

## مقدمه مؤلف

برای پیمودن مسیری سخت و طولانی، بهترین راه این است که مسیر را به قسمت‌های کوچک‌تر تقسیم کنیم و آن را مرحله‌به‌مرحله پشت سر بگذاریم. با این روش به بسیاری از هدف‌هایمان که به ظاهر دست‌نیافتنی هستند، خواهیم رسید.

کتاب «چهل قدم ریاضی پنجم» با همین نگاه طراحي و تألیف شده است. در این کتاب، موضوعات فراوان و پیچیده‌ی ریاضی، به ابعاد کوچک‌تر و قابل فهمی تقسیم و بیان می‌شود. هر موضوع کوچک با چند جمله‌ی کوتاه، مثال و تمرین آموزش داده می‌شود. مثال‌ها معمولاً ادامه‌ی درس هستند و آن را کامل می‌کنند. همه‌ی این اتفاقات در یک صفحه از این کتاب رخ می‌دهد. در انتهای هر قدم، چند سؤال با عنوان «مرور و تمرین» ارائه شده است. هر سه صفحه، موضوعی را به طور کامل منتقل می‌کند و یک قدم را تشکیل می‌دهد. هر چند قدم، یک فصل از کتاب درسی را پوشش می‌دهد. در خلال این کتاب، ۴ آزمون گنجانده شده است، به این ترتیب که پس از آموزش چند قدم، آزمونی آمده که دوره‌ی آن موضوعات آن قدم‌هاست. در نهایت، چهلمین قدم، آزمون جامع است که کل مفاهیم مطرح‌شده در کتاب را پوشش می‌دهد و دوره می‌کند.

پاسخ تمرین‌ها، مرور و تمرین قدم‌ها، آزمون‌های دوره‌ای و آزمون جامع در انتهای کتاب ارائه شده است. علاوه بر این، حل برخی تمرین‌ها و مثال‌های دشوار، که با علامت (🔗) مشخص شده‌اند، به صورت فیلم آموزشی در اپلیکیشن رایگان کلاغ سپید بارگذاری شده است. شما عزیزان می‌توانید با مراجعه به وب‌سایت [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir) این اپلیکیشن را دریافت کنید و پس از نصب آن روی گوشی یا تبلت خود، فیلم‌ها را مشاهده کنید.

تألیف کتاب با این روش و ساختار، کاری دشوار بود؛ خرد کردن موضوعات و جا دادن کل مطالب مورد نظر در قالب از پیش تعیین‌شده و نیز انتخاب مثال‌ها و تمرین‌های هدفمند که فرایند آموزش را کامل و از اطاله‌ی کلام جلوگیری کند، بخشی از مشکلات اجرایی تألیف این کتاب بود که به یاری خداوند و با همت، همکاری و سعه‌ی صدر مسئولان و کارکنان محترم انتشارات گاج برای اینجانب میسر شد. امیدوار است نتیجه‌ی این تلاش گروهی، در راستای اعتلای سطح علمی فرزندان ایران، گامی هرچند کوچک ولی مؤثر باشد.

در پایان از همکاری خانم‌ها مرضیه فرزانه فر، لیلا سمیعی عارف و پروانه عبادی سپاسگزارم و از درگاه خداوند سلامت و توفیق روزافزون برای ایشان خواهانم. همچنین از مدیریت واحد تولید فیلم‌های آموزشی، آقای میثم رازبانی و همکاران محترمشان، آقایان صبور و اصغریان، به دلیل تلاش‌های شبانه‌روزی و دلسوزانه‌شان متشکرم.

محمدجواد حیدری



# فهرست

۷۴	قدم ۲۳	فصل ۴
۷۶	مرور و تمرین قدم ۲۳	
۷۷	قدم ۲۴	تقارن و چندضلعی‌ها
۷۹	مرور و تمرین قدم ۲۴	
۸۰	قدم ۲۵	فصل ۵
۸۲	مرور و تمرین قدم ۲۵	
۸۳	قدم ۲۶	عددها و اعشاری
۸۵	مرور و تمرین قدم ۲۶	
۸۶	قدم ۲۷ (آزمون شماره ۳)	فصل ۶
۹۰	قدم ۲۸	
۹۲	مرور و تمرین قدم ۲۸	اندازه‌گیری
۹۳	قدم ۲۹	
۹۵	مرور و تمرین قدم ۲۹	فصل ۷
۹۶	قدم ۳۰	
۹۸	مرور و تمرین قدم ۳۰	آمار و احتمال
۱۰۰	قدم ۳۱	
۱۰۲	مرور و تمرین قدم ۳۱	آزمون جامع
۱۰۳	قدم ۳۲	
۱۰۵	مرور و تمرین قدم ۳۲	پاسخنامه
۱۰۶	قدم ۳۳	
۱۰۸	مرور و تمرین قدم ۳۳	
۱۰۹	قدم ۳۴	
۱۱۱	مرور و تمرین قدم ۳۴	
۱۱۲	قدم ۳۵	
۱۱۴	مرور و تمرین قدم ۳۵	
۱۱۶	قدم ۳۶	
۱۱۸	مرور و تمرین قدم ۳۶	
۱۱۹	قدم ۳۷	
۱۲۱	مرور و تمرین قدم ۳۷	
۱۲۲	قدم ۳۸	
۱۲۴	مرور و تمرین قدم ۳۸	
۱۲۵	قدم ۳۹ (آزمون شماره ۴)	
۱۲۷	قدم ۴۰	

پاسخنامه‌ی تشریحی تمرین‌ها و آزمون‌ها

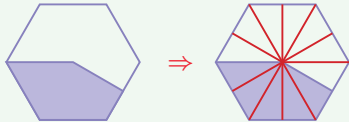
۶	قدم ۱	فصل ۱
۸	مرور و تمرین قدم ۱	
۹	قدم ۲	عددنویسی و الگوها
۱۱	مرور و تمرین قدم ۲	
۱۲	قدم ۳	فصل ۲
۱۴	مرور و تمرین قدم ۳	
۱۵	قدم ۴	کسر
۱۷	مرور و تمرین قدم ۴	
۱۸	قدم ۵	فصل ۳
۲۰	مرور و تمرین قدم ۵	
۲۱	قدم ۶	نسبت، تناسب و درصد
۲۳	مرور و تمرین قدم ۶	
۲۴	قدم ۷	
۲۶	مرور و تمرین قدم ۷	
۲۷	قدم ۸	
۲۹	مرور و تمرین قدم ۸	
۳۰	قدم ۹	
۳۲	مرور و تمرین قدم ۹	
۳۳	قدم ۱۰ (آزمون شماره ۱)	
۳۶	قدم ۱۱	
۳۸	مرور و تمرین قدم ۱۱	
۳۹	قدم ۱۲	
۴۱	مرور و تمرین قدم ۱۲	
۴۲	قدم ۱۳	
۴۴	مرور و تمرین قدم ۱۳	
۴۵	قدم ۱۴	
۴۷	مرور و تمرین قدم ۱۴	
۴۸	قدم ۱۵	
۵۰	مرور و تمرین قدم ۱۵	
۵۱	قدم ۱۶	
۵۳	مرور و تمرین قدم ۱۶	
۵۴	قدم ۱۷	
۵۶	مرور و تمرین قدم ۱۷	
۵۷	قدم ۱۸ (آزمون شماره ۲)	
۶۰	قدم ۱۹	
۶۲	مرور و تمرین قدم ۱۹	
۶۳	قدم ۲۰	
۶۵	مرور و تمرین قدم ۲۰	
۶۶	قدم ۲۱	
۶۸	مرور و تمرین قدم ۲۱	
۶۹	قدم ۲۲	
۷۱	مرور و تمرین قدم ۲۲	

**۱ مفهوم کسر با شکل (پادآوری)**

وقتی بخشی از یک شکل یا یک جسم یا واحد را در نظر بگیریم، یعنی کسری از آن را در نظر گرفته‌ایم. برای مثال در شکل روبه‌رو یک قسمت از چهار قسمت شکل را رنگ کرده‌ایم، یعنی  $\frac{1}{4}$  از شکل، رنگی است.

برای اینکه تشخیص دهیم چه کسری از یک شکل رنگ شده است، چند روش وجود دارد که در اینجا دو روش را که کاربرد بیشتری دارند توضیح می‌دهیم:

۱- شکل را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم.

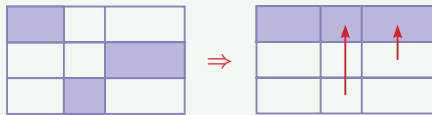


**مثال:** چه کسری از شکل مقابل، رنگ شده است؟

**پاسخ:** از رأس‌های شش‌ضلعی و از وسط ضلع‌ها به مرکز شش‌ضلعی وصل می‌کنیم تا شکل به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شود. با توجه به شکل،  $\frac{5}{12}$  آن رنگ شده است.

۲- قسمت‌های رنگی را طوری انتقال دهیم که این قسمت‌ها به صورت کسری معین از کل شکل، مشخص باشند.

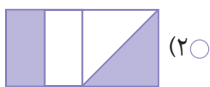
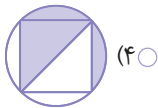
**مثال:** چه کسری از شکل مقابل، رنگی است؟



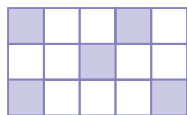
**پاسخ:** همه قسمت‌های رنگی را به ردیف بالا منتقل می‌کنیم. با توجه به شکل جدید،  $\frac{1}{3}$  از شکل رنگ شده است.

**تمرین**

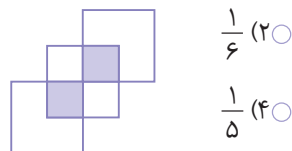
**۱** قسمت رنگ‌شده در کدام یک از شکل‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

(۲) (۱) (۴) (۳) 

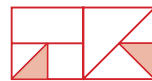
**۲** در شکل زیر، چند مربع کوچک دیگر باید رنگ شود تا  $\frac{3}{5}$  شکل، رنگی باشد؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) 

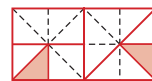
**۳** در شکل زیر، قسمت رنگ‌شده چه کسری از کل شکل است؟

 $\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{2}{9}$  (۱)  $\frac{1}{8}$  (۳) **مثال**

**۱** چه کسری از شکل زیر رنگ شده است؟

 $\frac{1}{4}$  (۱)  $\frac{1}{32}$  (۴)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{1}{16}$  (۳) 

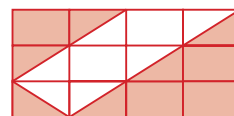
**پاسخ:** شکل را به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌کنیم:



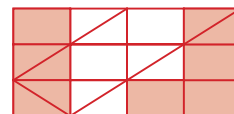
قسمت رنگ‌شده  $= \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

پاسخ گزینه‌ی «۲» است.

**۲** چه کسری از شکل زیر رنگ نشده است؟

 $\frac{7}{12}$  (۱)  $\frac{5}{12}$  (۴)  $\frac{11}{24}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) 

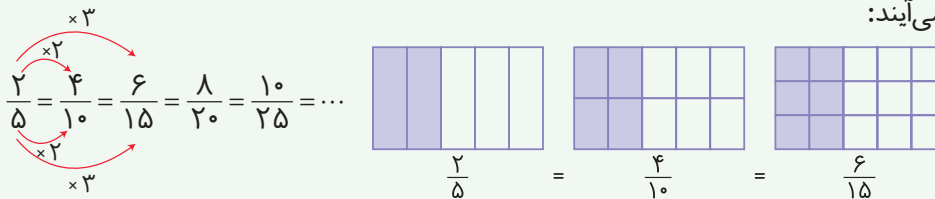
**پاسخ:** با توجه به شکل، بعضی مستطیل‌های کوچک به دو قسمت مساوی تقسیم شده‌اند که با انتقال مثلث‌های رنگی و کنار هم قرار دادن آنها، می‌بینیم  $\frac{7}{12}$  شکل رنگی و  $\frac{5}{12}$  آن غیررنگی است.



