



مجموعه کتاب‌های علامه حلی

# پایه ریاضی حتم

• سید محمد صالح ارشاد

• حجت انصاری





شناسنامه  
کتاب

عنوان و نام پدیدآور : کتاب پاسخ ریاضی دهم، ارشاد، محمد صالح؛  
 مشخصات نشر : تهران: انتشارات حلی، ۱۳۹۷  
 مشخصات ظاهری : ۲۲×۲۹ س م. ۱: مصور (رنگی)، جدول (رنگی)، نمودار (رنگی)؛ ص ۱۹۰  
 فروست : مجموعه کتاب علامه حلی  
 شابک : 978-600-496-002-1  
 وضعیت فهرست‌نویسی : فیپای مختصر  
 یادداشت : (فهرست‌نویسی کامل این اثر در نشانی <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است)  
 یادداشت : انصاری، حجت؛  
 شماره کتابشناسی ملی : ۴۴۱۵۵۹



عنوان کتاب : کتاب پاسخ ریاضی دهم  
 ناشر : انتشارات حلی  
 مؤلفان : سید محمد صالح ارشاد، حجت انصاری  
 ویراستار علمی : پارسا مجرد، سبحان ابراهیمی، حسام محمدی  
 مسئول هماهنگی : شیوا دلوچی  
 طراح جلد : سعید شمس  
 صفحه‌آرا : محدثه فریابی کنی  
 رسام : محدثه فریابی کنی، آزاده مهری  
 حروف‌نگار : آزاده مهری  
 سال چاپ : ۱۳۹۶  
 نوبت چاپ : اول  
 شمارگان : ۱۰۰۰ جلد  
 قیمت : ۱۸۹۰۰ تومان  
 شماره شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۴۹۶-۰۰۲-۱



تهران، خیابان انقلاب، میدان فردوسی، ابتدای کوچه براتی، پلاک ۱۶ و ۱۴

تلفن دفتر مرکزی: ۵-۶۶۷۴۴۳۱۴

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.

هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق برداشت و انتشار تمام یا قسمتی از اثر را به صورت چاپ، فتوکپی، جزوه و مجازی ندارد. متخلفان به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشران تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



چاپ  
برای

فصل ۱	تمرین	۷
مجموعه،	تست	۲۷
الگو دنباله	آزمون	۳۳
	آزمون تکمیلی	۳۵

فصل ۲	تمرین	۳۶
مثلثات	تست	۵۱
	آزمون	۶۳
	آزمون تکمیلی	۶۵

فصل ۳	تمرین	۶۷
توان‌های گویا	تست	۸۶
و ...	آزمون	۹۲

فصل ۴	تمرین	۹۴
معادله و	تست	۱۱۲
نامعادله	آزمون	۱۲۵
	آزمون تکمیلی	۱۲۸

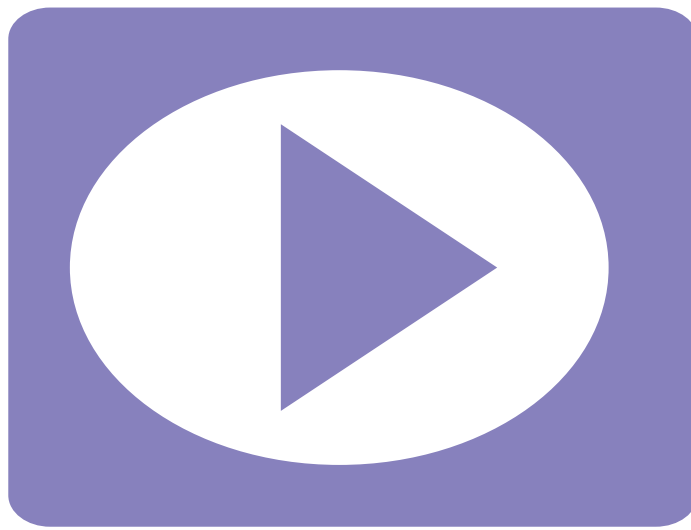
فصل ۵	تمرین	۱۳۰
تابع	تست	۱۴۵
	آزمون	۱۵۵

فصل ۶	تمرین	۱۵۷
شمارش	تست	۱۶۶
بدون شمردن	آزمون	۱۷۲

فصل ۷	تمرین	۱۷۴
آمار و احتمال	تست	۱۸۲
	آزمون	۱۸۹



پیشگفتار



با نرم افزار موبایل «کتاب زنده» > پوره شود.

