

تاریخ احتمال

محمد قاسم وحیدی اصل

پیشگفتار

از بس که در معارضه دیدم مثالها
عاجز شدم ز کشمکش احتمالها
با آنکه هیچ مطلب ممکن روا نشد
دلخوش نمی‌کنیم مگر از محالها
عرفی شیرازی (شاعر قرن دهم هجری)

نظریه احتمال تنها شاخه‌ای از ریاضیات است که بیش از هر شاخه دیگر به تاریخ و نحوه پدید آمدن آن پرداخته شده و با این حال شاید منحصربه‌فردترین موضوعی است که ساده‌انگاران‌ترین نظرها در خصوص مبدأ و چگونگی پیدایش آن از یکسو، و مجادله‌آمیزترین بحث‌های علمی در مورد چگونگی تحول مفاهیم و علل دیر آمدن آن (به زعم بعضی) و چیستی بسترهای رشد و نمو آن از سوی دیگر ابراز شده است. اغلب گفته می‌شود که زمان و دلیل پیدایش آن در پی مکاتبات پاسکال و فرما و به انگیزه حل مسئله‌ای در قمار بوده که از طرف شوالیه دومره نامی پیش پاسکال آورده شده و از طرف دیگر بحث‌های داغی بین فیلسوفان و تاریخ‌نگاران علم در مورد اینکه به عنوان مثال (از نظر برخی فلاسفه)، تحول مفهومی احتمال موجب پدید آمدن نظریه نوین احتمال بوده یا نبوده، همچنان در جریان است.

این دیدگاهها هر دو، چه دیدگاه کلیشه‌ای ساده‌انگارانه اول، و چه بحث‌های بسیار پرمایه دوم، انسان علاقه‌مند به موضوع احتمال را به تأمل در هر یک و بازبینی تاریخ و مفاهیم و دلایل هردو گروه وامی‌دارد. همه منابع موجود ما را در پی نخستین شکل‌های بروز و ظهور مفاهیم احتمال به سال‌های بسیار دور در اشکال اولیه زندگی انسان بر کره زمین به پس می‌برند و به این نحو متوجه حضور عنصر تصادف‌مندی در متن زندگی او چه در قالب بازیهای شانسی و چه بهره‌برداری از آن برای تفأل و آینده‌بینی می‌شویم. به نظر چنین می‌آید که عامل تصادف برای انسان اولیه (که با تغییراتی هم‌چنان در زندگی امروزی بشر هم حکمفرماست)، نقش یک واسطه یا میانجی را بازی می‌کرده که این میانجی در امر تفأل و آینده‌بینی بین او و قوای ماورای طبیعی عمل می‌کرده و در بازیها بین دو یا چند بازیکن، موجود بی‌طرفی بوده که نوبت بازی یا سهم مرضی‌الطرفین و... را بر اساس میزان شانسه‌ها تعیین می‌کرده است.

با گسترش جوامع و پیشرفت امور بازرگانی، عامل تصادف‌مندی و نحوه مهار کردن و بهره‌برداری از آن وارد این بخش از زندگی مردم شده و تدریجاً از یک سو در مسائل بیمه و به‌خصوص بیمه‌دریایی

ورود پیدا کرده که به این ترتیب به عنوان مسئله‌ای در حقوق بازرگانی، ذهن افراد خبره و مجرب در این حوزه را به خود مشغول داشته در حدی که حتی بعدها هم، با وجود اینکه فرما و پاسکال راه‌حلی ریاضیاتی برای "مسئله تقسیم گروها" یافته‌اند، اما آنها هم مانند ریاضیدانان قرنهای پیش از خود در ایتالیا این مسئله را عمدتاً یک مسئله حقوقی تلقی کرده‌اند.

موضوع نظریه احتمال در طول سالیان، از یک طرف وضوح‌بخشی و شفاف‌سازی مفهوم احتمال بوده که با دو چهره مختلف در موقعیتهای متفاوت رخ می‌نموده و از طرف دیگر حل مسائلی بوده که به اقتضای کار در هر زمینه‌ای که شانس و تصادف در آنها چهره خود را نشان می‌داده (زمینه‌هایی که کم و اندک هم نبودند)، پیش می‌آمده است. در امور بازرگانی، حقوقی، و پزشکی (در اوایل)، چهره ذهنی و شناختی مفهوم خود را بیشتر آشکار می‌کرده و نحوه صورت‌بندی و کمی‌سازی آن و کنار آمدن با پیچیدگیهای حاصل از آن به تعمیق دانش در این زمینه سود می‌رسانده است. از طرف دیگر بازیهای شانس، مفهوم احتمال حقیقت‌امری یا احتمال عینی (آماری، تصادفی) را بیشتر و بیشتر در معرض دید و قضاوت اهل علم و اهل بینش، قرار می‌داده است. دیده می‌شود که با وجود ممنوعیت قمار و شرط‌بندی در ادوار مختلف به خصوص در اوایل دوره مسیحیت در روم باستان، استفاده از ابزارهای تصادف‌مندساز از قبیل تاس از طرف اصحاب کلیسا در برخی "امور خیر" معمول بوده و در عین حال مسائلی که ظاهراً بر اثر تجربه عملی در بازیهای شانس مطرح می‌شده، به چنان دقتی در تشخیص نیاز داشته که به جز از راه محاسبه دقیق شانسهای مربوط میسر و مقدور نبوده و بنابراین انجام محاسبات شانس بسیار پیش از شروع مکاتبات پاسکال و فرما، به نظر کار متداولی بوده است. (رک کارهای گالیله در این زمینه).

از بررسی سیر تحولات اصلیتین موضوعاتی که شانس و تصادف در آنها دخیل بوده، این‌گونه پیداست که اولین درکها از ماهیت احتمال و سروصورت‌بخشی به مفاهیم و تلاش برای حل عاجلترین مسائل مربوط در موضوع احتمال اغلب به طور جداگانه در هر یک از این زمینه‌ها به پیش رفته و هر یک به سهم خود در ارتقای دانش احتمال مساهمتهایی داشته‌اند.

می‌دانیم (و در قسمت اول این کتاب به روشنی می‌بینیم) که پایه‌گذار دانشهای اصلی انسانی در اروپای قرون وسطی و آغاز رنسانس، دانش یونانی بود که از طریق دانشمندان دوره اسلامی به اروپاییها انتقال یافته بود. فقدان دانشی منسجم در زمینه احتمال در یونان، موجب آن شده که دانشمندان و ریاضیدانان دوره تمدن اسلامی چندان رغبتی به مطالعه این موضوع نشان ندهند، با وجود اینکه آنها به دلیل دسترسی به دانش هندیها و چینیان، و مساهمتهای خود نکات تازه‌ای در علم ترکیبیات، که اولین ملازم و همراه احتمال مقدماتی بود، به دست آوردند و به نام خود ثبت کردند (رجوع کنید به فصل ۸). البته پالایش نیافتن کافی همین شاخه از ریاضیات هم خود عاملی بر کندی پیشرفت احتمال ریاضی شد.

