

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

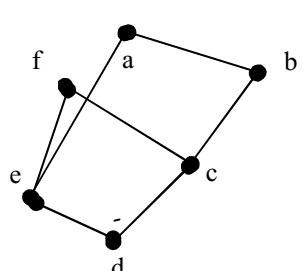
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی $n$ بزرگتر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.	۰.۵
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) $[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) $a c, b c$ ۲) $\forall m > 0, \dots\dots\dots$ ب) گراف $G$ را $\dots\dots\dots$ می نامیم هرگاه بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. ج) مقدار $\gamma(C_n)$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با: $\dots\dots\dots$ د) هرگاه $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در $\dots\dots\dots$ لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل $\dots\dots\dots$ کبوتر در آن قرار گرفته است.	۱/۵
۳	برای هر سه عدد حقیقی $x, y, z$ ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$	۱/۵
۴	اگر باقی مانده تقسیم $a$ بر دو عدد ۵، ۶ به ترتیب ۲، ۳ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد $a$ را بر ۳۰ بیابید.	۱/۵
۵	باقی مانده تقسیم $19 + (27)^7$ را بر ۱۳ بیابید.	۱/۵
۶	با تبدیل معادله سیاله خطی $29000x + 5000y = 2000x + 5000y$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۷	گراف $G$ با مجموعه راس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید. ج) یک مسیر به طول ۵ از $b$ به $d$ بنویسید.	۲
۸	یک گراف ۵ راسی غیر تهی $k$ -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) $k$ بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) $k$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
	«بقیه سوالات در صفحه دوم»	

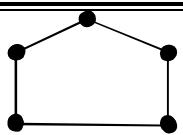
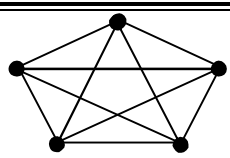
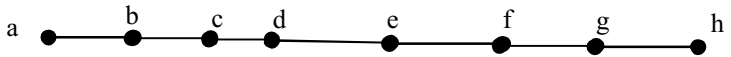
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۹	الف) گراف $p_8$ را رسم کنید. ب) یک $\gamma$ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید.	۱
		
۱۱	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$ با شرط $x_1 \geq 4$ , $x_5 \geq 2$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	قرار است چهار مدرس $T_1, T_2, T_3, T_4$ در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس $C_1, C_2, C_3, C_4$ به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۱
۱۴	چند عدد طبیعی مانند $n$ به طوری که $1 \leq n \leq 350$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۵	۱۳ نقطه درون یک مستطیل $6 \times 8$ قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱/۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵	ب) نادرست ۰/۲۵	صفحه ۳ کتاب				۰/۵
۲	الف) ۰/۵	$\forall m > 0, a   m, b   m \Rightarrow c \leq m$	ب) همبند ۰/۲۵	ج) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ ۰/۲۵	د) به ترتیب متن سوال n و (k+1) ۰/۵	صفحات ۳ و ۳۹ و ۸۲ کتاب	۱/۵
۳	$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz$ ۰/۲۵ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) + (x^2 + z^2 - 2xz) \geq 0$ ۰/۵ $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 \geq 0$ ۰/۵						۱/۵
چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. ۰/۲۵							صفحه ۱۱ کتاب
۴	$\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \cdot / 5 \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3$ ۰/۵ $\Rightarrow a = 30r + 27$ ۰/۵						۱/۵
							صفحه ۱۶ کتاب
۵	$27 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow (27)^y \equiv 1^y \pmod{5} \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 1^y + 19 = 20 \pmod{5} \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 7 \pmod{5}$ ۰/۵						۱/۵
							صفحه ۲۱ کتاب
۶	$2x + 5y = 29$ ۰/۲۵ $\Rightarrow 2x \equiv 29 \pmod{5} \Rightarrow 2x \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 2$ ۰/۵ $y = -2k + 5$ ۰/۲۵						۱/۵
							صفحه ۲۷ کتاب
۷	الف) رسم شکل (۱ نمره)						۲
						۰/۵	
ب) $N_G[b] = \{a, b, c\}$ ۰/۵						۰/۵	
ج) $b, a, e, f, c, d$ ۰/۵						۰/۵	
صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب							

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																									
۱	 <p>(ب) ۰/۵</p>	<p>الف) ۰/۵</p>  <p>صفحه ۴۲ کتاب</p>	۸																								
۱/۵	 <p>صفحه ۵۴ کتاب</p> <p>{a, d, e, h} (ج) ۰/۵</p>	<p>الف) ۰/۵</p> <p>{a, d, g} (ب) ۰/۵</p> <p>لطفاً به پاسخ‌های دیگر برای قسمت‌های ب و ج نمره تعلق گیرد.</p>	۹																								
۱	<p>یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت {a, h, f, b} است. ۰/۵</p> <p>اکنون با حذف راس a از آن، یک مجموعه احاطه گر مینیمال به دست می‌آید. ۰/۵</p> <p>صفحه ۴۷ کتاب</p>	۱۰																									
۱/۵	<p>۳! × ۷! (ب) ۰/۵</p> <p>۴! × ۵! (ج) ۰/۵</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>	۱۱																									
۱	<p><math>x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12 \rightarrow y_1 + 3 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 + x_6 = 12</math> ۰/۲۵</p> <p><math>y_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 5</math> ۰/۲۵ <math>\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{5+6-1}{6-1}</math> (۰/۵)</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>	۱۲																									
۱	<table border="1" data-bbox="917 1568 1284 1825"> <tr> <td></td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td><math>C_1</math></td> <td><math>T_1</math></td> <td><math>T_2</math></td> <td><math>T_3</math></td> <td><math>T_4</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_2</math></td> <td><math>T_4</math></td> <td><math>T_1</math></td> <td><math>T_2</math></td> <td><math>T_3</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_3</math></td> <td><math>T_3</math></td> <td><math>T_4</math></td> <td><math>T_1</math></td> <td><math>T_2</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_4</math></td> <td><math>T_2</math></td> <td><math>T_3</math></td> <td><math>T_4</math></td> <td><math>T_1</math></td> </tr> </table> <p>صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ‌های ممکن است، لطفاً به پاسخ‌های درست دیگر نمره تعلق گیرد)</p>		۱	۲	۳	۴	$C_1$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$C_2$	$T_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$C_3$	$T_3$	$T_4$	$T_1$	$T_2$	$C_4$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_1$	۱۳
	۱	۲	۳	۴																							
$C_1$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$																							
$C_2$	$T_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$																							
$C_3$	$T_3$	$T_4$	$T_1$	$T_2$																							
$C_4$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_1$																							

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۴	$ \overline{A_1} \cap \overline{A_2}  =  \overline{A_1 \cup A_2}  =  S  -  A_1  -  A_2  +  A_1 \cap A_2  = 350 - \left[\frac{350}{4}\right] - \left[\frac{350}{6}\right] + \left[\frac{350}{12}\right] = 234 \quad ۰/۷۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۴ کتاب</p>	۱/۵												
۱۵	<p>تعداد لانه ها : ۱۲ مربع به مانند شکل ۰/۲۵</p> <p>تعداد کبوترها : ۱۳ نقطه ۰/۲۵</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> </table> <p>طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس:</p> $\begin{cases} AH < 2 \\ BH < 2 \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < 8 \quad ۰/۵ \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < \sqrt{8} \quad ۰/۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۵ کتاب</p>		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱/۵
	•	•	•											
•	•	•	•											
•	•	•	•											

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»