

# راهبردهای مدل مسئله فصل اول



**پیام آموزشی:** در حل هر مسئله باید ۴ مرحله‌ی زیر را انجام دهیم.

**مرحله ۱:** فهمیدن مسئله: برای این منظور، مسئله را خوب بخوانید و درک کنید.

**مرحله ۲:** انتخاب راهبرد: می‌توانید برای حل مسئله یکی از روش‌های زیر را انتخاب و مسئله را حل کنید.

- رسم شکل
- الگوسازی (تفکر نظام‌دار)
- حذف حالت‌های نامطلوب
- الگویابی
- حدس و آزمایش
- زیرمسئله
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- روش‌های نمادین (مدل‌سازی)

**مرحله ۳:** حل کردن مسئله: مسئله را با راهبردی که انتخاب کرده‌اید حل کنید. در صورتی که مسئله با راهبرد انتخابی شما قابل حل نیست، به مرحله‌ی انتخاب راهبرد برگشته و راهبرد خود را تغییر دهید. دقت کنید که بیش‌تر دانش‌آموزان در فهمیدن مسئله مشکل دارند، لذا قبل از تغییر راهبرد، مجدداً مسئله را بخوانید تا درک بهتری از مسئله پیدا کرده و راهبرد مناسب‌تری انتخاب کنید.

**مرحله ۴:** بازگشت به عقب: مراحل حل مسئله را بررسی کنید. آیا پاسخ شما همان چیزی است که در مسئله خواسته شده است و یا پاسخ شما، منطقی می‌باشد؟

## راهبرد رسم شکل



توصیه می‌شود که برای حل هر مسئله، پس از درک صورت مسئله در گام اول، قلم به‌دست گیریم و برداشت کلی فوژمان را از مسئله در صورت امکان، در قالب شکل مطرح نماییم. البته در اتمام این کار، شاید اولین شکلی را که رسم می‌کنیم همان شکل نوعی و مورد نظر نباشد، اما یقیناً شروع بسیار خوبی را برای پیمودن گام‌های مناسب بعدی فراهم می‌نماید. به هر صورت، راهبرد رسم شکل، مؤثرترین روش برای شروع حل مسئله است.

**۱** هواپیمایی در ارتفاع ۵۰۰ متری از سطح زمین و هواپیمای دیگری در ارتفاع ۱۲۰ متر پایین‌تر از هواپیمای

اول در حال پرواز است. ارتفاع هواپیمای دوم از زمین چه قدر است؟



۱۲ رضا در یک کیسه تعدادی مهره دارد. نصف مهره‌ها را به علی و یک‌سوم باقی‌مانده‌ی مهره‌ها را به جواد می‌دهد و ۶ مهره اضافه می‌آورد. او در این کیسه چند مهره داشته است؟

۱۳ تساوی دو کسر  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{4}{10}$  را با رسم یک شکل مناسب، نشان دهید.

۱۴ پنج خط (راست) هم‌دیگر را به‌گونه‌ای قطع کرده‌اند که ۳ تا از آن‌ها از یک نقطه گذشته‌اند و بقیه‌ی خطوط، همه‌ی خط‌های دیگر را در نقاط متمایز قطع کرده‌اند. تعداد نقاط تقاطع را مشخص کنید.

۱۵ امیر در یک ساختمان ۱۰ طبقه مشغول به کار است. او کار خود را از طبقه‌ی دوم شروع کرده و سپس ۳ طبقه بالا رفته و بعد از آن ۳ طبقه‌ی دیگر بالا می‌رود. در آخر از آن جا ۸ طبقه به پایین می‌آید و کارش تمام می‌شود. کار امیر در کدام طبقه تمام شده است؟

۱۶ یک فانوس دریایی در فاصله‌ی ۴۰۰ متری کشتی A و در فاصله‌ی ۳۰۰ متری کشتی B قرار دارد. اگر فاصله‌ی کشتی A از B، ۵۰۰ متر باشد، فانوس دریایی چند درجه باید بچرخد تا نور آن که به کشتی A علامت می‌دهد، به کشتی B بتابد؟



۷ پدر علی تصمیم گرفت حاشیه‌ی استخر خانه را با پهنای ۴ متر موزاییک کند. اگر استخر به شکل مستطیل باشد و طول آن ۴۰ متر و عرض آن ۱۴ متر باشد، حساب کنید چند متر مربع موزاییک لازم است.

