


مقدمه مؤلفان

خداوند مهربان را شاکریم که بار دیگر این توفیق را نصیبمان کرد تا بتوانیم گامی هر چند کوچک در راه آموزش فرزندان عزیزمان برداریم. کتابی که پیش روی شماست، شامل دو بخش کاملاً مجزای زیر است: بخش اول: کتاب کار است که درسنامه‌هایی روان و مبتنی بر آخرین تغییرات کتاب درسی دارد که در هر درس، سؤال‌های طبقه‌بندی‌شده هدفدار به منظور آشنایی با انواع سؤال‌ها و تفهیم و تعمیق مطالب آموزشی تألیف شده است.

برای هر فصل، آزمونی از مطالب همان فصل طراحی شده است که در اپلیکیشن کلاغ سپید قرار دارد و شما عزیزان می‌توانید آنها را دریافت و مطالعه کنید. اپلیکیشن رایگان کلاغ سپید را از سایت www.gaj.ir دریافت و روی تلفن همراه یا تبلت خود نصب کنید.

در این بخش، یک نمونه آزمون استاندارد نوبت اول و یک نمونه آزمون استاندارد نوبت دوم به ترتیب در میانه فصل چهارم و پایان فصل هشتم قرار گرفته است.

بخش دوم: کتاب شاهکار امتحانی است. در این قسمت، سؤال‌های امتحانی مهم و پرتکرار هر فصل همراه با پاسخ تشریحی آنها آورده شده است. این بخش به منظور آمادگی دانش‌آموزان برای شرکت در آزمون‌های مدارس در نظر گرفته شده و در روزهای نزدیک امتحان بسیار کارآمد است.

در این بخش، مواردی که با نماد  مشخص شده، نشان می‌دهد آموزش و توضیحات لازم و ضروری آن موضوع به صورت فیلم‌های آموزشی در اپلیکیشن کلاغ سپید بارگذاری شده است و می‌توانید آنها را دریافت و تماشا کنید. در این بخش نیز یک نمونه آزمون استاندارد نوبت اول و یک نمونه آزمون استاندارد نوبت دوم به همراه پاسخ تشریحی آورده شده است.

صادقانه اذعان می‌کنیم این کتاب نیز مانند هر کتاب دیگری عاری از عیب و نقص نیست؛ بنابراین از دبیران، دانش‌آموزان و اولیای عزیز تقاضا داریم پیشنهادها و انتقادهای سازنده‌ی خود را از طریق تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ یا صندوق پستی ۳۷۷-۱۳۱۴۵ با ما در میان بگذارند و ما را در بهتر شدن این کتاب یاری کنند.

علی‌اصغر حیدری، مجتبی عارف‌نسب

فهرست

۵	مجموعه‌ها	فصل اول
۲۳	عددهای حقیقی	فصل دوم
۳۷	استدلال و اثبات در هندسه	فصل سوم
۵۳	توان و ریشه	فصل چهارم
۶۹	آزمون نوبت اول	
۷۳	عبارت‌های جبری	فصل پنجم
۹۱	خط و معادله‌های خطی	فصل ششم
۱۰۹	عبارت‌های گویا	فصل هفتم
۱۲۳	حجم و مساحت	فصل هشتم
۱۳۶	آزمون نوبت دوم	
۱۴۵	شاهکار امتحانی	
۱۷۶	پاسخنامه شاهکار امتحانی	

فصل ۱ مجموعه‌ها



درس اول: معرفی مجموعه

تعریف مجموعه: به دسته‌ای از اعداد، اشیا، حروف یا اشکال که دوه‌دو متمایز و کاملاً مشخص باشند، مجموعه می‌گوییم. برای مثال مجموعه عددهای طبیعی یک‌رقمی عبارت است از: ۱، ۲، ۳، ... و ۹ که اگر آنها را داخل دو آکولاد قرار دهیم و آن را با حروفی مانند A، B یا ... نام‌گذاری کنیم، در این صورت یک مجموعه تشکیل داده‌ایم.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

به هر یک از عددهای ۱، ۲، ۳، ... و ۹ که در مجموعه A قرار دارند یک **عضو** مجموعه A گفته می‌شود. چون از ۱ تا ۹، نه عدد طبیعی وجود دارد، این مجموعه دارای ۹ عضو است.

نکته

در تعریف مجموعه:

- منظور از عبارت **دوه‌دو متمایز** این است که تکرار در مجموعه اثر ندارد؛ یعنی اگر در مجموعه A، چند مرتبه عدد ۲ نوشته شود، باید عضوهای تکراری را حذف کنیم و فقط یک عضو ۲ را بنویسیم.
- منظور از عبارت **کاملاً مشخص** این است که عضوهای مجموعه به طور **سلیقه‌ای** انتخاب نشوند و عضو مجموعه منحصر به فرد باشد؛ بنابراین نمی‌توان مجموعه‌ای با عنوان «سه شاعر معروف» تشکیل داد، چون هر کسی به طور سلیقه‌ای شاعران معروف را مشخص می‌کند؛ شاید یک فرد از حافظ، سعدی و فردوسی نام ببرد، اما فردی دیگر از حافظ، نظامی و خیام و فرد سوم از مولوی، عطار و فردوسی.

در نوشتن و نمایش مجموعه‌ها، جابه‌جایی اعضای مجموعه اهمیت ندارد؛ به این معنی که با جابه‌جا کردن اعضای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود. برای مثال مجموعه‌های $\{a, 1, 5\}$ ، $\{1, 5, a\}$ و $\{5, a, 1\}$ هیچ تفاوتی ندارند. هر یک از عوامل تشکیل‌دهنده یک مجموعه را عضو آن مجموعه می‌گوییم. برای نمایش عضویت یا تعلق داشتن از نماد \in و برای نمایش عدم عضویت از نماد \notin استفاده می‌کنیم. برای مثال در مجموعه $D = \{1, 5, a\}$ می‌توانیم عضویت هر یک از اعضای مجموعه را به این صورت نمایش دهیم:

$5 \in D$ (۵ عضو مجموعه D است.) $a \in D$ (a عضو مجموعه D است.) $1 \in D$ (۱ عضو مجموعه D است.)

همچنین با توجه به اینکه ۳ عضو این مجموعه نیست، می‌نویسیم $3 \notin D$ و می‌خوانیم: ۳ عضو مجموعه D نیست.

تذکر: دقت کنید که در مجموعه $E = \{2, \{7\}, 3\}$ ، ۷ عضو مجموعه E نیست، بلکه $\{7\}$ عضو مجموعه E است؛ یعنی در این مجموعه $7 \notin E$ و $\{7\} \in E$. همچنین $2 \in E$ و $\{2\} \notin E$ ؛ یعنی همان چیزی که عیناً درون مجموعه می‌بینیم، عضو آن است.

نمودار ون: می‌توانیم اعضای یک مجموعه را داخل یک منحنی یا شکل بسته به صورت زیر نشان دهیم.



