

بانک سوال المپیاد ریاضی

پایه هفتم

تألیف : گروه مولفان



مولفان:

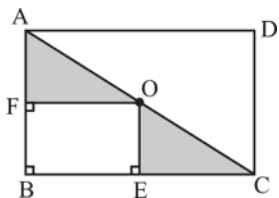
سارا ارشاد منش - حسن باطنی - حمیدرضا بیات - زهره پندی - فرخنده ترابی - کیهان خجسته
مجتبی خمایی ابدی - مرتضی خمایی ابدی - خسرو داوودی - کبری دلشاد - حمیدرضا زیارتی - امیررضا عرب
سیامک قادر - حمید کاملی - کیان کریمی خراسانی - مجید منشوری

مقدمه

مبتکران؛ بابیش از ۳۰ سال فعالیت آموزشی، علمی و فرهنگی در کشور، توانمندسازی و مهارت افزایی دانش‌آموزان سرزمین‌مان را جز اهداف مهم و اثرگذارش قرار داده است. در همین راستا در سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹ بر آن شدیم برای شناسایی و کشف استعدادهای علمی و توانایی‌های فردی ریاضیات نوجوانان کشورمان، اقدام به برگزاری مسابقه ملی با استانداردهای جهانی کنیم. در طول ۹ دوره المپیاد ریاضی نوجوانان ایران که منجر به حضور دانش‌آموزان و مدارس علمی و توانای کشورمان و کسب موفقیت‌ها و رتبه‌های فراوان بین‌المللی و کشوری آنان شد، ما را بر آن داشت تا در تحقق اهدافمان با انگیزه‌تر و مصمم‌تر قدم برداریم. این کتاب با عنوان بانک سوالات ۹ دوره المپیاد ریاضی نوجوانان ایران برای ایجاد آمادگی بیشتر نوجوانان در دهمین المپیاد ریاضی نوجوانان ایران و المپیادهای جهانی و سایر مسابقات ملی تهیه و تدوین شده است. امید است که نوجوانان کوشا و مستعد سرزمین‌مان با تجربه پرسش‌هایی مفهومی، چالش برانگیز و در سطح استاندارد جهانی بتوانند در مسابقات و المپیادهای ملی و جهانی همچنان بدرخشند.

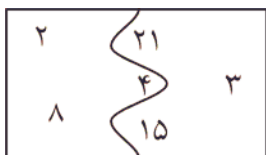
دبیرخانه المپیاد مبتکران

۱. در شکل زیر ABCD یک مستطیل و AC قطر آن است. اگر O وسط قطر AC باشد و OE را بر BC و همین‌طور OF را بر AB عمود کرده باشیم، مساحت ناحیه‌ی هاشورخورده چه بخشی از مساحت مثلث ABC است؟

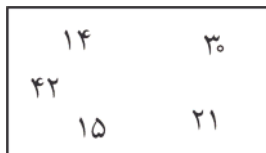


- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{1}{2}$
 (۵) $\frac{2}{5}$

۲. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، توسط یک منحنی، اعداد مضرب ۲ و اعداد مضرب ۳ را از هم جدا کرده‌ایم:

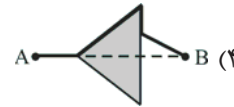
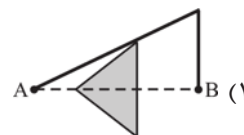
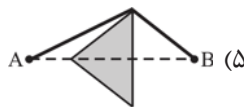
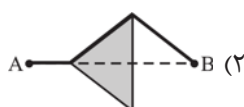
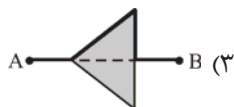
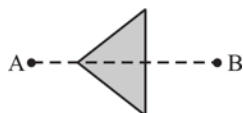


می‌خواهیم همین کار را با مستطیل زیر انجام دهیم. به جای ۲ و ۳ کدام دو عدد را باید انتخاب کنیم؟



- (۱) ۵ و ۳
 (۲) ۲ و ۵
 (۳) ۵ و ۷
 (۴) ۳ و ۷
 (۵) ۲ و ۷

۳. در کف یک انبار، موشی که در نقطه‌ی A قرار دارد می‌خواهد با طی کوتاه‌ترین مسیر به فندقی که در نقطه‌ی B قرار دارد، برسد و باید موازب باشد که در چاله‌ی به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع نیافتد. اگر خط گذرنده از دو نقطه‌ی A و B محور تقارن مثلث باشد، کوتاه‌ترین مسیر کدام است؟



۴. در شهر زونگی سکه‌های ۳ زونگی و ۵ زونگی رایج است. بنابراین پرداخت ۱ زونگی، ۲ زونگی، ۴ زونگی و ... با سکه‌های رایج در این شهر ممکن نیست. بیش‌ترین قیمتی که با این سکه‌های رایج نمی‌توان پرداخت کرد، چند زونگی است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۱ (۳) ۲۲ (۴) ۳۳ (۵) ۳۵

۵. تعداد عددهای طبیعی که مربع آن‌ها مقسوم‌علیه ۲۰۰۰ است، چند تا است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲ (۵) ۲۰

۶. می‌خواهیم اعداد ۴، ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۱ را طوری کنار هم در یک ردیف قرار دهیم که حاصل جمع هر دو عدد کنار هم مربع کامل باشد.

(مربع کامل مثل: ۱، ۴، ۹، ۱۶ و ...) کدام یک از اعداد زیر در وسط این ردیف قرار می‌گیرد؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۱ (۵)

۷. آذین، نگین، شیرین و نسرين مشغول بازی حدس زدن عددها بودند. آذین یک عدد سه رقمی را در ذهن داشت و بقیه می‌خواستند عدد او را حدس بزنند.

نگین گفت: «حدس می‌زنم عدد تو ۷۶۵ است». شیرین گفت: «من فکر می‌کنم ۳۶۴ است».

نسرين گفت: «به نظر من ۷۸۴ است». سپس آذین در جواب گفت: «هیچ کدام درست نگفتید، ولی عدد هر کدامتان با عدد من دقیقاً در دو رقم اشتراک داشت».

مجموع ارقام عدد آذین چند است؟

۱۷ (۱) ۱۶ (۲) ۲۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۸ (۵)

۸. در جدول 3×3 زیر، تمامی عددهای ۱ تا ۹ را هر کدام یک بار استفاده کرده‌ایم. عددی که زیر هر ستون نوشته شده است با

حاصل ضرب عددهای آن ستون برابر است. عددی که کنار هر سطر نوشته شده است با حاصل ضرب عددهای آن سطر برابر است.

		a	→ ۱۴۴
c	b	d	→ ۱۲۶
	e		→ ۲۰
↓	↓	↓	
۷۲	۱۰۵	۴۸	

چنان چه کل اعداد جدول را پیدا کنیم، عدد ۷ در کدام خانه قرار می‌گیرد؟

a (۱) b (۲)

c (۳) d (۴)

e (۵)

۹. در یک شهر عجیب خانه‌ها به صورت زیر ساخته می‌شوند.

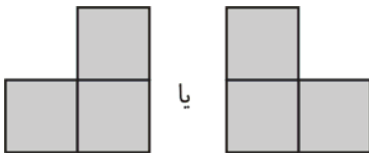
طبقه اول هر خانه دقیقاً ۲ اتاق دارد.

اتاق‌های طبقات بعدی روی هر کدام از اتاق‌های طبقه پایین خود می‌تواند قرار داشته باشد.

