

دیوید هالیدی / رابرت رزنیک / جریل واکر

حل کامل مسائل

مبانی فیزیک

هالیدی

ویرایش یازدهم (سال ۲۰۱۹)

جلد اول - مکانیک

ترجمه و تلخیص: دکتر محمود بهار

به نام خدا

فهرست

عنوان	صفحه	عنوان	صفحه
پیشگفتار.....	(چهار)	پودمان ۴-۶ حرکت نسبی یک بعدی	۴۰
		پودمان ۴-۷ حرکت نسبی دو بعدی	۴۱
۱ اندازه گیری			
پودمان ۱-۱ اندازه گیری کمیت‌ها، از جمله طول‌ها	۱	۵ نیرو و حرکت - ۱	
پودمان ۲-۱ استاندارد زمان	۲	پودمان ۱-۵ قانون‌های اول و دوم نیوتون	۴۳
پودمان ۳-۱ استاندارد جرم	۳	پودمان ۲-۵ معرفی برخی نیروهای خاص	۴۵
		پودمان ۳-۵ کاربرد قانون‌های نیوتون	۴۵
۲ حرکت در طول خط راست			
پودمان ۱-۲ مکان، جابه‌جایی و سرعت متوسط	۷	۶ نیرو و حرکت - ۲	
پودمان ۲-۲ سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای	۷	پودمان ۱-۶ اصطکاک	۵۷
پودمان ۳-۲ شتاب	۸	پودمان ۲-۶ نیروی پसार و تندی حد	۶۶
پودمان ۴-۲ شتاب ثابت	۹	پودمان ۳-۶ حرکت دایره‌ای یکنواخت	۶۷
پودمان ۵-۲ شتاب سقوط آزاد	۹	۷ انرژی جنبشی و کار	
پودمان ۶-۲ انتگرال گیری ترسیمی در تحلیل حرکت ...	۱۴	پودمان ۱-۷ انرژی جنبشی	۷۳
	۱۸	پودمان ۲-۷ کار و انرژی جنبشی	۷۴
		پودمان ۳-۷ کار انجام شده توسط نیروی گرانشی	۷۵
۳ بردارها			
پودمان ۱-۳ بردارها و مؤلفه‌های آن‌ها	۲۱	پودمان ۴-۷ کار انجام شده توسط نیروی فنر	۷۷
پودمان ۲-۳ بردارهای یک، جمع کردن بردارها به کمک مؤلفه‌ها	۲۱	پودمان ۵-۷ کار انجام شده توسط نیروی متغیر	۷۹
پودمان ۳-۳ ضرب کردن بردارها	۲۶	پودمان ۶-۷ توان	۸۱
۴ حرکت‌های دوبعدی و سه بعدی			
پودمان ۱-۴ مکان و جابه‌جایی	۲۹	۸ انرژی پتانسیل و پایستگی انرژی	
پودمان ۲-۴ سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای	۲۹	پودمان ۱-۸ انرژی پتانسیل	۸۵
پودمان ۳-۴ شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای	۳۰	پودمان ۲-۸ پایستگی انرژی مکانیکی	۸۷
پودمان ۴-۴ حرکت پرتابه‌ای	۳۱	پودمان ۳-۸ خواندن یک منحنی انرژی پتانسیل	۹۳
پودمان ۵-۴ حرکت دایره‌ای یکنواخت	۳۳	پودمان ۴-۸ کار انجام شده روی یک دستگاه توسط نیروی خارجی	۹۴
	۳۸		

صفحه	عنوان
۱۲۳	پودمان ۱۱-۲ نیروها و انرژی جنبشی در حرکت غلتشی
۱۲۶	پودمان ۱۱-۳ طرز کار یو یو
۱۲۷	پودمان ۱۱-۴ مروری بر گشتاور نیرو
۱۲۸	پودمان ۱۱-۵ تکانه‌ی زاویه‌ای
۱۲۹	پودمان ۱۱-۶ شکل زاویه‌ای قانون دوم نیوتون
۱۲۹	پودمان ۱۱-۷ تکانه‌ی زاویه‌ای جسم صلب
۱۳۱	پودمان ۱۱-۸ پایستگی تکانه‌ی زاویه‌ای
۱۳۵	پودمان ۱۱-۹ حرکت تقدیمی ژيروسکوپ

صفحه	عنوان
۱۳۷	پودمان ۱۲-۱ تعادل و کشسانی
۱۳۷	پودمان ۱۲-۱ گرانیه‌گاه
۱۳۷	پودمان ۱۲-۲ چند مثال درباره‌ی تعادل ایستا
۱۵۰	پودمان ۱۲-۳ کشسانی

صفحه	عنوان
۱۵۳	پودمان ۱۳-۱ گرانش
۱۵۳	پودمان ۱۳-۱ قانون گرانش نیوتون
۱۵۴	پودمان ۱۳-۲ گرانش و اصل برهم نهی
۱۵۶	پودمان ۱۳-۳ گرانش در نزدیکی سطح زمین
۱۵۷	پودمان ۱۳-۴ گرانش در درون زمین
۱۵۸	پودمان ۱۳-۵ انرژی پتانسیل گرانشی
۱۶۱	پودمان ۱۳-۶ سیاره‌ها و ماهواره‌ها: قانون‌های کپلر
۱۶۲	پودمان ۱۳-۷ مدارها و انرژی ماهواره‌ها
۱۶۳	پودمان ۱۳-۸ اینشتین و گرانش

صفحه	عنوان
۹۴	پودمان ۸-۵ پایستگی انرژی

صفحه	عنوان
۹۹	پودمان ۹-۱ مرکز جرم و تکانه‌ی خطی
۹۹	پودمان ۹-۱ مرکز جرم
۱۰۱	پودمان ۹-۲ قانون دوم نیوتون برای دستگاه ذرات
۱۰۲	پودمان ۹-۳ تکانه‌ی خطی دستگاه ذرات
۱۰۳	پودمان ۹-۴ برخورد و ضربه
۱۰۵	پودمان ۹-۵ پایستگی تکانه‌ی خطی
۱۰۷	پودمان ۹-۶ تکانه و انرژی جنبشی در برخوردها
۱۰۹	پودمان ۹-۷ برخوردهای کشسان یک بعدی
۱۱۱	پودمان ۹-۸ برخوردهای دو بعدی
۱۱۲	پودمان ۹-۹ دستگاه‌های با جرم متغیر: موشک

صفحه	عنوان
۱۱۳	پودمان ۱۰-۱ دوران
۱۱۳	پودمان ۱۰-۱ متغیرهای حرکت دورانی
۱۱۴	پودمان ۱۰-۲ حرکت دورانی با شتاب زاویه‌ای ثابت
۱۱۵	پودمان ۱۰-۳ رابطه‌های میان متغیرهای خطی و زاویه‌ای
۱۱۷	پودمان ۱۰-۴ انرژی جنبشی دورانی
۱۱۸	پودمان ۱۰-۵ محاسبه‌ی لختی دورانی
۱۱۹	پودمان ۱۰-۶ گشتاور نیرو
۱۱۹	پودمان ۱۰-۷ قانون دوم نیوتون در حرکت دورانی
۱۲۱	پودمان ۱۰-۸ کار و انرژی جنبشی دورانی

صفحه	عنوان
۱۲۳	پودمان ۱۱-۱ غلتش، گشتاور نیرو و تکانه‌ی زاویه‌ای
۱۲۳	پودمان ۱۱-۱ حرکت غلتشی به صورت ترکیبی از حرکت‌های انتقالی و دورانی

پیشگفتار برای کتاب درسی

پس از سال‌ها تدریس دروس پیشرفته‌ی فیزیک، کسب تجربیات آموزشی و پژوهشی ارزنده و تألیف کتاب‌های تخصصی فیزیک در زمینه‌های مکانیک کوانتومی، نسبیت، فیزیک نوین، اپتیک و ترمودینامیک، دست به تألیف کتاب‌های فیزیک در سطح عمومی و پایه زده‌اند.

مؤلفان کتاب **مبانی فیزیک** به منظور توجه به اهمیت محتوای کتاب‌های فیزیک پایه، تقریباً، هر دو سه سال یک بار ویرایش تازه‌ای شامل تغییرات اساسی در جهت تکامل و ارتقای سطح آموزشی کتاب به خوانندگان و دانشجویان عرضه کرده‌اند. سرعت عرضه‌ی ویرایش‌های جدید چنان بود که مؤلفان با انتشار کتاب **اصول فیزیک**، ویرایش نهم (۲۰۱۱)، عنوان تازه‌ای به کتاب‌های ارزشمند و پرمحتوای خود افزودند. خوشبختانه، اینجانبان موفق شدیم ترجمه‌ی جلد‌های ۱، ۲ و ۳ این کتاب را به دست‌آوردان گرامی فیزیک تقدیم کنیم.

به دنبال ترجمه‌ی چهار دوره کتاب‌های **فیزیک، مبانی فیزیک و اصول فیزیک** توفیق یافتیم که برای پنجمین دوره به ترجمه‌ی کتاب **مبانی فیزیک** (ویرایش دهم، سال ۲۰۱۴)، تألیف **دیوید هالیدی، رابرت رزنیکی و جرل واکر**، پردازیم و آن را به دانشجویان عزیز رشته‌های علوم پایه و مهندسی تقدیم کنیم.

این کتاب نسبت به کتاب‌های پیشین مؤلفان دارای تغییرات و همراه با اصلاحات قابل توجه و آموزنده‌ای بود که به طور خلاصه عبارت بودند از: هدف‌های آموزشی، نکته‌های کلیدی، فیزیک در این باره چه می‌گوید؟، خودآزمایی‌ها، مسئله‌های نمونه، نکته‌های کلیدی در مسئله‌های نمونه، مرور و چکیده‌ی مطالب، پرسش‌ها، مسئله‌ها، مسئله‌های بیشتر، مطالب مهم کتاب، شرح روی شکل‌ها و ...، که این امر باعث افزایش قابل ملاحظه‌ی صفحات کتاب شده بود.

افزایش حجم کتاب، تعداد زیاد مسئله‌ها و از طرفی تعداد واحدهای درسی فیزیک در دانشگاه‌ها و ساعت اختصاص یافته برای آنها، علاوه بر آن، افزایش قیمت کتاب، مرا بر آن داشت که با حفظ مطالب فیزیکی اصلی و عمده، به خلاصه‌ی یا حذف کردن پاره‌ای از موضوعات، و خصوصاً مسئله‌ها، پردازیم تا علاقه‌ی استادها و دانشجویان نسبت به مطالعه‌ی کتاب کم نشود. ترجمه و

برنامه‌ریزی منطبق با نیازهای دانش و فناوری امروزی کشور، هماهنگ کردن برنامه‌های آموزشی در دانشگاه‌ها و مؤسسه‌های آموزش عالی و معرفی و پیشنهاد منابع درسی ارزنده و معتبر از جمله هدف‌های اساسی شورای عالی برنامه‌ریزی و کمیته‌های تخصصی وابسته به آن را تشکیل می‌دهد. بدین جهت، کتاب **مبانی فیزیک**، تألیف **دیوید هالیدی و رابرت رزنیکی**، به عنوان کتاب مرجع برای تدریس **فیزیک پایه** در رشته‌های علوم پایه و مهندسی انتخاب شده است.

