



مجموعه کتاب‌های علامه حلی

ریاضی نهم

ویژه استعدادهای درخشان

مؤلف: علیرضا شیخ‌عطار





شناسنامه
کتاب

سرشناسه : شیخ عطار، علیرضا، ۱۳۶۰
عنوان و نام پدیدآور : ریاضی نهم، ویژه استعدادهای درخشان
مشخصات نشر : تهران: انتشارات حلی، ۱۳۹۴
مشخصات ظاهری : ۲۲×۲۹ س م. ۱: مصور (رنگی)، جدول (رنگی)، نمودار (رنگی)؛ ص ۲۱۶
فروست : مجموعه کتاب علامه حلی
شابک : 978-600-7755-23-5
وضعیت فهرست‌نویسی : فیپای مختصر
یادداشت : (فهرست‌نویسی کامل این اثر در نشانی <http://opac.nlai.ir>: قابل دسترسی است)
یادداشت : واژه‌نامه
شناسه افزوده : پندی، زهره، ۱۳۵۶
شماره کتابشناسی ملی : ۳۹۶۰۳۷۷



عنوان کتاب : ریاضی نهم، ویژه استعدادهای درخشان
ناشر : انتشارات حلی
مؤلف : علیرضا شیخ عطار
ویراستار علمی : زهره پندی
مسئول هماهنگی : شیوا دلوچی
حروف‌نگار : آزاده مهری
صفحه‌آرا : راضیه سادات فرهانیان
طراح جلد : الهه شرفی
تصویرسازان : محمدحسین صفدریان
سال چاپ : ۱۳۹۵
نوبت چاپ : دوم
شمارگان : ۶۰۰۰ جلد
قیمت : ۱۷۹۰۰ تومان
شماره شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۵۵-۲۳-۵



تهران، خیابان انقلاب، میدان فردوسی، ابتدای کوچه براتی، پلاک ۱۶ ولله ۱۴
تلفن دفتر مرکزی: ۵-۶۶۷۴۴۳۸۴

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.

هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق برداشت تمام یا قسمتی از اثر را به صورت چاپ، فتوکپی و جزوه ندارد.
متخلفان به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشران تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرد.



جالب است
برای



فصل ۱
مجموعه‌ها

- ۹ درسنامه
- ۳۰ تمرین
- ۳۸ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۴۱ درسنامه

۵۹ تمرین

۶۹ پرسش‌های چهارگزینه‌ای



فصل ۲
عددهای حقیقی



فصل ۳
استدلال و اثبات در هندسه

- ۷۳ درسنامه
- ۹۶ تمرین
- ۱۰۱ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱۰۵ درسنامه

۱۱۶ تمرین

۱۱۹ پرسش‌های چهارگزینه‌ای



فصل ۴
توان و ریشه



فصل ۵
عبارت‌های جبری

- ۱۲۱ درسنامه
- ۱۴۰ تمرین
- ۱۴۸ پرسش‌های چهارگزینه‌ای



به نام خدا

چند سال پیش، تعدادی از معلمان با دغدغه «آموزش استعدادهای درخشان»، دور هم جمع شدند و موسسه علامه حلی را تأسیس کردند. این معلم‌ها - که خودشان از دانش‌آموختگان مدارس استعدادهای درخشان شهر تهران می‌باشند - سال‌ها در مدارس سمپاد (سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان)، به دنبال پیاده‌سازی روش‌های جدید و مؤثر آموزش بوده‌اند و در نهایت تصمیم گرفتند تا نتیجه این تجربیات را در موسسه علامه حلی در اختیار دیگر فعالان در عرصه آموزش بگذارند.

مجموعه کتاب‌های انتشارات علامه حلی، یکی از محصولات این تلاش جمعی است. در این کتاب‌ها تلاش شده است تا علاوه بر تأمین محتوای مناسب برای دانش‌آموزان برتر کشور، روش‌های جدیدتر و مؤثرتر آموزشی هم در انتقال این محتوا به کار گرفته شده و پیاده‌سازی شود. در پس این کتاب‌ها، ساعت‌ها کار فکری برای انتخاب ساختار و شیوه تدوین صرف شده است. فعال کردن دانش‌آموز در روند آموزش و ارجاع او به انجام مشاهدات، فعالیت‌ها و آزمایش‌های مناسب برای انتقال مفاهیم آموزشی و همچنین ترغیب دانش‌آموز برای مراجعه به منابع گسترده‌تر چون سایت‌های علمی اینترنتی و نرم‌افزارهای آموزشی، از ویژگی‌های این سیستم آموزشی است. علاوه بر این برای کمک به فرایند تدریس معلمان عزیز، محصولات جانبی چون متن راهنمای تدریس کتاب، محتوای الکترونیک و ... در کنار هر کتاب تولید شده است.

مجموعه کتاب‌های علامه حلی، با همکاری جمع زیادی از مؤلفین و معلمان باتجربه مدارس سمپاد - که به دقت انتخاب شده‌اند - تألیف و ویرایش گردیده است؛ اما آرزوی ما در این مؤسسه این است که از حضور تمامی معلمان دلسوز و باتجربه مدارس سمپاد و دیگر مراکز آموزشی برتر کشور عزیزمان، در تألیف کتاب‌ها و دیگر محصولات آموزشی، بهره ببریم؛ بنابراین از شما دبیران عزیز خواهشمندیم تجربه‌های خود را در زمینه استفاده از این کتاب و آموزش آن در کلاس، برای ما به آدرس الکترونیک: book@mhelli.ir ارسال فرمایید تا ما در چاپ‌های بعدی کتاب، از تجربیات، نظرات و حتی تصاویر ارسالی شما در انجام آزمایش‌ها، فعالیت‌ها، بازدهی‌ها و ... در کتاب - و البته با ذکر نام ارسال‌کننده - استفاده کنیم. البته دانش‌آموزان خوب و پرتلاش هم می‌توانند در این کار همکاری کنند و با معلمان خود در اجرای این طرح همراه شوند.

عابدی جعفری

مدیر انتشارات حلی

مقدمه مؤلف

همکار گرامی، دوست عزیز:

به تاریخ چاپ این کتاب، نظام آموزشی در مورد محتوای کتاب درسی بازنگری کرده است. جدا از انتقادات سازنده‌ای که می‌توان داشت، میوه این بازنگری تألیف کتابی است که سرزنده‌تر و کارشناسی‌تر از کتب سال‌های قبل در پایه اول دبیرستان به نظر می‌آید. از کتاب درسی آموزش و پرورش که بگذریم، همیشه جای خالی کتاب‌هایی احساس می‌شود که همسو با محتوای کتاب درسی بتواند به درک بیشتر مفاهیم کمک کند. کتابی که در دست شماست با داشتن دو ویژگی مهم زیر، سعی می‌کند تا به هدف یاد شده برسد:

۱) متن علمی: یکی از هدف‌های این کتاب این است که با داشتن متن علمی، فرایند آموزشی را برای شما از خواندن آغاز کند. زیرا به نظر می‌آید «کمبود متن خوب علمی» یا «خوب نخواندن متن علمی» از دلایل ضعف دانش‌آموز در یادگیری است. در این کتاب با داشتن متن علمی، از خواننده انتظار می‌رود که زمانی را برای خواندن و فکر کردن هزینه کند تا به یادگیری منجر شود.

۲) مسئله‌ها: مسائلی که در روند آموزش ریاضی ارائه می‌شود را می‌توان به مسائل «مفهومی»، «دانش‌افزایی»، «محاسباتی» و «خلاق» تقسیم‌بندی کرد. مهم، هنر آموزگار است که در چه زمانی و با چه سطحی، مسائلی را با توجه به این تقسیم‌بندی ارائه کند تا به درک بهتر علوم ریاضی دست یابد. سوالاتی که در متن این کتاب و هم در پایان هر فصل آمده است به این مهم توجه کرده است. با وجود این مسئله‌ها و سازماندهی آن‌ها، این کتاب را برای استفاده دانش‌آموزانی که می‌خواهند با مسائل بیشتر و چالشی‌تر دست و پنجه نرم کنند بسیار مفید کرده است. در ادامه از همه شما عزیزان دعوت می‌کنیم تا با ارائه نظرات خود، در آماده کردن محتوایی غنی‌تر برای دانش‌آموزان پیشرو در این دوره تحصیلی سهیم شوید.

اینجانب وظیفه خود می‌دانم تا از تمامی همکاران انتشارات که نهایت همکاری را با این تیم داشتند به‌ویژه مدیر انتشارات، آقای عابدی، مدیر مؤسسه علامه حلی، آقای انصاری و سرگروه ریاضی مؤسسه، سرکار خانم پندی تشکر و قدردانی نمایم. همچنین اگر زحمات خانم‌ها راضیه فرهانیان، الهه شرفی، شیوا دلچپی، آزاده مهری، اعظم گلشنی، لیلیا حاجیان، فاطمه روشن، هانیه یوسفی و آقایان: فاضلی و صفدریان که برای تایپ، صفحه‌آرایی، تصویرسازی، هماهنگی چاپ، نمونه‌خوانی و دیگر مراحل تولید این اثر تلاش کردند، نبود؛ محتوای این کتاب هرگز بر روی کاغذ ماندگار نمی‌شد.