به این نوع نمایش مجموعه‌ها، نمایش با استفاده از **نمودار ون** می‌گویند.



نکته

- ۱- اگر مجموعه‌ای هیچ عضوی نداشته باشد، آن مجموعه را مجموعه تهی می‌نامیم و با نماد \emptyset یا $\{\}$ نمایش می‌دهیم. برای مثال مجموعه اعداد اول دو رقمی زوج یا مجموعه اعداد طبیعی بین $2/7$ و $5/7$ هیچ عضوی ندارد و هر کدام یک مجموعه تهی است.
- ۲- مجموعه‌های $\{\emptyset\}$ و $\{\{\}\}$ تهی نیستند، بلکه یک عضوی‌اند و عضوهای آنها به ترتیب \emptyset و $\{\}$ است.

تمرین

۱ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- الف) عبارت «سه قهرمان ایرانی در رشته کشتی» یک مجموعه را مشخص می‌کند. درست نادرست
- ب) عبارت «شمارنده‌های عدد 3^0 » یک مجموعه را مشخص می‌کند. درست نادرست
- پ) عبارت «اعداد منفی بزرگ‌تر از ۵» یک مجموعه را مشخص می‌کند. درست نادرست
- ت) مجموعه $\{1, 3, 5, 3, 1, 3\}$ دارای ۶ عضو است. درست نادرست
- ث) در مجموعه $A = \{d, b, \{a\}\}$ ، یکی از عضوهای مجموعه است. درست نادرست

۲ هر یک از جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.

- الف) به دسته‌ای از اعداد، اشیا، حروف یا شکل‌ها که دوه‌دو متمایز و کاملاً مشخص باشند، می‌گویند.
- ب) به هر یک از عوامل تشکیل دهنده یک مجموعه، آن مجموعه می‌گویند.
- پ) مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد، مجموعه نام دارد که آن را با نماد نشان می‌دهند.
- ت) به نمایش یک مجموعه با منحنی بسته، نمایش با استفاده از نمودار گفته می‌شود.

۳ عبارت‌های مناسب را به یکدیگر وصل کنید.

- | | |
|-----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> مجموعه حروف زبان انگلیسی | <input type="checkbox"/> $\{-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9\}$ |
| <input type="checkbox"/> مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۶ | <input type="checkbox"/> \emptyset |
| <input type="checkbox"/> مجموعه مضرب‌های صحیح یک رقمی ۳ | <input type="checkbox"/> $\{-1, -2\}$ |
| <input type="checkbox"/> مجموعه اعداد صحیح منفی بزرگ‌تر از -3 | <input type="checkbox"/> مجموعه یک عضوی |
| <input type="checkbox"/> مجموعه اعداد اول زوج سه رقمی | <input type="checkbox"/> مجموعه عددهای طبیعی زوج دو رقمی |
| <input type="checkbox"/> $\{7, 7\}$ | <input type="checkbox"/> مجموعه اعداد اول یک رقمی |
| <input type="checkbox"/> $\{2, 3, 5, 7\}$ | <input type="checkbox"/> $\{A, B, C, \dots, Z\}$ |
| | <input type="checkbox"/> $\{1, 2, 3, 6\}$ |

۴ کدام یک از عبارت‌های زیر یک مجموعه را نشان می‌دهد؟ در صورت امکان عضوهای مجموعه را بنویسید.

الف) حروف x و y و اعداد طبیعی بین ۷ و ۱۰ :

ب) اعداد طبیعی فرد دو رقمی:

پ) دو عدد اول کوچک‌تر از ۲۰ :

ت) قرینه اعداد اول یک رقمی:

ث) دو دانشمند معروف ایرانی:

ج) سه عدد فرد متوالی:

۵ هر یک از مجموعه‌های زیر را با یک عبارت کلامی بیان کنید.

الف) $\{۲, ۴, ۶, ۸\}$ (ب) $\{۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹\}$:

پ) \emptyset (ت) $\{-۵, -۴, -۳, -۲, -۱\}$:

ث) $\{-۵, -۱۰, -۱۵, \dots\}$:

۶ با توجه به مجموعه $A = \{-۳, ۷, -۴, ۳\}$ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) $-۳ \in A$

ب) $-۷ \in A$

پ) $۴ \notin A$

ت) $۳ \in A$

ث) $\{۷\} \notin A$

ج) $-(-۳) \in A$

چ) $\frac{-۲۴}{۶} \in A$

ح) $\frac{۲۱}{۳} \notin A$

۷ با توجه به مجموعه‌های $B = \{۱, \{۳\}, ۵\}$ و $D = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

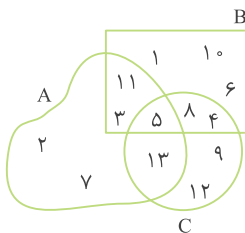
الف) آیا ۳ عضو مجموعه B است؟ عضو مجموعه D چگونه؟

ب) مجموعه عضوهای مشترک دو مجموعه B و D چند عضوی است؟ آن را بنویسید و E بنامید.

پ) کدام یک از این دو مجموعه، نشان‌دهنده اعداد فرد کوچک‌تر از ۶ است؟ چرا؟

۸ با توجه به نمودار ون مقابل:

الف) هر یک از مجموعه‌ها را با عضوهایشان نشان دهید.



A =

B =

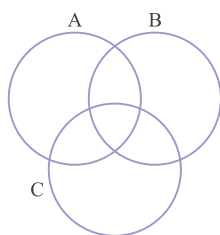
C =

ب) کدام اعداد فقط عضو A هستند؟

پ) کدام اعداد هم عضو B هستند و هم عضو C ، اما عضو A نیستند؟

ت) کدام اعداد عضو هر سه مجموعه هستند؟

۹ دو مجموعه $E = \{۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱\}$ و $F = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$ را با یک نمودار ون نمایش دهید.



۱۰ عضوهای سه مجموعه $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ، $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ و $C = \{2, 4, 8, 16\}$ را در نمودار ون روبه‌رو جایگذاری کنید، سپس یک مجموعه بنویسید که شامل همهٔ عضوهای مشترک هر سه مجموعه باشد.