اینجانب و زنده‌یاد آقای دکتر نعمت‌الله گلستانیان همواره امیدوار بوده‌ایم که بتوانیم در همکاری و همگامی با هدف‌های **مرکز نشر دانشگاهی** برای تأمین منابع درسی معتبر و مورد تأیید صاحب‌نظران و استادان محترم دانشگاه‌ها سهمی داشته باشیم. ترجمه‌ی سه جلد کتاب **فیزیک**، تألیف **هالیدی - رزنیکی (۱۹۷۷)** و چاپ و انتشار آن‌ها توسط مرکز نشر دانشگاهی در سال ۱۳۶۶، سرآغازی برای تحقق یافتن این آرزوها بوده است.

پس از انتشار این کتاب‌ها تصمیم گرفته شد کار ادامه پیدا کند و از این رو برای ترجمه‌ی ویرایش دوم (۱۹۸۶)، ویرایش سوم (۱۹۹۰) و ویرایش ششم (۲۰۰۱) کتاب **مبانی فیزیک**، تألیف **هالیدی، رزنیکی و واکر** اقدام شد و خوشبختانه، توانستیم برگردان فارسی **مبانی فیزیک** را در چهار جلد به مرحله‌ی چاپ و انتشار برسانیم. استقبال خوانندگان عزیز از کتاب‌ها چنان بوده که برخی مجلد‌های آن‌ها، در مجموع ویرایش‌های مختلف، تاکنون بیش از ۹۲ بار تجدید چاپ شده است.

امروزه اهمیت کتاب‌های فیزیک پایه به حدی است که گویی ناشران و مؤلفان بزرگ دنیا در زمینه‌ی بالا بردن کیفیت و روزآمد کردن این کتاب‌ها با هم به رقابت پرداخته‌اند. در اهمیت تدوین این گونه کتاب‌ها همین قدر می‌توان گفت که فیزیک‌دانان و مؤلفان صاحب نامی، چون **مارک زیمانسکی^۱، فرانسیس سیرز^۲، هانس اوهانیان^۳، رابرت رزنیکی^۴، ریموند سروی^۵، استفن گاسیورویچ^۶، اوژن هشت^۷، ریچارد ویدنر^۸، ریچارد فاینمن^۹**، و بسیاری دیگر،

1. Mark W.Zemansky
3. Hans C.Ohanian
5. Raymond A.Serway
7. Eugen Hecht
9. Richard P.Feynman

2. Francis W.Sears
4. Robert Resnick
6. Stephen Gasiorowicz
8. Richard T.Weidner

تلخیص مطالب علاوه بر ویرایش‌های قبلی، با توجه به ویرایش یازدهم (سال ۲۰۱۹) کتاب مبانی فیزیک صورت گرفته است.

در ترجمه‌ی کتاب با تکیه بر تجربه‌های کسب شده به مدت نزدیک به ۴۵ سال در زمینه‌ی ترجمه و تألیف کتاب‌های عمومی و تخصصی فیزیک، تدریس فیزیک پایه و تخصصی و همکاری با مؤسسه‌های علمی و فرهنگی گوناگون، تلاش شده است روانی و شیوایی مطالب همراه با مفهوم و ارزش علمی آن‌ها حفظ شود و تازه‌ترین شیوه‌های نگارش و برابر نهاده‌های واژه‌ها و اصطلاحات انگلیسی با توجه به مصوبه‌های فرهنگستان زبان و ادب فارسی به کار رود.

با اعتقاد به اینکه در ترجمه‌ی متن‌های علمی باید بیشتر انتقال علم مورد نظر باشد تا انتقال فرهنگ، تلاش شده است تا حد امکان به جنبه‌های فرهنگی متن فارسی کتاب چهره‌ای آشنا تر داده شود. از این رو، ضمن تلاش در تحقق این باور در ابعاد گوناگون، در موارد مقتضی به جای نام‌های اشخاص و مکان‌های مندرج در متن اصلی از نام‌های ایرانی استفاده شده است.

اینجانب ضمن گرامی داشتن یاد استاد فقید آقای دکتر نعمت‌الله گلستانیان به خاطر خدمات دانشگاهی بی‌شائبه و ارزشمند نامبرده در امر تدریس، ترجمه و تألیف مطالب فیزیکی، و همکاری صمیمانه‌ی «۴۴ ساله‌ی» ما در زمینه ترجمه و تألیف کتاب‌های فیزیک، امیدوارم فرهنگ مکتوب فیزیک در کشور ایران به خوبی حفظ شود.

چاپ و نشر این کتاب توسط شرکت آموزشی و فرهنگی مبتکران صورت گرفته است و بجا است از مدیر کاردان و اهل دانش و فرهنگ این شرکت جناب آقای یحیی دهقانی، که در نهایت سخاوتمندی اندوخته‌ی مادی و معنوی خویش را در راه تعالی و ترقی ارزش‌های آموزشی، علمی و فرهنگی کشور به کار گرفته است، تشکر و قدردانی کنم.

هم‌چنین، از کارکنان شرکت آموزشی و فرهنگی مبتکران، به‌ویژه خانم‌ها لیلی مهرعلی‌پور و حمیده نوروزی، به‌خاطر حروف‌نگاری دقیق متن، صفحه‌آرایی مناسب و شایسته و دقت در انتقال و آرایش شکل‌های کتاب، آقای خداپاار مبین به‌خاطر راهنمایی در انتخاب شیوه‌ی حروف‌نگاری مناسب و تهیه‌ی امکانات لازم برای چاپ و نظارت فنی بر تولید کتاب، خانم‌ها سمیرا ایمان‌فرد و سمانه ایمان‌فرد، به‌خاطر انتقال دقیق شکل‌ها و تنظیم مناسب نوشته‌های روی شکل‌ها، خانم ملیحه محمدی، به‌خاطر اسکن کردن برخی شکل‌های کتاب، خانم مینا هرمزی، به‌خاطر طراحی ماهرانه و زیبای جلد کتاب و خانم کبری مرادی، به‌خاطر نظارت بر آماده‌سازی امکانات و نظارت بر چاپ کتاب، صمیمانه سپاسگزارم.

محمود بهار

عضو هیئت علمی دانشکده‌ی فیزیک دانشگاه خوارزمی

تهران، بهمن ۱۳۹۷

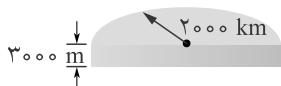
اندازه‌گیری

$$1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} = (10^{-2} \text{ m})(10^6 \mu\text{m} / \text{m}) = 10^4 \mu\text{m}$$

پس نتیجه می‌گیریم که کسری از سانتی‌متر که مساوی با $1/0 \mu\text{m}$ است، عدد $1/0 \times 10^{-4}$ است. (پ) چون $1 \text{ yd} = (3 \text{ ft})(0.3048 \text{ m} / \text{ft}) = 0.9144 \text{ m}$ داریم

$$1/0 \text{ yd} = (0.91 \text{ m})(10^6 \mu\text{m} / \text{m}) = 9.1 \times 10^5 \mu\text{m}$$

*** ۳ جنوبگان (قطب جنوب) ناحیه‌ای، به شکل تقریبی نیم‌دایره به شعاع 2000 km است (شکل ۱-۲). ضخامت متوسط پوشش یخ در این ناحیه 3000 m است. حجم یخ ناحیه جنوبگان چند سانتی‌متر مکعب است؟ (خمیدگی سطح زمین را نادیده بگیرید).



شکل ۱-۲ مسئله ۳.

حل: حجم یخ از حاصل ضرب مساحت سطح نیم‌دایره و ضخامت یخ به دست می‌آید. مساحت نیم‌دایره $A = \pi r^2 / 2$ است که شعاع است. بنابراین حجم یخ برابر است با

$$V = \frac{\pi}{2} r^2 z$$

که در آن z ضخامت یخ است. چون هر کیلومتر معادل 10^3 m و هر متر معادل 10^2 cm است، داریم

$$r = (2000 \text{ km}) \left(\frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right) = 2000 \times 10^5 \text{ cm}$$

برحسب این یکاها، ضخامت یخ برابر است با

$$z = 3000 \text{ m} = (3000 \text{ m}) \left(\frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right) = 3000 \times 10^2 \text{ cm}$$

که از آنجا حجم یخ به دست می‌آید:

$$V = \frac{\pi}{2} (2000 \times 10^5 \text{ cm})^2 (3000 \times 10^2 \text{ cm}) = 1.9 \times 10^{22} \text{ cm}^3$$

پودمان ۱-۱ اندازه‌گیری کمیت‌ها، از جمله طول‌ها

* ۱ زمین کره‌ای با شعاع تقریبی $6.37 \times 10^6 \text{ m}$ است. (الف) محیط زمین برحسب کیلومتر، (ب) مساحت سطح زمین برحسب کیلومتر مربع، و (پ) حجم زمین برحسب کیلومتر مکعب، چقدر است؟

حل: فرمول‌های هندسی متعددی در پیوست ارائه شده‌اند.

(الف) شعاع زمین را به صورت زیر می‌نویسیم

$$R = (6.37 \times 10^6 \text{ m})(10^{-3} \text{ km} / \text{m}) = 6.37 \times 10^3 \text{ km}$$

محیط زمین برابر است با

$$s = 2\pi R = 2\pi(6.37 \times 10^3 \text{ km}) = 4.00 \times 10^4 \text{ km}$$

(ب) مساحت سطح زمین برابر است با

$$A = 4\pi R^2 = 4\pi(6.37 \times 10^3 \text{ km})^2 = 5.10 \times 10^8 \text{ km}^2$$

(پ) حجم زمین برابر است با

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3} (6.37 \times 10^3 \text{ km})^3 = 1.08 \times 10^{12} \text{ km}^3$$

* ۲ میکرومتر ($1 \mu\text{m}$) را اغلب میکرون می‌نامند. (الف) $1/0 \text{ km}$ چند میکرون است؟ (ب) $1/0 \mu\text{m}$ چه نسبتی از سانتی‌متر است؟ (پ) یک یارد چند میکرون است؟

حل: پیشوندهای مربوط به یکاهای SI (از جمله میکرو، پیکو، نانو، ...) در جدول ۱-۲ ارائه شده‌اند.

(الف) چون $1 \text{ km} = 1 \times 10^3 \text{ m}$ و $1 \text{ m} = 1 \times 10^6 \mu\text{m}$ ، داریم

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = (10^3 \text{ m})(10^6 \mu\text{m} / \text{m}) = 10^9 \mu\text{m}$$

مقدار داده شده $1/0 \text{ km}$ (با دو رقم معنی‌دار) است که نشان می‌دهد نتیجه‌ی به دست آمده را باید به صورت $1/0 \times 10^9 \mu\text{m}$ بنویسیم.

(ب) ابتدا تعداد میکرون‌ها در یک سانتی‌متر را حساب می‌کنیم.

چون $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$ ، پس داریم:

پودمان ۱-۲ استاندارد زمان

* ۴ سریع‌ترین رشد گیاهی ثبت شده مربوط به هسپروبوکاوپیلی

است که در مدت ۱۴ شبانه‌روز به اندازه‌ی $3/7 \text{ m}$ رشد کرد.

