



فرسنگ

چین؛ شهر لانژو (Lanzhou) - عبادتگاه White Pagoda Mountain
این عمارت یک عبادتگاه هشت ضلعی هفت طبقه هست که به افتخار یک لامای معروف تبتی ساخته شده است.
وی در راه ملاقات با بنیانگذار چنگیز خان و امپراتور سلسله یوان در قلعه بیتا شان یا وایت در اثر بیماری شدید جان سپرد.

فرسنگ اول

معادلات درجه دوم

✓ منظور از حل معادله ← یافتن متغیری که دو طرف تساوی را یکسان کند.
 ✓ منظور از حل نامعادله ← مجموعه مقادیری که گزاره درست ایجاد کند.

✓ نامعادلات و معادلات درجه ۱ ← قبلاً در پيله بحث شده است.

✓ اصلی‌ترین موضوع حل معادله $AB = 0 \Rightarrow A = 0 \vee B = 0$
 $A^2 + B^2 = 0 \Rightarrow A = 0 \wedge B = 0$

نمونه‌ها و تمرینات: مطلوبست حل معادلات زیر:

$$(x^2 - 4)(x^2 - 9)(x^2 + 1) = 0$$

$$(x^2 - 4)^2 + 23(x - 2)^4 = 0$$

روش فاکتورگیری

۱ معادله درجه ۲ ناقص $ax^2 + bx = 0 \leftarrow$ فاکتورگیری از x
 $ax^2 + c = 0 \leftarrow ax^2 = -c \leftarrow x^2 = \frac{-c}{a}$ شاید ۲ ریشه قرینه

۲ روش تجزیه: با اتحاد جمله مشترک:

$$x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 4) = 0 \Rightarrow \dots$$

۳ روش مربع کامل: استفاده از اتحاد مربع کامل:

$$x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = \frac{21}{2} + \frac{1}{16} \Rightarrow (x + \frac{1}{4})^2 = \frac{169}{16} \Rightarrow x + \frac{1}{4} = \pm \frac{13}{4} \Rightarrow x = \dots$$

(نصف به توان ۲)

۴ روش Δ (دلتا):
 $ax^2 + bx + c = 0 : \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
 if $\Delta > 0 \Rightarrow$ معادله دو ریشه دارد
 if $\Delta = 0 \Rightarrow$ معادله یک ریشه مضاعف دارد
 if $\Delta < 0 \Rightarrow$ معادله ریشه حقیقی ندارد

روش سیم‌ساعتی

اگر فرض کنیم $\Delta > 0 \leftarrow$ معادله دو ریشه α و β (یا x_1 و x_2) داشته باشد:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = S \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P \\ \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS \\ \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} \end{cases}$$

$$|\alpha - \beta| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right|$$



$$\begin{aligned} &\rightarrow \alpha^{\sqrt{\beta}} + \beta^{\sqrt{\alpha}} = ? \\ &\rightarrow \alpha^{\sqrt{\beta}} + \beta^{\sqrt{\alpha}} = ? \\ \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha - \beta = 0 &\rightarrow |\alpha - \beta| = ? \\ &\rightarrow \left| \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \right| + ? \\ \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha + \beta = 0 &\rightarrow \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = ? \\ \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha + \beta = 0 &\rightarrow \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = ? \\ \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha - \beta = 0 &\rightarrow \alpha^{\sqrt{\beta}} + \Delta\beta = ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} S > 0 \\ P > 0 \end{array} \right. &\leftarrow \text{دو ریشه مثبت} \\ \left\{ \begin{array}{l} S > 0 \\ P < 0 \end{array} \right. &\leftarrow \text{دو ریشه مختلف علامه و مثبت زورش بیشتره} \\ \left\{ \begin{array}{l} S < 0 \\ P < 0 \end{array} \right. &\leftarrow \text{دو ریشه مختلف علامه و منفی زورش بیشتره} \\ \left\{ \begin{array}{l} S < 0 \\ P > 0 \end{array} \right. &\leftarrow \text{دو ریشه منفی} \end{aligned}$$

نکته مهم: با فرض $\Delta > 0$

✓ برخی موارد ریشه‌های معادله درجه ۲ به سادگی پیدا می‌شوند:

$$\text{if } \Rightarrow a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} 1 \\ c \\ a \end{cases} \quad \text{و} \quad \text{if } \Rightarrow a + c = b \Rightarrow \begin{cases} -1 \\ -c \\ a \end{cases}$$

$$\square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha - \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha + \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha - \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha + \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha - \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha + \beta = 0$$

- فرم کلی اگر ریشه‌ها را دارید: $x^2 - Sx + P = 0$
 - اگر ریشه‌ها قرینه شوند: $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow ax^2 - bx + c = 0$
 - اگر ریشه‌ها معکوس شوند: $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow cx^2 + bx + a = 0$
 - اگر ریشه‌ها عکس و قرینه شوند: $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow cx^2 - bx + a = 0$
- ✓ **تشکیل معادله درجه دوم:**
- رابطه‌ای خطی جدید برای ریشه‌ها (مثل سه برابر یکی کمتر)
 - از «کار با X مخالف» پیروی می‌کنیم.
 - حالات خاص S و P جدید می‌سازیم و به کمک S و P قدیم آنها را محاسبه می‌کنیم.

