



فرسنگ

چین: شهر لانژو (Lanzhou) - عبادتگاه White Pagoda Mountain
این عمارت یک عبادتگاه هشت ضلعی هفت طبقه هست که به افتخار یک لامای معروف تبتی ساخته شده است.
وی در راه ملاقات با بنیانگذار چنگیز خان و امپراتور سلسله یوان در قلعه بیتا شان یا وایت در اثر بیماری شدید جان سپرد.

درسنامه

ریاضی ۱، حسابان ۱ و حسابان ۲: تابع

درسنامه

تابع: رابطه‌ای از مجموعه‌ای A به B که به هر عضو A دقیقاً یک عضو از B را نسبت دهد.

مثال: رابطه a و b در اعداد صحیح به صورت زیر است:

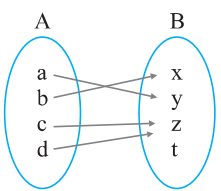
«مجموع مربعات a و b برابر ۵ است.»

رابطه a و b را به صورت زوج مرتب بیان کنید و مشخص کنید که تابع هست یا خیر؟

$$\{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid a^2 + b^2 = 5\} = \{(1, 2), (2, 1), (-1, 2), (2, -1), (-1, -2), (-2, -1), (1, -2), (-2, 1)\}$$

چون مختص ۱ تکرار شده است، تابع نیست.

- نمایش تابع به صورت نمودار ون و زوج مرتب:



اگر تابع از A به B مد نظر باشد:

A: مجموعه دامنه (مختص‌های اول)

B: مجموعه هم‌دامنه

R_f : زیرمجموعه‌ای از B است و آن را برد می‌نامیم؛

اگر به اعضای آن فلش ورودی داشته باشیم (مختص‌های دوم).

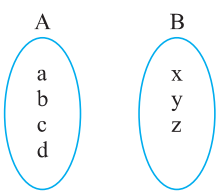
$$D_f = \{a, b, c, d\} \quad A \quad R_f = \{x, y, z, t\} \quad f = \{(a, x), (b, y), (c, z), (d, t)\}$$

در مثال بالا:

مختص‌های اول برابر $\{a, b, c, d\}$ است.
 نکته: دو زوج مرتب مساوی $\begin{cases} a = e \\ b = f \end{cases}$ مختص‌های دوم برابر است.

* تعداد توابع از m عضوی به n عضوی n^m است.

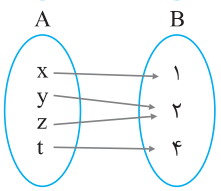
(مثال)



$$\begin{matrix} \text{حالت } a \\ \text{حالت } b \\ \text{حالت } c \\ \text{حالت } d \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$$

* در حالت خاص $R_f = B$ باشد (یعنی به تمام اعضای هم دامنه فلش وارد شود) تابع پوشا نام دارد.

همانند:



- نمایش ضابطه‌ای تابع:

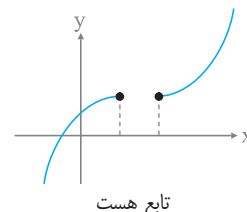
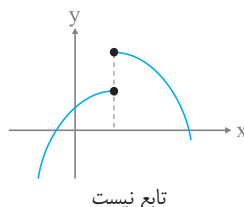
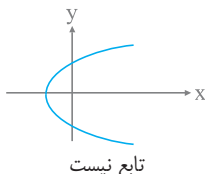
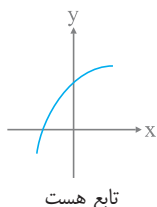
استفاده جبری از پارامترها برای نمایش تابع و نحوه محاسبه خروجی تابع یک ضابطه، دوضابطه و بیشتر.

مثال $f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f(2) = \frac{2^2 + 1}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

مثال $f(x) = 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow f(3) = 3(3^2) - 2(3) + 1 = 27 - 6 + 1 = 22$

مثال $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x \Rightarrow f(3) = \sqrt{3^2 + 1} + 3 = \sqrt{10} + 3$

- نمایش نموداری تابع: با وصل نقاط مهم تابع در رسم نمودار آن اطلاعات بهتری ارایه می‌شود (صعودی - نزولی - یکنوایی - حد داشتن - پیوستگی و ...)
* خط‌های قائم حداکثر در یک نقطه تابع را قطع می‌کند.



- تابع خطی: یک تابع چندجمله‌ای که درجه آن برابر ۱ است.

* تابع چندجمله‌ای: x در کسر و زیر رادیکال و داخل \log و مثلثات نباشد.

* درجه چندجمله‌ای: بیشترین درجه x در عبارت.

چندجمله‌ای درجه ۵: $f(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 5x - 6$ (مثال)

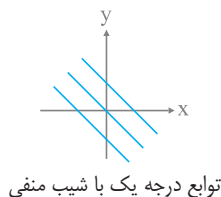
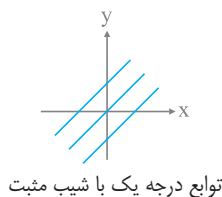
چندجمله‌ای نیست: $f(x) = \sqrt{x} + 1$ (مثال)

چندجمله‌ای درجه ۳: $f(x) = \sqrt[3]{x} + x^2$ (مثال)

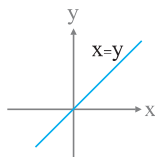
* فرم کلی تابع درجه ۱: به صورت $f(x) = ax + b$ است

و نمودار آن نمایشگر یک خط راست است.

و نمودار آن نمایشگر یک خط راست است. a شیب خط
 b عرض از مبدا خط

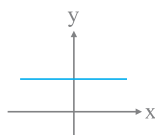


- تابع همانی: ضابطه $f(x) = y$ یا $f(x) = x$ نیمساز ناحیه اول و سوم

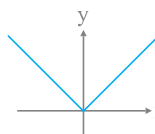


- تابع ثابت: برد آن فقط شامل یک عضو است.

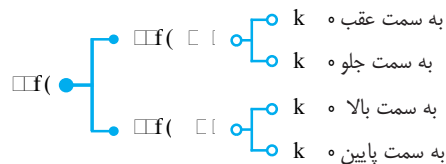
خط افقی و یا نقاط به صورت آرایشی افقی



- تابع قدرمطلق: ضابطه به $f(x) = |x|$ یا $f(x) = y$ ضابطه به



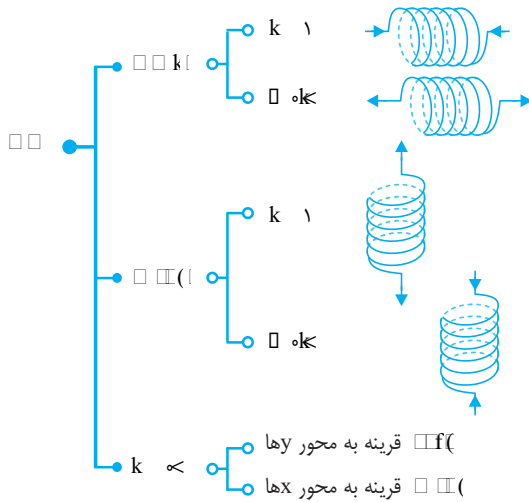
کلیدهای انتقال توابع:



(مثال) $f(x) = x^2 \rightarrow f(x) = x^2 + 3$ $\rightarrow f \downarrow$

(مثال) $f(x) = x \rightarrow f(x) = x - 1$ $\rightarrow f \downarrow$

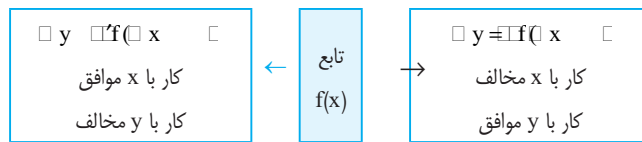
کلیدهای انبساط و انقباض توابع



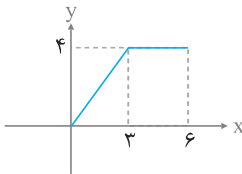
درسنامه

* دستور کلی تغییرات روی نمودار تابع:

در یافتن نقاط نظیر هم و دامنه و بردهای تغییر یافته دستور کلی زیر را مد نظر بگیرید:



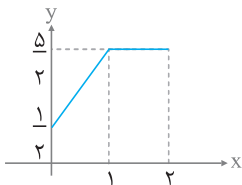
مثال) نمودار $y = \frac{x}{2}$ در زیر رسم شده است. نمودار $y = \square \square$ را رسم کنید.



x	0	3	6
y	0	4	4

نقاط مهم تابع را می‌یابیم.

چون از تابع تغییر یافته به تابع $f(x)$ می‌خواهیم برسیم: کار با x موافق، کار با y مخالف

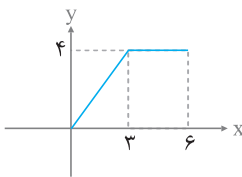


تقسیم بر 3 کردن
به اضافه یک، تقسیم بر 2

x	0	1	2
y	1/2	5/2	5/2

سپس جدول نقاط مهم جدید به صورت زیر است:

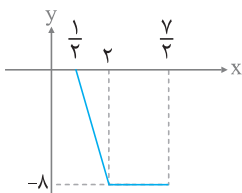
مثال) نمودار تابع $y = f(x)$ در زیر رسم شده است. نمودار $y = \square \square$ را رسم کنید.



x	0	3	6
y	0	4	4

نقاط مهم تابع را می‌یابیم:

چون از $f(x)$ به تابع دیگری می‌خواهیم برسیم: کار با x مخالف، کار با y موافق



به اضافه یک، تقسیم بر 2
ضرب در -2

x	1/2	7/2
y	0	-8

پس جدول نقاط مهم جدید به صورت زیر است:

* حل تمرینات کتاب ریاضی 1: صفحات 100، 106، 108، 113 و 117



دامنه توابع
 مختص اول در زوج مرتبها
 محدوده قابل قبول در توابع ضابطه‌ای

- توابع چند جمله‌ای: $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$
- توابع کسری و توابع گویا: {ریشه‌های منفرجه} $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$
- اصول تعیین دامنه
 - صلوات و زینت $u \geq \sqrt{u}$
 - صلوات $u > 0$
 - زینت $u \neq 0$
 - صلوات $u > 0$
 - زینت $u > 0$
 - صلوات $u \neq 1$
 - زینت $u \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
 - صلوات $u \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

* قبل از ساده‌کاری دامنه را می‌یابیم.

* مفاهیم حل معادله و نامعادله و جدول تعیین علامت در یافتن دامنه ضروری است.

(مثال) دامنه توابع زیر را بیابید.

- ۱) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$
- ۲) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 6}$
- ۳) $f(x) = \frac{x\sqrt{x-5}}{x^2 - 6}$
- ۴) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x^2} + 1}$
- ۵) $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 - 6} + \frac{x^2 - 6}{x^2 - 6} - \frac{2}{x}$

تساوی دو تابع
 تساوی دامنه‌ها

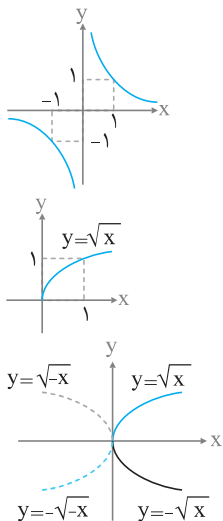
خروجی ای یکسان در هر مورد تابع (ضابطه‌ها با ساده‌کاری یکسان شوند).

(مثال) تساوی توابع زیر را ساده کنید.

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \\ g(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2 - 1}} \end{cases} \quad \begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 - 4} - \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} \\ g(x) = \frac{1}{x - 2} \end{cases}$$

زیرمجموعه‌ای از توابع کسری
 توابع گویا
 صورت و منفرجه یک چندجمله‌ای هستند: $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$

$\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R} \mid Q(x) = 0\}$
 ساده‌ترین مدل تابع (گویا) $y = \frac{1}{x}$ است:



توابع رادیکالی
 ساده‌ترین مدل به صورت ابروئی
 راهنمای رسم:

(مثال) توابع زیر را رسم کنید.

- ۱) $y = \frac{x^2}{x-1}$
- ۲) $y = \frac{x+1}{x-1}$
- ۳) $y = \frac{x^2 + x}{x+1}$
- ۴) $y = \sqrt{x^2 - 1}$
- ۵) $y = \sqrt{x-2}$
- ۶) $y = \sqrt{x-2} + x$



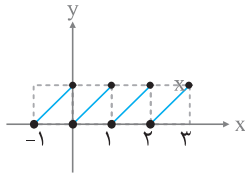
فرسنگ

درسنامه



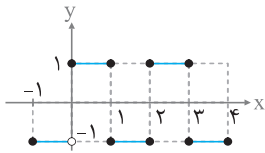
- توابع پله‌ای: توابع قطعه‌ای هستند که در اکثر موارد خط‌های افقی دارند.

در ساده‌ترین حالت تابع $y = \lfloor x \rfloor$ (جزء صحیح)



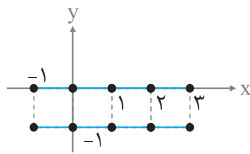
- مدل‌های رایج توابع پله‌ای

مدل دندان‌اره‌ای $y = \lfloor x \rfloor$



مدل مربع $y = \lfloor \frac{x}{T} \rfloor$

- متناوب T ۲



مدل پاره‌خطی $y = \lfloor \frac{x}{T} \rfloor$

- متناوب T ۱

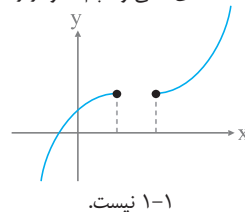
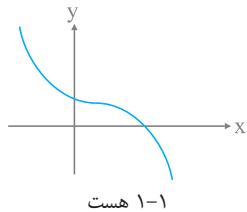
در زوج مرتب‌ها: نه X تکراری و نه y تکراری، نباید باشد.

اگر داشتیم، مختص بعدی باید با اولی یکی باشد؛

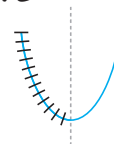
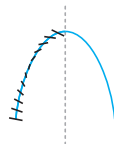
و یا دو عضو متمایز دامنه، به دو عضو متمایز برد نظیر شوند.

در نمودارها: خط‌های افقی و قائم، نمودار را حداکثر یک جا قطع کند.

- تابع یک به یک



برخی مواقع با «تحدید دامنه» می‌توان تابع یک به یک ساخت:



تابع وارون F^{-1} :

- تعویض جای طول و عرض (X و Y):

$$\frac{a}{b} \rightarrow \frac{b}{a} \rightarrow \frac{a}{f(a)} \rightarrow \frac{b}{f(b)} \rightarrow \frac{a}{f(a)}$$

شرط اول وارون‌پذیری: یک به یک بودن تابع است.