۸ در یک نمایشگاه بزرگ ماشین و موتور، تعداد کل چرخ‌ها ۵۲ حلقه و تعداد کل موتورها و ماشین‌ها ۱۷ عدد می‌باشد. تعداد موتورها و ماشین‌ها را به صورت جداگانه مشخص کنید.

۹ مهران  $\frac{1}{6}$  کیک تولدش را خورد. مادرش  $\frac{2}{5}$  باقی‌مانده‌ی کیک را خورد و در آخر، رضا نیز  $\frac{5}{6}$  باقی‌مانده‌ی کیک را خورد. چه کسری از کیک باقی مانده است؟

۱۰ توپی را از ارتفاع ۲۷ متری سطح زمین رها می‌کنیم. این توپ پس از برخورد با زمین، به اندازه‌ی ثلث ارتفاع قبلی خود به بالا بر می‌گردد. حساب کنید این توپ در لحظه‌ی برخورد سوم به زمین، چه مسافتی را طی کرده است.

۱۱ گرمی از پایین یک دیوار ۱۰ متری، در هنگام روز ۴ متر به طرف بالا می‌خزد و در هنگام شب ۳ متر به طرف پایین لیز می‌خورد. چند شبانه‌روز طول می‌کشد تا این گرم به بالای دیوار برسد؟



۱۱۵ علی، مجید، اصغر، رضا و احمد در یک مسابقه‌ی دو ۵۰۰ متر شرکت کردند. در پایان، اگر اصغر ۳ متر از مجید جلوتر و ۳ متر از علی عقب‌تر و رضا ۷ متر از احمد جلوتر و اصغر ۱ متر از احمد عقب‌تر باشد، آن‌ها با چه ترتیبی مسابقه را تمام می‌کنند؟ فاصله‌ی اولین نفر و آخرین نفر را حساب کنید.

### راهبرد آگوستازی (پروول نظام‌زاری)



سازمان‌دهی داده‌ها با نظم و الگو، ما را یاری می‌دهد که بتوانیم همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسیم. این فرایند، یکی از روش‌های مؤثر برای دسته‌بندی و مرتب کردن تعداد زیادی داده و یکی از راهبردهای ساده ولی کارآمد برای حل مسئله است. معمولاً برای نظم و ترتیب دادن به داده‌ها، از یک پروول استفاده می‌شود.

۱۱۶ لیلا مقداری پول در قلک خود داشته و می‌داند داخل قلک، سکه‌های ۱۰، ۵۰ و ۱۰۰ تومانی وجود دارد. همه‌ی حالت‌هایی که ممکن است مجموع پول‌های او ۲۵۰ تومان گردد را بنویسید.

۱۱۷ مساحت مستطیلی ۲۴ سانتی‌متر مربع و طول و

عرض مستطیل، اعدادی طبیعی هستند.

الف) چند مستطیل با این شرایط وجود دارد؟

ب) کدام یک کم‌ترین محیط را دارد؟

۱۱۸ مجموع دو عدد طبیعی ۳۶ و حاصل ضرب آن‌ها کم‌ترین مقدار ممکن است. آن دو عدد را بیابید.

۱۱۹ دو عدد طبیعی بیابید که حاصل ضرب آن‌ها ۲۴ و حاصل جمع آن‌ها بیش‌ترین مقدار ممکن باشد.



۱۲ سه عدد طبیعی بنویسید که حاصل ضرب آن‌ها ۴۸ و حاصل جمع آن‌ها کم‌ترین مقدار ممکن باشد.



