


مقدمه مؤلفان

برای طی مسیری سخت و طولانی، بهترین راه این است که آن مسیر را به قسمت‌های کوچک‌تر تقسیم کنیم و مرحله به مرحله آن را پشت سر بگذاریم. با این روش به بسیاری از هدف‌هایمان که به ظاهر دست‌نیافتنی هستند، دست خواهیم یافت.

کتاب «چهل قدم ریاضی هفتم» با همین نگاه طراحی و تألیف شده است. در این کتاب، موضوعات فراوان و پیچیده ریاضی، به ابعاد کوچک‌تر و قابل فهمی تقسیم و بیان می‌شود. هر موضوع کوچک با چند جمله کوتاه، مثال و تمرین آموزش داده می‌شود. مثال‌ها معمولاً ادامه درس هستند و آن را کامل می‌کنند. همه این اتفاق‌ها در یک صفحه از این کتاب رخ می‌دهد. در انتهای هر قدم، چند سؤال با عنوان «مرور و تمرین» ارائه شده است. هر پنج صفحه، موضوعی را به طور کامل منتقل می‌کند و یک قدم را تشکیل می‌دهد. هر چند قدم، یک فصل از کتاب درسی را پوشش می‌دهد. در انتهای هر سه فصل، یک آزمون دوره‌ای از موضوعات آن فصل‌ها ارائه شده است. در نهایت، پس از چهل قدم، کل مفاهیم مطرح‌شده در کتاب درسی آموزش داده می‌شود.

پاسخ تمرین‌ها، مرور و تمرین قدم‌ها و آزمون‌های دوره‌ای در انتهای کتاب ارائه شده است. علاوه بر این، حل برخی تمرین‌ها و مثال‌های دشوار، که با علامت  مشخص شده‌اند، به صورت فیلم‌های آموزشی در اپلیکیشن رایگان کلاغ سبید بارگذاری شده است و شما می‌توانید با مراجعه به وبسایت www.gaj.ir، این اپلیکیشن را دریافت کنید و پس از نصب آن روی گوشی یا تبلت خود، فیلم‌ها را مشاهده کنید.

تألیف کتاب با این روش و ساختار، کاری دشوار بود؛ خرد کردن موضوعات و جا دادن کل مطالب مورد نظر در قالب از پیش تعیین‌شده، انتخاب مثال‌ها و تمرین‌های هدفمند که فرایند آموزش را کامل و از اطلاع کلام جلوگیری کند، بخشی از مشکلات اجرایی تألیف این کتاب بود که به یاری خداوند و با همت، همکاری و سعه صدر مسئولان و کارکنان محترم انتشارات گاج برای مؤلفان، میسر شد. امیدوار است نتیجه این تلاش گروهی، در راستای اعتلای سطح علمی فرزندان ایران، گامی هر چند کوچک ولی مؤثر باشد.

در پایان از همکاری خانم‌ها ندا فرهختی، زهرا خوشنود، لیلا سمیعی و پروانه عبادی و آقای مجتبی عارف‌نسب سپاسگزاریم و از درگاه خداوند سلامت و توفیق روزافزون برای ایشان خواهانیم. همچنین از مدیریت واحد تولید فیلم‌های آموزشی، آقای میثم رازبانی و همکاران محترمشان آقایان صبور و اصغریان، به دلیل تلاش‌های شبانه‌روزی و دلسوزانه‌شان متشکریم.

محمدجواد حیدری - عبدالرضا دراج

فهرست

۱۰۸	قدم ۲۱	شمارنده‌ها و اعداد اول
۱۱۲	مرور و تمرین قدم ۲۱	
۱۱۳	قدم ۲۲	
۱۱۷	مرور و تمرین قدم ۲۲	
۱۲۰	قدم ۲۳	فصل ۶
۱۲۴	مرور و تمرین قدم ۲۳	
۱۲۵	قدم ۲۴	
۱۲۹	مرور و تمرین قدم ۲۴	
۱۳۰	قدم ۲۵	سطح و حجم
۱۳۴	مرور و تمرین قدم ۲۵	
۱۳۵	قدم ۲۶	
۱۳۹	مرور و تمرین قدم ۲۶	
۱۴۰	قدم ۲۷ (آزمون دوره‌ای ۲)	
۱۴۴	قدم ۲۸	فصل ۷
۱۴۸	مرور و تمرین قدم ۲۸	
۱۴۹	قدم ۲۹	
۱۵۳	مرور و تمرین قدم ۲۹	
۱۵۴	قدم ۳۰	
۱۵۸	مرور و تمرین قدم ۳۰	
۱۵۹	قدم ۳۱	توان و جذر
۱۶۳	مرور و تمرین قدم ۳۱	
۱۶۴	قدم ۳۲	
۱۶۸	مرور و تمرین قدم ۳۲	
۱۶۹	قدم ۳۳	
۱۷۳	مرور و تمرین قدم ۳۳	
۱۷۴	قدم ۳۴	
۱۷۸	مرور و تمرین قدم ۳۴	
۱۸۰	قدم ۳۵	فصل ۸
۱۸۴	مرور و تمرین قدم ۳۵	
۱۸۵	قدم ۳۶	بردار و مختصات
۱۸۹	مرور و تمرین قدم ۳۶	
۱۹۰	قدم ۳۷	
۱۹۴	مرور و تمرین قدم ۳۷	
۱۹۶	قدم ۳۸	فصل ۹
۲۰۰	مرور و تمرین قدم ۳۸	
۲۰۱	قدم ۳۹	آمار و احتمال
۲۰۵	مرور و تمرین قدم ۳۹	
۲۰۶	قدم ۴۰ (آزمون دوره‌ای ۳)	
		پاسخنامه

پاسخنامه تشریحی تمرین‌ها و آزمون‌ها

۶	قدم ۱	فصل ۱
۱۰	مرور و تمرین قدم ۱	راهبردهای حل مسئله
۱۱	قدم ۲	
۱۵	مرور و تمرین قدم ۲	
۱۶	قدم ۳	
۲۰	مرور و تمرین قدم ۳	
۲۲	قدم ۴	فصل ۲
۲۶	مرور و تمرین قدم ۴	
۲۷	قدم ۵	عددهای صحیح
۳۱	مرور و تمرین قدم ۵	
۳۲	قدم ۶	
۳۶	مرور و تمرین قدم ۶	
۳۸	قدم ۷	فصل ۳
۴۲	مرور و تمرین قدم ۷	
۴۳	قدم ۸	
۴۷	مرور و تمرین قدم ۸	
۴۸	قدم ۹	
۵۲	مرور و تمرین قدم ۹	
۵۳	قدم ۱۰	جبر و معادله
۵۷	مرور و تمرین قدم ۱۰	
۵۸	قدم ۱۱	
۶۲	مرور و تمرین قدم ۱۱	
۶۳	قدم ۱۲	
۶۷	مرور و تمرین قدم ۱۲	
۶۸	قدم ۱۳ (آزمون دوره‌ای ۱)	
۷۲	قدم ۱۴	فصل ۴
۷۶	مرور و تمرین قدم ۱۴	
۷۷	قدم ۱۵	
۸۱	مرور و تمرین قدم ۱۵	
۸۲	قدم ۱۶	هندسه و استدلال
۸۶	مرور و تمرین قدم ۱۶	
۸۷	قدم ۱۷	
۹۱	مرور و تمرین قدم ۱۷	
۹۲	قدم ۱۸	
۹۶	مرور و تمرین قدم ۱۸	
۹۸	قدم ۱۹	فصل ۵
۱۰۲	مرور و تمرین قدم ۱۹	
۱۰۳	قدم ۲۰	
۱۰۷	مرور و تمرین قدم ۲۰	

۱ زاویه و انواع آن

به بخشی از صفحه که به وسیله دو نیم خط محدود می شود، زاویه می گوئیم. به هر یک از نیم خطها ضلع زاویه و به محل برخورد دو نیم خط رأس زاویه می گوئیم. برای اندازه گیری زاویه از واحدی به نام درجه استفاده می کنیم.



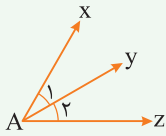
نام گذاری زاویه: زاویه ها را به چند روش می توان نام گذاری کرد:

۱- با سه حرف که حرف رأس در وسط باید قرار گیرد: $y\hat{A}x$ یا $x\hat{A}y$

۲- با یک حرف که نام رأس زاویه است: \hat{A}

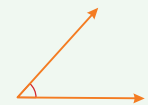
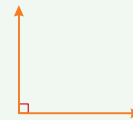
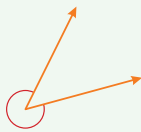
۳- نام گذاری با حرف همراه عدد: \hat{A}_1 و \hat{A}_2

۴- نام گذاری با عدد: $\hat{1}$ و $\hat{2}$



انواع زاویه: زاویه ها را با توجه به اندازه آنها به پنج دسته تقسیم می کنند:

- | | | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| ۱- تند یا حاده: کوچک تر از 90° | ۲- راست یا قائمه: دقیقاً 90° | ۳- باز یا منفرجه: بیشتر از 90° | ۴- نیم صفحه: دقیقاً 180° | ۵- کاو: بیشتر از 180° |
|---------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|------------------------------|



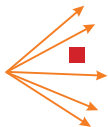
تمرین

۱ در شکل زیر چند زاویه قائمه وجود دارد؟



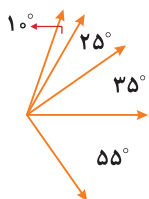
- ۱۶ (۱)
- ۲۸ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۲۰ (۴)

۲ در شکل زیر علامت ■ درون چند زاویه تند قرار گرفته است؟



- ۸ (۱)
- ۶ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۷ (۴)

۳ در شکل زیر، چند زاویه با اندازه های متفاوت و کوچک تر از 180° دیده می شود؟



- ۴ (۱)
- ۸ (۲)
- ۹ (۳)
- ۱۰ (۴)

مثال

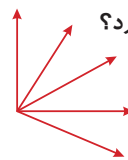
۱ اگر با ذره بینی که همه چیز را سه برابر می کند به یک زاویه نگاه کنیم، اندازه زاویه:

- ۱۰ سه برابر می شود.
- ۲۰ بزرگ تر می شود.
- ۳۰ کوچک تر می شود.
- ۴۰ تغییر نمی کند.