## مقدمه مؤلف

مجموعه حاضر پاسخ‌نامه تشریحی کتاب ریاضی پایه دهم علامه حلی است. تمامی سوالات تشریحی و تستی در انتهای هر بخش از کتاب در این مجموعه پاسخ داده شده است. سعی کرده‌ایم سوالات سخت و پیچیده‌تر، کامل‌تر توضیح داده شود و پاسخ سوالات ساده‌تر با توضیح کمتری آورده شده است.

قطعا این مجموعه زمانی برای شما مفید خواهد بود که برای حل هر سوال مدت زیادی زمان صرف کرده باشید و فقط برای چک پاسخ سوالات به این مجموعه مراجعه کنید. در واقع اگر فقط برای دیدن پاسخ سوالات بدون فکر کردن به این کتاب مراجعه کنید، بیشترین ضرر را خواهید کرد.

در انتها جا دارد از آقایان پارسا مجرد، سبحان ابراهیمی و حسام محمدی که در تهیه این کتاب و نوشتن و ویرایش پاسخ‌ها ما را یاری کردند، نهایت تشکر را داریم.

در نهایت تیم تالیف و وظیفه خود می‌داند تا از تمامی همکاران انتشارات که نهایت همکاری را با این تیم داشتند به‌ویژه مدیر انتشارات، آقای عابدی، مدیر موسسه علامه حلی آقای حنیفی تشکر و قدردانی نمایند. همچنین اگر زحمات خانم‌ها: فرهنگیان، فریابی، قلیچ خانی، دلوچی، مهری، که برای تایپ، صفحه آرایی، تصویرسازی، هماهنگی و چاپ و دیگر مراحل تولید این اثر تلاش کردند، نبود، محتوای این کتاب هرگز بر روی کاغذ ماندگار نمی‌شد.

سید محمد صالح ارشاد  
حجت انصاری





✓ مجموعه اعداد حقیقی

۱. (۱) نادرست  $N = \{1, 2, \dots\}, Z = \{\dots, 0, 1, 2, \dots\} \Rightarrow N \subset Z$  (۲) نادرست  
 (۳) درست (۴) درست  $N = \{1, 2, \dots\}, W = \{0, 1, 2, \dots\}, Z = \{\dots, 0, 1, 2, \dots\}$   
 (۵) نادرست (۶) نادرست  $W \subset R \Rightarrow R \cap W = W$   
 (۷) درست  $W \subset Z \Rightarrow W \cup Z = Z$   
 (۸) درست (۹) درست (تهی زیر مجموعه همه مجموعه‌ها است).  
 (۱۰) درست  $\{\} = \emptyset$  (۱۱) درست  $R = Q \cup Q', Q' \cap Z = Q$

۲.

نوع بازه	نمایش با بازه	نمایش به صورت مجموعه	نمایش هندسی
بازه باز	$(2, 7)$	$\{x   x \in \mathbb{R}, 2 < x < 7\}$	
بازه نیم باز	$(2, 3]$	$\{x   x \in \mathbb{R}, 2 < x \leq 3\}$	
بازه باز	$(-\infty, 4)$	$\{x   x \in \mathbb{R}, x < 4\}$	
بازه نیم باز	$[0, +\infty)$	$\{x   x \in \mathbb{R}, 0 \leq x\}$	
بازه نیم باز	$(-\infty, 3]$	$\{x   x \in \mathbb{R}, x \leq 3\}$	
بازه نیم باز	$[2, 4)$	$\{x   x \in \mathbb{R}, 2 \leq x < 4\}$	
بازه نیم باز	$(3, 5]$	$\{x   x \in \mathbb{R}, 3 < x \leq 5\}$	

۳. بازه  $\mathbb{R} - (2, 5]$  یعنی همه اعداد حقیقی به جز اعداد بین ۲ و ۵ و خود عدد ۵ که نمایش آن بر روی محور به صورت روبه‌رو است:  
 $\{x | x \in \mathbb{R}, x < 2 \text{ یا } x \geq 5\}$  یا  $\{x | x \in \mathbb{R}, x < 2\} \cup \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq 5\}$

از آن‌جا که ۲، عضو بازه  $(2, 5]$  است و ۵ عضو این بازه نیست در مجموعه  $\mathbb{R} - [2, 5)$  باید حذف شود ولی ۵ نباید حذف شود.