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ کدام یک از گزینه‌های زیر یک مجموعه تشکیل می‌دهد؟

- (۱) سه عدد طبیعی فرد متوالی
 (۲) سه بازیگر معروف
 (۳) سه شهر زیبای ایران
 (۴) سه نفر اول کنکور سراسری سال ۹۷ در رشتهٔ ریاضی

۲ مجموعهٔ عددهای صحیح و منفی بزرگ‌تر از -10 چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۱
 (۲) ۱۰
 (۳) ۹
 (۴) بی‌شمار عضو

۳ اگر A مجموعهٔ عددهای اول یک‌رقمی باشد، کدام یک از روابط زیر درست است؟

- (۱) $\{2\} \in A$
 (۲) $4 \in A$
 (۳) $1 \in A$
 (۴) $-3 \in A$

۴ تعداد عضوهای مجموعهٔ $E = \{1, \{1\}, \{1, 1\}, \{1, 1, 1\}\}$ کدام است؟

- (۱) ۴
 (۲) ۳
 (۳) ۲
 (۴) ۱

۵ مجموعهٔ مقابل چند عضو دارد؟ $\{\sqrt{36}, \frac{100}{100}, 0/3, -6, \sqrt{25}, \frac{12}{2}, \frac{9}{30}\}$

- (۱) ۷
 (۲) ۶
 (۳) ۵
 (۴) ۴

۶ کدام یک از مجموعه‌های زیر یک‌عضوی نیست؟

- (۱) $\{5, 5, 5\}$
 (۲) $\{\{2, 3\}, \{3, 2\}\}$
 (۳) $\{2, \{2\}\}$
 (۴) $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$

۷ با توجه به شکل مقابل کدام گزینه درست است؟

(۱) تعداد عضوهای هر سه مجموعه برابر است.

(۲) $0 \in A, 4 \notin C$

(۳) عددهای ۱ و ۴ عضو هر سه مجموعه هستند.

(۴) عدد ۳ فقط عضو مجموعهٔ A است و عدد ۷ نیز فقط عضو مجموعهٔ B است.

۸ کدام یک از مجموعه‌های زیر تهی است؟

(۱) اعداد اول زوج

(۲) اعداد حسابی که طبیعی نیستند.

(۳) اعداد طبیعی بین ۲۰ و ۳۰ که بر ۱۶ بخش پذیرند.

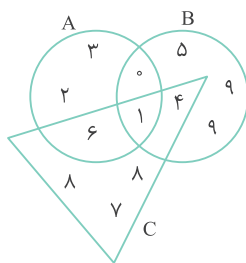
(۴) اعداد صحیح منفی کوچک‌تر از -1

۹ کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) $0 \notin \{0\}$
 (۲) $0 \in \emptyset$
 (۳) $\emptyset \notin \emptyset$
 (۴) $\emptyset \notin \{\emptyset\}$

۱۰ اگر $A = \{0, \{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}\}$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $\{2, 3\} \in A$
 (۲) $5 \notin A$
 (۳) $1 \in A$
 (۴) $0 \in A$



درس دوم: مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

دو مجموعه برابر: دو مجموعه A و B را برابر گویند هرگاه عضوهای دو مجموعه یکسان باشد؛ یعنی هر عضو A ، عضوی از B و هر عضو B ، عضوی از A باشد. به عبارت دیگر هر عضوی که در یکی از مجموعه‌ها می‌بینیم، در دیگری هم ببینیم. تساوی دو مجموعه A و B را با نماد ریاضی به صورت $A = B$ نشان می‌دهیم.

مثال اگر $A = B$ ، $A = \{5\}$ و $B = \{a, b-3\}$ باشد، مقدار a و b را به دست آورید.

چون دو مجموعه A و B برابر هستند، مجموعه B نیز باید یک عضو داشته باشد، یعنی هر دو عضو B باید مساوی ۵ باشند؛ بنابراین:

$$a = 5, b - 3 = 5 \Rightarrow b = 5 + 3 = 8$$

نکته

- همه مجموعه‌های تهی با یکدیگر برابر هستند.
- عددهای $\sqrt{16}$ ، $\frac{12}{3}$ و 2^2 نمایش‌های مختلفی از عدد ۴ هستند، پس با یکدیگر برابرند؛ بنابراین باید در مجموعه‌ها به نمایش مختلف اعداد دقت، و عضوهای تکراری را حذف کرد.

زیرمجموعه: مجموعه A را زیرمجموعه B گویند، هرگاه هر عضوی از A یک عضو از B باشد و می‌نویسیم $A \subseteq B$. برای مثال $A = \{1, 9, 4\}$ زیرمجموعه $B = \{-1, 1, 6, 9, 4, 7\}$ است؛ زیرا همه عضوهای مجموعه A حتماً عضوی از مجموعه B هستند؛ ولی مجموعه $C = \{-1, 6, 11\}$ زیرمجموعه B نیست، چون در مجموعه C عضوی مانند ۱۱ وجود دارد که عضو مجموعه B نیست ($C \not\subseteq B$).

نکته

- اگر بتوانیم عضوی در B بیابیم که در A نباشد، می‌گوییم B زیرمجموعه A نیست و می‌نویسیم $B \not\subseteq A$.
مانند: $\{2, \{5\}, 7\} \not\subseteq \{2, 5, 7, 8\}$ $\{\{3\}\} \subseteq \{2, \{3\}, \{3, 5\}\}$
- هر مجموعه زیرمجموعه خودش است و برای هر مجموعه دلخواه مانند A داریم $A \subseteq A$.
مانند: $\emptyset \subseteq \emptyset$ $\{2, 6\} \subseteq \{2, 6\}$ $\{1, 5, \{7\}\} \subseteq \{1, 5, \{7\}\}$
- مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه دلخواه مانند A است، یعنی $\emptyset \subseteq A$.
مانند: $\emptyset \subseteq \{1, 5\}$ $\emptyset \subseteq \{2, -9, a\}$ $\emptyset \subseteq \{1, 2, 3, \dots\}$

نمایش مجموعه‌های اعداد:

مجموعه اعداد طبیعی $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

مجموعه اعداد حسابی $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

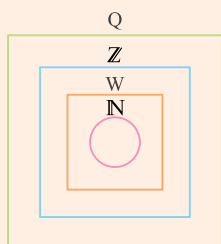
مجموعه اعداد صحیح $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

چون در مجموعه اعداد گویا، بین هر دو عضو دلخواه بی‌شمار عضو دیگر وجود دارد، نمی‌توان این مجموعه را با عضوهایش نشان داد و برای نمایش آن باید از نمادهای ریاضی استفاده کرد.
مجموعه اعداد گویا $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$



نکته

با توجه به تعریف زیرمجموعه داریم:



$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}, \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}, \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}, \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Q}, \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

بنابراین:

۱- مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی نشان دهید.

مثال

الف) $A = \{3, 6, 9, 12, \dots, 45\}$

همه اعضای این مجموعه مضرب‌های ۳ هستند، یعنی هر عضو مجموعه از رابطه $3k$ ساخته می‌شود به طوری که k عدد طبیعی کوچک‌تر یا مساوی ۱۵ باشد.

$$A = \{3 \times (1), 3 \times (2), 3 \times (3), 3 \times (4), \dots, 3 \times (15)\} = \{3k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 15\}$$

ب) $B = \{5, 8, 11, 14, \dots\}$

در این مجموعه، عضوها مضرب یک عدد ثابت نیستند اما فاصله همه آنها از هم ۳ واحد است؛ پس می‌توانیم هر عضو این مجموعه را مضرب‌های طبیعی ۳ که ۲ واحد به آنها اضافه شده در نظر بگیریم، یعنی هر عضو مجموعه از رابطه $3k + 2$ ساخته می‌شود به طوری که k عدد طبیعی باشد.

$$B = \{3 \times (1) + 2, 3 \times (2) + 2, 3 \times (3) + 2, 3 \times (4) + 2, \dots\} = \{3k + 2 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

۲- مجموعه $F = \{4x - 5 \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x \leq 7\}$ را با اعضایش نمایش دهید.