پاسخ: با افزایش طول های اضلاع زاویه، مقدار زاویه تغییر نمی کند.

پاسخ گزینه «۴» است.

۲ در شکل مقابل چند زاویه کوچک تر از 180° وجود دارد؟



- ۵ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۱۰ (۴)
- ۲۰ (۳)

پاسخ: روش اول: با استفاده از راهبرد تفکر نظام دار در شمارش زاویه ها.

تعداد زاویه های کمتر از 180° برابر ۱۰ است. $4 + 3 + 2 + 1 = 10$

روش دوم:

نکته: برای شمارش زاویه هایی که رأس مشترک دارند، می توان از رابطه

زیر استفاده کرد:

$$\text{تعداد زاویه ها} = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{\text{تعداد نیم خطها یکی کمتر} \times (\text{تعداد نیم خطها})}{2}$$

در اینجا همه زاویه ها کوچک تر از 180° هستند.

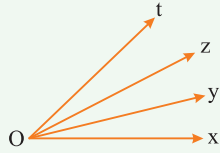
$$\text{تعداد زاویه ها} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

پاسخ گزینه «۴» است.



۲ روابط بین زاویه‌ها

اگر چند زاویه رأس مشترک داشته باشند، می‌توانیم بین آنها رابطه‌های جمع و تفریق بنویسیم. همچنین با توجه به اندازه هر یک، می‌توانیم آنها را با هم مقایسه کنیم.



$$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$$

$$\widehat{xOy} < \widehat{xOz}$$

$$\widehat{xOt} - \widehat{xOy} = \widehat{tOy}$$

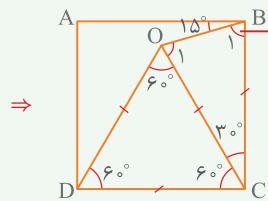
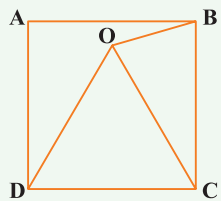
$$\widehat{tOx} > \widehat{zOy}$$

مثال: اگر $\widehat{A} + \widehat{B} = 118^\circ$ و $\widehat{B} = \widehat{C}$ باشد، چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

پاسخ: چون \widehat{B} برابر \widehat{C} است، در رابطه $\widehat{A} + \widehat{B} = 118^\circ$ به جای \widehat{B} می‌توانیم \widehat{C} را قرار دهیم؛ بنابراین خواهیم داشت: $\widehat{A} + \widehat{C} = 118^\circ$

به عبارت دیگر:
$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} + \widehat{B} = 118^\circ \\ \widehat{B} = \widehat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{A} + \widehat{C} = 118^\circ$$

به دست آوردن اندازه زاویه‌ها: با استفاده از خاصیت‌هایی که در شکل‌های هندسی مانند مربع، مستطیل و... وجود دارد، می‌توانیم اندازه بعضی زاویه‌ها را بدون اندازه‌گیری به دست آوریم.



مثال: در شکل مقابل، مربع ABCD و مثلث ODC متساوی‌الاضلاع است. $\widehat{ABO} = 75^\circ$ چند درجه است؟

$$\Delta ODC \text{ متساوی‌الاضلاع} \Rightarrow \begin{cases} \overline{OD} = \overline{OC} = \overline{DC} \\ \text{اندازه هر زاویه آن } 60^\circ \end{cases}$$

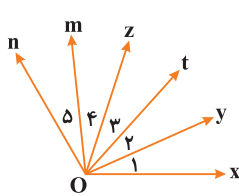
$$\widehat{BCO} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

از طرفی $\overline{OC} = \overline{CD}$ ، پس $\overline{OC} = \overline{CB}$ است؛ در نتیجه ΔOBC متساوی‌الساقین است، بنابراین:

$$\widehat{O}_1 = \widehat{B}_1 = \frac{118^\circ - 30^\circ}{2} = 44^\circ \Rightarrow \widehat{ABO} = 90^\circ - 44^\circ = 46^\circ$$

تمرین

۱ در شکل زیر $\widehat{1} = \widehat{2} = \widehat{3} = \widehat{4} = \widehat{5}$ است. کدام رابطه درست نیست؟



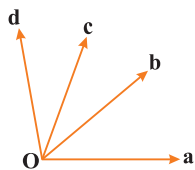
$$\widehat{xOt} = \frac{2}{5} \widehat{xOn} \quad (1)$$

$$\widehat{zOt} = \frac{1}{3} \widehat{tOn} \quad (2)$$

$$\widehat{mOx} = 2\widehat{xOt} \quad (3)$$

$$\widehat{xOz} = \frac{2}{3} \widehat{nOz} \quad (4)$$

۲ در شکل زیر $\widehat{aOc} = 7^\circ$ ، $\widehat{bOd} = 6^\circ$ و $\widehat{aOd} = 10^\circ$ است. اندازه \widehat{bOc} چند درجه است؟



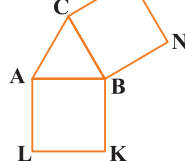
$$3^\circ \quad (2)$$

$$2^\circ \quad (1)$$

$$5^\circ \quad (4)$$

$$4^\circ \quad (3)$$

۳ در شکل مقابل روی ضلع‌های AB و BC از مثلث متساوی‌الاضلاع ABC مربعی ساخته‌ایم. اندازه \widehat{CNK} کدام است؟



$$9^\circ \quad (2)$$

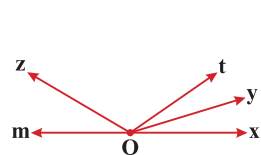
$$75^\circ \quad (1)$$

$$12^\circ \quad (4)$$

$$105^\circ \quad (3)$$

مثال

۱ با توجه به شکل، حاصل عبارت $\widehat{xOy} + \widehat{yOm} - \widehat{mOt}$ کدام گزینه است؟



$$\widehat{xOt} \quad (2)$$

$$\widehat{tOy} \quad (1)$$

$$\widehat{mOy} \quad (4)$$

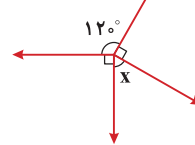
$$\widehat{mOz} \quad (3)$$

$$\widehat{xOy} + \widehat{yOm} - \widehat{mOt} = \widehat{xOm} - \widehat{mOt} = \widehat{xOt}$$

پاسخ:

پاسخ گزینه «۲» است.

۲ در شکل مقابل، زاویه x چند درجه است؟



$$3^\circ \quad (2)$$

$$12^\circ \quad (1)$$

$$8^\circ \quad (4)$$

$$6^\circ \quad (3)$$

پاسخ: مجموع زاویه‌هایی که حول یک نقطه تشکیل می‌شود، همیشه برابر 360° است:

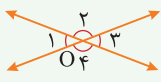
$$9^\circ + 9^\circ + 12^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow 30^\circ + x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = 360^\circ - 30^\circ = 6^\circ$$

پاسخ گزینه «۳» است.

۳ زاویه‌های متقابل به رأس، متمم و مکمل (۱)

دو زاویه متقابل به رأس: دو زاویه که رأس مشترک داشته باشند و امتداد اضلاع آنها یکی باشد، متقابل به رأس نامیده می‌شوند.



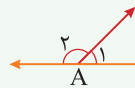
دو زاویه متقابل به رأس همیشه با هم مساوی هستند. (\hat{O}_1, \hat{O}_3) و (\hat{O}_2, \hat{O}_4) : زاویه‌های متقابل به رأس

$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= 180^\circ \\ \hat{O}_3 + \hat{O}_2 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3 \xrightarrow{\text{با اثبات مشابه}} \hat{O}_2 = \hat{O}_4$$

دو زاویه متمم و دو زاویه مکمل: دو زاویه که مجموع آنها 90° باشد، متمم و دو زاویه که مجموع آنها 180° باشد، مکمل یکدیگر نامیده می‌شوند.



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 \text{ و } \hat{A}_2 \text{ متمم یکدیگر}$$



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 \text{ و } \hat{A}_2 \text{ مکمل یکدیگر}$$

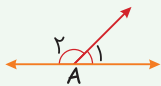
مثال: متمم مکمل زاویه 125° چند درجه است؟ $90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$ متمم زاویه 55° ، $180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ مکمل زاویه 125°

نکته

۱- به دو زاویه که یک ضلع مشترک داشته باشند، زاویه‌های مجاور می‌گوییم، مانند \hat{A}_1 و \hat{A}_2 در شکل روبه‌رو:



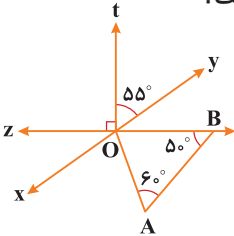
۲- اگر دو زاویه مجاور مکمل یکدیگر باشند، به آن دو زاویه، زاویه‌های مجانب می‌گوییم، مانند:



$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 &= 180^\circ \\ \hat{A}_1 \text{ و } \hat{A}_2 &\text{ مجاور} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 \text{ و } \hat{A}_2 \text{ مجانب}$$

تمرین

۱ در شکل زیر، متمم \hat{xOA} چند درجه است؟

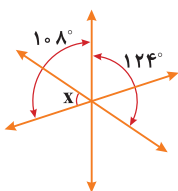


- ۳۰° (۱)
- ۲۵° (۲)
- ۲۰° (۳)
- ۱۵° (۴)

۲ دو زاویه A و B مکمل یکدیگرند. اگر زاویه A شش برابر متمم زاویه B باشد، زاویه B چند درجه است؟

- ۷۰° (۱)
- ۷۲° (۲)
- ۳۰° (۳)
- ۶۰° (۴)

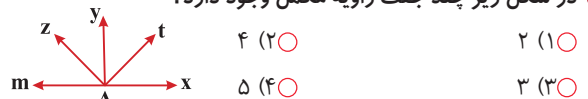
۳ در شکل زیر، سه خط در یک نقطه متقاطع‌اند. مقدار x کدام است؟



- ۵۲° (۱)
- ۴۸° (۲)
- ۵۶° (۳)
- ۶۵° (۴)

مثال

۱ در شکل زیر چند جفت زاویه مکمل وجود دارد؟



پاسخ: دو زاویه مکمل با هم زاویه نیم‌صفحه تشکیل می‌دهند؛ بنابراین سه جفت زاویه مکمل‌اند: $(\hat{xAt}, \hat{tAm}), (\hat{xAy}, \hat{yAm}), (\hat{xAz}, \hat{zAm})$

پاسخ گزینه «۳» است.