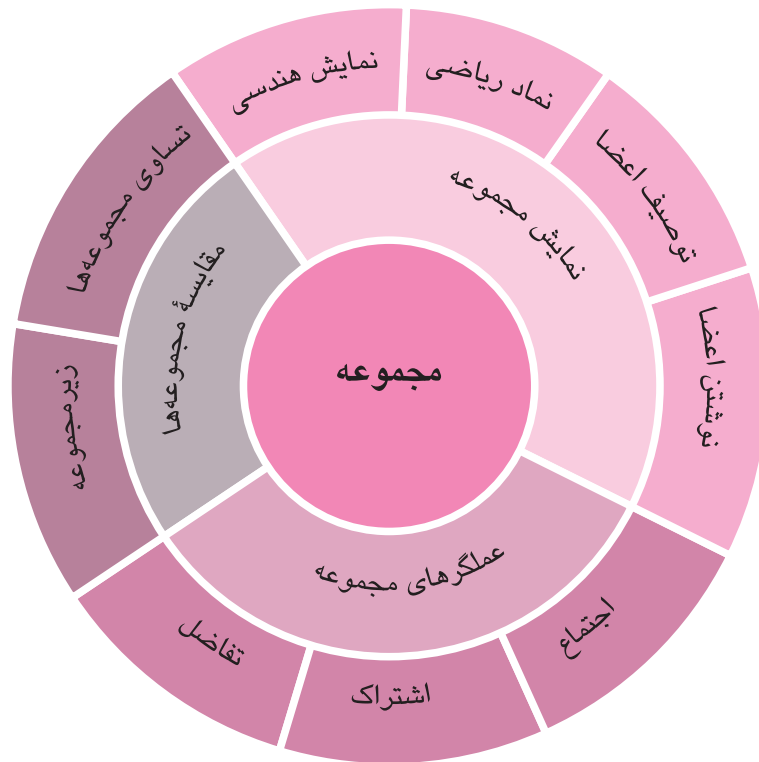
امیدوارم این قدم کوچک، گامی به سوی سرفرازی و پیشرفت روز افزون میهن عزیزمان باشد.

علیرضا شیخ‌عطار

مجموعه‌ها



◀ الگوهای گوناگون و رنگارنگ بر روی بال‌های پروانه‌ها و پرواز نامنظم ولی باوقار آن‌ها باعث شده تا تماشای پروانه، یکی از سرگرمی‌های مورد علاقه ما انسان‌ها باشد. جالب است بدانید که طولانی‌ترین مهاجرت پرنندگان به پروانه‌های ملکه اختصاص دارد که قادر هستند، مسافت ۴۷۵۰ کیلومتر را طی کنند. امروزه جمع‌آوری و نگهداری گونه‌های مختلف پروانه‌ها که مجموعه‌های میرت انگیزی را تشکیل می‌دهند، در سراسر جهان رایج است.



پس از مطالعه این فصل و حل دقیق تمرین‌های آن انتظار می‌رود که بتوانی:

- یک مجموعه را توصیف کنی.
- هر مجموعه را به روش نوشتن اعضا، توصیف اعضا و نماد ریاضی مشخص کنی.
- مجموعه‌ها را با هم مقایسه کنی.
- عملگرهای مجموعه‌ای را بشناسی و به کار ببندی.
- با کمک نمودار ون، مجموعه‌ها را با هم مقایسه کنی و یا حاصل عبارتی از عملگرهای مجموعه‌ای را مناسبه کنی.
- احتمال وقوع یک پیشامد را بشناسی و مناسبه کنی.

مقدمه



جورج کانتور

Georg Cantor

(۱۸۴۵ - ۱۹۱۸ م)

پایه‌های اصلی نظریهٔ مجموعه‌ها توسط ریاضیدان آلمانی به نام جورج کانتور بنا شده است. بیشتر ریاضیدانان بر این عقیده‌اند که نظریهٔ مجموعه‌ها پایهٔ ریاضیات مدرن است. علم منطق ریاضی که پایهٔ علوم مهندسی است، حیات خود را مدیون تلاش‌های کانتور می‌باشد.

مفهوم مجموعه در ریاضیات، مفهومی اساسی به‌شمار می‌آید. مجموعه‌ها تقریباً در هر شاخه‌ای از علوم ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرند. وقتی در حال مطالعهٔ ریاضیات هستیم، مجموعه‌ها در یک قدمی ما قرار دارند. هر ساختاری در ریاضیات را می‌توان به شکل مجموعه‌ای از اجزای تشکیل‌دهندهٔ آن در نظر گرفت. مثلاً وقتی ساختار اعداد طبیعی را مورد بررسی قرار می‌دهیم، با مجموعهٔ اعداد طبیعی روبه‌رو هستیم. وقتی ساختار اشکال هندسی را مطالعه می‌کنیم با مجموعه‌ای از نقاط، خطوط، پاره‌خطها و مثلث‌ها سروکار داریم. در واقع مفهوم مجموعه، زبان مشترکی است که هر موضوعی در ریاضیات را می‌توان با آن زبان توصیف کرد. بنابراین یادگیری مفهوم مجموعه‌ها و خواص آن باعث خواهد شد تا ما ساختارهای مختلف ریاضی و مسائل مربوط به آن را با زبان گویاتری بشناسیم و یا بیان کنیم.

مجموعه چیست؟

در گفتگوهای روزانه معمولاً به مفاهیمی از نوع «گروه»، «دسته» و یا «خانواده» برخورد می‌کنیم: گروه سرود دانش‌آموزان مدرسهٔ شما، دستهٔ نادری از یوزپلنگ‌های ایرانی، خانوادهٔ گیاهان دارویی. «مجموعه» نیز کلمه‌ای است که در ریاضی به‌جای گروه‌ها، دسته‌ها و یا خانواده‌ها به کار می‌رود. مثلاً می‌گوییم: «همهٔ گیاهان دارویی یک مجموعه تشکیل می‌دهند و بومادران عضو این مجموعه است». مجموعه ویژگی‌هایی دارد و برای اینکه مجموعه را بهتر بشناسیم، باید ویژگی‌های آن را شناسایی کنیم. برای شناختن ویژگی‌های یک مجموعه فعالیت‌های زیر را انجام دهید.



دست‌به‌کار شو

نام هریک از بستگان خود را بنویس.



سفر بسوزان

بهزاد در نوشتن نام بستگان خود، دچار تردید شده است. به نظر شما چه چیزی او را به تردید انداخته است؟



دست‌به‌کار شو

نام هریک از بستگان درجهٔ یک خود را بنویس. بستگان درجهٔ یک تو را پدر، مادر، خواهر(ها) و برادر(هایت) تشکیل می‌دهند.

بهزاد برای نوشتن نام بستگان درجهٔ یک خود، افراد زیر را نوشت:

علی، مریم، بهراد، فرزاد، مینا

بستگان درجهٔ یک بهزاد، یک مجموعه تشکیل می‌دهند. به هریک از افراد بالا، یک عضو می‌گوییم. بهزاد هیچ تردیدی ندارد که «مینا» عضو بستگان درجهٔ یک است ولی «دایی محمود» عضو نیست.



وقتی مجموعه بودن را مورد بررسی قرار می‌دهیم، عضو بودن یا عضو نبودن هر چیزی را باید بتوانیم بررسی کنیم. اگر در تشخیص عضو بودن یا عضو نبودن هیچ چیزی تردید نداشته باشیم، با یک «مجموعه» روبه‌رو هستیم.

مثال: می‌خواهیم بدانیم کدام بند یک مجموعه را مشخص می‌کند و کدام نه.

(الف) همه اعداد طبیعی که فقط ۳ تا شمارنده دارند. این بند یک مجموعه را مشخص می‌کند. زیرا برای شمردن تعداد شمارنده‌های یک عدد طبیعی، ابهامی وجود ندارد.

(ب) اعداد ۵، ۶، ۷. این سه عدد یک مجموعه را می‌سازند. زیرا هر چیزی که در نظر بگیریم یا برابر با یکی از این سه عدد است و یا نیست.

(ج) همه دانش‌آموزان قد بلند کلاس شما. این بند نمی‌تواند یک مجموعه را مشخص کند. زیرا روشن نیست که به چه شخصی قد بلند می‌گوییم و چه کسی قد بلند نیست. هیچ می‌دانستید در کشور اندونزی به یک مرد ۱/۷۵ متری قدبلند می‌گویند و همین شخص در هلند یک مرد کوتاه قد به حساب می‌آید؟

(د) سه تا از زیباترین غزل‌های حافظ. این بند یک مجموعه نیست. زیرا انتخاب سه تا از زیباترین غزل‌های حافظ به نظر هر شخص بستگی دارد.

همه می‌دانیم که منجمان به چه چیزی «ستاره» می‌گویند. یکی از معروف‌ترین ستارگان کهکشان راه‌شیری، خورشید نام دارد که هر روز آن را می‌بینیم و می‌شناسیم. هیچ‌یک از ما، دیگر ستاره‌های کهکشان راه‌شیری را به‌خوبی خورشید ندیده‌است، ولی همه ستارگان کهکشان راه‌شیری، یک مجموعه است. زیرا ستاره بودن یا نبودن یک جرم آسمانی، ابهامی ندارد. بنابراین لازم نیست اعضای یک مجموعه را ببینیم، بشناسیم، بشماریم و یا نام ببریم.

