

فهرست

۵	مجموعه‌ها	فصل اول
۱۵	عددهای حقیقی	فصل دوم
۲۴	استدلال و اثبات در هندسه	فصل سوم
۳۵	توان و ریشه	فصل چهارم
۴۳	• آزمون نیم‌سال اول	
۴۵	عبارت‌های جبری	فصل پنجم
۵۶	خط و معادله‌های خطی	فصل ششم
۶۹	عبارت‌های گویا	فصل هفتم
۸۱	حجم و مساحت	فصل هشتم
۹۰	• آزمون هماهنگ شهر تهران	

مجموعه‌ها

۱۴

معرفی مجموعه

درس اول

پرسش‌های جای خالی

- دسته‌ای از اعداد یا اشیای مشخص و متمایز، نام دارد.
- اگر در مجموعه‌ای عضو وجود نداشته باشد، آن را مجموعه می‌نامیم. (آذربایجان غربی - فرداد ۹۷)
- مجموعه $A = \{0, \emptyset\}$ دارای عضو است. (البرز - فرداد ۹۶)
- مجموعه $A = \{1, 3^2, 2, (-3)^2, \sqrt{4}\}$ دارای عضو است.

پرسش‌های درست یا نادرست

- عبارت «شمارنده‌های عدد ۲۴» یک مجموعه را مشخص می‌کند.
- مجموعه $A = \{\{a, b, c\}\}$ ، سه عضو دارد. (کرمان - فرداد ۹۸)
- عبارت «سه عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰» یک مجموعه را مشخص می‌کند. (فارس - فرداد ۹۸)
- اعداد گویای بین ۷ و ۸ یک مجموعه تهی را مشخص می‌کند. (مازندران - فرداد ۹۸)
- مجموعه شمارنده‌های مرکب عدد ۶۰، هشت عضو دارد. (پوشور - فرداد ۹۸)

پرسش‌های پاسخ کامل

- با ذکر دلیل مشخص کنید کدام یک از عبارتهای زیر یک مجموعه را مشخص می‌کند.
 - الف چهار عدد اول
 - ب جوابهای معادله $2x - 1 = 5$
 - پ پنج شاعر معروف
 - ت ماههای سال
 - ث قرینه اعداد طبیعی
 - ج اعداد مرکب کوچک‌تر از ۲۴
- هر یک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.
 - الف مجموعه مضرب‌های طبیعی ۹
 - ب عددهای صحیح منفی که بین ۹ و ۱۱ قرار دارند.
 - پ مجموعه عددهای زوج طبیعی
 - ت مجموعه اعداد صحیح بین ۵- و ۳
 - ث مجموعه سه عدد فرد متوالی با شروع از ۳

۱۲ متناظر با هر کدام از مجموعه‌های زیر، یک عبارت کلامی بنویسید.

الف $A = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$

ب $B = \{7\}$

پ $C = \{a, 5, 9\}$

ت $D = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

ث $E = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

ج $F = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$

چ $G = \{11, 13, 17, 19\}$

۱۳ کدام یک از مجموعه‌های زیر یک مجموعه تهی و کدام یک مجموعه‌ای تک‌عضوی را مشخص می‌کنند؟

الف عددهای طبیعی بین ۹ و ۱۰

ب عددهای اول و زوج

پ بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی

ت مضارب اول عدد ۵

۱۴ تعداد عضوهای هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف $A = \{0, \{\}\}$

ب $B = \{-9, -8, \dots, 3\}$

پ عددهای طبیعی مضرب ۳ و کوچک‌تر از ۳۰

ت عددهای اول و زوج بین ۱۰ تا ۲۰

ث $C = \{1, 11, \sqrt{121}, 2\}$

ج $D = \{2, 4, 6, 8, \dots, 64\}$

۱۵ با توجه به مجموعه مقابل، در جای خالی علامت \in یا \notin قرار دهید.

الف $7 \in A$

ب $-7 \in A$

پ $\frac{22}{2} \in A$

ت $\frac{154}{11} \in A$

۱۶ با توجه به مجموعه مقابل، درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.

