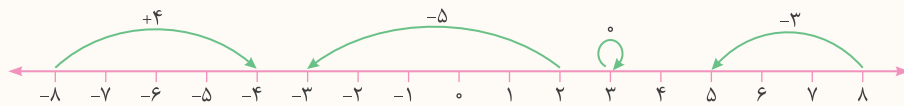


# فصل ۱ اعداد صحیح و گویا



## درس اول: یادآوری اعداد صحیح

در سال‌های گذشته با اعداد صحیح که شامل اعداد  $3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, \dots$  هستند و همچنین محور اعداد و حرکت روی محور آشنا شدید و آموختید که برای نشان دادن هر حرکت، تعداد واحدهای طی شده را به همراه علامت جهت حرکت می‌نویسیم. به مثال‌های زیر توجه کنید.



**قرینه اعداد صحیح:** برای قرینه کردن هر عدد کافی است فقط علامت آن را تغییر دهیم. مانند:

$$(-7) \text{ قرینه } = -(-7) = +7$$

$$(+6) \text{ قرینه } = -(+6) = -6$$

**جمع اعداد صحیح:** در جمع دو عدد هم‌علامت (جور)، عددها را بدون در نظر گرفتن علامت‌ها با هم جمع می‌کنیم و پشت جواب، یکی از علامت‌ها را می‌نویسیم. مانند:

$$(+5) + (+7) = +(5+7) = +12$$

$$(-5) + (-7) = -(5+7) = -12$$

در جمع دو عدد غیر هم‌علامت (ناجور)، بدون در نظر گرفتن علامت‌ها، ابتدا عدد کوچک‌تر را از عدد بزرگ‌تر کم می‌کنیم و پشت جواب، علامت عددی را قرار می‌دهیم که ظاهر بزرگ‌تری دارد. مانند:

$$\begin{array}{l} \text{الف} \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{علامت}} (-5) + (+7) = +(7-5) = +2 \\ \xleftarrow{\text{علامت}} (+5) + (-7) = -(7-5) = -2 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ب} \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{علامت}} (-34) + (+20) = -(34-20) = -14 \\ \xleftarrow{\text{علامت}} (+34) + (-20) = +(34-20) = +14 \end{array} \right. \end{array}$$

به عبارت ساده‌تر در جمع دو عدد صحیح، اعداد جور با هم جمع، و اعداد ناجور از هم کم می‌شوند و همواره پشت عدد حاصل، علامت عددی قرار می‌گیرد که ظاهر بزرگ‌تری دارد.

**تفریق اعداد صحیح:** برای تفریق دو عدد صحیح کافی است اولین عدد را با قرینه دومین عدد جمع کنیم و مثل قسمت قبل حاصل جمع را به دست آوریم. مانند:

$$(-7) - (-10) = (-7) + (+10) = +(10-7) = +3$$

$$(-7) - (+10) = (-7) + (-10) = -(10+7) = -17$$

برای جمع و تفریق‌های مختصر که پرانتزهای آنها را حذف کرده‌ایم نیز به همان ترتیب جمع عمل می‌کنیم، یعنی اعداد جور را با هم جمع، و اعداد ناجور را از هم کم می‌کنیم. مانند:

$$\underbrace{-6+10}_{\text{ناجور}} = +(10-6) = +4$$

$$\underbrace{+6-10}_{\text{ناجور}} = -(10-6) = -4$$

$$\underbrace{-6-10}_{\text{جور}} = -(10+6) = -16$$



**ضرب و تقسیم اعداد صحیح:** در ضرب و تقسیم اعداد صحیح ابتدا تعیین علامت می‌کنیم، سپس عددها را بدون در نظر گرفتن علامت‌ها در هم ضرب یا بر هم تقسیم می‌کنیم. برای تعیین علامت به جدول زیر توجه کنید. مانند:

$\times / \div$	مثبت	منفی
مثبت	مثبت	منفی
منفی	منفی	مثبت

الف)  $(-8) \times (-4) = +(8 \times 4) = +32$

ب)  $(-15) \div (-3) = +(15 \div 3) = +5$

پ)  $(-5) \times (+6) = -(5 \times 6) = -30$

ت)  $(+30) \div (-15) = -(30 \div 15) = -2$

**ترتیب انجام عملیات ریاضی:** برای انجام محاسبات ریاضی به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

۱- محاسبه عبارت داخل پرانتزها

۲- محاسبه عبارت توان دار

۳- محاسبه ضرب یا تقسیم از چپ به راست عبارت (هر کدام که زودتر دیده شد).