پاسخ گزینه‌ی «۴» است.

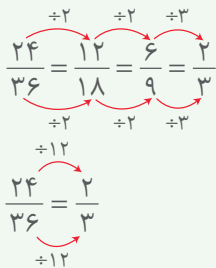
**۲) کسرهای مساوی و ساده کردن کسرها**

هرگاه صورت و مخرج یک کسر را در عددی (غیر از صفر) ضرب کنیم، کسری مساوی با آن کسر به وجود می‌آید. برای مثال کسرهای مساوی  $\frac{2}{5}$  به صورت زیر به دست می‌آیند:



هرگاه صورت و مخرج یک کسر را بر عددی (غیر از صفر) تقسیم کنیم، کسری مساوی با آن کسر به وجود می‌آید. به این عمل **ساده کردن** می‌گوییم.

**مثال:** کسر  $\frac{24}{36}$  را تا حد ممکن ساده کنید.



**پاسخ:** روش اول: می‌توانیم کسر را در چند مرحله ساده کنیم:

روش دوم: می‌توانیم در یک مرحله ساده کنیم، یعنی صورت و مخرج را بر بزرگ‌ترین عددی

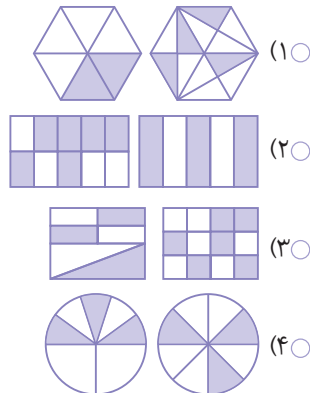
که بخش‌پذیرند تقسیم کنیم:

**نکته**

صورت و مخرج یک کسر را نمی‌توانیم در صفر ضرب کنیم، زیرا کسری وجود ندارد که مخرجش صفر باشد. به عبارت دیگر اگر صورت کسری صفر باشد، آن کسر برابر با صفر است و اگر مخرج صفر باشد، آن کسر، بی‌معنی است، یعنی چنین عددی اصلاً وجود ندارد. بی‌معنی  $\frac{0}{0}$  و  $\frac{0}{0}$  بی‌معنی است.

**تمرین**

۱) شکل‌های کدام گزینه، دو کسر مساوی را نمایش نمی‌دهند؟



۲) در عبارت  $\frac{16}{24} = \frac{\square}{39}$ ، به جای  $\square$  کدام عدد را می‌توان قرار داد؟

- ۲۷ (۴)
- ۲۸ (۳)
- ۲۶ (۲)
- ۲۴ (۱)

۳) اگر  $\frac{27}{36} = \frac{\square}{\bigcirc}$  باشد، کدام گزینه نمی‌تواند حاصل  $\square + \bigcirc$  باشد؟

- ۵۴ (۴)
- ۷۷ (۳)
- ۹۱ (۲)
- ۴۲ (۱)

**مثال**

۱) کدام یک از کسرهای زیر با کسر  $\frac{12}{15}$  برابر نیست؟

- $\frac{36}{50}$  (۴)
- $\frac{48}{60}$  (۳)
- $\frac{20}{25}$  (۲)
- $\frac{8}{10}$  (۱)

$\frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5}$

**پاسخ:**

$\frac{20 \div 5}{25 \div 5} = \frac{4}{5}$  : گزینه‌ی ۲

$\frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4}{5}$  : گزینه‌ی ۱

$\frac{36 \div 2}{50 \div 2} = \frac{18}{25}$  : گزینه‌ی ۴

$\frac{48 \div 12}{60 \div 12} = \frac{4}{5}$  : گزینه‌ی ۳

**پاسخ گزینه‌ی «۴» است.**

۲) کدام رابطه درست نیست؟

$\frac{7}{9} = \frac{35}{45} = \frac{21}{27} = \frac{42}{54}$  (۲)  $\frac{4}{7} = \frac{8}{14} = \frac{20}{35} = \frac{36}{63}$  (۱)

$\frac{1}{3} = \frac{5}{15} = \frac{12}{36} = \frac{9}{27}$  (۴)  $\frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{70}{78} = \frac{25}{30}$  (۳)

**پاسخ:**

$\frac{15}{18} = \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{5}{6}$   $\frac{70}{78} = \frac{35 \times 2}{39 \times 2} = \frac{35}{39}$   $\Rightarrow$  مساوی نیست.

**پاسخ گزینه‌ی «۳» است.**



## مرور و تمرین

۵ چندتا از کسرهای زیر با هم مساوی‌اند؟

$$\frac{6}{21}, \frac{18}{63}, \frac{24}{72}, \frac{30}{105}, \frac{100}{350}$$

$$3 \quad (20) \qquad 4 \quad (10)$$

$$1 \quad (40) \qquad 2 \quad (30)$$

۶ در عبارت زیر به جای  $\square$  کدام عدد را باید قرار داد؟

$$\frac{\bigcirc}{9} = \frac{70}{\triangle} = \frac{\square}{\bigcirc + \triangle} = \frac{7}{3}$$

$$61 \quad (20) \qquad 51 \quad (10)$$

$$154 \quad (40) \qquad 119 \quad (30)$$

۷ چند جفت عدد صحیح می‌توان به جای  $\square$  و  $\bigcirc$  قرار داد

به طوری که  $\frac{12}{\square} = \frac{\bigcirc}{27}$  و  $\square + \bigcirc < 91$  باشد؟ (به جز عددهای ۱۲ و ۲۷)

$$4 \quad (20) \qquad 2 \quad (10)$$

$$6 \quad (40) \qquad 5 \quad (30)$$

۸ چه عددی را هم به صورت و هم به مخرج کسر  $\frac{4}{7}$  اضافه

کنیم تا کسری مساوی با  $\frac{5}{6}$  به دست آید؟

$$28 \quad (20) \qquad 14 \quad (10)$$

$$11 \quad (40) \qquad 17 \quad (30)$$

۹ اگر  $\frac{39}{\bigcirc} = \frac{\square}{21}$  باشد، کدام گزینه می‌تواند حاصل عبارت

$\square - \bigcirc$  باشد؟

$$66 \quad (20) \qquad 45 \quad (10)$$

$$14 \quad (40) \qquad 92 \quad (30)$$

۱۰ اگر  $\frac{\triangle}{\square} = \frac{3}{5}$  باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

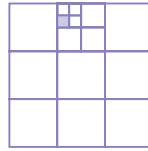
$$\frac{\triangle + 3}{\square + 5} = \frac{3}{5} \quad (10)$$

$$\frac{\triangle - 1}{\square - 1} < \frac{3}{5} \quad (20)$$

$$\frac{\triangle \times 4}{\square \times 4} = \frac{3}{5} \quad (30)$$

$$\frac{\triangle + 3}{\square + 3} < \frac{3}{5} \quad (40)$$

۱ چه کسری از شکل زیر رنگ شده است؟



$$\frac{1}{64} \quad (10)$$

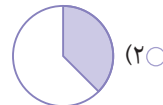
$$\frac{1}{81} \quad (20)$$

$$\frac{1}{144} \quad (30)$$

$$\frac{1}{124} \quad (40)$$

۲ سطح کدام یک از دایره‌ها تقریباً به همان نسبت مستطیل زیر،

رنگ شده است؟



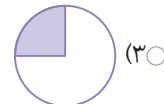
(20)



(10)



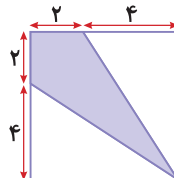
(40)



(30)

(کانتورو)

۳ چه کسری از شکل زیر، رنگی است؟



$$\frac{2}{9} \quad (10)$$

$$\frac{1}{4} \quad (20)$$

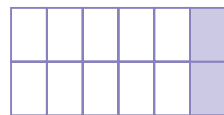
$$\frac{3}{8} \quad (30)$$

$$\frac{1}{3} \quad (40)$$

۴ مستطیل زیر به قسمت‌های مساوی تقسیم شده و  $\frac{1}{6}$  آن رنگی

است. چند خانه‌ی کوچک دیگر رنگ کنیم تا  $\frac{1}{4}$  مستطیل

رنگی باشد؟



$$1 \quad (10)$$

$$2 \quad (20)$$

$$3 \quad (30)$$

$$4 \quad (40)$$

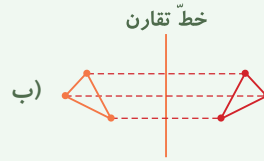
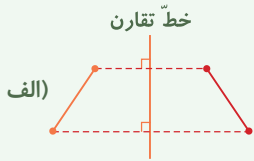
**۱) تقارن محوری (۱)**

محور تقارن (خط تقارن): محور تقارن خطی است که شکل را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند به طوری که اگر کاغذ را از روی خط تقارن تا بزنیم، آن دو قسمت (دو شکل) بر هم منطبق شوند، یعنی کاملاً همدیگر را بپوشانند. به عنوان نمونه خط چین مشخص شده در شکل روبه‌رو، خط تقارن شکل است:

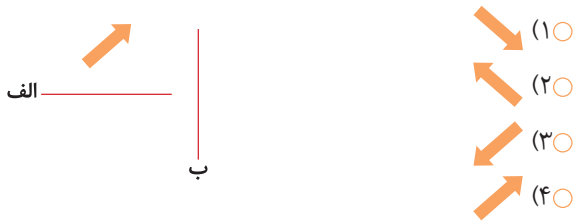


پیدا کردن قرینه‌ی یک شکل نسبت به خط تقارن: از چند نقطه‌ی آن شکل بر خط تقارن، عمود رسم می‌کنیم و به همان اندازه امتداد می‌دهیم تا قرینه‌ی آن نقطه‌ها به دست آید، سپس نقاط به دست آمده را به هم وصل می‌کنیم تا قرینه‌ی شکل مشخص شود.

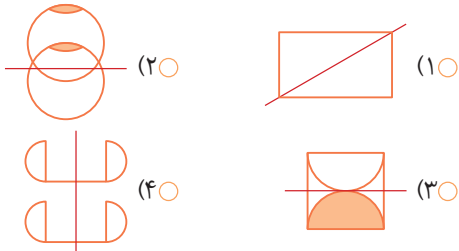
**مثال:** قرینه‌ی هر شکل را نسبت به خط تقارن رسم کنید.

**تمرین**

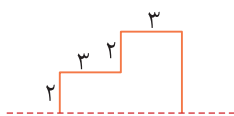
۱) قرینه‌ی شکل زیر را ابتدا نسبت به خط افقی (الف) و سپس نسبت به خط عمودی (ب) رسم می‌کنیم. کدام شکل به دست می‌آید؟



۲) در کدام شکل، خط رسم شده خط تقارن شکل است؟



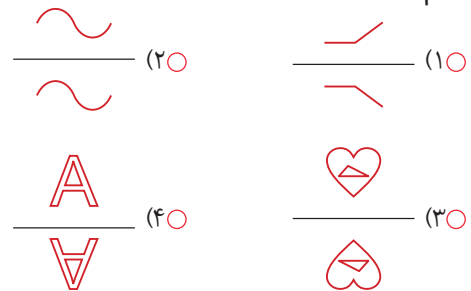
۳) اگر نیمه‌ی دیگر شکل زیر را نسبت به خط تقارن رسم کنیم، محیط کل شکل کدام است؟



- (۱) ۲۰
- (۲) ۱۴
- (۳) ۴۰
- (۴) ۲۸

**مثال**

۱) در کدام گزینه قرینه‌ی شکل نسبت به خط داده شده درست رسم شده است؟



پاسخ:

گزینه‌ی ۲:



گزینه‌ی ۳:



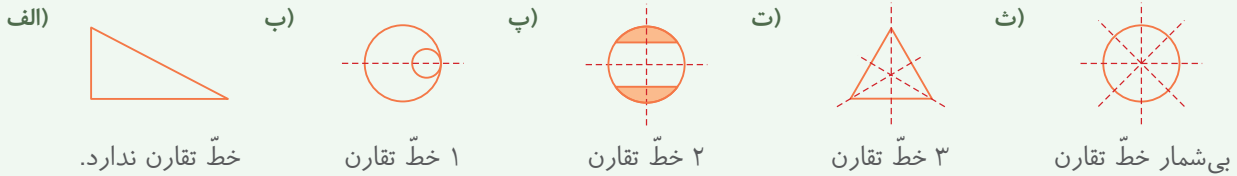
گزینه‌ی ۴: شکل و قرینه‌اش به یک فاصله از خط تقارن نیستند و اگر کاغذ را از روی خط چین تا بزنیم، دو شکل بر هم منطبق نمی‌شوند.