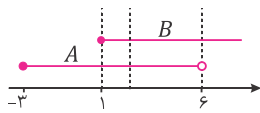
۴.

$$-2 < \frac{x+1}{3} \leq 3 - x \xrightarrow{\times 3} -4 < x+1 \leq 9 - 3x \xrightarrow{-1} -5 < x \leq 5$$

$$\{x | x \in \mathbb{R} \text{ یا } -5 < x \leq 5\}$$

پس مجموعه  $A$  به صورت زیر است:

که به صورت بازه  $[-5, 5]$  قابل نمایش است.



$$A \cap B = [1, 6)$$

$$A \cup B = [-3, +\infty)$$

(ب) اجتماع دو مجموعه اعدادی هستند که عضو  $A$  هستند یا عضو  $B$ :

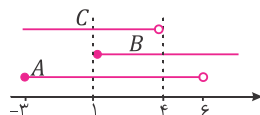
$$A - B = \{x | x \in A, x \notin B\} = [-3, 1)$$

(پ) باید آن قسمت از مجموعه  $A$  را که شامل  $B$  نیست به دست آوریم:



$$B \cap C = [1, 4)$$

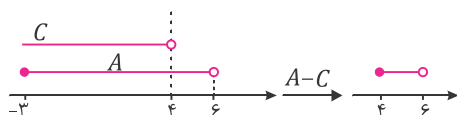
(ت)



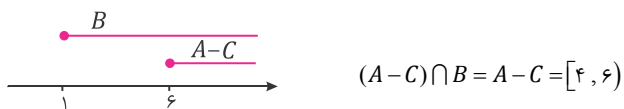
$$A \cap B \cap C = [1, 4)$$

(ث) اشتراک سه مجموعه، بازه‌ای است که اگر خطی عمودی رسم کنیم، هر سه بازه را قطع کند.

ج) ابتدا نمایش  $A-C$  را با مجموعه  $B$  اشتراک می‌گیریم.



حال مجموعه  $A-C$  را روی محور به دست می‌آوریم:



۶.  $[-1, +\infty) \cap (-\infty, 1) = [-1, 1)$

۷.  $[-1, 1) \cap (-\infty, -1] = \{-1\}$

۸. ۱) منتهای ۲) نامتنهای ۳) نامتنهای ۴) منتهای ۵) نامتنهای

۹. الف)  $\{-3, 4, 5\}$  ب)  $[-3, 5]$  ج)  $[-\infty, 6]$  د)  $[-1, 6]$

۶.

۷.

۸.

۹.

۱۰.

۱)  $A' = M - A \Rightarrow A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

۲)  $B' = M - B \Rightarrow B' = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

۳)  $C' = M - C \Rightarrow C' = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$

۴)  $A \cup B = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

۵)  $A \cap B = \emptyset$

۶)  $A \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

۷)  $A \cap C = \{2\}$

۸)  $B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

۹)  $B \cap C = \{3, 5, 7\}$

۱۰)  $(B \cap C)' = M - (B \cap C) = \{1, 2, 4, 6, 8, 9, 10\}$

۱۱)  $A \cup (B \cap C) = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

۱۲)  $(A \cup B) \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

۱۳)  $(A' \cap B) \cap C' = (B \cap A') \cap C' = (B - A) \cap C' = B \cap C' = \{1, 9\}$

۱۴)  $A' \cap B' \cap C' = (A' \cap B') \cap C' \Rightarrow A' \cap B' \cap C' = \emptyset \cap C' = \emptyset$

۱۵)  $(A' \cup B') \cap C = (A \cap B)' \cap C = C - (A \cap B) = C$

۱۶)  $M \cap (A' \cap C) = A' \cap C = \{3, 5, 7\}$

۱۱.

$A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   $B = \{3, 5, 7, 9, 11\}$   $C = \{2, 3, 6, 7, 13\}$

۱)  $A - B = \{6, 8, 10\}$

۲)  $B - C = \{5, 9, 11\}$

۳)  $(B - A) - C = \{11\}$  ,  $B - A = \{3, 11\}$

۴)  $(A \cup B) - (A \cap B) = \{3, 6, 8, 10, 11\}$

$A \cup B = \{3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$   $A \cap B = \{5, 7, 9\}$

۵)  $B - (A - C) = \{3, 7, 11\}$   $A - C = \{5, 8, 9, 10\}$

۶)  $(B - C) \cap A = \{5, 9\}$

۷)  $[(A \cup C) - B] \cap (C - B) = \{2, 6, 13\}$

$A \cup C = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13\}$   
 $C - B = \{2, 6, 13\}$   $\Rightarrow [(A \cup C) - B] = \{2, 6, 8, 10, 13\}$

۱۲.