معمولاً هر مجموعه را با یک حرف بزرگ (انگلیسی) نام‌گذاری می‌کنیم و هر عضو آن را با یک حرف کوچک (انگلیسی) نمایش می‌دهیم. در این صورت به‌جای اینکه بگوییم « x عضو مجموعه A است»، می‌نویسیم:

$$x \in A$$

و برای اینکه بگوییم « x عضو مجموعه A نیست»، می‌نویسیم:

$$x \notin A$$


مثال: مجموعه اعداد طبیعی که فقط ۳ تا شمارنده دارند را در نظر بگیرید. این مجموعه را A می‌نامیم. عدد ۲۵ فقط سه تا شمارنده دارد: ۱، ۵ و ۲۵. ولی عدد ۲۶ چهار شمارنده دارد: ۱، ۲، ۱۳، ۲۶. بنابراین می‌نویسیم:

$$25 \in A, \quad 26 \notin A$$

با توجه به مجموعه‌های زیر، کدام بند درست و کدام نادرست است؟

$A =$ مجموعه کلمات فارسی بدون نقطه. $B =$ مجموعه اعداد طبیعی که فقط ۳ شمارنده دارند.

- | | | | |
|-----------------|--------------------|------------------|--------------------|
| الف) $A \in$ خط | ب) $A \notin$ نقطه | ج) $11 \notin A$ | د) $10 \in A$ |
| ه) $16 \in B$ | و) $49 \in B$ | ز) $94 \notin B$ | ح) $B \notin$ کلمه |
| ط) $A \in$ آمد. | ی) $10 \notin A$ | | |



پاسگو باش!

فرض کنید به عضو بودن هر چیزی پاسخ «نه» بدهیم: آیا عدد «۲» عضو آن است؟ پاسخ: نه. آیا حرف «ل» عضو آن است؟ پاسخ: نه. آیا ستاره «خورشید» عضو آن است؟ پاسخ: نه. و ... بنابراین در مورد «عضو نبودن» هیچ چیزی تردید نداریم. پس ما با یک مجموعه روبه‌رو هستیم که هیچ عضوی ندارد.



مجموعه‌ای که به عضویت هر چیزی پاسخ منفی می‌دهد، «تهی» نام دارد و آن را با \emptyset نمایش می‌دهیم.

مثال: افرادی که در تاریخ تولد آن‌ها ۳۱ مهرماه است را در نظر بگیرید. چون مهرماه ۳۰ روز بیشتر ندارد، تاریخ تولد هیچ فردی ۳۱ مهرماه نیست. بنابراین با یک مجموعه روبه‌رو هستیم که هیچ عضوی ندارد. پس:

$$\emptyset = \text{مجموعه افرادی که تاریخ تولد آن‌ها ۳۱ مهرماه است}$$



پاسگو باش

- بحث کنید که چرا هریک از مجموعه‌های زیر، تهی است.
- الف) مجموعه مثلث‌هایی که مجموع زاویه‌های داخلی آن ۲۰۰ درجه است.
- ب) مجموعه کوچک‌ترین عدد گویای بزرگتر از یک.
- ج) مجموعه خط‌هایی که هر کدامشان از سه رأس یک مثلث عبور می‌کند.
- د) مجموعه بزرگترین عدد طبیعی.
- ه) مجموعه اعداد صحیحی که توان دوم آن (مربع آن‌ها)، عددی منفی است.

نمایش یک مجموعه

نوشتن عضوها



یکی از روش‌های مشخص کردن یک مجموعه این است که عضوهای آن را نام ببریم. برای همین، عضوهای آن را بین دو علامت آکولاد یعنی « $\{ \}$ » قرار می‌دهیم و هر عضو را با علامت « $,$ » از هم جدا می‌کنیم. مثلاً وقتی می‌نویسیم: $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ، یعنی:

$$1 \in A, 2 \in A, 3 \in A, 4 \in A, 6 \in A, 12 \in A$$

مثال: یک تالار عروسی از پنج نفر خواست که غذاهای دوست داشتنی خود را در جدول زیر انتخاب کنند. هریک از آن‌ها غذایی را که دوست داشت با \checkmark و غذایی را که دوست نداشت با \times نشان داد:

	آزاده	بهنوش	سیما	دریا	الناز
کیاب	\checkmark	\times	\checkmark	\times	\times
فسنجان	\checkmark	\checkmark	\checkmark	\times	\times
ماهی	\checkmark	\times	\checkmark	\times	\times
باقالی پلو	\times	\checkmark	\checkmark	\checkmark	\times
آلو اسفناج	\times	\times	\times	\times	\times

مجموعه غذاهایی که آزاده دوست دارد را A می‌نامیم. پس $\{ \text{ماهی, فسنجان, کباب} \}$ برای بهنوش
 $B = \{ \text{فسنجان, پلو} \}$ ، برای سیمیا $C = \{ \text{کباب, فسنجان, ماهی, باقالی پلو} \}$ و برای دریا
 $D = \{ \text{باقالی پلو} \}$ است. الناز هیچ یک از این غذاها را برای جشن عروسی دوست ندارد. بنابراین مجموعه E
هیچ عضوی ندارد. پس $E = \{ \}$ است و نیز می‌توانیم بنویسیم $E = \emptyset$.

مثال: تالار عروسی قصد دارد منوی غذایی خود را مطابق با علاقه مشتریان خود ارائه دهد. یک منوی غذایی،
خود مجموعه‌ای از غذاهای مورد علاقه مشتریان است. برای کمتر شدن هزینه‌ها، منوی غذایی نباید بیشتر از ۲
غذا داشته باشد. بنابراین منوهای غذایی که این تالار ارائه می‌کند، مجموعه زیر است:

$$T = \{ \emptyset, \{ \text{باقالی پلو} \}, \{ \text{باقالی پلو, فسنجان} \} \}$$

به نکات زیر توجه کنید:

- وقتی یک عروسی فقط به‌صرف شیرینی و میوه برگزار می‌شود، درواقع منوی غذایی \emptyset انتخاب شده‌است
و می‌بینیم که $\emptyset \in T$ است.
- باقالی پلو یک غذا است ولی $\{ \text{باقالی پلو} \}$ یک منوی غذایی است. پس $\{ \text{باقالی پلو} \} \notin T$ اما $\{ \text{باقالی پلو} \} \in T$
است.

کاوه دانش‌آموز کلاس «الف» در پایه نهم است. در زنگ ریاضی، آقای معلم نام دانش‌آموزان را به‌ترتیب نام
خانوادگی نوشت و کاوه نفر نهم بود. در زنگ ورزش، آقای معلم نام دانش‌آموزان را به‌ترتیب قد نوشت و کاوه
نفر بیستم بود. در هر دو زنگ «عضو بودن» کاوه در کلاس «الف» تغییر نکرده است. یعنی اگر ترتیب نوشتن
عضوهای یک مجموعه را تغییر دهیم، مجموعه تغییر نمی‌کند. مثلاً:

$$\{1, 3, 9, 5\} = \{3, 5, 9, 1\}$$

با توجه به تساوی‌های زیر مقدار a ، b و c را پیدا کن.

$$\{1, a, b, 7\} = \{2, 3, 7, c\} = \{a, 7, 1, 3\}$$



پاسگو باش

روز اول مهر بود و یکی از آموزگاران کاوه می‌خواست با دانش‌آموزان آشنا شود. او در آغاز زنگ، نام تک‌تک
دانش‌آموزان را یادداشت کرد. در پایان درس نیز دوباره شروع به نوشتن نام دانش‌آموزان کرد که متوجه اشتباه
خود شد. پس او نام بعضی از دانش‌آموزان را ۲ بار نوشته بود. بدون اینکه بدانیم نام کاوه ۱ بار نوشته شده یا ۲
بار، یقین داریم کاوه عضو دانش‌آموزان این کلاس است. پس اگر نوشتن یک عضو را تکرار کنیم، عضویت
آن تغییر نمی‌کند و تعداد عضوهای مجموعه بیشتر نمی‌شود.

مثال: مجموعه $\{1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4\}$ با مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ برابر است. زیرا در هر یک از این دو
نمایش، عضو بودن اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ را مشخص کرده‌ایم.

یک کاربر می‌خواهد جمله «mississippi is necessary» را در رایانه وارد کند.

الف) کلیدهایی که او فشار می‌دهد را به‌صورت یک مجموعه به نام T بنویس.

ب) مجموعه T چند عضوی است؟

ج) آیا جمله زیر یک مجموعه را مشخص می‌کند؟

«اولین و آخرین عضو مجموعه T »



پاسگو باش

توصیف عضوها

نوشتن همهٔ عضوهای هریک از مجموعه‌های زیر یا مشکل است و یا امکان پذیر نیست:
 A مجموعه روزهای تعطیل رسمی امسال است.

B مجموعه نام‌های پسر یا دختر است که در فرهنگ ایرانی ثبت شده است.

C مجموعه اعداد گویا است که بزرگتر از صفر و کوچکتر از یک می‌باشند.



در بعضی از مجموعه‌ها به جای نوشتن عضوها، جمله کوتاه و قابل فهمی را بیان می‌کنیم که ویژگی عضوها را توصیف می‌کند. این توصیف باید طوری باشد که اگر چیزی آن ویژگی را دارد، به عضو بودن آن در مجموعه یقین پیدا کنیم و اگر آن ویژگی را ندارد به عضو نبودن آن شک نکنیم.

مثال: A مجموعه اعدادی طبیعی است که برابر با حاصل ضرب دو عدد پشت سرهم هستند. مثلاً $6 \in A$ زیرا $2 \times 3 = 6$ است. اما روشن است که همهٔ عضوها را نمی‌توانیم بنویسیم، برای همین آن را توصیف کرده‌ایم. راستی آیا $1395 \in A$ است؟ امسال، اولین سال شمسی که عدد آن عضو A است، چه سالی است؟

معلم ریاضی روی تخته نوشت: $B = \{2, 6, 12, 20, \dots\}$.