در این مجموعه شرط اول (یعنی $x \in \mathbb{Z}$) مشخص می‌کند که باید x ها را از اعداد صحیح انتخاب کنیم و شرط دوم (یعنی $-3 < x \leq 7$) مشخص می‌کند اعدادی که انتخاب می‌کنیم، یعنی x ها، باید از -2 تا خود $+7$ باشند (دقت کنید که $x \leq 7$ یعنی اعداد کوچک‌تر یا مساوی ۷ اما $-3 < x$ یعنی اعداد بزرگ‌تر از -3). حالا اعداد صحیح از -2 تا $+7$ را در رابطه $4x - 5$ جایگذاری می‌کنیم تا عضوهای مجموعه F مشخص شوند.

$$F = \{\underbrace{4(-2) - 5}_{-17}, \underbrace{4(-1) - 5}_{-9}, \underbrace{4(0) - 5}_{-5}, \dots, \underbrace{4(7) - 5}_{23}\} = \{-17, -9, -5, \dots, 23\}$$

تمرین

۱) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- الف) اگر تعداد عضوهای دو مجموعه یکسان باشد، آن دو مجموعه برابر هستند. درست نادرست
- ب) دو مجموعه «اعداد اول دو رقمی زوج» و «اعداد طبیعی بین ۲ و ۳» با یکدیگر برابر هستند. درست نادرست
- پ) مجموعه «اعداد اول دو رقمی زوج» زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست. درست نادرست
- ت) مجموعه $\{2, 3, 5, 7\}$ زیرمجموعه $\{3, 5, 7\}$ است. درست نادرست
- ث) مجموعه $\{x \mid x \in W, 6 < x \leq 10\}$ سه عضو دارد. درست نادرست
- ج) مجموعه $\{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$ معرف مجموعه مضرب‌های طبیعی ۲ است. درست نادرست

۲) هر یک از جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.

- الف) اگر هر عضو از مجموعه A، عضو مجموعه B و هر عضو مجموعه B عضوی از مجموعه A باشد، آنگاه است.
- ب) اگر هر عضو مجموعه A یک عضو از مجموعه B باشد، آنگاه است.
- پ) هر مجموعه خودش است.
- ت) مجموعه زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست.
- ث) هر عضو از مجموعه اعداد صحیح، حتماً عضوی از مجموعه اعداد است.

۳) در هر قسمت، جاهای خالی را طوری پر کنید که تساوی برقرار باشد.

الف) $\{5, 7, \dots, 14\} = \{7, 11, \dots, 5\}$

ب) $\{20, \frac{2}{3}, (-2)^2, \dots, \sqrt{25}\} = \{\frac{12}{18}, 5, \dots, 4, \sqrt{49}\}$

پ) $\{0/5, \frac{-\sqrt{81}}{(-3)^2}, \dots, \frac{2}{8}, -\sqrt{49}\} = \{\sqrt{0/25}, \frac{3}{12}, -7, \dots, 1\}$

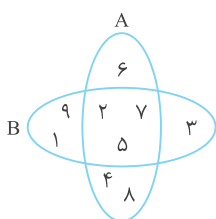
۴) الف) اگر $\{x, y + 3\} = \{-7\}$ باشد، مقدار x و y را تعیین کنید.

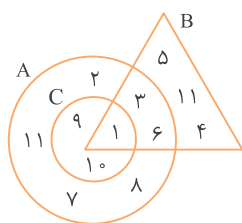
ب) اگر $C = E$ ، $C = \{-5, b - 3\}$ و $E = \{a + 4, 7\}$ باشد، آنگاه مقدار a و b را تعیین کنید.

پ) اگر $\{2x, \frac{2}{3}, \frac{12}{4}\} = \{3, 12, \frac{y}{6}\}$ باشد، حاصل xy را به دست آورید.

۵) با توجه به شکل مقابل، چه عضوهایی را از A و چه عضوهایی را از B باید کم کنیم تا مجموعه‌های

جدیدی که به دست می‌آیند با هم مساوی باشند؟





۶ با توجه به نمودارِ وِن مقابل:

الف) هر یک از مجموعه‌های A ، B و C را با عضوهایشان نمایش دهید.

ب) بزرگ‌ترین زیرمجموعه از A را بنویسید به طوری که زیرمجموعه B نیز باشد.

پ) دو زیرمجموعه از A بنویسید به طوری که زیرمجموعه B و C نیز باشند.

ت) بزرگ‌ترین زیرمجموعه از A را بنویسید به طوری که زیرمجموعه C باشد اما زیرمجموعه B نباشد.

ث) بزرگ‌ترین زیرمجموعه از B را بنویسید به طوری که زیرمجموعه A نباشد.

ج) با توجه به مجموعه‌های بالا درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

۱) $A \subseteq B$

۲) $C \subseteq B$

۳) $A \subseteq C$

۴) $C \subseteq A$

۵) $B \subseteq A$

۶) $\{9, 1\} \subseteq C$

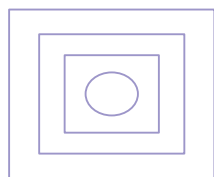
۷) $\emptyset \subseteq B$

۸) $\{9, 8, 4\} \subseteq A$

۷ با توجه به مجموعه‌های اعداد طبیعی (\mathbb{N})، اعداد حسابی (\mathbb{W})، اعداد صحیح (\mathbb{Z}) و اعداد گویا (\mathbb{Q}):

الف) مجموعه‌های نمودارِ وِن مقابل را نام‌گذاری کنید.

ب) با \mathbb{Z} ، \mathbb{W} ، \mathbb{N} و \mathbb{Q} جاهای خالی را پر کنید.



..... \subseteq \subseteq \subseteq

۸ در هر قسمت، همهٔ زیرمجموعه‌های مجموعهٔ داده‌شده را بنویسید.

الف) $A = \{\text{مضرب‌های طبیعی یک‌رقمی عدد } 3\}$

ب) $B = \{1, \{1\}\}$

پ) $C = \{\{a, b, c\}\}$

ت) $E = \{3x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 2\}$

۹ هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان نمایش دهید.

الف) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 7\} =$

ب) $B = \{2x+1 \mid x \in \mathbb{W}, 2 < x \leq 5\} =$

پ) $C = \{3x \mid x = 0, 3, 7, 10\} =$

ت) $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -10 \leq x < -5\} =$

ث) $E = \{2x \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq -3\} =$

ج) $F = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 7\} =$

چ) $G = \{2x - 5 \mid 3x \in \mathbb{N}\} =$

۱۰ هر یک از مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی نشان دهید.