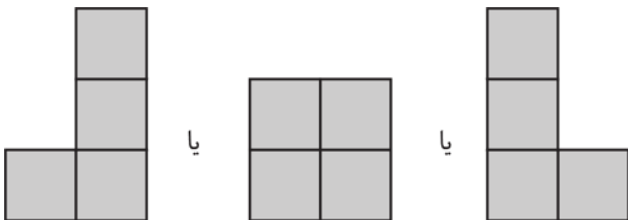
بنابراین یک خانه ۲ اتاقه در این شهر حتماً به شکل زیر است:



اما یک خانه ۳ اتاقه می‌تواند یکی از شکل‌های زیر را داشته باشد:



در این شهر یک خانه ۴ اتاقه را می‌توان به هر یک از شکل‌های زیر ساخت:



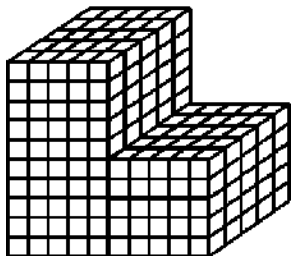
در این شهر یک خانه ۶ اتاقه را به چند شکل مختلف می‌توان ساخت؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸ (۵)

۱۰. یک نجار می‌خواهد یک الوار را به ۲۰۴۸ قطعه مساوی تقسیم کند، حداقل و حداکثر، تعداد دفعه‌هایی که باید از اره‌ی برقی‌اش استفاده کند، به ترتیب چه مقدار است؟

- (۱) ۲۰۴۷ و ۱۱ (۲) ۱۱ و ۲۰۴۷ (۳) ۱۱ و ۲۰۴۸ (۴) ۱۰ و ۲۰۴۸ (۵) ۱۰ و ۲۰۲۴

۱۱. ۳۷۵ مکعب چوبی به ضلع یک سانتی‌متر را به یک‌دیگر چسبانده‌ایم تا جسمی مانند شکل زیر به دست آید. این جسم را درون یک قوطی رنگ غوطه‌ور می‌کنیم تا تمام سطح‌های آن رنگ شود. سپس تمام مکعب‌هایی که وجهی از آن‌ها رنگ شده است را از جسم جدا می‌کنیم. حجم جسم باقی‌مانده، که هیچ وجه رنگی ندارد بر حسب سانتی‌متر مکعب چقدر است؟

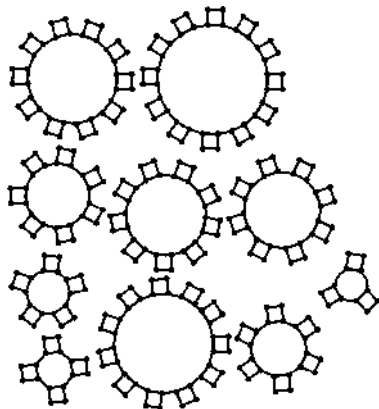


- (۱) ۱۲۵
(۲) ۱۳۰
(۳) ۱۲۰
(۴) ۱۲۴
(۵) ۱۴۲

۱۲. شخصی برای به دست آوردن تعداد تقریبی ماهی‌های یک دریاچه، از یک روش جالب و مشهور استفاده کرد: وی ابتدا ۵۰ ماهی در تور ماهیگیری گرفت. سپس بدون کشتن ماهی‌ها روی آن‌ها یک علامت گذاشت. بعد آن‌ها را آزاد کرد تا با بقیه‌ی ماهی‌ها قاطی شوند. وی دوباره ۵۰ ماهی گرفت و دید از بین آن‌ها ۷ ماهی علامت دارند. تعداد ماهی‌ها به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

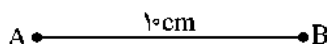
- (۱) ۴۳۵ (۲) ۴۱۵ (۳) ۳۸۵ (۴) ۳۵۵ (۵) ۳۲۵

۱۳. دو تا از چرخ‌دنده‌های زیر را انتخاب می‌کنیم. سپس یکی از دندانه‌های یکی از چرخ‌ها را رنگ می‌کنیم و در یکی از تورفتگی‌های چرخ‌دنده‌ی دیگر قرار می‌دهیم و دو چرخ‌دنده را با هم می‌چرخانیم. پس از چند دور مشاهده می‌کنیم که دندانه‌ی رنگی در همه‌ی فرورفتگی‌های چرخ‌دنده‌ی دیگر فرو رفته است و آن‌ها را رنگی کرده است. کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهنده‌ی دو چرخ‌دنده‌ی انتخابی ما باشد؟



- (۱) چرخ دنده‌های ۶ و ۴ دنده‌ای
(۲) چرخ‌دنده‌های ۱۰ و ۳ دنده‌ای
(۳) چرخ‌دنده‌های ۱۰ و ۵ دنده‌ای
(۴) چرخ‌دنده‌های ۹ و ۳ دنده‌ای
(۵) چرخ‌دنده‌های ۹ و ۶ دنده‌ای

۱۴. ۴۴ نقطه روی امتداد پاره خط AB به طول ۱۰ سانتی‌متر و بیرون آن، طوری انتخاب شده‌اند که ۳۳ نقطه در طرف راست نقطه‌ی B و ۱۱ نقطه در طرف چپ نقطه‌ی A قرار دارد.



می‌دانیم مجموع فاصله‌ی تمامی نقاط از B برابر ۱۲۰ سانتی‌متر می‌باشد، می‌خواهیم بدانیم مجموع فاصله‌ی تمامی این نقاط از A چند سانتی‌متر می‌باشد؟

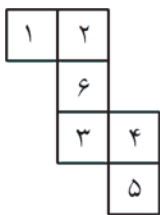
- (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۲۰ (۴) ۳۳۰ (۵) ۳۴۰

۱۵. در جدول زیر ۶ عدد مختلف، هر یک به ۵ شکل مختلف نوشته شده‌اند. کدام یک از گزینه‌ها با بقیه فرق می‌کند؟

۹۰۰	13	۶۷	۱۲	$=+5$
۳۳	۲	۲۴	83	۵۰۰
$=5+8$	2	۵۰	-۳	
۲۵	۸۳	۹۳	۲	58
25	۶۷	۲	$8+3$	۱۰۰
۵۸	$+3$	100	۴۳	۲۶

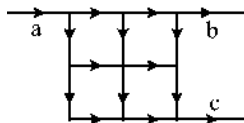
- (۱) ۶۷
- (۲) $=+5$
- (۳) ۲۶
- (۴) ۲۴
- (۵) ۲۵

۱۶. تصویر زیر مربوط به خط تولید یک کارخانه تولید تاس مقوایی است. در تاس تولیدی این کارخانه چه عددی روبه‌روی عدد ۶ است؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴
- (۵) ۵

۱۷. خیابان‌های شکل زیر در جهت فلش‌ها یک‌طرفه‌اند. ۶۴ ماشین از خیابان a وارد می‌شوند. در هر دو راهی نیمی از ماشین‌ها از یک خیابان و نیمی دیگر از خیابان دیگر عبور می‌کنند. نهایتاً چند ماشین از خیابان c خارج می‌شوند؟

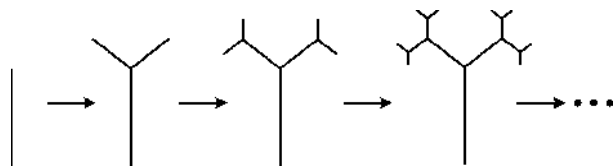


- (۱) ۵۶۰
- (۲) ۴۸۰
- (۳) ۳۲۰
- (۴) ۱۶۰
- (۵) ۸۰

۱۸. ۴ کیسه پر از سکه‌های ۱، ۳، ۵ و ۷ زودینگی داریم. به چند حالت مختلف می‌توانیم از ۶ تا سکه برای پرداخت ۲۵ زودینگی استفاده کنیم؟ (زودینگی یک واحد پول فرضی است).