۱۸ در شکل روبه‌رو، همه‌ی پاره‌خط‌ها را نام ببرید.



۱۹ در شکل مقابل، نام تمام نیم‌خط‌ها را بنویسید.

۱۵ با اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت که حتماً از عدد ۴۵۱

بزرگ‌تر باشند؟

۱۶ با ارقام ۰، ۲، ۵ و تمام اعداد سه رقمی ممکن که بر ۵ بخش‌پذیر می‌باشند را بنویسید.

۱۷ در یک ده‌ضلعی، تمام قطر‌ها را رسم کرده‌ایم. تعداد قطر‌ها چند عدد است؟

۱۸ ریحانه می‌خواهد با ۶۰۰ تومان پول جیبی خود، تعدادی مجله‌ی طنز ۶۰ تومانی یا جدول ۱۲۰ تومانی

بخرد. به چند حالت می‌تواند این خرید را انجام دهد؟



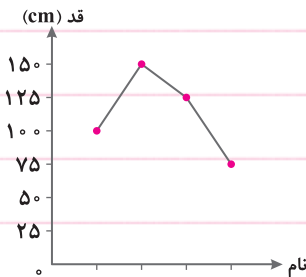
۱۴ احمد با ۴ نفر از دوستانش در یک نقطه به هم رسیدند. حداکثر حالتی که آن‌ها می‌توانند با هم احوال‌پرسی کنند و به هم دست بدهند، چند حالت است؟

### راهبرد فرافکالت‌های نامطلوب



برخی مواقع بهتر است با توفه به شرایط مسئله، حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذاریم تا با حذف آن‌ها، پاسخ مسئله یا همان حالت‌های مطلوب به دست آید. دقت کنید که می‌توانیم با تشکیل یک جدول نظام‌دار و استفاده از راهبرد الگوسازی، تمام حالت‌های ممکن را به دست آوریم، سپس با توفه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنیم.

۱۵ نمودار زیر، مربوط به قد ۴ نفر می‌باشد. نام افراد نوشته نشده؛ ولی می‌دانیم که رضا از همه کوتاه‌تر، علی از همه بلندتر و مجید از فریدون بلندتر است. در این صورت مشخص کنید قد فریدون چه قدر است؟



۱) ۷۵cm

۲) ۱۰۰cm

۳) ۱۲۵cm

۴) ۱۵۰cm

۱۶ در بین عددهای زیر، چند عدد وجود دارد که شامل رقم ۷ نیست؟

۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ...، ۴۹۸، ۴۹۹

۱۷ در یک مسابقه تیراندازی، امتیازهای روی صفحه‌ی هدف به ترتیب ۴، ۸، ۱۲ و ۱۶ می‌باشد. حال اگر

فرزاد در این مسابقه بعضی از تیرهایش را به هدف زده باشد، کدام یک از اعداد زیر می‌تواند امتیاز فرزاد

۱۸، ۳۶، ۲۶، ۵۲، ۴۲، ۲۴، ۳۵

باشد؟



۱۲۸ کدام یک از اعداد زیر، مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی نیست؟

$900^\circ$  (۴)

$1800^\circ$  (۳)

$450^\circ$  (۲)

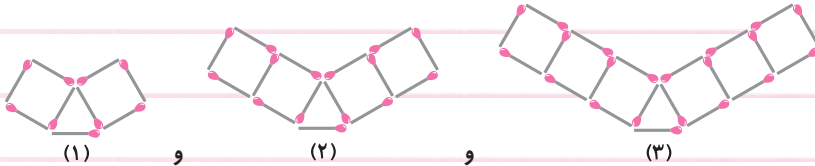
$720^\circ$  (۱)

راهنمای الگویی



در ریاضی، با دو الگوی عددی یا هندسی مواجه می‌شویم. کشف الگو و نظم و ترتیب موجود در بین دنباله‌های عددی یا هندسی، کمک می‌کند تا بتوانیم به فواستهی مسئله پاسخ دهیم. این راهنما، در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه‌ی مشقیمی وجود داشته باشد.

