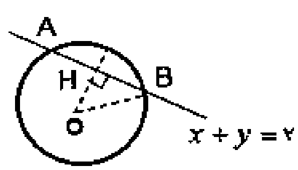
باسمه تعالی

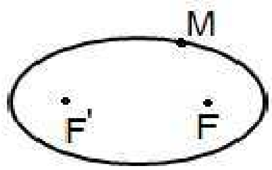
سؤالات امتحان نهایی درس: **هندسه** 3	رشته ی: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: 10 صبح به افق تهران	مدت امتحان: 135 دقیقه
پایه: **دوازدهم**		تاریخ امتحان: 26/ 3/ 1399	تعداد صفحه: 2
دانش آموزان و داوطلبان آزاد **خارج از کشور** در نوبت **خرداد** ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
1	درجاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) اگرماتریس A فقط از یک سطر تشکیل شده باشد (فقط دارای یک سطر باشد)آن را یک ماتریس .... می نامیم. ب)درحالتی که صفحهٔ P بر محور سطح مخروطی (L) عمود باشد و از رأس آن عبور کند، شکل حاصل یک .... خواهد بود ج) در صورتی که خروج از مرکز بیضی برابر .... باشد، بیضی تبدیل به یک دایره می شود. د) اگر دو بردار مانند $\vec{a}$ و $\vec{b}$، .... باشند، آنگاه یکی از آنها مضرب دیگری است.	1
2	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را معلوم کنید. الف) ماتریس مربعی که تمام درایه‌های غیر واقع بر قطراصلی آن صفر باشند، ماتریس اسکالرنامیده می‌شود. ب)مکان هندسی مرکزهای همهٔ دایره‌هایی با شعاع ثابت r که بر خط d در صفحه مماس اند، دو خط به موازات d و به فاصلهٔ r از d است. ج) نقطه $(۰,-۱,-۲)$ روی صفحه yoz قرار دارد. د) برای هر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$، نامساوی $\lvert\vec{a}\cdot\vec{b}\rvert \geq \lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert$ برقرار است.	1
3	اگر $A=\begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ -۱ & b \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} -۱ & ۲ \\ a & ۲ \end{bmatrix}$،مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب $A\times B$ ماتریس قطری باشد.	1/25
4	اگر $A=\begin{bmatrix} ۰ & ۰ & -۱ \\ ۲ & ۲ & ۰ \\ ۵ & ۴ & -۴ \end{bmatrix}$،در این صورت حاصل $\lvert\lvert A\rvert A\rvert$ را بیابید.	0/75
5	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A=\begin{bmatrix} -۵ & ۳ \\ ۲ & ۴ \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B=\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱۰ \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد و سپس جواب دستگاه را با استفاده از $A^{-۱}$ بیابید.	1/5
6	معادله دایره ای را بنویسید که $O(۰,۱)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادلهٔ $x+y=۲$ وتری به طول $۲\sqrt{۲}$ جدا کند.  	1/5
7	وضعیت دو دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲x=۴$ و $x^۲+y^۲=۴$ را نسبت به هم مشخص کنید.	1

« ادامه سوالات در صفحه دوم»

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس :**هندسه** 3	رشته ی :**ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : 10صبح به افق تهران	مدت امتحان :135دقیقه
پایه : **دوازدهم**		تاریخ امتحان :26/ 3/ 1399	تعداد صفحه :2
دانش آموزان و داوطلبان آزاد**خارج از کشور** در نوبت **خرداد** ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
8	در یک بیضی خروج از مرکز برابر $\frac{۴}{۵}$ و اندازهٔ قطر بزرگ بیضی برابر 20 است. طول قطر کوچک بیضی و اندازهٔ کانونی آن را بیابید.	1/5
9	در شکل مقابل نقطهٔ M روی بیضی و کانون های F و F' مشخص شده اند.خط d را به گونه ای رسم کنید که در نقطهٔ M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطهٔ F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه ای مانند N قطع کند. ثابت کنید $NF' = MF'$  	1/25
10	سهمی $x^{۲} = ۲y - ۴x$ مفروض است. مختصات رأس و کانون سهمی را یافته و مختصات نقطهٔ برخورد سهمی و محورهای مختصات را بیابید.	2
11	نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} y = ۰ \\ z = ۰ \end{cases}$ چه شکلی است و چه ارتباطی با نمودار معادلهٔ $y = ۰$ دارد ؟ چرا؟	1
12	اگر $\vec{a} = (\sqrt{۸}, ۲, ۴)$ و $\vec{b} = -۶\vec{j} + ۸\vec{k}$ و $r = \frac{-۱}{۲}$ ، الف) طول بردار $r\vec{b}$ را مشخص کنید. ب) بردار $r\vec{a} + \vec{b}$ را بیابید.	1/5
13	زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a} = (۰, -۱, -۱)$ و $\vec{b} = (۲, -۱, -۲)$ را به دست آورید.	1/25
14	ثابت کنید دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{o}$.	1/25
15	بردار های $\vec{a} = (-۴, ۳, -۵)$ و $\vec{b} = (۱, -۱, ۱)$ را در نظر بگیرید. الف) تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ را به دست آورید. ب) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بنویسید. ج) مساحت مثلث پدید آمده توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را بیابید.	2/25
	" موفق باشید " جمع نمره	20