- تعویض جای دامنه و برد $D_f = B$ و $D_{f^{-1}} = A$

- یافتن ضابطه تابع وارون: x را تنها می‌سپس به جای y، را قرار می‌دهیم.

(مثال) $f(x) = \frac{3x-4}{2x-1}$ $\Rightarrow y = \frac{3x-4}{2x-1}$

$$\Rightarrow 2xy - y = 3x - 4$$

$$\Rightarrow 2xy - 3x = y - 4$$

$$\Rightarrow x(2y - 3) = y - 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{y-4}{2y-3}$$

- ترکیب توابع: خروجی اولی برای دومی ورودی محسوب می شود.

- در زوج مرتبها، رابط حذف می شود.

(مثال) $f(x) = \dots$ $g(x) = \dots$

از f شروع شود: \dots

$f \rightarrow 3$ $2 \rightarrow$

$2 \rightarrow$ -1

-2 $s \rightarrow 2$

$0 \rightarrow$



(مثال) $f(x) = \dots$ $g(x) = \dots$

$D_f: \dots$ $D_g: \dots$

$D_{f \circ g} = \dots$

* یافتن درونی در ترکیب توابع: ترکیب را حساب می کنیم و با داده طراح مقایسه می کنیم.

(مثال) $f(x) = \dots$ $g(x) = \dots$

$f(g(x)) = \dots$

$g(f(x)) = \dots$

* یافتن بیرونی در ترکیب توابع: از درونی x را محاسبه کنید.

(مثال) $f(x) = \dots$ $g(x) = \dots$

$f(g(x)) = \dots$

$g(f(x)) = \dots$

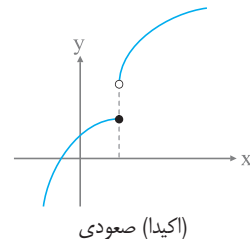
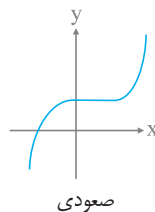
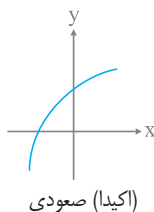
* حل تمرینات کتاب حسابان ۱: صفحات ۵۳، ۶۲ و ۶۹

با افزایش x، مقدار تابع افزایش یابد.

تابع صعودی: کلمه اکیدا وقتی به کار رود که تابع خط افقی ندارد.

$f(x) > f(x) \Rightarrow x > x$ (اکیدا صعودی)

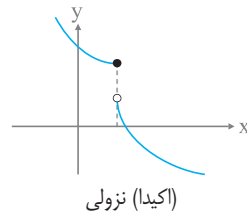
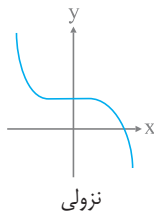
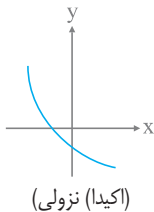
$f(x) > f(x) \Rightarrow x > x$ (اکیدا صعودی)



با افزایش x ، مقدر تابع کاهش یابد.

تابع نزولی کلمه اکیدا وقتی به کار رود که تابع خط افقی ندارد.

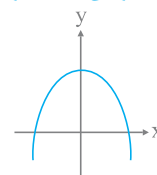
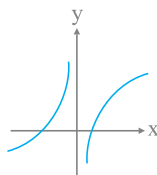
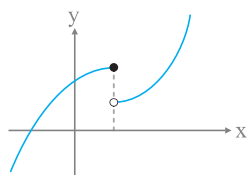
$$\begin{aligned} x_1 > x_2 &\Rightarrow f(x_1) < f(x_2) \quad (\text{تابع نزولی}) \\ x_1 > x_2 &\Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2) \quad (\text{تابع اکیدا نزولی}) \end{aligned}$$



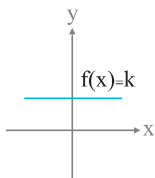
تابع یکنوا یا صعودی کامل باشد و یا نزولی کامل باشد.

کلمه اکیدا وقتی به کار رود که تابع خط افقی ندارد.

* چند مدل رایج در غیر یکنوایی (نه صعودی و نه نزولی):



* تابع ثابت (خط افقی) تنها هم صعودی و هم نزولی است:



* حل تمرینات کتاب حسابان ۲: صفحات (۲۲، ۲۱، ۱۸، ۱۲، ۱۱)

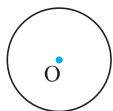
هندسه ۱: ترسیم و استدلال

* مفهوم مکان هندسی: نقاطی از صفحه (یا فضا) که دارای ویژگی مشترک هستند:

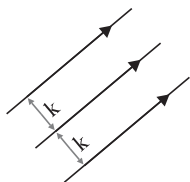
دارای ویژگی مشترک هر نقطه روی مکان

* مکان هندسی های مهم:

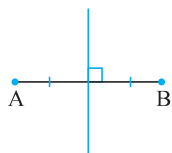
(۱) از یک نقطه به فاصله مشخص (در صفحه) ← دایره با شعاع مشخص



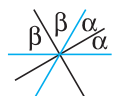
(۲) از یک خط به فاصله مشخص (در صفحه) ← دو خط موازی با فاصله مشخص

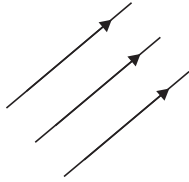


(۳) از دو نقطه به فاصله یکسان ← خط عمود منصف پاره خط



(۴) از دو خط متقاطع به فاصله یکسان ← خط نیمساز زاویه

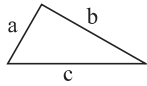




(۵) از دو خط موازی به فاصله یکسان ← خط وسط آن دو

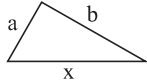
* در اکثر سوالات دو خاصیت مشترک بحث می‌شود. برای هر خاصیت یک مکان هندسی تقاطع‌های این دو مکان هندسی

* **طریقه رسم عمود منصف و نیمساز در پیله بحث شده است.**



$\square a + \square$ و $\square a + \square$ و $\square b + \square$

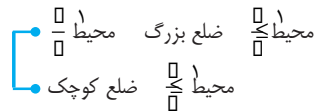
* برای رسم مثلث (با داشتن سه ضلع) شرط نامساوی مثلثی لازم و کافی است.



$\square a - \square x < \square$

* اگر ضلع مجهولی در اضلاع مثلث داشتیم:

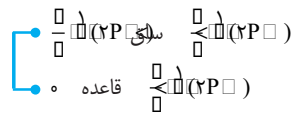
* با داشتن اطلاعات محیط:



ضلع بزرگ \square (۲P) و ضلع کوچک \square (۲p) و به طور خلاصه

(مثال) اگر محیط مثلث ۳۶ باشد و اضلاع نابرابر باشند، ضلع بزرگ‌تر در چه محدوده‌ای است؟

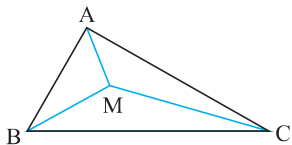
* اگر اطلاعات محیط در مثلث متساوی‌الساقین بود:



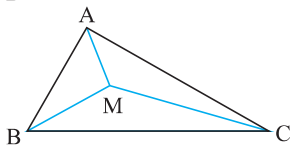
(مثال) محیط مثلث متساوی‌الساقین برابر ۴۸ است، حدود اندازه‌ی ساق کدام است؟

* مسئله مشهور در نامساوی مثلثی:

$\square \square (۲P) \square M \square A \square M \square B \square M \square C \square P$

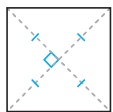


(مثال) اگر در شکل روبه‌رو مجموع فواصل M از سه رأس برابر ۱۸ باشد، محیط مثلث در چه محدوده‌ای است؟

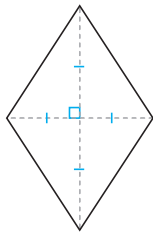


* گاهی مواقع رسم چهارضلعی‌ها با داشتن قطرهای سوال است: با رعایت شرایط نامساوی مثلثی

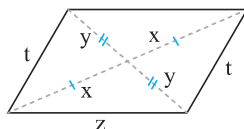
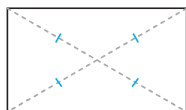
(۱) در مربع: قطرهای هم‌اندازه و عمودمنصف هم.