۴- محاسبه جمع یا تفریق از چپ به راست عبارت (هر کدام که زودتر دیده شد).

**مثال** حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $-18 \div 9 \times 2 - 2 = -2 \times 2 - 2 = -4 - 2 = -6$

ب)  $13 - 5(4 - 3 \times 2) = 13 - 5(4 - 6) = 13 - 5 \times (-2) = 13 + 10 = 23$

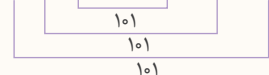
پ)  $3^4 - 2^3 \times (-1)^4 + (3 \times 4 \div 2)^2 = 3^4 - 2^3 \times (-1)^4 + (12 \div 2)^2 = 3^4 - 2^3 \times (-1)^4 + 6^2$

$= 81 - 8 \times 1 + 36 = 81 - 8 + 36 = 109$

**روش‌های ابتکاری در محاسبات:**

۱- برای محاسبه حاصل جمع عددهای صحیح متوالی، ابتدا مجموع اولین و آخرین عدد را حساب می‌کنیم، سپس حاصل را در نصف تعداد عددها ضرب می‌کنیم. به عنوان مثال برای محاسبه مجموع عددهای طبیعی متوالی کوچک‌تر از ۱۰۱، به این ترتیب عمل می‌کنیم: ابتدا مجموع اولین و آخرین عدد را حساب می‌کنیم که مساوی ۱۰۱ می‌شود. از طرفی تعداد کل عددهای عبارت، صدتاست و مجموع هر دو آنها ۱۰۱ می‌شود، پس در کل ۵۰ تا ۱۰۱ به وجود می‌آید.

$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 = 50 \times 101 = 5050$



۲- حاصل ضرب عبارت‌هایی شامل عدد صفر، برابر صفر است. برای مثال حاصل عبارت  $((1-20)(2-20)(3-20)\dots(30-20))$  صفر است زیرا حاصل یکی از پرانتزها (حاصل  $20-20$ ) صفر می‌شود که حاصل ضرب آن در بقیه پرانتزها نیز صفر خواهد شد.

۳- در محاسبه یک سری از عبارت‌ها می‌توان با دسته‌بندی عددها، عبارت‌هایی با مقدار یکسان ایجاد کرد و با استفاده از آنها حاصل عبارت اصلی را به دست آوریم. به عنوان مثال برای محاسبه حاصل عبارت زیر که از هر دو عدد متوالی، یکی از عددها مثبت و دیگری منفی است، به این صورت عددها را دسته‌بندی می‌کنیم:

$1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 29 - 30 = (1-2) + (3-4) + (5-6) + \dots + (29-30)$

در ادامه حاصل هر پیرانتزرا حساب می‌کنیم که برابر ۱- می‌شود. با توجه به اینکه در این عبارت در کل ۳۰ عدد وجود دارد، تا (۱-) به دست می‌آید؛ بنابراین حاصل کل عبارت ۱۵- می‌شود.

**مثال** حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $۱۰ + ۱۱ + \dots + ۴۸ + ۴۹ = ۵۹ \times ۲۰ = ۱۱۸۰$

مجموع اولین و آخرین عدد  $= ۱۰ + ۴۹ = ۵۹$

نصف تعداد عددها  $= \frac{(۴۹-۱۰)+۱}{۲} = \frac{۴۰}{۲} = ۲۰$

ب)  $(-۱۰-۱)(-۹-۱)\dots(۹-۱)(۱۰-۱) = (-۱۰-۱)(-۹-۱)\dots(۰-۱)(۱-۱)\dots(۱۰-۱) = ۰$

پ)  $۷-۱۴+۲۱-۲۸+۳۵-۴۲+\dots+۱۳۳-۱۴۰ = ۱۰ \times (-۷) = -۷۰$

(۱۰ = تعداد دسته‌ها  $\Rightarrow ۱۴۰ \div ۷ = ۲۰$  = تعداد عددها)

**تمرین**

**۱** درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- درست  نادرست
- درست  نادرست
- درست  نادرست
- درست  نادرست
- درست  نادرست

الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی عدد (۱-) است.