۲ کدام جمله نادرست است؟

- ۱) اگر دو زاویه متقابل به رأس مکمل باشند، هر زاویه 90° است.
- ۲) مکمل زاویه تند، از مکمل زاویه باز کوچک‌تر است.
- ۳) دو زاویه مکمل می‌توانند مجانب نباشند.
- ۴) اختلاف متمم و مکمل یک زاویه 90° است.

پاسخ: گزینه ۱: درست؛ چون دو زاویه متقابل به رأس برابرند، در صورتی که مکمل باشند، هر کدام 90° هستند.

گزینه ۲: نادرست؛ مکمل یک زاویه تند از 90° بیشتر، یعنی باز و مکمل یک زاویه باز از 90° کمتر، یعنی تند است.

گزینه ۳: درست؛ دو زاویه مکمل می‌توانند مجاور نباشند، پس مجانب هم نخواهند بود.

گزینه ۴: درست؛ فرض کنیم آن زاویه x درجه باشد.

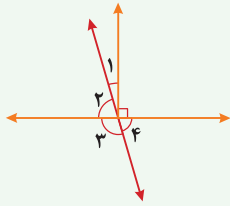
$$\begin{aligned} x \text{ مکمل} &= 180^\circ - x & x \text{ متمم} &= 90^\circ - x \\ \Rightarrow \text{اختلاف} &= (180^\circ - x) - (90^\circ - x) = 180^\circ - 90^\circ - x + x = 90^\circ \end{aligned}$$

پاسخ گزینه «۲» است.

۴ زاویه‌های متقابل به رأس، متمم و مکمل (۲)

از ویژگی‌های زاویه‌های متقابل به رأس، متمم و مکمل می‌توان برای حل مسائل مختلف در هندسه استفاده کرد.

مثال: در شکل زیر اختلاف دو زاویه ۳ و ۴ برابر ۳۶° است. اندازه زاویه ۱ را به دست آورید.

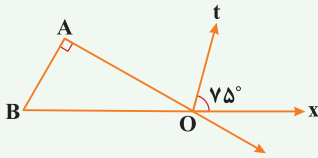


پاسخ: $\hat{3} - \hat{4} = 36^\circ$, $\hat{3} + \hat{4} = 180^\circ \Rightarrow \hat{3} = 180^\circ - \hat{4}$ و $\hat{4}$ مکمل

$$\hat{4} = \text{زاویه کوچک‌تر} = \frac{\text{اختلاف - مجموع}}{2} = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ \xrightarrow{\text{متقابل به رأس}} \hat{2} = 72^\circ$$

$$\hat{1} = 90^\circ - \hat{2} = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$$

مثال: در شکل زیر Ot نیمساز \widehat{AOx} است، اندازه \widehat{B} چند درجه است؟



پاسخ: Ot نیمساز \widehat{AOx} است، پس $\widehat{AOt} = \widehat{xOt} = 75^\circ$ و در نتیجه $\widehat{AOx} = 150^\circ$ است.

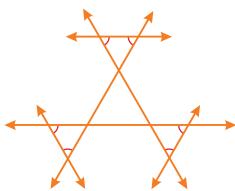
\widehat{AOB} مکمل \widehat{AOx} است؛ بنابراین $\widehat{AOB} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$. مجموع زاویه‌های داخلی

$$\widehat{B} = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

مثلاً 180° است، پس:

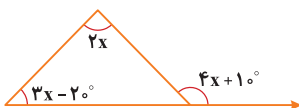
تمرین

۱ در شکل زیر مجموع زاویه‌های مشخص شده کدام است؟



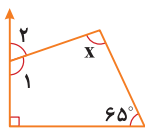
- ۲۱۵° (۱)
- ۳۰۰° (۲)
- ۳۸۷° (۳)
- ۳۶۰° (۴)

۲ با توجه به شکل زیر مکمل x چقدر است؟



- ۳° (۱)
- ۱۵° (۲)
- ۲° (۳)
- ۱۷° (۴)

۳ در شکل زیر اختلاف دو زاویه ۱ و ۲ برابر ۶۰° است. مقدار x کدام است؟

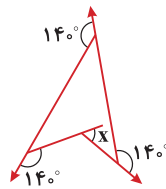


کدام است؟

- ۷۵° (۱)
- ۸۵° (۲)
- ۹۰° (۳)
- ۸۰° (۴)

مثال

۱ در شکل زیر اندازه x کدام است؟

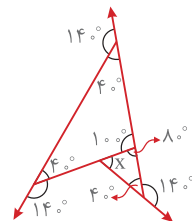


- ۴۰° (۱)
- ۶۰° (۲)
- ۸۰° (۳)
- ۱۰۰° (۴)

پاسخ: ضلع زاویه x را امتداد می‌دهیم تا دو مثلث به وجود آید. با توجه به

اینکه مجموع زاویه‌های هر مثلث باید ۱۸۰° باشد،

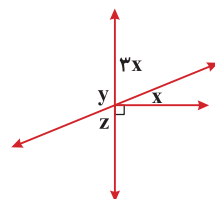
اندازه x را به دست می‌آوریم.



$$x = 180^\circ - (8^\circ + 4^\circ) = 6^\circ$$

پاسخ گزینه «۲» است.

۲ در شکل زیر، اندازه زاویه‌های x، y و z به ترتیب کدام است؟



- ۷۷/۵° ، ۱۲° ، ۲۲/۵° (۱)
- ۶۰° ، ۱۲۰° ، ۲۰° (۲)
- ۱۱۲/۵° ، ۶۷/۵° ، ۲۳/۵° (۳)
- ۶۷/۵° ، ۱۱۲/۵° ، ۲۲/۵° (۴)

پاسخ: $x + 3x = 90^\circ \Rightarrow 4x = 90^\circ \Rightarrow x = 22/5^\circ$

و $z = 3x = 3 \times 22/5^\circ = 67/5^\circ$ متقابل به رأس

و $y = 180^\circ - 67/5^\circ = 112/5^\circ$ مکمل

پاسخ گزینه «۴» است.

۶ در شکل زیر $\hat{E} = 48^\circ$ است. اندازه \hat{F}_1 کدام است؟

(۱) 42°
 (۲) 52°
 (۳) 44°
 (۴) 48°

۷ دو زاویه A و B متقابل به رأس هستند. اگر متمم زاویه B با $\frac{1}{5}$ مکمل زاویه A برابر باشد، مجموع زاویه‌های A و B چند درجه است؟

(۱) 90°
 (۲) 120°
 (۳) 140°
 (۴) 100°

۸ مجموع سه زاویه A، B و C برابر 230° است. دو زاویه B و C متقابل به رأس اند و متمم زاویه A به اندازه $\frac{1}{8}$ آن است. مکمل زاویه B کدام است؟

(۱) 75°
 (۲) 85°
 (۳) 100°
 (۴) 105°

۹ در شکل زیر نیمساز \hat{BOy} است و زاویه‌های ۲ و ۶ متمم یکدیگرند. اگر $\hat{y} = 42^\circ$ باشد، متمم \hat{BOx} چقدر است؟

(۱) 24°
 (۲) 66°
 (۳) 48°
 (۴) 57°

۱۰ در شکل زیر نسبت زاویه ۱ به متمم آن $\frac{2}{7}$ است. زاویه ۲ چند درجه است؟

(۱) 50°
 (۲) 60°
 (۳) 70°
 (۴) 80°

مرور و تمرین

۱ با توجه به اینکه در شکل زیر $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = \hat{E} = \hat{F}$ است، شکل چند زاویه قائمه دارد؟

(۱) ۶
 (۲) ۴
 (۳) ۳
 (۴) ۲۰

۲ با رسم پنج خط راست در صفحه، حداکثر چند زاویه کوچک‌تر از 180° به وجود می‌آید؟

(۱) ۱۰
 (۲) ۲۰
 (۳) ۴۰
 (۴) ۴۵

۳ در شکل زیر \hat{mOp} قائمه است. \hat{Os} نیمساز \hat{nOp} و \hat{Ot} نیمساز \hat{mOp} است. اندازه \hat{tOs} چقدر است؟

(۱) 45°
 (۲) 40°
 (۳) 35°
 (۴) 60°

۴ در شکل زیر به ترتیب چند زاویه تند متفاوت و چند زاویه باز متفاوت وجود دارد؟

(۱) ۶ ، ۸
 (۲) ۷ ، ۷
 (۳) ۵ ، ۸
 (۴) ۶ ، ۶

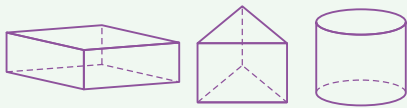
۵ در شکل زیر، \hat{B}_1 چند درجه است؟

(۱) 2°
 (۲) 15°
 (۳) 10°
 (۴) 25°

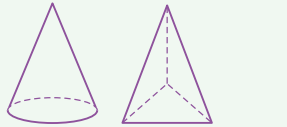
۱ انواع حجم

به مقدار فضایی که یک جسم اشغال می‌کند، **حجم** آن جسم می‌گوییم. حجم‌ها به طور کلی به دو دسته **هندسی** و **غیرهندسی** تقسیم می‌شوند.