پوران: به نظر من اعضای B همان حاصل ضرب‌های دو عدد طبیعی پشت سرهم هستند. چون $2 = 1 \times 2$,

$6 = 2 \times 3$, $12 = 3 \times 4$ و $20 = 4 \times 5$ است. پس $30 \in B$ است. $5 \times 6 = 30$.

مهین: به نظر من مجموع هر سه عضو پشت سرهم، برابر با عضو بعدی است. چون $20 = 2 + 6 + 12$ است.

بنابراین $48 \in B$ زیرا $20 + 12 + 6 = 48$ است و $30 \notin B$.

پوران و مهین هریک الگویی متفاوت پیدا کرده‌اند که چهار عضو یکسان دارند ولی عضوهای دیگری که به جای «...» می‌توان نوشت برای هریک از الگوها متفاوت است. بنابراین مجموعه‌ای که پوران توصیف می‌کند با مجموعه‌ای که پوران توصیف می‌کند برابر نیست. پس نتیجه می‌گیریم، معلم باید مجموعه موردنظر خود را توصیف کند تا فقط یک مجموعه مشخص شود.



پاسگو باش

مجموعه‌های زیر به روش توصیفی مشخص شده‌اند. حداکثر ۵ عضو دلخواه هریک از مجموعه‌های زیر را نام ببر.
 الف) A مجموعه کلماتی است که در زبان فارسی بدون نقطه هستند. (مثال: $A \in$ مادر)
 ب) B مجموعه اعدادی طبیعی است که مجموع ارقام هریک از آن‌ها مساوی با ۶ می‌باشد.
 ج) C مجموعه اعدادی صحیح است که با ۲ برابر خود مساوی هستند.
 د) D مجموعه اعدادی اول است که رقم یکان آن‌ها صفر است.



پاسگو باش

مجموعه‌های زیر را به روش توصیفی مشخص کن.

الف) $A = \{80, 71, 62, 53, 44, 35, 26, 17\}$ (ب) $B = \{\text{هیدروژن, اکسیژن}\}$

ج) $C = \{\}$ (د) $D = \{1^2 + 1, 2^2 + 1, 10, 17, 26, \dots\}$



فسفر بسوزان

برای کدام مجموعه‌ها استفاده از روش «نوشتن عضوها» برای چه مجموعه‌هایی مناسب نیست و روش «توصیف عضوها» را توصیه می‌کنی؟

نماد ریاضی

وقتی یک یا چند ویژگی را برای توصیف عضوهای یک مجموعه بیان می‌کنیم، همیشه از عبارت «که» یا «به طوری که» در این توصیف استفاده می‌کنیم:

A مجموعه اعداد طبیعی است «که» فرد هستند.



الگوی زیر به نماد ریاضی معروف است. در این الگو، X به جای هر عضوی نوشته می‌شود که در حال توصیف آن هستیم. علامت «|» نیز به جای عبارت «که» یا «به طوری که» قرار می‌گیرد. در پایان، عضوها را توصیف می‌کنیم:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ فرد است}\}$$

مثال: مجموعه اعداد طبیعی زوج را می‌شناسیم. این مجموعه را با سه روش نشان می‌دهیم:

نماد ریاضی	توصیف عضوها	نوشتن عضوها
$\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ عددی زوج است}\}$	مجموعه اعداد طبیعی که زوج هستند	$\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$

در روشی که با نماد ریاضی نوشته‌ایم، جمله‌ای توصیفی وجود دارد که نشان می‌دهد « x عددی زوج است».

می‌دانیم عددی زوج است که مضرب ۲ باشد:

$$x = 2 \times n, n \in \mathbb{N}$$

بنابراین مجموعه اعداد طبیعی زوج را به شکل زیر نیز می‌توان نوشت:

$$\{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

در این نمایش از مجموعه اعداد طبیعی زوج، جملات توصیفی جای خود را به نمادهای ریاضی داده است.

هریک از مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی نمایش بده.

الف) $\{3 \times 1, 3 \times 2, 9, 12, 15, \dots\}$

ب) $\{4 \times 1 - 1, 4 \times 2 - 1, 4 \times 3 - 1, 15, 19, 23, \dots\}$

ج) $\{2 \times 1^2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, 32, 50, 72, 98, \dots\}$

د) $\{2, 6, 12, 20, \dots\}$

ه) مجموعه اعداد طبیعی که فقط با رقم «۹» نوشته می‌شوند.



پاسگو باش

مقایسه مجموعه‌ها

امتیازی که هر تیم فوتبال در یک لیگ کسب می‌کند، عددی صحیح است. رتبه قرار گرفتن هر تیم در جدول مسابقات، به امتیاز آن تیم بستگی دارد. بنابراین مقایسه عملکرد تیم‌ها کار سختی نیست زیرا هر دو عدد صحیح را می‌توان با هم مقایسه کرد. در فصل ۸۶-۸۷ پرسپولیس ۵۹ امتیاز و استقلال ۴۳ امتیاز کسب کردند. ولی در فصل ۹۰-۹۱ عملکرد استقلال بهتر بود و ۶۶ امتیاز کسب کرد، درحالی‌که پرسپولیس به امتیاز ۴۲ رضایت داد.

زیرمجموعه

برای اینکه مجموعه‌ها را بهتر بشناسیم، به این فکر می‌افتیم که مجموعه‌ها را با هم مقایسه کنیم. شایان برای مقایسه دو مجموعه پیشنهادی داشت. او پیشنهاد کرد: «مجموعه‌ای که تعداد عضوهای آن بیشتر است، بزرگتر است.» ولی پیشنهاد شایان برای مقایسه مجموعه‌ها نامناسب به نظر می‌رسد. دیدگاه زیر، نامناسب بودن روش مقایسه شایان را نشان می‌دهد:

تعداد عضوهای مجموعه {هیدروژن، اکسیژن} $A = \{ \}$ و $B = \{ \}$ با هم برابر است. با توجه به پیشنهاد شایان، نه مجموعه A از B بزرگتر است و نه B از A بزرگتر است. بنابراین شایان به این نتیجه می‌رسد که مجموعه‌های A و B با هم مساوی هستند. اما روشن است که مجموعه A و B با هم برابر نیستند، زیرا مجموعه A به عضویت دو عنصر شیمیایی پاسخ مثبت داده است درحالی‌که مجموعه B به عضویت دو عدد طبیعی بله گفته است.



فرض کنید هر عضو مجموعه A ، عضو مجموعه B نیز هست. در این صورت می‌نویسیم $A \subseteq B$ و می‌خوانیم «مجموعه A زیرمجموعه B است». اگر A زیرمجموعه B نباشد، بدان معنی است که عضوی از A پیدا کرده‌ایم که عضو B نیست و می‌نویسیم $A \not\subseteq B$.

مثال: جدول عضویت را برای سه مجموعه $A = \{p, e, n, c, i, l\}$ ، $B = \{l, i, p\}$ و $C = \{i, c, e\}$ در نظر بگیرید:

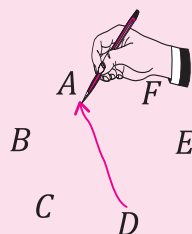
	p	e	n	c	i	l
A	✓	✓	✓	✓	✓	✓
B	✓	✗	✗	✗	✓	✓
C	✗	✓	✗	✓	✓	✗

هر عضو مجموعه B عضوی از مجموعه A نیز هست. پس $B \subseteq A$.

هر عضو مجموعه C عضوی از مجموعه A نیز هست. پس $C \subseteq A$.

عضوی از مجموعه B وجود دارد که عضو مجموعه C نیست: $p \in B$ ، $p \notin C$. نتیجه می‌گیریم که $B \not\subseteq C$.

عضوی از مجموعه C وجود دارد که عضو مجموعه B نیست: $e \in C$ ، $e \notin B$. نتیجه می‌گیریم که $C \not\subseteq B$.



دو مجموعه را به شرطی با یک پیکان به هم وصل کن که ابتدای پیکان زیر مجموعه انتهای آن باشد.

A مجموعه مضارب عدد ۶ است. B مجموعه مضارب عدد ۹ است. C

مجموعه مضارب عدد ۱۲ است. D مجموعه مضارب عدد ۱۸ است. E

مجموعه شمارنده‌های عدد ۳۶ است. $F = \{1, 2, 3, 6\}$.

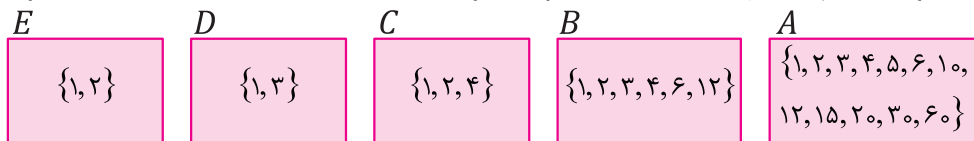


دست به‌کار
شو

مثال: احمد، بنیامین، چنگیز، داود و ابراهیم هر کدام، یک کارت سفید دارند. روی کارت‌ها اعداد زیر نوشته شده بود:



این ۵ عدد همگی با هم قابل مقایسه هستند: $۲ \leq ۳ \leq ۴ \leq ۶ \leq ۱۲$.
از آن‌ها خواسته شده پشت هر یک از کارت‌های خود مجموعه‌های شماره‌های عددی که در دست دارند را بنویسند:



مقایسه این ۵ مجموعه در شکل زیر آمده است:

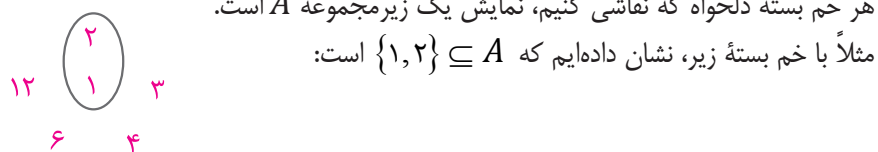
$$D \subseteq B \subseteq A$$

$$E \subseteq C \subseteq A$$

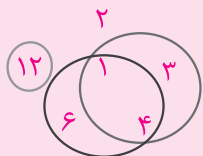
اگر a و b دو عدد طبیعی باشند، با هم قابل مقایسه هستند. یعنی یا $a \leq b$ یا $b \leq a$ است. اما می‌بینیم C و D دو مجموعه هستند، که قابل مقایسه نیستند. یعنی نه C زیرمجموعه D است ($C \not\subseteq D$) و نه D زیرمجموعه C است ($D \not\subseteq C$).