الف) $A = \{-۵, -۶, -۷, \dots, -۱۱\} =$

ب) $B = \{۲, ۴, ۶, ۸, \dots\} =$

پ) $C = \{-۶, -۳, ۰, ۳, ۶\} =$

ت) $D = \{۴, ۷, ۱۰, \dots, ۴۰\} =$

ث) $E = \{۱, ۳, ۹, ۲۷, ۸۱\} =$

ج) $F = \{۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵\} =$

چ) $G = \{۹, ۹۹, ۹۹۹, ۹۹۹۹\} =$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ اگر $A = \{۰, ۱\}$ باشد، کدام یک از رابطه‌های زیر درست است؟

$\{0\} \in A$ (۱) $\{0\} \subseteq A$ (۲) $1 \subseteq A$ (۳) $\{\} \in A$ (۴)

۲ تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $A = \{۱, \{۲, ۳\}, ۴\}$ کدام است؟

۱۶ (۱) ۸ (۲) ۱۴ (۳) ۴ (۴)

۳ اگر \mathbb{N} مجموعه اعداد طبیعی، \mathbb{Z} مجموعه اعداد صحیح و Q مجموعه اعداد گویا باشد، کدام رابطه زیر درست است؟

$Q \subseteq N \subseteq Z$ (۱) $N \subseteq Q \subseteq Z$ (۲) $Z \subseteq Q \subseteq N$ (۳) $N \subseteq Z \subseteq Q$ (۴)

۴ با توجه به مجموعه $B = \{۱, ۵, \{۵\}\}$ کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

$5 \in B$ (۱) $\{5\} \in B$ (۲) $\{5\} \subseteq B$ (۳) $\{\{5\}\} \subseteq B$ (۴)

۵ اگر $\{۴\} = \{۲ - y, 3x + 1\}$ باشد، مقدار $x.y$ کدام است؟

۱ (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) صفر (۴)

۶ نمایش مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی با نماد ریاضی کدام است؟

$\{x | x \in \mathbb{N}, x < 10\}$ (۱) $\{x | x \in \mathbb{N}, x > 10\}$ (۲) $\{x | x \in \mathbb{N}, x > 1\}$ (۳) $\{x | x \in \mathbb{N}, 1 < x < 10\}$ (۴)

۷ با توجه به مجموعه $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -2 < x < 3\}$ کدام گزینه درست است؟

$A = \{-۱, ۰, ۱, ۲\}$ (۱) $A = \{۱, ۲, ۳\}$ (۲) $A = \{۰, ۱, ۲, ۳\}$ (۳) $A = \{-۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳\}$ (۴)

۸ مجموعه $C = \{-۷, -۶, -۵, \dots\}$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

$\{x | x \in \mathbb{Z}, x < -۸\}$ (۱) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x > -۷\}$ (۲) $\{x | x \in \mathbb{Z}, -۷ \leq x\}$ (۳) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq -۵\}$ (۴)

۹ اگر $A \subseteq B$ ، $C \subseteq A$ و $B \subseteq C$ باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

$A = B = C = \emptyset$ (۱) $B \neq C, A = B$ (۲) $A = B = C$ (۳) $C \neq B, A = C$ (۴)

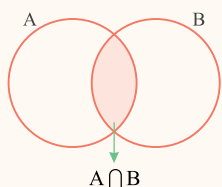


درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

اشتراک دو مجموعه: به مجموعه‌ای که شامل همهٔ عضوهای مشترک دو مجموعه A و B باشد، اشتراک این دو مجموعه می‌گویند و

$$A \cap B = \{x \mid x \in A, x \in B\}$$

آن را با نماد ریاضی $A \cap B$ نشان می‌دهند؛ بنابراین:



در نمودار و نِ مقابل، قسمت رنگ‌شده اشتراک دو مجموعه A و B را نشان می‌دهد:

$$\{2, 4, 6, 8\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{4, 6\}$$

مانند:

نکته

۱- اشتراک هر مجموعه‌ای با خودش برابر با همان مجموعه است.

۲- اشتراک دو مجموعه A و B ، هم زیرمجموعه A و هم زیرمجموعه B است، یعنی:

$$A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$$

۳- مجموعهٔ تهی زیرمجموعهٔ هر مجموعه‌ای است؛ بنابراین تهی زیرمجموعهٔ اشتراک هر دو مجموعه مانند A و B است، یعنی:

$$\emptyset \subseteq A \cap B$$

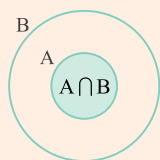
۴- اشتراک هر مجموعه‌ای با مجموعهٔ تهی برابر با مجموعهٔ تهی است.

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

مانند:

$$\{3, 10, 15\} \cap \{\} = \{\} = \emptyset$$

۵- اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه اشتراک آنها برابر با مجموعهٔ کوچک‌تر یعنی A است.



$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$$

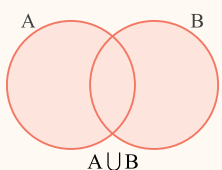
مانند:

$$\{a, b, c\} \cap \{a, c\} = \{a, c\}$$

اجتماع دو مجموعه: به مجموعه‌ای که شامل همهٔ عضوهای دو مجموعه A و B باشد، اجتماع این دو مجموعه می‌گویند و آن را با

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

نماد ریاضی $A \cup B$ نشان می‌دهند؛ بنابراین:



پس تک‌تک عضوهای $A \cup B$ حداقل در یکی از دو مجموعه A و B قرار دارد.

در نمودار و نِ مقابل، قسمت رنگ‌شده اجتماع دو مجموعه A و B را نشان می‌دهد:

$$\{2, 4, 6, 8\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

مانند:

نکته

۱- اجتماع هر مجموعه‌ای با خودش برابر با همان مجموعه است.

$$A \cup A = A$$

۲- هر مجموعه‌ای زیرمجموعهٔ اجتماعش با مجموعه‌های دیگر است.

$$A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$$

۳- اجتماع هر مجموعه‌ای با مجموعهٔ تهی برابر با همان مجموعه است.

$$A \cup \emptyset = A$$

مانند:

$$\{3, 10, 15\} \cup \{\} = \{3, 10, 15\}$$

۴- اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه اجتماع آنها برابر با مجموعهٔ بزرگ‌تر یعنی B است.



$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

مانند:

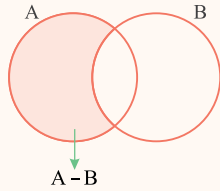
$$\{a, b, c\} \cup \{a, c\} = \{a, b, c\}$$

تفاضل دو مجموعه: به مجموعه‌ای که شامل همهٔ عضوهای مجموعه A باشد ولی هیچ‌یک از عضوهای مجموعه B را نداشته باشد،

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

تفاضل B از A می‌گویند و آن را با نماد ریاضی $A - B$ نشان می‌دهند.