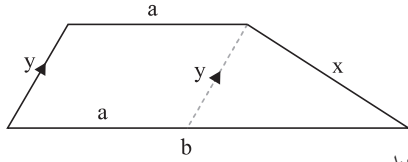
(۲) در لوزی: قطرهای عمودمنصف هم.



(۳) در مستطیل و متوازی‌الاضلاع: قطرهای منصف هم

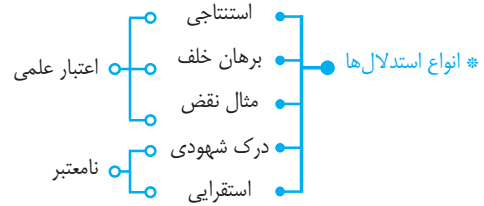


$\square \square \square z \square \square \square \square x + \square z$
 $\square \square \square y - \square x \square \square z < \square y + \square x$



۴) شرط رسم ذوزنقه: رسم یک متوازی‌الاضلاع درون آن و اجرای شرط نامساوی مثلثی در مثلث سمت راست.

(مثال) اگر اندازه دو ساق ذوزنقه ۵ و ۱۲ باشد و قاعده کوچک برابر ۶ باشد؛ حدود قاعده بزرگ را بیابید.



* استدلال استنتاجی ← بر پایه نتیجه‌گیری منطقی از اصول و قضایای قبلی

* برهان خلف ← فرض می‌کنیم حکم نادرست است؛

• با دلایل منطقی به تناقض (با فرض یا اصول اولیه) می‌رسیم؛

• ادعا می‌کنیم حکم درست است.

• اکثر موارد در اثبات عکس قضیه‌ها از برهان خلف می‌رویم.

* مثال نقض ← نشان‌دهنده نادرستی یک حکم کلی

* استدلال استقرایی ← رسیدن از جزء به کل

• جمله خبری

* گزاره ← درست یا نادرست

• امر و پرسش و عاطفه و دعا و تعجب نداریم!

• حدس ای ریاضی که درستی یا نادرستی آنها معلوم نیست.

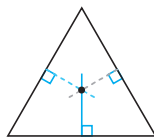
(مثال) هر عدد زوج بیشتر از ۲ به صورت مجموع دو عدد اول نوشته می‌شود.

• گزاره شرطی: لازم حکم $P \Rightarrow Q$ فرض، کافی ← در صورت درستی قضیه است.

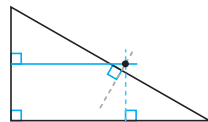
• قضیه دوشرطی: $P \Leftrightarrow Q$ (رفت و برگشت درست)

* خطوط مختلف در مثلث:

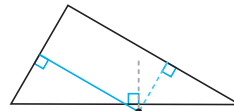
• هم‌مرسی عمودمنصف‌ها: از هر سه به یک رأس فاصله



نقطه داخل مثلث



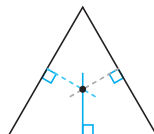
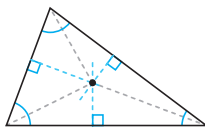
نقطه وسط ضلع بزرگ (وتر)



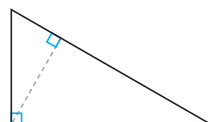
نقطه خارج مثلث

• هم‌مرسی نیمسازهای داخلی: از هر سه ضلع به یک فاصله و همیشه داخل مثلث

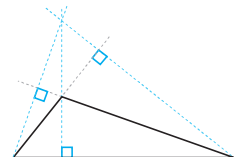
• هم‌مرسی ارتفاع:



داخل مثلث



روی رأس قائمه



خارج مثلث

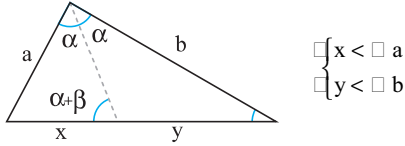
• هم‌مرسی میانه‌ها: همیشه داخل مثلث و نقطه تلاقی گرانیگاه مثلث است.



*** نامساوی مهم در مثلث:**

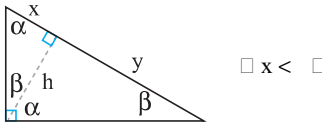
(۱) زاویه روبه‌رو ضلع کوچک > زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ

- استنتاجی $\longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow$
- برهان خلف $\longleftarrow \longleftarrow \longleftarrow \longleftarrow$



$$\begin{cases} x < a \\ y < b \end{cases}$$

(۲) با رسم هر نیمساز:



$$x < h$$

(۳) با رسم ارتفاع اصلی در قائم‌الزاویه:

*** حل تمرینات کتاب هندسه ۱: صفحات ۱۵، ۱۶ و ۲۷**

هندسه ۳: ماتریس‌ها و اعمال روی آنها

فرسنگ

درسنامه

یک آرایش سطری و ستونی از اعداد
تعریف ماتریس هر عضو با نام «درایه»

$$A_{m \times n}$$

m تعداد سطرها
n تعداد ستون‌ها

* نمایش هر درایه به صورت a_{ij} است
i شماره سطر درایه
j شماره ستون درایه

$$a_{ij} = a_{ji} \text{ (مثال)}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 3 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

* ماتریس مربعی
تعداد سطرها = تعداد ستون‌ها
عناصر $i \leftrightarrow$ عناصر قطر

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ a & & \\ x & y & z \end{bmatrix}$$

* ماتریس قطری \leftarrow عناصر غیر قطر (i) همگی صفر
عناصر قطر در ماتریس قطری همگی یکسان:

$$D = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix}$$

* ماتریس یکه، همانی، واحد \leftarrow اسکالری با قطر یکی
اسکالری \Rightarrow I_n

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

* ماتریس سطری: $a \cdot b$

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ \vdots \\ z \end{bmatrix}$$

* ماتریس صفر $\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$: همه درایه‌ها صفر؛
نیازی به مربعی بودن نیست.

* تساوی دو ماتریس ← تک‌تک درایه‌های نظیر برابر
(مثال) $A = \begin{bmatrix} x - 2 & y \\ 6 & z - 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 5 & x + 1 \\ 6 & -y \end{bmatrix}$ برابر باشند؛ x و y را بیابید.