نمونه ۱: معادله‌ای تشکیل دهید که ریشه‌های آن از معکوس ریشه‌های معادله $x^2 - 4x - 2 = 0$ دو واحد بیشتر باشد.

✓ تغییر متغیر در معادلات ← در اغلب موارد تبدیل به درجه ۲ ← یافتن متغیر معاون ← یافتن X

$$\square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha - \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha + \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha - \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha + \beta = 0$$

✓ مدل درجه چهار: $ax^4 + bx^2 + c = 0 \leftarrow x^2 = 1$ در یافتن X از روی t حواس جمع باشید!

$$\square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha - \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha + \beta = 0$$

$$\square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha - \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha + \beta = 0$$

$$\square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha - \beta = 0 \quad \square \text{ } \alpha \text{ } \beta \text{ } \rightarrow \alpha + \beta = 0$$

سه سوال بالا چیست؟

✓ مدل رادیکال‌دار: $ax + b\sqrt{x} + c = 0 \leftarrow \sqrt{x} = 1$ در یافتن X از روی t حواس جمع باشید!

$x^2 - 6\sqrt{x} + 8 = 0$: $x^2 - 2\sqrt{x} - 8 = 0$ $x^2 + 2\sqrt{x} + 8 = 0$

سه و ده و بیست و یک: جمع بندی سه سوال بالا چیست؟

انتقال	←	$y = a(x - \alpha)^2 + \beta$	← پایه فرم
راس			
راس	←	$y = ax^2 + bx + c$	← یا فرم
جای گذاری			

✓ رسم تابع درجه ۲

$y = 2(x-1)^2 + 1$ $y = 2(x+2)^2 + 1$ $y = 2x^2 - 4x - 1$

تو ده و بیست و یک: رسم نمودار

$\Delta > 0$
 $\alpha, \beta > 0$

$\Delta > 0$
 $\alpha > 0, \beta < 0$

$\Delta > 0$
 $\alpha > 0, \beta < 0$

$\Delta = 0$
 $\alpha = \beta < 0$

$\Delta < 0$

$\Delta = 0$
 $\alpha = \beta > 0$

✓ و به همین ترتیب برای سهمی‌های رو به پایین اظهار نظر می‌کنیم.

✓ شناسایی علامت a, b و c

- رو به بالا یا پایین ← علامت a
- توپ کجاست ← علامت c
- توپ کجا می‌رود؟ ← علامت b

- با کدام ورودی، خروجی مثبت و یا منفی می‌دهد.
 - در حل نامعادلات، حدها، کاربرد مشتق و ...
 - مرزها را مشخص می‌کنیم. (محل صفر شوندها)
 - اولین خانه سمت راست را به کمک بیشترین درجات تعیین علامت دهیم.
 - با تغییر به سمت چپ حرکت می‌کنیم.

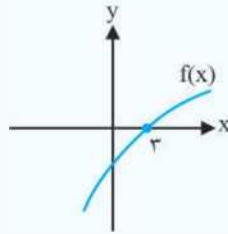


$x^2 + x + 1 = 0$

$(x^2 + 1)(x^2 - 4) = 0$

$(x^2 + x - 12) = 0$

$(x^2 - 9)(x^2 - 4) \geq 0$



$\Delta = 0 \leftarrow$
 $(\dots)^2 \leftarrow$ در این موارد تغییر نداریم ✓
 $|\dots| \leftarrow$

ریشه با ۲ یا ۴ بار تکرار در عبارات

$(2x-3)(x^2-1) > 0$

$(2x-3)^2(x^2-1)$

مجموعه حل سؤالات

$\frac{2x+3}{2x-2} = \frac{2x-3}{x^2-1}$

اگر فرض کنیم شیر آب اول دو ساعت زودتر از شیر آب دوم استخری را پر می‌کند و اگر هر دو باهم باز باشند استخر در مدت ۸ ساعت پر می‌شود. هر کدام به تنهایی در چه مدت استخر را پر می‌کنند؟

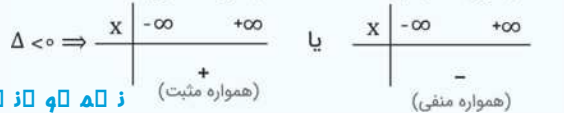
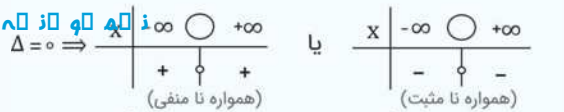
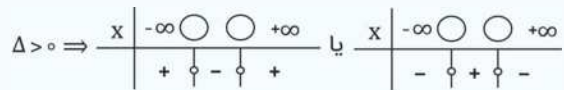
اگر اختلاف زمان رفت و برگشت در رودخانه‌ای به وسیله قایق در یک مسیر ۸۰ کیلومتری برابر یک ساعت باشد و سرعت آب رودخانه ۱۰ کیلومتر در ساعت باشد. سرعت قایق در آب ساکن را بیابید.