آهنگ رشد این گیاه برحسب میکرومتر بر میلی‌ثانیه چه بوده است؟

حل: یک شبانه‌روز معادل 86400000 میلی‌ثانیه و یک متر معادل

یک میلیون میکرومتر است، پس آهنگ رشد گیاه برابر است با

$$\frac{(3/7 \text{ m})(10^6 \mu\text{m}/\text{m})}{(14 \text{ day})(86400000 \text{ ms}/\text{day})} = 0.0031 \mu\text{m}/\text{ms}$$

* ۵ مدت یک جلسه‌ی درس (۵۰ دقیقه) در حدود یک

میکروقرن است. (الف) یک میکروقرن چند دقیقه است؟ (ب) با

استفاده از معادله‌ی زیر

$$100 \times \left(\frac{\text{مقدار تقریبی} - \text{مقدار واقعی}}{\text{مقدار واقعی}} \right) = \text{درصد اختلاف}$$

درصد اختلاف را نسبت به مقدار تقریبی به دست آورید.

حل: با استفاده از جدول ۱-۲ در مورد پیشوندهای میکرو، پیکو،

نانو و... داریم:

(الف)

$$\left(\frac{365 \text{ شبانه‌روز}}{100 \text{ سال}} \right) \left(\frac{10^{-6} \text{ قرن}}{1 \text{ یک قرن}} \right) = \text{یک میکروقرن}$$

$$\left(\frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ یک ساعت}} \right) = 52.6 \text{ min}$$

(ب) بنابراین، درصد اختلاف برابر است با

$$\frac{52.6 \text{ min} - 50 \text{ min}}{52.6 \text{ min}} = 4.9\%$$

* ۶ چون چرخش زمین به تدریج در حال کند شدن است،

طول هر شبانه‌روز افزایش می‌یابد: طول شبانه‌روز در پایان یک

قرن به اندازه‌ی $1/10 \text{ ms}$ بیشتر از آغاز قرن است. در مدت ۳۰

قرن مقدار افزایش کل طول شبانه‌روز چیست؟

حل: آخرین روز ۳۰ قرن، نسبت به اولین روز قرن اول، به اندازه‌ی

$$(30 \text{ قرن}) (0.001 \text{ s}/\text{قرن}) = 0.03 \text{ s}$$

طولانی‌تر است. پس شبانه‌روز متوسط در طول ۳۰ قرن به اندازه‌ی

$(0 + 0.03)/2 = 0.015 \text{ s}$ طولانی‌تر از اولین روز است. چون

افزایش به طور یکنواخت صورت می‌گیرد، اثر کلی افزایش زمان T

برابر است با:

$T =$ (تعداد روزها) (افزایش متوسط طول شبانه‌روز)

$$= (2000 \text{ y}) \left(\frac{365/25 \text{ شبانه‌روز}}{y} \right) (0.015 \text{ s}) = 10958 \text{ s}$$

این مقدار تقریباً معادل ۲ ساعت است.

*** ۷ تصور کنید در حالی که در ساحلی در نزدیکی استوا دراز

کشیده‌اید و غروب خورشید را در افق دریای آرام تماشا

می‌کنید، درست در لحظه‌ی ناپدید شدن لبه‌ی بالای قرص

خورشید یک ساعت وقت نگهدار را به کار می‌اندازید. سپس

سرپا می‌ایستید و در حالی که ارتفاع چشم‌های شما از سطح

زمین $H = 1.70 \text{ m}$ است، دوباره در لحظه‌ی ناپدید شدن لبه‌ی

بالای قرص خورشید، ساعت را از کار می‌اندازید. اگر این

بازه‌ی زمانی $t = 11/18 \text{ s}$ باشد، شعاع کره‌ی زمین r ، چقدر است؟

حل: وقتی خورشید نخستین بار در هنگام پایین رفتن از نظر ناپدید

می‌شود، خط دید شما در لبه‌ی بالای خورشید، در نقطه‌ی A بر

سطح زمین مماس است. موقعی که سرپا می‌ایستید، چشم‌های شما

در ارتفاع h قرار می‌گیرد و خط دید خورشید در نقطه‌ی B بر

سطح زمین مماس است.

فرض می‌کنیم d فاصله‌ی نقطه‌ی B تا محل چشم‌های شما

است. با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس داریم

$$d^2 = r^2 = (r+h)^2 = r^2 + 2rh + h^2$$

یا $d^2 = 2rh + h^2$ ، که در آن r شعاع زمین است. چون $r \gg h$ ،

لذا از جمله‌ی دوم می‌توان چشم‌پوشی کرد ($rd^2 \approx 2rh$). زاویه‌ی

بین دو شعاع مربوط به خط‌های مماس بر سطح زمین در

نقطه‌های A و B مساوی با θ است. این زاویه، با زاویه‌ی چرخش

خورشید حول زمین در مدت زمان $t = 11/18 \text{ s}$ برابر است. مقدار θ

را می‌توان از رابطه‌ی زیر به دست آورد

$$\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{t}{24 \text{ h}}$$

در نتیجه داریم

$$\theta = \frac{(360^\circ)(11/18 \text{ s})}{(24 \text{ h})(60 \text{ min}/\text{h})(60 \text{ s}/\text{min})} = 0.04625^\circ$$

با توجه به شکل، $d = r \tan \theta$ است و داریم

$$r = \frac{2h}{\tan^2 \theta} \text{ یا } d^2 = r^2 \tan^2 \theta = 2rh$$

$m = 27/63 \text{ g}$ است، حجم برگه برابر است با:

$$V = \frac{m}{\rho} = 1/43 \text{ cm}^3$$

این حجم را با یکای SI بیان می‌کنیم:

$$V = (1/43 \text{ cm}^3) \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \right)^3 = 1/43 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

چون $V = Az$ که در آن $z = 1 \times 10^{-6} \text{ m}$ است، داریم

$$A = \frac{1/43 \times 10^{-6} \text{ m}^3}{1 \times 10^{-6} \text{ m}} = 1/43 \text{ m}^2$$

(ب) حجم استوانه‌ای به طول l ، برابر است با $V = Al$ ، که در آن

$A = \pi r^2$ مساحت مقطع دایره‌ای است. بنابراین به ازای

$r = 2/500 \times 10^{-6} \text{ m}$ و $V = 1/43 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ خواهیم داشت

$$l = \frac{V}{\pi r^2} = 7/741 \times 10^4 \text{ m} = 72/87 \text{ km}$$

* ۱۰ (الف) با فرض آنکه چگالی آب درست 1 g/cm^3 باشد،

جرم یک متر مکعب آب را برحسب کیلوگرم پیدا کنید. (ب)

فرض کنید که ۱۰/۰ ساعت طول بکشد تا مخزنی حاوی

5700 m^3 آب خالی شود. «آهنگ شارش جرم» آب از مخزن،

برحسب کیلوگرم بر ثانیه چقدر است؟

حل: چگالی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

(الف) برای تبدیل حجم داریم

$$1 \text{ cm}^3 = (1 \times 10^{-2} \text{ m})^3 = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

بنابراین، چگالی برحسب kg/m^3 برابر است با:

$$1 \text{ g/cm}^3 = \left(\frac{1 \text{ g}}{\text{cm}^3} \right) \left(\frac{10^{-3} \text{ kg}}{\text{g}} \right) \left(\frac{\text{cm}^3}{10^{-6} \text{ m}^3} \right) = 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

یعنی جرم هر مترمکعب آب، ۱۰۰۰ کیلوگرم است.

(ب) جرم آب را به مدت زمان خالی شدن مخزن تقسیم می‌کنیم.

جرم از رابطه‌ی $M = \rho V$ به دست می‌آید:

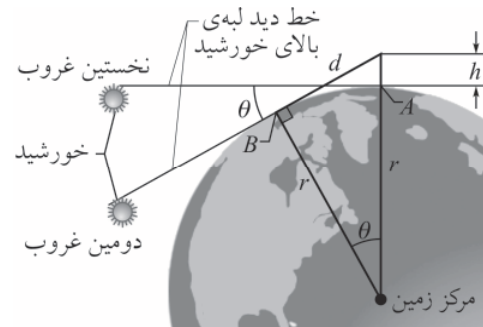
$$M = (5700 \text{ m}^3)(1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3) = 5/70 \times 10^6 \text{ kg}$$

مدت زمان خالی شدن مخزن آب

$$t = (10 \text{ h})(3600 \text{ s/h}) = 3/6 \times 10^4 \text{ s}$$

است، در نتیجه آهنگ شارش جرم، R برابر است با

$$R = \frac{M}{t} = \frac{5/70 \times 10^6 \text{ kg}}{3/6 \times 10^4 \text{ s}} = 158 \text{ kg/s}$$



اگر مقدار به دست آمده برای θ را در این رابطه قرار دهیم،

$r = 5/2 \times 10^6 \text{ m}$ به دست می‌آید.

پودمان ۱-۳ استاندارد جرم

* ۸ جرم زمین $5/98 \times 10^{24} \text{ kg}$ است. جرم متوسط اتم‌هایی که

ماده‌ی زمین را تشکیل می‌دهند $40u$ است. زمین از چند اتم

تشکیل شده است؟

حل: اگر M_E جرم زمین، m جرم متوسط یک اتم در زمین و N

تعداد اتم‌ها باشد، $M_E = Nm$ یا $N = M_E / m$ خواهد بود. جرم

m را با استفاده از تبدیل $1u = 1/661 \times 10^{-27} \text{ kg}$ (پیوست ت)، به

کیلوگرم تبدیل می‌کنیم. در نتیجه داریم

$$N = \frac{M_E}{m} = \frac{5/98 \times 10^{24} \text{ kg}}{(40u)(1/661 \times 10^{-27} \text{ kg/u})} = 9/0 \times 10^{49}$$

* ۹ طلا با چگالی $19/32 \text{ g/cm}^3$ ، شکل پذیرترین فلزات است و

می‌توان آن را در اثر فشردن به صورت یک برگه‌ی نازک یا در

اثر کشیدن به صورت یک تار باریک درآورد. (الف) اگر

نمونه‌ای از طلا به جرم $27/63 \text{ g}$ در اثر فشردن به برگه‌ای

به ضخامت $1/000 \mu\text{m}$ تبدیل می‌کنیم، مساحت برگه‌ی طلا

چقدر است؟ (ب) اگر این نمونه‌ی طلا را در اثر کشیدن به یک

تار استوانه‌ای باریک با مقطعی به شعاع $2/500 \mu\text{m}$ تبدیل

کنیم، طول تار چقدر می‌شود؟

حل: چگالی طلا برابر است با

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{19/32 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} = 19/32 \text{ g/cm}^3$$

(الف) حجم برگه را از حاصل ضرب سطح A در ضخامت z

به دست می‌آوریم. چون چگالی طلا $\rho = 19/32 \text{ g/cm}^3$ و جرم

** ۱۱ بر اثر بارندگی، بخشی از خاک دامنه‌ی یک کوه به ابعاد $۲/۵ \text{ km}$ افقی، $۰/۸۰ \text{ km}$ در راستای شیب کوه به سمت بالا، و به عمق $۲/۰ \text{ m}$ به صورت گل و لای کنده می‌شود و به یک دره می‌ریزد. فرض کنید این گل و لای به طور یکنواخت در سطح دره به ابعاد $۰/۴۰ \text{ km} \times ۰/۴۰ \text{ km}$ پخش می‌شود و چگالی گل $۱۹۰۰ \text{ kg/m}^۳$ است. جرم گل و لای ته‌نشین شده در مساحت $۴/۰ \text{ m}^۲$ از دره چقدر است؟

حل: حجم بخش مورد نظر خاک برابر است با

$$V = (۲۵۰۰ \text{ m})(۸۰۰ \text{ m})(۲/۰ \text{ m}) = ۴/۰ \times ۱۰^۶ \text{ m}^۳$$

اگر d ضخامت گل و لای پس از توزیع (یکنواخت) آن در دره باشد، حجم آن برابر با $d(۴۰۰ \text{ m})(۴۰۰ \text{ m})$ خواهد بود. این دو حجم باید با هم مساوی باشند. در نتیجه $d = ۲۵ \text{ m}$ به دست می‌آید. حجم کوچکی از گل و لای ته‌نشین شده در مساحت $۴/۰ \text{ m}^۲$ برابر است با $d(۴/۰) = ۱۰۰ \text{ m}^۳$. چون جرم هر متر مکعب از گل و لای ۱۹۰۰ kg است، جرم گل و لای ته‌نشین شده، $۱/۹ \times ۱۰^۵ \text{ kg}$ است.