* ضرب عدد در ماتریس ← در تک‌تک درایه‌ها ضرب می‌شود.
ضرب عدد -1 : قرینه ماتریس پیدا می‌شود. $A \rightarrow -A$

* جمع و تفریق در ماتریس ← درایه‌های نظیر را جمع و تفریق می‌کنیم:

(مثال) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ a & b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 9 & 2a + b \end{bmatrix}$

عضو بی‌اثر $\mathbf{0}$ است: $A + \mathbf{0} = A$

- * قواعد جمع و تفریق
 - شرکت‌پذیری $(A + B) + C = A + (B + C)$
 - جاب‌جایی $A + B = B + A$
 - توزیع ماتریس روی اعداد: $(kA) + lA = (k+l)A$
 - توزیع عدد روی ماتریس‌ها $k(A + B) = kA + kB$
 - عضو قرینه $A + (-A) = \mathbf{0}$

* ضرب دو ماتریس ← شرط ضرب: تعداد ستون اولی برابر تعداد سطر دومی باشد.
جاب‌جایی در ضرب نداریم مگر موارد خاص.

(مثال) $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 12 & -20 \end{bmatrix}$

(مثال) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ 16 \end{bmatrix}$

(مثال) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 & 3 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 2 & 9 \\ 9 \end{bmatrix}$

- * خواص ضرب ماتریس‌ها
 - عضو بی‌اثر $A = I$
 - فاکتورگیری با توجه به چپ و راست نشینی: $A(B + C) = AB + AC$ و $(A + B)C = AC + BC$
 - توزیع روی جمع و تفریق: $A(B + C) = AB + AC$ و $(A + B)C = AC + BC$
 - با توجه چپ و راست نشینی: $(A + B)C = AC + BC$ و $A(B + C) = AB + AC$

- * چند مورد خاص که جاب‌جایی در ضرب داریم:
 - خود طراح اعلام کند.
 - پای | وسط باشد.
 - A^{-1} وسط باشد.
 - ماتریس‌ها قطری باشند.

در $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + bz & ay + bt \\ cx + dz & cy + dt \end{bmatrix}$ هم داریم!

* اتحادها در ماتریس‌ها برقرار نیستند؛ مگر اینکه جاب‌جایی داشته باشیم:

$$\begin{cases} (A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 & (A+B)(A+B) = A^2 + AB + BA + B^2 \\ (A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 & (A+B)(A+B)(A+B) = A^3 + A^2B + ABA + B^2A + B^2B + BAB + A^2B + AB^2 + B^3 \end{cases}$$

* در محاسبه توان ای بزرگ یک ماتریس الگویی! کلید در یافتن A^2 ، A^3 و A^4 است.

(مثال) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل A^{100} کدام است؟

* آن‌گونه که در اعداد قانون داریم ممکن است در ماتریس‌ها نداشته باشیم!



نمونه‌های مهم:

(۱) مفهوم بوج توان:

گزاره نادرست $A^n = A$ \Rightarrow $A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$
 مثال نقض: $A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$

(۲) مفهوم متناوب:

گزاره نادرست: $A^2 = I$ \Rightarrow $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
 مثال نقض: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۳) مفهوم خودتوان:

گزاره نادرست: $A^2 = A$ \Rightarrow $AA = A$ \Rightarrow $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
 مثال نقض: $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

فرسنگ

درستنامه

گزاره نادرست: $A \neq B$ \Rightarrow $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$
 مثال نقض: $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

(۵)

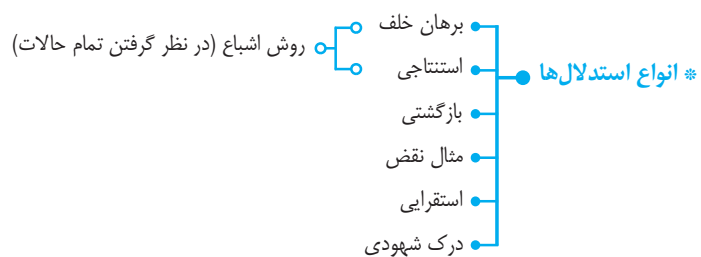
گزاره نادرست: $A \neq B$ یا $A = B$ \Rightarrow $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$
 مثال نقض: $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

(۶) قانون حذف از طرفین در ماتریس‌ها نداریم، مگر \det حذف شونده صفر نشود:

گزاره نادرست: $A \neq B$ \Rightarrow $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
 $A \neq B \Rightarrow A \neq B$ \Rightarrow $A \neq B$ \Rightarrow $A \neq B$

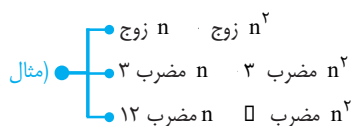
* حل تمرینات کتاب هندسه ۳: صفحات ۱۵، ۲۰، ۲۱

ریاضیات گسسته استدلال‌ها



* حل تمرین کتاب ریاضیات گسسته: صفحه ۳ (در مورد مثال نقض)

* در روش اشباع: تکیه اصلی بر دستور $(\exists x) (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow (\forall x) (P(x) \Rightarrow Q(x))$ می‌باشد.



* حل تمرین کتاب ریاضیات گسسته: صفحه ۵ (در مورد اشباع)

* معمولا در گسسته هر جا می‌خواهیم ثابت کنیم «گنگ» است؛ روش برهان خلف است.

* حل تمرین کتاب ریاضیات گسسته: صفحه ۶ (در مورد برهان خلف)

* جدول مناسب در برخورد با ترکیب اعداد گنگ و گویا:

x	y	$\square x$	$\square x$	$\frac{\square x}{\square y} (y \neq \square)$	$\square y$
Q	Q	Q و ●	Q و ●	Q و ●	\square
Q	Q	Q و ○	Q و ○ $\square \circ [$	Q و ○ $\square \circ [$	\square
Q	Q	\square	\square	\square	\square

\square مثال نقض ○ روش برهان خلف ● روش استنتاجی

بر مبنای گزاره‌های هم‌ارز و برگشت‌پذیر است.

* استدلال بازگشتی
معمولا به اتحاد مربع کامل و گزاره‌ای بدیهی می‌رسیم.

مثال $a \mid \square < a \Rightarrow \frac{\square}{a} \mid \square \neq -$

مثال $\forall a, \square b \in \square \Rightarrow a \mid \square \Rightarrow a \mid \square b + \square b \geq$

* حل تمرین کتاب ریاضیات گسسته: صفحه ۸

فرسنگ

درسنامه

مثال $a \mid \square > a \Rightarrow \frac{\square}{a} \mid \square + \geq$

مثال $\forall a, \square b \geq \frac{\square a + \square b}{\square} \Rightarrow \sqrt{\square} a \square b$

تست‌های آموزشی

بخش حسابان

تابع

فرسنگ

تست‌های آموزشی

۱ نمودار تابع $y = -|x - 4| + 2$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۲ نمودار تابع $y = |x - 1|$ را یک واحد در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم. سپس نمودار را روی محور x ها، ۲ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم. سپس نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. در این صورت ضابطه‌ی تابع جدید کدام است؟

- (۱) $y = |x + 1| - 1$ (۲) $y = -|x - 3| + 1$ (۳) $y = -|x + 1| + 1$ (۴) $y = |x - 1| - 1$

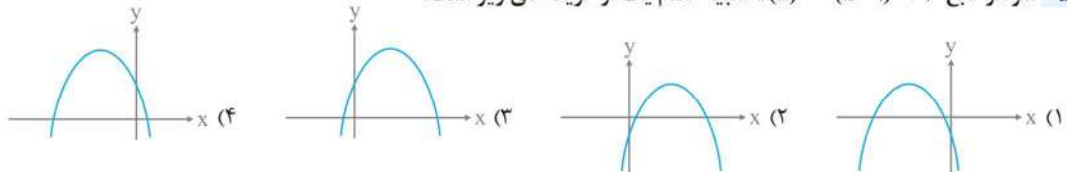
۳ اگر $f(\sqrt{x}) = x - \sqrt{x}$ باشد، حاصل $f(5) - 2f(4)$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۸