پاسخ گزینه‌ی «۱» است.

## ۲) تقارن محوری (۲)

تعداد خط‌های تقارن: بعضی شکل‌ها خط تقارن ندارند. بعضی شکل‌ها نیز یک خط تقارن و بعضی بیشتر از یک خط تقارن دارند. شکلی مثل دایره هم بی‌شمار خط تقارن دارد.

**مثال:** تعداد خط‌های تقارن هر یک از شکل‌های زیر را مشخص کنید.



تعداد خط‌های تقارن در چندضلعی‌های منتظم

**چندضلعی منتظم:** اگر همه‌ی ضلع‌ها و زاویه‌های یک چندضلعی با هم مساوی باشند، آن چندضلعی منتظم است، مانند مثلث متساوی‌الاضلاع (سه‌ضلعی منتظم) و مربع (چهارضلعی منتظم).

### نکته

هر چندضلعی منتظم به تعداد ضلع‌هایش خط تقارن دارد.

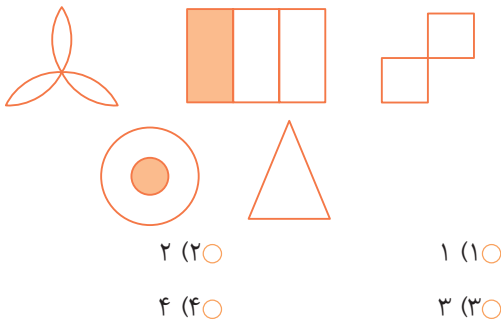
**مثال:** پنج‌ضلعی منتظم چند خط تقارن دارد؟

**پاسخ:** پنج‌ضلعی منتظم ۵ خط تقارن دارد.



### تمرین

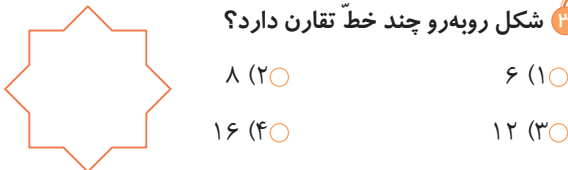
۱) چندتا از شکل‌های زیر، حداقل دو خط تقارن دارند؟



۲) کدام شکل بیشترین خط تقارن را دارد؟

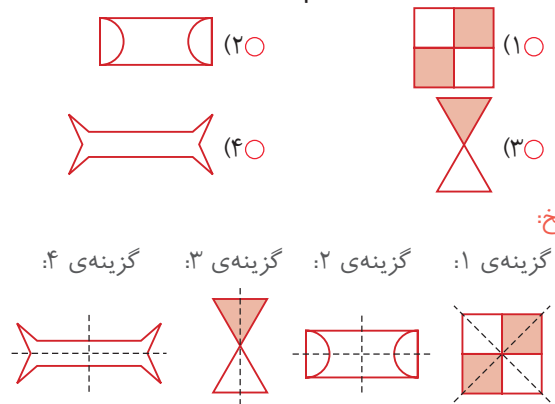


۳) شکل روبه‌رو چند خط تقارن دارد؟



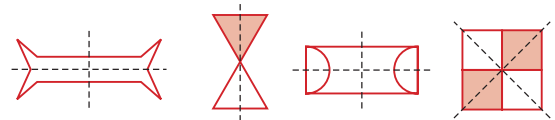
### مثال

۱) تعداد خط‌های تقارن کدام شکل با بقیه متفاوت است؟



پاسخ:

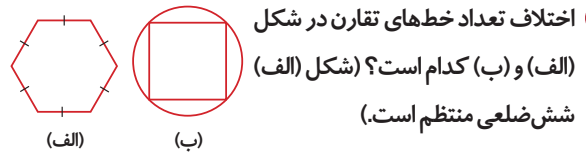
گزینه‌ی ۱: گزینه‌ی ۲: گزینه‌ی ۳: گزینه‌ی ۴:



۲ خط تقارن      ۲ خط تقارن      ۱ خط تقارن      ۲ خط تقارن

پاسخ گزینه‌ی «۳» است.

۲) اختلاف تعداد خط‌های تقارن در شکل



الف) و ب) کدام است؟ (شکل الف)

شش‌ضلعی منتظم است.

پاسخ: شکل الف) ۶ خط تقارن و شکل ب) ۴ خط تقارن دارد، پس:

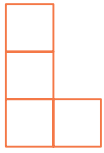
$$6 - 4 = 2$$

پاسخ گزینه‌ی «۴» است.



## مرور و تمرین

۶ به شکل زیر به چند حالت می‌توانیم یک مربع اضافه کنیم تا



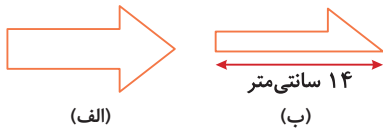
شکل حاصل، خطّ تقارن داشته باشد؟

- ۱ (۱)  ۲ (۲)   
۳ (۳)  ۴ (۴)

۷ اگر خطّ تقارن شکل (الف) را رسم کنیم، یک نیمه‌ی آن مانند

شکل (ب) خواهد شد. اگر محیط شکل (ب)، ۳۵ سانتی‌متر

باشد، محیط شکل (الف) چند سانتی‌متر است؟



(الف)

(ب)

- ۴۲ (۱)  ۷۰ (۲)   
۵۶ (۳)  ۴۹ (۴)

۸ اگر قرینه‌ی مثلث متساوی‌الاضلاعی را نسبت به یکی از ضلع‌های

آن رسم کنیم، شکل حاصل چند خطّ تقارن دارد؟

- ۶ (۱)  ۳ (۲)   
۲ (۳)  صفر (۴)

۹ در شکل زیر، خط‌های (۱) و (۲) موازی‌اند. فاصله‌ی بین این

دو خط ۳۰ سانتی‌متر و فاصله‌ی نقطه‌ی (الف) از خطّ (۱)،

۵۰ سانتی‌متر است. قرینه‌ی نقطه‌ی (الف) نسبت به خطّ (۲) را

(ب) و قرینه‌ی نقطه‌ی (ب) نسبت به خطّ (۱) را (ج) می‌نامیم.

نقطه‌ی (ج) با خطّ (۲) چند سانتی‌متر فاصله دارد؟

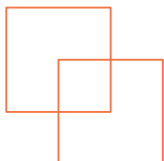
الف



- ۸۰ (۱)  ۱۳۰ (۲)   
۱۱۰ (۳)  ۱۴۰ (۴)

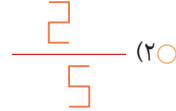
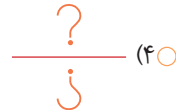
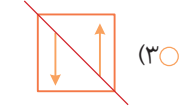
۱۰ تعداد خط‌های تقارن یک هفت‌ضلعی منتظم، چندتا بیشتر از

تعداد خط‌های تقارن شکل زیر است؟



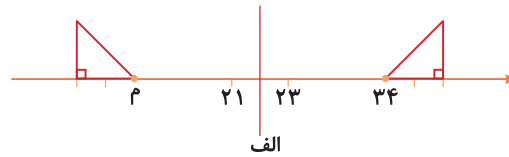
- ۶ (۱)  ۵ (۲)   
۴ (۳)  ۲ (۴)

۱ در کدام شکل، خطّ مشکی خطّ تقارن است؟

(۲) (۱) (۴) (۳) 

۲ دو مثلث شکل زیر قرینه‌ی یکدیگرند و خطّ (الف) خطّ

تقارن آنهاست. نقطه‌ی (م) روی چه عددی است؟



- ۹ (۱)  ۱۰ (۲)   
۸ (۳)  ۱۱ (۴)

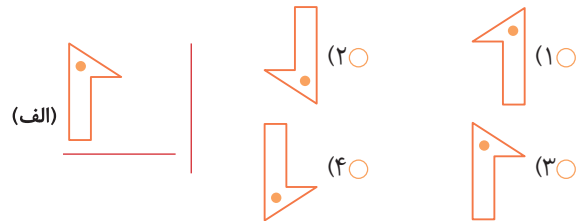
۳ شکل (الف) را ابتدا نسبت به خطّ افقی قرینه می‌کنیم تا شکل

(ب) به دست آید. سپس شکل (ب) را نسبت به خطّ عمودی

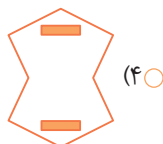
قرینه می‌کنیم تا شکل (ج) به دست آید و در پایان، قرینه‌ی

شکل (ج) را نسبت به خطّ افقی رسم می‌کنیم تا شکل (م) به

دست آید. شکل (م) کدام است؟



۴ تعداد خط‌های تقارن کدام شکل از بقیه کمتر است؟

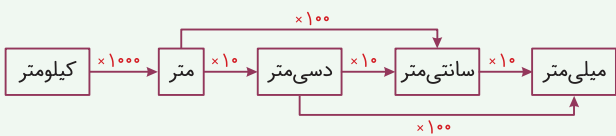
(۲) (۱) (۴) (۳) 

۵ کدام شکل خطّ تقارن ندارد؟

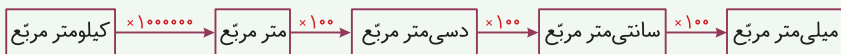
- ۱ (۱) ربع دایره  ۲ (۲) دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه   
۳ (۳) مثلث متساوی‌الساقین  ۴ (۴) زاویه



### ① مساحت (واحدهای سطح، یادآوری مساحت)



تبدیل واحدهای طول:



تبدیل واحدهای مساحت:

برای تبدیل واحد بزرگتر به واحد کوچکتر ضرب و برای تبدیل واحد کوچکتر به واحد بزرگتر تقسیم می‌کنیم. همچنین می‌توانیم برای تبدیل واحدها به یکدیگر از جدول تناسب استفاده کنیم.

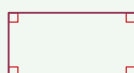
**مثال:**  $\frac{2}{7}$  متر مربع برابر است با چند دسی متر مربع؟

پاسخ:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{متر مربع} & 1 & 2/7 \\ \hline \text{دسی متر مربع} & 100 & \square \\ \hline \end{array} \Rightarrow \square = \frac{2/7 \times 100}{1} = 270$$

**توجه:** هر هکتار برابر با  $10000$  متر مربع است.

یادآوری مساحت (مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع، مثلث):

خودش  $\times$  یک ضلع = مساحت مربعارتفاع  $\times$  قاعده = مساحت متوازی الاضلاععرض  $\times$  طول = مساحت مستطیل $\div 2$  (ارتفاع  $\times$  قاعده) = مساحت مثلث

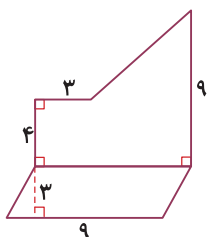
## تمرین

① کدام مورد مساحت بیشتری را نشان می‌دهد؟

- (۱)  $6$  متر مربع  
 (۲)  $6000$  سانتی متر مربع  
 (۳)  $900000$  میلی متر مربع  
 (۴)  $750$  دسی متر مربع

② مساحت شکل زیر چند سانتی متر مربع است؟ (اندازه‌های روی

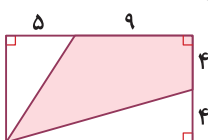
شکل بر حسب سانتی متر است.)