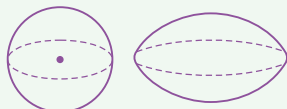
حجم‌های هندسی: این حجم‌ها شکل‌های مشخص و تعریف‌شده دارند و به سه گروه زیر تقسیم می‌شوند:



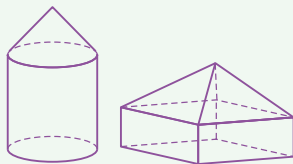
۱- **حجم‌های منشوری:** این حجم‌ها دو قاعده مساوی و موازی دارند.



۲- **حجم‌های هرمی:** این حجم‌ها یک قاعده و یک رأس دارند و اطراف آنها شبیه مثلث است.



۳- **حجم‌های کروی:** این حجم‌ها گرد هستند و زاویه و ضلع ندارند.



بعضی حجم‌ها ترکیبی از سه نوع حجم منشوری، هرمی و کروی هستند. برای مثال دو شکل مقابل شکل‌های هرمی-منشوری هستند.



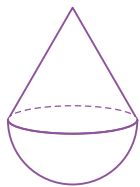
حجم‌های غیرهندسی: این حجم‌ها تعریف مشخص و ویژگی‌های خاصی ندارند.

تمرین

۱ کدام جمله نادرست است؟

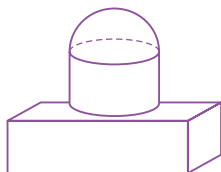
- ۱) یک جسم می‌تواند ترکیبی از سه حجم منشوری باشد.
- ۲) حجمی با ترکیب حجم کروی و منشوری وجود ندارد.
- ۳) یک حجم منشوری را می‌توان به چند حجم هرمی تبدیل کرد.
- ۴) یک حجم کروی قابل تبدیل به حجم منشوری نیست.

۲ شکل زیر از چه حجم‌هایی تشکیل شده است؟



- ۱) کروی و هرمی
- ۲) کروی و منشوری
- ۳) کروی و کروی
- ۴) منشوری و هرمی

۳ در جسم زیر از کدام نوع حجم استفاده نشده است؟



- ۱) کروی
- ۲) منشوری
- ۳) هرمی
- ۴) هر سه حجم استفاده شده است.

مثال

۱ کدام یک از اجسام زیر حجم هندسی نیست؟

- ۱) جعبه دستمال کاغذی (۲)
- ۲) پرتقال (۳)
- ۳) کله‌قند (۴)
- ۴) گلابی

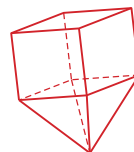
پاسخ: گزینه ۱: حجم منشوری

گزینه ۲: حجم کروی

گزینه ۳: حجم هرمی

پاسخ گزینه «۴» است.

۲ حجم زیر از چه نوع حجم‌هایی تشکیل شده است؟

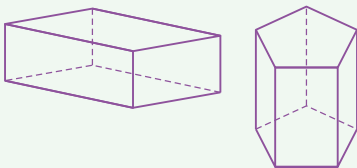


- ۱) هرمی و کروی
- ۲) منشوری و هرمی
- ۳) هرمی و هرمی
- ۴) منشوری و منشوری

پاسخ: حجم بالایی دو قاعده مساوی و موازی دارد، پس حجم منشوری است و حجم پایینی یک قاعده و یک رأس دارد، پس هرمی است.

پاسخ گزینه «۲» است.

۲) حجم‌های منشوری



حجم‌های منشوری دارای دو سطح هم‌نهشت هستند که در دو صفحه موازی قرار دارند که به آنها قاعده و به سطح‌های اطراف، وجه‌های جانبی می‌گوییم..

اجزای یک منشور به صورت زیر تعریف می‌شوند:

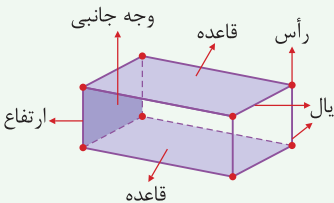
قاعده: دو سطح مساوی و موازی منشور

وجه جانبی (پهلوی): سطح‌های اطراف منشور

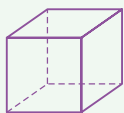
یال: محل برخورد سطح‌ها (وجه‌ها)

رأس: محل برخورد یال‌ها (نقطه برخورد هر سه سطح)

ارتفاع: فاصله دو قاعده منشور



مثال: در یک مکعب چند رأس، چند یال، چند وجه و چند وجه جانبی وجود دارد؟



پاسخ: تعداد رأس‌ها: ۸ تا تعداد یال‌ها: ۱۲ تا تعداد وجه‌ها: ۶ تا تعداد وجه‌های جانبی: ۴ تا

نکته

۱- منشورها را برحسب تعداد وجه‌های جانبی یا تعداد ضلع‌های قاعده نام‌گذاری می‌کنند. برای مثال اگر منشوری پنج وجه جانبی داشته باشد (یعنی قاعده آن پنج‌ضلعی باشد)، منشور پنج‌پهلوی نام دارد.

۲- قاعده‌های منشور نیز جزء وجه‌ها حساب می‌شوند.

۳- اگر قاعده منشوری n ضلعی باشد، تعداد رأس‌ها، یال‌ها و وجه‌های جانبی آن از دستورهایی زیر به دست می‌آید:

$n = \text{تعداد وجه‌های جانبی}$ $2n = \text{تعداد رأس‌ها}$ $3n = \text{تعداد یال‌ها}$

تمرین

۱ منشوری دارای ۱۲ وجه است. این منشور چند رأس و چند یال دارد؟

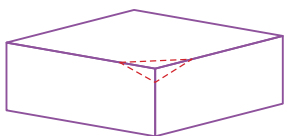
۱) ۲۴، ۳۶

۲) ۱۲، ۳۶

۳) ۲۰، ۳۰

۴) ۲۰، ۳۶

۲ گوشه‌های یک منشور چهارپهلوی را مانند شکل برش داده‌ایم. تعداد



یال‌ها کدام است؟

۱) ۲۴

۲) ۳۶

۳) ۱۲

۴) ۴۸

۳ منشوری ۱۰۰ رأس دارد. این منشور چند یال دارد؟

۱) ۲۰، ۳۰

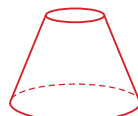
۱) ۸، ۱۰

۲) ۱۵، ۱۲

۳) ۴، ۵۰

مثال

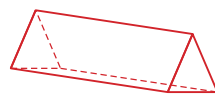
۱ کدام شکل حجم منشوری نیست؟



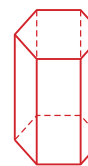
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

پاسخ: شکل گزینه ۲، دو قاعده موازی دارد ولی مساوی نیستند.

پاسخ گزینه «۲» است.

۲ یک منشور هشت‌پهلوی به ترتیب چند وجه جانبی، رأس و یال دارد؟

۱) ۸، ۸، ۱۶

۱) ۸، ۱۶، ۲۴

۲) ۸، ۱۰، ۲۴

۳) ۸، ۱۶، ۱۶

تعداد وجه‌های جانبی = ۸

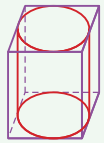
تعداد رأس‌ها = $2 \times 8 = 16$

تعداد یال‌ها = $3 \times 8 = 24$

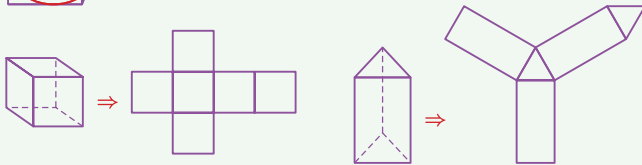
پاسخ گزینه «۱» است.

۳) مقطع زدن و گسترده حجم‌های منشوری

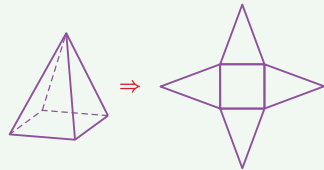
مقطع زدن: به برش زدن یک حجم منشوری **مقطع زدن** و به سطح ایجاد شده **سطح مقطع** شکل گفته می‌شود. در حجم‌های منشوری، اگر برش موازی قاعده باشد، مقطع ایجاد شده با قاعده‌ها هم‌شکل است.



محاط کردن یک شکل: اگر جسمی را داخل جسم دیگر به صورتی قرار دهیم که از همه طرف به آن جسم مماس (چسبیده) شود، به این عمل محاط کردن می‌گوییم. در شکل روبه‌رو یک استوانه داخل یک مکعب مستطیل محاط شده است.



گسترده حجم‌های منشوری: اگر هر حجم منشوری را به صورت گسترده (بازشده) درآوریم، تعدادی سطح دیده می‌شود که همان وجه‌های منشور هستند.



چندوجهی: بخشی از فضا است که از هر طرف به یک چندضلعی محدود شود. برای مثال شکل مقابل یک پنج‌وجهی را نشان می‌دهد:

تمرین

۱) کدام گزینه گسترده نیم‌استوانه مقابل را نشان می‌دهد؟

(۱) (۲) (۳) (۴)

۲) شکل زیر گسترده یک چندوجهی است. این چندوجهی چند یال دارد؟

(۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۳) عددهای طبیعی ۱ تا ۶ روی شش وجه یک مکعب به صورتی

نوشته شده‌اند که مجموع هر دو عدد واقع بر دو وجه روبه‌رو، مقدار

ثابت ۷ است. گسترده این مکعب کدام شکل زیر است؟

(۱) (۲) (۳) (۴)

مثال

۱) اگر مکعبی را داخل استوانه‌ای محاط کنیم و سپس به طور افقی و موازی با

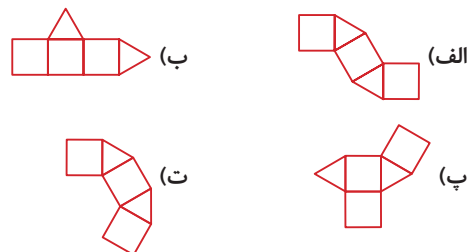
قاعده استوانه یک برش بزیم، سطح مقطع ایجاد شده کدام شکل است؟



پاسخ: چون مکعب داخل استوانه محاط شده، سطح مقطع آن به صورتی است

که یک مربع داخل دایره قرار گرفته است. **پاسخ گزینه «۳» است.**

۲) گسترده شکل کدام است؟



(۱) (ب) یا (پ) (۲) (ت) یا (الف)

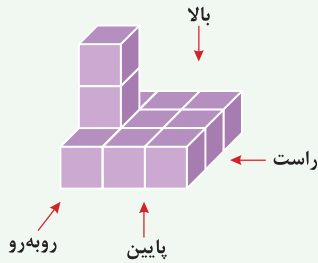
(۳) (پ) یا (ت) (۴) (الف) یا (ب)

پاسخ: با دو شکل (الف) و (پ) می‌توان شکل مربوطه را ساخت.