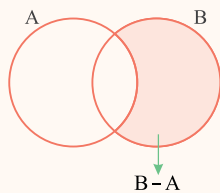
در نمودار ون مقابل، قسمت رنگ‌شده $A - B$ را نشان می‌دهد:



$$\{2, 4, 6, 8\} - \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{2, 8\}$$

مانند:

دقت کنید که $A - B$ و $B - A$ با یکدیگر برابر نیستند.



$$B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\}$$

$$\{3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 6, 8\} = \{3, 5, 7\}$$

مانند:

نکته

تعداد عضوهای هر مجموعه مانند A را با $n(A)$ نمایش می‌دهیم. برای مثال اگر A دارای k عضو باشد، می‌نویسیم: $n(A) = k$

$$B = \{2, 7, 17, 22\} \Rightarrow n(B) = 4$$

مانند:

مثال

اگر $A = \{5, 11, 1, 6, -4, 7\}$ و $B = \{-5, 2, 7, 6, 4\}$ باشد، هر یک از مجموعه‌های $A \cup B$ ، $A \cap B$

و $A - B$ را بنویسید و تعداد عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

$$A \cap B = \{7, 6\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$A \cup B = \{5, 11, 1, 6, -4, 7, -5, 2, 4\} \Rightarrow n(A \cup B) = 9$$

$$A - B = \{5, 11, 1, -4\} \Rightarrow n(A - B) = 4$$

$$B - A = \{-5, 2, 4\} \Rightarrow n(B - A) = 3$$

نکته

۱- تفاضل هر مجموعه از خودش برابر با مجموعه تهی است.

۲- تفاضل مجموعه تهی از هر مجموعه برابر با آن مجموعه است.

۳- مجموعه $A - B$ زیرمجموعه A و مجموعه $B - A$ زیرمجموعه B است.

۴- تفاضل هر مجموعه از مجموعه تهی برابر با مجموعه تهی است.

$$A - A = \emptyset$$

$$A - \emptyset = A$$

$$A - B \subseteq A \quad B - A \subseteq B$$

$$\emptyset - A = \emptyset$$



تمرین

۱) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $\{x \mid x \in A, x \notin B\}$ یعنی $A \cap B$.

ب) همواره $A \cap B$ زیرمجموعه $A \cup B$ است.

پ) مجموعه $A - F$ با مجموعه $F - A$ برابر است.

ت) مجموعه $W - \mathbb{N}$ برابر $\{0\}$ است.

ث) $0 \in (\mathbb{Z} - \mathbb{N})$

ج) $\{-5, 5\} \subseteq \mathbb{Z} - \mathbb{N}$

درست نادرست

درست نادرست

درست نادرست

درست نادرست

درست نادرست

درست نادرست

۲) هر یک از جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.

الف) مجموعه $\{x \in A \mid x \in B\}$ یعنی دو مجموعه A و B .

ب) اشتراک هر مجموعه‌ای با مجموعه تهی برابر است.

پ) اجتماع هر مجموعه‌ای با خودش برابر است.

ت) اگر $B - A = A - B$ باشد، یعنی مجموعه‌های A و B هستند.

ث) مجموعه مجموعه‌ای است شامل همه عضوهای A به طوری که عضو B نیستند.

ج) اگر $C = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \emptyset\}\}$ باشد، آنگاه $n(C) = \dots$ است.

۳) عبارتهای مرتبط را به یکدیگر وصل کنید.

\mathbb{N}	•	•	$\mathbb{N} - \mathbb{Z}$
A	•	•	$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = \dots$
\emptyset	•	•	$\{2, 7\} \cup \{2, 3, 5\}$
$\{2, 3, 5, 7\}$	•	•	$\mathbb{N} \cap \mathbb{W}$
B	•	•	$\{2, 7\} - \{2, 3, 5\}$
$\{7\}$	•	•	$A \cup \emptyset$

۴) اگر $A = \{2, 3, 5\}$ و $B = \{2, 4\}$ باشد، آنگاه:

الف) هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایش نشان دهید و تعداد عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

۱) $A \cup B =$

۲) $A \cap B =$

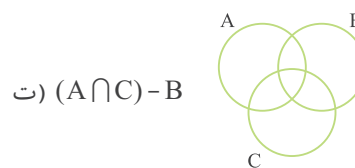
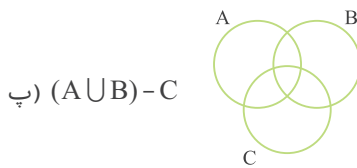
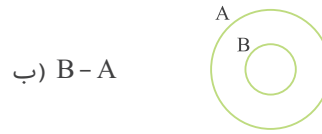
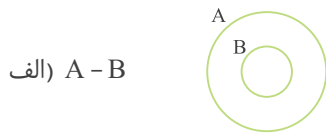
۳) $A - B =$

۴) $B - A =$

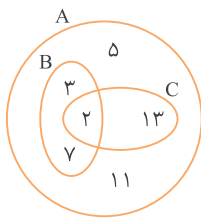
ب) درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- ۱) $2 \in (A \cap B)$
 ۲) $5 \notin (A \cup B)$
 ۳) $(A \cap B) \subseteq A$
 ۴) $4 \in (A - B)$
 ۵) $3 \notin (B - A)$
 ۶) $\emptyset \subseteq (A \cap B)$

۵) در هر یک از شکل‌های زیر مجموعه خواسته شده را رنگ کنید.



۶) با توجه به نمودار ون مقابل:



- ۱) $B \cup C =$
 ۲) $B \cap C =$
 ۳) $A - B =$
 ۴) $A - (B \cap C) =$

الف) هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهای مشخص کنید.

- ۱) $B \cup C =$
 ۲) $B \cap C =$
 ۳) $A - B =$
 ۴) $A - (B \cap C) =$

ب) درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- ۱) $B \subseteq A$
 ۲) $A \subseteq C$
 ۳) $(B \cap C) \subseteq A$
 ۴) $(B \cup C) \not\subseteq A$
 ۵) $13 \in (B \cup C)$
 ۶) $\{3, 13\} \subseteq A$

۷) اگر داشته باشیم $A = \{4, 6, k\}$ ، $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ و $C = \{7, 8, 9\}$ ، مقدار k را طوری تعیین کنید که $B - A = C$ باشد.

۸) الف) اگر \mathbb{N} مجموعه عددهای طبیعی، W مجموعه عددهای حسابی و \mathbb{Z} مجموعه عددهای صحیح باشد، هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایش نمایش دهید.