$(A')' = A = \{9, 10, 11, \dots\}$

$A' = M - A = \{1, 2, \dots, 8\}$  ۸ عضو دارد

$A'$  مجموعه‌های مجموعه‌ها  $\Rightarrow 2^{|A'|} = 2^8 = 256$

۱۳.

$A' = \{x \in N \mid x \geq 2\} = \{2, 3, 4, \dots\} \Rightarrow A = M - A' = \{1\}$

$B' = \{x \in N \mid x \geq 5\} = \{5, 6, 7, \dots\} \Rightarrow B = M - B' = \{1, 2, 3, 4\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$





۱. گزینه «۲»

$$\left. \begin{array}{l} A = [2, 6) \\ A \cup B = [2, 7] \rightarrow B = \dots, 7] \\ A \cap B = (3, 6) \rightarrow B = (3, \dots) \end{array} \right\} \rightarrow B = (3, 7]$$

۲. گزینه «۲»

$$A \cap C = [1, 4] \rightarrow B \cup (A \cap C) = B \cup [1, 4] = (-2, 3] \cup [1, 4] = (-2, 4]$$

۳. گزینه «۲»

$$\left\{ \begin{array}{l} m+1 < 3 \rightarrow m < 2 \\ 3 < 2m+5 \rightarrow -2 < 2m \rightarrow -1 < m \end{array} \right\} \rightarrow -1 < m < 2$$

۴. گزینه «۳»

$$\left\{ \begin{array}{l} x-1 > -2 \rightarrow x > -1 \\ x^2 \leq 4 \rightarrow -2 \leq x \leq 2 \end{array} \right\} \rightarrow x \in (-1, 2]$$

۵. گزینه «۱»

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow -3 \leq x < 4 \\ B \rightarrow -3 \leq -x < 4 \rightarrow 3 \geq x > -4 \end{array} \right\} \Rightarrow A - B = [-3, 4) - (-4, 3] = (3, 4)$$

۶. گزینه «۴»

$$\left. \begin{array}{l} A \cap B' = A - B = \{3, 4\} \rightarrow 3, 4 \in A \\ A \cap B = \{1, 2\} \rightarrow 1, 2 \in A \end{array} \right\} \rightarrow A = \{1, 2, 3, 4\}$$

۷. گزینه «۱»

$$C' \subset B' \rightarrow B \subset C \xrightarrow{A \subset B} A \subset C$$

۸. گزینه «۱»

$$[A'] \cap [(B \cap A) \cup (B \cap A')] = A' \cap (B \cap A) \cup (B \cap A') = A' \cap \underbrace{(B \cap (A \cup A'))}_B = A' \cap B = A' - B$$

۹. گزینه «۴»

$$A' - B = A' \cap B' = B' \cap A' = B' - A$$

۱۰. گزینه «۴»

$$(A' - B)' = (A' \cap B')' = A \cup B$$

۱۱. گزینه «۱»

$$A' \cap \underbrace{[(B \cup A) \cup B]}_B = A' \cap B$$

۱۲. گزینه «۱»

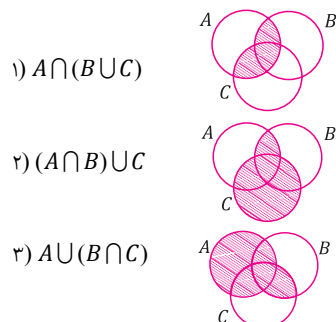
$$(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A' = (A \cap B')' \cap (A \cup B) \cap A' = (A' \cup B) \cap (A \cup B) \cap A' = (\emptyset \cup B) \cap A' = B \cap A' = B - A$$

۱۳. گزینه «۴»

$$(R \cup S) - (R \cap S) = (R - S) \cup (S - R)$$

$$1) (R \cup S) \cap (S' \cup R') = (R \cup S) \cap (S \cap R)' = (R \cup S) - (S \cap R)$$

۱۴. گزینه «۴»



۱۵. گزینه «۴»

$$((A-B) \cup (B-A))' = ((A \cap B') \cup (B \cap A'))' = (A \cap B')' \cap (B \cap A')' = (A' \cup B) \cap (B' \cup A)$$