- (۱) ۰ حالت
- (۲) ۱ حالت
- (۳) ۲ حالت
- (۴) ۳ حالت
- (۵) ۴ حالت

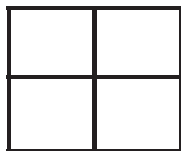
۱۹. در سرزمین عجایب یک نوع درخت وجود دارد که، هر سال هر کدام از شاخه‌هایش به دو سمت رشد می‌کنند به طوری که طول دو شاخه‌ی جدید نصف شاخه‌ی قبلی‌اش است. در شکل می‌بینید:



در پایان سال اول این درخت فقط یک شاخه به طول ۱ متر داشت. اکنون ۱۰۰ سال از عمر این درخت می‌گذرد. مجموع طول شاخه‌های این درخت چند متر است؟

- (۱) ۹۹
- (۲) ۱۰۰
- (۳) $2^{100} - 1$
- (۴) $2^{99} - 1$
- (۵) $\frac{100 \times 99}{2}$

۲۰. در هر یک از خانه‌های جدول 2×2 زیر یک رقم غیر صفر قرار می‌گیرد که درباره‌ی آن‌ها اطلاعات زیر را می‌دانیم. اعداد از بالا به پایین و همچنین از چپ به راست خوانده می‌شود.

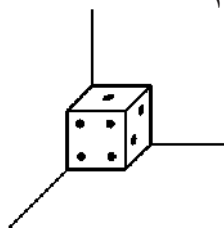


ستون چپ: یک عدد مضرب ۷
ستون راست: یک عدد مکعب کامل
ردیف بالا: یک عدد مربع کامل
ردیف پایین: یک عدد مضرب ۱۱

توجه: هر ستون یا هر ردیف از یک عدد دو رقمی که هر رقم آن در یک خانه قرار دارد تشکیل شده است.

حاصل جمع این چهار رقم کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹ (۵)



۲۱. یک تاس را به چند طریق می‌توان کنج یک دیوار قرار داد؟

- ۶ (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۴۸ (۵)

۲۲. پنج تکه کاغذ داریم. بعضی از آن‌ها را پنج قسمت کرده‌ایم، بعضی از تکه‌های به دست آمده را دوباره پنج قسمت کرده‌ایم و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم. این عمل را چند مرتبه تکرار نموده‌ایم و سپس تکه کاغذهای به دست آمده را شمرده‌ایم. تعداد آن‌ها کدام‌یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟

- ۲۱ (۱) ۶۵ (۲) ۳۰۵ (۳) ۱۴۵ (۴) ۲۲۸ (۵)

۲۳. با بکارگیری ۲۴ مکعب یکسان، چند مکعب مستطیل متمایز توپُر می‌توان ساخت؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶ (۵)

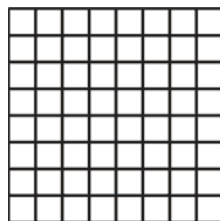
۲۴. ۸ تیم فوتبال در یک سری مسابقات با هم بازی کردند. پس از چند بازی، تفاضل گل ۷ تا از تیم‌ها در زیر آمده است:

- ۴، -۱۶، ۲۲، -۱۳، -۹، ۱۰، ۱۹

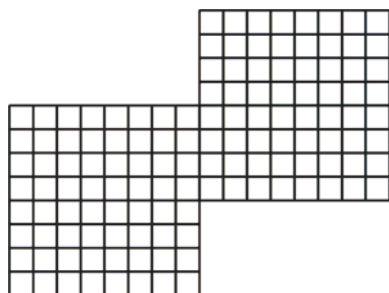
تفاضل گل تیم هشتم چند است؟ (تفاضل گل یک تیم یعنی تعداد گل‌های زده‌ی آن تیم منهای تعداد گل‌های خورده‌ی آن تیم)

- ۱۷ (۱) -۱۷ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) ۵ (۵)

۲۵. شکل زیر یک جدول 8×8 است. در این شکل 204 مربع دیده می‌شود.

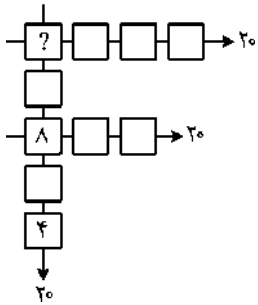


شکل زیر از به هم چسبیده شدن دو مربع شطرنجی 8×8 تشکیل شده است. در این شکل چند مربع دیده می‌شود؟



- ۲۰۴ (۱)
۴۰۸ (۲)
۴۱۸ (۳)
۴۲۸ (۴)
۴۳۸ (۵)

۲۶. تمامی اعداد صحیح ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ در ۱۰ مربع شکل زیر طوری قرار گرفته‌اند که مجموع اعداد هر ردیف برابر با ۲۰ شده است. دو تا از اعداد داخل مربع‌ها داده شده است. عدد داخل مربعی که با علامت ؟ مشخص شده است، کدام می‌باشد؟



- ۱ (۱)
- ۳ (۲)
- ۵ (۳)
- ۷ (۴)
- ۹ (۵)

۲۷. یک عدد دو رقمی با رقم دهگان ۵ در یک عدد یک رقمی ضرب شده است و حاصل برابر با یک عدد سه رقمی با رقم یکان ۴ و صدگان ۱ شده است. بیش‌ترین مقدار $a + b + c$ کدام است؟

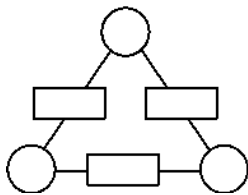
$$\begin{array}{r} 5a \\ \times b \\ \hline 1c4 \end{array}$$

- ۱۶ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۲۲ (۴)
- ۲۴ (۵)

۲۸. مورچه‌ای روی محور اعداد صحیح و بر یکی از اعداد قرار گرفته است. در دقیقه اول یک واحد به راست می‌رود. در دقیقه دوم دو واحد به چپ برمی‌گردد. در دقیقه سوم سه واحد به راست می‌رود و... پس از گذشت ۱۳۹ دقیقه، روی عدد ۱۱- قرار گرفته است. نقطه‌ی شروع حرکت کدام عدد صحیح می‌باشد؟

- ۱) صفر
- ۲) ۲۷۰-۶
- ۳) ۱۳۱۶-
- ۴) ۱۳۱۶
- ۵) ۲۷۰-۶

۲۹. در هر یک از دایره‌های روبه‌رو یک عدد طبیعی قرار دادیم و سپس حاصل ضرب هر دو عدد طبیعی دو طرف یک ضلع را در مستطیل روی آن ضلع نوشتیم. کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهنده‌ی اعداد نوشته شده در این سه مستطیل باشد؟



- ۱) ۳۵ و ۱۷۵، ۴۵
- ۲) ۳۵ و ۶۲۵، ۲۵
- ۳) ۴۵ و ۱۰۵، ۵۲۵
- ۴) ۱۰۵ و ۱۲۰، ۶۲۵
- ۵) ۸۱ و ۱۰۰، ۶۲۵

۳۰. حاصل ضرب ارقام یک عدد هفت رقمی 2^2 شده است. باقی‌مانده‌ی تقسیم این عدد بر ۹ چند است؟

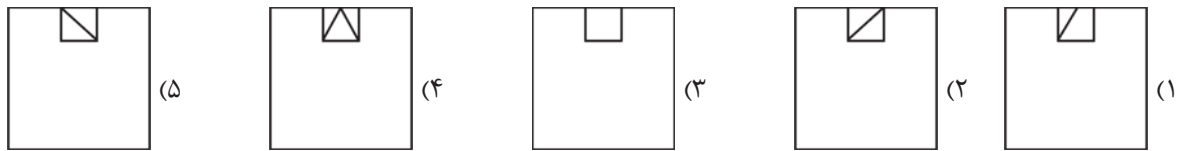
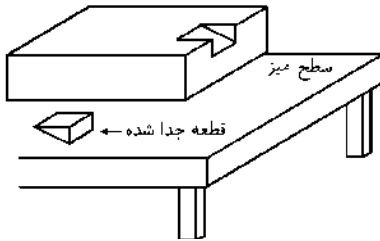
- ۱ (۱)
- ۳ (۲)
- ۵ (۳)
- ۷ (۴)
- ۹ (۵)