دانشمندان دوره اسلامی، کوشش و تلاش خود را در زمینه‌های دیگری هم مصروف کردند که با همراه شدن با پیشرفتهای مادی در اروپای بعد از عصر نوزایی و بهتر شدن روابط ارتباطی بین شرق و

غرب، به مفهوم احتمال یاری رساندند. یکی از این زمینه‌ها چیزی نبود جز اقتصاد و بازرگانی. این دانشمندان آرای جدیدی بر نظریات ارسطو و یونانیان افزودند و علاوه بر انتقال دانش دستگاه عددنویسی و محاسبات الگوریتمی و علم جبر به اروپا، که می‌توان نتیجه آن را در چاپ بسیار پر تعداد انواع کتابهای حساب بازرگانی به دنبال پیشرفتهای تجاری در اروپا در قرن پانزدهم دید، موجب انتقال مفاهیم اقتصاد بازرگانی نیز شدند. در دل برخی از این کتابهای حساب بازرگانی مفهوم احتمال به صورتی مستتر حضور داشت. در یک دست‌نوشته بی‌نام‌نشان ریاضی مربوط به حدود سال ۱۴۰۰ میلادی، مسئله "بازی نیمه‌تمام‌مانده" (که بعداً موضوع بحث جدی توسط پیشاهنگان نظریه در قرنهای شانزدهم و به بعد شد)، بی‌آنکه اسمی از شانس و احتمال آورده شود، به درستی حل شد. مشخص نیست که طرح چنین مسائلی از ابتکارات نویسنده گمنام دست‌نوشته مزبور بوده یا محصول انتقال دانش و حنی فرهنگی بوده که از نمونه‌های آن می‌توان ورود کلمه رزق عربی (معرب شده کلمه روزی فارسی) به اروپا (همراه با تعداد کثیری اصطلاحات اقتصادی دیگر) و تبدیل سرانجامین آن به کلمه ریسک را به عنوان شاهد مثال آورد و چه بسا مفهوم شانس و اقبال پنهان در "نصیب و قسمت" موجود در کلمه "روزی" به سهم خود نقشی در تحول مفهوم شانس در قراردادهای اقتصادی اتفامند و پیشرفتهای بعدی در نظریه ریسک و بیمه داشته است. البته مستمریهای عمر از دوره‌های اول هزاره اول میلادی در سرزمین کنونی اروپا متداول بوده و عدم حتمیت در زندگی خریداران این‌گونه از بیمه‌های عمر و طول مدت زندگی آنها، تأمل در ریاضیات عدم حتمیت را در اذهان قوت بخشیده است. آنچه به‌طور خلاصه می‌توان گفت این است که مفهوم شانس در چندین بستر مختلف، گاهی با وام‌گیری هر یک از بقیه، در حال نشوونما بوده و اولین کارها در هر یک از آنها با شدتها و ضعفهای متفاوت صورت گرفته اما به نظر تا زمان انقلاب علمی قرن هفدهم و برآمدن گروه عظیمی از دانشمندان (اغلب فرانسوی اما متأثر از کارهای ایتالیاییها)، مسائل مربوط به آن با جدیت مورد نیاز مورد بررسی قرار نگرفته و این دانشمندان فرانسوی و در رأس آنها پاسکال و فرما بوده‌اند که با داشتن تواناییهای لازم در این زمان و از جمله مجهز بودن به مثلث حسابی (به عنوان مثال گفته می‌شود که گویا پاسکال از مدرسه با آن آشنا بوده است) به طور جدی به مسائل احتمال ورود کرده‌اند و کارهای ناتمام ریاضیدانان ایتالیایی از جمله پاچولی، کاردان، تارتاگلیا، و گالیله در حل مسائل تاس و تقسیم گروهها را تکمیل کرده و اسباب توجه دانشمندان دیگر مانند هویگنس به این موضوع شده‌اند. البته نقش ممتاز پاسکال و فرما و هویگنس در آن بود که موجب آن شدند که ریاضیدانان اروپا مسائل احتمال را هم در کنار سایر مسائل ریاضی مد نظر قرار دهند، گرچه این به معنای آن نبود که موضوع احتمال، حتی احتمال مقدماتی در آن سالهای اول فیصله پیدا کرده باشد. قریب به ۲۰۰ سال طول کشید که احتمال مقدماتی به معنای احتمال در فضاهای متناهی و احتمال هندسی سروسامانی پیدا کند، درعین حال که هرچه پیشرفت در این زمینه بیشتر می‌شد، تناقضات، نارساییها، و کج‌فهمیها بیشتر و بیشتر در آن بروز پیدا می‌کرد. این بود که نیاز به اصل موضوعی‌سازی احتمال، همراه با دعوت

داوید هیلبرت از ریاضیدانان برای کار در این حوزه مورد توجه گروهی از آنها قرار گرفت و سرانجام، این کولموگوروف بود که با استعداد شگرف ذاتی خود، کار بزرگ اصل موضوعی کردن احتمال را وجهه همت خود قرار داد. البته این کار میسر نمی‌گردید اگر سپاه عظیمی از ریاضیدانان درجه یک اروپایی، هم انگیزه و هم پیش‌نیازهای ریاضی لازم را، برای او فراهم نیاورده بودند. باین حال قریب به ۲۰ سال طول کشید تا ثمره کار کولموگوروف در احتمال در اختیار ریاضیدانان قرار گیرد و نیز بدون اینکه فصل الخطاب به معنای کنار گذاشته شدن کامل نگرشهای دیگر به موضوع احتمال باشد.

در تدوین این اثر تلاش کرده‌ام که تا آنجا که صفحات کتاب اجازه می‌دهند بحث احتمال را در همه زمینه‌هایی که موضوع احتمال به نحوی در آنها مطرح و مورد بحث و مذاقه بوده دنبال کنم و با اینکه نگاهم در مورد نحوه پدید آمدن احتمال همانهاست که در بالا گفته شد، یعنی وجود خط‌سیرهایی در بسیاری از زمینه‌ها و به هم پیوستن آنها در قرن هفدهم بر اثر فراهم آوردن شرایط کار علمی، باین حال به گمانم مطالب ارائه شده در حدی هستند که خواننده بتواند استنباط شخصی خود را در مورد مبدأ و منشأ نظریه احتمال انجام دهد یا از منابع ذکر شده در پی بررسیهای بیشتر باشد.

کتاب در سه قسمت تدوین شده است. در قسمت اول خلاصه‌ای از ریاضیات، بیشتر با استفاده از کتاب آشنایی با تاریخ ریاضیات ایوز (اما نه با تکیه کامل بر آن) آورده‌ام به این دلیل که تحول موضوع احتمال را جدا از تحول ریاضیات از ابتدا به بعد نمی‌دانم و به خصوص اینکه اغلب همین ریاضیدانان مورد بحث در قسمت اول کتاب در پدید آمدن احتمال نقش اساسی داشته‌اند. تاریخچه نسبتاً مشروحو از ترکیبیات نیز در این قسمت آورده شده است. قسمت دوم به قرن هفدهم و دوران شکوفایی احتمال در اروپا می‌پردازد. در قسمت سوم موضوع روی آوردن ریاضیدانان روسی به احتمال و تأسیس مکتب روسی احتمال، وضعیت نظریه احتمال در اروپا در این اوان، و آغاز و پایان اصل موضوعی‌سازی مورد بحث قرار گرفته و مطلب تقریباً تا به انتها آورده شده است.

در پایان بر خود فرض می‌دانم که از جناب آقای یحیی دهقانی مدیرعامل محترم انتشارات مبتکران و کارکنان مرتبط که امکان تولید این کتاب را فراهم آورده‌اند، به ویژه جناب آقای خدایار مبین و خانم حمیده نوروزی و خانم سمانه ایمانفرد، که با سرعت عمل قابل تحسینی کار تولید کتاب را به پیش بردند، تشکر و قدردانی کنم.