- (۱)  $78$   
 (۲)  $64/5$   
 (۳)  $63$   
 (۴)  $93$

③ شکل زیر مستطیلی به طول  $14$  و عرض  $8$  سانتی متر است.

مساحت قست رنگی چند سانتی متر مربع است؟



- (۱)  $36$   
 (۲)  $64$   
 (۳)  $72$   
 (۴)  $56$

## مثال

④ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $2/5$  متر برابر است با  $2500$  میلی متر.  
 (۲)  $10$  دسی متر مربع یعنی  $1000$  سانتی متر مربع.  
 (۳)  $30000$  سانتی متر مربع یعنی  $3$  متر مربع.  
 (۴)  $200$  دسی متر مربع یعنی  $20$  متر مربع.

پاسخ: گزینه‌ی ۱: درست

روش اول:  $250$  سانتی متر  $\xrightarrow{\times 10}$   $25$  دسی متر  $\xrightarrow{\times 10}$   $2/5$  متر  
 $2500$  میلی متر  $\xrightarrow{\times 10}$

روش دوم:  $2500$  میلی متر  $\xrightarrow{\times 1000}$   $2/5$  متر  
 هر متر برابر  $1000$  میلی متر

گزینه‌ی ۲: درست

دسی متر مربع	1	10
سانتی متر مربع	100	1000

متر مربع	1	3
سانتی متر مربع	10000	30000

گزینه‌ی ۳: درست

متر مربع	1	2
دسی متر مربع	100	200

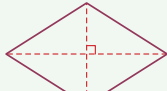
گزینه‌ی ۴: نادرست

پاسخ گزینه‌ی «۴» است.



## ۲ مساحت لوزی و دوزنقه

لوزی:



$$\text{مساحت لوزی} = \frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{۲}$$

مثال: مساحت لوزی زیر چقدر است؟

پاسخ:



$$\text{مساحت} = \frac{۱۵ \times ۸}{۲} = ۶۰$$

## نکته

اگر اندازه‌ی قطر مربعی معلوم باشد، می‌توانیم مساحت مربع را به کمک رابطه‌ی مساحت لوزی به دست آوریم (زیرا مربع نوعی لوزی است).

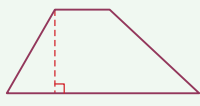
مثال: مساحت مربع زیر را به دست آورید.

پاسخ:



$$\text{مساحت مربع} = \frac{۸ \times ۸}{۲} = ۳۲$$

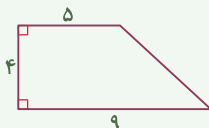
دوزنقه: دوزنقه فقط دو ضلع موازی دارد که قاعده‌های دوزنقه هستند.



$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{۲}$$

مثال: مساحت شکل مقابل چقدر است؟

پاسخ:



$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{(۵+۹) \times ۴}{۲} = \frac{۱۴ \times ۴}{۲} = ۲۸$$

## تمرین

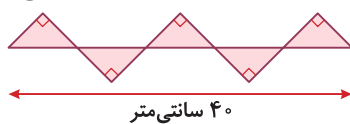
۱ مساحت شکل زیر ۷۵ سانتی‌متر مربع و مساحت مربع نصف

مساحت دوزنقه است. محیط شکل چند سانتی‌متر است؟



۲ شکل زیر از ۵ مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین یکسان تشکیل

شده است. مساحت این شکل چند سانتی‌متر مربع است؟

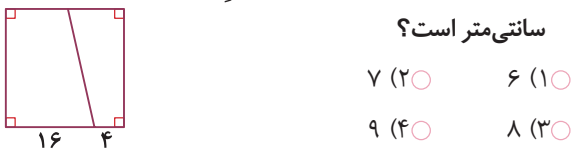
۹۰ (۴)  ۸۰ (۳)  ۷۵ (۲)  ۶۵ (۱) 

۳ در شکل زیر مربع به دو دوزنقه تقسیم شده به طوری که

نسبت مساحت دوزنقه‌ی کوچک به مساحت دوزنقه‌ی

بزرگ ۳ به ۷ است. قاعده‌ی بزرگ دوزنقه‌ی کوچک چند

سانتی‌متر است؟

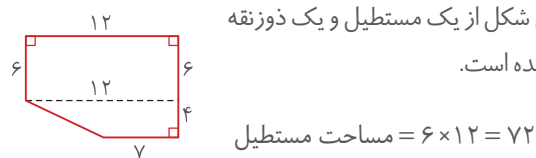


## مثال

۱ مساحت پنج‌ضلعی مقابل چقدر است؟

۱۱۲ (۲)  ۱۲۰ (۱) ۱۰۸ (۴)  ۱۱۰ (۳) 

پاسخ: کل شکل از یک مستطیل و یک دوزنقه تشکیل شده است.



$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{(۷+۱۲) \times ۴}{۲} = \frac{۱۹ \times ۴}{۲} = ۳۸$$

$$\text{مساحت کل شکل} = ۷۲ + ۳۸ = ۱۱۰$$

پاسخ گزینه‌ی «۳» است.

۲ مساحت یک لوزی ۴۸ سانتی‌متر مربع و اندازه‌ی یکی از قطرهای

آن ۸ سانتی‌متر است. قطر دیگر لوزی چند سانتی‌متر است؟

۱۶ (۴)  ۸ (۳)  ۱۲ (۲)  ۶ (۱) پاسخ: قطر دیگر لوزی = 

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{۴ \times \square}{۲} = ۴۸ \Rightarrow ۴ \times \square = ۴۸ \Rightarrow \square = ۱۲$$

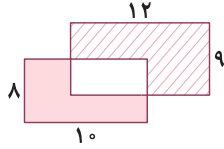
سانتی‌متر ۱۲

پاسخ گزینه‌ی «۲» است.

مرور و تمرین

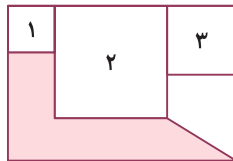
۷۹) دو مستطیل به ابعاد  $۸ \times ۱۰$  و  $۹ \times ۱۲$  مانند شکل زیر روی هم قرار گرفته‌اند. مساحت قسمت رنگی ۳۷ واحد مربع است. مساحت قسمت هاشورخورده چند واحد مربع است؟

(کاتگورو)



- ۶۲ (۲)  ۶۰ (۱)
- ۶۵ (۴)  ۶۴ (۳)

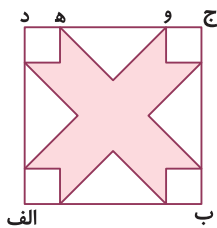
۸۰) شکل زیر مستطیلی به مساحت ۱۵۰ سانتی‌متر مربع است که در آن مربع‌های (۱)، (۲) و (۳) قرار گرفته‌اند. اندازه‌ی ضلع‌های این مربع‌ها از کوچک به بزرگ سه عدد متوالی فرد و مساحت مربع بزرگ ۴۹ سانتی‌متر مربع است. مساحت قسمت رنگی چند سانتی‌متر مربع است؟



- ۴۹/۵ (۲)  ۵۰ (۱)
- ۴۸/۵ (۴)  ۴۹ (۳)

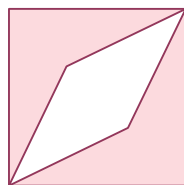
۹۰) چهارضلعی (الف ب ج د) مربعی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر است. فاصله‌ی نقطه‌ی (هـ) از نقطه‌ی (و) ۶ سانتی‌متر است. چهار مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین مساوی و چهار مربع کوچک مساوی از این شکل رنگی نیستند. مساحت قسمت رنگی چند سانتی‌متر مربع است؟

(کاتگورو)



- ۵۲ (۱)
- ۴۸ (۲)
- ۴۶ (۳)
- ۴۲ (۴)

۱۰۰) مساحت مربع شکل زیر ۷۲ دسی‌متر مربع و قطر کوچک لوزی ۵۰ سانتی‌متر است. مساحت قسمت رنگ شده چند دسی‌متر مربع است؟



- ۲۴ (۱)
- ۳۶ (۲)
- ۴۲ (۳)
- ۴۸ (۴)

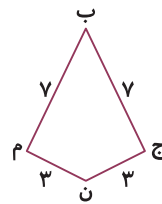
۱) هر سانتی‌متر مربع چند متر مربع است؟

- $\frac{1}{10000}$  (۲)   $\frac{1}{100}$  (۱)
- $\frac{1}{1000000}$  (۴)   $\frac{1}{10000}$  (۳)

۲) مساحت زمینی به شکل مربع که هر ضلع آن ۲ کیلومتر باشد، برابر با چند هکتار است؟

- ۴۰۰۰ (۴)  ۴۰۰ (۳)  ۴۰ (۲)  ۴ (۱)

۳) در شکل زیر زاویه‌های (م) و (ج) قائمه هستند. مساحت چهارضلعی (م ن ج ب) کدام است؟



- ۴۲ (۲)  ۲۱ (۱)
- ۲۵ (۴)  ۱۰/۵ (۳)

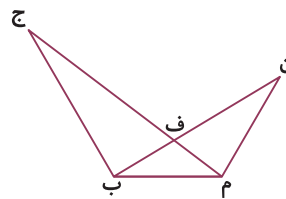
۴) محیط مستطیلی ۲۴ سانتی‌متر و اندازه‌ی طول و عرض آن عددهای صحیح است. عدد کدام گزینه نمی‌تواند مساحت این مستطیل باشد؟

- ۳۰ (۴)  ۳۶ (۳)  ۱۱ (۲)  ۲۷ (۱)

۵) در شکل زیر مساحت مثلث (م ب ج) برابر ۱۵، مساحت مثلث (م ب ن) برابر ۱۲ و مساحت مثلث (م ب ف) برابر ۴ است.

(کاتگورو)

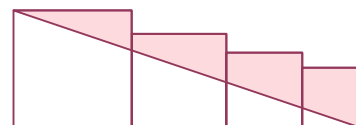
مساحت پنج‌ضلعی (م ب ج ف ن) کدام است؟



- ۱۹ (۱)
- ۲۳ (۲)
- ۲۷ (۳)
- ۳۱ (۴)

۶) در شکل زیر، چهار مربع با اضلاع ۲، ۳، ۴ و ۵ سانتی‌متر کنار هم هستند. مساحت قسمت رنگی چند سانتی‌متر مربع است؟

(آزمون ورودی)



- ۱۹ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۱۷ (۳)
- ۱۶ (۴)

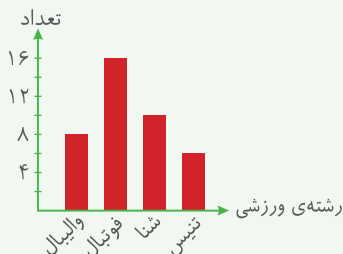
**۱) جدول داده‌ها، نمودار ستونی و نمودار تصویری**

علم جمع‌آوری اطلاعات، سازمان دادن و بررسی کردن اطلاعات به دست آمده را **علم آمار** می‌گویند. به اطلاعات عددی که درباره‌ی یک موضوع در حال بررسی به دست می‌آید، **داده‌های آماری** می‌گویند. برای نمایش و سازمان دادن اطلاعات عددی به دست آمده می‌توان از **جدول داده‌ها، نمودار ستونی، نمودار تصویری، نمودار خط شکسته، نمودار دایره‌ای** و... استفاده کرد.

**نمودار ستونی:** از این نمودار بیشتر برای مقایسه کردن و نشان دادن بیشترین و کمترین داده استفاده می‌شود.

**مثال:** دانش‌آموزان یک کلاس ۴ نفره، مطابق جدول زیر در چهار رشته‌ی ورزشی ثبت نام کرده‌اند. نمودار ستونی مربوط به آن را رسم کنید.

تعداد	نام رشته‌ی ورزشی
۸	والیبال
۱۶	فوتبال
۱۰	شنا
۶	تنیس



پاسخ:

**نمودار تصویری:** در بعضی مسئله‌ها، به مقدار دقیق داده‌ها نیاز نیست، بلکه مقدار تقریبی آنها را در نظر می‌گیرند و از یک تصویر یا نماد برای نشان دادن و مقایسه‌ی مقدار داده‌ها استفاده می‌کنند.