معادلات گنگ:

- در اکثر موارد با فرجه زوج طرف هستیم
- $\sqrt{u} = v$ سپس به توان ۲ رساندن
- حتماً (هرجا به توان ۲ رساندیم) جواب‌ها را در اصل معادله کنترل کنید.
- هم زیر فرجه زوج و هم جوابش نباید منفی شوند.

$x - \sqrt{x-1} = 0$

$x + \sqrt{x+2} = 0$



اگر تابع $f(x) = Kx^2 + 3x - 1$ همواره پایین‌تر از $g(x) = 2x + 3$ باشد؛ حدود K را بیابید.

معادلات گویا:

- داشتن مجهول در مخرج
- مخرج مشترک و طرفین وسطین
- در حذف عامل از صورت عجله نکنید ← عامل حذف شونده برابر
- صفر ← بعد حذف کن اما در حذف از مخرج، سریع حذف کن.
- ریشه‌های (جوابی) که در آخر پیدا می‌کنید حتماً در اصل معادله چک کنید تا مخرجی را صفر نکند.
- در مباحث (سرعت کار):
سرعت کار = $\frac{1 \text{ واحد کار}}{\text{زمان}}$

تک سؤالات

۱ اگر معادله‌ی درجه دوم $(2m+1)x^2 + (m+2)x + 1 = 0$ ریشه‌ی مضاعف داشته باشد، این ریشه کدام می‌تواند باشد؟

- $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۱)

۲ در کدام گزینه، معادله‌ی درجه دوم ریشه‌ی مضاعف دارد؟

- $-\Delta x^2 + 10 - \Delta = 0$ (۴) $\Delta x^2 - 8x + 3 = 0$ (۳) $3x^2 + x - 2 = 0$ (۲) $3x^2 - 2x + 1 = 0$ (۱)

۳ در یک لیگ فوتبال که بازی‌ها به صورت رفت و برگشت انجام می‌گیرد، در کل ۳۰ بازی انجام شده است. چند تیم در این لیگ حضور دارند؟

- ۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

۴ حاصل ضرب ریشه‌های معادله $(x-2)(-2x+1)+(x+2)(x+1)=0$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵ در حل معادله $6x^2 + 13x - 5 = 0$ به روش مربع کامل، از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

- (۱) $\frac{144}{289}$ (۲) $\frac{289}{144}$ (۳) $\frac{144}{169}$ (۴) $\frac{169}{144}$

۶ به ازای چه حدودی m عبارت درجه دوم $A = -x^2 + 2x - m + 1$ همواره منفی است؟

- (۱) $m > 2$ (۲) $m < 2$ (۳) $0 < m < 2$ (۴) $m > 1$ یا $m < 0$

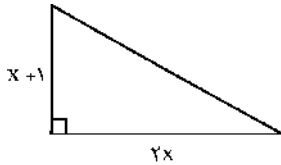
۷ در حل معادله $2x^2 + 3x - 5 = 0$ به روش مربع کامل به تساوی $(x+a)^2 = k$ می‌رسیم. مقدار $a+k$ کدام است؟

- (۱) $\frac{61}{16}$ (۲) $\frac{52}{16}$ (۳) $\frac{49}{16}$ (۴) $\frac{73}{16}$

۸ اختلاف سنی دو برادر ۴ سال است. اگر چهار سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۶ شود، سن کنونی برادر کوچک‌تر کدام است؟

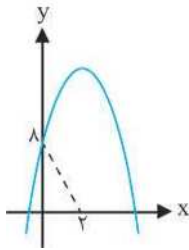
- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

۹ اگر در شکل مقابل مساحت مثلث ۶ باشد، مقدار x کدام است؟



- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۰ نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. کدام گزینه ضابطه این سهمی است؟



(۱) $y = x^2 + 2x + 5$

(۲) $y = -x^2 - 2x + 3$

(۳) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$

(۴) $y = -x^2 + 4x + 4$

۱۱ اگر خط $x = 4$ محور تقارن سهمی به معادله $2x^2 + kx - k$ باشد، این سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) ۱۶ (۲) -۱۶ (۳) ۸ (۴) -۸

۱۲ عددی مثبت از مربع خود، ۲ واحد کم‌تر است، چند مقدار برای این عدد یافت می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳ مختصات رأس سهمی $y = -2x^2 + 4x + 1$ کدام است؟

- (۱) (۲, ۱) (۲) (۱, ۳) (۳) (-۱, -۵) (۴) (-۲, ۳)

۱۴ اگر یکی از جواب‌های معادله درجه دوم $(m-1)x^2 + 7x + 2m = 0$ برابر ۲ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۱

۱۵ در معادله $\frac{t^2}{9} - \frac{t}{6} - \frac{1}{2} = 0$ قدر مطلق تفاضل جواب‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{11}{2}$

۱۶ اگر معادله درجه دوم $ax^2 - 8ax - 32a - 8 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$