محمد قاسم وحیدی اصل
استاد دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه شهید بهشتی

فهرست مطالب

ج	پیشگفتار مؤلف
	قسمت اول: درآمدی به ریاضیات پیش از قرن هفدهم
۲	فصل ۱: سرآغازهای ریاضیات
۲	۱-۱ منشأهای اولیه ریاضیات
۳	۲-۱ پیشرفتهای اولیه
۳	۳-۱ زبان عددی و ریشه شمارش
۴	۴-۱ منشأ هندسه
۶	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
۷	فصل ۲: ریاضیات بابلی و مصری
۷	۱-۲ شرق باستان
۸	۲-۲ بابل
۹	۱-۲-۲ ریاضیات بازرگانی و ارضی
۱۰	۲-۲-۲ هندسه
۱۰	۳-۲-۲ جبر
۱۱	۳-۲ مصر
۱۳	۱-۳-۲ حساب و جبر
۱۳	۲-۳-۲ هندسه
۱۴	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
۱۸	فصل ۳: ریاضیات یونانی
۱۸	۱-۳ پیدایش ریاضیات برهانی
۱۹	۲-۳ فیثاغورس و فیثاغورسیان
۲۰	۳-۳ حساب فیثاغورسی
۲۳	۴-۳ قضیه فیثاغورس و سه‌تاییهای فیثاغورسی
۲۳	۱-۴-۳ دوره از تالس تا اقلیدس
۲۵	۲-۴-۳ اقلیدس و اصول وی
۲۶	۳-۴-۳ اقلیدس
۲۷	۴-۴-۳ ریاضیات یونان پس از اقلیدس
۲۷	۵-۴-۳ ارشمیدس
۲۹	۶-۴-۳ اراتستن
۲۹	۷-۴-۳ آپولونیوس
۳۰	۸-۴-۳ هیپارخوس، منلائوس، بطلمیوس، و مثلثات یونانی
۳۱	۹-۴-۳ هرون
۳۱	۱۰-۴-۳ جبر یونان باستان

۳۲	۱۱-۴-۳ دیوفانتوس
۳۳	۱۲-۴-۳ پاپوس
۳۳	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
۴۱	فصل ۴: ریاضیات چینی و هندی
۴۱	۱-۴ ریاضیات چینی
۴۵	۲-۴ ریاضیات هندی
۴۷	۳-۴ حساب و جبر
۴۷	۴-۴ هندسه و مثلثات هندی
۴۸	۵-۴ مقایسه ریاضیات یونانی و هندی
۴۸	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
۵۳	فصل ۵: ریاضیات دوره اسلامی
۵۳	۱-۵ آغاز انتقال علوم
۵۳	۲-۵ عباسیان و بیت‌الحکمه
۵۴	۳-۵ خوارزمی و آفرینش علم جبر
۵۶	۴-۵ کتاب جبر و مقابله
۵۸	۵-۵ منابع خوارزمی
۶۰	۶-۵ ثابت بن قره
۶۱	۷-۵ اعداد
۶۱	۸-۵ مثلثات دوره اسلامی
۶۲	۹-۵ چند چهره نامدار دوره تمدن اسلامی در ریاضیات
۶۴	۱۰-۵ عمر خیام
۶۵	۱۱-۵ اصل موضوع توازی
۶۶	۱۲-۵ خواجه نصیرالدین طوسی
۶۶	۱۳-۵ غیاث‌الدین جمشید کاشانی
۶۸	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
۷۳	فصل ۶: ریاضیات اروپایی، ۵۰۰ تا ۱۶۰۰ میلادی
۷۳	۱-۶ عصر تاریکی
۷۴	۲-۶ دوره انتقال
۷۵	۳-۶ فیبوناتچی و قرن سیزدهم
۷۷	۴-۶ قرن چهاردهم
۷۸	۵-۶ قرن پانزدهم
۸۰	۶-۶ حسابهای اولیه
۸۱	۷-۶ آغاز نمادگرایی در جبر
۸۲	۸-۶ معادلات درجه سوم و درجه چهارم

۸۴	۹-۶ فرانسوا ویت
۸۶	۱۰-۶ دیگر ریاضیدانان قرن شانزدهم
۸۷	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
۹۴	فصل ۷: سپیده‌دم ریاضیات، ریاضیات جدید
۹۴	۱-۷ قرن هفدهم
۹۵	۲-۷ نپر
۹۶	۳-۷ هاریوت و اوترد
۹۷	۴-۷ گالیله
۹۹	۵-۷ کپلر
۱۰۰	۶-۷ پاسکال
۱۰۱	۷-۷ دکارت
۱۰۳	۸-۷ فرما
۱۰۴	۹-۷ هویگنس
۱۰۵	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
۱۰۹	فصل ۸: ترکیبیات: اولین ملازم توسعه نظریه احتمال
۱۰۹	۱-۸ مراحل پایه‌ای در توسعه ترکیبیات
۱۰۹	۲-۸ شمارش
۱۱۱	۳-۸ جایگشت و ترکیب
۱۱۶	۴-۸ مربعهای جادویی
۱۲۱	۵-۸ افزازها
۱۲۱	۶-۸ مثلث حسابی
۱۲۵	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
	قسمت دوم: ظهور احتمال
۱۳۰	فصل ۹: پیشاتاریخ احتمال
۱۳۰	۱-۹ برخی دیدگاههای رایج
۱۳۱	۲-۹ انسان و عوامل تصادفمندی
۱۳۲	۳-۹ میانی اعتقادی
۱۳۲	۱-۳-۹ آینده‌بینی
۱۳۲	۲-۳-۹ تفأل بین‌النهرینی
۱۳۳	۳-۳-۹ گذر به سایر مناطق دنیای باستان
۱۳۴	۴-۳-۹ تفأل در یونان باستان
۱۳۵	۵-۳-۹ تفأل در بین اعراب
۱۳۵	۶-۳-۹ تفأل در بین ایرانیان
۱۳۶	۷-۳-۹ تفأل و ابزارهای تصادفمندساز

۱۳۷	۴-۹ بازیها
۱۳۸	۱-۴-۹ قاپ
۱۳۹	۲-۴-۹ بازیهای روی تخته
۱۴۰	۳-۴-۹ بازیهای تخته‌ای در ایران پیش از اسلام
۱۴۲	۵-۹ گذر به تاس
۱۴۳	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
۱۴۸	فصل ۱۰: مفاهیم شانس و احتمال در اوایل
۱۴۸	۱-۱۰ مفاهیم پیشامدرن احتمال
۱۴۸	۲-۱۰ دو مفهوم: احتمال منطقی / شناختی در مقابل احتمال حقیقت‌امری / تصادفی
۱۵۰	۳-۱۰ احتمال در فلسفه و دانشهای باستان، قرون وسطی، و رنسانس
۱۵۱	۴-۱۰ قدرت‌گیری رم و تحولات بعدی
۱۵۲	۵-۱۰ عصر تاریکی
۱۵۳	۶-۱۰ قرون وسطی
۱۵۳	۷-۱۰ عصر رنسانس یا نوزایی علمی
۱۵۶	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
۱۶۱	فصل ۱۱: بسترهای نشوونما
۱۶۱	۱-۱۱ زمینه‌های فلسفی
۱۶۳	۲-۱۱ علم حقوق و رویه‌های قضایی
۱۶۶	۳-۱۱ درجه‌بندی احتمال
۱۶۹	۴-۱۱ قراردادهای اتفامند
۱۶۹	۱-۴-۱۱ بازرگانی و بیمه
۱۷۳	۲-۴-۱۱ دیدگاههای اقتصادی یونانی و تأثیرات شرقی
۱۷۷	۳-۴-۱۱ ظهور نظریه‌های ریسک و بیمه
۱۸۱	۴-۴-۱۱ بیمه‌های عمر
۱۸۵	۵-۱۱ موردکاوی
۱۹۱	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر
۱۹۸	فصل ۱۲: سپیده‌دم احتمال
۱۹۸	۱-۱۲ اولین شمارش به‌جامانده از برآمدهای پرتاب سه تاس
۱۹۹	۲-۱۲ دانه و اشاره به بازیهای رایج شانس
۲۰۱	۳-۱۲ کاردان
۲۰۸	۴-۱۲ تارتاگلیا
۲۱۱	۵-۱۲ اصول نظریه احتمال در آثار گالیله
۲۱۶	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر

۲۱۸	فصل ۱۳: قرن هفدهم
۲۱۸	۱-۱۳ دوران شکوفایی.....
۲۱۹	۲-۱۳ دومره و آشنایی او با پاسکال.....
۲۲۳	۳-۱۳ روبروال.....
۲۲۴	۴-۱۳ مکاتبات فرما-پاسکال.....
۲۳۱	۵-۱۳ مثلث حسابی پاسکال و برخی از کاربردهای آن.....
۲۳۷	۶-۱۳ هویگنس و محاسبات بازیهای شانسی.....
۲۴۱	۷-۱۳ کاراموئل.....
۲۴۵	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر.....

قسمت سوم: نظریهٔ احتمال: به سوی انسجام

۲۵۰	فصل ۱۴: پیشرفتهای نظریهٔ احتمال تا میانهٔ قرن نوزدهم
۲۵۰	۱-۱۴ جیمز برنولی و رسالهٔ "فن حدس زدن" او.....
۲۶۰	۲-۱۴ پیشرفتهای نظریهٔ احتمال در نیمهٔ اول قرن هجدهم.....
۲۶۳	۱-۲-۱۴ دم‌آور و نظریهٔ احتمال.....
۲۶۵	۲-۲-۱۴ سهم سیمپسون در نظریهٔ احتمال.....
۲۶۹	۳-۲-۱۴ توماس بیز و قضیهٔ مشهور او.....
۲۷۴	۴-۲-۱۴ مساهمتهای اویلر و دانیل برنولی.....
۲۷۹	۵-۲-۱۴ دانیل برنولی.....
۲۸۱	۶-۲-۱۴ بوفون.....
۲۸۴	۷-۲-۱۴ دالامبر.....
۲۸۷	۸-۲-۱۴ کندورسه.....
۲۹۱	۹-۲-۱۴ لاپلاس و مساهمتهای او در نظریهٔ احتمال.....
۳۰۰	۱۰-۲-۱۴ توزیع خطاهای تصادفی.....
۳۰۶	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر.....

۳۱۳	فصل ۱۵: مکتب روسی احتمال
۳۱۳	۱-۱۵ وضعیت نظریهٔ احتمال در اروپا قبل از فراز آمدن مکتب روسی (سن پترزبورگ).....
۳۱۵	۲-۱۵ نظریهٔ احتمال در روسیه پیش از فراز آمدن مکتب سن پترزبورگ.....
۳۲۷	۳-۱۵ اوستروگرادسکی.....
۳۳۰	۴-۱۵ چیشوف-بنیانگذار مکتب روسی نظریهٔ احتمال.....
۳۳۷	۵-۱۵ نمایندگان نامدار مکتب سن پترزبورگ.....
۳۴۶	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر.....

۳۵۱	فصل ۱۶: مبانی اصل موضوعی نظریهٔ احتمال
۳۵۱	۱-۱۶ نیاز به اصل موضوعی‌سازی.....
۳۵۷	۲-۱۶ گامهای اولیه در اصل موضوعی‌سازی.....

۳۵۸	۳-۱۶ مساهمت برنستاین.....
۳۶۲	۴-۱۶ رویکرد فراوانی فون میزس.....
۳۶۶	۵-۱۶ پیش‌زمینه‌های نظریه‌ی اصل موضوعی احتمال.....
۳۶۸	۶-۱۶ مبانی کلاسیک نظریه‌ی احتمال.....
۳۶۹	۱-۶-۱۶ احتمال هندسی.....
۳۶۹	۲-۶-۱۶ احتمال نسبی.....
۳۷۰	۳-۶-۱۶ اصل کورنو.....
۳۷۱	۴-۶-۱۶ دیدگاه احتمال‌دانهای فرانسوی.....
۳۷۳	۵-۶-۱۶ اشکال قوی و ضعیف اصل کورنو.....
۳۷۴	۶-۶-۱۶ بی‌تفاوتی بریتانیایی و شک‌گرایی آلمانی.....
۳۷۶	۷-۶-۱۶ پارادوکسهای برتران.....
۳۷۶	۱-۷-۶-۱۶ پارادوکس سه‌جعبه‌ی جواهرات.....
۳۷۷	۲-۷-۶-۱۶ پارادوکس دایره‌ی عظیمه.....
۳۷۸	۳-۷-۶-۱۶ بازتابهای پارادوکسهای برتران.....
۳۷۹	۷-۱۶ احتمال مبتنی بر نظریه‌ی اندازه‌ی قبل از مبانی.....
۳۷۹	۱-۷-۱۶ اختراع نظریه‌ی اندازه توسط بورل ولبگ.....
۳۸۱	۸-۱۶ ورود کولموگوروف به موضوع.....
۳۸۳	۹-۱۶ مسئله‌ی ششم هیلبرت.....
۳۸۴	۱۰-۱۶ حساب ظرفیتهای اسلوتسکی.....
۳۸۵	۱۱-۱۶ نظریه‌ی عمومی اندازه‌ی کولموگوروف.....
۳۸۷	۱۲-۱۶ اصول استاینهاوس و اولام.....
۳۸۸	۱۳-۱۶ نظریه‌ی مجرد کانتلی.....
۳۸۹	۱۴-۱۶ مبانی کولموگوروف.....
۳۹۳	۱-۱۴-۱۶ منشا تجربی اصل موضوع.....
۳۹۴	۲-۱۴-۱۶ نگاه فلسفی کولموگوروف در مبانی.....
۳۹۵	۳-۱۴-۱۶ تأثیر مبانی.....
۳۹۵	پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر.....
۴۰۵	مراجع.....
۴۱۰	نمایه.....

قسمت اول

درآمدی به ریاضیات
پیش از قرن هفدهم

فصل ۱

سرآغازهای ریاضیات

۱-۱ منشأهای اولیه ریاضیات

بخش اعظم موضوعی که امروزه با نام ریاضیات شناخته می‌شود، حاصل تفکری است که دراصل حول مفاهیم عدد، کمیت، و شکل متمرکز بوده است. اشکال بدوی این مفاهیم را می‌توان در آغازیترین روزهای نوع بشر پی گرفت، و سایه‌های محو آنها را می‌توان در شکلهایی از زندگی که ممکن است چندین میلیون سال پیش از بشر در حال حیات بوده‌اند، پیدا کرد. دانشمندان دریافته‌اند که برخی جانوران از تواناییهایی مانند حافظه و تخیل برخوردارند و نیز تواناییهای تشخیص عدد، اندازه، و شکل - صورتهای اولیه حس ریاضی - منحصر به نوع بشر نیست. به عنوان مثال آزمایشهایی با کلاغان، نشان می‌دهد که دست‌کم برخی پرندگان می‌توانند بین مجموعه‌هایی تا حداکثر چهار عضو تمایز قائل شوند. آگاهی از تغییرات در الگوهای پیدا شده در محیط اطراف آشکارا در بین بسیاری از موجودات پست وجود دارد، بنابراین می‌توان تصور کرد که انسان با توشه‌ای - هرچند بسیار اندک و کاملاً جنینی از ریاضیات - پا به عرصه وجود گذاشته است.