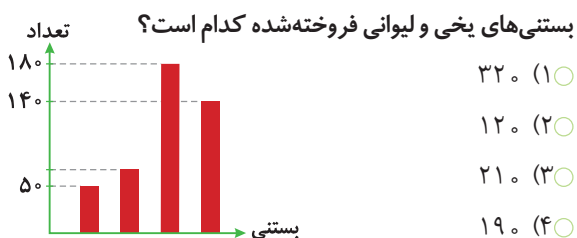
**تمرین**

**۱)** جدول زیر امتیازهای کسب شده توسط دانش‌آموزان یک کلاس ۲۱ نفره را در یک امتحان ۱۰ امتیازی نشان می‌دهد. چند دانش‌آموز در این کلاس حداقل امتیاز ۷ را گرفته‌اند؟ (هیچ دانش‌آموزی غایب نبوده است.)

امتیاز	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
چوب‌خط	///	### /	//	////		//
تعداد	۳	۶	۲			۲

۹ (۴○)    ۱۲ (۳○)    ۱۰ (۲○)    ۲ (۱○)

**۲)** نمودار زیر تعداد بستنی‌های قیفی، عروسکی، یخی و لیوانی فروخته شده در یک فروشگاه را طی یک روز نشان می‌دهد. نام بستنی‌ها در نمودار نوشته نشده؛ بستنی قیفی بیشترین و بستنی یخی کمترین فروش را داشته و بستنی عروسکی به اندازه‌ی نصف تعداد بستنی‌های لیوانی فروخته شده است. مجموع تعداد



بستنی‌های یخی و لیوانی فروخته شده کدام است؟  
 ۳۲۰ (۱○)  
 ۱۲۰ (۲○)  
 ۲۱۰ (۳○)  
 ۱۹۰ (۴○)

**مثال**

**۱)** نمودار زیر یک نمودار تصویری است که محصول سیب چند استان را نشان می‌دهد و هر ● معادل ۲۰۰۰۰ کیلوگرم سیب است. محصول سیب استان البرز چند کیلوگرم از محصول سیب استان همدان بیشتر است؟



**پاسخ:** با توجه به اینکه هر ● نشان‌دهنده‌ی ۲۰۰۰۰ کیلوگرم سیب است، ابتدا مقدار محصول سیب هر استان را حساب می‌کنیم.

$$\text{محصول سیب همدان} = 4 \frac{1}{4} \times 20000 = \frac{17}{4} \times 20000 = 85000 \text{ کیلوگرم}$$

$$\text{محصول سیب البرز} = 6 \frac{1}{2} \times 20000 = \frac{13}{2} \times 20000 = 130000 \text{ کیلوگرم}$$

$$\text{کیلوگرم اختلاف} = 130000 - 85000 = 45000$$

پاسخ گزینه‌ی «۲» است.

۲) نمودار دایره‌ای و نمودار خط شکسته

نمودار دایره‌ای: از این نمودار برای نشان دادن نسبت هر بخش به کل استفاده می‌شود، یعنی هر قسمت از نمودار دایره‌ای نسبت یکی از داده‌ها به کل داده‌ها را نمایش می‌دهد.

مثال: جدول زیر تعداد دانش‌آموزان یک کلاس ۴۰ نفره را نشان می‌دهد که در چهار رشته‌ی ورزشی ثبت‌نام کرده‌اند. ابتدا درصد تعداد افراد شرکت‌کننده در هر رشته را مشخص و سپس نمودار دایره‌ای آن را رسم کنید.

رشته	والیبال	فوتبال	شنا	تنیس	مجموع
تعداد نفرات	۸	۱۶	۱۰	۶	۴۰
نسبت درصد	$\frac{۸}{۴۰} = ۲۰\%$	$\frac{۱۶}{۴۰} = ۴۰\%$	$\frac{۱۰}{۴۰} = ۲۵\%$	$\frac{۶}{۴۰} = ۱۵\%$	۱۰۰٪



پاسخ: برای رسم نمودار دایره‌ای ابتدا دایره را به ده قسمت مساوی تقسیم (هر قسمت ۱۰ درصد) و سپس نمودار را کامل می‌کنیم.

نمودار خط شکسته: از این نمودار برای نشان دادن تغییرات در یک فاصله‌ی زمانی مشخص استفاده می‌شود. مثلاً تغییرات قیمت طلا طی چهار هفته، تغییرات قیمت نفت طی شش ماه، تغییرات قد یک کودک از ۱ تا ۶ سالگی و...

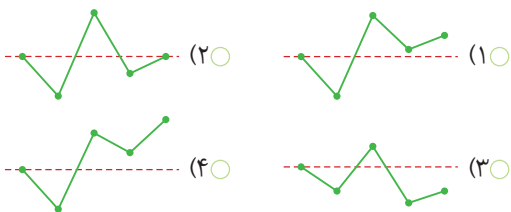


مثال: نمودار روبه‌رو تغییرات قیمت نفت را طی پنج ماه در بازارهای جهانی نشان می‌دهد. بیشترین تغییر قیمت نفت در فاصله‌ی کدام دو ماه بوده است؟ پاسخ: در فاصله‌ی بین ماه‌های آذر و دی

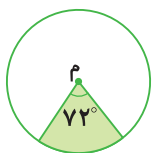
تمرین

۱) در جدول زیر قیمت هر گرم طلای ۱۸ عیار در پایان هر ماه آمده است. نمودار خط شکسته‌ی آن شبیه کدام گزینه است؟

ماه	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
قیمت به هزار تومان	۸۵	۷۵	۱۰۰	۹۰	۹۵



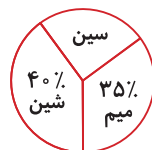
۲) در نمودار دایره‌ای زیر، زاویه‌ی مربوط به قسمت رنگ‌شده، ۷۲° است. چند درصد داده‌ها، مربوط به این قسمت است؟



- ۲۵٪ (۲)
- ۲۰٪ (۱)
- ۳۵٪ (۴)
- ۳۰٪ (۳)

مثال

۱) نمودار زیر میزان تولید رب گوجه‌فرنگی سه کارخانه‌ی «سین»، «شین» و «میم» را نشان می‌دهد. اگر تولید کارخانه‌ی «میم» ۱۰۵۰۰۰ کیلوگرم باشد، تولید کارخانه‌ی «سین» چند کیلوگرم است؟



- ۶۰۰۰۰ (۱)
- ۷۵۰۰۰ (۲)
- ۸۰۰۰۰ (۳)
- ۱۰۰۰۰۰ (۴)

پاسخ:  $۱۰۰\% - (۴۰\% + ۳۵\%) = ۲۵\%$  = تولید کارخانه‌ی «سین»

تولید کارخانه‌ی «میم»	۳۵	۱۰۵۰۰۰
کل	۱۰۰	۳۰۰۰۰۰

تولید کارخانه‌ی «سین»	۲۵	۷۵۰۰۰
کل	۱۰۰	۳۰۰۰۰۰

$\times ۳۰۰۰$

پاسخ گزینه‌ی «۲» است.

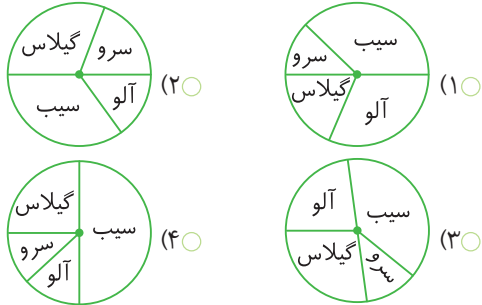


## مرور و تمرین

۴ در یک باغ چهار نوع درخت وجود دارد که تعداد آنها در جدول

زیر آمده است. کدام نمودار دایره‌ای اطلاعات این جدول را به درستی نشان می‌دهد؟

نوع درخت	سرو	سیب	گیلاس	آلو
تعداد درخت‌ها	۸۰	۳۲۰	۱۲۰	۲۸۰



نمودار دایره‌ای زیر، تولید خودکارهای یک شرکت را طی یک

روز نشان می‌دهد. این شرکت ۶۰۰۰ خودکار در سه رنگ

قرمز، آبی و سبز تولید کرده است. چند درصد خودکارها آبی

هستند؟



۱. ۳۵٪

۲. ۴۵٪

۳. ۴۷/۵٪

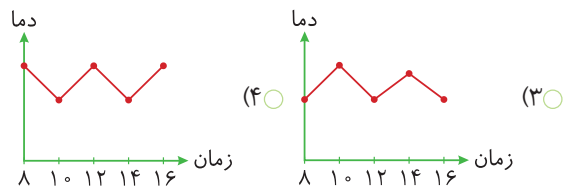
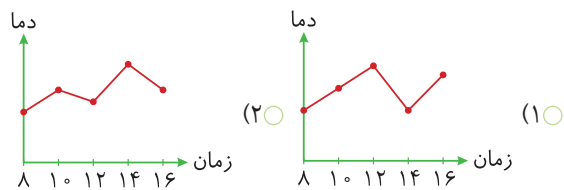
۴. ۵۵٪

۶ جدول زیر مربوط به دمای هوای یک شهر از ساعت ۸ تا ۱۶

همان روز است. کدام یک از نمودارهای زیر می‌تواند مربوط به

این جدول باشد؟

زمان	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
دمای هوا برحسب درجه‌ی سانتی‌گراد	۷	۱۱	۹	۱۴	۱۱



۱ اگر پزشکی بخواهد میزان رشد یک نوزاد را از زمان تولد تا یک

سالگی بررسی کند، بهتر است از کدام نمودار استفاده کند؟

۱. دایره‌ای

۲. خط شکسته

۳. ستونی

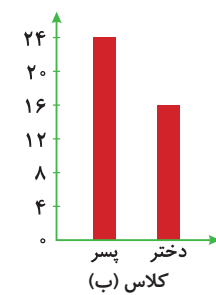
۴. تصویری

۳ کلاس‌های (الف) و (ب) هر کدام ۴۰ دانش‌آموز دارند. با توجه

به نمودارهای زیر تعداد دخترها در کلاس (الف) چه تعداد

بیشتر از تعداد دخترها در کلاس (ب) است؟

(آزمون تیزر)



۱. ۱۴

۲. ۱۶

۳. ۲۴

۴. ۳۰

۳ چهار دانش‌آموز به مدت ۱ ساعت عبور و مرور وسایل نقلیه

از یک خیابان را مشاهده کردند. مشاهدات آنها در جدول زیر

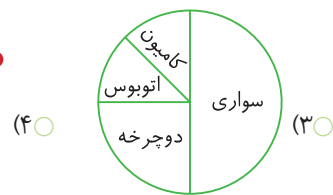
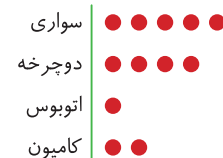
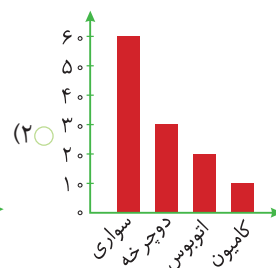
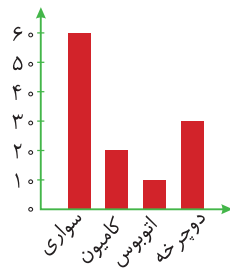
آمده است، سپس هر دانش‌آموز برای نشان دادن نتایج این

جدول یک نمودار رسم کرد. نمودار کدام یک از آنها نتایج را به

درستی نشان می‌دهد؟

(آزمون تیزر)

نوع وسیله نقلیه	سواری	دوچرخه	اتوبوس	کامیون
تعداد	۶۰	۳۰	۱۰	۲۰



قدم ۱۱. مفهوم کسر با شکل (یادآوری)