۱۶. گزینه «۲»

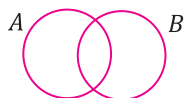
$$A \cup B = A \cap B' \xrightarrow[\text{دو طرفه با}]{\text{اشتراک}} \underbrace{B \cap (A \cup B)}_B = \underbrace{A \cap B' \cap B}_\emptyset \Rightarrow B = \emptyset$$

۱۷. گزینه «۱»

$$A - B = B - A \Rightarrow A \cap B' = B \cap A' \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\cup A} A \cup (A \cap B') = (B \cap A') \cup A \rightarrow A = A \cup B \\ \xrightarrow{\cup B} B \cup (A \cap B') = B \cup (B \cap A') \rightarrow B \cup A = B \end{array} \right. \rightarrow A = B = A \cup B$$

۱۸. گزینه «۳»

با توجه به شکل اگر  $A \cup B$  زیر مجموعه  $A - B$  است باید  $B$  تهی باشد



$$A \cap B' \rightarrow A \cup B \subset A - B$$

۱۹. گزینه «۱»

$$\left. \begin{array}{l} (B - A) \subseteq B \\ A \cap (B - A) = \emptyset \end{array} \right\} \rightarrow A \cup (B - A) = B \rightarrow A \subset B$$

۲۰. گزینه «۴»

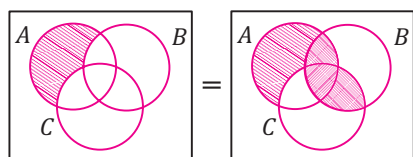
$$\left. \begin{array}{l} B \subseteq (A \cup B) \\ A \cup B \subseteq B \\ A \subseteq (A \cup B) \end{array} \right\} \rightarrow A \subseteq B \rightarrow A \cap B = A$$

۲۱. گزینه «۱»

$$B' \subseteq A \rightarrow A' \subseteq B \rightarrow A' - B = \emptyset \\ [(A' - B) \cup (B \cap A)] = [\emptyset \cup (A \cap B)] = A \cap B$$

۲۲. گزینه «۳»

با مقایسه دو نمودار به این نتیجه می‌رسیم که:



$$B \cap (A \cup C) = \emptyset$$

سمت چپ تساوی

سمت راست تساوی

۲۳. گزینه «۲»

$$A \subset (C \cap B) \rightarrow A \subset C, A \subset B \\ (A - B) \cup (A \cap C) \xrightarrow{A \subset B} = (\emptyset) \cup (A \cap C) \xrightarrow{A \subset C} \emptyset \cup (A) = A$$

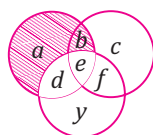
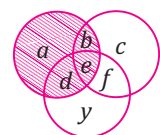
۲۴. گزینه «۴»

$$A - B' = B' \rightarrow A \cap B = B' \\ B - (A \cap B) \xrightarrow{A \cap B = B'} = B - (B') \xrightarrow{B \cap B' = \emptyset} = B$$

۲۵. گزینه «۴»

با توجه به نمودار ون زیر داریم:

$$A \cap B' = A \cap C' \rightarrow A - B = A - C$$



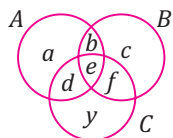
$$\Rightarrow d, b = \emptyset \Rightarrow A \cap B = A \cap C = e$$

$$A \cap B' = A - B \quad A \cap C' = A - C \Rightarrow (A \cap B)' = (A \cap C)' \Rightarrow A' \cup B' = A' \cup B' = A' \cup C'$$

۲۶. گزینه «۲»

مجموعه  $B \cap (A - B)$  را با  $A$  اشتراک می‌دهیم:  
پس:

$$A \cap [B \cap (A - B)] = A \cap [B \cap (A \cap B')] = A \cap A' \cap B \cap C = \emptyset \\ A \cap (A - B) = \emptyset \rightarrow A \cap (A \cap B') = \emptyset \rightarrow A \cap B' = \emptyset \rightarrow A \subseteq B$$



$$A \cup (B - C) = C \cap (A \cup B) \Rightarrow a, b, c, f = \emptyset \Rightarrow B = e \Rightarrow B \subset A$$

۲۷. گزینه «۱»

به کمک نمودار ون داریم:

۲۸. گزینه «۳»

$$(B - A) \cup A = (B \cap A') \cup A = (B \cup A) \cap (A' \cup A) = (B \cup A) \cap M = B \cup A = A \rightarrow B \subseteq A \rightarrow B - A = \emptyset$$



$$(A' \cup B)' = A \cap B' = A - B = A - (A \cap B) = A - \emptyset = A$$

۱. گزینه «۱»

$$\left. \begin{aligned} C \cap [A \cap (A \cup B')] &= C \cap [A] = C \cap A \\ C \subset A \cap B &\rightarrow C \subset A \end{aligned} \right\} \rightarrow C \cap A = C$$

۲. گزینه «۲»

$$(A \cap B) \cup (B \cap C') \cup C = (A \cap B) \cup [(B \cap C') \cup C] = (A \cap B) \cup [(B \cup C) \cap (C' \cup C)] = (A \cap B) \cup [(B \cup C) \cap M] \\ = (A \cap B) \cup (B \cup C) \xrightarrow{A \cap B \subset B \rightarrow A \cap B \subset B \cup C} = B \cup C$$

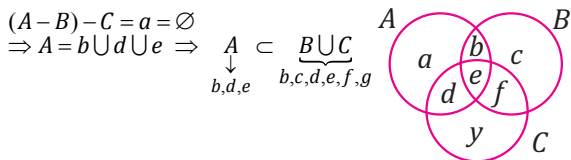
۳. گزینه «۳»

$$A \cap B = \{6, 12, 18, \dots, 102\} \rightarrow |A \cap B| = \frac{102}{6} = 17 \\ |(A - B) \cup (B - A)| = |A| + |B| - 2|A \cap B| = 51 + 34 - 2(17) = 51$$

۴. گزینه «۳»

$$A - (B - C) = \emptyset \rightarrow A \subseteq (B - C) \xrightarrow{(B - C) \subset B} A \subseteq B$$

۵. گزینه «۱»



۶. گزینه «۲»

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= (-2, 0) \\ A_2 &= (-1, \frac{1}{2}) \\ A_3 &= (-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}) \\ A_\infty &= (0, 1) \end{aligned} \right\} \cup (-2, 1)$$

۷. گزینه «۴»

$$\left. \begin{aligned} \bigcup_{i=2}^{n=2} \left[ \frac{1}{i}, 1 \right] &\rightarrow \left[ \frac{1}{2}, 1 \right] \\ \bigcup_{i=2}^{n=3} \left[ \frac{1}{i}, 1 \right] &\rightarrow \left[ \frac{1}{2}, 1 \right] \cup \left[ \frac{1}{3}, 1 \right] = \left[ \frac{1}{3}, 1 \right] \\ \bigcup_{i=2}^{n=4} \left[ \frac{1}{i}, 1 \right] &\rightarrow \left[ \frac{1}{2}, 1 \right] \cup \left[ \frac{1}{3}, 1 \right] \cup \left[ \frac{1}{4}, 1 \right] = \left[ \frac{1}{4}, 1 \right] \end{aligned} \right\} \rightarrow \left[ \frac{1}{2}, 1 \right]$$

۸. گزینه «۲»

$$A \cap B' = (A - B) \subseteq A \rightarrow \text{متناهی}$$

۹. گزینه «۱»

۱۰. گزینه «۲»  
 جمله اول مشترک ۷ است. چون قدر نسبت دو دنباله به ترتیب ۴ و ۵ است پس ک.م.م آنها یعنی ۲۰ قدر نسبت دنباله مشترک است.

$$a_1 = 7, d = 20 \rightarrow 7 + (n-1)20 < 195 \\ \rightarrow 20(n-1) < 188 \rightarrow (n-1) < \frac{188}{20} \rightarrow n-1 < 9/\dots \rightarrow n < 10/\dots \rightarrow 1 \leq n \leq 10$$

۱۱. گزینه «۳»

۰, ۲, ۴, ۸, ۱۲

مشابه سوال ۳۶ تست ها

۱۲. گزینه «۲»

$$210 = \frac{20}{2} \times (1 + 20)$$

آخرین جملهء دسته بیستم  $1 + 2 + \dots + 19 + 20$  امین عدد فرد است یعنی

$$a_n = 2n - 1 \rightarrow a_{210} = 2 \times 210 - 1 = 419$$

۱۳. گزینه «۳»