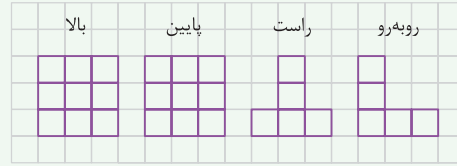
پاسخ گزینه «۴» است.

۱۴ دیدن اجسام از جهت‌های مختلف



هر حجم از جهت‌های مختلف به صورت یک سطح یا کنار هم قرار گرفتن چند سطح دیده می‌شود. یکی از مواردی که به تشخیص این مطلب کمک می‌کند، قدرت تجسم و تصور سه‌بعدی ماست.



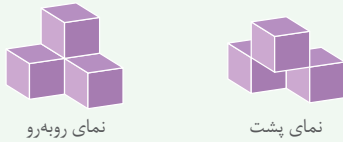
مثال: حجم داده‌شده را از سمت‌های بالا، پایین، راست و روبه‌رو رسم کنید.



پاسخ:

مثال: نمای هر طرف یک جسم به صورت  یا  دیده می‌شود. این جسم حداقل از چند مکعب کوچک تشکیل شده است؟

پاسخ: شکل باید به صورت مقابل باشد که حداقل از ۳ مکعب تشکیل شده است.

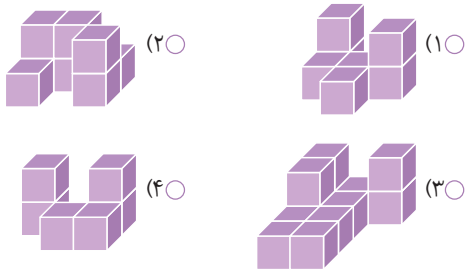


نمای روبه‌رو

نمای پشت

تمرین

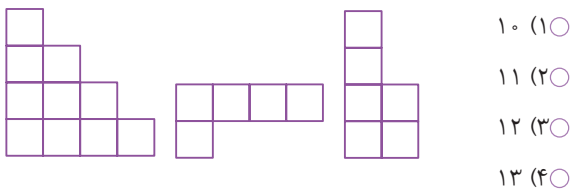
۱ نمای روبه‌روی کدام شکل با بقیه متفاوت است؟



۲ شکل‌های زیر به ترتیب از سمت راست نمای چپ، بالا و روبه‌روی جسمی

است که از مکعب‌های هم‌اندازه درست شده است. این جسم از چند

مکعب ساخته شده است؟



۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

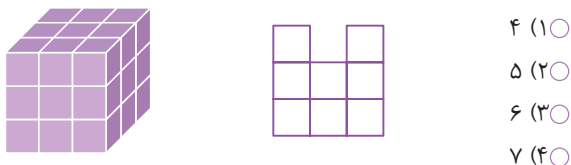
۱۲ (۳)

۱۳ (۴)

۳ مکعب زیر از ۲۷ مکعب کوچک تشکیل شده است. از این مکعب

حداقل چند مکعب کوچک باید حذف کنیم تا شکل از بالا، روبه‌رو

و راست به صورت تصویر سمت راست دیده شود؟



۴ (۱)

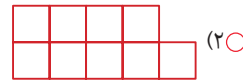
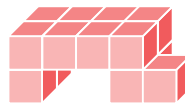
۵ (۲)

۶ (۳)

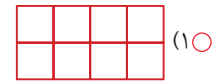
۷ (۴)

مثال

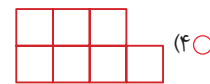
۱ شکل زیر از بالا به چه صورت دیده می‌شود؟



۲ (۲)



۱ (۱)



۴ (۴)



۳ (۳)

پاسخ: اگر شکل را از بالا نگاه کنیم، شکل گزینه ۲ دیده می‌شود. گزینه ۴

نیز شبیه گزینه ۲ است ولی با تعداد مربع کمتری رسم شده است.

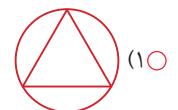
پاسخ گزینه «۲» است.

۲ منشور سه‌پهلویی درون یک استوانه محاط شده و رأس‌های آن روی

قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکل دیده می‌شود؟



۲ (۲)



۱ (۱)



۴ (۴)



۳ (۳)

پاسخ گزینه «۱» است.

مرور و تمرین

۱ کدام جمله نادرست است؟

- ۱) جعبه شیرینی یک حجم منشوری است.
- ۲) توپ فوتبال یک حجم کره است.
- ۳) فرش لوله شده یک حجم کره است.
- ۴) کلاه تولد یک حجم هرمی است.

۲ کدام جمله نادرست است؟

- ۱) محل برخورد دو سطح (دووجه) در حجم‌های هندسی ریال می‌گویند.
- ۲) حجم‌های هرمی را نمی‌توان به چند حجم منشوری تبدیل کرد.
- ۳) هر حجم منشوری دو قاعده مساوی و موازی دارد.
- ۴) حجم‌های هرمی می‌توانند دو قاعده موازی داشته باشند.

۳ مجموع تعداد یال‌ها، وجه‌ها و رأس‌های یک منشور سه‌پهلوی کدام است؟

- ۱) ۲۰
- ۲) ۱۸
- ۳) ۲۱
- ۴) ۱۴

۴ کدام عدد می‌تواند تعداد یال‌های یک منشور باشد؟

- ۱) ۲۰۰
- ۲) ۱۳۹۵
- ۳) ۱۴۰۰
- ۴) ۱۳۹۷

۵ یک منشور پنج‌پهلوی و یک هرم شش‌وجهی را که قاعده‌های مساوی دارند، از قاعده به هم می‌چسبانیم. شکل به وجود آمده به ترتیب چند

یال و چند وجه دارد؟

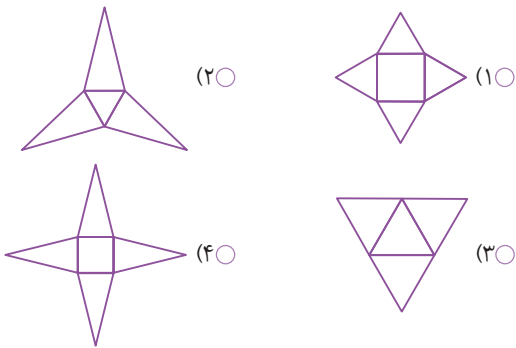
- ۱) ۲۵، ۱۳
- ۲) ۲۰، ۱۱
- ۳) ۲۵، ۱۱
- ۴) ۲۰، ۱۲

۶ روی یک مکعب را برشی می‌زنیم. سطح مقطع آن، کدام شکل نمی‌تواند

باشد؟

- ۱) مستطیل
- ۲) مربع
- ۳) مثلث
- ۴) نیم‌دایره

۷ کدام شکل، گسترده چهاروجهی منتظم است؟

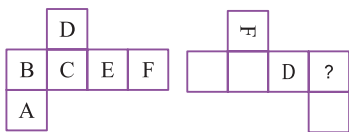


۸ در شکل زیر، گسترده دو مکعب یکسان رسم شده و روی هر وجه

مکعب‌ها یک حرف نوشته شده است. در شکل دوم فقط دوتا از

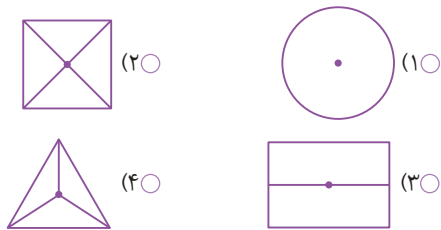
این حروف نوشته شده و بقیه حروف پاک شده است. به جای «؟»

چه حرفی باید نوشته شود؟



- ۱) A
- ۲) B
- ۳) C
- ۴) E

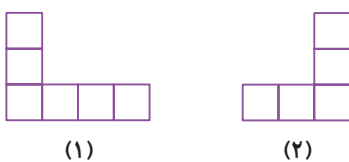
۹ کدام گزینه نمای بالای یک حجم هرمی نیست؟



۱۰ جسمی که از مکعب‌های هم‌اندازه درست شده، از نمای بالا و

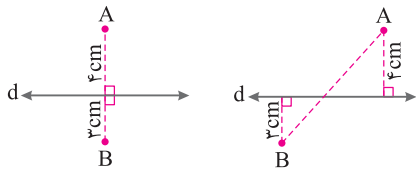
راست مانند شکل (۱) و از جلو مانند شکل (۲) است. این جسم از

چند مکعب ساخته شده است؟



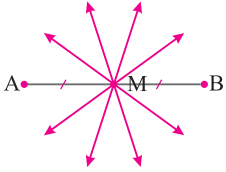
- ۱) ۸
- ۲) ۱۰
- ۳) ۱۲
- ۴) ۱۳

۴ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



نقطه A در یک طرف خط d و نقطه B در طرف دیگر خط d قرار دارند. پس زمانی کمترین فاصله را دارند که هر دو نقطه روی یک خط عمود بر خط d واقع شوند و این فاصله $4 + 3 = 7 \text{ cm}$ است. بیشترین فاصله بین این دو نقطه مشخص نیست و به مکان A و B بستگی دارد، یعنی فاصله بین آنها می‌تواند هر عددی بزرگ‌تر از ۷ باشد.