۱۷) مجموع جواب‌های معادله $6k - 2 = 3k(3k - 1)$ کدام است؟

- ۱) (۱) ۲) (۲) ۳) (۳) ۴) (۴) ۵) (۵) ۶) (۶) ۷) (۷) ۸) (۸) ۹) (۹) ۱۰) (۱۰)

۱۸) قدر مطلق تفاضل جواب‌های معادله $x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} = 0$ کدام است؟

- ۱) (۱) $\frac{1}{2}$ ۲) (۲) $\frac{3}{4}$ ۳) (۳) $\frac{5}{8}$ ۴) (۴) $\frac{1}{4}$

۱۹) در حل معادله‌ی درجه‌ی دوم $x(4x + 1) = \frac{5}{4}$ به روش مربع کامل کردن، پس از آن که ضریب x^2 را برابر با یک می‌کنیم، کدام عدد به طرفین معادله اضافه می‌شود؟

- ۱) (۱) $\frac{1}{4}$ ۲) (۲) $\frac{1}{12}$ ۳) (۳) $\frac{1}{64}$ ۴) (۴) $\frac{1}{256}$

۲۰) معادله‌ی درجه‌ی دوم به‌ازای $\frac{m}{4}x^2 - 4x + 8 = 0$ مقادیر $m \in (m_0, +\infty)$ ریشه‌ی حقیقی ندارد. کم‌ترین مقدار m_0 کدام است؟

- ۱) (۱) ۲) (۲) ۳) (۳) ۴) (۴)

۲۱) اگر بازه (a, b) مجموعه‌ی جواب نامعادله $x < 1 - 2x^2$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- ۱) (۱) $\frac{1}{2}$ ۲) (۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) (۳) ۱ ۴) (۴) -۲

۲۲) معادله $(x + 2)(-x^2 + 1 - 1) = 0$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- ۱) (۱) صفر ۲) (۲) ۱ ۳) (۳) ۲ ۴) (۴) ۳

۲۳) طول اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه به‌صورت $2x + 3$ ، $x + 6$ و $2x - 3$ است. اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟ ($2x + 3$) طول وتر مثلث است.)

- ۱) (۱) $\frac{3}{6}$ ۲) (۲) ۱۲ ۳) (۳) ۲۴ ۴) (۴) $\frac{7}{2}$

۲۴) به‌ازای کدام مقدار \square سهمی $y = mx^2 + mx + 1$ همواره بالای محور \square هاست؟ ($m \neq 0$)

- ۱) (۱) $m > 4$ ۲) (۲) $0 < m < 4$ ۳) (۳) $m < -4$ ۴) (۴) $m > -4$

۲۵) معادله‌ی سهمی‌ای که نسبت به خط $x = 2$ متقارن است و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض -4 قطع می‌کند، کدام می‌تواند باشد؟ ($a \neq 0$)

- ۱) (۱) $y = ax^2 - 2ax + 4$ ۲) (۲) $y = ax^2 - 4ax - 4$ ۳) (۳) $y = ax^2 - 2ax - 4$ ۴) (۴) $y = ax^2 + 4ax - 4$

۲۶) اگر معادله $2x^2 + 5x = 3$ را به‌صورت $(x + a)^2 = b$ بنویسیم، حاصل $a + b$ کدام است؟

- ۱) (۱) $\frac{65}{16}$ ۲) (۲) $\frac{69}{16}$ ۳) (۳) $\frac{35}{8}$ ۴) (۴) $\frac{33}{8}$

۲۷) اگر معادله‌ی درجه‌ی دوم $2x(x + 2) = -k$ ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد، کم‌ترین مقدار صحیح \square کدام است؟

- ۱) (۱) ۴ ۲) (۲) ۳ ۳) (۳) ۲ ۴) (۴) ۱

۲۸) به‌ازای کدام مقادیر \square ، معادله $k^2x^2 - (k - 1)x + \frac{1}{4} = 0$ جواب مضاعف دارد؟

- ۱) (۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) (۲) $\frac{1}{2}$ ۳) (۳) ۲ ۴) (۴) -۲

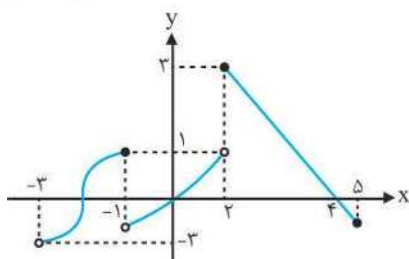
۲۹) اگر معادله $ax^2 - 20x + 25 = 0$ دارای ریشه‌ی مضاعف باشد، آن ریشه کدام است؟

- ۱) (۱) ۴ ۲) (۲) -۴ ۳) (۳) $\frac{5}{2}$ ۴) (۴) $-\frac{5}{2}$

۳۰) اگر $x = 1$ یکی از ریشه‌های معادله $2x^2 - 3x - a = 0$ باشد، ریشه‌ی دیگر کدام است؟