ب) عدد صفر نه مثبت است، نه منفی.

پ) هر عدد طبیعی، یک عدد صحیح است.

ت) حاصل ضرب هر عدد صحیح منفی در هر عدد صحیح مثبت، عددی مثبت است.

ث) قرینه قرینه هر عدد صحیح منفی، یک عدد صحیح مثبت است.

**۲** هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

الف) کوچک‌ترین عدد طبیعی دو رقمی فرد، عدد ..... است.

ب) اگر عدد صحیحی را از صفر کم کنیم، ..... آن عدد به دست می‌آید.

پ) قرینه هر عدد صحیح منفی، از خود آن عدد ..... است.

ت) عدد صفر از همه اعداد صحیح ..... بزرگ‌تر است.

ث) حاصل ضرب هر عدد در صفر، برابر ..... است.

**۳** به هر یک از قسمت‌های زیر، پاسخ مناسب دهید.

الف) عددهای صحیح منفی یک رقمی فرد را بنویسید.

ب) عددهای صحیح بین ۴- و ۵+ را بنویسید.

پ) عددهای صحیح منفی بزرگ‌تر از ۱۴- را بنویسید.

ت) مضرب‌های صحیح عدد ۳ را بنویسید.

ث) عددهای صحیحی را که قرینه آنها کوچک‌تر از ۵- است، بنویسید.



۱۰ حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف)  $1+2+3+\dots+50=$

ب)  $(-1)+(-2)+(-3)+\dots+(-20)=$

پ)  $1-2+3-4+5-6+\dots+83-84=$

ت)  $(13-40)(14-40)(15-40)\dots(50-40)=$

ث)  $-5+10-15+20-25+30-\dots-95+100=$

۱۱ در جاهای خالی عبارت زیر، علامت + یا - را طوری قرار دهید که:

الف) حاصل عبارت، بزرگترین عدد ممکن شود.

$-8 \bigcirc (+11) \bigcirc (-9) \bigcirc (-5) =$

ب) حاصل عبارت، کوچکترین عدد ممکن شود.

$-8 \bigcirc (+11) \bigcirc (-9) \bigcirc (-5) =$

### پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ حاصل عبارت  $2 \div 8 - 6$  کدام است؟

$-7$  (۱)   $-14$  (۲)

$-10$  (۳)   $-20$  (۴)

۲ حاصل عبارت  $20 + \dots + 3 + 2 + 1$  برابر است با:

$420$  (۱)   $400$  (۲)

$100$  (۳)   $210$  (۴)

۳ یک ماشین عددساز با این دستور کار می‌کند: «عدد ورودی را در  $(-5)$  ضرب کن و عدد حاصل را از  $(-3)$  کم کن.»

با ورود عدد  $(-6)$  به این دستگاه، چه عددی خارج می‌شود؟

$27$  (۱)   $33$  (۲)

$-27$  (۳)   $-33$  (۴)

۴ حاصل عبارت  $6 \times 3 - 18$  چقدر است؟

$1$  (۱)   $36$  (۲)

$-1$  (۳)   $-36$  (۴)

۵ حاصل عبارت  $40 - 39 + \dots - 6 - 5 - 4 + 3 - 2 + 1$  برابر است با:

$-20$  (۱)   $-40$  (۲)

$-40$  (۳)   $+40$  (۴)