** ۱۲ یک سانتی‌متر مکعب از ابر کومه‌ای (کومولوس) دارای ۵۰ تا ۵۰۰ قطره آب است. شعاع هر قطره آب معمولی $۱۰ \mu\text{m}$ است. برای این گستره از تعداد قطره‌های آب کمترین و بیشترین مقادیر متناظر را، به ترتیب، در حالت‌های زیر مشخص کنید. (الف) در استوانه‌ای از ابر کومه‌ای به ارتفاع $۳/۰ \text{ km}$ و شعاع $۱/۰ \text{ km}$ ، چند مترمکعب آب وجود دارد؟ (ب) این آب چند بطری یک لیتری را پر می‌کند؟ (پ) چگالی آب $۱۰۰۰ \text{ kg/m}^۳$ است. جرم آب موجود در این ابر چقدر است؟

حل: (الف) حجم ابر $V = \pi(۳۰۰۰ \text{ m})^۲(۱۰۰۰ \text{ m}) = ۹/۴ \times ۱۰^۹ \text{ m}^۳$ است. چون هر مترمکعب از این ابر دارای ۵۰×۱۰^۶ تا ۵۰۰×۱۰^۶ قطره‌ی آب است، نتیجه می‌گیریم که کل ابر دارای $۴/۷ \times ۱۰^{۱۸}$ تا $۴/۷ \times ۱۰^{۱۹}$ قطره آب است. چون حجم هر قطره $V = \frac{4}{3}\pi(۱۰ \times ۱۰^{-۶} \text{ m})^۳ = ۴/۲ \times ۱۰^{-۱۵} \text{ m}^۳$ است، حجم کل آب موجود در ابر، از $۲ \times ۱۰^۳ \text{ m}^۳$ تا $۲ \times ۱۰^۴ \text{ m}^۳$ است.

(ب) با استفاده از رابطه‌ی تبدیل $۱ \text{ m}^۳ = ۱ \times ۱۰^۳ \text{ cm}^۳$ ، $۱ \text{ L} = ۱ \times ۱۰^{-۳} \text{ m}^۳$ مقدار آب محاسبه شده در قسمت (الف) می‌تواند ۲×۱۰^۶ تا ۲×۱۰^۷ بطری را پر کند.

** ۱۳ چگالی آهن $۷/۸۷ \text{ g/cm}^۳$ و جرم یک اتم آهن $۹/۲۷ \times ۱۰^{-۲۶} \text{ kg}$ است. اتم‌ها را به صورت کره‌های تنگ هم چیده شده در نظر می‌گیریم. (الف) حجم یک اتم آهن چقدر است؟ (ب) فاصله‌ی میان مرکزهای دو اتم مجاور چیست؟

حل: (الف) چگالی نمونه‌ی آهن برابر است با:

$$\rho = (۷/۸۷ \text{ g/cm}^۳) \left(\frac{۱ \text{ kg}}{۱۰۰۰ \text{ g}} \right) \left(\frac{۱۰۰ \text{ cm}}{۱ \text{ m}} \right)^۳ = ۷۸۷۰ \text{ kg/m}^۳$$

اگر از فضای خالی بین کره‌ها چشمپوشی کنیم، چگالی یک اتم آهن با چگالی نمونه‌ی آهن مساوی می‌شود. پس اگر M جرم و V حجم یک اتم باشد، داریم

$$V = \frac{M}{\rho} = \frac{۹/۲۷ \times ۱۰^{-۲۶} \text{ kg}}{۷/۸۷ \times ۱۰^۳ \text{ kg/m}^۳} = ۱/۱۸ \times ۱۰^{-۲۹} \text{ m}^۳$$

(ب) حجم یک اتم کروی برابر است با $V = \frac{4}{3}\pi R^۳$ ، پس شعاع اتم برابر است با:

$$R = \left(\frac{۳V}{۴\pi} \right)^{۱/۳} = \left[\frac{۳(۱/۱۸ \times ۱۰^{-۲۹} \text{ m}^۳)}{۴\pi} \right]^{۱/۳} = ۱/۴۱ \times ۱۰^{-۱۰} \text{ m}$$

فاصله‌ی میان مرکزهای دو اتم مجاور با دو برابر شعاع اتم، یعنی $۲/۸۲ \times ۱۰^{-۱۰} \text{ m}$ برابر است.

** ۱۴ یک مول اتم هم‌ارز با $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}$ اتم است. بدن یک گربه‌ی خانگی بزرگ تا نزدیک‌ترین مرتبه‌ی بزرگی، شامل چند مول اتم است؟ جرم اتم هیدروژن، اتم اکسیژن، اتم کربن، به ترتیب، $۱/۰ \text{ u}$ ، ۱۶ u و ۱۲ u است.

حل: اگر جرم یک گربه‌ی خانگی «نوعی» را ۱۰ kg و جرم یک اتم «نوعی» در بدن گربه را $۲ \times ۱۰^{-۲۶} \text{ kg} \approx ۱۰ \text{ u}$ در نظر بگیریم، تعداد اتم‌ها در بدن گربه تقریباً برابر است با

$$\frac{(۱۰ \text{ kg})}{(۲ \times ۱۰^{-۲۶} \text{ kg})} \approx ۵ \times ۱۰^{۲۶} \text{ اتم}$$

این تعداد چندین مرتبه بزرگ‌تر از عدد آووگادرو، یعنی در حدود یک کیلو مول اتم است.

$$\begin{aligned} \left. \frac{dm}{dt} \right|_{t=5/00s} &= [4/00(5/00)^{-0/2} - 3/00] \text{g/s} = -0/10 \text{g/s} \\ &= -0/101 \frac{\text{g}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{kg}}{1000 \text{g}} \cdot \frac{60 \text{s}}{1 \text{min}} \\ &= -6/05 \times 10^{-3} \text{kg/min} \end{aligned}$$

*** ۱۶ ظرفی با دیواره‌های قائم و مساحت قاعده‌ی $17/0 \text{cm} \times 14/0 \text{cm}$ را با دانه‌هایی از شیرینی، هر یک به حجم $50/0 \text{mm}^3$ و جرم $0/0200 \text{g}$ ، پر می‌کنیم. فرض کنید حجم فضای خالی میان دانه‌های شیرینی قابل چشمپوشی است. اگر ارتفاع شیرینی‌های ظرف با آهنگ $0/250 \text{cm/s}$ افزایش یابد، آهنگ افزایش یافتن جرم شیرینی‌ها (برحسب کیلوگرم بر دقیقه) در ظرف چقدر است؟

حل: چگالی جرمی دانه‌های شیرینی برابر است با

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V} = \frac{0/0200 \text{g}}{50/0 \text{mm}^3} = 4/00 \times 10^{-4} \text{g/mm}^3 \\ &= 4/00 \times 10^{-4} \text{kg/cm}^3 \end{aligned}$$

اگر حجم فضای خالی بین دانه‌های شیرینی را در نظر نگیریم، جرم کل دانه‌های شیرینی وقتی ظرف را تا ارتفاع h پر می‌کنند، مساوی با $M = \rho Ah$ است که در آن $A = (14/0 \text{cm})(17/0 \text{cm}) = 238 \text{cm}^2$ مساحت قاعده‌ی ظرف است که تغییر نمی‌کند. بنابراین، آهنگ افزایش جرم دانه‌های شیرینی برابر است با

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= \frac{d(\rho Ah)}{dt} = \rho A \frac{dh}{dt} \\ &= (4/00 \times 10^{-4} \text{kg/cm}^3)(238 \text{cm}^2)(0/250 \text{cm/s}) \\ &= 0/0238 \text{kg/s} = 1/43 \text{kg/min} \end{aligned}$$

*** ۱۵ در مخزنی که اندکی نشتی دارد آب ریخته می‌شود. جرم آب موجود در مخزن m ، برحسب زمان t از معادله‌ی $m = 5/00t^{0/8} - 3/00t + 20/00$ به دست می‌آید، که در آن m برحسب گرم و $t \geq 0$ برحسب ثانیه است. (الف) در چه زمانی مخزن بیشترین جرم آب را دارد؟ (ب) این بیشترین جرم چقدر است؟ آهنگ تغییر جرم آب برحسب کیلوگرم بر دقیقه در زمان‌های (پ) $t = 2/00 \text{s}$ و (ت) $t = 5/00 \text{s}$ ، چیست؟

حل: برای حل کردن مسئله باید توجه کرد که مشتق اول یک تابع نسبت به زمان، آهنگ زمانی را به دست می‌دهد. آهنگ صفر، مقدار فرین جرم متغیر را به ما می‌دهد؛ در این جا مقدار فرین همان مقدار بیشینه است.

(الف) از رابطه‌ی $m(t) = 5/00t^{0/8} - 3/00t + 20/00$ نسبت به t مشتق می‌گیریم:

$$\frac{dm}{dt} = 4/00t^{-0/2} - 3/00$$

مقدار آب موقعی بیشترین است که $dm/dt = 0$ یا $t = (4/00/3/00)^{1/0/2} = 4/21 \text{s}$ باشد.