$B = \{3, 5, -5, \sqrt{9}, 2^2 - 1\}$

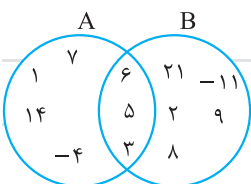
الف $-5 \in B$

ب $2^2 \in B$

پ مجموعه B، ۴ عضوی است.

ت $\frac{27}{9} \in B$

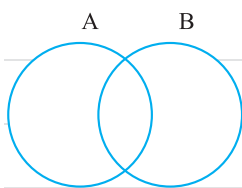
۱۷ با توجه به نمودار ون مقابل، هر یک از مجموعه‌های A و B را با اعضا مشخص کنید.



$A = \{ \quad \quad \quad \}$

$B = \{ \quad \quad \quad \}$

۱۸ اگر مجموعه‌های A و B به صورت زیر باشند، نمودار ون مقابل را کامل کنید.



$$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\}$$

مجموعه‌های برابر و نمایش مجموعه‌ها

درس دوم

پرسش‌های جای خالی

۱۹ $\{\sqrt{121}, \dots, \frac{-2}{3}, \frac{13}{21}\} = \{\frac{65}{105}, \frac{147}{21}, \dots, \frac{-\sqrt{16}}{6}\}$

۲۰ هر مجموعه، حداقل زیرمجموعه دارد.

۲۱ مجموعه $A = \{1, \emptyset\}$ دارای زیرمجموعه است. (کرمانشاه - فرداد ۹۸)

۲۲ اگر A و B دو مجموعه دلخواه و $A \subseteq B$ ، آن‌گاه هر عضو مجموعه، عضوی از مجموعه است. (مازندران - فرداد ۹۸)

۲۳ هر عدد یک عدد حسابی است.

پرسش‌های درست یا نادرست

۲۴ اگر A مجموعه‌ای دلخواه باشد، داریم $A \subseteq A$. (البرز - فرداد ۹۷)

۲۵ مجموعه‌ای که ۴ عضو دارد، دارای هشت زیرمجموعه است. (مرکزی - فرداد ۹۸)

۲۶ مجموعه تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌ها است. (سیستان و بلوچستان - فرداد ۹۸)

۲۷ مجموعه عددهای گویا را می‌توان با عضوهایش نشان داد. (فراسان بنبوی - فرداد ۹۸)

۲۸ هر عدد صحیح یک عدد گویا است.

۲۹ بعضی از عددهای صحیح، طبیعی هستند.

پرسش‌های پاسخ کامل

۳۰ در هر قسمت جاهای خالی را طوری کامل کنید که مجموعه‌ها با هم برابر باشند.

الف $\{-\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{4}{9}}, \dots, 7\} = \{\frac{2}{3}, \dots, -\frac{0}{5}, 5^2\}$ (البرز - فرداد ۹۶)

ب $\{5, \dots, \frac{2}{5}, 4\} = \{\frac{4}{10}, \sqrt{25}, \dots, -7\}$ (اردبیل - فرداد ۹۷)

پ $\{-\frac{3}{4}, \sqrt{\frac{25}{9}}, 5, \dots\} = \{\frac{5}{3}, \dots, -1/5, 3^2\}$ (البرز - فرداد ۹۸)

ت $\{0/5, \dots, \frac{-3}{5}, \frac{-\sqrt{100}}{15}, \frac{4}{12}\} = \{-\sqrt{81}, \sqrt{0/25}, \dots, \frac{5}{15}, \frac{-21}{35}\}$

(اصفهان - فرداد ۹۷)

۳۱ اگر $\{10, 5, 15\} = \{5, 2a - 1, 10\}$ مقدار a را به دست آورید.

۳۲ اگر $\{a + 2, 6\} = \{-4, b - 4\}$ آن گاه مقدار a و b را تعیین کنید.

۳۳ همه زیرمجموعه‌های، هر یک از مجموعه‌های زیر را بنویسید.