نمایش هندسی

برای اینکه رابطه بین مجموعه‌ها را بهتر درک کنیم، آن‌ها را نقاشی می‌کنیم. در این نقاشی، ابتدا عضوهای یک مجموعه مانند $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲\}$ را می‌نویسیم:



در شکل زیر کدام زیرمجموعه‌های $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲\}$ مشخص شده است؟

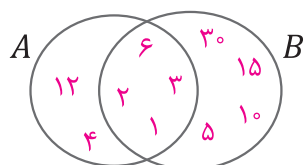


الف) در شکل زیر کدام زیرمجموعه‌های A مشخص شده است؟

ب) با استفاده از شکل روبه‌رو در مورد درستی دو گزاره زیر بحث کن.

* مجموعه تهی، زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است.

* هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است.

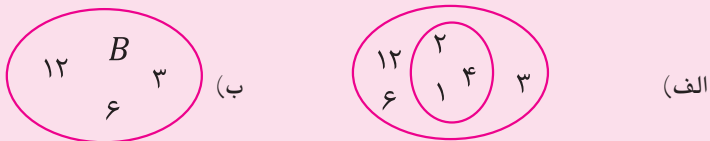


هر زیرمجموعه، خود یک مجموعه است. پس می‌توانیم مجموعه A را از ابتدا با یک خم بسته نمایش دهیم. اگر B مجموعه شماره‌های عدد ۳۰ باشد، شکل زیر رابطه این دو مجموعه را بهتر نمایش می‌دهد. این نقاشی‌ها را اولین بار ریاضی‌دان انگلیسی به نام «جان ون» پیشنهاد کرد. ما هم به نمایش هندسی روبه‌رو، نمودار ون برای دو مجموعه A و B می‌گوییم.

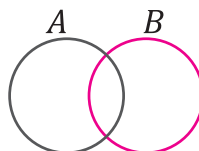


فسفر بسوزان

فرض کن $B = \{1, 2, 4\}$ است. دو نمودار زیر چه فرقی با هم دارد؟



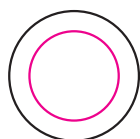
به نمودار ون زیر توجه کن:



A و B دو مجموعه دلخواه هستند که در هر حالتی می‌توان عضوهای این دو مجموعه را در شکل بالا جا داد:

	مثال: B و $A = \{1, 5, 25\}$ مجموعه شماره‌های عدد ۲۵.	$A \subseteq B$, $B \subseteq A$
	مثال: $B = \{1, 5\}$ و $A = \{1, 5, 25\}$	$A \not\subseteq B$, $B \subseteq A$
	مثال: $B = \{1, 5\}$ و $A = \{1, 25\}$	$A \not\subseteq B$, $B \not\subseteq A$

به این نمودار، «حالت کلی نمودار ون» می‌گوییم.



ولی اعضای دو مجموعه $A = \{1, 25\}$ و $B = \{1, 5\}$ را نمی‌توان در نمودار زیر جا داد:

زیرا دایره درونی، نمایش زیرمجموعه دایره بیرونی است. پس این نمودار فقط برای دو مجموعه‌ای نقاشی می‌شود که یکی زیرمجموعه دیگری باشد.



فسفر بسوزان



نمودار زیر برای کدام دو مجموعه مناسب است؟

تساوی مجموعه‌ها

فرض کنید دو مجموعه مانند A و B با هم برابرند. یعنی این دو مجموعه برای عضویت هر چیزی، پاسخ یکسانی دارند. اگر به جای X هر چیز دلخواه قرار دهیم، و جای خالی را با هریک از این دو مجموعه پر کنیم، پاسخ سؤال برای هر دو یکسان است:

آیا X عضو است؟

پس نتیجه می‌گیریم، هر x که عضو A است آنگاه $x \in B$ نیز هست. بنابراین باید $A \subseteq B$ باشد. به‌طور مشابه نتیجه می‌گیریم که $B \subseteq A$ نیز باید باشد.

مثال: می‌خواهیم بدانیم a و b چه عددی باشند تا تساوی $\{a, a^2\} = \{1, b, b^2\}$ برقرار شود. چون

$$\{1, b, b^2\} \ni 1 \text{ پس عدد } 1 \text{ نیز باید عضو } \{a, a^2\} \text{ باشد. پس دو حالت وجود دارد:}$$

الف) $a = 1$ است. بنابراین $a^2 = 1$ می‌باشد. پس $\{a, a^2\} = \{1\}$ برابر با مجموعه تک عضوی $\{1\}$ است. در نتیجه

$$\{1, b, b^2\} \text{ نیز باید با } \{1\} \text{ برابر باشد. بنابراین } b = b^2 = 1 \text{ است. این فقط وقتی درست است که } b = 1$$

باشد.

ب) $a^2 = 1$ است. بنابراین یا $a = 1$ است که در بند قبل به این نتیجه رسیدیم که $b = 1$ است و یا $a = -1$ است. پس $\{a, a^2\} = \{-1, 1\}$ است. بنابراین $\{1, b, b^2\} = \{-1, 1\}$ می‌باشد. پس b یا b^2 برابر با -1

می‌باشند. این فقط وقتی درست است که $b = -1$ باشد.

پس به دو جواب رسیدیم:

$$a = -1, b = -1 \text{ و } a = 1, b = 1$$

فرض کن $A = \{x - y \mid x, y \in \mathbb{N}\}$ است. نشان بده $A = \mathbb{Z}$ است. \mathbb{Z} مجموعه اعداد صحیح است.



عملگرهای مجموعه

مجموعه اعداد طبیعی شامل اعدادی است که برای شمارش به کار می‌بریم. یعنی هر عدد طبیعی فقط برای شمارش به کار می‌رود و فاقد ویژگی خاصی است. اما همین که پای یک عملگر به میان می‌آید، خواص جبری اعداد ظاهر می‌شود. مثلاً با وجود عملگر ضرب بحث می‌کنیم که:

اگر عددی مضرب ۶ باشد، آیا مضرب ۳ نیز هست؟

می‌خواهیم بین مجموعه‌ها عملگرهایی تعریف کنیم. این عملگرها باعث می‌شوند تا به مطالعه بیشتر مجموعه‌ها بپردازیم و آن‌ها را بهتر بشناسیم.

اجتماع

فرض کنید A و B دو مجموعه باشند. عملگر \cup که «اجتماع» نام دارد به دو عملوند مانند A و B نیاز دارد. در این صورت می‌نویسیم:

$$A \cup B$$

و می‌خوانیم A اجتماع B .

پس حاصل $A \cup B$ یک مجموعه است که شامل همه عضوهای A و همه عضوهای B است.

پس عضوهای مجموعه $A \cup B$ ، عضو حداقل یکی از مجموعه‌های A یا B است.



مثال: مانا و نرگس دو همسایه هستند که در یک روز به دنیا آمده‌اند. سال گذشته، آن‌ها تصمیم گرفتند برای صرفه‌جویی، تولدشان را در یک جشن برگزار کنند. هریک از آن‌ها دوستان خود را دعوت کردند. جدول زیر نشان می‌دهد که هر نفر دوست مانا است یا نرگس:

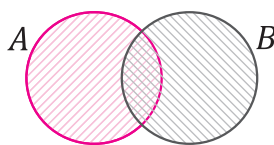
	ژینوس	یلدا	فاطمه	مریم	نیوشا	یاسمن	منیره	سعیده	ملیکا	
مانا	x	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	x	
نرگس	✓	x	x	✓	x	✓	✓	x	✓	

مجموعه دوستان مانا برابر با $M = \{ \text{یلدا, فاطمه, مریم, نیوشا, منیره, سعیده} \}$ است. مجموعه دوستان نرگس برابر با $N = \{ \text{ژینوس, مریم, یاسمن, منیره, ملیکا} \}$ است. مجموعه $N \cup M$ مجموعه افرادی در این مهمانی هستند که حداقل دوست یکی از آن دو نفر (مانا و نرگس) هستند:

$$N \cup M = \{ \text{ملیکا, سعیده, منیره, یاسمن, نیوشا, مریم, فاطمه, یلدا, ژینوس} \}$$

بنابراین $N \cup M$ را می‌توان با جمله زیر توصیف کرد:

$N \cup M$ برابر با مجموعه افرادی است که دوست مانا یا دوست نرگس هستند. نمودار ون (در حالت کلی) به ما کمک می‌کند تا در یک نمایش هندسی، مفهوم $A \cup B$ را بهتر درک کنیم. $A \cup B$ برابر با مجموعه عضوهایی است که در ناحیه هاشورخورده قرار دارند:



فشر بسوزان

$$A \cup A = A$$

$$\emptyset \cup A = A$$

$$\square \cup A = A$$

الف) در مورد درستی دو گزاره زیر بحث کن.