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

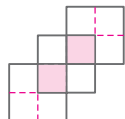
در هر یک از گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ به اندازه  $\frac{1}{4}$  از شکل رنگ شده است، اما در گزینه‌ی ۳ اگر همه‌ی شکل را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم، قسمت رنگی به اندازه‌ی  $\frac{9}{44}$  شکل و کمتر از  $\frac{1}{4}$  شکل است.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

کل شکل از ۱۵ مربع کوچک تشکیل شده است. می‌دانیم که  $\frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$ ؛ بنابراین باید ۹ مربع کوچک رنگی باشند، یعنی  $9 - 5 = 4$  مربع دیگر باید رنگ شود.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

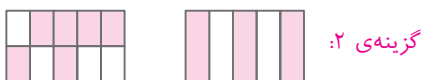
کل شکل را به مربع‌های کوچک تقسیم می‌کنیم:



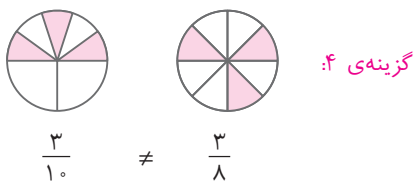
$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

قدم ۱۱. کسرهای مساوی و ساده کردن کسرها

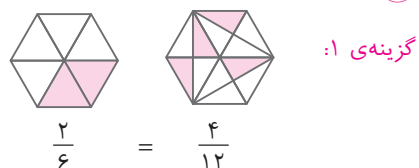
۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



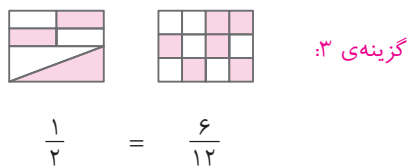
$$\frac{2}{10} = \frac{2}{5}$$



$$\frac{3}{10} \neq \frac{3}{8}$$



$$\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{16}{24} = \frac{2}{3} = \frac{26}{39}$$

ابتدا کسر  $\frac{16}{24}$  را ساده می‌کنیم، سپس آن را مساوی کسر  $\frac{\square}{39}$  قرار می‌دهیم:

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به  $\frac{27}{36} = \frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}$  کسر  $\frac{\square}{\square}$  با کسر  $\frac{3}{4}$  مساوی است و کسر  $\frac{3}{4}$  قابل ساده شدن نیست. پس حاصل  $\square + \square$  حتماً مضربی از  $3 + 4 = 7$  است، یعنی  $\square + \square$  باید بر ۷ بخش‌پذیر باشد. گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ بر ۷ بخش‌پذیرند، اما گزینه‌ی ۴ بر ۷ بخش‌پذیر نیست.

$$\text{گزینه ۱: } 42 = 6 \times 7 \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{18}{24} \Rightarrow 18 + 24 = 42$$

$$\text{گزینه ۲: } 91 = 13 \times 7 \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{39}{52} \Rightarrow 39 + 52 = 91$$

$$\text{گزینه ۳: } 77 = 11 \times 7 \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{33}{44} \Rightarrow 33 + 44 = 77$$



## مرور و تمرین قدم ۱۱

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا شکل به ۹ قسمت تقسیم، سپس یکی از این قسمت‌ها به چهار قسمت مساوی تقسیم شده است و هر یک از قسمت‌های جدید دوباره به چهار قسمت تقسیم و یکی از آنها رنگ شده است، یعنی قسمت رنگ شده  $\frac{1}{4}$  از  $\frac{1}{9}$  است، پس:

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{144}$$

همچنین می‌توان با تقسیم شکل به قسمت‌های مساوی، پاسخ را به دست آورد که در این صورت شکل به ۱۴۴ قسمت کوچک هم‌اندازه تقسیم می‌شود و یکی از آنها رنگی است، یعنی  $\frac{1}{144}$  از شکل، رنگی است.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$\frac{11}{21}$  از مستطیل رنگ شده، یعنی کسر رنگ‌شده از مستطیل بیشتر از  $\frac{1}{4}$  است. در گزینه‌ی ۱ نیز کسر رنگ‌شده از دایره بیشتر از  $\frac{1}{4}$  است. قسمت رنگی در گزینه‌های ۲ و ۳ کمتر از  $\frac{1}{4}$  و در گزینه‌ی ۴ برابر  $\frac{1}{4}$  است.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

مساحت مثلث‌های سفید را از مساحت مربع کم می‌کنیم تا مساحت قسمت رنگی به دست آید:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مساحت مربع} = 6 \times 6 = 36 \\ \text{مساحت هر مثلث سفید} = (4 \times 6) \div 2 = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مساحت رنگی} = 36 - (12 + 12) = 12$$

$$\frac{\text{مساحت قسمت رنگی}}{\text{مساحت کل}} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

کسر رنگ‌شده برابر است با مساحت قسمت رنگی به مساحت کل:

۴ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

کل شکل از ۱۲ قسمت مساوی تشکیل شده که  $\frac{2}{12} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{12}$  آن رنگی است. از طرفی  $\frac{3}{12} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$  است، پس برای اینکه  $\frac{1}{4}$  شکل رنگی باشد، کافی است یک خانه‌ی دیگر رنگ شود.

۵ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{6+3}{21+3} = \frac{2}{7} \quad \frac{18+9}{63+9} = \frac{2}{7} \quad \frac{24+24}{72+24} = \frac{1}{3} \quad \frac{30+15}{105+15} = \frac{2}{7} \quad \frac{100+50}{350+50} = \frac{2}{7}$$

$\Rightarrow \frac{6}{21} = \frac{18}{63} = \frac{30}{105} = \frac{100}{350} = \frac{2}{7} \Rightarrow$  چهارتا از کسرهای داده‌شده با هم مساوی‌اند.

۶ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{\text{○}}{9} = \frac{7}{9} = \frac{\text{□}}{\text{△} + \text{○}} = \frac{7}{3} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{○}}{9} = \frac{7}{3} \Rightarrow \text{○} = 21 \\ \frac{7}{9} = \frac{7}{3} \Rightarrow \text{△} = 3 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\text{□}}{\text{○} + \text{△}} = \frac{\text{□}}{21+3} = \frac{7}{3} \Rightarrow \frac{\text{□}}{51} = \frac{7}{3} \Rightarrow \text{□} = 119$$

۷ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا کسر  $\frac{12}{27}$  را ساده می‌کنیم و کسرهای مساوی با آن را تا جایی که مجموع صورت و مخرج کوچک‌تر از ۹۱ باشد، می‌نویسیم.

$$\frac{12}{27} = \frac{4}{9} = \frac{8}{18} = \frac{16}{36} = \frac{20}{45} = \frac{24}{54}$$

کسر  $\frac{28}{63}$  نیز با  $\frac{12}{27}$  مساوی است، اما قابل قبول نیست؛ زیرا  $28+63=91$  است. در نتیجه ۵ کسر مساوی  $\frac{12}{27}$  وجود دارد که مجموع صورت و مخرج هر یک از آنها کوچک‌تر از ۹۱ است.



پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه‌ها را بررسی و آزمایش می‌کنیم:

گزینه ۱:  $\frac{4+14}{7+14} = \frac{18+3}{21+3} = \frac{6}{7}$

گزینه ۲:  $\frac{4+28}{7+28} = \frac{32}{35}$

گزینه ۳:  $\frac{4+17}{7+17} = \frac{21+3}{24+3} = \frac{7}{8}$

گزینه ۴:  $\frac{4+11}{7+11} = \frac{15+3}{18+3} = \frac{5}{6}$

پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا  $\frac{39}{21}$  را ساده می‌کنیم:  $\frac{39+3}{21+3} = \frac{13}{7}$ . کسر  $\frac{13}{7}$  قابل ساده شدن نیست، پس حاصل  $\square - \square$  حتماً مضربی از  $6 = 13 - 7$  است، پس هر کسردیگری که مساوی  $\frac{13}{7}$  باشد، اختلاف صورت و مخرج آن باید مضربی از ۶ باشد. در بین گزینه‌ها فقط ۶۶ بر ۶ بخش‌پذیر است، پس حاصل عبارت

$$\frac{13}{7} = \frac{143}{77} \Rightarrow 143 - 77 = 66$$

 $\square - \square$  می‌تواند ۶۶ باشد ( $66 = 11 \times 6$ ). در نتیجه برای پیدا کردن کسر  $\frac{13}{7}$  داریم:

پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

چون  $\frac{3}{5} = \frac{\triangle}{\square}$  است، می‌توان  $\triangle = 3$  و  $\square = 5$  یا  $\triangle = 6$  و  $\square = 10$  یا هر کسر دیگری که مساوی  $\frac{3}{5}$  باشد، در نظر گرفت.

گزینه ۱:  $\frac{\triangle+3}{\square+5} = \frac{15+5}{25+5} = \frac{3}{5}$

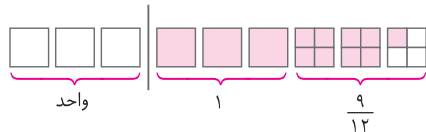
گزینه ۲:  $\frac{\triangle-1}{\square-1} = \frac{5}{9} < \frac{3}{5}$

گزینه ۳:  $\frac{\triangle \times 4}{\square \times 4} = \frac{48+16}{80+16} = \frac{3}{5}$

گزینه ۴:  $\frac{\triangle+3}{\square+3} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} > \frac{3}{5}$

قدم ۱۲ ۱. عددهای مخلوط (۱)

پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



با توجه به شکل، هر ۳ مربع، ۱ واحد کامل است. اگر هر مربع را به ۴ قسمت مساوی

$$1 \frac{9}{12} = 1 \frac{3}{4}$$

تقسیم کنیم، آنگاه قسمت رنگی برابر است با:

پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

نقاط روی محور را نام‌گذاری می‌کنیم و عدد مربوط به هر یک را می‌نویسیم. (توجه کنید که فاصله‌ی بین ۳ تا ۴ به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده است.)



الف =  $1 \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

ب =  $2 \frac{2}{4} = 2 \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

پ =  $3 \frac{1}{6} = \frac{19}{6}$

ت =  $3 \frac{4}{6} = \frac{22}{3}$

بنابراین تساوی مربوط به گزینه ۲ یعنی  $3 \frac{1}{4} = 1 \frac{3}{4}$  مربوط به نقاط روی محور نیست.

پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ۱: درست  $2 \frac{5}{6} = \frac{2 \times 6 + 5}{6} = \frac{17}{6} \Rightarrow \frac{17}{6}$  یعنی ۱۷ تا ۶

گزینه ۲: درست  $3 \frac{2}{9} = \frac{3 \times 9 + 2}{9} = \frac{29}{9}$

گزینه ۳: نادرست  $4 \frac{0}{5} = \frac{4 \times 5 + 0}{5} = \frac{20}{5} = 4$

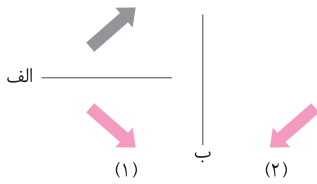
گزینه ۴: درست  $4 + \frac{1}{15} = 4 \frac{1}{15} = 4 \frac{2}{3}$



## قدم ۲۳ ۱. تقارن محوری (۱)

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

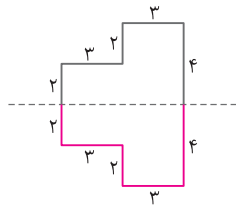
ابتدا قرینه‌ی شکل را نسبت به خطّ (الف) رسم می‌کنیم (شکل ۱) و سپس قرینه‌ی شکل (۱) را نسبت به خطّ (ب) رسم می‌کنیم (شکل ۲).



۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

در گزینه‌های ۱ و ۲، اگر کاغذ را از روی خطّ رسم‌شده تا بزنیم، دو قسمت شکل بر هم منطبق نمی‌شوند. در گزینه‌ی ۳، دو قسمت شکل داده‌شده نسبت به خط، از لحاظ رنگ، قرینه نیستند، پس فقط در گزینه‌ی ۴، خطّ رسم‌شده خطّ تقارن است.