۱۲۹ با توجه به روند تغییر شکل‌ها، مشخص کنید که شکل بیستم از چند چوب کبریت تشکیل شده است.



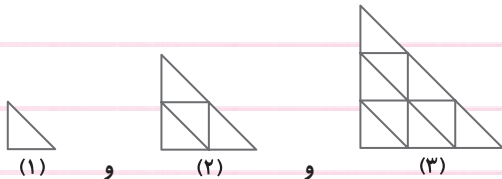
۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ۱۶, ...

۱۳۰ الف) عدد صدم در دنباله‌ی مقابل، چه عددی است؟

۱۰, ۱۲, ۱۶, ۲۴, ۴۰, ۷۲, ...

ب) عدد نهم این دنباله چه عددی است؟

۱۳۱ با توجه به شکل‌های زیر، تعداد مثلث‌های کوچک (مانند شکل (۱)) را در شکل پانزدهم مشخص کنید.

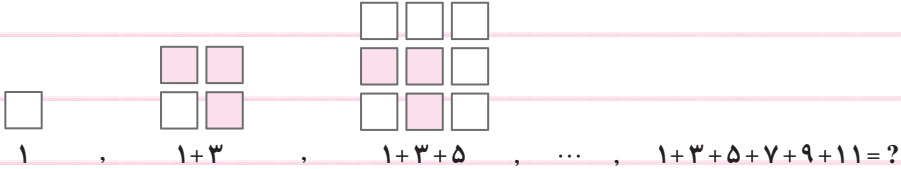


۱۳۲ فرض کنید یک خبر را هر نفر به سه نفر و هر کدام از آن سه نفر، به سه نفر دیگر اطلاع دهند و این کار

ادامه پیدا کند. اگر هر مرحله انتقال خبر ۳ دقیقه طول بکشد، بعد از ۱۸ دقیقه، چند نفر این خبر را شنیده‌اند؟

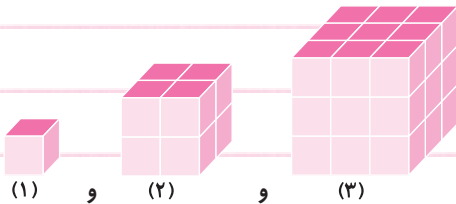
۳۳۳ با توجه به شکل‌های زیر که دنباله‌ی مجموع اعداد فرد را نمایش می‌دهند، مجموع عددهای فرد متوالی از

۱ تا ۱۱ را حساب کنید. آیا می‌توانید مجموع عددهای فرد متوالی از ۱ تا ۲۱ را هم حساب کنید؟

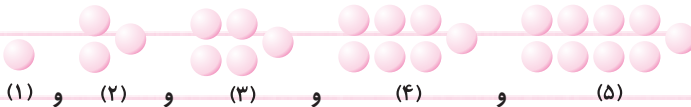


۳۳۴ سه شکل زیر، از مکعب‌های مساوی به طول واحد ساخته شده‌اند. اگر توالی شکل‌ها تا شکل هشتم ادامه

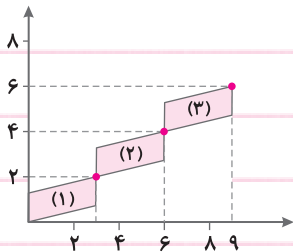
یابد، چند مکعب کوچک برای ساختن شکل هشتم نیاز است؟



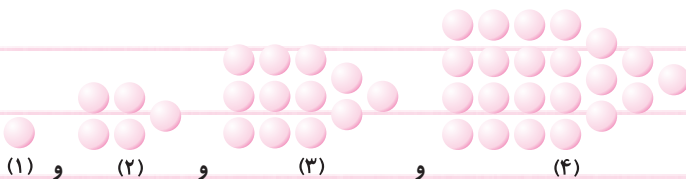
۳۳۵ به کمک راهبرد الگویابی، تعیین کنید در شکل پنجاه و سوم چند دایره وجود دارد.