ب) جای خالی را با چه مجموعه‌هایی می‌توان پر کرد تا تساوی برقرار باشد؟

اشتراک



فرض کنید A و B دو مجموعه باشند. عملگر \cap که «اشتراک» نام دارد به دو عمل‌وند مانند A و B نیاز دارد. در این صورت می‌نویسیم:

$$A \cap B$$

و می‌خوانیم A اشتراک B .

پس حاصل $A \cap B$ یک مجموعه است که شامل همه عضوهای A است که عضو B نیز باشد. یعنی عضوهای مجموعه $A \cap B$ ، عضو هر دو مجموعه A و B هست.



الف) $n(\emptyset)$ و $n(\{\emptyset\})$ چند است؟

ب) آیا $n(\mathbb{N})$ عددی طبیعی است؟



در بسیاری مواقع انتظار ما در مورد اینکه نتیجه یک آزمایش کدام برآمد است، برای همه برآمدها یکسان است. در این صورت احتمال رخ دادن یک پیشامد مانند A برابر با نسبت زیر تعریف می‌شود:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

مثال: هر یک از اعداد دو رقمی را روی یک کارت به طور جداگانه می‌نویسیم. می‌خواهیم یک کارت را به تصادف انتخاب کنیم. الف) فضای نمونه این آزمایش چند عضوی است؟ ب) A پیشامد این است که عدد روی کارت مضرب ۴ باشد. A چند عضوی است؟ ج) احتمال رخ دادن پیشامد A چند است؟ د) احتمال رخ دادن پیشامد اینکه A رخ ندهد چند است؟

پاسخ:

$$99 \quad | \quad 4$$

الف) فضای نمونه این آزمایش $90 = 99 - 9$ عضوی است.

$$96 \quad | \quad 24$$

ب) خارج قسمت تقسیم ۹۹ (آخرین عدد دورقمی) بر ۴ برابر با تعداد مضارب عدد ۴ است که از ۱ تا ۹۹ داریم:

۳

خارج قسمت تقسیم ۹ (آخرین عدد یک‌رقمی) بر ۴ برابر با تعداد مضارب عدد ۴ است که از ۱ تا ۹ داریم:

$$9 \quad | \quad 4$$

$$\frac{8}{1} \quad | \quad 2$$

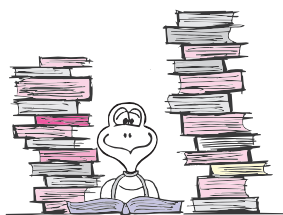
از تفریق $24 - 2$ تعداد اعداد دورقمی مطلوب را به دست می‌آوریم. بنابراین پیشامد مورد نظر ۲۲ عضوی است. ج) چون احتمال رخ دادن همه برآمدها با هم برابرند، بنابراین احتمال اینکه عدد روی کارت، مضرب ۴ باشد برابر است با:

$$\frac{22}{90} = \frac{11}{45}$$

د) پیشامد اینکه A رخ ندهد دارای عضوهایی است که مضرب ۴ نیستند. بنابراین این پیشامد $90 - 22 = 68$

عضو دارد. پس احتمال رخ دادن این پیشامد برابر با $\frac{68}{90} = \frac{34}{45}$ است.

لغت‌نامه



واژه علمی

ترجمه

واژه علمی

ترجمه

Element	عضو	Union	اجتماع
Operator	عملگر	Probability	احتمال
Sample Space	فضای نمونه	Intersection	اشتراک
Set	مجموعه	Outcome	برآمد
Null Set	مجموعه تهی	Event	پیشامد
Logic	منطق	Subtraction	تفاضل
		Subset	زیر مجموعه



پایه: نهم

تاریخ آزمون:

نام و نام خانوادگی: **آزاده حمیدی**

باسمه تعالی

مبحث آزمون: **مجموعه‌ها**

نام دبیر: **خانم صبوری**

مدت آزمون: ۵۰ دقیقه

بارم آزمون: ۲۰ نمره

صفحه ۱

بارم	۶ نمره	<p>۱. ابتدا مشخص کنید کدام بند، یک مجموعه را مشخص می‌کند و سپس تعداد عضوهای مجموعه‌های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) قدبلندترین دانش‌آموز پایه نهم مدرسه شما ✗</p> <p>ب) وسیع‌ترین استان ایران. ✓ اعضوی</p> <p>ج) زیباترین غزل سعدی. ✓ اعضوی</p> <p>د) سخت‌ترین سؤال این امتحان. ✓ اعضوی</p> <p>ه) همه اعداد طبیعی که از قرینه خود کوچکترند. ✓</p> <p>و) همه مجموعه‌هایی که هیچ عضوی ندارند. ✓ بیشمار عضو</p>
۲ نمره		<p>۲. یک کاربر رایانه می‌خواهد همه اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰۰ را پشت سرهم در رایانه وارد کند.</p> <p>الف) مجموعه کلیدهایی که او فشار می‌دهد را با T نشان می‌دهیم. T را با نوشتن اعضا مشخص کنید.</p> <p>$\{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 99, 100\}$</p> <p>ب) مجموعه T چند عضوی است؟ ۱۰۰ عضو</p> <p>ج) آیا جمله زیر یک مجموعه را مشخص می‌کند؟ بله</p> <p>« کوچکترین و بزرگترین عضو مجموعه T »</p>
۲ نمره		<p>۳. الگوی عددی زیر را در نظر بگیرید:</p> <p>$0/4, 4/4, 44/4, 444/4, \dots$</p> <p>مجموعه اعدادی که در این الگو وجود دارند را با نماد ریاضی مشخص کنید.</p> <p>$\left\{ \frac{4 \times 10^n}{10} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$</p>
۱ نمره		<p>۴. اگر مجموعه $\{a, b, c, d\}$ ۴ عضوی زیرمجموعه اعداد طبیعی یک رقمی باشد، بزرگترین مقدار ممکن برای عبارت $\frac{ab-c}{d}$ چقدر است؟</p> <p>$\frac{9 \times 8 - 1}{2} = 35/5$</p> <p>** فرض کنید $A = \left\{ 2x - 1 \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{Z} \right\}$ و $B = \left\{ \frac{x}{2} \mid 2x - 1 \in \mathbb{Z} \right\}$ است. به سؤالات ۵ و ۶ و ۷ پاسخ دهید:</p>
۱ نمره		<p>۵. مجموعه A را با نمایش اعضا بنویسید.</p> <p>$\{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$</p>
۱ نمره		<p>۶. حاصل $A \cap B$ را پیدا کنید.</p> <p>$\{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$</p>

بارم

۱ نمره

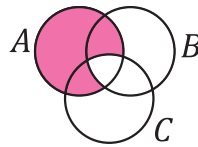
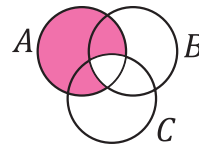
۷. حاصل $A - B$ را پیدا کنید. \emptyset

۲ نمره

۸. فرض کنید $A = \{x \div y \mid x, y \in \mathbb{N}\}$ است. چند تا از گزاره‌های زیر درست است؟الف) $0,5 \notin A$ (ب) $A = \mathbb{Q}$ (ج) $\{A\} \in P(\mathbb{N})$ (د) $\emptyset \in A$

الف و د غلط هستند ب و ج صحیح هستند

۲ نمره

۹. با استفاده از عملگرهای مجموعه، برای هریک از نمودارهای زیر، عبارتی بر حسب A ، B و C بنویسید که قسمت خاکستری را توصیف کند. $A \setminus (B \cup C)$  $A \cup (B \cap A) \cup (C \cap A)$

۲ نمره

۱۰. ماشین حساب علی قاطی کرده و با روشن کردن آن، یک عدد ۳ رقمی به تصادف روی صفحه نمایش نوشته می‌شود که یکی از ارقام آن «۰» است.

الف) فضای نمونه اعدادی که این ماشین حساب بعد از روشن کردن می‌نویسد، چند عضوی است؟

$$90 \times 10 \times 10 = 900$$

ب) احتمال رخ دادن کدام پیشامد بیشتر است؟

 A : پیشامد اینکه عددی که به نمایش درمی‌آید کمتر از ۱۰۰ باشد. A پیشامد عضوی خواهد داشت زیرا اعداد ۳ رقمی هستند و بزرگ‌تر از ۱۰۰ می‌باشند. B : پیشامد اینکه عددی که به نمایش درمی‌آید بر ۱۰ قابل قسمت باشد.اعدادی مانند ۱۲۰، ۴۵۰ و ... می‌توانند در پیشامد B باشند. بنابراین احتمال رخ دادن پیشامد B بیشتر است.