۳۱. حداکثر چند اسب را می‌توان در صفحه‌ی شطرنج طوری قرار داد که همدیگر را تهدید نکنند؟ (اسب در صفحه‌ی شطرنج به صورت L حرکت می‌کند به عبارتی دو خانه دو یکی از چهار جهت و سپس یک خانه در جهت عمود بر آن حرکت می‌کند یا بالعکس. مانند



- ۲۱ (۱)
- ۲۲ (۲)
- ۳۳ (۳)
- ۱۶ (۴)
- ۳۲ (۵)

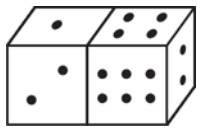
۳۲. روی سطح یک میز، یک مکعب مستطیل چوبی که قطعه‌ای از آن را جدا کرده‌ایم، قرار گرفته است. اگر از بالا به این جسم نگاه کنیم، چه شکلی دیده می‌شود؟



۳۳. حاصل ضرب عددهای ۱ تا n برابر عدد سه رقمی k است. دو برابر عدد k عددی چهاررقمی است. n کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۵۰۰ (۵) ۷۲۰

۳۴. مجموع تعداد نقاط روی وجه‌هایی از تاس‌ها که دیده نمی‌شوند، کدام است؟



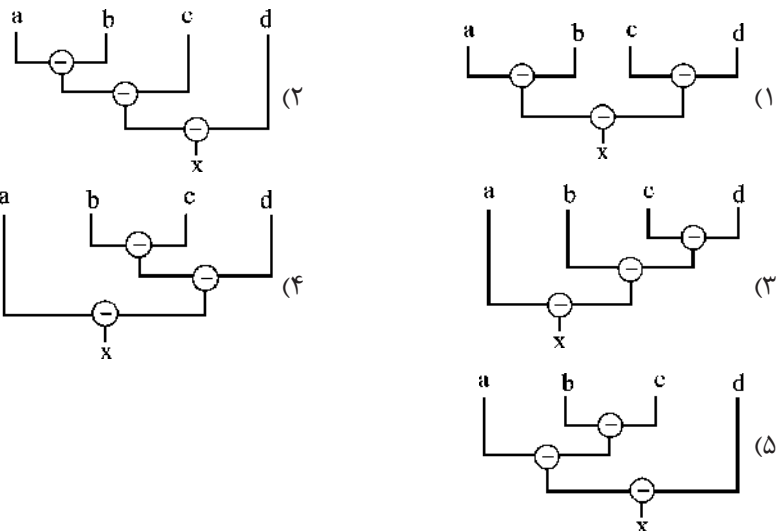
- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۷ (۴) ۲۷ (۵) ۱۸

۳۵. در شکل زیر یک منحنی بسته دیده می‌شود. از یکی از نقاط داخل این منحنی یک نیم‌خط رسم می‌کنیم بطوریکه بر منحنی مماس نباشد تعداد نقاط برخورد آن با منحنی را می‌شماریم. کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند تعداد این نقاط باشد؟

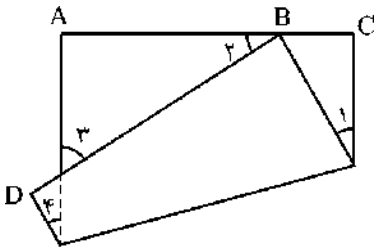


- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۷ (۵) ۹

۳۶. نمودار نظیر رابطه‌ی $x = a - (b - (c - d))$ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟



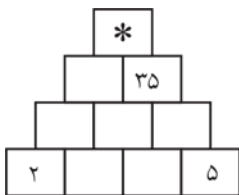
۳۷. یک مربع کاغذی را طوری تا کرده‌ایم که یک رأس آن مانند شکل زیر روی یک ضلع آن قرار گرفته است. کدام زاویه‌ی مشخص شده ممکن است با بقیه‌ی زاویه‌های مشخص شده مساوی نباشد؟



- (۱) \hat{A}
- (۲) \hat{B}
- (۳) \hat{C}
- (۴) \hat{D}

(۵) اطلاعات مساله برای پاسخ دادن به آن کافی نیست.

۳۸. در جدول زیر، عدد هر خانه برابر حاصل ضرب دو عدد در خانه‌های زیرین خود است. با توجه به عددهای داده شده، خانه‌ای که با علامت * مشخص شده است، باید با چه عددی پر شود؟ (تمام خانه‌ها باید با اعداد طبیعی پر شوند.)



- (۱) ۳۴۳
- (۲) ۴۹۰
- (۳) ۶۸۶
- (۴) ۱۷۱۵
- (۵) ۳۴۳۰

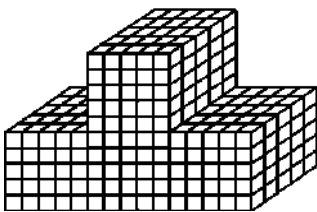
$$\sqrt{abac^9} = \overline{ded}$$

۳۹. هر کدام از رقم‌های a, b, c, d و e باهم متفاوت هستند. اگر داشته باشیم:

حاصل $a + b + c + d + e$ کدام است؟

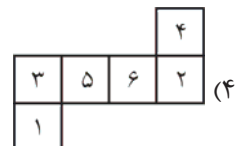
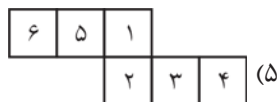
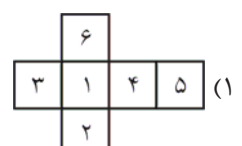
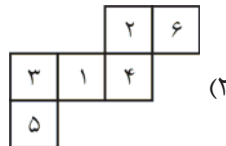
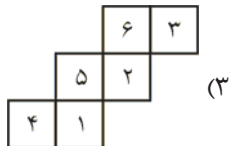
- (۱) ۱۶
- (۲) ۲۲
- (۳) ۲۶
- (۴) ۲۷
- (۵) ۳۰

۴۰. ۵۰۰ مکعب چوبی به ضلع ۱ سانتی‌متر را به یک‌دیگر چسبانده‌ایم و جسمی همانند شکل زیر به وجود آورده‌ایم. این جسم را درون یک قوطی رنگ غوطه‌ور می‌کنیم تا تمام سطح‌های جسم رنگ شود. سپس تمام مکعب‌هایی که وجهی از آن‌ها رنگ شده است را از جسم جدا می‌کنیم. حجم جسم باقی‌مانده، که هیچ وجه رنگی ندارد، برحسب سانتی‌متر مکعب کدام است؟

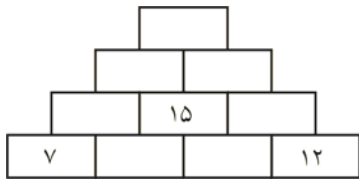


- (۱) ۱۸۰
- (۲) ۱۶۸
- (۳) ۱۶۲
- (۴) ۱۷۴
- (۵) ۱۳۶

۴۱. عددهای طبیعی از ۱ تا ۶ روی شش وجه مکعبی نوشته شده‌اند. به گونه‌ای که مجموع هر دو عدد واقع بر دو وجه روبه‌رو مقدار ثابت ۷ است. گسترده‌ی این مکعب کدام شکل زیر است؟



۴۲. در شکل زیر، عدد داخل هر مستطیل برابر با حاصل جمع اعداد دو مستطیل زیری آن است. با توجه به اعداد داخل شکل، عدد

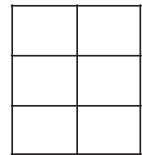


آخرین مستطیل بالایی کدام است؟

- (۱) ۳۴
(۲) ۶۴
(۳) ۵۷
(۴) ۴۵

(۵) بستگی به دو مستطیل میانی در ردیف پایین دارد.