(ب) در زمان $t = 4/21 \text{s}$ ، جرم آب برابر است با

$$\begin{aligned} m(t = 4/21 \text{s}) &= 5/00(4/21)^{0/8} - 3/00(4/21) + 20/00 \\ &= 23/2 \text{g} \end{aligned}$$

(پ) در زمان $t = 2/00 \text{s}$ ، آهنگ تغییر جرم برابر است با

$$\begin{aligned} \left. \frac{dm}{dt} \right|_{t=3/00s} &= [4/00(3/00)^{-0/2} - 3/00] \text{g/s} = 0/21 \text{g/s} \\ &= 0/21 \frac{\text{g}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{kg}}{1000 \text{g}} \cdot \frac{60 \text{s}}{1 \text{min}} \\ &= 1/26 \times 10^{-2} \text{kg/min} \end{aligned}$$

(ت) به طور مشابه، آهنگ تغییر جرم در زمان $t = 5/00 \text{s}$ ، برابر است با

۲

حرکت در طول خط راست

روی یکی از قطارها به طور مستقیم به طرف قطار دیگر پرواز می‌کند. پرنده به محض رسیدن به قطار دوم، آن را ترک می‌کند و دوباره به طرف قطار اول برمی‌گردد و این کار را به همین ترتیب تکرار می‌کند (نمی‌دانیم پرنده چقدر این گونه رفتار می‌کند). کل مسافتی که پرنده می‌پیماید چقدر است؟

حل: می‌دانیم که فاصله‌ی بین قطارها با آهنگ ثابت 60 km/h می‌شود و زمان سپری شده قبل از برخورد قطارها $t = (60 \text{ km}) / (60 \text{ km/h}) = 1 \text{ h}$ است. در طول این مدت، پرنده مسافت $x = vt = (60 \text{ km/h})(1 \text{ h}) = 60 \text{ km}$ را می‌پیماید.

*** ۴ شخصی برای پیمودن فاصله‌ی میان تهران تا کرج، نصف زمان لازم را با تندی 55 km/h و نصف دیگر را با تندی 90 km/h رانندگی می‌کند. شخص در راه برگشت، نصف مسافت را با تندی 55 km/h و نصف دیگر را با تندی 90 km/h می‌پیماید. تندی متوسط خودرو، (الف) از تهران تا کرج، (ب) در راه برگشت از کرج به تهران، و (پ) در کل مسافت رفت و برگشت، چقدر است؟ (ت) سرعت متوسط خودرو در کل مسافت رفت و برگشت چقدر است؟ (ث) نمودار تغییرات x بر حسب t را برای قسمت (الف) با فرض آنکه حرکت در جهت مثبت محور x انجام شده است، رسم کنید. نشان دهید چگونه می‌توان سرعت متوسط را از روی نمودار معین کرد.

حل: (الف) مدت زمان مسافت و فاصله‌ی بین تهران تا کرج را به ترتیب با D و T نشان می‌دهیم. در نتیجه سرعت متوسط به دست می‌آید

$$v_{\text{avg},1} = \frac{D}{T} = \frac{(55 \text{ km/h}) \frac{T}{4} + (90 \text{ km/h}) \frac{T}{4}}{T} = 72.5 \text{ km/h}$$

که به صورت 73 km/h گرد می‌شود.

پودمان ۱-۲ مکان، جابه‌جایی و سرعت متوسط

* ۱ در هنگام عطسه کردن شدید، چشم‌های شما ممکن است به مدت 0.5 s بسته شوند. اگر در حین عطسه کردن مشغول رانندگی با تندی 90 km/h باشید خودرو شما در این مدت چه مسافتی را می‌پیماید؟

حل: تندی خودرو (که ثابت فرض می‌شود) برابر است با

$$v = (90 \text{ km/h})(1000 \text{ m/km})(3600 \text{ s/h}) = 25 \text{ m/s}$$

بنابراین در مدت 0.5 s ثانیه، خودرو مسافت زیر را می‌پیماید:

$$d = vt = (25 \text{ m/s})(0.5 \text{ s}) \approx 13 \text{ m}$$

* ۲ خودرویی با تندی ثابت 35 km/h از تپه‌ای بالا می‌رود و با تندی ثابت 60 km/h از تپه پایین می‌آید. تندی متوسط خودرو در این رفت و برگشت را حساب کنید.

حل: تندی متوسط، برخلاف سرعت متوسط، به مسافت کل بستگی دارد. چون مسافت D به طرف بالای تپه، با مسافت D به طرف پایین تپه برابر است، و چون تندی خودرو (در هر بخش حرکت) ثابت است، داریم $D/t = \text{تندی}$. بنابراین، تندی متوسط برابر است با:

$$\frac{D_{\text{بالا}} + D_{\text{پایین}}}{t_{\text{بالا}} + t_{\text{پایین}}} = \frac{2D}{\frac{D}{v_{\text{بالا}}} + \frac{D}{v_{\text{پایین}}}}$$

با قرار دادن تندی رو به بالای $v_{\text{بالا}} = 35 \text{ km/h}$ و تندی رو به پایین $v_{\text{پایین}} = 60 \text{ km/h}$ در رابطه‌ی بالا، تندی متوسط 44 km/h به دست می‌آید.

* ۳ دو قطار که تندی هر کدام 30 km/h است، بر روی یک مسیر مستقیم به سوی هم حرکت می‌کنند. وقتی که فاصله‌ی دو قطار از هم 60 km است، پرنده‌ای با تندی پرواز 60 km/h از

(ب) اگر سرعت ثابت باشد، داریم

$$v_{avg,2} = \frac{D}{T} = \frac{D}{\frac{D}{55} + \frac{D}{90}} = 68.3 \text{ km/h}$$

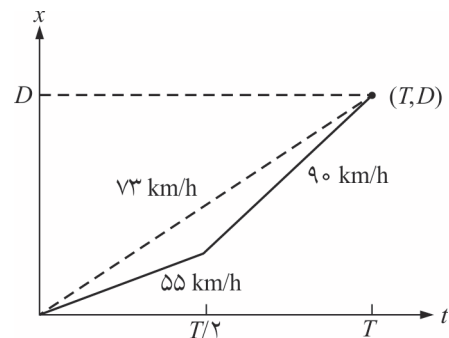
که به صورت ۶۸ km/h گرد می‌شود.

(پ) کل مسافت پیموده شده (۲D) را نباید با جابه‌جایی برایند (صفر) اشتباه کرد. برای یک رفت و برگشت کامل داریم:

$$v_{avg} = \frac{2D}{\frac{D}{72.5} + \frac{D}{68.3}}$$

(ت) چون جابه‌جایی برایند صفر است، سرعت متوسط برای کل مسافت رفت و برگشت نیز صفر است.

(ث) در مورد رسم کردن نمودار، مسئله به دانشجو اجازه می‌دهد مسافت D را هر چه می‌خواهد اختیار کند (نیازی به مراجعه به نقشه نیست)؛ لذا دانشجو می‌تواند T را به‌طور اختیاری برحسب D رسم کند. به‌طور خلاصه می‌توان نمودار را به صورت زیر (شیب برحسب کیلومتر بر ساعت) توصیف کرد: دو پاره‌خط در اختیار است که شیب اولی ۵۵° است و مبداء مختصات را به نقطه‌ی $(T/2, 55T/2)$ و نقطه‌ی (t_1, x_1) وصل می‌کند، و پاره‌خط دوم دارای شیب ۹۰° است و نقطه‌ی (t_1, x_1) را به نقطه‌ی (T, D) وصل می‌کند که در آن $T = \frac{D}{(55+90)}$ است. سرعت متوسط، با شیب خطی که از مبداء به نقطه (T, D) وصل می‌شود، برابر است. نمودار (بدون مقیاس) به صورت زیر است:



پودمان ۲-۲ سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای

* ۵ مکان الکترونی که در راستای محور x حرکت می‌کند، از

معادله‌ی $x = 16te^{-t} \text{ m}$ به دست می‌آید، که در آن t برحسب ثانیه است. الکترون در چه فاصله‌ای از مبداء به حال سکون لحظه‌ای در می‌آید؟

حل: با استفاده از رابطه‌ی عمومی $\frac{d}{dx} \exp(bx) = b \exp(bx)$ داریم

$$v = \frac{dx}{dt} = \left(\frac{d(16t)}{dt}\right) \cdot e^{-t} + (16t) \cdot \left(\frac{de^{-t}}{dt}\right)$$

$$v = 16(1-t)e^{-t}$$

این رابطه نشان می‌دهد که به ازای $t = 1 \text{ s}$ سرعت الکترون صفر می‌شود. چون الکترون در لحظه‌ی $t = 1 \text{ s}$ متوقف می‌شود، مقدار $t = 1 \text{ s}$ را در تابع اولیه‌ی $x = 16te^{-t}$ قرار می‌دهیم تا فاصله‌ی توقف از مبداء، $x = 5.9 \text{ m}$ ، به دست آید.

* ۶ مکان ذره‌ای که در راستای محور x حرکت می‌کند،

برحسب سانتی‌متر از معادله‌ی $x = 9.75 + 1.50t^3$ به دست می‌آید، که در آن t برحسب ثانیه است. مطلوب است محاسبه‌ی، (الف) سرعت متوسط ذره در بازه‌ی زمانی $t = 2.00 \text{ s}$ تا $t = 3.00 \text{ s}$ ؛ (ب) سرعت لحظه‌ای ذره در زمان $t = 2.00 \text{ s}$ ؛ (پ) سرعت لحظه‌ای ذره در زمان $t = 3.00 \text{ s}$ ؛ (ت) سرعت لحظه‌ای ذره در زمان $t = 2.50 \text{ s}$ ؛ و (ث) سرعت لحظه‌ای ذره در موقعی که ذره در وسط فاصله‌ی میان دو مکان متناظر با $t = 2.00 \text{ s}$ و $t = 3.00 \text{ s}$ قرار دارد. (ج) نمودار تغییرات x برحسب t را رسم کنید و پاسخ‌های خواسته شده را به روش ترسیمی به دست آورید.

حل: برای سرعت متوسط از معادله‌ی ۲-۲ و برای سرعت لحظه‌ای

از معادله‌ی ۴-۲ استفاده می‌کنیم.

(الف) به ازای $t = 2.00 \text{ s}$ و $t = 3.00 \text{ s}$ در معادله‌ی داده شده، به ترتیب مقادیر $x_2 = 21.75 \text{ cm}$ و $x_3 = 50.25 \text{ cm}$ به دست می‌آید. سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی $2.00 \text{ s} \leq t \leq 3.00 \text{ s}$ برابر است با:

$$v_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50.25 \text{ cm} - 21.75 \text{ cm}}{3.00 \text{ s} - 2.00 \text{ s}} = 28.5 \text{ cm/s}$$

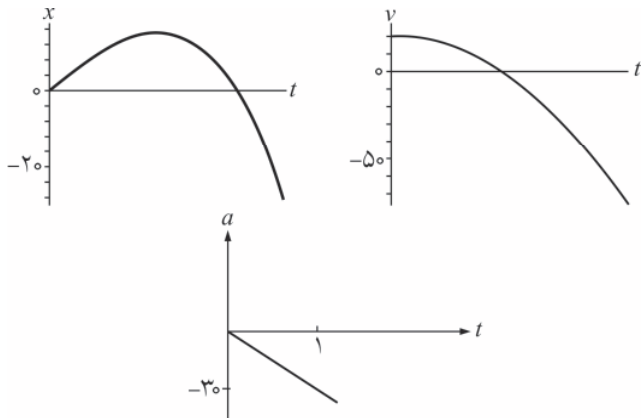
(ب) سرعت لحظه‌ای برابر با $v = dx/dt = 4.5t^2$ است و برای

لحظه‌ی $t = 2.00 \text{ s}$ ، مقدار $v = (4.5)(2.00)^2 = 18.0 \text{ cm/s}$ به دست می‌آید.