حل سوالات امتحان شهریور ۹۸ هندسه (۳) خارج از کشور نوبت صبح

۱- الف) سطری ب) نقطه ج) صفر د) موازی

۲- الف) نادرست ب) درست ج) درست د) نادرست

۳-

$$A\times B=\begin{bmatrix}4 & 2\\ b & -1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}2 & -1\\ 2 & a\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & -4+2a\\ 2b-2 & -b-a\end{bmatrix}$$

در ماتریس قطری باید درایه های غیر واقع بر قطر اصلی صفر باشند:

$$-4+2a=0 \Rightarrow 2a=4 \Rightarrow a=2$$

$$2b-2=0 \Rightarrow 2b=2 \Rightarrow b=1$$

۴-

طبق روش ساروس

$$|A| \Rightarrow \left|\begin{matrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 2\\ -4 & 4 & 5\end{matrix}\right|\begin{matrix}-1 & 0\\ 0 & 2\\ -4 & 4\end{matrix} \longrightarrow |A|=(-10+0+0)-(0-8+0)$$

$$=-10+8=-2$$

$$\big||A|A\big|=|-2A|=(-2)^{\overset{\text{مرتبه ماتریس}}{3}}|A|=-8\times(-2)=16$$

۵- دستگاه: $\begin{cases}3x-5y=1\\ 4x+2y=10\end{cases}$

$$AX=B \Rightarrow X=A^{-1}B$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\begin{bmatrix}d & -b\\ -c & a\end{bmatrix} \rightarrow A^{-1}=\frac{1}{6-(-20)}\begin{bmatrix}2 & 5\\ -4 & 3\end{bmatrix}=\frac{1}{26}\begin{bmatrix}2 & 5\\ -4 & 3\end{bmatrix}$$

$$X=\frac{1}{26}\begin{bmatrix}2 & 5\\ -4 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 10\end{bmatrix}=\frac{1}{26}\begin{bmatrix}2+50\\ -4+30\end{bmatrix}=\frac{1}{26}\begin{bmatrix}52\\ 26\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{52}{26}\\ \frac{26}{26}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix} \longrightarrow \boxed{\begin{matrix}x=2\\ y=1\end{matrix}}$$

۶- می دانیم اگر از مرکز دایره بر وتری از دایره عمود رسم کنیم، آن وتر را نصف می کند:

$$AB=2\sqrt{2} \text{ و } AH=BH \Rightarrow AH=BH=\sqrt{2}$$

از طرفی برای محاسبه OH از رابطه فاصله نقطه از خط داریم $(0,1)$ $(x+y-2=0)$:

$$OH=\frac{|1\times 0+1\times 1-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}$$

$$OH=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

حال شعاع Bo را از رابطه فیثاغورس حساب می کنیم :

$$Bo=\sqrt{OA^2+BA^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+(\sqrt{2})^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{2}+2}=\sqrt{\frac{5}{2}}$$

معادله دایره $\Rightarrow (x-0)^2+(y-1)^2=\frac{5}{2}$

۷- $r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}$ و $O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$

$1)\ x^2+y^2-2x-4=0$

$O\left(-\frac{-2}{2}, \frac{0}{2}\right)=(1,0)$

$r=\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+0-4(-4)}=\frac{1}{2}\sqrt{4+16}=\frac{1}{2}\sqrt{20}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}=\sqrt{5}$