۵ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



بی‌شمار خط می‌توان رسم کرد که پاره‌خط AB را نصف کند. در واقع اگر نقطه M وسط AB باشد هر خطی که از M بگذرد، پاره‌خط AB را نصف می‌کند.

۶ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



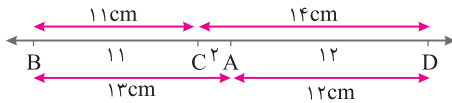
نقاط را به صورت روبه‌رو روی یک خط مشخص می‌کنیم:

$$\overline{AD} = \overline{CF} \Rightarrow \overline{AC} + \overline{CD} = \overline{CD} + \overline{DF} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{DF}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{DF} \\ \overline{BD} = \overline{DF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{BD} \Rightarrow \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{BC} + \overline{CD} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$$

۷ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به اطلاعات سؤال، شکل را به صورت زیر می‌کشیم:



$$\text{فاصله بیشترین} = \overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = 11 + 12 = 23$$

۸ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



BC را ۱ در نظر می‌گیریم و با توجه به آن و توضیحات سؤال، شکل را کامل می‌کنیم: با توجه به شکل $\overline{AD} = \frac{5}{7} \overline{BE}$ است.

۹ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



با توجه به توضیحات سؤال می‌توان شکل روبه‌رو را در نظر گرفت:

$$\overline{AC} = \frac{2}{5} \overline{CF} \Rightarrow \overline{AC} = \frac{2}{5} \times 120 = 48 \text{ cm}$$

۱۰ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

از دو رابطه $\overline{CD} < \overline{EF}$ و $\overline{AB} > \overline{CD}$ نتیجه می‌شود که \overline{CD} از \overline{AB} و \overline{EF} کوچک‌تر است ولی رابطه بین \overline{EF} و \overline{AB} را نمی‌توان مشخص کرد، زیرا ممکن است هر یک از دیگری بزرگ‌تر باشد؛ پس گزینه‌های ۱ و ۲ حتماً درست نیستند و به همین ترتیب گزینه ۴ نیز درست نیست.

$$\overline{MN} + \overline{EF} > \overline{EF} + \overline{AB} \Rightarrow \overline{MN} > \overline{AB} \xrightarrow{\overline{EF} = \overline{MN}} \overline{EF} > \overline{AB}$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} < \overline{AB} + \overline{MN} \Rightarrow \overline{CD} < \overline{MN} \xrightarrow{\overline{MN} = \overline{EF}} \overline{CD} < \overline{EF}$$

در گزینه ۳ داریم:

قدم ۱۵. ۱. زاویه و انواع آن

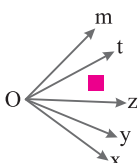
۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$6 \times 4 = 24$$

تعداد زاویه‌های قائمه برابر است با تعداد کل زاویه‌های مربعها:

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: همه زاویه‌های موجود در شکل تند هستند؛ بنابراین علامت ■ بین زاویه‌های زیر قرار دارد:



$$m\hat{O}z, m\hat{O}y, m\hat{O}x, t\hat{O}z, t\hat{O}y, t\hat{O}x$$

روش دوم: تعداد کل زاویه‌های تند را محاسبه می‌کنیم، سپس مجموع تعداد زاویه‌های تند بالا و پایین علامت \blacksquare را از آن کم می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد کل زاویه‌های تند} &= \frac{5 \times 4}{2} = 10 \\ \blacksquare \text{ تعداد زاویه‌های تند بالای} &= \frac{2 \times 1}{2} = 1 \\ \blacksquare \text{ تعداد زاویه‌های تند پایین} &= \frac{3 \times 2}{2} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 10 - (1 + 3) = 6$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با استفاده از راهبرد تفکر نظام‌دار، همه زاویه‌ها را می‌نویسیم، سپس حالت‌های تکراری را حذف می‌کنیم.

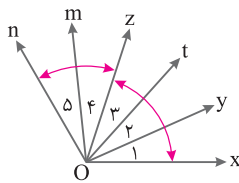
$$1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 5^\circ, 1^\circ + 2^\circ = 3^\circ, 1^\circ + 2^\circ + 3^\circ = 6^\circ, 1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + 5^\circ = 12^\circ, 2^\circ + 3^\circ = 5^\circ$$

$$2^\circ + 3^\circ + 5^\circ = 11^\circ, 3^\circ + 5^\circ = 8^\circ$$

پس ۹ زاویه با اندازه‌های متفاوت در شکل وجود دارد.

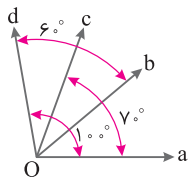
قدم ۱۵ ۲. روابط بین زاویه‌ها

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\widehat{xOz} = \frac{3}{2} \widehat{nOz}$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\widehat{aOb} = \widehat{aOd} - \widehat{bOd} = 10^\circ - 6^\circ = 4^\circ$$

روش اول:

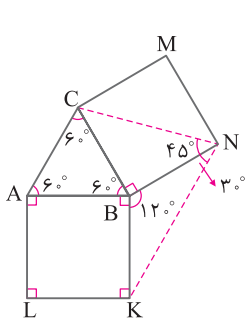
$$\widehat{bOc} = \widehat{aOc} - \widehat{aOb} = 7^\circ - 4^\circ = 3^\circ$$

$$\widehat{cOd} = \widehat{aOd} - \widehat{aOc} = 10^\circ - 7^\circ = 3^\circ$$

روش دوم:

$$\widehat{bOc} = \widehat{bOd} - \widehat{cOd} = 6^\circ - 3^\circ = 3^\circ$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



چون $ABKL$ و $CMNB$ مربع هستند، هر یک از زاویه‌های آنها 90° و چون ABC متساوی‌الاضلاع است، هر زاویه آن 60° است. از طرفی $\widehat{BN} = \widehat{BK}$ ، زیرا هر دو با اضلاع مثلث متساوی‌الاضلاع برابرند؛ بنابراین $\widehat{BKN} = 120^\circ$ متساوی‌الساقین است و دو زاویه برابر دارد.

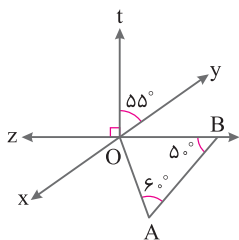
$$\widehat{KBN} = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BKN} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\Delta BNC: \text{قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین} \widehat{CNB} = 45^\circ$$

$$\widehat{CNK} = \widehat{CNB} + \widehat{BKN} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$$

قدم ۱۵ ۳. زاویه‌های متقابل به رأس، متمم و مکمل (۱)

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\widehat{zOx} = \widehat{xOy} - (\widehat{zOt} + \widehat{tOy}) = 180^\circ - (90^\circ + 55^\circ) = 35^\circ$$

$$\widehat{BOA} = 180^\circ - (55^\circ + 6^\circ) = 7^\circ$$

مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است:

$$\widehat{xOA} = \widehat{zOB} - (\widehat{zOx} + \widehat{AOB}) = 180^\circ - (35^\circ + 7^\circ) = 75^\circ$$

$$\widehat{xOA} \text{ متمم} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$$

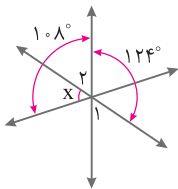
۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\hat{B} \text{ متمم} = 90^\circ - \hat{B}$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} \text{ و } \hat{B} \text{ مکمل} &\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{A} &= 6 \times (90^\circ - \hat{B}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6 \times (90^\circ - \hat{B}) + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow 540^\circ - 6\hat{B} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow 540^\circ - 5\hat{B} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow -5\hat{B} = 180^\circ - 540^\circ \Rightarrow -5\hat{B} = -360^\circ \Rightarrow \hat{B} = \frac{-360^\circ}{-5} = 72^\circ$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\hat{1} = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ \rightarrow \hat{2} = 56^\circ \text{ (و } \hat{1} \text{ و } \hat{2} \text{ متقابل به رأس)}$$

روش اول:

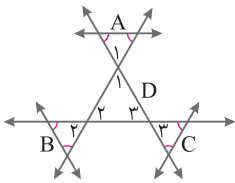
$$x = 108^\circ - 56^\circ = 52^\circ$$

$$x = (108^\circ + 124^\circ) - 180^\circ = 52^\circ$$

روش دوم:

قدم ۱۵. ۴. زاویه‌های متقابل به رأس، متمم و مکمل (۲)

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



$$3 \times 18^\circ = 54^\circ$$

مجموع زاویه‌های مثلث‌های A, B, C برابر است با:

$$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} = 18^\circ$$

در مثلث D داریم:

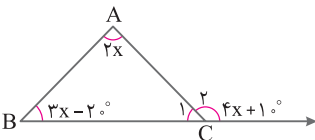
زاویه‌های ۱، ۲ و ۳ در مثلث D هر کدام با یکی از زاویه‌های مثلث‌های A, B, C متقابل به رأس و برابرند

(در شکل زاویه‌های برابر با عدد یکسان مشخص شده‌اند). پس مجموع زاویه‌های خواسته شده در مثلث‌های

$$54^\circ - (\hat{1} + \hat{2} + \hat{3}) = 54^\circ - 18^\circ = 36^\circ$$

A, B, C برابر است با:

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\hat{C}_2 \text{ و } \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{C}_1 = 180^\circ - (4x + 1^\circ) \text{ مکمل}$$

مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث ۱۸۰، پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow 2x + 3x - 2^\circ + 180^\circ - (4x + 1^\circ) = 180^\circ \Rightarrow 5x - 2^\circ - 4x - 1^\circ = 0$$

$$\Rightarrow x - 3^\circ = 0 \Rightarrow x = 3^\circ$$

$$x \text{ مکمل} = 180^\circ - 3^\circ = 177^\circ$$

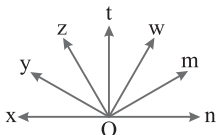
۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{aligned} \hat{1} + \hat{2} &= 180^\circ \\ \hat{1} - \hat{2} &= 6^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{زاویه بزرگ تر (1)} = \frac{\text{اختلاف} + \text{مجموع}}{2} = \frac{180^\circ + 6^\circ}{2} = \frac{186^\circ}{2} = 93^\circ$$

$$\text{مجموع زاویه‌های چهارضلعی} = 90^\circ + 65^\circ + 120^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow 275^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 360^\circ - 275^\circ = 85^\circ$$