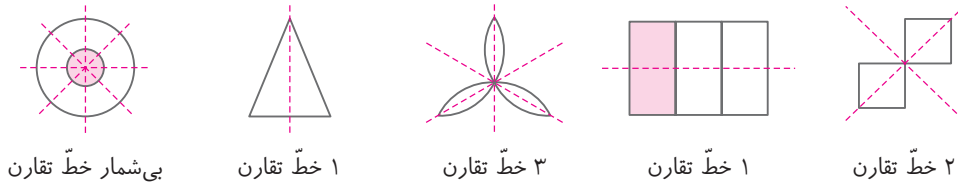
۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



مجموع طول پاره‌خط‌های شکل داده‌شده  $2+3+2+3+4=14$  است، پس طول پاره‌خط‌های قرینه‌ی آن نیز  $14$  است. در نتیجه محیط کلّ شکل برابر است با:  $14+14=28$

## قدم ۲۳ ۲. تقارن محوری (۲)

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



بی‌شمار خطّ تقارن

۱ خطّ تقارن

۳ خطّ تقارن

۱ خطّ تقارن

۲ خطّ تقارن

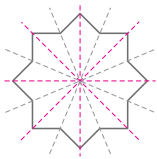
سه تا از این شکل‌ها، دست کم دو خطّ تقارن دارند.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

شکل گزینه‌ی ۱ پنج خطّ تقارن، گزینه‌های ۲ و ۳ هر کدام چهار خطّ تقارن و گزینه‌ی ۴ دو خطّ تقارن دارد.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

این شکل هشت خطّ تقارن دارد.



## مرور و تمرین قدم ۲۳

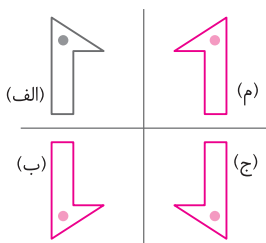
۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

فقط در گزینه‌ی ۴ اگر شکل را از خطّ رسم‌شده تا بزنیم، دو قسمت شکل کاملاً بر هم منطبق می‌شوند.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

قرینه‌ی نقطه‌ی (م) روی عدد ۳۴ است و عدد ۳۴ با خطّ تقارن ۱۲ واحد فاصله دارد (خطّ تقارن روی عدد ۲۲ است); پس نقطه‌ی (م) هم باید ۱۲ واحد با خطّ تقارن فاصله داشته باشد، یعنی نقطه‌ی (م) روی عدد ۱۰ است.

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴





## ۸ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

طول منحنی رنگی با مجموع طول‌های سه تا نصف دایره برابر است. قطر نیم‌دایره‌ی کوچک ۲ سانتی‌متر است؛ در نتیجه قطر نیم‌دایره‌ی متوسط ۴ سانتی‌متر و قطر نیم‌دایره‌ی بزرگ ۸ سانتی‌متر است.

$$\left. \begin{aligned} \text{نصف محیط دایره‌ی کوچک} &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{14} = 3/14 \text{ متر} \\ \text{نصف محیط دایره‌ی متوسط} &= \frac{2}{2} \times \frac{3}{14} = 6/28 \text{ متر} \\ \text{نصف محیط دایره‌ی بزرگ} &= \frac{4}{2} \times \frac{3}{14} = 12/56 \text{ متر} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{طول منحنی رنگی} = 3/14 + 6/28 + 12/56 = 21/98 \text{ سانتی‌متر}$$

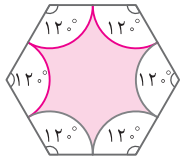
## ۹ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

محیط قسمت رنگی برابر است با مجموع محیط دو نصف دایره به قطر ۱۰ سانتی‌متر (یعنی محیط یک دایره‌ی کامل به قطر ۱۰ سانتی‌متر) و نصف محیط دایره‌ی بزرگ به قطر ۲۰ سانتی‌متر.

$$\left. \begin{aligned} \text{محیط دایره‌ی کوچک} &= 10 \times \frac{3}{14} = 31/4 \text{ متر} \\ \text{نصف محیط دایره‌ی بزرگ} &= \frac{20}{2} \times \frac{3}{14} = 31/4 \text{ متر} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{محیط قسمت رنگی} = 31/4 + 31/4 = 62/8 \text{ متر}$$

## ۱۰ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

محیط شش‌ضلعی منتظم ۳۶ است، پس اندازه‌ی هر ضلع آن  $36 \div 6 = 6$  است و در نتیجه شعاع هر دایره ۳ و قطر هر دایره ۶ است. هر یک از کمان‌هایی که داخل شش‌ضلعی زده شده،  $\frac{1}{3}$  دایره‌ای به قطر ۶ است، زیرا هر زاویه‌ی داخلی شش‌ضلعی منتظم  $120^\circ$  است و  $120^\circ$  یعنی  $\frac{1}{3}$  دایره؛ پس کل محیط قسمت رنگی برابر با مجموع محیط دو دایره‌ی کامل به قطر ۶ است. سه کمان طوسی به اندازه‌ی محیط یک دایره و سه کمان آبی هم به اندازه‌ی محیط یک دایره هستند.



$$\text{عدد پی} \times 12 = 2 \times (6 \times \text{عدد پی}) = \text{محیط دو دایره}$$

## ۳۲ قدم ۱. مساحت (واحدهای سطح، یادآوری مساحت)

## ۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

همه‌ی گزینه‌ها را به متر مربع تبدیل می‌کنیم:

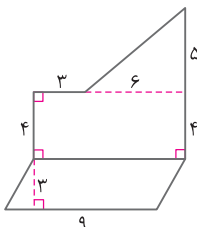
$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{متر مربع} & 1 \\ \hline \text{سانتی متر مربع} & 10000 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \square = \frac{1 \times 6000}{10000} = \frac{6}{1000} = 0/6 \Rightarrow 6000 = \text{سانتی متر مربع} = 0/6$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{متر مربع} & 1 \\ \hline \text{میلی متر مربع} & 1000000 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \square = \frac{1 \times 900000}{1000000} = \frac{9}{1000} = 0/9 \Rightarrow 900000 = \text{میلی متر مربع} = 0/9$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{متر مربع} & 1 \\ \hline \text{دسی متر مربع} & 100 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \square = \frac{1 \times 75}{100} = \frac{75}{100} = 7/5 \Rightarrow 75 = \text{دسی متر مربع} = 7/5$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

شکل از یک متوازی‌الاضلاع، یک مستطیل و یک مثلث تشکیل شده که مجموع مساحت‌های آنها برابر با مساحت کل شکل است.



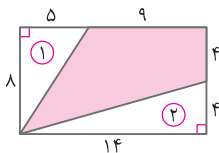
$$\text{سانتی متر مربع } 27 = 9 \times 3 = \text{مساحت متوازی‌الاضلاع}$$

$$\text{سانتی متر مربع } 36 = 9 \times 4 = \text{مساحت مستطیل}$$

$$\text{سانتی متر مربع } 15 = (5 \times 6) \div 2 = \text{مساحت مثلث قائم‌الزاویه}$$

$$\text{سانتی متر مربع } 78 = 27 + 36 + 15 = \text{مساحت شکل}$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\text{سانتی متر مربع } 112 = 14 \times 8 = \text{مساحت مستطیل}$$

$$\text{سانتی متر مربع } 20 = \frac{8 \times 5}{2} = \text{مساحت مثلث 1}$$

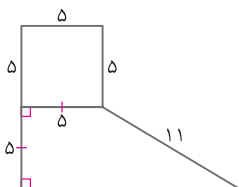
$$\text{سانتی متر مربع } 28 = \frac{4 \times 14}{2} = \text{مساحت مثلث 2}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت رنگی} = 112 - (20 + 28) = 64 \text{ سانتی متر مربع}$$

قدم ۳۲ ۲. مساحت لوزی و دوزنقه

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

چون مساحت مربع نصف مساحت دوزنقه است، نسبت مساحت مربع به مساحت دوزنقه ۱ به ۲ است؛ بنابراین:



مربع	۱	۲۵
دوزنقه	۲	۵۰
کل	۳	۷۵

$\times 25$

مساحت مربع ۲۵ سانتی متر مربع است، پس هر ضلع مربع ۵ سانتی متر است، در نتیجه قاعده‌ی کوچک دوزنقه و ضلع قائمه‌ی آن نیز ۵ سانتی متر است. حالا با استفاده از رابطه‌ی مساحت دوزنقه، اندازه‌ی قاعده‌ی بزرگ دوزنقه را به دست می‌آوریم:

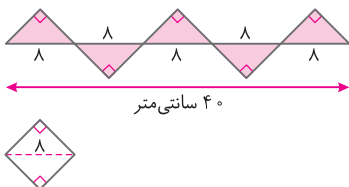
$$\text{قاعده‌ی بزرگ} = \text{○}$$

$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{(\text{○} + 5) \times 5}{2} = 50 \Rightarrow \text{○} + 5 = 20 \Rightarrow \text{○} = 15 \text{ سانتی متر}$$

$$\text{سانتی متر } 46 = 5 + 5 + 5 + 5 + 15 + 11 = \text{محیط شکل}$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

**نکته:** اگر دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین را از ضلع بزرگ (وتر) به هم بچسبانیم، مربعی به وجود می‌آید که قطر آن برابر با ضلع بزرگ مثلث است.



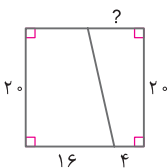
بنابراین هر دو مثلث از شکل مقابل، مربعی به قطر ۸ سانتی متر تشکیل می‌دهند که می‌توانیم مساحت آن را به کمک رابطه‌ی مساحت لوزی به دست آوریم:

$$\text{سانتی متر مربع } 32 = \frac{8 \times 8}{2} = \text{مساحت مربع (لوزی)}$$

هر مربع از دو مثلث تشکیل شده، پس مساحت هر مثلث برابر است با ۱۶ سانتی متر مربع؛ بنابراین:

$$\text{سانتی متر مربع } 80 = 5 \times 16 = \text{مساحت یک مثلث} \times 5 = \text{مساحت کل شکل}$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴



با توجه به شکل، اندازه‌ی ضلع مربع  $20 = 16 + 4$  سانتی متر است. همچنین ارتفاع هر دوزنقه برابر با ضلع مربع یعنی ۲۰ سانتی متر است. مساحت مربع را به دست می‌آوریم و آن را به نسبت ۳ به ۷ بین دو دوزنقه تقسیم می‌کنیم.

$$\text{سانتی متر مربع } 400 = 20 \times 20 = \text{مساحت مربع}$$



دوزنقه‌ی کوچک	۳	۱۲۰
دوزنقه‌ی بزرگ	۷	۲۸۰
مجموع	۱۰	۴۰۰

$\times 40$

قاعده‌ی بزرگ دوزنقه‌ی کوچک را  $\square$  در نظر می‌گیریم:

$$\text{مساحت دوزنقه‌ی کوچک} = \frac{(4 + \square) \times 20}{2} = 120 \Rightarrow \frac{(4 + \square) \times 10}{12} = 120 \Rightarrow \square = 8 \text{ متر}$$

### مرور و تمرین قدم ۳۲

۱ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

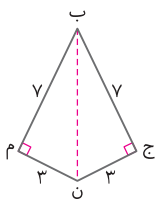
هر متر مربع برابر با ۱۰۰۰۰ سانتی‌متر مربع است، پس هر سانتی‌متر مربع  $\frac{1}{10000} = 0.0001$  متر مربع است.

۲ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم هر کیلومتر برابر با ۱۰۰۰ متر است، پس هر ضلع زمین ۲۰۰۰ متر خواهد بود.