الف $A = \{3, 4\}$

ب $B = \{1, 3, 7\}$

پ $C = \{a, b, c\}$

ت $D = \{a, \{b\}\}$

۳۴ با توجه به مجموعه مقابل، درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

الف $1 \in A$

ب $\{2\} \in A$

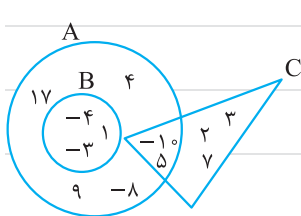
پ $\{4, 5\} \subseteq A$

ت $\emptyset \subseteq A$

ج $\{\{1, 2, 3, 4, 5\}\} \subseteq A$

ث مجموعه A ، 5 زیرمجموعه دارد.

۳۵ با توجه به نمودار مقابل مجموعه‌های A ، B و C را مشخص کنید و درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.



$A = \{ \quad \quad \quad \}$

$B = \{ \quad \quad \quad \}$

$C = \{ \quad \quad \quad \}$

الف $\emptyset \subseteq B$

ب $\{-8\} \in C$

پ $4 \in A$

ت $\{5\} \subseteq C$

ث $B \subseteq A$

ج $\{1, -3\} \subseteq A$

۳۶ با توجه به مجموعه‌های زیر در جای خالی یکی از علامتهای \in ، \notin ، \subseteq یا \supseteq را قرار دهید.

$A = \{-4, 3, 6, 9\}$ ، $B = \{7, 8, 9\}$ ، $C = \{9\}$

الف $\{7, 8\} \subseteq B$

ب $C \subseteq B$

پ $9 \in B$

ت $\{\} \subseteq A$

ث $\{9\} \subseteq B$

ج $A \subseteq B$

۳۷ هر یک از مجموعه‌های زیر را با اعضا نمایش دهید.

الف $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 4\} =$

(سیستان و بلوچستان - فرداد ۹۸)

ب $\{x \in \mathbb{N} \mid -2 < x < 3\} =$

(اصفهان - فرداد ۹۷)

پ $\{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\} =$

(فارس - فرداد ۹۶)

ت $\{5x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 1\} =$

(اردبیل - فرداد ۹۸)

ث $\{5k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\} =$

(قزوین - فرداد ۹۸)

ج $\{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, 0 < x \leq 2\} =$ (فارس - فرداد ۹۸)

ج $\{\frac{x+1}{y} \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\} =$ (گیلان - فرداد ۹۸)

ح $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 9\} =$

۳۸ هر یک از مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی نمایش دهید.

الف $\{\dots, -2, -1, 0, 1\} =$ (قم - فرداد ۹۸)

ب $\{3, 6, 9, \dots\} =$ (قارچ از کشور - فرداد ۹۸)

پ $\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\} =$

ت $\{1, 3, 5, 7, \dots\} =$

ث $\{4, 9, 16, 25, \dots\} =$

ج = اعداد صحیح بین ۳- و ۶

ج = اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۵-

۳۹ درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف هر عدد حسابی، عددی گویا است.

ب بعضی از اعداد گویا، عدد حسابی هستند.

پ $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$

ت $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$

ث $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Z}$

ج $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{N}$

چ $\mathbb{Q} \not\subseteq \mathbb{W}$

ح $\mathbb{Q} \not\subseteq \mathbb{N}$

درس سوم // اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

پرسش‌های جای خالی

۴۰ اشتراک هر مجموعه با تهی برابر با است.

۴۱ اجتماع هر مجموعه با تهی برابر با است.

۴۲ مجموعه مجموعه‌ای است شامل همهٔ عضوهای A که عضو مجموعه B هستند. (کولمبویه و بویر احمد - فرداد ۹۸)

۴۳ اگر $A \subseteq B$ باشد، حاصل $A - B$ برابر است. (یزد - فرداد ۹۸)

۴۴ اگر $E \subseteq F$ باشد، آن گاه $E \cap F =$

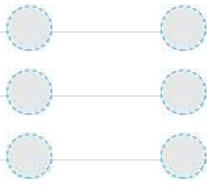
۴۵ $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$ است. (البرز - فرداد ۹۴)

پرسش‌های درست یا نادرست

۴۶ اجتماع دو مجموعه A و B همواره زیرمجموعهٔ هر یک از آنها است. (کولمبویه و بویر احمد - فرداد ۹۸)