سلام استاد بزرگوار

می‌خواستم لطف کنید ۴-۵ نمره بهم عرض بدین، بزنین به

حساب امتحان بعد. قول می‌دم امتحان بعد رو ۲۵ بشم

ممنون

نمره نهایی:



مجموعه چیست؟

۱. کدام بند یک مجموعه را مشخص می‌کند و کدام نه؟

(الف) همهٔ روزهای هفته.
 (ب) همهٔ کلمات بدون نقطهٔ فارسی.
 (ج) همهٔ هم‌کلاسی‌های عینکی شما.
 (د) عددی که از خودش بزرگتر است.
 (ه) همهٔ ماه‌های سال شمسی که با حرف «د» شروع می‌شوند.
 (و) همهٔ این‌ها: سعدی، دمیای، ۳۳، همچنین، برو بیرون.
 (ز) سه تا از بلندترین قله‌های کرهٔ زمین.
 (ح) سه تا از معروف‌ترین شاعران ایران.
 (ط) همهٔ کلمات این کتاب.
 (ی) همهٔ حیوانات خطرناک کرهٔ زمین.
۲. به یک سرباز دستور داده می‌شود که فقط صورت همهٔ سربازهایی از گروهان خود را بتراشد که خودشان این کار را نمی‌کنند. به نظر شما تکلیف این سرباز با خودش چیست؟

نمایش یک مجموعه

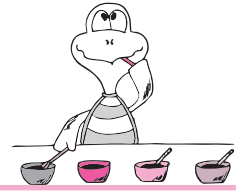
۳. کدام یک از توصیف‌های زیر، مجموعهٔ $A = \{2, 4, 6, 8\}$ را مشخص می‌کند؟

(۱) چهار عدد زوج متوالی
 (۲) اعداد زوج کمتر از ۱۰
 (۳) اعداد زوج بین ۱ تا ۹
 (۴) چهار مضرب متوالی عدد ۲
۴. مجموعه‌های زیر را یک بار با «نوشتن اعضا» و یک بار با «نماد ریاضی» نشان دهید.

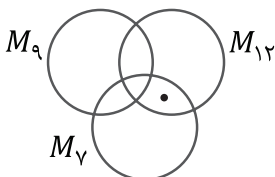
(الف) مجموعه اعداد فرد بین ۱ و ۱۲.
 (ب) مجموعه اعداد دورقمی مضرب ۷.
 (ج) مجموعه اعداد طبیعی بین یک و ۵۰ که مربع کامل هستند.
 (د) مجموعه ماه‌های پاییز.
 (ه) مجموعه اعدادی که نسبت دو عدد طبیعی متوالی باشند.
 (و) مجموعهٔ A به طوری که هر عضو آن مربع یک عدد زوج طبیعی باشد.
 (ز) مجموعهٔ B به طوری که هر عضو آن سه برابر یک عدد فرد طبیعی باشد.
 (ح) مجموعه حروف کلمهٔ «شستشو».
 (ط) مجموعهٔ همهٔ مجموعه‌های تک عضوی اعداد یک رقمی.
۵. مجموعه‌های زیر را که با نوشتن اعضا مشخص شده‌اند، با نماد ریاضی نشان دهید.

(الف) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 (ب) $\{55, 50, 45, \dots, 5\}$
 (ج) $\left\{\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, \dots\right\}$
 (د) $\{2, 8, 18, 32, 50, 72, 98, 128, 162, 200, \dots\}$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱. اگر $A = \{1, 2, \dots, 30\}$ و $B = \{x \mid x = 2n - 5, n \in A\}$ و $B \subset A$ آنگاه B چند عضو دارد؟
 ۱۴ (۱) ۱۵ (۲) ۲۹ (۳) ۳۰ (۴)
۲. اگر $A = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{3k \mid k \in \mathbb{N}\}$ و $C = \{6k \mid k \in \mathbb{N}\}$ آنگاه چندتا از گزاره‌های زیر درست است؟
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
 -۱ $A \subseteq C$ -۲ $C \subseteq B$ -۳ $A \cup B = \mathbb{N}$
۳. اگر مجموعه زوایای مثلث ABC یک عضوی باشد، نوع مثلث کدام است؟
 ۱) متساوی‌الاضلاع (۲) متساوی‌الساقین (۳) قائم‌الزاویه (۴) هیچ‌کدام زیرا مثلث سه زاویه دارد.
۴. در مورد سه مجموعه A, B, C می‌دانیم نیمی از اعضای A در B است، نیمی از اعضای B در C است و نیمی از اعضای C در A است. کدام گزاره در مورد این سه مجموعه درست است؟
 ۱) $A=B=C$ (۲) تعداد اعضای A = تعداد اعضای B (۳) $A \subset B \subset C$ (۴) تعداد عضوهای B می‌تواند ۲ برابر عضوهای A باشد.
۵. اگر $A - X = A - Y$ آنگاه کدام گزینه درست است؟
 ۱) $X = Y$ (۲) $X \cap Y = \emptyset$ (۳) $X \subset Y$ یا $Y \subset X$ (۴) هیچ‌کدام
۶. منظور از $A(n, m)$ یعنی مجموعه n عدد طبیعی متوالی که کوچک‌ترینشان m است. مثلاً $A(3, 4) = \{4, 5, 6\}$ برابر با $A(4, 5, 6)$ است. بزرگترین عدد $A(17, 49) \cap A(49, 17)$ چیست؟
 ۳۳ (۱) ۴۹ (۲) ۶۵ (۳) ۶۶ (۴)
۷. مجموعه‌ای ۴۰ عنصر (= عضو) دارد. تعداد همه زیر مجموعه‌های این مجموعه کدام یک از عددهای زیر است؟
 ۱۰۹۹۵۱۱۶۲۷۷۷۵ (۱) ۱۰۹۹۵۱۱۶۲۷۷۷۶ (۲) ۱۰۹۹۵۱۱۶۲۷۷۷۷ (۳) ۱۰۹۹۵۱۱۶۲۷۷۷۸ (۴)
۸. در مجموعه‌ای از ۸ نفر، ۵ نفر عینک می‌زنند و ۶ نفر ساعت دارند. چند نفر از این مجموعه هم عینک می‌زند و هم ساعت دارند؟
 ۱) حداکثر ۳ نفر (۲) حداقل ۳ نفر (۳) دقیقاً ۳ نفر (۴) حداقل ۵ نفر
۹. هرگاه X و Y و Z زیر مجموعه‌هایی از مجموعه E باشند، از ترکیب‌های شرطی زیر کدام‌ها استلزام‌اند (= گزاره‌های همیشه درست‌اند)؟
 ۱) $X \cup Y = E \Rightarrow X = Y = E$ (۲) $X \cup Y = X \cup Z \Rightarrow Y = Z$ (۳) $X \cap Y = X \cap Z \Rightarrow Y = Z$ (۴) $(X \cap \bar{Y}) \cup (\bar{X} \cap Y) = Y \Rightarrow X = \emptyset$
۱۰. در نمودار روبه‌رو، مجموعه‌های M_V و M_9 و M_{12} ، به ترتیب مضرب‌های ۷ و مضرب‌های ۹ و مضرب‌های ۱۲ را مشخص می‌کنند. نقطه‌ای که در شکل نموده شده است نمایانگر کدام یک از عددهای زیر می‌تواند باشد؟



- ۶۳ (۱) ۱۹ (۲)
 ۲۵۲ (۳) ۱۶۸ (۴)

۱. تعداد مجموعه‌های E به گونه‌ای که $\{1, 2\} \subset E \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ برابر است با: (مینی المپیاد ۱۹۷۷ بلژیک)
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸
۲. در مجموعه‌ای از ۸ نفر، ۵ نفر عینک می‌زنند و ۶ نفر ساعت دارند. چند نفر هم عینک می‌زنند و هم ساعت دارند؟ (مینی المپیاد ۱۹۷۷ بلژیک)
- (۱) حداکثر ۳ نفر (۲) حداقل ۳ نفر (۳) دقیقاً ۳ نفر (۴) حداقل ۵ نفر
۳. به مجموعه‌ای از اعداد که ۳ خاصیت زیر را دارد یک گروه جمعی می‌گوییم: * نسبت به عمل جمع بسته باشد. * عدد ۰ عضو آن باشد. * قرینه هر عضوی در مجموعه وجود داشته باشد. کدام یک از مجموعه‌های زیر یک گروه جمعی است؟ (مینی المپیاد ۱۹۷۷ بلژیک)
- (۱) $\{101n \mid n \in \mathbb{Z}\}$ (۲) $\{101n+1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$ (۳) $\{101n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (۴) $\{101n \mid n \in 2\mathbb{N}\}$
۴. سه جعبه داریم که دورن هر یک ۲ مهره است. در جعبه اول هر دو مهره آبی هستند. در جعبه دوم هر دو مهره قرمز هستند. در جعبه سوم یک مهره آبی و یک مهره قرمز است. یک جعبه را به تصادف انتخاب می‌کنیم و یک مهره از آن بیرون می‌آوریم. اگر این مهره قرمز باشد، احتمال اینکه مهره دیگر آبی باشد چقدر است؟ (مکسی المپیاد ۱۹۷۷ بلژیک)
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$
۵. چهار نفر که آن‌ها را الف، ب، ج، د، می‌نامیم و یکی از آن‌ها دزدی کرده است، هر کدام در بازجویی چنین اظهار می‌دارد: (مینی المپیاد ۱۹۷۸ بلژیک)
- الف) «ب» گناهکار است.
 ب) «د» گناهکار است.
 ج) من گناهکار نیستم.
 د) «ب» که می‌گوید من گناهکارم، دروغ می‌گوید.
- با توجه به اینکه فقط یکی از چهار نفر راست گفته باشد، کدام یک از آن‌ها دزد است؟
- (۱) الف (۲) ب (۳) ج (۴) د
۶. قرار است هیئتی مشورتی شامل حداقل دو نفر انتخاب شود. افراد واجد شرط روی هم ۲۵ نفرند که نام آنان در دو فهرست ثبت شده است. یکی از فهرست‌ها نام ۱۷ نفر و دیگری نام ۱۳ نفر را در بر دارد. افرادی می‌توانند انتخاب شوند که نام آنان در هر دو فهرست ثبت شده باشد. انتخاب این هیئت به چند صورت می‌تواند انجام گیرد؟ (مینی المپیاد ۱۹۷۸ بلژیک)
- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۲۶ (۴) ۳۲
۷. سکه‌ای کاملاً همگن را چندین بار پشت سرهم می‌اندازند. در ۱۹ بار اول هر بار شیر می‌آید. احتمال اینکه بار بیستم خط بیاید چقدر است؟ (مینی المپیاد ۱۹۷۸ بلژیک)
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{19}{20}$ (۳) کمی بیش از (۴) ۱
۸. شاهزاده خانمی ۲۵ خواستگار دارد. هیچ‌یک از این خواستگاران هم زیبا و هم پولدار و هم باهوش نیست. ۸ نفر زیبا، ۱۷ نفر پولدار، ۱۳ نفر باهوش هستند، ۶ نفر نه زیبا هستند و نه پولدار و نه باهوش. اگر خواستگاری که انتخاب می‌شود باید هم زیبا و هم باهوش باشد، چند نفر از خواستگاران شانس انتخاب شدن دارند؟ (مینی المپیاد ۱۹۷۹ بلژیک)
- (۱) ۱ نفر (۲) ۲ نفر (۳) ۵ نفر (۴) ۲۱ نفر
۹. سه دستگاه معادله‌های خطی زیر مفروض است: (مینی المپیاد ۱۹۷۹ بلژیک)
- الف) $\begin{cases} 5x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 6 \end{cases}$ ب) $\begin{cases} 2x + 10y = 1 \\ x + 5y = 0 \end{cases}$ ج) $\begin{cases} 2x + 10y = 1 \\ x + 5y = 0/5 \end{cases}$
- مجموعه پاسخ‌های دستگاه‌های بالا را به ترتیب با S و T و U نشان می‌دهیم. داریم:
- (۱) $S \subset T \subset U$ (۲) $S = T = U$ (۳) $U \subset S \subset T$ (۴) $T \subset S \subset U$
۱۰. اگر S_1 و S_2 دو سطح استوانی دوار نامحدود باشند، ممکن است در وضعی باشند که $S_1 \cap S_2$: (مینی المپیاد ۱۹۸۰ بلژیک)
- (۱) فقط شامل یک نقطه باشد. (۲) فقط شامل دو نقطه باشد. (۳) تهی باشد. (۴) یک دایره باشد.