هر هکتار ۱۰۰۰۰ متر مربع  $\rightarrow 4000000 \div 10000 = 400$  هکتار  $\rightarrow$  مساحت زمین مربع شکل  $= 2000 \times 2000 = 4000000$  متر مربع

۳ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱



این چهارضلعی از دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی مساوی تشکیل شده است.

$$\text{مساحت هر مثلث} = \frac{3 \times 7}{2} = \frac{21}{2}$$

$$\text{مساحت چهارضلعی (کل شکل)} = 2 \times \frac{21}{2} = 21$$

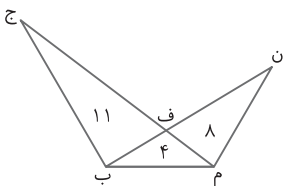
۴ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

محیط مستطیل ۲۴ است، پس مجموع طول و عرض آن  $24 \div 2 = 12$  است. همه‌ی حالت‌هایی را که مجموع طول و عرض مساوی ۱۲ می‌شود می‌نویسیم و در هر حالت، مساحت را حساب می‌کنیم.

عرض	طول	مساحت مستطیل
۱	۱۱	$1 \times 11 = 11$
۲	۱۰	$2 \times 10 = 20$
۳	۹	$3 \times 9 = 27$
۴	۸	$4 \times 8 = 32$
۵	۷	$5 \times 7 = 35$
۶	۶	$6 \times 6 = 36$

مساحت این مستطیل می‌تواند هر یک از عددهای جدول داده‌شده باشد که از این میان، عددهای ۲۷، ۱۱ و ۳۶ در بین گزینه‌ها هستند؛ بنابراین مساحت مستطیلی با این ویژگی‌ها نمی‌تواند ۳۰ سانتی‌متر مربع باشد.

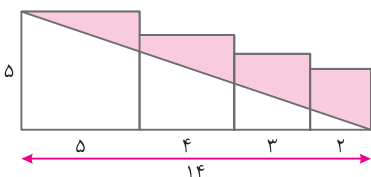
۵ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱



مساحت مثلث (ب م ف) مساوی ۴ و مساحت مثلث (ب م ن) مساوی ۱۲ است، پس مساحت مثلث (ن م ف) مساوی  $12 - 4 = 8$  است. به همین ترتیب مساحت مثلث (ج ف ب) مساوی  $11 - 4 = 7$  است. در نتیجه مساحت کل شکل (پنج‌ضلعی) برابر است با:  $11 + 4 + 8 = 23$

۶ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

مجموع مساحت چهار مربع را به دست می‌آوریم و مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ی سفید را از آن کم می‌کنیم تا مساحت قسمت رنگی به دست آید.



$$\text{مساحتی متر مربع} = 54 = (2 \times 2) + (3 \times 3) + (4 \times 4) + (5 \times 5)$$

$$\text{مساحت مثلث قائم‌الزاویه سفید} = \frac{5 \times 14}{2} = 35$$

$$\Rightarrow \text{مساحت قسمت رنگی} = 54 - 35 = 19$$

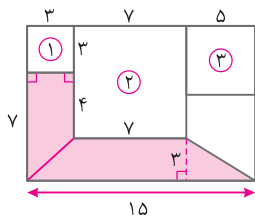
۷ پاسخ ۴ ۳ ۲ ۱

واحد  $43 = 80 - 37$  = مساحت قسمت سفید  $\rightarrow$  مساحت قسمت رنگی ۳۷ واحد است.  $8 \times 10 = 80$  = مساحت مستطیل کوچک

واحد  $65 = 108 - 43$  = مساحت قسمت هاشورخورده  $\rightarrow$  مساحت قسمت سفید ۴۳ واحد است.  $12 \times 9 = 108$  = مساحت مستطیل بزرگ

۸ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

مساحت مربع بزرگ یعنی مربع شماره ۲) مساوی  $7 \times 7 = 49$  سانتی متر مربع است، پس اندازه‌ی هر ضلع آن ۷ سانتی متر است. ضلع‌های سه مربع داده شده در شکل، عددهای فرد متوالی هستند و اندازه‌ی ضلع بزرگ‌ترین مربع ۷ سانتی متر است، پس اندازه‌ی ضلع مربع شماره ۱) مساوی ۳ سانتی متر و اندازه‌ی ضلع مربع شماره ۳) مساوی ۵ سانتی متر است؛ در نتیجه طول مستطیل  $3 + 7 + 5 = 15$  سانتی متر است. از طرفی می‌دانیم مساحت مستطیل ۱۵۰ سانتی متر مربع است؛ در نتیجه عرض مستطیل ۱۰ سانتی متر خواهد بود ( $10 \times 15 = 150$ ).



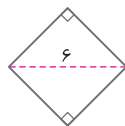
$$\text{مساحت دوزنقه‌ی رنگی کوچک} = \frac{(7+4) \times 3}{2} = \frac{33}{2} = 16\frac{1}{2} = 16\frac{1}{5}$$

$$\text{مساحت دوزنقه‌ی رنگی بزرگ} = \frac{(15+7) \times 3}{2} = \frac{24 \times 3}{2} = 33$$

$$\Rightarrow \text{مساحت قسمت رنگی} = 16\frac{1}{5} + 33 = 49\frac{1}{5}$$

۹ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

مساحت چهار مربع کوچک  $2 \times 2$  و چهار مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین را از مساحت کل شکل کم می‌کنیم تا مساحت قسمت رنگی به دست آید. اگر دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین شکل را از ضلع بزرگ به هم بچسبانیم، مربعی به قطر ۶ به وجود می‌آید.



$$\text{مساحت هر مثلث} = 18 \div 2 = 9 \Rightarrow \text{مساحت مربع} = \frac{6 \times 6}{4} = 9$$

$$\text{مساحت هر مربع کوچک} = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{مساحت کل ناحیه سفید} = (4 \times 4) + (4 \times 9) = 52$$

$$\text{مساحت مربع بزرگ (کل شکل)} = 10 \times 10 = 100$$

$$\text{مساحت قسمت رنگی} = 100 - 52 = 48$$

۱۰ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

چون مساحت مربع ۷۲ دسی متر مربع است و عددی صحیح نداریم که حاصل ضرب آن در خودش مساوی ۷۲ شود، برای مساحت مربع از رابطه‌ی مساحت لوزی استفاده می‌کنیم تا قطر مربع به دست آید:

$$\text{دسی متر} = 12 \Rightarrow \text{قطر مربع} = 12 \Rightarrow 12 \times 12 = 144 = 72 \times 2 = \text{قطر} \times \text{قطر} \Rightarrow \text{مساحت مربع} = \frac{\text{قطر} \times \text{قطر}}{2} = 72$$

پس قطر بزرگ لوزی سفید ۱۲ و قطر کوچک آن ۵ دسی متر (۵۰ سانتی متر) است.

$$\text{دسی متر مربع} = 42 = 72 - 30 \Rightarrow \text{مساحت قسمت رنگی} = 72 - 30 = 42 \Rightarrow \text{مساحت لوزی سفید} = \frac{12 \times 5}{2} = 30$$

قدم ۳۳ ۱. مساحت (تکمیلی)

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{array}{l} \text{مساحت مربع} = 8 \times 8 = 64 \\ \text{مساحت دایره} = 4 \times 4 \times \frac{3}{14} = 50/24 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مساحت قسمت رنگی} = 64 - 50/24 = 13/76$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

قطر ۵ برابر می‌شود، پس شعاع دایره نیز ۵ برابر و در نتیجه مساحت دایره  $5 \times 5 = 25$  برابر می‌شود. با یک مثال می‌توان ۲۵ برابر شدن مساحت را نتیجه گرفت؛ اگر شعاع دایره ۲ باشد، مساحت آن  $4 \times 3/14 = 4 \times 3/14 = 2 \times 2 \times 3/14$  است و اگر شعاع ۵ برابر شود، مساحت جدید برابر می‌شود با:

$$\text{مساحت} = 25 \text{ برابر می‌شود.} \Rightarrow 25 \times 4 \times 3/14 = 10 \times 10 \times 3/14 = 100 \times 3/14$$

۳ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

ارتفاع دوزنقه با شعاع دایره مساوی است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مساحت دوزنقه} = \frac{(30+20) \times 10}{2} = 250 \\ \text{مساحت نیم دایره} = \frac{10 \times 10 \times 3/14}{2} = 157 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مساحت ناحیه رنگی} = 250 - 157 = 93$$



## قدم ۳۶ ۱. جدول داده‌ها، نمودار ستونی و نمودار تصویری

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا جدول داده‌ها را کامل می‌کنیم. تعداد افرادی که ۸ امتیاز گرفته‌اند، ۴ نفر است. همچنین دانش‌آموزان کلاس ۲۱ نفرند، پس جمع عددهای جدول هم باید مساوی ۲۱ باشد. در نتیجه کسانی که امتیاز ۹ گرفته‌اند، ۴ نفرند. باید ببینیم چند نفر امتیاز ۷ یا بیشتر از ۷ گرفته‌اند.

$$۱۲ = ۲ + ۴ + ۴ + ۲ = \text{تعداد افرادی که حداقل ۷ امتیاز گرفته‌اند}$$

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد هر نوع از بستنی‌ها به صورت روبه‌روست:  $۵۰ = \text{تعداد یخی‌ها}$ ،  $۱۴۰ = \text{تعداد لیوانی‌ها}$ ،  $۱۸۰ = \text{تعداد قیفی‌ها}$

تعداد بستنی‌های عروسکی فروخته‌شده نصف تعداد بستنی‌های لیوانی است، پس:  $۷۰ = ۱۴۰ \div ۲ = \text{تعداد عروسکی‌ها}$

$$\Rightarrow ۱۹۰ = ۱۴۰ + ۵۰ = \text{تعداد یخی‌ها} + \text{تعداد لیوانی‌ها}$$

## قدم ۳۶ ۲. نمودار دایره‌ای و نمودار خط شکسته

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

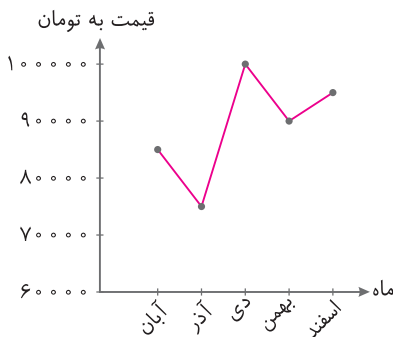
روش اول: بررسی گزینه‌ها

گزینه ۲: نادرست؛ زیرا قیمت ماه بهمن پایین‌تر از آبان و قیمت ماه اسفند و آبان برابر نشان داده شده است.

گزینه ۳: نادرست؛ زیرا قیمت ماه بهمن از همه‌ی ماه‌ها کمتر نشان داده شده است.

گزینه ۴: نادرست؛ زیرا قیمت ماه اسفند از بقیه‌ی ماه‌ها بیشتر نشان داده شده است.

روش دوم: رسم نمودار دقیق



۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

توجه: هر دایره  $۳۶۰^\circ$  است؛ بنابراین می‌توانیم نسبت داده‌های رنگی مشخص‌شده به کل داده‌ها را با نسبت زاویه‌ی  $۷۲^\circ$  به  $۳۶۰^\circ$  مساوی قرار دهیم.

$$\frac{\text{داده‌های قسمت مشخص‌شده}}{\text{کل داده‌ها}} = \frac{۷۲^\circ}{۳۶۰^\circ} \Rightarrow \frac{۷۲}{۳۶۰} = \frac{\square}{۱۰۰} \Rightarrow \square = \frac{۷۲ \times ۱۰۰}{۳۶۰} = ۲۰ \Rightarrow ۲۰\% \text{ داده‌ها مربوط به قسمت رنگ شده است.}$$

## مرور و تمرین قدم ۳۶

۱ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

چون قرار است تغییرات رشد نوزاد بررسی شود، بهتر است از نمودار خط شکسته استفاده کند.

۲ پاسخ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به نمودارهای داده‌شده  $\frac{۳}{۴}$  از دانش‌آموزان کلاس (الف) دختر هستند، یعنی تعداد دخترها  $۳۰ = \frac{۳}{۴} \times ۴۰ = ۳۰$  نفر است. از طرفی در کلاس (ب) ۱۶ دختر هست؛ بنابراین اختلاف تعداد دخترها در دو کلاس برابر با  $۱۴ = ۳۰ - ۱۶$  نفر است.