- ۱) (۱) $\frac{1}{4}$ ۲) (۲) -۱ ۳) (۳) $\frac{1}{2}$ ۴) (۴) $-\frac{1}{2}$





۳۱ شکل مقابل نمودار تابع f است. دامنه f در کدام گزینه آمده است؟

(۱) $[-3, 5]$

(۲) $(-3, -1) \cup (-1, 2) \cup (2, 5]$

(۳) $(-3, 5)$

(۴) $(-3, 2) \cup (2, 5]$

۳۲ به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $f(x) = 2x^2 + 3x$ همواره در بالای منحنی $g(x) = mx^2 + m + 2$ قرار دارد؟

(۱) $m > \frac{5}{2}$ (۲) $m < -\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{5}{2} < m < \frac{5}{2}$ (۴) $m > -\frac{5}{2}$

۳۳ در معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ حاصل $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ چقدر است؟

(۱) ۶ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{6}$

۳۴ اگر عبارت به ازای $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ هر مقدار x منفی باشد، f به کدام مجموعه تعلق دارد؟

(۱) $\{a : 1 < a < 5\}$ (۲) $\{a : a < 1\}$ (۳) ϕ (۴) \mathbb{R}

۳۵ به ازای کدام مجموعه m مقادیر f منحنی به معادله $y = (m+2)x^2 + 3x + 1 - m$ ، محور x را در دو طرف مبدأ مختصات، قطع می‌کند؟

(۱) $m > 1$ یا $m < -2$ (۲) $-2 < m < 1$ (۳) فقط $m < -2$ (۴) فقط $m > 1$

۳۶ به ازای کدام مقدار a معادله $x^2 - 2(a-2)x + 14 - a = 0$ دارای دو ریشه‌ی مثبت است؟

(۱) $-2 < a < 2$ (۲) $2 < a < 5$ (۳) $2 < a < 14$ (۴) $5 < a < 14$

۳۷ به ازای کدام مقدار m مجموعه جذر هر دو ریشه‌ی معادله $\frac{1}{8}x^2 - (m+1)x + \frac{1}{8} = 0$ برابر ۲ می‌باشد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۸ اگر $x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$ باشد حاصل $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| + \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\sqrt[4]{3}$

۳۹ به ازای کدام مقدار m هر یک از ریشه‌های معادله $mx^2 - 8x - 8 = 0$ ، توان سوم ریشه‌های معادله $2x^2 - x - 2 = 0$ می‌باشد؟

(۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

۴۰ به ازای کدام مقدار m عبارت $(m-2)x^2 + 2mx$ همواره بیش‌تر از ۱ می‌باشد؟

(۱) هیچ مقدار m (۲) هر مقدار m (۳) $m > 2$ (۴) $1 < m < 2$

۴۱ به ازای کدام مقدار m معادله $m(x^2 + 1) + (x + 2)^2 = 5 - x^2$ دو ریشه حقیقی متمایز دارد؟

(۱) $-3 < m < 2$ (۲) $-2 < m < 3$ (۳) $-1 < m < 4$ (۴) $-2 < m < 4$



رابطه‌ای از مجموعه A به B که به هر عضو A دقیقاً یک عضو از B را نسبت دهد.

ز ۵۵ : ۵۴ : ۵۳ : ۵۲ : ۵۱ : رابطه a و b در اعداد صحیح به صورت زیر است:

✓ «مجموع مربعات a و b برابر ۵ است.»

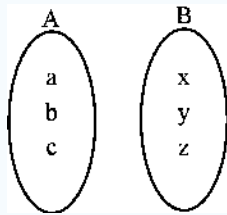
ز ۵۴ : ۵۳ : ۵۲ : ۵۱ : ۵۰ : ۴۹ : رابطه a و b را به صورت زوج مرتب بیان کنید و مشخص کنید که تابع هست یا خیر؟

$$x, y \in \mathbb{Z}, x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow \{(1, 2), (-1, 2), (1, -2), (-1, -2), \dots\}$$

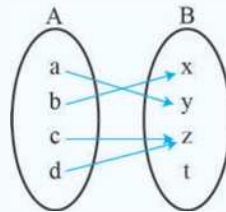
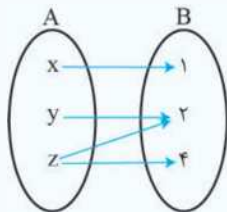
✓ چون مختص ۱ تکرار شده است، تابع نیست.

نمایش تابع به صورت نمودار ون و زوج مرتب: $z \in \{a, b, c, d\}$: $z \in \{x, y, z, t\}$

حالات a حالات b حالات c حالات d
 تعداد توابع $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$



✓ در حالت خاص که $R_f = B$ باشد (یعنی به تمام اعضای هم دامنه فلش وارد شود) تابع پوشا نام دارد.



✓ اگر تابع از A به B مدنظر باشد:

A: مجموعه دامنه (مختص های اول)

B: مجموعه هم دامنه

R_f : زیرمجموعه ای از B است و آن را برد می نامیم؛ اگر به اعضای آن فلش ورودی داشته باشیم (مختص های دوم).