اینکه این ریاضیات کاملاً بدوی و مشترک بین انسان و برخی جانوران هوشمند چگونه بین انسانهای اولیه پرورده شده و به شکل ابزاری مانند دیگر دستاوردها و دست‌ساخته‌ها در خدمت او برای حفظش در برابر نیروهای نامساعد طبیعت قرار گرفته و چگونه اسباب پیشرفت او شده است، جای بحث بسیاری است. اغلب چنین گفته می‌شود که ریاضیات در بدو امر به عنوان بخشی از زندگی روزمره نشأت یافته، و اگر بتوان برای اصل زیست‌شناختی "بقای اصلح" اعتباری قائل شد، ماندگاری نژاد بشر شاید بی‌ارتباط با تکوین مفاهیم ریاضی در نزد او نباشد. در ابتدا مفاهیم عدد، کمیت، و شکل احتمالاً بیشتر با افتراقات مرتبط بوده‌اند تا شباهتها - تفاوت بین یک گرگ و گرگان بسیار، نابرابری اندازه یک ماهی کپور و یک نهنگ، بی‌شباهتی گردی ماه و راست‌قامتی یک درخت سرو.

به همان منوال او دریافته که برخی گروههای دیگر، ماند جفتها را می‌تواند در تناظر یک‌به‌یک قرار دهد. دستها را می‌تواند با پاها، چشمها، گوشها، و سوراخهای بینی تطبیق دهد. به تدریج از درون آشفتگی تجربیات درهم‌وبرهم، تشخیص وجود یکسانی حاصل شده است؛ و از این آگاهی از شباهتها تشخیص مفهوم اولیه عدد برای انسان مقدور شده است. این شناخت از آن ویژگی مجرد که در برخی گروهها اشتراک دارد، و ما آن را عدد می‌نامیم، نشان‌دهنده گامی طولانی به سوی ریاضیات نوین است. به نظر نمی‌رسد که این کار نتیجه کشف یک فرد یا یک قبیله خاص باشد، بلکه به احتمال زیاد این امر نتیجه یک آگاهی تدریجی بوده است که در تکامل فرهنگی انسان در همان اوایل به قدمت کشف آتش، شاید در حدود ۳۰۰۰۰ سال پیش تکوین یافته است.

۱-۲ پیشرفتهای اولیه

درک عدد سرانجام چنان به قدر کافی توسعه و وضوح یافته که نیاز به بیان این ویژگی به گونه‌ای، از قرار معلوم در بدو امر تنها با زبان اشاره، حس شده است. انگشتان یک دست را می‌شد حاضر و آماده برای نشان دادن مجموعه‌ای از دو یا سه یا چهار یا پنج شیء به کار برد. با استفاده از انگشتان دو دست، مجموعه‌هایی با حداکثر ده عنصر را می‌شد بازنمایی کرد؛ با ترکیب انگشتان دست و پا، شخص می‌توانست تا بیست بشمارد. وقتی که انگشتان دست کفایت نمی‌کردند، توده‌هایی از سنگ را می‌شد برای بازنمایی تناظر بین اعضای یک مجموعه دیگر به کار گرفت. آن زمان که مردم سوادنیاموخته از چنان طرحهایی برای بازنمایی استفاده می‌کردند، آنها اغلب سنگریزه‌ها را در گروههای پنج‌تایی توده می‌کردند، از آنرو که از طریق مشاهده دست و پای انسان با پنجگانه‌ها آشنایی پیدا کرده بودند.

دسته‌هایی از سنگریزه‌ها بی‌ثبات‌تر از آن بودند که بتوانند اطلاعاتی را در خود حفظ کنند؛ بنابراین انسان پیش از تاریخ گاهی کار ذخیره کردن اعداد را با کندن شیارهایی بر چوب یا تکه‌ای از استخوان عملی کرده است. از این نمونه‌ها تعداد بسیار کمی امروزه به جا مانده‌اند، اما استخوان گرگ جوانی در منطقه مورایا^۱ در کشور چک پیدا شده که کندگیهای عمیقی با پنجاه و پنج شیار بر آن وجود دارد (بویر، ۲۰۱۱). اینها به صورت دو سری مرتب شده‌اند که بیست و پنج تا در سری اول و سی تا در سری دوم قرار دارند؛ در داخل هر سری، شیارها در گروههای پنج‌عضوی مرتب شده‌اند. چنان کشفیات باستان‌شناختی این شواهد را در اختیار می‌گذارند که ایده عدد به مراتب قدیمیتر از پیشرفتهایی فنی از قبیل استفاده از فلزات یا وسائط نقلیه چرخدار بوده است. این ایده مقدم بر تمدن و خط‌نویسی به معنی رایج کلمه است زیرا استخوانی که پیشتر توصیف شد، مربوط به دوره‌ای در حدود ۳۰۰۰۰ سال پیش است.

۱-۳ زبان عددی و ریشه شمارش

تفاوت انسان و اغلب حیوانات به طور آشکار در سخن گفتن اوست که تکوین آن در به وجود آمدن تفکر مجرد ریاضی جنبه اساسی داشت؛ با این حال کلماتی که بیانگر ایده‌های عددی بودند، به‌کندی رشد می‌یافتند. نشانه‌های عددی احتمالاً بر واژه‌های عددی تقدم داشته‌اند، زیرا کندن شیارهایی بر یک تکه چوب بسیار آسانتر از به وجود آوردن اصطلاحی خوش‌آهنگ برای شناساندن یک عدد است. اگر مسئله زبان این قدر مشکل نمی‌بود، رقبای دستگاه اعشاری شاید پیشرفت بیشتری می‌داشتند. به عنوان مثال، پایه پنجمی یکی از اولین پایه‌هایی بود که شواهد نوشتاری ملموسی از خود به جا گذاشت؛ اما آن زمان که زبان جنبه رسمیت یافت، ده، دست بالا را پیدا کرد. زبانهای نوین امروزی تقریباً بدون استثنا حول پایه ده بنا گذاشته شده‌اند، به طوری که، مثلاً سیزده به صورت سه و ده توصیف می‌شود و نه سه و پنج و پنج. دیرکرد در توسعه زبان به طوری که تجریدهایی از قبیل عدد را در بر بگیرد در این حقیقت نیز دیده می‌شود که عبارتهای کلامی عددی اولیه اشاره به گردایه‌های ملموسی از اشیا دارند. این گرایش زبان به توسعه از ملموس به مجرد در بسیاری از واحدهای سنجش طول امروزی دیده

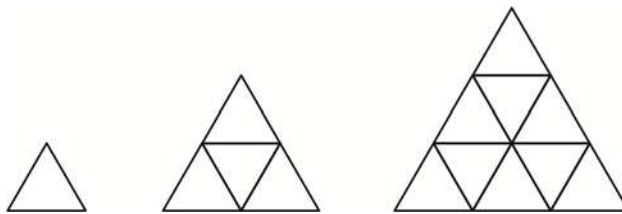
می‌شود. واژه‌هایی مانند "وجب" "انگشت" و "ارش" [آرنج در زبان فارسی] و "پا" [در زبان انگلیسی] از نامهای اندامهایی از انسان مشتق شده‌اند.