دست به کار شو

۱. برنامه‌ای بنویس که از کاربر یک مجموعه متنهایی بگیرد و همه زیرمجموعه‌های آنرا لیست کند.
۲. برنامه‌ای بنویس که از کاربر یک مجموعه متنهایی بگیرد و زیرمجموعه‌های آنرا به ترتیبی لیست کند که هر دو شرط زیر را داشته باشد.
 - ۱) هر دو زیرمجموعه متوالی را که در نظر بگیریم، یکی از آنها زیرمجموعه دیگری باشد.
 - ۲) هر دو زیرمجموعه متوالی را که در نظر بگیریم، تعداد عضوهای یکی بیشتر از دیگری باشد.
۳. برنامه‌ای بنویس که یک متن از کاربر بگیرد و احتمال اینکه کاربر حروف زیر را تایپ کرده باشد را محاسبه کند:

حرف «ی»

حرف «ر»

حرف «ب»

حرف «ا»

پایان نهایی فصل ۱

۵۸. $\frac{25}{26}$
 ۵۹. $\frac{5}{7}$
 ۶۰. $\frac{1}{10}$
 ۶۱. $P(A) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{2}{5}$
 ۶۲. $\frac{85}{87}$
 ۶۳. الف درست است.

$P(C) = 0, P(B) = 0$ (د)
 ۵۴. الف $\frac{1}{2}$
 ۵۵. الف $\frac{3}{8}$ (ب)
 ۵۶. الف $\frac{149}{432}$
 ۵۷. 504
 ۵۵. الف 810 (ب) 384
 ۵۶. الف 775 (د) 648

۵۰. الف $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{2^{10}-1}{2^{10}}$
 ۵۱. الف درست (ب) نادرست
 ۵۲. خیر، می‌توانند جزء 10 باشند.
 ۵۳. الف خیر (ب) خیر
 ج خیر

پایان نهایی فصل ۲

ج ۴ کسر
 د یک کسر $\frac{14}{30}$
 ۳۵. ب $\frac{4}{13} = \frac{1}{4} + \frac{1}{26} + \frac{1}{52}$
 ۴۳. $\frac{43}{48} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{48}$
 $\frac{5}{29} = \frac{1}{6} + \frac{1}{174}$
 $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$
 $\frac{7}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12}$
 ۳۶. $\frac{39}{65}$
 ۳۷. $\frac{7}{100}$
 ۳۸. بله کسر $\frac{12}{100}$
 ۳۹. آرش: $\frac{7}{48}$; جواد: $\frac{5}{48}$; علی: $\frac{1}{8}$; احسان: $\frac{1}{8}$
 داود سهم بیشتری خورده است.
 ۴۰. $\frac{a^2 \times b^2}{a+b}$
 ۴۱. $d=4, c=1$
 $b=3, a=2$
 ۴۲. $\frac{7}{12} > \frac{6}{11} > \frac{1}{2} > \frac{4}{9} > \frac{3}{8}$
 ۴۳. $\frac{7}{3} > \frac{8}{4} > \frac{9}{5} > \frac{10}{6} > \frac{11}{7}$
 ۴۵. $x = -6$
 ۴۶. 1000100010001
 ۴۷. $A=4, B=1, C=3$
 ۴۸. راهنمایی: ثابت کنید بین دو کسر فقط $\frac{n+1}{20}, \frac{n}{20}$ ($n < 20, n \in \mathbb{N}$) فقط یک کسر با مخرج ۷ و یا یک کسر با مخرج ۱۳ وجود دارد.

ب ۳۱ (ج) ۳۱
 د -88 (هـ) خیر
 ز عدد 10 و گام 35
 ۲۰. 196
 ۲۱. 50
 ۲۲. $10 - (20 - 30 - 40 - 50 - 60 - 70)$
 ۲۳. خیر
 ۲۵. -12
 ۲۸. الف $\frac{1556}{297}$ (ب) -45
 ج $\frac{21}{55}$
 ۳۰. الف $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}$
 ب $\frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{2}{10}, \frac{1}{2}$
 ج $\frac{35}{175}, \frac{36}{170}, \dots, \frac{134}{170}$

۳۱. خیر این دو کسر برابرند.
 ۳۲. الف $\frac{b-a}{b}$ (ب) $\frac{b-a}{b+1}$
 ج $\frac{a+1}{b+1}$ به عدد ۱ نزدیک‌تر و $\frac{a}{b}$ دورتر است.
 د $\frac{1404}{2020} > \frac{1400}{2016} > \frac{1400}{2021} > \frac{1395}{2016} > \frac{1394}{2015}$
 ۳۳. الف $\frac{a}{b} - 1$ (ب) $\frac{a+1}{b+1} - 1$
 ج عدد $\frac{a}{b}$ به ۱ نزدیک‌تر است و $\frac{a+1}{b+1}$ دورتر است.
 د $\frac{9049}{3999} > \frac{9050}{4000} > \frac{9055}{4004} > \frac{9055}{4005} > \frac{9060}{4009}$
 ۳۴. الف $\frac{53}{72}, \frac{52}{72}, \frac{51}{72}, \frac{50}{72}, \frac{49}{72}$
 ب میان آن دو کسر نمی‌توان یک عدد گویا با صورت صحیح و مخرج ۱۲ یافت.

۲. الف) نسبت به ضرب بسته است / نسبت به جمع بسته نیست
 ب) \mathbb{Z} اعداد صحیح
 ۳. الف) ۹، ۳، ۱، ۴، صفر
 ب) اعداد طبیعی نسبت به * بسته نیست / بسته
 ۴. الف) خیر / بسته نیست.
 ب) ضرب
 ۵. ب) (۱) صفر (۲) +۱ (۳) +۶ (۴) +۱۴ (۵) +۸ (۶) $\sqrt{3}-1$
 ۷ $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$
 ۶. $|a|$
 ۷. a^2
 ۸. $|b-a|$
 ۹. $b-a$
 ۱۰. ۲
 ۱۱. $7 \times (-5) + 5 = -30$
 $(-7) \times (-4) + 2 = 30$
 $(-7) \times 5 + 5 = -30$
 $7 \times (-1287) + 4 = -9005$
 $(-11) \times 637 + 6 = -7001$
 ۱۵. الف) ۲۱ (ب) -11
 ج) بیشترین مقدار ۴۱ و کمترین مقدار -41
 ۱۶. ۳۶
 ۱۷. ۲ زیر مجموعه دارد.
 ۱۸. $2-a$
 ۱۹. الف) $A = \{95 - 3k \mid k \in \mathbb{N}\}$

فصل پنجم عبارتهای جبری

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸

آزمون بین‌المللی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

فصل ششم خط و معادله‌های خطی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

آزمون بین‌المللی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

فصل هفتم عبارتهای گویا

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴

آزمون بین‌المللی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

فصل هشتم حجم و مساحت

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

آزمون بین‌المللی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

فصل اول مجموعه‌ها

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

آزمون بین‌المللی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

فصل دوم عددهای حقیقی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

آزمون بین‌المللی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

فصل سوم استدلال و اثبات در هندسه

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

آزمون بین‌المللی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

فصل چهارم توان و ریشه

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱

آزمون بین‌المللی

شماره سوال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
پاسخ	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