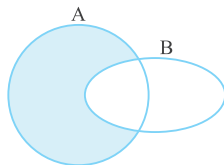
- ۱) $W - \mathbb{N} =$ ۲) $\mathbb{N} - W =$
 ۳) $\mathbb{Z} - \mathbb{N} =$ ۴) $\mathbb{Z} - W =$
 ۵) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} =$ ۶) $\mathbb{N} \cup W =$

ب) با توجه به مجموعه‌های بالا، درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

- ۱) $0 \in (W - \mathbb{N})$
 ۲) $-5 \notin (\mathbb{N} - W)$
 ۳) $\{2, 4\} \not\subseteq (\mathbb{Z} \cap \mathbb{N})$
 ۴) $\{-3\} \subseteq (\mathbb{Z} - \mathbb{N})$



پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱ نمودار مقابل نمایش کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟

$A \cup B$ (۱) $A \cap B$ (۲)

$A - B$ (۳) $B - A$ (۴)

۲ کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه $\{1, 2, 3\}$ مساوی نیست؟

$\{1, 2, 3, 4\} \cap \{1, 2, 3, 5\}$ (۱) $\{1, 2\} \cup \{2, 3\}$ (۲)

$\{1, 2, 2, 3\} - \{2\}$ (۳) $\{1, 2, 3, 4\} - \{4\}$ (۴)

۳ اگر مجموعه A «اعداد طبیعی فرد یک‌رقمی» و مجموعه B «اعداد اول کوچک‌تر از ۱۵» باشد، آنگاه $A \cup B$ کدام است؟

$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ (۱) $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ (۲)

$\{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ (۳) $\{3, 5, 7\}$ (۴)

۴ اگر $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 5\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 7\}$ باشد، مجموعه $A \cap B$ چندعضوی است؟

۶ (۱) ۵ (۲)

۴ (۳) ۳ (۴)

۵ اگر A و B دو مجموعه دلخواه و $A \cup B = A$ باشد، کدام رابطه زیر همواره درست است؟

$A \subseteq B$ (۱) $B \subseteq A$ (۲)

$A = B$ (۳) $B = \emptyset$ (۴)

۶ اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند همواره درست باشد؟

$A \subseteq (A \cup B)$ (۱) $A \subseteq (A \cap B)$ (۲)

$(A \cap B) \subseteq B$ (۳) $(A - B) \subseteq A$ (۴)

۷ اگر سه مجموعه A ، B و C به صورتی باشند که $A \subseteq B \subseteq C$ ، مجموعه $C \cap (A \cup B)$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

A (۱) B (۲)

C (۳) $C - A$ (۴)

۸ کدام یک از رابطه‌های زیر نادرست است؟

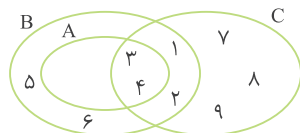
$\mathbb{N} \cap \mathbb{W} = \mathbb{N}$ (۱) $\mathbb{W} - \mathbb{N} = \emptyset$ (۲)

$\mathbb{N} - \mathbb{W} = \emptyset$ (۳) $\mathbb{W} \cup \mathbb{N} = \mathbb{W}$ (۴)

۹ با توجه به شکل مقابل، مجموعه $(A - B) \cup (C - A)$ چند عضو دارد؟

۳ (۱) ۴ (۲)

۵ (۳) ۶ (۴)



درس چهارم: مجموعه‌ها و احتمال

مجموعه‌ها و احتمال: در سال‌های قبل آموختید که اگر درباره رخ دادن یا رخ ندادن یک اتفاق (پیشامد) مطمئن نباشیم، آن را با یک کسر کوچک‌تر از واحد (یعنی کسری بین صفر و ۱) نشان می‌دهیم. به طور کلی برای محاسبه احتمال رخ دادن یک پیشامد از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}}$$

اگر مجموعه شامل همه حالت‌های ممکن را S ، مجموعه شامل همه حالت‌های مطلوب را A و احتمال رخ دادن پیشامد A را با نماد $P(A)$ نشان دهیم، این احتمال از رابطه $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ به دست می‌آید. توجه کنید که همواره مجموعه A زیرمجموعه‌ای از مجموعه S است.

نکته

به هر یک از زیرمجموعه‌های مجموعه S ، یک پیشامد تصادفی می‌گویند.

مثال

تاسی را می‌اندازیم.

الف) مجموعه S را تشکیل دهید و تعداد عضوهای آن را مشخص کنید.

در پرتاب هر تاس، یکی از عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یا ۶ ظاهر می‌شود؛ بنابراین:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6$$

ب) احتمال اینکه عدد روشده شمارنده ۴ باشد، چقدر است؟

پیشامد مطلوب یعنی رو شدن شمارنده‌های ۴ را A می‌نامیم و مجموعه A را می‌نویسیم.

$$A = \{1, 2, 4\} \Rightarrow n(A) = 3 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

پ) احتمال اینکه عدد روشده مرگب باشد، چقدر است؟

پیشامد مطلوب یعنی رو شدن عدد مرگب را B می‌نامیم و مجموعه B را می‌نویسیم.

$$B = \{4, 6\} \Rightarrow n(B) = 2 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ت) احتمال اینکه عدد روشده دو رقمی باشد، چقدر است؟

پیشامد مطلوب یعنی رو شدن عدد دو رقمی را C می‌نامیم و مجموعه C را می‌نویسیم.

$$C = \{\} = \emptyset \Rightarrow n(C) = n(\emptyset) = 0 \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{0}{6} = 0$$

ث) احتمال اینکه عدد روشده یک‌رقمی باشد، چقدر است؟

پیشامد مطلوب یعنی رو شدن عدد یک‌رقمی را D می‌نامیم و مجموعه D را می‌نویسیم. فقط دقت کنید که مجموعه حالت‌های مطلوب حتماً باید زیرمجموعه S باشد.

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(D) = n(S) = 6 \quad P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1$$



تمرین

۱ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست

(الف) در پرتاب هم‌زمان یک تاس و یک سکه، $n(S) = 12$ است.

(ب) در پرتاب هم‌زمان دو سکه، احتمال اینکه هر دو سکه رو بیاید، $\frac{1}{4}$ است.

(پ) احتمال اینکه در پرتاب یک تاس عدد مرگب ظاهر شود، $\frac{3}{6}$ است.

(ت) احتمال اینکه در پرتاب دو تاس، مجموع اعداد روشده ۱۵ شود، صفر است.

(ث) احتمال اینکه هر دو فرزند یک خانواده دختر باشد، $\frac{1}{4}$ است.

۲ هر یک از جمله‌های زیر را با عبارت مناسب کامل کنید.

(الف) اگر دو تاس را با هم پرتاب کنیم، آنگاه $n(S)$ برابر خواهد شد.

(ب) اگر سه سکه را با هم پرتاب کنیم، آنگاه مجموعه S عضو خواهد داشت.

(پ) اگر خانواده‌ای دو فرزند داشته باشد، احتمال اینکه هر دو فرزند پسر باشند، است.