(پ) در لحظه‌ی $t = 3.00 \text{ s}$ ، سرعت لحظه‌ای برابر است با:

$$v = (4.5)(3.00)^2 = 40.5 \text{ cm/s}$$

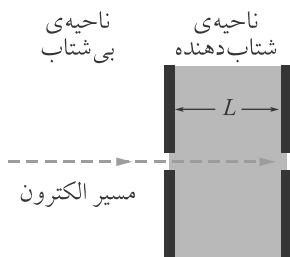
(ت) در لحظه‌ی $t = 2.50 \text{ s}$ ، سرعت لحظه‌ای برابر است با:



(پ) واضح است که شتاب $a(t) = -30t$ به ازای $t > 0$ منفی است.
 (ت) شتاب $a(t) = -30t$ به ازای $t < 0$ مثبت است.
 (ث) نمودارهای $x(t)$ ، $v(t)$ و $a(t)$ به صورت زیر هستند:

پودمان ۲-۴ شتاب ثابت

* ۸ الکترونی با سرعت آغازی $v_0 = 1/50 \times 10^5 \text{ m/s}$ به ناحیه‌ای به طول $L = 1/0 \text{ cm}$ وارد می‌شود و تحت تأثیر میدان الکتریکی شتاب می‌گیرد (شکل ۲-۱۳). الکترون با سرعت $v = 5/70 \times 10^6 \text{ m/s}$ از این ناحیه خارج می‌شود. شتاب آن با فرض ثابت بودن، چقدر است؟



شکل ۲-۱۳ مسئله ۸

حل: این مسئله مربوط به حالت شتاب ثابت است، بنابراین حرکت الکترون را با استفاده از معادلات داده شده در جدول ۲-۱ می‌توان تحلیل کرد:

$$v = v_0 + at \quad (2-11)$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2-15)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (2-16)$$

شتاب را می‌توان از معادله‌ی (۲-۱۶) به دست آورد. به ازای $v_0 = 1/50 \times 10^5 \text{ m/s}$ ، $v = 5/70 \times 10^6 \text{ m/s}$ ، $x_0 = 0$ و $x = 0/10 \text{ m}$ شتاب متوسط به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v = (4/5)(2/50)^2 = 2/81 \text{ cm/s}$$

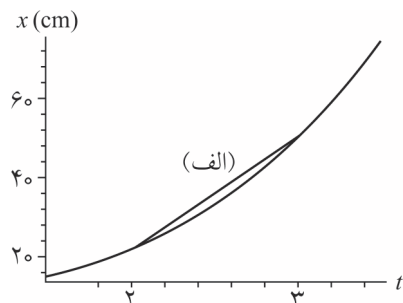
(ث) فرض کنید t_m مربوط به لحظه‌ای است که ذره در میانه‌ی راه بین x_2 و x_3 حرکت می‌کند [یعنی وقتی که ذره در $x_m = (x_2 + x_3) / 2 = 36 \text{ cm}$ قرار دارد]. بنابراین، داریم

$$x_m = 9/75 + 1/5 t_m^2 \Rightarrow t_m = 2/596 \text{ s}$$

تندی لحظه‌ای در این لحظه برابر است با:

$$v = 4/5 (2/596)^2 = 30/3 \text{ cm/s}$$

(ج) جواب قسمت (الف) از شیب خط راست بین $t = 2 \text{ s}$ و $t = 3 \text{ s}$ در منحنی x برحسب t به دست می‌آید. جواب قسمت‌های (ب)، (پ)، (ت) و (ث) از شیب خط مماس بر منحنی در نقاط مربوط، به دست می‌آید (در شکل نشان داده نشده‌اند).



پودمان ۲-۳ شتاب

* ۷ مکان ذره‌ای از رابطه‌ی $x = 20t - 5t^3$ به دست می‌آید، که در آن x برحسب متر و t برحسب ثانیه است. (الف) آیا سرعت ذره هرگز صفر می‌شود؟ (ب) در چه زمانی شتاب ذره a ، صفر است؟ شتاب a در چه گستره‌ی زمانی (مثبت یا منفی) (پ) منفی است؟ (ت) مثبت است؟ (ث) نمودارهای $x(t)$ ، $v(t)$ و $a(t)$ را رسم کنید.

حل: از رابطه‌ی داده شده مشتق می‌گیریم و سرعت و شتاب را به دست می‌آوریم:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -15t^2 + 20 \quad \text{و} \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -30t$$

از این رابطه‌ها در قسمت‌های زیر استفاده می‌کنیم:

(الف) از رابطه‌ی $0 = -15t^2 + 20$ ، تنها مقدار مثبت t که سرعت ذره به ازای آن صفر می‌شود، $t = \sqrt{20/15} = 1/2 \text{ s}$ به دست می‌آید.
 (ب) از رابطه‌ی $a(t) = -30t$ ، مقدار $a(0) = 0$ به دست می‌آید، یعنی در لحظه‌ی $t = 0$ شتاب صفر است.

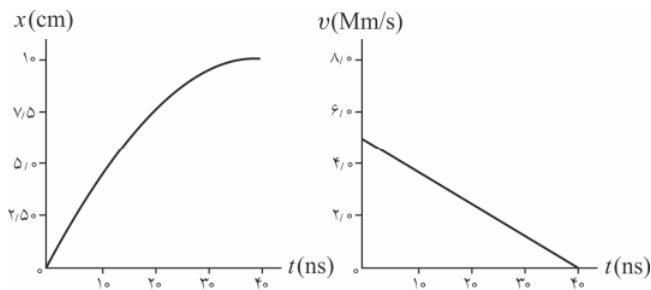
* ۱۰ یک میوئون (یکی از ذرات بنیادی) با تندی $5/00 \times 10^6 \text{ m/s}$ به ناحیه‌ای وارد و حرکتش با آهنگ $1/25 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$ کند می‌شود. (الف) میوئون پیش از توقف چه مسافتی را می‌پیماید؟ (ب) نمودار تغییرات x بر حسب t و نمودار تغییرات v بر حسب t مربوط به میوئون را رسم کنید.

حل: شرط شتاب ثابت اجازه می‌دهد از جدول ۱-۲ استفاده کنیم. (الف) با قرار دادن $v=0$ و $x_0=0$ در معادله‌ی $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ داریم:

$$x = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} = -\frac{1}{2} \frac{(5/00 \times 10^6)^2}{-1/25 \times 10^{14}} = 0/100 \text{ m}$$

چون سرعت میوئون در حال کم شدن است، علامت سرعت اولیه و شتاب باید مخالف هم باشند.

(ب) نمودارهای مکان و سرعت میوئون بر حسب زمان را از لحظه‌ی ورود به میدان تا لحظه‌ی توقف رسم کرده‌ایم. محاسبه‌ی قسمت (الف) بدون توجه به زمان t انجام شده است، به همین علت از معادلات جدول ۱-۲ (مانند $v = v_0 + at$ و $x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$) برای ترسیم این نمودارها استفاده کرده‌ایم.



* ۱۱ در یک جاده‌ی خشک، خودرویی با لاستیک‌های خوب می‌تواند با شتاب ثابت $4/92 \text{ m/s}^2$ ترمز کند. (الف) چه مدت طول می‌کشد تا این خودرو که دارای تندی آغازی $24/6 \text{ m/s}$ است، متوقف شود. (ب) در این مدت خودرو چه مسافتی را می‌پیماید؟ (پ) نمودار x بر حسب t و نمودار v بر حسب t را در مدت حرکت با این شتاب کند کننده رسم کنید.

حل: محور $+x$ را در جهت حرکت انتخاب می‌کنیم، در نتیجه داریم $v_0 = +24/6 \text{ m/s}$ و $a = -4/92 \text{ m/s}^2$ در ضمن فرض می‌کنیم $x_0 = 0$ است.

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(0/7 \times 10^6 \text{ m/s})^2 - (1/5 \times 10^5 \text{ m/s})^2}{2(0/010 \text{ m})} = 1/62 \times 10^{15} \text{ m/s}^2$$

* ۹ یک وسیله‌ی نقلیه‌ی برقی از حال سکون به راه می‌افتد و با شتاب $2/0 \text{ m/s}^2$ به خط راست حرکت می‌کند تا به تندی 20 m/s می‌رسد. سپس تندی وسیله با آهنگ $1/0 \text{ m/s}^2$ کاهش می‌یابد تا متوقف شود. (الف) از زمان شروع حرکت تا توقف چه مدت طول می‌کشد؟ (ب) این وسیله از زمان شروع حرکت تا توقف، چه مسافتی را می‌پیماید؟

حل: حرکت را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم و جهت حرکت را مثبت در نظر می‌گیریم. در قسمت ۱، وسیله‌ی نقلیه از حال سکون تا بیشترین تندی‌اش شتاب می‌گیرد، بنابراین مقادیر $v_0 = 0$ ، $v = 20 \text{ m/s}$ و $a = 2/0 \text{ m/s}^2$ را داریم. در قسمت ۲، تندی وسیله‌ی نقلیه از بیشترین مقدار کاهش می‌یابد و بالاخره متوقف می‌شود. در این حالت $v = 20 \text{ m/s}$ ، $v_0 = 0$ و $a = -1/0 \text{ m/s}^2$ است (شتاب منفی است زیرا جهت بردار شتاب در خلاف جهت حرکت است).

(الف) با استفاده از جدول ۱-۲، t_1 در قسمت ۱ حرکت را از معادله‌ی $v = v_0 + at$ یعنی $20 = 0 + 2/0 t_1$ به دست می‌آوریم که مساوی با $t_1 = 10 \text{ s}$ است. t_2 در قسمت ۲ حرکت از معادله‌ی مشابه $0 = 20 + (-1/0) t_2$ به دست می‌آید که مساوی با $t_2 = 20 \text{ s}$ است. در نتیجه زمان کل حرکت $t = t_1 + t_2 = 30 \text{ s}$ است.

(ب) در قسمت ۱ حرکت، فرض می‌کنیم $x_0 = 0$ است و از معادله‌ی $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ از جدول ۱-۲ استفاده می‌کنیم:

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(20 \text{ m/s})^2 - (0)^2}{2(2/0 \text{ m/s}^2)} = 100 \text{ m}$$

این مقدار، مسافت اولیه برای قسمت ۲ حرکت است، لذا با استفاده از همان معادله برای قسمت ۲ حرکت، داریم

$$x - 100 \text{ m} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(0)^2 - (20 \text{ m/s})^2}{2(-1/0 \text{ m/s}^2)}$$

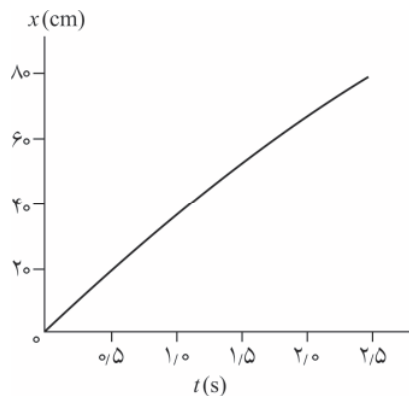
در نتیجه مکان نهایی $x = 300 \text{ m}$ است. این مقدار همان مسافت پیموده شده‌ی کل نیز هست (وسیله‌ی نقلیه حرکت خود را معکوس نمی‌کند یا در جهت عکس حرکت نمی‌کند).

$$t = \frac{25 \text{ m/s} - 38.1 \text{ m/s}}{-5.2 \text{ m/s}^2} = 2.52 \text{ s}$$

(ب) فرض می‌کنیم خودرو در هنگام ترمز شدن در لحظه‌ی $t = 0$ در نقطه‌ی $x = 0$ قرار دارد. بنابراین، مختصه‌ی خودرو به صورت تابعی از زمان برابر است با

$$x = (38.1 \text{ m/s})t + \frac{1}{2}(-5.2 \text{ m/s}^2)t^2$$

این تابع را در نمودار زیر از $t = 0$ تا $t = 2.52 \text{ s}$ رسم کرده‌ایم. ما نمودار $v-t$ را در اینجا رسم نکرده‌ایم که اگر رسم کنید یک خط راست خواهد بود که از v_0 تا v در حال نزول است.