هزاران سالی که برای بشر لازم بود تا مفاهیم انتزاعی را از موارد ملموس تکراری تفکیک کند، گواهی بر مشکلاتی است که انسان در بنیادگذاری حتی پایه‌ای بسیار بدوی برای ریاضیات با آن روبه‌رو بوده است. به‌علاوه پرسشهای بی‌پاسخ فراوانی مرتبط با منشأهای ریاضیات باقی است. معمولاً فرض می‌شود که این موضوع در پاسخ به نیازهای عملی ناشی شده است، اما از مطالعات انسان‌شناختی چنین برمی‌آید که ممکن است منشأهای دیگری وجود داشته باشند. این طور مطرح کرده‌اند که هنر شمارش در رابطه با آیینهای مذهبی ادیان ابتدایی به منصفه ظهور پیوسته و اینکه جنبه ترتیبی اعداد بر جنبه کمی آن مقدم بوده است. در مراسم مذهبی که اسطوره‌های آفرینش را به نمایش در می‌آوردند، لازم بود که شرکت‌کنندگان با ترتیب مخصوصی به صحنه فراخوانده شوند، و شاید شمارش از آنرو ابداع شده که این مشکل را حل کند. در صورتی که نظریه‌های مبدأ آیینی شمارش درست باشند، مفهوم عدد ترتیبی بر عدد اصلی تقدم داشته است. به‌علاوه چنان مبدأیی می‌تواند اشاره به امکان آن داشته باشد که شمارش از مبدأ واحدی ریشه گرفته و بعداً به سایر نقاط جهان پراکنده شده است. این دیدگاه، گرچه اثبات نشده، با تقسیم آیینی اعداد صحیح به فرد و زوج هماهنگی دارد؛ عدد فرد، مذکر و عدد زوج، مؤنث تلقی می‌شدند. چنین تمایزاتی در بین همه تمدنهای در گوشه‌گوشه دنیا شناخته شده بوده، و افسانه‌های مربوط به اعداد مذکر و مؤنث همچنان ماندگارند.

۱-۴ منشأ هندسه

حکم کردن درباره ریشه‌های ریاضیات، خواه حساب خواه هندسه، الزاماً با مخاطره همراه است، زیرا سرآغازهای این موضوع از هنر کتابت قدیمی‌ترند. تنها طی پنج یا شش هزاره، در گذرگاهی که شاید هزاران هزاره را شامل می‌شود، بوده است که نوع بشر قدرت ثبت و ضبط سوابق و تفکرات خود را به شکل نوشتاری به دست آورده است. برای داده‌های مربوط به عصر پیش از تاریخ، ما باید به تفاسیر مبتنی بر چند دست‌ساخته انسانهای پیشین، شواهد حاصل از انسان‌شناسی کنونی، و برونمایی قهقرایی حدسی از روی مدارک موجود متکی باشیم. هرودوت^۲ و ارسطو نمی‌خواستند با قائل شدن منشأیی فراتر از تمدن مصریان خطر خطا را به جان بخرند، اما آشکار است که هندسه‌ای که آنها در ذهن داشتند ریشه در عهدهای عتیق دورتر داشت. هرودوت عقیده داشت که هندسه از مصر سرچشمه گرفته بود، زیرا باور داشت که این موضوع در آنجا به دلیل نیاز به بازمساحی پس از طغیان رودخانه نیل و شستن زمینهای اطراف به وجود آمده بود. ارسطو استدلال می‌کرد که وجود طبقه روحانی فارغ‌البالی در مصر بوده که انگیزه این نوع فعالیت شده بود. می‌توانیم به نظرات هرودوت و ارسطو به عنوان بازنماینده دو نظریه متخالف برای شروع ریاضیات بنگریم؛ یکی بر این اعتقاد که مبدأ هندسه نیازهای عملی بوده و دیگری حاکی از اینکه سرآغاز آن در آسوده‌فکری طبقه روحانی و شعائر دینی بوده است. این واقعیت که هندسه‌دانان مصری را "طناب‌کش"^۳ (پیمایشگر) هم می‌نامیدند، می‌تواند در تأیید

هر دو نظر باشد، زیرا طناب را می‌توان هم در بنیان نهادن معابد و هم بازترسیم خطوط مرزی محوشده به کار برد. نمی‌توان به طور قطع نظر هیچ‌یک از این دو نفر؛ یعنی هرودوت و ارسطو، را در خصوص انگیزه‌های پیدایش ریاضیات نفی کرد، اما روشن است که هر دوی آنها سالهای سابقه این موضوع را کم برآورد کرده‌اند. انسانهای عصر حجر جدید شاید فراغت و نیاز کمی به زمین‌سنجی داشتند، اما از نقاشیها و طراحیهای آنها چنین به نظر می‌رسد که علاقه‌ای به روابط فضایی داشتند که این، راه را برای ورود هندسه هموار کرده است. سفالگری، بافندگی، و زنبیل‌بافی نمونه‌هایی از همنهستی و تقارن را نشان می‌دهند که در اصل بخشهایی از هندسه مقدماتی به حساب می‌آیند. به‌علاوه دنباله‌های ساده در طرح، از قبیل آنچه در شکل ۱ نشان داده شده نوعی نظریه گروههای کاربردی و نیز قضیه‌هایی در هندسه و حساب را به ذهن متبادر می‌کند. از این طرح بی‌درنگ چنین نتیجه می‌شود که نسبت مساحت‌های مثلثها به هم مثل نسبت مجذور اضلاع است، یا، از طریق شمارش، اینکه مجموع اعداد فرد متوالی، با شروع از یک، مجذور کامل است. از دوره پیش از تاریخ سندی به جا نمانده، بنابراین ردگیری تکامل ریاضیات از یک طرح خاص به قضیه‌ای آشنا غیرممکن است. اما ایده‌ها مانند هاگهای مقاوم‌اند، و گاهی ریشه‌ای که برای مفهومی متصور می‌شویم، شاید ظهور دوباره ایده‌ای بسیار باستانیت‌ر باشد که در حالت کمون بوده است.



شکل ۱

ممکن است علاقه انسان پیش از تاریخ به طرحهای فضایی و رابطه بین شکلها، ناشی از احساس زیبایی‌شناسی و لذت بردن از زیبایی بوده باشد و اینها البته انگیزه‌هایی‌اند که اغلب محرک ریاضیدانان امروزی هم هستند. دوست داریم باور کنیم که دست‌کم برخی هندسه‌دانان اولیه کار خود را برای لذت محض از ریاضیات دنبال می‌کرده‌اند و نه به عنوان ابزاری عملی در زمین‌سنجی؛ اما گزینه‌های دیگری هم مطرح‌اند. یکی از اینها آن است که هندسه، مانند حساب، ریشه در اعمال شعائری بدوی داشته است. اولین نتایج هندسی یافته شده در هندوستان چیزی است که "قواعد ریسمان" نامیده می‌شد. اینها قواعد ساده‌ای بودند که در ساختن مذبحها و معابد به کار می‌رفته‌اند. عموماً تصور می‌شود که انگیزه‌های هندسی "طناب‌کشها" در مصر جنبه عملگرایانه‌تری در مقایسه با همتایان هندی آنها داشته است؛ اما این را نیز مطرح کرده‌اند که هم هندسه هندی و هم مصری ممکن است مبدائی واحد داشته باشند که همانا هندسه نخستین است که با تشریفات مذاهب بدوی تاحدی به همان طریقی رابطه دارد که علم از اسطوره‌شناسی و فلسفه از الهیات تکوین یافته‌اند. باید در خاطر داشته باشیم که