**تبدیل اعداد گویا از حالت مخلوط به حالت کسری:** برای تبدیل هر عدد گویای مخلوط به یک عدد گویای کسری کافی است ابتدا علامت عدد را بنویسیم، سپس عدد را بدون علامت آن به شکل کسری تبدیل کنیم. به عنوان مثال برای تبدیل عدد  $5\frac{1}{3}$  به کسر، ابتدا علامت آن را می‌نویسیم، سپس  $5\frac{1}{3}$  را به کسر تبدیل می‌کنیم که مساوی  $\frac{(5 \times 3) + 1}{3} = \frac{16}{3}$  می‌شود، پس  $5\frac{1}{3}$  با  $-\frac{16}{3}$  برابر است. همچنین عدد  $5\frac{3}{7}$  با عدد  $+\frac{38}{7} = +\frac{(5 \times 7) + 3}{7}$  برابر است.

**تبدیل اعداد گویا از حالت کسری به حالت مخلوط:** در این قسمت نیز ابتدا علامت عدد را می‌نویسیم، سپس کسر را به عدد مخلوط تبدیل می‌کنیم. برای مثال عدد  $-\frac{19}{5}$  با عدد  $3\frac{4}{5}$  برابر است، این کار را به دو روش زیر می‌توانیم انجام دهیم:

روش اول: 
$$-\frac{19}{5} = -\frac{15+4}{5} = -(\frac{15}{5} + \frac{4}{5}) = -(3 + \frac{4}{5}) = -3\frac{4}{5}$$

روش دوم: 
$$-\frac{19}{5} = -3\frac{4}{5} \quad \begin{array}{l} 19 \quad | \quad 5 \rightarrow \text{مخرج کسر} \\ -15 \quad 3 \rightarrow \text{عدد صحیح} \\ \quad \quad 4 \rightarrow \text{صورت کسر} \end{array}$$

**عددهای گویای مساوی با هم:** اگر صورت و مخرج یک عدد گویا را در عددی مخالف صفر ضرب یا بر آن تقسیم کنیم، کسر مساوی با آن به دست می‌آید. مانند:



در بعضی عبارت‌ها برای نوشتن کسر مساوی می‌توان از روش طرفین-وسطین استفاده کرد.

**در هر قسمت، مقدار x را تعیین کنید.**

الف)  $-\frac{6}{8} = -\frac{9}{x} \Rightarrow x = \frac{4 \cancel{1} \times 9 \cancel{1}^3}{\cancel{6} \cancel{1}^1} = 12$

با توجه به اینکه علامت هر دو کسر یکسان است، در محاسبه نیازی به استفاده از علامت‌ها نیست.

ب)  $-\frac{10}{65} = -\frac{x}{26} \Rightarrow x = \frac{2 \cancel{1}^0 \times 26 \cancel{2}^2}{\cancel{65} \cancel{1}^1} = 4$

مثال

**نوشتن عددهای گویا بین دو عدد گویا:** برای نوشتن عددهای گویای بین دو عدد گویا از روش‌های زیر می‌توان استفاده کرد:

۱- **روش مخرج مشترک:** ابتدا مخرج مشترک دو عدد گویا را پیدا می‌کنیم، سپس با نوشتن کسرهای مساوی آنها، عددهایی گویا بین آن دو عدد می‌نویسیم.

۲- **روش میانگین:** با توجه به اینکه میانگین هر دو عدد گویا دقیقاً وسط آن دو عدد قرار دارد، می‌توان عددهایی گویا بین آنها نوشت. با محاسبه میانگین عدد به دست آمده با هر یک از عددهای اولیه، می‌توان عددهای گویای دیگری بین آنها نوشت.



مثال

بین دو عدد گویای  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{5}{7}$  چند عدد گویا بنویسید.روش مخرج مشترک:  $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$ ،  $\frac{5}{7} = \frac{25}{35} \Rightarrow$  عددهای گویای مورد نظر  $= \frac{15}{35}, \frac{16}{35}, \dots, \frac{23}{35}, \frac{24}{35}$ 

روش میانگین:

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{7} = \frac{14+25}{35} = \frac{39}{35} \quad \text{میانگین} = \frac{2}{5} + \frac{5}{7} = \frac{14+25}{35} = \frac{39}{35}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{7} = \frac{14+25}{35} = \frac{39}{35} \quad \text{میانگین} = \frac{2}{5} + \frac{5}{7} = \frac{14+25}{35} = \frac{39}{35}$$

**مقایسه عددهای گویا:** برای مقایسه دو عدد گویا مانند مقایسه دو کسر یا دو عدد مخلوط عمل می‌کنیم. برای انجام مقایسه ابتدا قسمت‌های صحیح دو عدد گویا و در صورت برابر بودن این قسمت، قسمت‌های کسری آنها را مقایسه می‌کنیم.