* ۱۳ موشکی در فضا با شتاب ثابت 9.8 m/s^2 حرکت می‌کند تا در حین پرواز احساس شتاب عادی گرانشی را ایجاد کند. (الف) اگر موشک از حالت سکون شروع به حرکت کرده باشد، چه مدت طول می‌کشد تا تندی آن به یک دهم تندی نور برسد؟ (ب) موشک در این مدت چه مسافتی می‌پیماید؟

حل: ثابت بودن شتاب در این مسئله به ما اجازه می‌دهد از معادلات جدول ۱-۲ استفاده کنیم.

(الف) مدت زمان لازم را از معادله‌ی $v = v_0 + at$ به دست می‌آوریم:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{1}{9.8 \text{ m/s}^2} (3.0 \times 10^8 \text{ m/s}) = 3.1 \times 10^6 \text{ s}$$

که معادل $1/2$ ماه است.

(ب) مسافت پیموده شده را از معادله‌ی $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ به‌ازای $x_0 = 0$ به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2} (9.8 \text{ m/s}^2) (3.1 \times 10^6 \text{ s})^2 = 4.6 \times 10^{13} \text{ m}$$

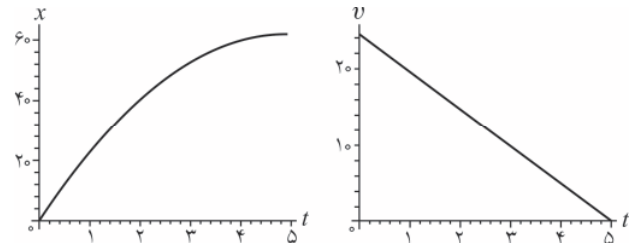
(الف) مدت زمانی که طول می‌کشد تا خودرو متوقف شود، با استفاده از معادله‌ی ۱-۲ برابر است با:

$$0 = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{24.6 \text{ m/s}}{4.92 \text{ m/s}^2} = 5.00 \text{ s}$$

(ب) اگرچه چندین معادله در جدول ۱-۲ می‌توانند نتیجه‌ی مساوی در این مورد به ما بدهند، ما معادله‌ی ۱-۲ را انتخاب می‌کنیم [زیرا به جواب قسمت (الف) بستگی ندارد]:

$$0 = v_0^2 + 2ax \Rightarrow x = \frac{(24.6 \text{ m/s})^2}{2(-4.92 \text{ m/s}^2)} = 61.5 \text{ m}$$

(پ) با استفاده از این نتیجه‌ها، نمودار $v-t + \frac{1}{2} at^2$ (نمودار x برحسب زمان، در طرف چپ) و نمودار $v_0 + at$ (نمودار v در طرف راست) در بازه‌ی زمانی $0 \leq t \leq 5 \text{ s}$ را رسم می‌کنیم:



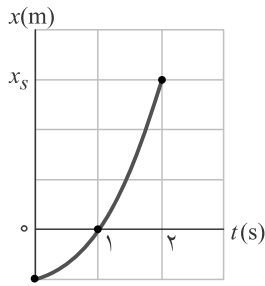
* ۱۲ در یک خودرو ترمزها می‌توانند تندی را با آهنگ 5.2 m/s^2 کاهش دهند. (الف) اگر خودرو با تندی 137 km/h در حال حرکت باشد و ناگهان پلیس راهنمایی سر برسد، راننده حداقل در چه مدت می‌تواند تندی خودرو را به مقدار مجاز 90 km/h برساند؟ (پاسخ شما بی‌فایده بودن این ترمز کردن را برای فرار از آشکار شدن تخلف توسط رادار یا تفنگ لیزری نشان می‌دهد). (ب) نمودار x برحسب t و نمودار v برحسب t را برای این حرکت کند شونده رسم کنید.

حل: جهت مثبت را در جهت سرعت اولیه‌ی خودرو در نظر می‌گیریم (و تأکید می‌کنیم که $a < 0$ است زیرا خودرو در حال کم کردن سرعت است). فرض می‌کنیم شتاب ثابت است و از جدول ۱-۲ استفاده می‌کنیم.

(الف) با قرار دادن مقادیر $v_0 = 137 \text{ km/h} = 38.1 \text{ m/s}$ ، $v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ و $a = -5.2 \text{ m/s}^2$ در معادله‌ی

$$v = v_0 + at$$

داریم



شکل ۱۴-۲ مسئله ۱۵.

حل: الف با توجه به شکل معلوم می‌شود که $x_0 = -2/0 \text{ m}$

است. معادله‌ی

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

جدول ۱-۲ را برای $t = 1/0 \text{ s}$ و سپس برای $t = 2/0 \text{ s}$ به کار می‌بریم. در نتیجه دو معادله به دست می‌آید که در آن‌ها v_0 و a مجهول‌اند:

$$0/0 - (-2/0 \text{ m}) = v_0 (1/0 \text{ s}) + \frac{1}{2} a (1/0 \text{ s})^2$$

$$6/0 \text{ m} - (-2/0 \text{ m}) = v_0 (2/0 \text{ s}) + \frac{1}{2} a (2/0 \text{ s})^2$$

از حل هم‌زمان این معادله‌ها مقادیر $v_0 = 0$ و $a = 4/0 \text{ m/s}^2$ به دست می‌آیند.

(ب) مثبت بودن جواب نشان می‌دهد که جهت بردار شتاب در جهت $+x$ است.

** ۱۶ الف) اگر شتاب بیشینه‌ی قابل تحمل برای مسافره‌ای

یک قطار زیرزمینی $1/34 \text{ m/s}^2$ و فاصله‌ی ایستگاه‌های قطار

806 m باشد، تندی بیشینه‌ی قطار در بین ایستگاه‌ها به چه

مقدار می‌تواند برسد؟ (ب) زمان پیمودن فاصله‌ی میان دو

ایستگاه چقدر است؟ (پ) اگر این قطار در هر ایستگاه به مدت

20 s توقف کند، تندی بیشینه‌ی قطار از آغاز یک حرکت تا

آغاز حرکت بعدی چقدر است؟ (ت) نمودارهای x ، v و a

برحسب t را برای بازه‌ی زمانی بین آغاز یک حرکت تا آغاز

حرکت بعدی رسم کنید.

حل: فرض می‌کنیم قطار از حال سکون ($v_0 = 0$ و $x_0 = 0$) با

شتاب $a_1 = +1/34 \text{ m/s}^2$ تا نقطه‌ی میانی حرکت می‌کند و سپس

با شتاب $a_2 = -1/34 \text{ m/s}^2$ حرکت می‌کند تا در ایستگاه بعدی

متوقف شود ($v_2 = 0$). سرعت قطار در نقطه‌ی میانی

توجه کنید که در حل قسمت‌های (الف) و (ب) از معادله‌ی $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ استفاده نکردیم. سرعت نهایی موشک را

به عنوان امتحان از این معادله حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a(x - x_0)} = \sqrt{0 + 2(9/8 \text{ m/s}^2)(4/6 \times 10^{13} \text{ m} - 0)} \\ = 3/0 \times 10^6 \text{ m/s}$$

که همان سرعت داده شده در صورت مسئله است. بنابراین مسئله را درست حل کرده‌ایم.

* ۱۴ خودرویی با سرعت $56/0 \text{ km/h}$ در حال حرکت است.

هنگامی که خودرو به فاصله‌ی $24/0$ متری یک راه‌بند مانع

عبور می‌رسد، راننده ترمز می‌کند و خودرو پس از $2/0$ ثانیه

به راه‌بند برخورد می‌کند. (الف) شتاب کند کننده‌ی خودرو پیش

از برخورد به راه‌بند چقدر است؟ (ب) سرعت خودرو هنگام

برخورد چقدر است؟

حل: صورت مسئله نشان می‌دهد که شتاب a ثابت است و می‌توان

از معادلات جدول ۱-۲ استفاده کرد.

(الف) مقدار $x_0 = 0$ را در معادله‌ی $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (معادله‌ی

۱۵-۲) قرار می‌دهیم تا شتاب $a = 2(x - v_0 t) / t^2$ به دست آید. با

قرار دادن $x = 24/0 \text{ m}$ و $v_0 = 56/0 \text{ km/h} = 15/55 \text{ m/s}$ و

$t = 2/00 \text{ s}$ در این معادله خواهیم داشت:

$$a = \frac{2[24/0 \text{ m} - (15/55 \text{ m/s})(2/00 \text{ s})]}{(2/00 \text{ s})^2} = -3/56 \text{ m/s}^2$$

یا $|a| = 3/56 \text{ m/s}^2$. علامت منفی نشان می‌دهد که جهت

شتاب در خلاف جهت حرکت خودرو است، یعنی تندی خودرو در

حال کند شدن است.

(ب) مقدار $v = v_0 + at$ را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$v = 15/55 \text{ m/s} - (3/56 \text{ m/s}^2)(2/00 \text{ s}) = 8/43 \text{ m/s} \\ = 30/3 \text{ km/h}$$

* ۱۵ شکل ۱۴-۲، نمودار حرکت ذره‌ای را نشان می‌دهد که در

راستای محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند. مقیاس محور

قائم شکل با مقدار $x_s = 6/0 \text{ m}$ مشخص شده است. (الف)

بزرگی، و (ب) جهت شتاب ذره چیست؟

(این مدت برای نگاه کردن به تلفن و گفتن «من این کار را نمی‌کنم!» کافی است). در آغاز این ۲/۰s افسر پلیس با شتاب $5/0 \text{ m/s}^2$ ناگهان ترمز می‌کند. (الف) سرانجام، وقتی دوباره حواس شما جمع می‌شود فاصله‌ی میان دو خودرو چقدر است؟ فرض کنید به مدت $0/4 \text{ s}$ دیگر به زمان نیاز دارید تا متوجه خطر شوید و ترمز کنید. (ب) اگر شما نیز با شتاب $5/0 \text{ m/s}^2$ ترمز کنید، تندی خودرو شما هنگام برخورد با خودرو پلیس چقدر است؟

حل: (الف) توجه کنید که 120 km/h معادل $33/3 \text{ m/s}$ است. در بازه‌ی زمانی ۲ ثانیه‌ای، خودرو شما مسافت $66/7 \text{ m}$ را طی می‌کند. در این مدت خودرو پلیس که ترمز شده است (بر طبق معادله‌ی ۲-۱۵) مسافت $51/11 \text{ m}$ را می‌پیماید. چون فاصله‌ی اولیه‌ی بین خودروها 25 m بود، و این فاصله به اندازه‌ی $15/6 \text{ m}$ کم شده است، بنابراین فاصله‌ی بین خودروها $9/4 \text{ m}$ است.