مرور و تمرین قدم ۱۵

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\Rightarrow 180^\circ \div 6 = 30^\circ \Rightarrow \hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = \hat{4} = \hat{5} = \hat{6} = 30^\circ$$

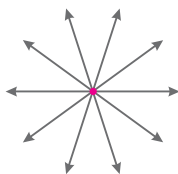
$$x\hat{O}t, y\hat{O}w, z\hat{O}m, t\hat{O}n = 90^\circ \Rightarrow \text{زاویه قائمه ۴}$$

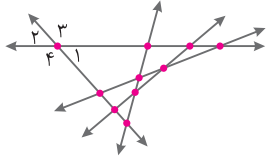
۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

حالت اول: اگر این پنج خط همدیگر را در یک نقطه قطع کنند، ۴۵ زاویه به وجود می‌آید که پنج تا از آنها

نیم صفحه و بقیه کوچک‌تر از ۱۸۰ هستند.

$$4 = 45 - 5 = 40 \Rightarrow \text{تعداد زاویه‌های کوچک‌تر از نیم صفحه (180)} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

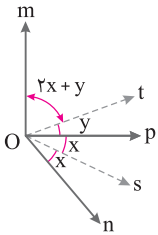




حالت دوم: اگر این پنج خط بیشترین نقاط تقاطع را داشته باشند (که در این صورت بیشترین تعداد زاویه به وجود می‌آید)، در ده نقطه همدیگر را قطع می‌کنند و هر نقطه، رأس چهار زاویه کوچک‌تر از ۱۸۰° است.
تعداد زاویه‌ها $= ۱۰ \times ۴ = ۴۰$

در نتیجه با رسم پنج خط حداکثر ۴۰ زاویه کوچک‌تر از ۱۸۰° به وجود می‌آید.

۳ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱



$$p\hat{O}n = \hat{O}s = s\hat{O}n = x$$

روش اول:

$$t\hat{O}p = y \xrightarrow{\text{m}\hat{O}n \text{ نیمساز } Ot} m\hat{O}t = t\hat{O}n = 2x + y$$

$$m\hat{O}p = m\hat{O}t + t\hat{O}p = 2x + y + y = 90^\circ \Rightarrow 2x + 2y = 90^\circ \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۲}} x + y = 45^\circ \Rightarrow t\hat{O}s = 45^\circ$$

روش دوم:

$$t\hat{O}s = t\hat{O}n - s\hat{O}n \xrightarrow{\text{با توجه به نیمسازها}} t\hat{O}s = \frac{m\hat{O}n}{2} - \frac{p\hat{O}n}{2} = \frac{m\hat{O}n - p\hat{O}n}{2} = \frac{m\hat{O}p}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

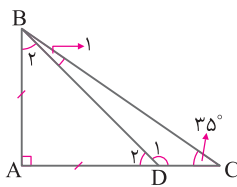
۴ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

۸ زاویه $\Rightarrow 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, 2^\circ + 3^\circ = 5^\circ, 2^\circ + 3^\circ + 3^\circ = 8^\circ, 3^\circ + 3^\circ = 6^\circ, 3^\circ + 4^\circ = 7^\circ$

زاویه‌های باز: $1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + 3^\circ + 3^\circ = 12^\circ, 1^\circ + 2^\circ + 3^\circ + 3^\circ + 3^\circ + 4^\circ = 16^\circ, 2^\circ + 3^\circ + 3^\circ + 3^\circ = 11^\circ,$

$2^\circ + 3^\circ + 3^\circ + 3^\circ + 4^\circ = 15^\circ, 3^\circ + 3^\circ + 3^\circ + 4^\circ = 13^\circ, 3^\circ + 3^\circ + 4^\circ = 10^\circ \Rightarrow$ زاویه ۶

۵ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱



$$\Delta ABD: \hat{B}_2 = \hat{D}_2 = 45^\circ$$

$$\hat{D}_1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\Delta BDC: \hat{B}_1 = 180^\circ - (135^\circ + 35^\circ) = 180^\circ - 170^\circ = 10^\circ$$

۶ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

روش اول:

$$\Delta DBE: \hat{B} = 180^\circ - (9^\circ + 48^\circ) = 42^\circ$$

$$\Delta FBH: \hat{F}_1 = 180^\circ - (9^\circ + 42^\circ) = 48^\circ$$

روش دوم:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta FHB: \hat{F}_1 + \hat{B} = 90^\circ \\ \Delta DEB: \hat{E} + \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{E} = 48^\circ$$

۷ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

$$\hat{B} \text{ مکمل } \hat{A} \Rightarrow \frac{1}{4} \hat{B} \text{ مکمل } \hat{A} \xrightarrow{\hat{A} = \hat{B} \text{ متقابل به رأس}} \hat{B} \text{ مکمل } \hat{B} = \hat{B} \text{ مکمل } \frac{1}{4} \hat{B} \Rightarrow 90^\circ - \hat{B} = \frac{1}{4} \times (180^\circ - \hat{B}) \Rightarrow 90^\circ - \hat{B} = 45^\circ - \frac{1}{4} \times \hat{B}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \div \frac{3}{4} = 45^\circ \times \frac{4}{3} = 60^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 120^\circ$$

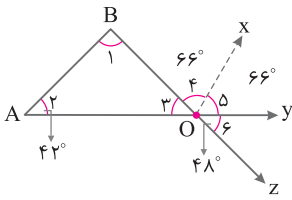
۸ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

$$\hat{A} \text{ مکمل } \hat{A} \Rightarrow \frac{1}{8} \times \hat{A} \Rightarrow 90^\circ - \hat{A} = \frac{1}{8} \times \hat{A} \Rightarrow 90^\circ = \frac{9}{8} \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 80^\circ \xrightarrow{\times ۸ \text{ طرفین}} 8 \times 90^\circ = 8 \times \hat{A} \Rightarrow 9 \hat{A} = 720^\circ \Rightarrow \hat{A} = \frac{720^\circ}{9} = 80^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 233^\circ \Rightarrow 80^\circ + \hat{B} + \hat{C} = 233^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 233^\circ - 80^\circ = 153^\circ \xrightarrow{\hat{C} = \hat{B} \text{ متقابل به رأس}} \hat{B} = \hat{C} = \frac{153^\circ}{2} = 76.5^\circ$$

$$\hat{B} \text{ مکمل } = 180^\circ - 76.5^\circ = 103.5^\circ$$

۹ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\begin{aligned} \hat{6} + \hat{2} &= 180^\circ \Rightarrow \hat{6} = 180^\circ - \hat{2} = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ \\ \hat{4} + \hat{5} + \hat{6} &= 180^\circ \Rightarrow \hat{4} + \hat{5} = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ \\ \widehat{BOy} &= \widehat{AOx} \Rightarrow \hat{4} = \hat{5} = \frac{42^\circ}{2} = 21^\circ \\ \widehat{BOx} &= 66^\circ \Rightarrow \widehat{BOx} \text{ متمم} = 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ \end{aligned}$$

زاویه ۱	۲	۲۰°
متمم زاویه ۱	۷	۷۰°
مجموع	۹	۹۰°

× ۱۰

۱۰ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به شکل زاویه‌های ۱ و ۲ متمم‌اند.

$$\hat{1} + 90^\circ + \hat{2} = 180^\circ \Rightarrow \hat{2} + 90^\circ + \hat{2} = 180^\circ \Rightarrow \hat{2} = 180^\circ - 180^\circ = 0^\circ$$

قدم ۱۶. ۱. مثلث و اجزای آن

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

شرط تشکیل مثلث این است که مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر باشد. با توجه به این مطلب همه حالت‌هایی را که مثلث تشکیل می‌شود می‌نویسیم:

$$(2017, 2016, 2015), (2017, 2016, 4), (2017, 2016, 3), (2016, 2015, 4), (2016, 2015, 3), (2017, 2015, 4), (2017, 2015, 3)$$

در نتیجه با این پاره‌خط‌ها ۷ مثلث می‌توان ساخت.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: در هر مثلث، طول هر ضلع از نصف محیط کمتر است.

در اینجا طول هر ضلع باید از نصف ۱۴ یعنی ۷ کمتر باشد، یعنی ضلع مثلث می‌تواند عددهای ۱ تا ۶ باشد. با توجه به شرط تشکیل مثلث و محیط

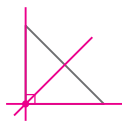
$$(6, 6, 2), (5, 5, 4), (4, 4, 6), (6, 5, 3)$$

۱۴cm، چهار حالت روبه‌رو را داریم:

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



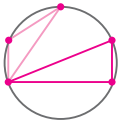
گزینه ۳: درست



گزینه ۲: درست



گزینه ۱: نادرست



گزینه ۴: درست؛ برای رسم یک مثلث به ۳ رأس از ۵ رأس نیاز داریم که اگر تعداد مثلث‌ها را بشماریم ۱۰ تا خواهد بود.