مثال

عددهای زیر را مقایسه کنید و علامت مناسب ( $>$ ,  $<$ ,  $=$ ) قرار دهید.

الف)  $\frac{3}{2} > \frac{2}{3}$

ب)  $\frac{4}{5} < \frac{5}{6}$

$(\frac{24}{30} = \frac{4}{5} < \frac{5}{6} = \frac{25}{30})$

**ساده کردن عبارت‌های گویا:** برای ساده کردن این عبارت‌ها، کافی است عددهای صورت و مخرج را به صورت ضرب عددهای طبیعی بنویسیم، سپس عددهای مشترک در صورت و مخرج را با هم ساده کنیم.

مثال

ابتدا عبارت  $\frac{-21 \times (-45)}{(-35) \times 24}$  را تعیین علامت، سپس آن را ساده کنید.

برای تعیین علامت این عبارت، ابتدا تعداد علامت‌های منفی آن را می‌شماریم. اگر تعداد علامت‌های منفی فرد باشد، حاصل عبارت عددی منفی و اگر تعداد علامت‌های منفی زوج باشد، حاصل عددی مثبت خواهد شد. سپس عددها را بدون علامت‌های آنها با هم ساده می‌کنیم.

$$\frac{-21 \times (-45)}{(-35) \times 24} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 9}{\cancel{5} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 8} = -\frac{9}{8}$$

تمرین

۱ درست یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) نقطه  $-\frac{17}{3}$  بین دو عدد صحیح  $-5$  و  $-6$  است.ب) دو عدد  $-\frac{1}{3}$  و  $-\frac{2}{3}$  با هم برابر هستند.

پ) هر عدد صحیح، یک عدد گویاست.

ت) عدد  $-\frac{3}{5}$  از عدد  $-\frac{4}{5}$  بزرگ‌تر است. درست  نادرست درست  نادرست درست  نادرست درست  نادرست



# سائنس امتحان



ریاضی ۸

کلاغ

سیید

## فصل اول: عددهای صحیح و گویا

الف) درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- درست  نادرست (پرتکرار)  
 درست  نادرست (پرتکرار)  
 درست  نادرست (پرتکرار)  
 درست  نادرست (پرتکرار)  
 درست  نادرست (پرتکرار)

۱) بزرگترین عدد صحیح منفی دو رقمی  $-10$  است.

۲) قرینه هر عدد از خود عدد کوچکتر است.

۳) حاصل عبارت  $(5 \times 4 - 3)$  برابر با  $(-5)$  است.

۴) بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.

۵) صفر تنها عدد گویاست که معکوس ندارد.

ب) جاهای خالی را پر کنید.

- ۱) بین  $-4$  و  $3$ ، ..... عدد صحیح وجود دارد. (پرتکرار)  
 ۲) بزرگترین عدد صحیح منفی عدد ..... است. (پرتکرار)  
 ۳) به هر عدد کسری به صورت  $\frac{a}{b}$  که در آن  $a$  و  $b$  عددهای صحیح و  $b \neq 0$  باشد، عدد ..... می‌گوییم. (پرتکرار)  
 ۴) حاصل تقسیم عدد  $1$  بر هر عدد غیرصفر برابر ..... آن عدد است. (پرتکرار)  
 ۵) قرینه معکوس عدد  $(-( -(3 + \frac{2}{5})))$  عدد ..... است. (پرتکرار)

پ) گزینه درست را انتخاب کنید.