نظریه منشأ هندسه که گویی از عرفی‌سازی شعائر مذهبی برخاسته است به هیچ عنوان به مرحله ثبوت نرسیده است. تکوین هندسه با باورپذیری یکسان ممکن است از نیازهای عملی ساخت‌وساز و زمین‌سنجی یا به دلیل احساس زیبایی‌شناختی به نقش‌ونگار و نظم برانگیخته شده باشد. می‌توانیم حدسهایی درباره اینکه چه چیزی انسان عصر آهن را به شمردن، اندازه‌گیری، و نقاشی رهنمون شد، بزنیم. باین حال فراتر از این رفتن و به طور قطع و یقین تعیین منشائی مشخص از لحاظ زمانی و مکانی برای ریاضیات، مشتبه کردن تاریخ با حدسیات خواهد بود. شاید بهتر آن باشد که قضاوت در این باره را واگذاریم و به زمینه‌هایی مستحکم درباره تاریخ ریاضیات، آن‌گونه که در اسناد مکتوبی که هم‌اکنون در اختیار نوع بشر هست، قدم بگذاریم.

پی‌نوشتها و خواندنیهای بیشتر

۱- Moravia

۲- هرودوت، نخستین تاریخ‌نگار یونانی‌زبان است که آثارش تا به امروز، باقی مانده‌است. بر خلاف نویسندگانی که در آغاز کتاب خویش به شرح زندگی خود می‌پردازند، هرودوت در ابتدای کتاب خود به این جمله ساده بسنده کرده‌است که "هدف هرودوت هالیکارناسی از ارائه نتایج پژوهش‌هایش در این‌جا آن است که گذر زمان، گرد فراموشی بر کارهای آدمیان و دستاوردهای بزرگ یونانیان و بربرها نشانند و به‌ویژه علت درگیریهای این دو قوم روشن شود.

۳- rope-stretchers، مصریان قدیم طرز رسم کردن مثلث قائم‌الزاویه را بلد بودند و طرز عمل آنان هنوز هم در بسیاری از مواقع، مثلاً در موقع تقسیم‌بندی میدانهای بازی یا انبارهای صحرائی، در جایی که حضور مستاح و ممیز ممکن نیست، مورد استفاده قرار می‌گیرد. آنها مثلثی از طناب به کار می‌بردند که اضلاع آن به ترتیب ۳ و ۴ و ۵ واحد طول داشت. وقتی طناب کشیده می‌شود و گوشه‌هایش گره می‌خورد، زاویه واقع بین دو ضلع به طولهای ۳ و ۴ یک زاویه قائمه را تشکیل می‌دهد. مساحان مصری را در اصطلاح آن زمان "طناب‌کش" می‌خواندند.

فصل ۲

ریاضیات بابلی و مصری

۲-۱ شرق باستان

گفتیم که در باب شروع ریاضیات فرضیه‌های مختلفی وجود دارد. یکی از آنها ریشه ریاضیات را در شعائر مذهبی می‌داند و نقش کشاورزی، دادوستد، و مساحی را در مراحل بعد قرار می‌دهد. فرضیه دیگری هم اقامه می‌شود که مبدأ ریاضیات را در هنر، زبان جهانشمول انسان می‌داند. فرضیه‌ای نیز برای وجود ریاضیات منشائی پیش از پیدایش انسان، در عالم حیوانات، حشرات، و نباتات قائل می‌شود، یا ریشه آن را در سحابیه‌های مارپیچی، مسیرهای سیارات و ستارگان دنباله‌دار و تبلور اجسام کانی می‌داند. مطابق این نظر، ریاضیات در واقع همواره موجود و صرفاً منتظر اکتشاف بوده است. اما نظر غالب این است که صرف‌نظر از اشکال جنینی ریاضیات که انسانها (و برخی حیوانات مانند پرندگان) به طور غریزی در بدو تولد با خود به همراه می‌آورند، ریاضیات اولیه برای توسعه خود به یک پایه عملی نیازمند بوده و چنین پایه‌ای با پیدایش اشکال پیشرفته‌تر جامعه به وجود آمده است. در امتداد برخی از رودخانه‌های بزرگ افریقا و آسیا یعنی نیل در افریقا، دجله و فرات در آسیای غربی، سند و پس از آن گنگ در آسیای جنوبی میانه، و خوانگ خه (رود زرد) و بعدتر از آن یانگ تسه در آسیای شرقی اشکال جدید جامعه ظاهر شده‌اند. با خشک کردن باتلاقها، کنترل سیلاب، و آبیاری، این امکان وجود داشته که زمینیهایی واقع در امتداد این رودخانه‌ها به نواحی کشاورزی ثروتمندی بدل شوند. طرحهای گسترده‌ای از این نوع، نه تنها این مکانهای سابقاً جدا از هم را به هم متصل کرده‌اند، بلکه مهندسی، علوم مالی، و مدیریت طرحها و مقاصدی که این طرحها برای آنها ابداع می‌شدند، توسعه دانش فنی و ریاضیات ملازم با آن را ایجاد کرده‌اند. از این رو، می‌توان گفت که ریاضیات اولیه در نواحی معینی از شرق باستان و بدو به عنوان دانشی عملی برای کمک به کارهای کشاورزی و مهندسی پدید آمده است. این کارها به محاسبه یک تقویم قابل استفاده، ایجاد دستگاههای اوزان و مقادیر برای استفاده در برداشت محصول، انبار کردن و تقسیم غذا، ایجاد روشهای نقشه‌برداری برای ساختن آبراهه‌ها و آب‌بندها و برای توزیع زمین، و کسب تجربیات مالی و بازرگانی برای وضع و جمع‌آوری مالیاتها و برای مقاصد دادوستد نیاز داشته است.

هم‌چنان‌که دیدیم، تأکید اولیه ریاضیات بر حساب عملی و مساحی بوده و حرفه خاصی برای پرورش، به‌کارگیری، و آموزش این دانش عملی به وجود آمده است. با این حال در چنین اوضاع و احوالی گرایش به تجرید به‌ناچار می‌بایست پدید می‌آمده و از آن پس علم مزبور تا حدودی به خاطر خود علم مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین طریق بوده که جبر ملاً از تکامل حساب به وجود آمده و مقدمات هندسه نظری از بطن مساحی رشد یافته است.

با این حال باید توجه داشت که در تمام ریاضیات شرق باستان، حتی یک مورد از آنچه امروزه آن را برهان می‌نامیم، نمی‌توان پیدا کرد. به جای استدلال، صرفاً توصیفی از یک سلسله عملیات وجود داشته. به شخص دستور داده می‌شده که "چنین کن و چنان کن". به علاوه، به جز احتمالاً در چند مورد معدود، این دستورها حتی به صورت قواعد کلی داده نشده، بلکه صرفاً برای رشته‌هایی از حالت‌های خاص به کار گرفته شده‌اند. مثلاً، در توضیح حل معادلات درجه دوم، نه نحوه استخراج سلسله اعمال به کاررفته را مشاهده می‌کنیم، و نه شاهد توصیف این سلسله عملیات در قالب عبارتهایی کلی هستیم؛ بلکه به جای آن، می‌بینیم که تعداد معتناهی از معادلات درجه دوم عرضه می‌شوند و در هر مرحله گفته می‌شود که هر یک از این موارد خاص را چگونه باید حل کرد. روشهای "چنین کن و چنان کن" هر چند که نامقبول به نظر می‌آیند، نباید تعجب‌آور باشند، زیرا که اینها تا حد زیادی همان روشهایی هستند که امروزه اغلب در تدریس قسمتهایی از ریاضیات در دبستانها و دبیرستانها به کار برده می‌شوند.