۴ با فرض $f(x) + f(1) = \frac{2x^2 + x}{3}$ مقدار $f(3)$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۶/۵ (۴) ۷/۵

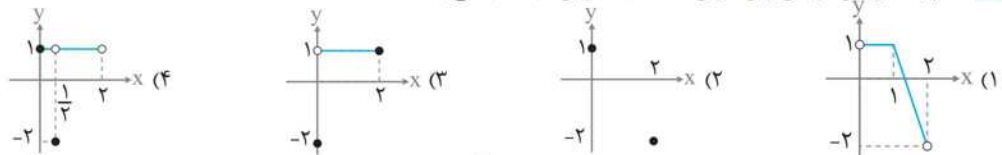
۵ نمودار تابع $f(x) = -(x - 1)^2 + 2$ شبیه کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



۶ در مورد تابع f با دامنه R اگر تساوی $f(2x + 1) + f(3) = 5x - 1$ برقرار باشد، آنگاه مقدار $f(5)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۷ کدام یک از نمودارهای زیر دارای دامنه $[0, 2]$ و برد $\{-2, 1\}$ می‌باشد؟



۸ اگر تابع $f = \{(4, 3m - 2), (n - 1, 3)\}$ همانی باشد، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

- (۱) 1/2 (۲) 2 (۳) 1/3 (۴) 3

۹ تابع خطی $f(x) = -3x + 2$ با دامنه $[-2, 5]$ تعریف شده است. برد این تابع کدام است؟

- (۱) $[-8, 13]$ (۲) $[-6, 15]$ (۳) $[-15, 6]$ (۴) $[-13, 8]$

۱۰ اگر تابع $f(x) = (2a - b)x^2 + \frac{a}{3}x$ یک تابع همانی باشد، a, b کدام‌اند؟

- (۱) $\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} a = -3 \\ b = -6 \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} a = -6 \\ b = -3 \end{cases}$



۱۱ کدام یک از گزینه‌های زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟

- $x \geq 0$ $x \leq 0$ $x \geq 1$ $x \leq 1$ $x \geq 2$ $x \leq 2$ $x \geq 3$ $x \leq 3$

۱۲ در یک تابع خطی داریم $f(1) = 1$ ، $f(2) = 2$ اگر $f(x) = kx + b$ باشد، مقدار k کدام است؟

- ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸

۱۳ کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) دامنه تابع $f(x) = \sqrt{x}$ همه اعداد حقیقی است.
 (۲) دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ همه اعداد حقیقی و برد آن $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ است.
 (۳) برد تابع $f(x) = x^2$ بازه $[0, \infty)$ است.
 (۴) دامنه تابع $f(x)$ با انتقال نمودار آن در راستای محور y ها تغییر نمی‌کند.

۱۴ اگر دامنه تابع $f(x) = 2x - 3$ بازه $[-3, 3]$ و دامنه تابع $g(x) = x^2 - 3x + 4$ بازه $[-3, 3]$ باشد، اجتماع برد توابع f و g کدام است؟

- $[-3, 4]$ $[-3, 3]$ R z

۱۵ یک تانکر گاز از یک استوانه به ارتفاع ۸ متر و دو نیمکره به شعاع r متر در دو انتهای استوانه تشکیل شده است. حجم تانکر

بر حسب تابعی از r کدام است؟

- $\frac{4}{3}\pi r^3 + 8r^2$ $\frac{4}{3}\pi r^3 + 8r$ $\frac{4}{3}\pi r^3 + 8r^2 + 8r$ $\frac{4}{3}\pi r^3 + 8r^2 + 8r^2$

۱۶ اگر $f(x) = x^2 + 1$ و دامنه f بازه $[1, 4]$ باشد، آن گاه برد تابع f کدام است؟

- $[1, 4]$ $[1, 3]$ $[1, 2]$ $[1, 5]$

۱۷ اگر عرض مستطیلی از نصف طول آن ۲ واحد کم‌تر باشد، کدام گزینه محیط مستطیل P را بر حسب تابعی از طول آن x نمایش می‌دهد؟

- $P(x) = 2x + 4$ $P(x) = 2x + 4x$ $P(x) = 2x + 4x^2$ $P(x) = 2x + 4x^2 + 4$

۱۸ نمودار سهمی به معادله $y = x^2 - 2x + 1$ را ۲ واحد به سمت راست و ۱ واحد به بالا انتقال می‌دهیم. معادله این سهمی جدید در کدام یک از

گزینه‌های زیر آمده است؟

- $y = x^2 - 4x + 5$ $y = x^2 - 4x + 4$ $y = x^2 - 4x + 3$ $y = x^2 - 4x + 2$

۱۹ اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \frac{1}{x+1}$ یک تابع باشد، حاصل $f(g(x))$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۳ ۴

۲۰ کدام یک از روابط زیر، معرف یک تابع نیست؟

- (۱) رابطه‌ی بین مساحت دایره و شعاع آن
 (۲) رابطه‌ی بین افراد و وزن آن‌ها در یک زمان معین
 (۳) رابطه بین افراد و سال تولدشان
 (۴) رابطه‌ی بین اعداد طبیعی و مقسوم علیه‌های آن

۲۱ کدام یک از روابط زیر تابع نیست؟

- (۱) رابطه‌ای که به هر فرد، سنش را نسبت می‌دهد.
 (۲) رابطه‌ای که به هر دانش آموز، معلمانش را نسبت می‌دهد.
 (۳) رابطه‌ای که به هر فرد، شناسنامه‌اش را نسبت می‌دهد.
 (۴) رابطه‌ای که به هر فرد، وزنش را نسبت می‌دهد.

۲۲ دامنه تابع $f(x) = \sqrt{x}$ کدام است؟

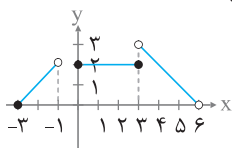
- $[-1, 3]$ $[0, 3]$ $[-1, 3]$ $[0, 3]$

۲۳ اگر رابطه $f(x) = ax^2 + bx + c$ یک تابع باشد، a کدامند؟

- $a = 2$ $a = 2$ $a = 2$ $a = 2$

۲۴ طول یک مستطیل ۳ برابر عرض آن است. کدام رابطه ریاضی عرض مستطیل را بر حسب مساحت آن S نشان می‌دهد؟

- $\sqrt{\frac{S}{3}}$ $\sqrt{\frac{S}{9}}$ $\sqrt{\frac{S}{12}}$ $\sqrt{\frac{S}{18}}$



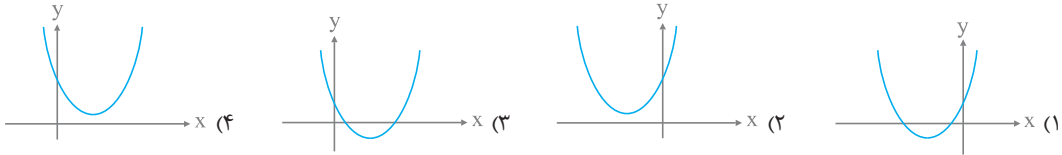
تست‌های آموزشی

فرسنگ

۲۵ طول یک مستطیل از ۲ برابر عرض آن ۳ واحد کمتر است. محیط مستطیل () به عنوان تابعی از طول آن () کدام است؟

- P = ۳ (۳) P = ۳ (۲) P = ۶ (۱)

۲۶ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار تابع باشد؟

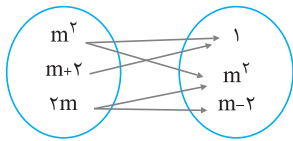


۲۷ چه تعداد از روابط زیر، مشخص کننده یک تابع هستند؟

- (الف) رابطه‌ای که به هر خودرو مدل آن را نسبت می‌دهد.
 (ب) رابطه‌ای که به هر معلم دانش آموزش را نسبت می‌دهد.
 (ج) رابطه‌ای که به هر چند ضلعی محدب تعداد اقطارش را نسبت می‌دهد.
 (د) رابطه‌ای که به هر شهر، افرادی را که در آن متولد شده‌اند را نسبت می‌دهد.