✓ در نمونه بالا:

$$D_f = \{a, b, c, d\} = A$$

$$R_f = \{x, y, z\}$$

$$f = \{(a, y), (b, x), (c, z), (d, z)\}$$

دو زوج مرتب مساوی $\left\{ \begin{array}{l} \text{مختص های اول برابر} \\ \text{مختص های دوم برابر} \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} a = e \\ b = f \end{cases}$

✓ تعداد توابع از m عضوی به n عضوی: n^m است.

نمایش تابع به صورت نمودار و زوج مرتب: $z \in \{a, b, c, d\}$: $z \in \{x, y, z, t\}$

استفاده جبری از پارامترها برای نمایش تابع و نحوه محاسبه خروجی تابع به صورت یک ضابطه، دو ضابطه و بیشتر.

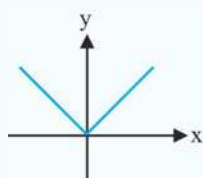
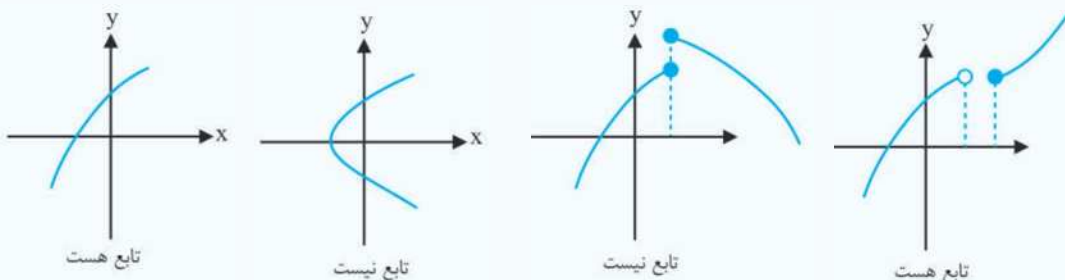
$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f(4) = \frac{16 + 1}{\sqrt{4}} = \frac{17}{2} \Rightarrow f(4) = \frac{17}{2} \Rightarrow (4, \frac{17}{2})$$

$$f(n) = n! \Rightarrow f(3) = 3! = 6 \Rightarrow (3, 6)$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - \sqrt{-x} + 1 & x \leq 0 \\ \sqrt{x+1} & x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 0 - 0 + 1 = 1 \\ f(1) = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \\ f(-4) = 16 - \sqrt{4} + 1 = 15 \end{cases}$$

نمایش نموداری تابع: با وصل نقاط مهم تابع در رسم نمودار آن اطلاعات بهتری ارائه می شود (صعودی - نزولی - یکنواپی - حد داشتن - پیوستگی و ...)

✓ خط ای قائم حداکثر در یک نقطه تابع را قطع کند.



تابع خطی: یک تابع چندجمله ای که درجه x آن برابر 1 باشد.

فرم کلی تابع درجه 1: به صورت $f(x) = ax + b$ است.

- چندجمله‌ای درجه ۵ $f(x) = 4x^5 - 6x^2 + 7 \rightarrow$
- چندجمله‌ای نیست $f(x) = \sqrt{x} + 1 \rightarrow$
- چندجمله‌ای درجه ۲ $f(x) = \frac{3}{5}x^2 + \sqrt{2}\frac{x}{5} + \log 5 \rightarrow$

کلیدهای انتقال توابع:

$$f(x) \rightarrow f(x+k): \begin{cases} k > 0 \\ k < 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow f(x)+k: \begin{cases} k > 0 \\ k < 0 \end{cases}$$

- $f(x) = x^2 \rightarrow y = (x-3)^2 \quad 3 \rightarrow, 4 \downarrow$
- $f(x) = |x| \rightarrow y = |x+1| - 3 \quad 1 \leftarrow, 3 \downarrow$

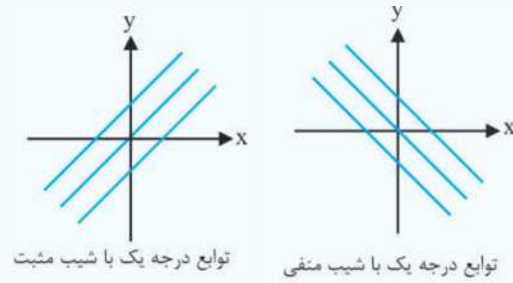
کلیدهای انبساط و انقباض توابع:

$$f(x) \rightarrow f(kx): \begin{cases} k > 1 \\ 0 < k < 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow kf(x): \begin{cases} k > 1 \\ 0 < k < 1 \end{cases}$$

$\rightarrow k < 0 \Rightarrow$ $f(kx)$ قرینه به محور y ها
 $kf(x)$ قرینه به محور x ها

a شیب خط \checkmark و نمودار آن نمایشگر یک خط راست است. b عرض از مبدا خط



تابع همانی:

$y=x$ تابع درجه یک با شیب یک و عرض از مبدأ صفر \checkmark
 ضابطه $f(x) = x$ یا $y = x$ \checkmark
 نیمساز ناحیه اول و سوم \checkmark

تابع ثابت:

