) $f(x) = 4x^3 - 2x + 1$

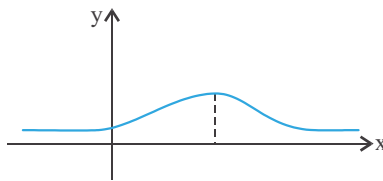
۵۳. اگر $x_1 = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ و $x_2 = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ و $x_3 = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ جواب‌های معادله $x^3 + 2\sqrt{5}x^2 + bx + c = 0$ باشد، آنگاه $f(1)$ کدام گزینه یکی از جواب‌های معادله $cx^3 + bx^2 + 2\sqrt{5}x + 1 = 0$ است؟

(۱) $\frac{1}{\sqrt{5}+2}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$ (۳) $-\sqrt{3}-2$ (۴) $2-\sqrt{5}$

۵۴. اگر $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ یک تابع چندجمله‌ای با ضرایب صحیح بوده و یکی از صفرهای تابع $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ باشد، $f(1)$ کدام است؟

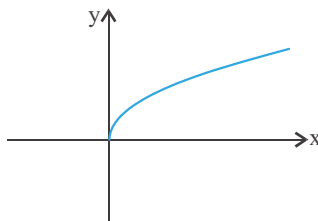
(۱) -4 (۲) 24 (۳) 12 (۴) -8

۵۵. شکل زیر نمودار تابع $y = \frac{1}{x^2 - x + 3}$ را نشان می‌دهد. معادله $x^4 - x^3 + 3x^2 + 3 = 0$ ، چند ریشه حقیقی دارد؟ (سبش - ۹۵)



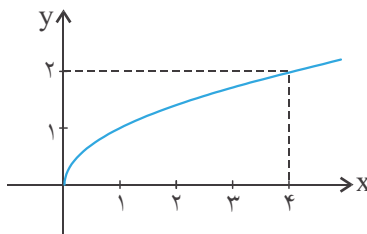
- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ریشه ندارد.

۵۶. معادله $x^2 - 2x = 1 + \sqrt{x+1}$ چه تعداد ریشه حقیقی دارد؟ (شکل زیر نمودار $y = \sqrt{x}$ است).



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۵۷. معادله $x^2 + 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{3}\sqrt{x} - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3} = 0$ مفروض است. اگر شکل زیر نمودار $y = \sqrt{x}$ باشد، این معادله چند ریشه حقیقی دارد؟ (سبش - ۹۵)



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

درس سوم: معادلات گویا و گنگ

۵۸. تعداد ریشه‌های معادله $\left(\frac{x^2+1}{x^2+2}\right)^2 + \frac{4}{x^2+2} - 3 = 0$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۹. معادله $\frac{(x-3)^3 + (1-x)^3 + 8}{(x-1)(x-3)} = 0$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۰. اگر مجموع ریشه‌های معادله $\frac{a}{x^2-1} + \frac{a}{x+1} = \frac{x-2}{x^2+2x-3}$ برابر با -1 باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -2 (۴) -1

۶۱. مجموع جواب‌های معادله $\frac{3}{x^2-4} - \frac{2}{2x^2-5x+2} = \frac{4}{2x^2-3x+1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{33}{25}$ (۲) $\frac{25}{12}$ (۳) $\frac{23}{11}$ (۴) $\frac{33}{23}$

۶۲. تعداد جواب‌های معادله $\frac{1}{(x+1)(x^2+1)(x^4+1)\dots(x^{2^n}+1)} = 1-x$ (که $n \in \mathbb{N}$) کدام است؟

- (۱) 2^n (۲) ۱ (۳) صفر (۴) n

۶۳. اگر $x_1 = 4$ یک ریشه معادله $ax - 3\sqrt{x} + 2 = 0$ و x_2 ریشه دیگر معادله باشد، به طوری که $x_1 \neq x_2$ ، مقدار $a + x_2$ کدام است؟

(سنجش - ۹۵)

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۶۴. تعداد ریشه‌های متمایز معادله $\sqrt{x+\sqrt{x}} + \sqrt{x-\sqrt{x}} = \sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۶۵. اگر a ریشه معادله $\sqrt{x+6} + \sqrt{3x+24} = 4$ باشد، حاصل $\sqrt{2a-2}$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) ۶

۶۶. اگر $x = -1$ جواب معادله $3x - \sqrt{2x-a} = -5$ باشد، کدام گزینه در مورد جواب‌های دیگر معادله، صحیح است؟

- (۱) فقط یک جواب منفی دارد. (۲) فقط یک جواب مثبت است. (۳) دو جواب منفی دارد. (۴) جواب دیگر ندارد.