۴۳. اعداد ۱ تا ۶ را می‌خواهیم در جدول زیر قرار دهیم طوری که اعداد هر سطر از چپ به راست و هر ستون از بالا به پایین کاهش

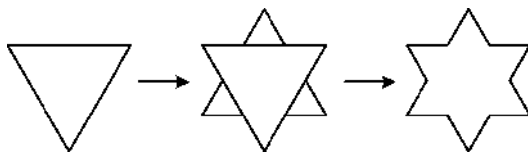


یابد. به چند طریق می‌توان این جدول را پر کرد؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴
(۵) ۵

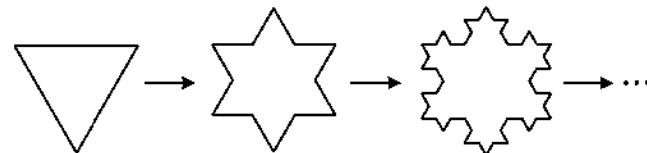
۴۴. یک مثلث متساوی‌الاضلاع به محیط ۱ فرض کنید. هر ضلع آن را به ۳ قسمت برابر تقسیم می‌کنیم و سپس روی هر ضلع آن و

روی قسمت وسط یک مثلث متساوی‌الاضلاع می‌چسبانیم:



سپس ضلع‌های شکل به دست آمده را به ۳ قسمت برابر تقسیم می‌کنیم و سپس روی هر ضلع آن و روی قسمت وسط یک مثلث

متساوی‌الاضلاع می‌چسبانیم و همین‌طور ادامه می‌دهیم:



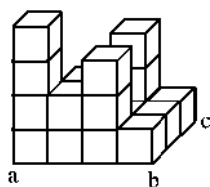
در شکل بالا تا ۲ مرحله نمایش داده شده است. چنان‌چه تا ۲۰ مرحله ادامه دهیم، شکل حاصل چندضلعی خواهد بود؟

- (۱) ۶۳
(۲) ۸۳
(۳) 3×4^{20}
(۴) 3×2^{20}
(۵) 3^{21}

۴۵. شکل زیر، جسمی را نشان می‌دهد که از روی هم چیدن مکعب‌های هم‌اندازه پدید آمده است. جسم روی مستطیلی بنا شده است

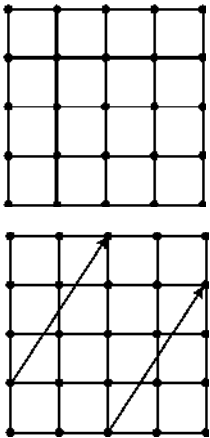
که a ، b و c سه رأس آن هستند. اگر n تعداد مکعب‌های به کار رفته باشد، مناسب‌ترین حدود n را کدام‌یک از فاصله‌های زیر

مشخص می‌کند؟



- (۱) $18 \leq n \leq 20$
(۲) $17 \leq n \leq 21$
(۳) $18 \leq n \leq 21$
(۴) $18 \leq n \leq 22$
(۵) $17 \leq n \leq 24$

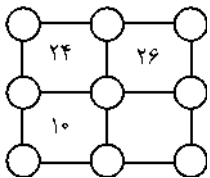
۴۶. ۲۵ نقطه به صورت شکل زیر قرار دارند.



تمامی بردارهایی که ابتدا و انتهایشان روی این نقاط قرار می‌گیرد را در نظر بگیرید. در بین این بردارها، چند نوع بردار مختلف وجود دارد؟ (مثلاً در شکل زیر، دو بردار با هم برابر هستند و یکی محسوب می‌شوند، طول بردار صفر نیز می‌تواند باشد.)

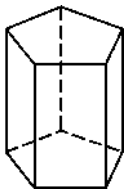
- (۱) ۶۰۰ (۲) ۸۱ (۳) ۳۰۰
(۴) ۲۵ (۵) ۱۰۰

۴۷. تمامی عددهای ۱، ۲، ...، ۹ را هر کدام دقیقاً یک بار داخل دایره‌های شکل زیر گذاشته‌ایم.



داخل ۳ تا از مربع‌ها، عددی نوشته شده است که برابر با مجموع ۴ عدد رأس‌های آن مربع است. به چند طریق می‌توان این ۹ عدد را در شکل چید که اعداد داخل مربع‌ها درست باشد؟

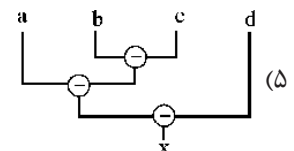
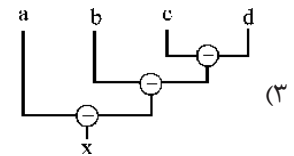
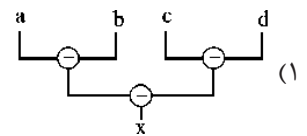
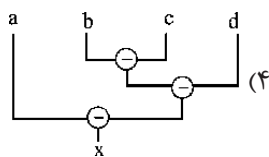
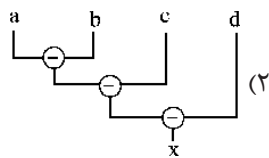
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱۶ (۵) ۲۴



۴۸. یک منشور قائم، جسمی است که از وصل کردن رأس‌های نظیر به نظیر دو π ضلعی روبه‌روی هم، به یکدیگر ایجاد می‌شود. مثلاً یک منشور قائم با قاعده‌ی ۵ ضلعی در شکل زیر نمایش داده شده است. بنابراین وجه‌های جانبی یک منشور قائم مستطیل هستند. دو منشور قائم یکسان را از یکی از وجه‌های جانبی طوری به هم چسبانده‌ایم که آن دو وجه جانبی بر هم منطبق شده‌اند. تعداد ضلع‌های جسم حاصل کدام عدد می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۳۸۹ (۲) ۱۳۹۰ (۳) ۱۳۹۱ (۴) ۱۳۹۲ (۵) ۱۳۹۳

۴۹. نمودار نظیر رابطه‌ی $x = (a - (b - c)) - d$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

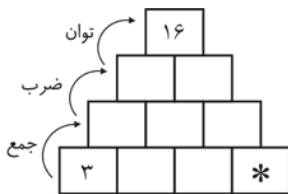


۵۰. در جدول زیر، از تمام رقم‌های ۱ تا ۹ یک بار استفاده کرده‌ایم. عددی که زیر هر ستون نوشته شده، حاصل ضرب عددهای آن ستون است. عددی که کنار هر سطر نوشته شده نیز حاصل ضرب عددهای آن سطر است. از بین این ۹ عدد، جای عدد ۹ مشخص شده است. عدد خانه‌ای که در آن علامت * وجود دارد کدام است؟

			→ ۱۴۴
۹			→ ۱۲۶
		*	→ ۲۰
↓	↓	↓	
۷۲	۱۰۵	۴۸	

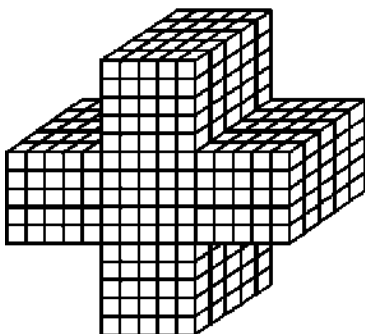
- ۴ (۱)
- ۷ (۲)
- ۱ (۳)
- ۵ (۴)
- ۶ (۵)

۵۱. در جدول روبه‌رو، هر خانه در ردیف دوم از جمع دو خانه‌ی زیرین آن در ردیف اول به دست می‌آید. هر خانه در ردیف سوم از ضرب دو خانه‌ی زیرین آن در ردیف دوم به دست می‌آید. خانه‌ی ردیف چهارم هم حاصل یکی از خانه‌های ردیف سوم به توان دیگری است. با توجه به اعداد داده شده خانه‌ای که با علامت * مشخص شده است، باید با چه عددی پر شود؟ (تمام خانه‌ها باید با اعداد حسابی پر شوند.)