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 12 \\ a_{13} &= 84 \end{aligned} \right\} \rightarrow a_{13} - a_1 = 84 - 12 = 12d \rightarrow 72 = 12d \rightarrow d = 6$$

۱۴. گزینه «۲»

$$10 \leq 3k + 2 \leq 99 \rightarrow 8 \leq 3k \leq 97 \rightarrow \frac{8}{3} \leq k \leq \frac{97}{3}$$

$$\rightarrow 2/\dots \leq k \leq 32/\dots \xrightarrow{k \in \mathbb{N}} 3 \leq k \leq 32 \rightarrow 30$$

۱۵. گزینه «۲»

$$(2x-1)(4x+4) = (3x)^2 \rightarrow 8x^2 + 4x - 4 = 9x^2 \rightarrow x = 2$$

$$\rightarrow \text{جملات دنباله: } 3, 6, 12 \rightarrow q = 2 \rightarrow a_n = a_1 q^{n-1} = 3 \times 2^{n-1} = 3 \times 2^7 = 3 \times 128 = 384$$

$$a_1 = 3$$

۱۶. گزینه «۲»

$$\begin{cases} a_1 q + a_1 q^2 = 6 \rightarrow a_1 3q(1+q) = 6 \\ a_1 q^2 + a_1 q^3 = 18 \rightarrow a_1 q^2(1+q) = 18 \end{cases}$$

$$\frac{a_1 q^2(1+q)}{a_1 q^2(1+q)} = \frac{18}{6} \rightarrow q = 3 \rightarrow a_1 = \frac{1}{3}$$

۱۷. گزینه «۴»

$$q^6 = \frac{-16}{-\frac{1}{4}} = 64 \rightarrow q = \pm 2 \xrightarrow{q < 0} q = 2$$

جملات دنباله:  $\frac{1}{3}, [\frac{1}{3}, -1, 2, -4, 8], -16 \Rightarrow$  کوچکترین  $= -4$

۱۸. گزینه «۲»

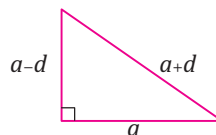
$$\rightarrow 3a = \frac{1}{4}a(a-d) \rightarrow 6a = a^2 - ad$$

$$\xrightarrow{\text{فیناغورس}} (a-d)^2 + a^2 = (a+d)^2$$

$$\rightarrow a^2 - 2ad + d^2 + a^2 = a^2 + 2ad + d^2 \rightarrow a^2 = 4ad \xrightarrow{\div a} a = 4d$$

$$a^2 - 6a - ad = 0 \xrightarrow{a=4d} 16d^2 - 24d - 4d^2 = 0$$

$$\rightarrow 12d^2 - 24d = 0 \rightarrow 12d(d-2) = 0 \rightarrow d = 0 \text{ یا } 2 \rightarrow a+d = 5d = 5 \times 2 = 10$$



۱۹. گزینه «۱»

$$(a-d) + a + (a+d) = 3a = 6 \rightarrow a = 2$$

$$(a-d)^2 + a^2 + (a+d)^2 = 132 \xrightarrow{a=2} 24 + 12d^2 = 132$$

$$\rightarrow 12d^2 = 108 \rightarrow d^2 = 9 \rightarrow d = \pm 3$$

۲۰. گزینه «۳»

اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند  $ac = b^2$  پس  $abc = b^3 = 125$  و  $b=5$  است. از طرفی  $a = \frac{b}{q}$  و  $c = bq$  است پس:

$$bq^{-1} + b + bq = 31 \xrightarrow{\times q} b + bq + bq^2 = 31q \xrightarrow{b=5} bq^2 - 26q + 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} q = 5 \\ q = \frac{1}{5} \end{cases} \rightarrow 5 + \frac{1}{5} = 5 \frac{1}{5}$$

۲۱. گزینه «۱»

$$a, q^3, a, q^5, a, q^7 \rightarrow a, q^3 + a, q^5 = 2a, q^5 \xrightarrow{\div a, q^3} 1 + q^2 = 2q^2 \rightarrow q^2 - 2q^2 + 1 = 0 \rightarrow (q-1)(q^2 - q - 1) = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

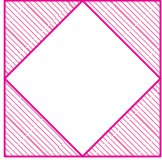


۱. گزینه «۳»

$$S_f - S_r = a_f \Rightarrow \begin{cases} S_f = \frac{2 \times (3^f - 2)}{3} = \frac{2 \times 79}{3} \\ S_r = \frac{2(3^r - 2)}{3} = \frac{2 \times 25}{3} \end{cases} \Rightarrow S_f - S_r = \frac{2(79 - 25)}{3} = 2 \times 18 = 36$$