در تعیین قدمت اکتشافاتی که در شرق باستان به عمل آمده است، مشکلاتی وجود دارد. یکی از این مشکلات در ماهیت ایستای ساخت اجتماعی و انزوای طولانی برخی نواحی نهفته است. مشکل دیگر معلول جنس موادی است که کشفیات بر آنها ثبت می‌شدند. بابلها از لوحهای سفالی پردوام استفاده می‌کردند و مصریها پاپیروس به کار می‌بردند، که خوشبختانه این دومی به علت آب و هوای فوق‌العاده خشک منطقه پردوام بود. اما چینیان و هندیان اولیه از وسایل کاملاً بی‌دوام مانند پوست درخت و خیزران استفاده می‌کردند. بدین ترتیب در حالی که اکنون کمیت نسبتاً قابل ملاحظه‌ای از اطلاعات قطعی راجع به علوم و ریاضیات بابلیان و مصریان باستان موجود است، درباره این مطالعات در چین و هند باستان اطلاعات کمی، ولو با میزان قطعیت کمی، وجود دارد. از این رو بحث حاضر، که عمدتاً به ریاضیات در قرنهای پیش از دوره ریاضیات یونانی اختصاص دارد، محدود به بابل و مصر خواهد بود و در بخش ۴-۱ به اختصار به ریاضیات چینی و هندی پرداخته می‌شود.

۲-۲ بابل

باستان‌شناسانی که در بین‌النهرین کار می‌کنند، از قبل از اواسط قرن نوزدهم تا عصر حاضر حدود نیم میلیون لوح سفالی منقوش را به طور منظم از زیر خاک درآورده‌اند. بالغ بر ۵۰۰۰۰ لوح تنها در محل شهر باستانی نیپور^۱ در حفاریها به دست آمده است. مجموعه‌های نفیس کثیری از این لوحها، نظیر مجموعه‌های موزه‌های بزرگ پاریس، برلین، و لندن، و در نمایشگاههای باستان‌شناسی دانشگاههای ییل^۲، کلمبیا، و پنسیلوانیا موجودند. اندازه لوحها متفاوت است و بین آنها از لوحهایی به مساحت چند اینچ مربع گرفته تا لوحهایی به ابعاد یک کتاب معمولی وجود دارد که ضخامت این لوحهای بزرگ در وسط، در حدود یک اینچ و نیم است. گاهی نوشته تنها در یک طرف، گاهی در دو طرف، و اغلب بر لبه‌های پخ لوح ظاهر می‌شود.

از نیم میلیون لوح، تقریباً ۳۰۰ تا به عنوان لوحهای صرفاً ریاضی شناسایی شده‌اند که شامل جداول و سیاهه‌هایی از مسائل ریاضی‌اند. امروزه دانش خود را از ریاضیات بابلی باستان مدیون کشف رمز و تفسیر فاضلانۀ عدۀ بسیاری از این لوحهای ریاضی هستیم.

تا پیش از سال ۱۸۰۰ کوششی برای کشف رمز خط میخی به عمل نیامد، و در این سال عده‌ای مسافر اروپایی متوجه کتیبه‌هایی شدند که در کنار نقوش برجسته در حدود ۳۰۰ پایی از سطح زمین بر صخره‌های آهکی عظیمی نزدیک شهر بیستون کنونی، در استان کرمانشاه، کنده شده بودند. معماری کتیبه‌ها سرانجام توسط رالینسون^۳، دیپلمات و آشورشناس کشف شد که او کلیدی را که باستان‌شناس و زبان‌شناس آلمانی گروتفند^۴ پیشنهاد کرده بود، تکمیل کرد.

با به وجود آمدن توانایی لازم برای خواندن متون میخی لوحهای بابلی حفاری شده، معلوم شد که این لوحها ظاهراً به کلیه مراحل و علایق زندگی آن اعصار مربوط بوده و ادوار مختلف تاریخ بابل را شامل می‌شوند. باید توجه شود که واژه توصیفی بابل صرفاً برای سهولت امر به کار می‌رود، و اقوام دیگری علاوه بر بابلیها - مانند سومریها، اکدیها، کلدانیها، آسوریها، و سایر اقوام عهد باستان که ساکن آن منطقه بودند - نیز مشمول این اصطلاح می‌شوند.

برخی متون ریاضی در دست است که سابقه آنها به دوره نهایی سومری، احتمالاً در ۲۱۰۰ ق.م. می‌رسد؛ دومین گروه که گروه بسیار بزرگی است به سلسله بابلی اول که جانشین آنها شدند، یعنی به دوره‌ای از شاه حمورابی^۵ تا حدود ۱۶۰۰ ق.م. برمی‌گردد؛ و گروه پرشمار سومی که به سالهای ۶۰۰ تا ۳۰۰ ب.م. مربوط می‌شود و امپراطوری بابلی جدید نبوکدنصر^۶ و دوره‌های بعدی پارسی و سلوکی^۸ را در بر می‌گیرد. خلأ بین دومین و سومین گروه با یک دوره به‌ویژه بحرانی از تاریخ بابل انطباق می‌یابد. قسمت عمده دانش امروزی، از محتویات این لوحهای ریاضی به بعد از سال ۱۹۳۵ مربوط می‌شود و عمدتاً مرهون اکتشافات قابل تحسین اوتونویگه باوئر^۹ و تورو-دانژن^{۱۰} است.

۲-۲-۱ ریاضیات بازرگانی و ارضی

حتی قدیمیترین لوحها نشانی از مهارت در محاسبه در سطحی عالی داشته و وجود دستگاه موضعی شصتگانی، یا دستگاه عددی در پایه ۶۰، را طی مدت زمانی طولانی آشکار می‌کنند. متون متعددی از این دوره اولیه که به واگذاری مزارع برای اجاره و محاسبات حسابی بر پایه این معاملات می‌پردازند، در دست است. این لوحها نشان می‌دهند که سومریهای باستان با کلیه انواع قراردادهای رسمی و غیررسمی، مانند صورتحساب، رسید، سفته، حساب، مباحه ساده و مرکب، رهن، قباله، و ضمانت آشنا بوده‌اند. لوحهایی وجود دارند که اسناد شرکتهای بازرگانی‌اند، و لوحهای دیگری که با دستگاههای اوزان و مقادیر سروکار دارند.

بسیاری از عملیات حسابی به کمک جداول مختلف انجام می‌گرفته است. از ۳۰۰ لوح ریاضی حدود ۲۰۰ تای آنها لوحهای جدولی‌اند. این لوحهای جدولی، جداول ضرب، جدولهای اول عکسها، جدولهای توانهای دوم و توانهای سوم، و حتی جدولهای توانهای بالاتر را نشان می‌دهند. جداول اخیر احتمالاً، همراه با درونیایی، در مسائل راجع به ربح مرکب به کار می‌رفته‌اند. جدول عکسها برای تحویل تقسیم به ضرب مورد استفاده بوده‌اند.