- ۱) کدام یک از رابطه‌های زیر نادرست است؟ (اصفهان)  
 $(1) (-4) + (-7) = -11$    $(2) 6 = (-6)$    $(3) 0 < (-13)$    $(4) 2 + 2 = 4$
- ۲) کدام یک از اعداد زیر گویا نیست؟ (پرتکرار)  
 $(1) \sqrt{0.64}$    $(2) \sqrt{0.64}$    $(3) \frac{3}{14}$    $(4) \frac{-1}{5^3}$
- ۳) حاصل عبارت  $2 - \frac{2}{2 - \frac{1}{2}}$  کدام است؟ (پرتکرار)  
 $(1) \frac{2}{3}$    $(2) -\frac{2}{3}$    $(3) \frac{1}{3}$    $(4) \frac{6}{5}$
- ۴) حاصل ضرب هر عدد گویا به جز صفر در ..... آن عدد برابر  $1$  است. (پرتکرار)  
 $(1)$  مجذور   $(2)$  معکوس   $(3)$  قرینه   $(4)$  مکعب
- ۵) حاصل عبارت  $\dots = \frac{7}{20} + 3 - \frac{81}{85} - \frac{1}{90} + 12$  به صورت تقریبی کدام است؟ (گلستان)  
 $(1) 14$    $(2) 15$    $(3) 16$    $(4) 17$
- ۶) بین کوچکترین عدد صحیح منفی دو رقمی و کوچکترین عدد مثبت دو رقمی، چند عدد صحیح وجود دارد؟ (خراسان جنوبی)  
 $(1) 108$    $(2) 109$    $(3) 197$    $(4) 198$



ت) به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

(پرتکرار)

۱ هر یک از عبارتهای زیر چه عددی را نشان می‌دهد؟

الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی:      ب) کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت:

پ) کوچک‌ترین عدد فرد طبیعی دو رقمی:      ت) بزرگ‌ترین عدد زوج طبیعی سه رقمی:

(پرتکرار)

۲ در جاهای خالی علامت‌های + و - را طوری قرار دهید که حاصل بزرگ‌ترین عدد ممکن شود، سپس حاصل را بنویسید.

الف)  $-۱۵ \square (+۸) \square (-۳) \square (-۱۰)$  (تهران)      ب)  $-۵ \square (-۶) \square (+۳) \square (-۹)$  (البرز)

(پرتکرار)

۳ جدول زیر را کامل کنید.

عدد	قرینه	معکوس	قرینه معکوس
$-\frac{۲}{۳}$			
-۵			
$۲\frac{۳}{۵}$			
$-۳\frac{۱}{۵}$			

(پرتکرار)

۴ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف)  $-۱۶ \div ۲ \times ۳ - ۴$  (زنجان)

ب)  $(-۸ - ۱۷ + ۱) \div (۹ - ۲ + ۵)$  (لرستان)

پ)  $۷ - ۳(۱ - ۵(۲ - ۴) - ۹)$  (خوزستان)

ت)  $۱۶ - ۱۶[-۲ \div (-۴ - ۴) \div (-۱ - ۱)] - ۱$  (بوشهر)

ث)  $(۱۰ - ۱)(۹ - ۱)(۸ - ۱) \dots (-۹ - ۱)(-۱۰ - ۱)$  (البرز)

ج)  $۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۱۰۰$  (اصفهان)

چ)  $۷ + ۱۲ + ۱۷ + ۲۲ + \dots + ۱۰۷$  (قزوین)

ح)  $۳ - ۶ + ۹ - ۱۲ + \dots + ۶۳ - ۶۶$  (مازندران)

(پرتکرار)

۵ عدد گویای مربوط به هر نقطه را بنویسید.



(بزد)

۶ بین  $\frac{۱}{۳}$  و  $\frac{۱}{۴}$  دو عدد گویا بنویسید.

(پرتکرار)

۷ جدول زیر را کامل کنید.

عدد	نوع
$-\frac{۱۲}{-۴}$	طبیعی
$-(-(+۴))$	صحیح
$۷/۲$	گویا
$-\sqrt{۸۱}$	