(ت) احتمال اینکه در پرتاب یک سکه و یک تاس، سکه رو و تاس عدد زوج بیاید، برابر است.

۳ تاسی را می‌اندازیم.

(الف) مجموعه S را که نشان‌دهنده عدد روشده در یک بار پرتاب تاس است، تشکیل دهید.

(ب) احتمال اینکه عدد روشده شمارنده ۶ باشد، چقدر است؟

(پ) احتمال اینکه عدد روشده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟

(ت) احتمال اینکه عدد روشده بیشتر از ۴ باشد، چقدر است؟

۴ رمز یک قفل عددی دو رقمی است که هر کدام از ارقام آن می‌تواند اعداد ۰، ۱، ۲، ... و ۹ باشد.

(الف) مجموعه S را تشکیل دهید.

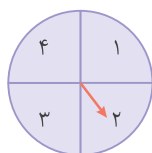
(ب) احتمال اینکه با یک حدس بتوانیم رمز قفل را پیدا کنیم، چقدر است؟

(پ) احتمال اینکه رمز قفل مضرب طبیعی ۱۰ باشد، چقدر است؟

(ت) احتمال اینکه در رمز قفل هر دو رقم یکسان باشد، چقدر است؟

۵ با توجه به چرخنده مقابل:

(الف) مجموعه S را تشکیل دهید.



(ب) همه زیرمجموعه‌های S را بنویسید و احتمال رخ دادن هر کدام را به دست آورید.

(پ) مانند نمونه برای هر یک از مجموعه‌ها با بیان یک جمله، یک پیشامد تعریف کنید.

۱) $A = \{2, 4\}$: عقریه روی عدد زوج بایستد:

۲) $B = \{2, 3\}$:

۳) $C = \{3\}$:

۴) $D = \{1, 3\}$:

۵) $E = \{3, 4\}$:

۶) $F = \{1, 2, 4\}$:

۶ در جعبه‌ای ۲ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۴ مهره زرد وجود دارد. یک مهره را به طور تصادفی از این جعبه خارج می‌کنیم.

الف) احتمال اینکه این مهره قرمز باشد، چقدر است؟

ب) احتمال اینکه این مهره آبی یا قرمز باشد، چقدر است؟

پ) احتمال اینکه این مهره آبی یا زرد باشد، چقدر است؟

ت) احتمال اینکه این مهره سبز باشد، چقدر است؟

۷ خانواده‌ای ۴ فرزند دارد.

الف) مجموعه همه حالت‌های ممکن (S) را تشکیل دهید. (پسر را با (پ) و دختر را با (د) نمایش دهید).

ب) احتمال اینکه هر ۴ فرزند دختر باشد، چقدر است؟

پ) احتمال اینکه سه فرزند دختر و یک فرزند پسر باشد، چقدر است؟

ت) احتمال اینکه دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشد، چقدر است؟

ث) احتمال اینکه این خانواده هیچ فرزند دختری نداشته باشد، چقدر است؟

۸ دو تاس را می‌اندازیم.

الف) اگر مجموعه همه حالت‌های ممکن را S بنامیم، $n(S)$ چند است؟

ب) احتمال اینکه در یک تاس عدد اول و در تاس دیگر عدد مرگب ظاهر شود، چقدر است؟

پ) احتمال اینکه مجموع دو عدد روشده ۱۰ شود، چقدر است؟

۹ ده کارت یکسان و یک‌رنگ را با شماره‌های ۱ تا ۱۰ شماره‌گذاری کرده‌ایم و از میان آنها یک کارت انتخاب می‌کنیم.

الف) مجموعه S را تشکیل دهید و $n(S)$ را مشخص کنید.

ب) احتمال اینکه کارت انتخاب شده عدد اول باشد، چقدر است؟

پ) احتمال اینکه کارت انتخاب شده مضرب ۲ باشد، چقدر است؟

ت) مجموعه‌ای مشخص کنید که احتمال رخ دادن آن $\frac{1}{5}$ باشد.

ث) مجموعه‌ای مشخص کنید که احتمال رخ دادن آن $\frac{3}{10}$ باشد.

ج) اگر دو کارت برداریم، احتمال اینکه مجموع دو عدد کمتر از ۵ شود، چقدر است؟



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ تاس را به هوا پرتاب می‌کنیم. به چه احتمالی عدد روشده اول است؟

$\frac{1}{2}$ (۴) ○ $\frac{2}{3}$ (۳) ○ $\frac{1}{4}$ (۲) ○ $\frac{1}{3}$ (۱) ○

۲ سکه‌ای را سه بار می‌اندازیم. به چه احتمالی فقط یک بار رو می‌آید؟

$\frac{4}{8}$ (۴) ○ $\frac{3}{8}$ (۳) ○ $\frac{7}{8}$ (۲) ○ $\frac{1}{8}$ (۱) ○

۳ ۴ سکه را به هوا پرتاب می‌کنیم. به چه احتمالی هر ۴ سکه رو می‌آیند؟

$\frac{1}{16}$ (۴) ○ $\frac{7}{16}$ (۳) ○ $\frac{5}{16}$ (۲) ○ $\frac{1}{4}$ (۱) ○

۴ ۴ سکه را با هم به هوا پرتاب می‌کنیم. به چه احتمالی حداکثر یک بار رو می‌آید؟

$\frac{11}{16}$ (۴) ○ $\frac{1}{4}$ (۳) ○ $\frac{1}{16}$ (۲) ○ $\frac{5}{16}$ (۱) ○

۵ در خانواده‌ای که ۴ فرزند دارد، احتمال اینکه حداکثر ۳ تا از فرزندان دختر باشد، کدام است؟

$\frac{4}{16}$ (۴) ○ $\frac{3}{16}$ (۳) ○ $\frac{1}{16}$ (۲) ○ $\frac{15}{16}$ (۱) ○

۶ تاسی را ۲ مرتبه به هوا پرتاب می‌کنیم. به چه احتمالی مجموع عددهای روشده بیشتر از ۹ است؟

$\frac{5}{16}$ (۴) ○ $\frac{1}{18}$ (۳) ○ $\frac{1}{3}$ (۲) ○ $\frac{1}{6}$ (۱) ○

۷ دو تاس را به هوا پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی در هیچ‌کدام از تاس‌ها مضرب ۳ ظاهر نمی‌شود؟

$\frac{4}{9}$ (۴) ○ $\frac{5}{6}$ (۳) ○ $\frac{2}{3}$ (۲) ○ $\frac{1}{6}$ (۱) ○

۸ یک تاس و یک سکه را با هم به هوا پرتاب می‌کنیم، با چه احتمالی تاس عدد ۳ و سکه رو می‌آید؟

$\frac{1}{3}$ (۴) ○ $\frac{1}{6}$ (۳) ○ $\frac{1}{12}$ (۲) ○ $\frac{1}{4}$ (۱) ○

آزمون این فصل را از اپلیکیشن رایگان کلاغ دریافت کنید.