- ۱ (۱) ۲ (۲) صفر ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۸ به ازای چه مقدار m نمودار پیکانی زیر نمایش یک تابع است؟



(۱) هیچ مقدار برای m وجود ندارد.

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

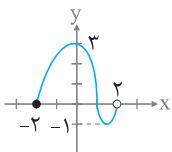
۲۹ اگر رابطه $f(x) = a(x-1) - b$ ، $-1 < a < 3$ ، تابع باشد، a کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳۰ کدام یک از روابط زیر یک تابع را معلوم می‌کند؟

- (۱) رابطه‌ای که به هر فرد، وزنش را نسبت می‌دهد.
 (۲) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه‌های چهارمیش را نسبت می‌دهد.
 (۳) رابطه‌ای که به هر مدرسه، دانش آموزانش را نسبت می‌دهد.
 (۴) رابطه‌ای که به هر دانش آموز دهمی، معلمانش را نسبت می‌دهد.

۳۱ نمودار تابع f به شکل زیر است. چند عدد صحیح هم در دامنه وهم در برد تابع قرار دارند؟



- ۲ (۱) ۳ (۳) ۴ (۲) ۵ (۴)

۳۲ طول یک مستطیل ۵ واحد بیشتر از عرض آن است. کدام یک از گزینه‌های زیر، مساحت این مستطیل را بر حسب طول آن

نمایش می‌دهد؟

- $f(x) = 5x^2 - 4x$ $f(x) = 5x^2 - 4x$ $f(x) = 5x^2 - 4x$ $f(x) = 5x^2 - 4x$

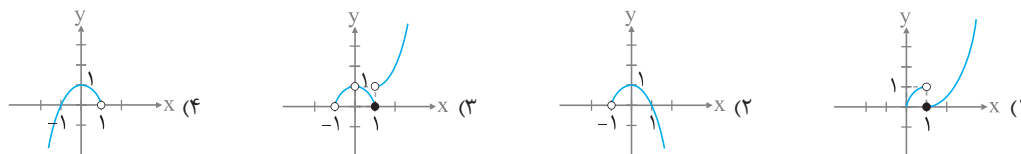
۳۳ کدام رابطه الزاماً یک تابع نیست؟

- (۱) رابطه‌ای که به ضلع مربع مساحت مربع را نسبت می‌دهد.
 (۲) رابطه‌ای که به هر نوزاد یک طول قد نسبت می‌دهد.
 (۳) رابطه‌ای که به هر دانش آموز در امتحان نمره‌ی آن درس نسبت داده می‌شود.
 (۴) رابطه‌ای که به تعداد گل‌های زده‌ی شخص در یک لیگ فوتبال نام گل زن نسبت داده شود.

۳۴ تابع $f(x) = \{m - 2m, 2m - m, m\}$ شامل یک زوج مرتب است. $m +$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

۳۵ برد کدام یک از توابع زیر، همه‌ی اعداد طبیعی را شامل می‌شود؟



۳۶ کدام یک از روابط زیر قطعاً یک تابع را مشخص می‌کند؟

- (۱) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه‌های دوم آن را نسبت دهد.
 (۲) رابطه‌ای که به هر کلاس، دانش آموزان آن را نسبت دهد.
 (۳) رابطه‌ای که به هر دانش آموز، دوستان او را نسبت دهد.
 (۴) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد.

۳۷ در کدام یک از رابطه‌های زیر y تابعی از x است؟

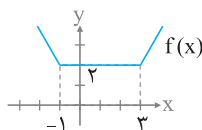
- (۱) $y = x^2$ (۲) $y = x^2 + 1$ (۳) $y = x^2 + 1$ (۴) $y = x^2$

۳۸ نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا نسبت به محورهای قرینه می‌کنیم، سپس ۴ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. نمودار جدید محور

طول‌ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۱

۳۹ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $y = 2x$ در آن صعودی باشد، کدام است؟



- (۱) $[-1, 0]$ (۲) $[0, 2]$ (۳) $[2, 3]$ (۴) $[-1, 3]$

تست‌های آموزشی

فرسنگ

۴۰ اگر $x \in \mathbb{R}$; $x^2 + 2x \geq 0$ و $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$ مفروض باشند، آن‌گاه حاصل $f(x)$ به ازای $x \in \mathbb{R}$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱

۴۱ اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + a}$ همه اعداد حقیقی باشد، a چند مقدار صحیح را می‌تواند بپذیرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۲ اگر تابع $f(x) = x^2 + a$ برای $x = 3$ ، یک به یک باشد، کم‌ترین مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) -۶ (۳) -۵ (۴) -۷

۴۳ اگر برد تابع f برابر $R = [\sqrt{3}, 3]$ باشد، برد تابع $f(x) = \sqrt{x}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۴ برد تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{N} \\ x & x \in \mathbb{R} \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) \mathbb{R} (۲) \mathbb{N} (۳) $\mathbb{R} \cup \mathbb{N}$ (۴) $\mathbb{N} \cup \{1\}$

۴۵ چه تعداد تابع مانند f از مجموعه \mathbb{N} به مجموعه \mathbb{A} ، \mathbb{B} وجود دارد به شرطی که $f(x) \in \mathbb{B}$ و $f(f(x)) \in \mathbb{A}$ باشد؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۳۶ (۳) ۲۷ (۴) ۱۸

۴۶ کدام گزینه نمی‌تواند هم دامنه تابع $f(x) = \sqrt{x}$ باشد؟

- (۱) \mathbb{R} (۲) \mathbb{N} (۳) \mathbb{Z} (۴) \mathbb{Z}^+

۴۷ اگر $f(x) = x + 1$ باشد، حاصل $f(f(x))$ کدام است؟

- (۱) $f(x)$ (۲) $2f(x)$ (۳) $f(x)$ (۴) $2f(x)$

۴۸ اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشد، در این صورت $f(g(x)) = g(f(x))$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{x}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{x}$ (۴) $\frac{\sqrt{x}}{2}$

۴۹ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ x & x = 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$ از کدام نواحی عبور می کند؟

(۱) اول و دوم (۲) اول و سوم (۳) سوم و چهارم (۴) دوم و چهارم

۵۰ اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشد، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟

(۱) $[-4, \infty)$ (۲) $(-4, \infty)$ (۳) \mathbb{R} (۴) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