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)
- ۵ (۵) صفر

۵۲. ۶۲۵ مکعب چوبی به ضلع ۱ سانتی‌متر را به یکدیگر چسبانده‌ایم تا جسمی مانند شکل زیر به وجود آید. این جسم را درون یک قوطی رنگ غوطه‌ور می‌کنیم تا تمام سطح‌های جسم رنگ شود. سپس تمام مکعب‌هایی که وجهی از آن‌ها رنگ شده است را از جسم جدا می‌کنیم. حجم جسم باقی‌مانده، که هیچ وجه رنگی ندارد، بر حسب سانتی‌متر مکعب کدام است؟



- ۲۱۹ (۱)
- ۲۰۷ (۲)
- ۱۸۰ (۳)
- ۲۲۵ (۴)
- ۲۳۱ (۵)

۵۳. $a \rightarrow b$ برابر حاصل ضرب اعداد طبیعی از a تا b است. مثلاً:

$$۲ \rightarrow ۷ = ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ \times ۶ \times ۷ = ۵۰۴۰$$

$$۸ \rightarrow ۱۰ = ۸ \times ۹ \times ۱۰ = ۷۲۰$$

حاصل $n \rightarrow ۱$ را به دست آورده‌ایم. ۷ تا صفر در سمت راست عدد حاصل دیده می‌شود. n حداکثر چه عددی می‌تواند باشد؟

- ۷۹ (۵)
- ۳۹ (۴)
- ۳۵ (۳)
- ۳۴ (۲)
- ۳۰ (۱)

۵۴. جدولی از عددهای طبیعی به گونه‌ای تشکیل می‌دهیم که در سطر اول آن عددهای حسابی ۰ تا ۱۳۹۰ نوشته شده باشند و در سطرهای بعدی جدول هر عدد برابر باشد با مجموع دو عدد بالایی آن از سطر قبل. (تعداد اعداد هر سطر یکی کم‌تر از سطر بالایی خود است).

۰	۱	۲	۳	...	۱۳۸۸	۱۳۸۹	۱۳۹۰
	۱	۳	۵	...	۲۷۷۷	۲۷۷۹	
		۴	۸	...		۵۵۵۶	
				⋮			

کدام گزینه در مورد آخرین عددی که به دست می‌آید درست می‌باشد؟

(۱) برابر حاصل ضرب توانی از ۲ ضرب در مجموع اعداد $[۰ + ۱ + ۲ + \dots + ۱۳۹۰]$ می‌باشد.

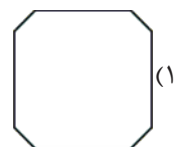
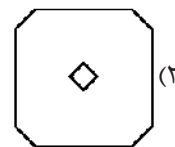
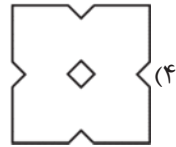
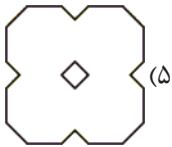
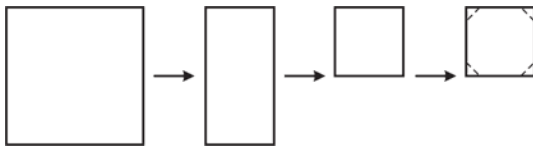
(۲) توانی از ۲ می‌باشد.

(۳) بر مجموع اعداد $[۰ + ۱ + \dots + ۱۳۸۹]$ بخش‌پذیر است.

(۴) برابر $۲^{۱۳۹۰} \times ۶۹۵$ می‌باشد.

(۵) در سمت راست آن دو صفر وجود دارد.

۵۵. کاغذی را مانند شکل دو بار روی خودش تا می‌کنیم و سپس از محل‌های خط‌چین بُرش می‌زنیم و آن را دوباره باز می‌کنیم. کاغذ به کدام شکل درمی‌آید؟



۵۶. در شکل مقابل چند مثلث منفرجه‌الزاویه (مثلث با زاویه‌ی باز) وجود دارد؟

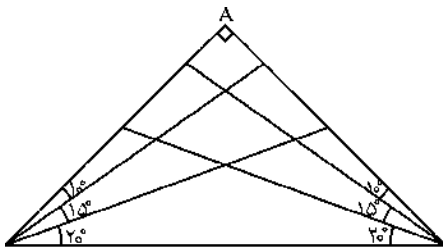
(۱) ۸

(۲) ۱۸

(۳) ۲۰

(۴) ۲۲

(۵) ۲۷



۵۷. مربی ورزش یک مدرسه می‌خواهد ۵ تا از دانش‌آموزان ورزشکار خود را در ۵ رشته‌ی ورزشی به مسابقات معرفی کند. این ۵ رشته عبارت‌اند از: والیبال، بسکتبال، پینگ‌پنگ، تنیس و شنا. همچنین درباره‌ی علاقه‌ای این ۵ دانش‌آموز می‌دانیم:

- داریوش دوست دارد در یکی از رشته‌های والیبال یا بسکتبال شرکت کند.

- خشایار دوست دارد در یکی از رشته‌های بسکتبال یا پینگ‌پنگ شرکت کند.

- اردشیر دوست دارد در یکی از رشته‌های پینگ‌پنگ یا تنیس شرکت کند.

- کیارش دوست دارد در یکی از رشته‌های تنیس یا شنا شرکت کند.

- بهرام دوست دارد در یکی از رشته‌های شنا یا والیبال شرکت کند.

این مربی به چند طریق می‌تواند این ۵ دانش‌آموز را در ۵ رشته معرفی کند به طوری که در تمامی رشته‌ها شرکت‌کننده وجود داشته باشد و هر کدام از دانش‌آموزان در رشته‌ی مورد علاقه‌ی خود شرکت کرده باشد؟

(۱) هیچ‌کدام

(۲) ۱۲۰

(۳) ۳۲

(۴) ۲

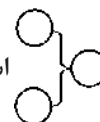
(۵) ۱

۵۸. در یک بسته شکلات، تعداد شکلات‌های آبی ۷۵ درصد تعداد شکلات‌های صورتی و ۱۲۵ درصد تعداد شکلات‌های سفید است. کدام جمله درست است؟

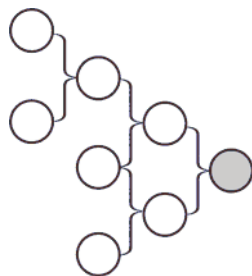
- (۱) تعداد شکلات‌های سفید ۶۰ درصد تعداد شکلات‌های صورتی است.
- (۲) تعداد شکلات‌های صورتی ۱۴۰ درصد تعداد شکلات‌های سفید است.
- (۳) تعداد شکلات‌های صورتی ۱۵۰ درصد تعداد شکلات‌های سفید است.
- (۴) تعداد شکلات‌های سفید ۵۰ درصد تعداد شکلات‌های صورتی است.
- (۵) تعداد شکلات‌های صورتی ۱۶۰ درصد تعداد شکلات‌های سفید است.