۴۷ اجتماع هر مجموعه با خودش، برابر خود مجموعه است. (فارس - فرداد ۹۸)

۴۸ اگر $A \subseteq B$ باشد، آن گاه $A \cap B = A$ است. (اصفهان و آذربایجان غربی - فرداد ۹۷)



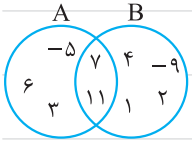
۴۹ برای هر دو مجموعه A و B داریم: $A - B = B - A$

۵۰ اگر $n(A) = n(B)$ ، آن گاه A و B دو مجموعه برابرند. (شهرستان‌های تهران - فرداد ۹۸)

۵۱ $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$ (هرمزگان - فرداد ۹۸)

پرسش‌های پاسخ کامل

۵۲ با توجه به نمودار مقابل، تساوی‌های زیر را کامل کنید.



الف $A = \{ \quad \quad \quad \}$ ب $B = \{ \quad \quad \quad \}$

پ $A \cap B = \{ \quad \quad \quad \}$ ت $A \cup B = \{ \quad \quad \quad \}$

ث $A - B = \{ \quad \quad \quad \}$ ج $B - A = \{ \quad \quad \quad \}$

۵۳ مجموعه‌های $A = \{6, 4, 10\}$ ، $B = \{1, 7, 10\}$ و $C = \{1, 4, 7\}$ را در نظر بگیرید.

الف هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید.

۱) $B \cap A =$

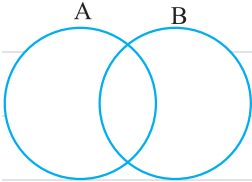
۲) $(A \cup B) - C =$

ب درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱) $n(A \cup B) = 5$

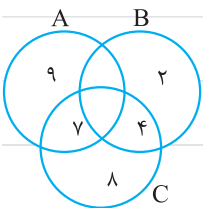
۲) $\emptyset \subseteq (C \cap B)$

۵۴ اگر $A \cap B = \{3, 5\}$ ، $A - B = \{4, 6\}$ و $B - A = \{1, 2\}$ باشد، نمودار ون مقابل را کامل کنید. (پهارمهال و بشتیاری - فرداد ۹۸)



۵۵ اگر $A = \{3, 5, 7, 9\}$ ، $B = \{2, 3, 4, 5\}$ و $C = \{4, 5, 7, 8\}$ باشد: (سمنان - فرداد ۹۸)

الف نمودار ون را کامل کنید.



ب مجموعه $(A - B) \cap C$ را با اعضا نشان دهید.

پ $n(A \cup B)$ را بیابید.

۵۶ دو مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, -4 < x \leq 5\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 3\}$ را در نظر بگیرید و هر یک از مجموعه‌های زیر را با

اعضایشان مشخص کنید.

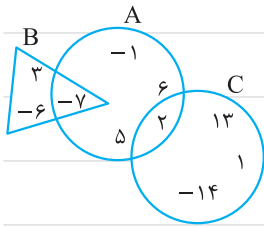
الف $A = \{ \quad \quad \quad \}$ ب $B = \{ \quad \quad \quad \}$

پ $A \cap B = \{ \quad \quad \quad \}$ ت $A \cup B = \{ \quad \quad \quad \}$

ث $A - B = \{ \quad \quad \quad \}$ ج $B - A = \{ \quad \quad \quad \}$

چ $(A - B) \cup (B - A) = \{ \quad \quad \quad \}$

۵۷ با توجه به نمودار مقابل، درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.



الف $C \subseteq A$

ب $B \subseteq A$

پ $C \subseteq (A \cup C)$

ت $(C - A) \subseteq A$

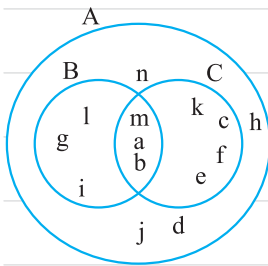
ث $3 \in (A \cap B)$

ج $2 \in (A \cap C)$

چ $-7 \notin (A \cup C)$

ح $A \cup B = A$

۵۸ با توجه به نمودار زیر، هر یک از مجموعههای زیر را با اعضایشان مشخص کنید.