(ب) ابتدا $0/4 \text{ s}$ را به داده‌های قسمت (الف) اضافه می‌کنیم. در طول مدت $2/4 \text{ s}$ ، خودرو شما مسافت $79/9 \text{ m}$ را طی می‌کند. در این مدت زمان، خودرو ترمز شده‌ی پلیس (بر طبق معادله‌ی ۲-۱۵) مسافت $58/93 \text{ m}$ را طی می‌کند. در نتیجه فاصله‌ی اولیه‌ی 25 m بین خودروها به اندازه‌ی $20/6 \text{ m}$ کم می‌شود. بنابراین، در لحظه‌ای که (آن را t_0 بنامید) شروع به ترمز کردن می‌کنید، فاصله‌ی بین خودروها $4/4 \text{ m}$ است. تندی خودرو پلیس در لحظه‌ی t_0 مساوی با $21/3 \text{ m/s} = 5(2/4) - 33/3$ است. برخورد بین دو خودرو در لحظه‌ی t موقعی صورت می‌گیرد که پلیس $x = x_{\text{شما}}$ باشد (محورهای مختصات را طوری انتخاب می‌کنیم که در لحظه‌ی t_0 مکان خودرو شما $x = 0$ و مکان خودرو پلیس $x = 4/4 \text{ m}$ باشد). معادله‌ی ۲-۱۵ برای هر خودرو به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$x_{\text{پلیس}} - 4/4 = 21/3(t - t_0) - \frac{1}{2}(5)(t - t_0)^2$$

$$x_{\text{شما}} = 33/3(t - t_0) - \frac{1}{2}(5)(t - t_0)^2$$

این معادله‌ها را از هم کم می‌کنیم:

$$4/4 = (33/3 - 21/3)(t - t_0) \Rightarrow 0/367 \text{ s} = t - t_0$$

تندی خودرو شما در آن لحظه برابر است با

$$33/3 + a(t - t_0) = 33/3 - 5(0/367) \approx 31 \text{ m/s} = 112 \text{ km/h}$$

($x_1 = 806/2 = 403 \text{ m}$)، مساوی با v_1 است.

(الف) از معادله‌ی ۲-۱۶ داریم

$$v_1^2 = v_0^2 + 2a_1x_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2(1/34 \text{ m/s}^2)(440 \text{ m})} = 34/3 \text{ m/s}$$

(ب) مدت زمان t_1 در مرحله‌ی شتاب گرفتن قطار (با استفاده از

معادله‌ی ۲-۱۵) برابر است با

$$x_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2(440 \text{ m})}{1/34 \text{ m/s}^2}} = 25/6 \text{ s}$$

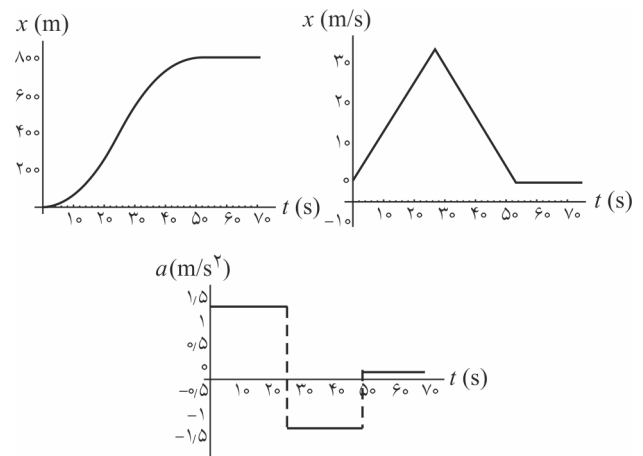
چون بازه‌ی زمانی مربوط به شتاب کند کننده نیز به همین مقدار است، این نتیجه را دو برابر می‌کنیم تا $t = 51/2 \text{ s}$ برای بازه‌ی زمانی بین ایستگاه‌ها به دست آید.

(پ) چون «زمان مرده» (زمان توقف) 20 s است، مدت زمان کل بین آغاز حرکت تا آغاز حرکت بعدی $T = t + 20 = 71/2 \text{ s}$ است.

بنابراین، از معادله‌ی ۲-۲ داریم

$$v_{\text{avg}} = \frac{880 \text{ m}}{71/2 \text{ s}} = 12/4 \text{ m/s}$$

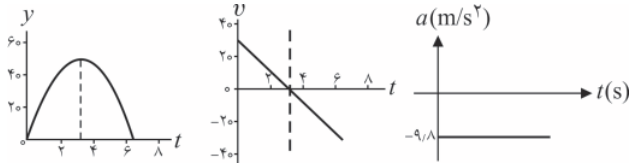
(ت) نمودارهای x ، v و a بر حسب زمان، در زیر رسم شده‌اند. نمودار سوم، $a(t)$ ، دارای سه «گام» افقی است - اولی با شتاب $1/34 \text{ m/s}^2$ در بازه‌ی زمانی $0 < t < 24/53 \text{ s}$ ، دومی با شتاب $-1/34 \text{ m/s}^2$ در بازه‌ی زمانی $24/53 \text{ s} < t < 49/1 \text{ s}$ و گام آخر با شتاب صفر در «زمان توقف» در بازه‌ی $49/1 \text{ s} < t < 69/1 \text{ s}$.



*** ۱۷ در حالی که به فاصله‌ی 25 m در دنبال خودرو گشت

نامحسوس پلیس در بزرگراهی رانندگی می‌کنید، با تلفن همراه مشغول صحبت کردن هستید؛ تندی حرکت خودرو شما و خودرو پلیس 120 km/h است. درگیری با طرف مکالمه باعث می‌شود از توجه به خودرو پلیس به مدت $2/0 \text{ s}$ غافل بمانید

پودمان ۲-۵ شتاب سقوط آزاد



* ۱۸ (الف) توپی را با چه سرعتی باید از سطح زمین به طور قائم به سوی بالا پرتاب کرد تا به ارتفاع بیشینه 50 m برسد؟ (ب) توپ چه مدت در هوا خواهد بود؟ (پ) نمودارهای تغییرات y ، v و a بر حسب t مربوط به توپ را رسم کنید. در روی دو نمودار اول، زمان رسیدن گلوله به ارتفاع 50 متری را مشخص کنید.

حل: در این مسئله یک توپ به طور قائم باید به طرف بالا پرتاب شود. حرکت بعدی آن تحت تأثیر گرانش صورت می‌گیرد. در مدتی که توپ پرتاب می‌شود و به زمین برمی‌گردد، از مقاومت هوا چشمپوشی می‌کنیم، در نتیجه $a = -g = -9.8\text{ m/s}^2$ است (جهت رو به پایین را در جهت $-y$ انتخاب می‌کنیم). چون شتاب ثابت است، لذا از معادلات جدول ۱-۲ استفاده می‌کنیم:

$$v = v_0 - gt \quad (11-2)$$

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (15-2)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \quad (16-2)$$

در این معادله‌ها $y_0 = 0$ است، تندی توپ پس از رسیدن به ارتفاع بیشینه y ، به طور موقتی صفر می‌شود ($v = 0$). بنابراین، تندی اولیه توپ v_0 را از طریق معادله $v^2 = v_0^2 - 2gy$ می‌توان به ارتفاع y ربط داد.

مدت زمانی که طول می‌کشد تا توپ به ارتفاع بیشینه برسد، از رابطه $v = v_0 - gt = 0$ یا $t = v_0/g$ به دست می‌آید. بنابراین، مدت زمان رفت و برگشت توپ (از لحظه‌ی جدا شدن از زمین تا لحظه‌ی برگشت آن به زمین)، $T = 2t = 2v_0/g$ است.

(الف) در بالاترین نقطه‌ی مسیر $v = 0$ و $v_0 = \sqrt{2gy}$ است. چون $y = 50\text{ m}$ است، در نتیجه داریم

$$v_0 = \sqrt{2gy} = \sqrt{2(9.8\text{ m/s}^2)(50\text{ m})} = 31.3\text{ m/s}$$

(ب) با استفاده از نتیجه‌ی قسمت (الف) برای v_0 ، مدت زمان کل پرواز توپ را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{2v_0}{g} = \frac{2(31.3\text{ m/s})}{9.8\text{ m/s}^2} = 6.39\text{ s} \approx 6.4\text{ s}$$

(پ) نمودارهای تغییرات y ، v و a بر حسب t برای توپ، در بالا رسم شده‌اند. نمودار شتاب یک خط افقی است که از -9.8 m/s^2 رسم شده است.

برای محاسبه‌ی مدت زمان کل پرواز توپ از معادله‌ی ۲-۱۵ نیز می‌توان استفاده کرد. در لحظه‌ی $t = T > 0$ ، توپ به مکان اولیه‌ی پرتاب ($y = 0$) برمی‌گردد. در نتیجه داریم

$$y = v_0 T - \frac{1}{2}gT^2 = 0 \Rightarrow T = \frac{2v_0}{g}$$

* ۱۹ قطره‌های باران از ابرهایی به ارتفاع 1700 m فرو می‌ریزند. (الف) اگر مقاومت هوا باعث کند شدن حرکت نشود، قطره‌ها با چه سرعتی به زمین برخورد می‌کنند؟ (ب) آیا راه رفتن در زیر چنین رگباری امن است؟

حل: اگر از مقاومت هوا در طول مدت سقوط قطره‌ها چشمپوشی کنیم، $a = -g = -9.8\text{ m/s}^2$ خواهد بود (جهت رو به پایین را جهت $-y$ در نظر گرفته‌ایم). این حرکت با شتاب ثابت است و می‌توانیم از معادلات جدول ۱-۲ (با قرار دادن Δy به جای Δx) استفاده کنیم.

(الف) با استفاده از معادله‌ی ۲-۱۶ و پذیرفتن ریشه‌ی منفی (چون سرعت نهایی رو به پایین است)، داریم

$$v = -\sqrt{v_0^2 - 2g\Delta y} = -\sqrt{0 - 2(9.8)(-1700)} = -183\text{ m/s}$$

بنابراین، بزرگی سرعت قطره‌های باران 188 m/s است.

(ب) خیر، جواب دادن به این سؤال بدون تجزیه و تحلیل کافی مشکل است. اگر جرم یک قطره‌ی باران را در حدود یک گرم یا کمتر در نظر بگیریم، جرم و تندی آن [با توجه به قسمت (الف)]، کمتر از جرم و تندی یک گلوله‌ی معمولی است. اما در اینجا تعداد قطره‌ها زیاد است و وضعیت خطرناکی پیش می‌آید. اگر مقاومت هوا را در نظر بگیریم، تندی نهایی قطره‌ها کمتر و خطر برطرف می‌شود و ما هم با این وضعیت آشنا هستیم.

* ۲۰ در یک کارگاه ساختمانی، آچاری از بالا می‌افتد و با تندی 24 m/s به زمین می‌خورد. (الف) آچار از چه ارتفاعی سقوط کرده است؟ (ب) مدت زمان سقوط چقدر است؟ (پ) نمودارهای تغییرات y ، v و a بر حسب t را برای آچار رسم کنید.