۵۹. در هر یک از دایره‌های شکل زیر یک عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک قرار گرفته است، به طوری که در هر یک از اجزای آن که به شکل

است، حاصل ضرب دو عدد سمت چپ در دایره‌ی سمت راست قرار گرفته است. کدام عدد ممکن نیست در دایره‌ی رنگی

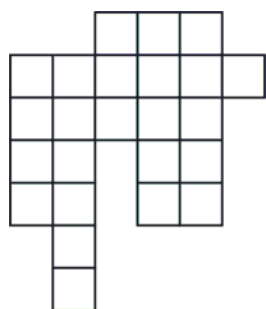


قرار گرفته باشد؟



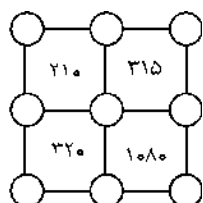
- (۱) ۴۲۰
- (۲) ۶۳۰
- (۳) ۱۰۵۰
- (۴) ۱۴۷۰
- (۵) ۲۳۱۰

۶۰. در شکل مقابل تعدادی گستره‌ی مکعب وجود دارد به طوری که هر خانه \square به یک و تنها یک گستره‌ی مکعب تعلق دارد. قیچی را برمی‌داریم تا گستره‌ها را از هم جدا کنیم (از هم و نه از هم‌هی کاغذ اطرافشان)، قیچی در حال برش چند مسیر را طی می‌کند؟ هر تغییر جهت مسیر جدیدی ایجاد می‌کند. بنابراین این برش دو مسیر محسوب می‌شود. (گستره‌ی مکعب = پهن شده‌ی یک مکعب)

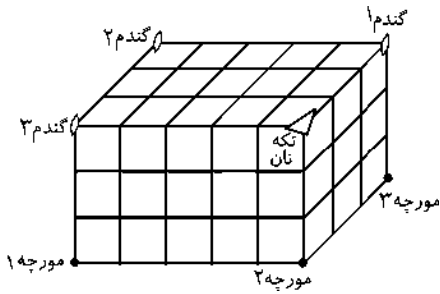


- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۱
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰
- (۵) ۸

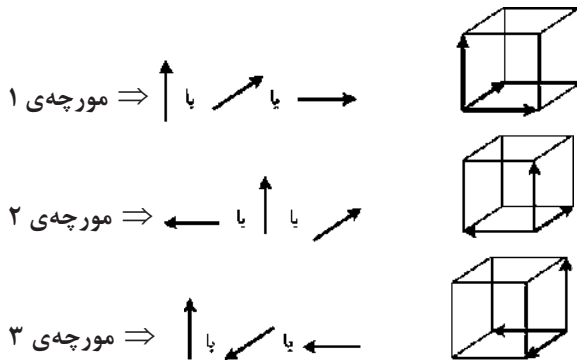
۶۱. تمامی اعداد ۱، ۲، ... و ۹ را در ۹ دایره‌ی شکل زیر گذاشتیم. داخل هر مربع حاصل ضرب اعداد ۴ رأس آن را نوشته‌ایم. چنانچه جدول را حل کنیم، مجموع اعداد ۴ گوشه‌ی جدول چند است؟



- (۱) ۱۸
- (۲) ۱۹
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۱
- (۵) ۲۲



۶۲. سه مورچه باهوش در سه گوشه‌ی این مکعب قرار دارند. هر کدام از مورچه‌ها می‌خواهند به گندم موردنظر خود برسند (مورچه‌ی ۱ به گندم ۱، مورچه‌ی ۲ به گندم ۲ و مورچه‌ی ۳ به گندم ۳) اما قبل از این که مورچه‌ها به گندم‌های موردنظر خود برسند، می‌خواهند در مسیر خود از نقطه‌ای که تکه نان در آن وجود دارد، عبور کنند و آن تکه نان را نیز با خود حمل کنند. توجه کنید که مورچه‌ها باهوش می‌باشند و هر کدام در مسیر حرکت خود کوتاه‌ترین مسیر را طی می‌کند و همچنین سرعت حرکت همه‌ی آن‌ها یکسان می‌باشد. گام‌های حرکت هر یک از مورچه‌ها می‌تواند در سه جهت به شرح زیر باشد:



حال با توجه به توضیحات بالا کدام گزینه درست می‌باشد؟

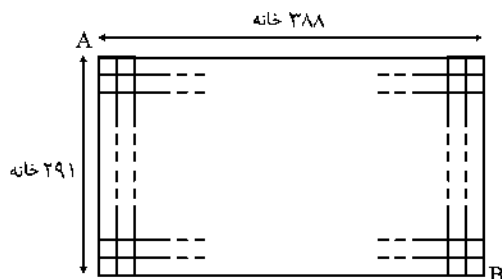
- (۱) مورچه‌ی ۲ سریع‌تر به گندم موردنظرش می‌رسد و بعد از آن مورچه‌ی ۱ و در نهایت مورچه‌ی ۳ به گندم موردنظرش می‌رسد.
- (۲) هر سه مورچه هم‌زمان به تکه نان می‌رسند.
- (۳) هر سه مورچه هم‌زمان به تکه نان می‌رسند و همچنین هم‌زمان به گندم‌ها می‌رسند.
- (۴) هر سه مورچه هم‌زمان به گندم‌ها می‌رسند ولی فقط مورچه‌ی ۲ تکه نان را حمل می‌کند.
- (۵) با توجه به مسیرهای مختلف حرکت مورچه‌ها، ترتیب رسیدن به تکه نان و گندم‌ها توسط مورچه‌ها متفاوت خواهد بود.

۶۳. ماهکیک یکی از قمرهای سیاره‌ی افسانه‌ای *دارکیک* است که ۵۰۰ سال بعد از به وجود آمدن سیاره‌ی *دارکیک* به وجود آمده است. سن سیاره‌ی *دارکیک* و قمر *ماهکیک* بالغ بر میلیون‌ها سال است. در طی این سال‌ها چند بار سن *ماهکیک*، مقسوم‌علیه سن *دارکیک* بوده است؟

- (۱) ۲ بار (۲) ۱۲ بار (۳) ۵۰۰ بار (۴) میلیون‌ها بار

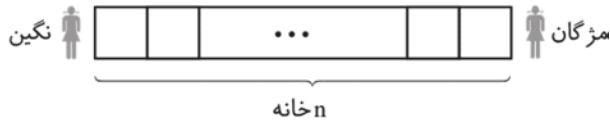
(۵) اطلاعات مسأله برای پاسخ دادن به آن کافی نیست.

۶۴. یک توپ از گوشه‌ی A وارد صفحه‌ی شطرنجی 291×388 خانه‌ی زیر شده و با حرکت روی یک خط راست، از گوشه‌ی B خارج گردیده است. این توپ در طول مسیر از چند خانه عبور کرده است؟



- (۱) ۹۷
- (۲) ۲۹۱
- (۳) ۳۸۸
- (۴) ۵۸۲
- (۵) ۱۱۶۴

۶۵. نگین و مژگان در یک زمین به شکل زیر، بازی «لی لی» را با شرایط زیر شروع می‌کنند. هر کدام در نوبت خود می‌تواند ۱ خانه یا ۲ خانه به سمت دیگری حرکت کند. هر بازیکنی که نتواند حرکتی کند بازنده‌ی این بازی می‌شود. (تعداد خانه‌های این زمین را با n نشان می‌دهیم).



کدام گزینه در مورد برنده‌ی این بازی با توجه به تعداد خانه‌ها و شروع‌کننده‌ی بازی درست است؟ (توجه شود که هر کدام در نوبت خود بهترین حرکت را برای برنده شدن انجام می‌دهد).