۲. گزینه «۲»

دنباله مساحت‌های رنگ‌شده در هر مرحله به صورت زیر است:



$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots \Rightarrow S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{\frac{1}{2}(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} > \frac{96}{100} \Rightarrow 1 - (\frac{1}{2})^n > \frac{96}{100} \Rightarrow (\frac{1}{2})^n < \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \Rightarrow 2^n > 25 \Rightarrow n \geq 5$$

۳. گزینه «۱»

$$\begin{cases} A = a_1 + a_r + \dots + a_{q_1} \\ \quad + d + d \quad \quad + d \\ B = a_r + a_f + \dots + a_{100} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + B = S_{100} \\ B - A = 50d \end{cases} \Rightarrow \frac{2B = S_{100} + 50d}{2B = S_{100} + 50d}$$

$$S = n^2 - n \Rightarrow \begin{cases} a_1 = S_1 = 0 \\ a_r = S_r - S_{r-1} = 2 \end{cases} \Rightarrow d = 2$$

$$S = \frac{S_{100} + 50 \times 2}{2} = \frac{100^2 - 100 + 100}{2} = 5000$$

پس:

۴. گزینه «۲»

$$\begin{cases} a_1 + a_r + a_f + a_f \\ a_{100} + a_{q_1} + a_{q_1} + a_{q_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{(a_{100} + a_1) + (a_{q_1} + a_r) + (a_{q_1} + a_f) + (a_{q_1} + a_f)}{(a_{100} + a_1) + (a_{q_1} + a_r) + (a_{q_1} + a_f) + (a_{q_1} + a_f)} = 60 \Rightarrow 4(a_{100} + a_1) = 60 \Rightarrow a_{100} + a_1 = 15 \Rightarrow S_{100} = \frac{100}{2}(a_1 + a_{100}) = 50 \times 15 = 750$$

۵. گزینه «۳»

$$\begin{aligned} a_r + a_f &= a_f + a_d \Rightarrow a_r + a_f + a_d + a_f = 2(a_f + a_d) = 2 \times 8 \Rightarrow a_f + a_d = 19 \\ \Rightarrow \begin{cases} a_f + a_d = 19 \\ a_f a_d = 88 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} a_d = 11 \\ a_f = 8 \end{cases} \Rightarrow d = a_d - a_f = 3 \Rightarrow a_f = 2a_1 + \frac{3d}{9} = 8 \Rightarrow a_1 = -1 \\ \Rightarrow S_r &= \frac{r}{2}(2a_1 + 19d) = 10(-2 + 19 \times 3) = 10 \times 55 = 550 \end{aligned}$$

۶. گزینه «۲»

$$\frac{S_f}{S_r} = \frac{a_1 \frac{(q^f - 1)}{q - 1}}{a_1 \frac{(q^r - 1)}{q - 1}} = \frac{q^f - 1}{q^r - 1} = q^r + 1 = \frac{126}{112} \Rightarrow q^r = \frac{14}{112} = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$S_r = a_1 \frac{q^r - 1}{q - 1} = 112 \xrightarrow{q = \frac{1}{2}} a_1 \times \frac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 112 \Rightarrow \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} a_1 = 112 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 = 112 \Rightarrow a_1 = 224$$

۷. گزینه «۱»

$$\frac{a_d}{a_1} = \frac{189}{27} \Rightarrow q^f = 7 \Rightarrow q = \pm 3$$

$$S_f = \frac{a_1(q^f - 1)}{q - 1} = \frac{27}{3} \times \frac{(-3)^6 - 1}{-3 - 1} = \frac{27 \times (3^6 - 1)}{-4} = -\frac{12747}{4}$$

چون در دنباله منفی وجود دارد  $q = -3$  است.

۸.

$$\begin{cases} S_f = \frac{f}{2}(a_1 + a_f) = 40 \Rightarrow a_1 + a_f = 20 \\ S_d = \frac{r}{2}(a_d + a_r) = 51 \Rightarrow a_d + a_r = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 3d = 20 \\ 2a_1 + 10d = 36 \end{cases} \Rightarrow 7d = 16 \Rightarrow d = 2 \Rightarrow a = 7$$