قدم ۱۶. ۲. زاویه‌های داخلی و خارجی مثلث

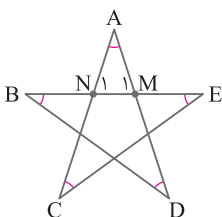
۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث ۱۸۰° است، پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 2x + 1^\circ + x + 3^\circ + 3x - 1^\circ = 180^\circ \Rightarrow 6x + 3^\circ = 180^\circ \Rightarrow 6x = 15^\circ \Rightarrow x = \frac{15^\circ}{6} = 2.5^\circ$$

$$\hat{A} = 2 \times 2.5^\circ + 1^\circ = 5^\circ + 1^\circ = 6^\circ \Rightarrow \text{زاویه خارجی } A = 180^\circ - 6^\circ = 174^\circ$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\triangle BMD: \widehat{M}_1 = \hat{B} + \hat{D} \quad (1)$$

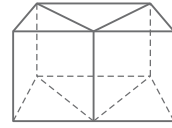
$$\triangle CNE: \widehat{N}_1 = \hat{C} + \hat{E} \quad (2)$$

$$\triangle MAN: \hat{A} + \widehat{M}_1 + \widehat{N}_1 = 180^\circ \xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \hat{A} + \hat{B} + \hat{D} + \hat{C} + \hat{E} = 180^\circ$$

قدم ۲۳ ۱. انواع حجم

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

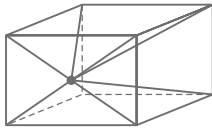
گزینه ۱: درست



گزینه ۲: نادرست



گزینه ۳: درست



گزینه ۴: درست؛ حجم کروی قاعده ندارد و نمی‌توان در آن حجم منشوری ایجاد کرد.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

از یک حجم کروی در پایین و یک حجم هرمی در بالا تشکیل شده است.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

این جسم از دو حجم منشوری و یک حجم کروی تشکیل شده است.

قدم ۲۳ ۲. حجم‌های منشوری

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

منشور ۱۲ وجه دارد که ۲ تا از آنها قاعده است، پس $10 = 12 - 2$ وجه جانبی دارد، یعنی قاعده ده‌ضلعی است؛ پس:

$$\text{تعداد رأس‌ها} = 2 \times 10 = 20$$

$$\text{تعداد یال‌ها} = 3 \times 10 = 30$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با هر برش سه یال جدید اضافه می‌شود، پس:

$$\text{تعداد یال‌ها} = (3 \times 4) + (8 \times 3) = 12 + 24 = 36$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

چون 1008 رأس دارد، تعداد اضلاع قاعده برابر است با:

$$1008 \div 2 = 504$$

$$\text{تعداد یال‌ها} = 3 \times 504 = 1512$$

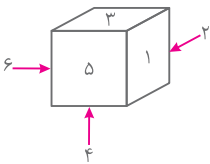
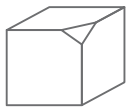
قدم ۲۳ ۳. مقطع زدن و گسترده حجم‌های منشوری

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

شکل گزینه ۲ گسترده نیم‌استوانه است.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



با جمع کردن وجه‌ها و ساختن چندوجهی، شکل مقابل ساخته می‌شود که $15 = (3 \times 4) + 3$ یال دارد.



۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

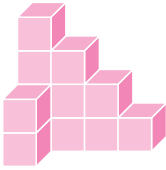
قدم ۲۳ ۴. دیدن اجسام از جهت‌های مختلف

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ از روبه‌رو به صورت  و گزینه ۲ از روبه‌رو به صورت  است.

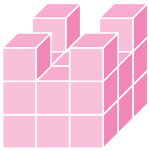
۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

شکل از ۱۲ مکعب تشکیل شده است.



۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

۵ مکعب از ردیف بالا و ۳ مکعب از ستون وسط ردیف پستی برمی‌داریم که یک مکعب تکراری است و قبلاً برداشته شده است، پس تعداد مکعب‌هایی که برمی‌داریم برابر است با:
 $5 + 3 - 1 = 7$



مرور و تمرین قدم ۲۳

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

فرش لوله‌شده یک استوانه و حجم منشوری است.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

حجم‌های هر می یک قاعده دارند.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

قاعده منشور سه‌پهلوی، یک سه‌ضلعی (مثلث) است.

تعداد یال‌ها $3 \times 3 = 9$

تعداد وجه‌ها $3 + 2 = 5$
 قاعده ↑ وجه جانبی ↑

تعداد رأس‌ها $2 \times 3 = 6 \Rightarrow 9 + 5 + 6 = 20$

۴ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد یال‌های یک منشور سه برابر تعداد رأس‌های یک قاعده از منشور است، یعنی تعداد یال‌های منشور همیشه مضربی از ۳ است. در بین گزینه‌های داده‌شده فقط 1395 مضرب ۳ است.

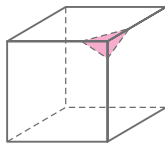
۵ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

منشور پنج‌پهلوی ۷ وجه، ۱۰ رأس و ۱۵ یال دارد. هرم شش‌وجهی ۵ وجه جانبی و یک قاعده پنج‌ضلعی، ۶ رأس و ۱۰ یال دارد. هر دو شکل در مجموع $25 = 10 + 15$ یال و $13 = 7 + 6$ وجه دارند اما ۵ تا از یال‌ها و یکی از وجه‌های آنها به هم چسبیده‌اند و باید کم شوند. دقت کنید که در شکل حاصل، قاعده هرم و قاعده بالای منشور (قاعده مشترک) در شمارش در نظر گرفته نمی‌شود؛ بنابراین شکل حاصل $20 = 25 - 5 = 20$ یال و $11 = 13 - 2 = 11$ وجه دارد.

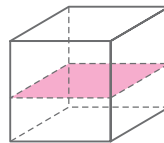


۶ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

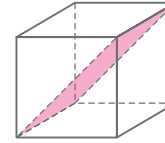
گزینه ۳:



گزینه ۲:



گزینه ۱:

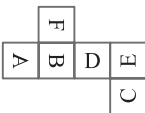


۷ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

چهاروجهی منتظم هر می با قاعده مثلث است که همه وجه‌های آن مثلث متساوی‌الاضلاع هستند.

۸ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر مکعب شکل اول را بسازیم، وجه E با وجه‌های D و F ضلع مشترک دارد و وجه C روبه‌روی وجه F است. پس در شکل دوم باید به جای «؟» وجه E باشد (دقت کنید وجه A باید روبه‌روی وجه D و وجه B روبه‌روی وجه E باشد).



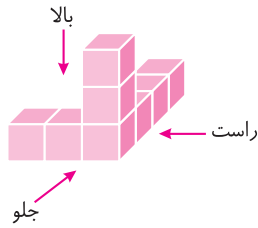
۹ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱: نمای بالای مخروط

۱۰ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۲: هرم مربع القاعده

شکل مقابل با توجه به اطلاعات مسئله مطلوب است و از ۸ مکعب ساخته شده است.



قدم ۲۴ ۱. حجم مکعب و مکعب مستطیل

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$V_{\text{مکعب مستطیل}} = 2a \times 3a \times 2a = 324 \Rightarrow 12 \times a \times a \times a = 324 \Rightarrow a \times a \times a = \frac{324}{12} = 27 \Rightarrow a = 3$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

محیط قاعده ۱۸cm است، پس مجموع یک طول و یک عرض برابر است با $9\text{cm} = 18 \div 2$. از طرفی حجم مکعب ۴۲ واحد حجم شده است، یعنی:

$$\text{سانتی متر مکعب } 42 = \text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم}$$

پس باید از بین شماره‌های ۴۲ ($42 = 2 \times 3 \times 7$)، دو عدد انتخاب کنیم که مجموع آنها ۹ شود. آن دو عدد ۲ و ۷ می‌شوند، در نتیجه ارتفاع برابر

$$42 \div (2 \times 7) = 42 \div 14 = 3\text{cm}$$

است با:

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

شکل زمانی بیشترین حجم را دارد که به صورت مکعب باشد، یعنی هر ضلع $6\text{cm} = 18 \div 3$ باشد؛ بنابراین حجم آن برابر است با:

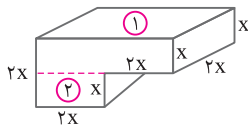
$$\text{سانتی متر مکعب } 6 \times 6 \times 6 = 216$$

قدم ۲۴ ۲. حجم‌های ترکیبی از مکعب و مکعب مستطیل

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

شکل را به دو قسمت تبدیل می‌کنیم:

$$V_{\text{مکعب مستطیل}} = a \times b \times c$$



① شکل: $V_1 = 4x \times 2x \times x = 8xxx$

② شکل: $V_2 = 2x \times 2x \times x = 4xxx$

$$V_{\text{کل}} = V_1 + V_2 = 8xxx + 4xxx = 12xxx = 768 \Rightarrow 12xxx = 768 \Rightarrow xxx = \frac{768}{12} = 64 = 4 \times 4 \times 4 \Rightarrow x = 4$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با اولین حفره، مکعب مستطیلی به حجم $5 \times 1 \times 5 = 25$ سانتی‌متر مکعب از مکعب بزرگ برداشته می‌شود. با هر یک از دومین و سومین حفره نیز به

اندازه ۴ سانتی‌متر مکعب از مکعب بزرگ برداشته می‌شود (زیرا به اندازه یک مکعب $1 \times 1 \times 1$ سانتی‌متر مکعبی با اولین حفره برداشته شده و در

حفره‌های بعدی وجود ندارد)، پس در کل به اندازه $13 = 5 + 4 + 4$ سانتی‌متر مکعب از مکعب بزرگ برداشته شده است.

$$\text{سانتی متر مکعب } 112 = 125 - 13 = 112 \Rightarrow \text{حجم مکعب حفره‌دار}$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

سانتی‌متر مکعب $2400 = 20 \times 15 \times 8 =$ حجم (گنجایش) ظرف

وقتی جسم فلزی را درون ظرف قرار می‌دهیم، چون ارتفاع ظرف ۸ سانتی‌متر و ارتفاع جسم فلزی ۱۰ سانتی‌متر است، ۲ سانتی‌متر از جسم بیرون از

ظرف می‌ماند، یعنی به اندازه مکعب مستطیلی به ابعاد $10 \times 10 \times 8$ سانتی‌متر از این جسم درون ظرف قرار می‌گیرد؛ پس حجم جسم فلزی داخل ظرف

$$\text{سانتی متر مکعب } 800 = 10 \times 10 \times 8$$

برابر است با:

$$\text{لیتر } 1/6 = 1600 \div 1000 \Rightarrow \text{سانتی متر مکعب } 1600 = 2400 - 800 = \text{حجم باقی‌مانده ظرف}$$