- (۱) $n = ۱۳۸۹$ و نگین شروع‌کننده‌ی بازی است، پس برنده‌ی بازی نگین می‌باشد.
- (۲) $n = ۱۳۹۰$ و نگین شروع‌کننده‌ی بازی است، پس برنده‌ی بازی مژگان می‌باشد.
- (۳) $n = ۱۳۹۱$ و مژگان شروع‌کننده‌ی بازی است، پس برنده‌ی بازی نگین می‌باشد.
- (۴) $n = ۲۰۱۲$ و مژگان شروع‌کننده‌ی بازی است، پس برنده‌ی بازی مژگان می‌باشد.
- (۵) در این بازی به ازای هر n مشخص و شروع‌کننده‌ی آن، هم می‌تواند مژگان برنده باشد و هم نگین.

۶۶. در شکل زیر دو بلوک نشان داده شده است.

بلوک A: هر عدد به عنوان ورودی به این بلوک داده شود در خروجی آن، همان عدد به علاوه یک ظاهر می‌شود.

عدد ورودی به علاوه ۱ $\rightarrow \boxed{A} \rightarrow$ عدد ورودی

بلوک B: هر عدد به عنوان ورودی به این بلوک داده شود در خروجی آن، عدد ورودی به توان ۲ می‌رسد.

$\boxed{B} \rightarrow$ (عدد ورودی) \rightarrow عدد ورودی

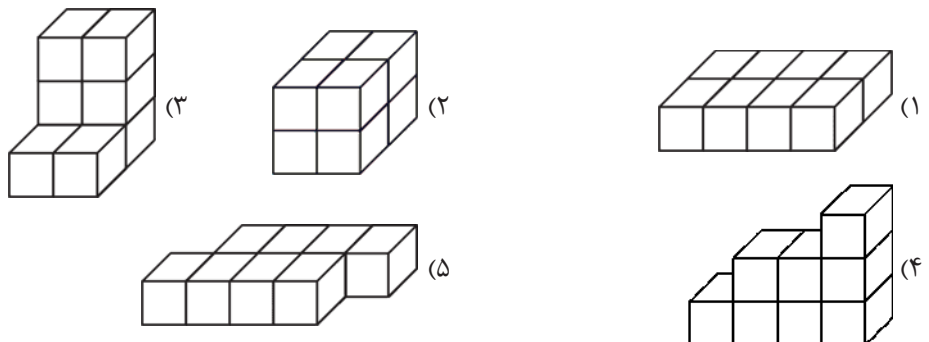
حال به ترکیب ماشین‌های زیر توجه کنید. در ورودی این زنجیره‌ی ماشین، عدد طبیعی n داده می‌شود و در خروجی عدد p ظاهر می‌شود.

$n \rightarrow \boxed{A} \rightarrow \boxed{B} \rightarrow \boxed{A} \rightarrow \boxed{B} \rightarrow \dots \rightarrow \boxed{B} \rightarrow \boxed{A} \rightarrow p$

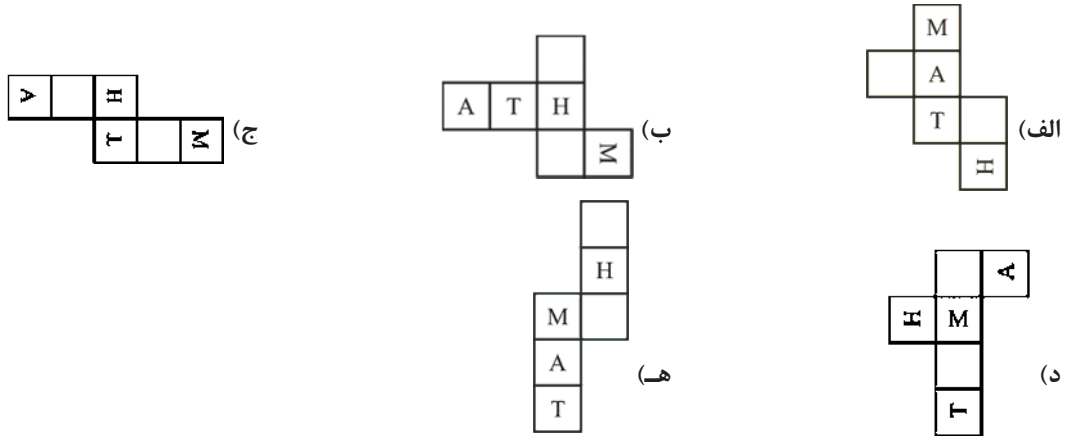
کدام گزینه در مورد این زنجیره و عدد خروجی آن درست می‌باشد؟ (تعداد بلوک‌های B برابر ۱۳۹۰ تا است).

- (۱) جمع تعداد بلوک‌های A و B عددی زوج می‌باشد.
- (۲) عدد p همیشه زوج می‌باشد.
- (۳) عدد p همیشه فرد می‌باشد.
- (۴) $n + p$ همیشه زوج است.
- (۵) $n + p$ همیشه فرد است.

۶۷. در هریک از شکل‌های زیر، هشت مکعب را به هم چسبانده‌ایم، در کدام شکل وجه‌های بیش‌تری چسب کاری شده است؟



۶۸. حروف A, T, H و M را روی شکل‌های زیر نوشته‌ایم. شکل‌های زیر را تا می‌کنیم تا یک جعبه تشکیل شود. در کدام حالت‌های زیر کلمه‌ی MATH را دور تا دور جعبه خواهیم دید؟ (برای مثال کلمه‌ی H T M > M نادرست است.)



(۱) الف و ب و ج و ه (۲) الف و ج و ه (۳) ب و ج و ه (۴) ج و د و ه (۵) الف و ب و ه

۶۹. یک جدول ۱۰۰×۱۰۰ خانه‌ای را با عددهای طبیعی پر کرده‌ایم. یعنی عددهای ۱ تا ۱۰۰ را به ترتیب از چپ به راست در سطر اول، عددها ۱۰۱ تا ۲۰۰ را در سطر دوم و با همین ترتیب عددهای بعدی را در سطرهای بعدی قرار داده‌ایم. اگر چهارخانه‌ی وسط جدول را در نظر بگیریم، کدام عددها دیده می‌شوند؟

۴۸۵۰	۴۸۵۱
۴۹۵۰	۴۹۵۱

(۱)

۴۸۹۹	۴۹۰۰
۴۹۹۹	۵۰۰۰

(۳)

۴۹۵۰	۴۹۵۱
۵۰۵۰	۵۰۵۱

(۲)

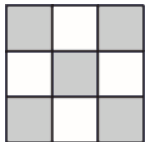
۴۹۵۰	۴۹۵۱
۵۰۵۰	۵۰۵۱

(۴)

۴۹۹۹	۵۰۰۰
۵۰۹۹	۵۱۰۰

(۵)

۷۰. با ۲۷ مکعب سیاه یا سفید یک مکعب بزرگ‌تر ساخته‌ایم. همه‌ی وجه‌های این مکعب به شکل زیر شده است. نسبت تعداد مکعب‌های سیاه به تعداد مکعب‌های سفید کدام است؟



- (۱) حتماً $\frac{۵}{۴}$ است. (۲) $\frac{۱۴}{۱۳}$ یا $\frac{۱۵}{۱۲}$ است. (۳) حتماً $\frac{۱۴}{۱۳}$ است. (۴) حتماً $\frac{۱۳}{۱۴}$ است. (۵) $\frac{۵}{۴}$ یا $\frac{۱۳}{۱۴}$ است.

۷۱. A, B و C اندازه‌ی سه زاویه‌ی یک مثلث می‌باشند که هر یک عددی طبیعی هستند. حاصل $\left[\frac{A}{۲} + \frac{B}{۳۷} + \frac{C}{۴۷} \right]$ نیز یک عدد طبیعی

می‌باشد. اگر هر (A, B, C) که در شرایط بالا صدق کند را یک دست جواب بنامیم، چند دست جواب در شرایط بالا صدق می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۵) ۴