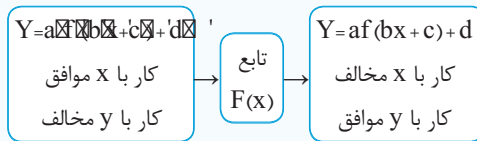
برد آن فقط شامل یک عضو است. \checkmark
 $f(x) = k$ \checkmark
 خط افقی و یا نقاط به صورت آرایش افقی \checkmark

تابع قدر مطلق:

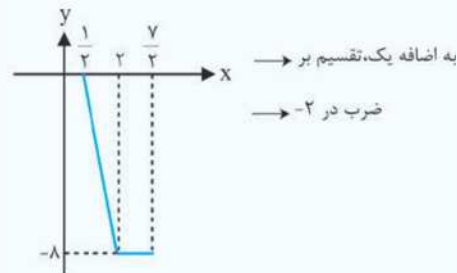
ضایعه به صورت $f(x) = |x|$ \checkmark
 نمودار هفتی \checkmark
تابع چندجمله‌ای: x در کسر و زیر رادیکال و داخل \log و مثلثات نباشد. \checkmark
درجه چندجمله‌ای: بیشترین درجه x در عبارت. \checkmark

تبدیل فرم استاندارد به فرم فاکتور شده

در یافتن نقاط نظیر هم و دامنه و بردهای تغییر یافته دستور کلی زیر را مدنظر بگیرید:

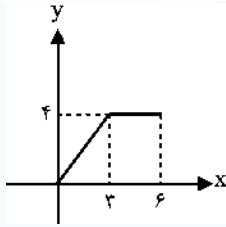


نمودار $y = 2f\left(\frac{x}{3}\right) - 1$ در زیر رسم شده است. نمودار $y = f(x)$ را رسم کنید.



x	۰	۳	۶
y	۰	۴	۴

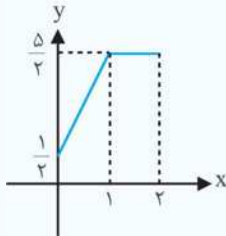
\checkmark چون از تابع تغییر یافته به تابع $f(x)$ می‌خواهیم برسیم - کار با x موافق
 - کار با y مخالف



✓ سپس جدول نقاط مهم جدید به صورت زیر است:

X	0	1	2
Y	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$

نمونه و $y = f(x)$ نمودار تابع $y = f(x)$ در زیر رسم شده است. نمودار $y = -2f(2x-1)$ را رسم کنید.



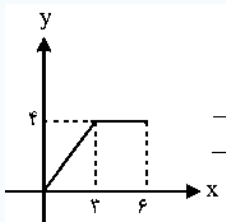
✓ نقاط مهم تابع را می‌یابیم:

X	0	3	6
Y	0	4	4

✓ چون از $f(x)$ به تابع دیگری می‌خواهیم برسیم - کار با x مخالف - کار با y موافق

✓ پس جدول نقاط مهم جدید به صورت زیر است:

X	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{7}{2}$
Y	0	-8	-8



$$3) f(x) = \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 - 6x + 10}$$

$$4) f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}}$$

$$5) f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{-3x^2 - 5x - 2}}$$

$$6) f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x - 9} + 3x$$

تساوی دو تابع:

✓ تساوی دامنه‌ها

✓ خروجی ای یکسان در هر مورد تابع (ضابطه‌ها با ساده کاری

یکسان شوند)

نمونه و $y = f(x)$ تساوی توابع زیر را بررسی کنید.

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2}} \\ g(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x-2}{x^2 - 4x + 4} \\ g(x) = \frac{1}{x-2} \end{cases}$$

دامنه توابع:

✓ مختص اول در زوج مرتبه‌ها

✓ محدود قابل قبول در توابع ضابطه‌ای

اصول تعیین دامنه:

✓ توابع چندجمله‌ای $D_f = \mathbb{R}$

✓ توابع کسری و توابع گویا: {ریشه‌های منفرجه}

✓ $u \geq 0$: $\sqrt[n]{u}$

✓ $u > 0$: صورت زوج

✓ $u > 0$ } $\log_v u$

✓ $u \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$: $\tan u$

✓ $u \neq k\pi$: $\cot u$

✓ قبل از ساده کاری دامنه را می‌یابیم.

✓ مفاهیم حل معادله و نامعادله و جدول تعیین علامت در یافتن

دامنه ضروری است.

نمونه و $y = f(x)$ دامنه توابع زیر را بیابید.

$$1) f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x^2 + x - 3}$$

$$2) f(x) = \frac{x}{x^2 - 6x + 9}$$

$$۵) y = -\sqrt{2-x} + 1$$

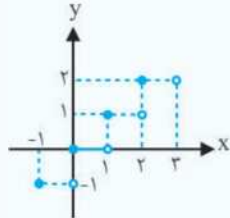
$$۶) y = -\sqrt{2x-1}$$

توابع پله‌ای:

توابع قطعه‌ای هستند که در اکثر موارد خط‌های افقی دارند.