$2)\ x^2+y^2=4 \longrightarrow O'(0,0),\ r'=2$

$d=OO'=\sqrt{(1-0)^2+(0-0)^2}=1$

$r+r'=\sqrt{5}+2$

$r-r'=\sqrt{5}-2$

$\sqrt{5}-2<1<\sqrt{5}+2$ دو دایره متقاطع هستند

۸- $AA'=2a=20 \to a=10$

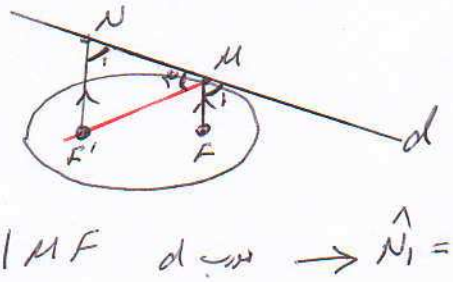
$e=\frac{c}{a}=\frac{4}{5} \to \frac{4}{5}=\frac{c}{10} \to 5c=40 \to c=8$

$FF'=2c=2\times 8=16$

$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow a^2-c^2=b^2 \Rightarrow 100-64=b^2 \Rightarrow b=6$

$BB'=2b=2\times 6=12$

۹-



$NF' \parallel MF$ مورب $d \to \hat{N}_1=\hat{M}_1$

از طرفی می دانیم $\hat{M}_1=\hat{M}_2$ (خاصیت ۲ صفحه ۵۰) پس $\hat{N}_1=\hat{M}_2$ در نتیجه مثلث NMF' متساوی الساقین است و $NF'=MF'$

۱۰- $x^2+4x=2y \xrightarrow{+4} x^2+4x+4=2y+4 \rightarrow (x+2)^2=\overset{4a}{2}(y+2)$

سهمی قائم و دهانه سهمی به سمت بالا : رأس $(-2,-2)$ و $4a=2 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$

$\rightarrow$ مختصات کانون $F=(-2,-2+\frac{1}{2})=(-2,-\frac{3}{2})$

محل برخورد با محور x ها : $y=0 \rightarrow (x+2)^2=2(0+2)=4 \rightarrow x+2=\pm 2 \begin{cases} x=0 \rightarrow (0,0) \\ x=-4 \rightarrow (-4,0) \end{cases}$

محل برخورد با محور y ها : $x=0 \Rightarrow (0+2)^2=2(y+2) \Rightarrow 4=2y+4 \Rightarrow y=0 \Rightarrow (0,0)$

۱۱- محور x ها - معادله $y=0$ صفحه xz است. ارتباط : معادله $\left\{\begin{matrix} y=0 \\ z=0 \end{matrix}\right.$ یعنی محور x ها در صفحه $y=0$ قرار دارد.

۱۲- الف) $r\vec{b}=-\frac{1}{2}(0,-6,8)=(0,3,-4)$

$|r\vec{b}|=\sqrt{0^2+3^2+(-4)^2}=\sqrt{0+9+16}=\sqrt{25}=5$

ب) $r\vec{a}=-\frac{1}{2}(\sqrt{8},2,4)=-\frac{1}{2}(2\sqrt{2},2,4)=(-\sqrt{2},-1,-2)$

$r\vec{a}+\vec{b}=(-\sqrt{2},-1,-2)+(0,-6,8)=(-\sqrt{2},-7,6)$

۱۳- $\cos\theta=\frac{a\cdot b}{|a|\,|b|}=\frac{0\times 2-1(-1)-1(-2)}{\sqrt{0^2+(-1)^2+(-1)^2}\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=\frac{0+1+2}{\sqrt{2}\sqrt{9}}=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta=45^\circ$

۱۴- $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0} \iff |\vec{a}\times\vec{b}|=0 \iff |\vec{a}|\,|\vec{b}|\sin\theta=0 \iff \sin\theta=0 \iff \theta=0$ یا π

$\iff \vec{a}\parallel\vec{b}$

۱۵- الف) $a'=\overbrace{\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}}^{r}\vec{b} \Rightarrow r=\frac{-4(1)+3(-1)-5(1)}{(\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2})^2}=\frac{-4-3-5}{\sqrt{3}^2}=\frac{-12}{3}=-4$

$a'=r\vec{b}=-4(1,-1,1)=(-4,4,-4)$

ب) عمود بر دو بردار $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -4 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=(3-5)\vec{i}-(-4+5)\vec{j}+(4-3)\vec{k}$

$=-2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$

ج) $S_\Delta=\frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}|=\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+(-1)^2+1^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4+1+1}=\frac{\sqrt{6}}{2}$