۵۱ اگر $f(x) = 2x - 1$ باشد، حاصل $f \circ f$ کدام است؟

(۱) فقط ۱۱ (۲) ۱۱ یا ۱۲ (۳) فقط ۱۲ (۴) ۱۲ یا ۱۳

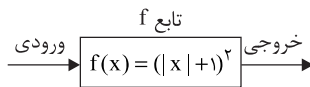
۵۲ تابع $f(x) = |x - 3|$ در کدام یک از بازه‌های زیر وارون پذیر است؟

(۱) $[1, 2]$ (۲) $(-4, 2]$ (۳) $(-2, 3]$ (۴) $[-5, 4]$

۵۳ نمودار تابع $f(x) = a \sqrt{x}$ ، نمودار وارون خودش را در نقطه‌ی $(1, 4)$ قطع می کند. مقدار a کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۴ (۴) -۸

۵۴ به ازای کدام ورودی، خروجی ماشین شکل روبه‌رو برابر ۲ است؟



(۱) $\sqrt{2} + 1$ (۲) $\sqrt{1}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۱

۵۵ اگر $f(x) = \frac{a+1}{x}$ و $f(2) = 3$ ، آن گاه مقدار a کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۴ (۴) -۴

۵۶ اگر $f(x) = 2x + 1$ ، $g(x) = 3x - 2$ و $h(x) = 4x - 5$ ، آنگاه کدام زوج مرتب زیر $h \circ g \circ f$ وجود ندارد؟

(۱) $(2, 12)$ (۲) $(3, 33)$ (۳) $(4, 45)$ (۴) $(5, 58)$

۵۷ توابع $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = 3x - 2$ مفروض هستند. مقدار a برای برقراری تساوی $f \circ g = a \circ f$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۰

۵۸ اگر $f(x) = a - x$ و $f \circ f(x) = x$ ، یک تابع یک به یک باشد، مقدار a کدام می تواند باشد؟

(۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۱ (۴) ۰

۵۹ اگر $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = 3x - 2$ باشد، آن گاه $f \circ g$ کدام است؟

(۱) $3x + 1$ (۲) $3x - 2$ (۳) $3x + 2$ (۴) $3x - 1$

۶۰ ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{x+1}{x}$ را $f^{-1}(x) = \frac{x}{x-1}$ بدانند. کدام است؟

(۱) $x = 1$ و $y = 1$ (۲) $x = 1$ و $y = \frac{x+1}{x}$ (۳) $x = 1$ و $y = \frac{x-1}{x}$ (۴) $x = 2$ و $y = \frac{x+1}{x}$

۶۱ ماشین f به عنوان ورودی، عددی حقیقی را قبول و آن را a برابر کرده و سپس b واحد به آن اضافه می کند. اگر به ازای اعداد

-۲ و ۳ به ترتیب خروجی‌های ۱ و ۱۱ را بدهد، کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۶ (۳) ۱۸ (۴) ۱۲

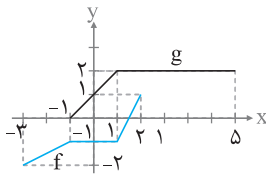
۶۲ باتوجه به نمودار زیر، مقدار $f \circ g$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) -۲

(۳) ۲

(۴) ۲



۶۳ ضابطه وارون تابع $f(x) = \sqrt{x}$ کدام است؟

(۱) $y = \sqrt{x}$ و $x = 0$ (۲) $y = x^2$ و $x = 0$ (۳) $y = \sqrt{x}$ و $x = 0$ (۴) $y = x^2$ و $x = 0$

۶۴ کدام جفت از توابع داده شده با هم برابرند؟

$f(x) = x^2 + 2x + 1$ و $g(x) = (x+1)^2$ $f(x) = x^2 + 2x + 1$ و $g(x) = x^2 + 2x + 2$
 $f(x) = x^2 + 2x + 1$ و $g(x) = x^2 + 2x + 3$ $f(x) = x^2 + 2x + 1$ و $g(x) = x^2 + 2x + 4$
 $f(x) = x^2 + 2x + 1$ و $g(x) = x^2 + 2x + 5$ $f(x) = x^2 + 2x + 1$ و $g(x) = x^2 + 2x + 6$

۶۵ اگر مساحت بین نمودار $y = x^2$ با محور x ها در بازه $[a, b]$ برابر ۱، ۵ باشد، مقدار a کدام می تواند باشد؟ (نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۶ تعداد جواب های معادله $x^2 - 3\sqrt{|-x|} + x = 0$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۶۷ تابع $f(x) = 10x^2 + f(10x)$ با کدام دامنه یک به یک است؟

- ۱) $(-2, 1)$ ۲) $[4, 20]$ ۳) $[-8, 3]$ ۴) \mathbb{R}

۶۸ اگر تابع $f(x) = \frac{mx + 1}{(m-1)x + 1}$ تنها به ازای یک مقدار x قابل تعریف نباشد، چند مقدار می تواند اختیار کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) هیچ مقدار

۶۹ قرینگی خط به معادله $y = -3x - 1$ را نسبت به خط $y = d$ می نامیم. عرض از مبدأ خط d کدام است؟

- ۱) -2 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 2

۷۰ دو تابع $f(x) = \frac{x}{1-x}$ و $g(x) = \frac{x}{1+x}$ مفروض اند. اگر $f(a) = g(a)$ باشد، a کدام باشد؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$

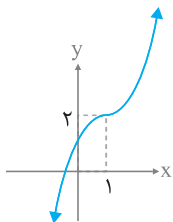
۷۱ تابع با ضابطه $f(x) = |x^2 - 2x + 1|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

- ۱) $(-2, 1)$ ۲) $(-1, 2)$ ۳) $[2, 3]$ ۴) $(-1, 4)$

۷۲ تابع با ضابطه $f(x) = |x^2 - 1|$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

- ۱) $(-2, 1)$ ۲) $(-1, 2)$ ۳) $[1, 2]$ ۴) $(-1, 4)$

۷۳ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a - x^2$ به صورت زیر است. حاصل a کدام است؟



- ۱) ۲

- ۲) ۳

- ۳) -2

- ۴) -3

۷۴ تابع $f(x) = \frac{x}{x+1}$ در دامنه خود چگونه است؟

- ۱) اکیداً صعودی ۲) اکیداً نزولی ۳) هم صعودی و هم نزولی ۴) غیر یکنوا

۷۵ اگر $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$ با دامنه $[1, 4]$ در نظر گرفته شود، تعداد اعداد صحیح در دامنه تابع f کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۸ ۳) ۲ ۴) ۶

۷۶ اگر دامنه تابع $f(x) = x^2 - 3x + 2$ بازه $[1, 4]$ باشد، برد آن به صورت $[a, b]$ می باشد. حاصل b کدام است؟

- ۱) ۲۸ ۲) ۳۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۲

۷۷ اگر $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ و $g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$ باشند ضابطه تابع $f \cdot g$ کدام است؟

- ۱) x ۲) $\frac{x}{x-1}$ ۳) $\frac{x}{x+1}$ ۴) $\frac{x+1}{x}$

۷۸ در کدام گزینه تابع معکوس پذیر است؟

- ۱) $y = |x - 2|$ ۲) $y = |x - 3|$ ۳) $y = |x - 4|$ ۴) $y = |x - 5|$

۷۹ معکوس تابع $y = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 4}{x^3 + 3x^2 + 3x - 4}$ محور y ها را با چه عرضی قطع می کند؟

- ۱) $-\sqrt[3]{4} + 1$ ۲) $-\sqrt[3]{4} - 2$ ۳) $\sqrt[3]{4}$ ۴) $\sqrt[3]{4}$