الف $A \cap B =$

ب $B \cup C =$

پ $C \cap A =$

ت $A - B =$

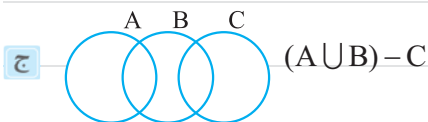
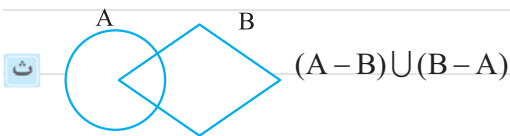
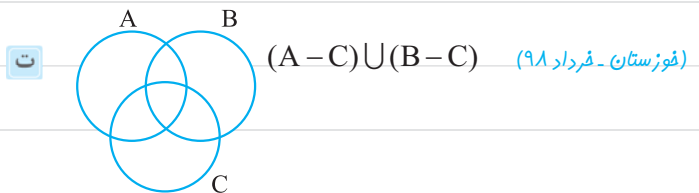
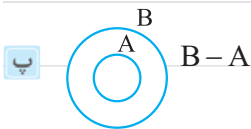
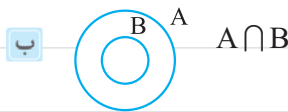
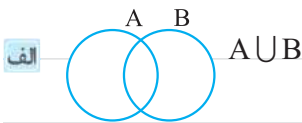
ث $C - A =$

ج $(B - C) \cap (C - B) =$

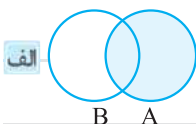
چ $A - (A \cap B) =$

ح $A - (B - A) =$

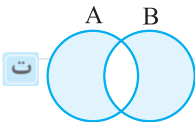
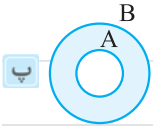
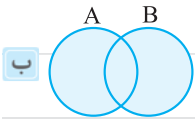
۵۹ در هر یک از شکل‌های زیر مجموعه مورد نظر را هاشور بزنید.



۶۰ در هر شکل مشخص کنید که ناحیه رنگی، چه مجموعه‌ای را مشخص می‌کند؟



(آذربایجان شرقی - فرداد ۹۸)



۶۱ اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -7 < x < 11\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$ ، به موارد زیر پاسخ دهید.

الف $n(A) = \dots$ ب $n(B) = \dots$ پ $n(A \cap B) = \dots$

ت $n(A - B) = \dots$ ث $n(B - A) = \dots$

۶۲ طرف دوم هر یک از تساوی‌های زیر را مشخص کنید.

الف $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \dots$ ب $\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \dots$ پ $\mathbb{N} \cap \emptyset = \dots$

ت $\mathbb{Z} \cup \emptyset = \dots$ ث $\mathbb{N} - \mathbb{W} = \dots$ ج $\mathbb{Z} \cup \mathbb{W} = \dots$

چ $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Z} = \dots$ ح $\mathbb{Z} - \mathbb{Q} = \dots$ خ $\mathbb{W} - \{e\} = \dots$

مجموعه‌ها و احتمال / درس چهارم

پرسش‌های جای خالی

۶۳ اگر S مجموعه همه حالت‌های ممکن باشد، هر یک از زیرمجموعه‌های S را یک می‌نامیم.

۶۴ اگر احتمال باریدن برف $\frac{3}{5}$ باشد، احتمال نباریدن برف برابر است.

۶۵ در پرتاب یک تاس، احتمال این که عدد روشده زوج باشد، است. (فراسان رضوی - فرداد ۹۶)

۶۶ احتمال اول‌بودن عدد روشده در پرتاب یک تاس برابر است. (البرز - فرداد ۹۶ و فراسان رضوی - فرداد ۹۸)

۶۷ اگر خانواده‌ای دو فرزند داشته باشد، احتمال آن که هر دو دختر باشند است. (اردبیل - فرداد ۹۸ و آذربایجان غربی - فرداد ۹۸)

پرسش‌های درست یا نادرست

۶۸ در پرتاب هم‌زمان یک تاس و یک سکه، $n(S) = 12$ است.