۳۳۶ با توجه به شکل مقابل، مختصات علامت ● روی گوشه‌ی سمت راست کاشی شماره‌ی سی‌ام چیست؟



۳۳۷ با توجه به شکل‌های زیر، الگویی برای یافتن تعداد دایره‌های شکل دهم پیدا کنید.







راهنمای دروس و تک‌واژه‌ها

ممکن است یک مسئله، روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد یا رسیدن به جواب آن دشوار باشد. در این مواقع می‌توان با یک روش منطقی و منظم، پاسخ احتمالی مسئله را درس زد، سپس با توجّه به شرایط گفته شده در مسئله، درس خود را بررسی کرد و با توجّه به نتیجه‌ی این بررسی، کم‌کم به پاسخ مسئله نزدیک شد.

۱۳۸ مادر زهرا هنگام تولّد او ۲۵ سال داشت و اکنون در سال ۱۳۹۳، مجموع سنّ او و مادرش ۶۹ سال است.

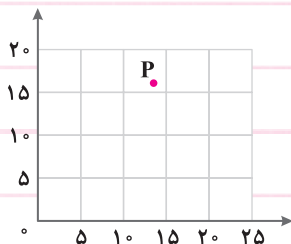
سنّ زهرا چه قدر است؟

۱۳۹ تعدادی کبوتر در حال پرواز بودند که یک کلاغ از آن‌ها سؤال کرد: «شما چند تا هستید؟». یکی از

کبوترها گفت: «ما و ما و نصف ما و نیمه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، ما جملگی صد می‌شویم». تعداد کبوترها را حساب کنید.

۱۴۰ به ثلث عددی ۷ واحد اضافه نموده‌ایم؛ عدد ۴۳ به‌دست آمده است. آن عدد را به‌دست آورید.

۱۴۱ کدام یک از گزینه‌های زیر، به احتمال زیاد مختصات نقطه‌ی P است؟



(۲)  $\begin{bmatrix} ۸ \\ ۱۲ \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} ۱۲ \\ ۸ \end{bmatrix}$

(۴)  $\begin{bmatrix} ۱۳ \\ ۱۷ \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} ۱۷ \\ ۱۳ \end{bmatrix}$



۱۴۱) پری خانم، ۱۶ سکه از انواع ۵ تومانی، ۱۰ تومانی و ۲۵ تومانی دارد. تعداد ۵ تومانی‌ها نصف تعداد ۱۰ تومانی‌هاست. اگر ارزش کل سکه‌ها ۲۰۰ تومان باشد، پری خانم از هر سکه چند تا دارد؟

۱۴۲) سه عدد دو رقمی بیابید که اگر جای ارقام آن را تغییر دهیم و با عدد اولیه جمع کنیم، حاصل عدد ۱۱۰ شود.

۱۴۳) در یک روستا، تعداد کبوترها و سگ‌های خانگی، روی هم ۵۰ عدد می‌باشد. اگر تعداد پاهای این کبوترها و سگ‌ها در مجموع ۱۲۰ عدد باشد، حساب کنید در این روستا چند کبوتر و چند سگ وجود دارد.

۱۴۴) دو عدد داریم که یکی از آن‌ها از چهار برابر دیگری ۲ واحد کم‌تر است. اگر مجموع آن دو عدد ۱۵۸ باشد، آن دو عدد را پیدا کنید.

۱۴۵) اختلاف دو عدد، ۱۷ و مجموع آن دو عدد ۱۴۳ می‌باشد. این دو عدد را بیابید.

۱۴۶) علی گفت، تعداد برادران و خواهران من باهم مساوی است. اما خواهر بزرگ‌ترم دو برابر خواهرانش برادر دارد. مشخص کنید آن‌ها چند خواهر و برادرند.