۶۷. معادله $3x - x^2 = \sqrt{3x^2 - 9x + 10}$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۸. معادله $3\sqrt{3x^2+x+6} = 3x^2+x+2$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۶۹. معادله $\sqrt{x^2-2x+2} + \sqrt{2x^2-4x+6} = \sqrt{-x^2+2x+8}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۰. معادله $\sqrt{x+\sqrt{-x^3+4x^2+25x-100}} + \sqrt{x^2+\sqrt{-x^2+6x-8}} = x+2$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۰

۷۱. مجموع ریشه‌های معادله $\sqrt{4-2\sqrt{4-x^2}} = -2 + \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) صفر

۷۲. مجموعه جواب معادله $\sqrt[3]{x^7-3x^6+2x^3-6} + \sqrt{x^4-3x} = 0$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

(سنجش - ۹۴)

درس چهارم: قدرمطلق و ویژگی‌های آن

۷۳. نمودار ضابطه $|y-2| = |2x-1|$ چگونه است؟

- (۱) یک خط راست (۲) دو خط راست (۳) دو نیم‌خط (۴) چهار نیم‌خط

۷۴. نمودار تابع $y = |x|$ را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. سپس یک واحد به سمت چپ و دو واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم.

مساحت بین این دو نمودار چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{9}{4}$



۷۵. نمودار تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + |x + 2|$ در بازه $[a, b]$ موازی محور x ها است. ماکزیمم مقدار $(b - a)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(سنجش - ۹۵)

۷۶. مساحت ناحیه محدود به نمودارهای $|y + 1| + \frac{1}{y}|x - 3| = 3$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۷۷. معادله $|\frac{3}{y}x - 1| = \frac{1}{y}x^2 + 1$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۸. نمودار تابع $y = |x - 1|$ را ۲ واحد به طرف x های مثبت و ۱ واحد به طرف y های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید محور x ها را

در طول‌هایی قطع می‌کند. مجموع این طول‌ها چه قدر است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۶ (۴) ۶

۷۹. اگر $a + b + c = B$ و $A = |a + b| + |b + c| + |a + c|$ باشد، محدوده A کدام است؟

- (۱) $0 \leq A \leq 2B$ (۲) $B \leq A \leq 2B$ (۳) $A \geq 2B$ (۴) $A \geq B$

(سراسری - ۸۶)

۸۰. اگر رابطه $|x + y + z| \leq |x| + |y| + |z|$ به رابطه تساوی تبدیل شود، الزاماً سه عدد غیر صفر x و y و z چگونه‌اند؟

- (۱) مساوی هم (۲) هم علامت (۳) مثبت (۴) منفی

۸۱. اگر $y = \frac{|4x - 5|}{|3x - 2| + |3 - x|}$ باشد، آنگاه حدود y کدام است؟

- (۱) $[1, 2]$ (۲) $(1, +\infty)$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $[0, 1]$

۸۲. حاصل عبارت $A = \sqrt{x + 3} - 2\sqrt{x + 2} + \sqrt{x + 3} + 2\sqrt{x + 2}$ به ازای $-2 < x < -1$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{x + 1}$ (۳) $-2\sqrt{x + 1}$ (۴) -۲

۸۳. معادله $\sqrt{x^2 - 8x + 15} + |x - 6| = 0$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۴. اگر $x^2 + 3x + 2 < 0$ باشد، معادله $|x + 2| = \sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۸۵. مجموع ریشه‌های معادله $|x^2 + 4x - 4| = |4x - 4| - |4x - 4|$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{20} - 2$ (۲) $\sqrt{20} - 4$ (۳) $\sqrt{20} + 2$ (۴) $\sqrt{20} - 6$

۸۶. مجموعه جواب‌های معادله $|2 - |x|| + |2|x + 4| = |3|x + 2|$ کدام است؟

- (۱) $[-2, 2]$ (۲) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

- (۳) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty) - [-1, 1]$ (۴) $[-2, 2] - (-1, 1)$

(سراسری - ۹۵)

۸۷. اگر مجموعه جواب نامعادله $\sqrt{3x + 4} > 2|x - 1| - x$ ، بازه (a, b) باشد، طول وسط این بازه، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۴

۸۸. بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن نمودار تابع $y = x|x - 3|$ بالای خط $y = 3x - 1$ قرار می‌گیرد، کدام است؟

- (۱) $(-1, 1) \cup (3 + 2\sqrt{2}, +\infty)$ (۲) $(-\infty, -1) \cup (1, 3 + 2\sqrt{2})$ (۳) $(-1, 1) \cup (3, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -1) \cup (1, 3)$

۸۹. اگر $1 < \frac{|9 - x^2|}{|2x^2 - x - 15|}$ باشد، تعداد جواب‌های صحیحی که در محدوده تعریف‌شده کسر در این معادله صدق نمی‌کند، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۰. مجموعه همه m هایی که معادله $|3x - 3| = m - 3|x + 4|$ به ازای آن‌ها فاقد جواب است، در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) $(10, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 10)$ (۳) $(-\infty, 15)$ (۴) $(15, +\infty)$