۶۹ اگر یک تاس را دو بار پرتاب کنیم، تعداد حالت‌های ممکن ۱۲ است.

۷۰ احتمال ظاهرشدن عدد ۶ در پرتاب یک تاس برابر است با $\frac{1}{6}$. (فراسان شمالی - فرداد ۹۸)

۷۱ در پرتاب یک تاس احتمال آمدن مضرب ۳ برابر $\frac{1}{3}$ است. (فارس - فرداد ۹۶)

پرسش‌های پاسخ کامل

۷۲ اگر تاسی را بیندازیم چه قدر احتمال دارد: (البرز - فرداد ۹۶)

الف عدد روشده زوج و اول باشد.

ب عدد روشده کوچک‌تر از ۵ باشد.

۷۳ در جعبه‌ای ۴ مهره قرمز و ۵ مهره آبی و ۲ مهره سبز موجود است. یک مهره به تصادف خارج می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد که این مهره سبز یا قرمز نباشد؟ (البرز - فرداد ۹۶)

(البرز - فرداد ۹۶)

۷۴ در پرتاب یک تاس و یک سکه احتمال این که سکه رو و تاس زوج بیاید چه قدر است؟ (فارس - فرداد ۹۶)

۷۵ اگر خانواده‌ای دارای ۲ فرزند باشد، چه قدر احتمال دارد این خانواده دقیقاً یک پسر داشته باشد؟ (سیستان و بلوچستان - فرداد ۹۸)

۷۶ اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد: (کوگیلویه و بویر احمد - فرداد ۹۸)

الف مجموعه همه حالت‌های ممکن برای جنسیت فرزندان را تشکیل دهید.

ب چه قدر احتمال دارد این خانواده دارای دقیقاً دو فرزند دختر باشد؟

۷۷ یک سکه و یک تاس را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم: (آذربایجان شرقی - فرداد ۹۷)

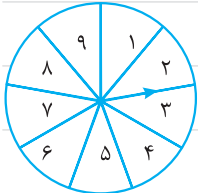
الف تعداد حالت‌های ممکن را بنویسید.

ب احتمال این که سکه رو و تاس عدد فرد بیاید چه قدر است؟

۷۸ در پرتاب دو تاس چه قدر احتمال دارد عدد روشده در هر دو تاس کم‌تر از سه باشد؟ (مرکزی - فرداد ۹۸)

۷۹ اگر دو سکه را با هم بیندازیم، احتمال این که حداکثر یکی از آن‌ها رو بیاید، چه قدر است؟ (شهرستان‌های استان تهران - فرداد ۹۸)

۸۰ در جعبه‌ای ۲ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۵ مهره زرد وجود دارد. مهره‌ای را تصادفی از این جعبه خارج می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد این مهره زرد نباشد؟
(پهارمهال و بشتیاری - فرداد ۹۸)



۸۱ اگر چرخنده مقابل را بچرخانیم، چه قدر احتمال دارد که:

الف عقربه روی یک عدد مضرب ۲ بایستد.

ب عقربه، عددی بزرگ‌تر از ۶ را نشان دهد.

۸۲ از میان ده کارت یکسان که با شماره‌های ۱ تا ۱۰ شماره‌گذاری شده‌اند یک کارت به تصادف انتخاب می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد که:

الف عدد روی کارت، عددی اول باشد.

ب عدد روی کارت، فرد باشد.

۸۳ سکه‌ای را سه بار پرتاب می‌کنیم:

الف تمام حالت‌های ممکن را بنویسید.

ب احتمال این که دو بار رو بیاید، چه قدر است؟

ب احتمال این که حداقل یک بار پشت بیاید، چه قدر است؟

۸۴ دو پیشامد هم‌شانس با احتمال $\frac{۳}{۵}$ بنویسید.

۸۵ تاسی را پرتاب می‌کنیم برای هر مجموعه با بیان یک جمله، یک پیشامد تعریف کنید.

الف {۲, ۳, ۵}

ب {۲, ۴, ۶}

پ {۱, ۲, ۳}

ت {۱, ۲, ۴}