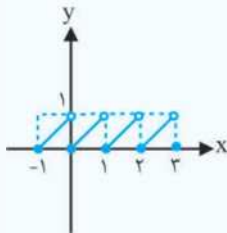
مدل‌های رایج توابع پله‌ای:

✓ در ساده‌ترین حالت تابع $y = [x]$ (جزء صحیح)



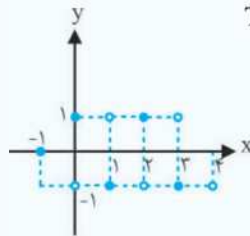
✓ مدل دندان‌اره‌ای $y = x - [x]$

- متناوب $T = 1$



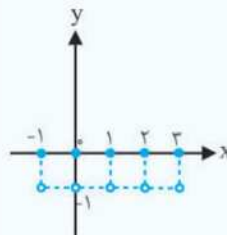
✓ مدل مربع $y = (-1)^{[x]}$

- متناوب $T = 2$



✓ مدل پاره خطی $y = [x] + [-x]$ $\begin{cases} -1x \notin Z \\ 0x \in Z \end{cases}$

- متناوب $T = 1$


توابع گویا:

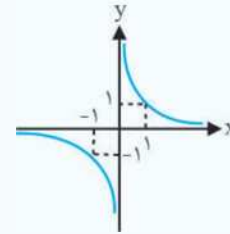
✓ زیرمجموعه‌ای از توابع کسری

✓ صورت و مخرج یک چندجمله‌ای هستند: $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$

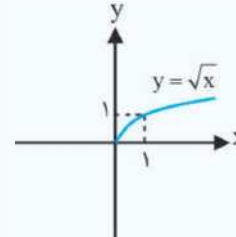
✓ $D_f = \mathbb{R} - \{Q(x) = 0\}$

✓ ساده‌ترین مدل تابع گویا $y = \frac{1}{x}$ است که تابعی هموگرافیک

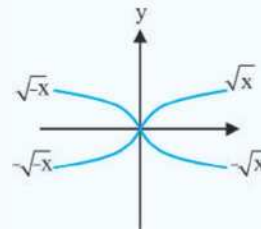
است و موسوم به تابع پروانه‌ای است.


توابع رادیکالی:

- ساده‌ترین مدل به صورت ابروئی است:



- راهنمایی رسم:



نمونه توابع زیر را رسم کنید.

$$۱) y = \frac{2}{x-1}$$

$$۲) y = \frac{x+1}{x-2}$$

$$۳) y = \frac{2x}{x+1}$$

$$۴) y = \sqrt{x-2} + 4$$

$$2f + g = \{(2, 2(5) + 0), (-2, 2(1) + 4)\} = \{(2, 10), (-2, 6)\}$$

$$\frac{f^2}{g-4} = \left\{ \left(2, \frac{5^2}{0-4} \right), \left(-2, \frac{1^2}{1-4} \right) \right\} = \left\{ \left(2, \frac{-24}{4} \right) \right\}$$

در زوج مرتب‌ها: مختص‌های مشترک را می‌یابیم و عملیات روی مختص دوم!

$$\begin{cases} f = \{(2, 5), (-3, 4), (-1, 2)\} \\ g = \{(3, -4), (-2, 4), (2, 0)\} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} f &= \{(2, 5), (-1, 4), (3, 2)\} \\ g &= \{(4, 3), (2, -1), (-2, 5), (0, 3)\} \\ \Rightarrow \begin{cases} fog = \{(4, 2), (2, 4), (0, 2)\} \\ gof = \{(-1, 3), (3, -1)\} \end{cases} \end{aligned}$$

از F شروع می‌شود:	از g شروع می‌شود:
$2 \rightarrow 5x$	$4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$
$-1 \rightarrow 4 \rightarrow 3$	$2 \rightarrow -1 \rightarrow 4$
$3 \rightarrow 2 \rightarrow -1$	$-2 \rightarrow 5x$
	$0 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

در ضابطه‌ها: پس از اشتراک‌گیری دامنه‌ها، عملیات روی ضابطه‌ها صورت می‌گیرد.

$$\begin{cases} D_{f+g} = D_{f-g} = D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g \\ D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{g=0\} \end{cases}$$

ترکیب توابع: خروجی اولی برای دومی ورودی محسوب می‌شود.
 ✓ در زوج مرتب‌ها، رابط حذف می‌شود.



در ضابطه‌ها: - موضوع ضابطه: ضابطه‌ی داخلی را به جای xها در ضابطه بیرون قرار می‌دهیم.

$$f(x) = \sqrt{x-3}, g(x) = \sqrt{5-x} \Rightarrow (fog)(x) = \sqrt{\sqrt{5-x}-3}$$

$$D_f : x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow D_f = [3, +)$$

$$D_g : 5 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5 \Rightarrow D_g = (-, 5]$$

$$D_{fog} = \{x | x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x | x \in (-, 5], \sqrt{5-x} \in [3, +)\} = (-, 5] \cap (-, -4] = (-, -4]$$

$$\sqrt{5-x} \geq 3 \Rightarrow 5-x \geq 9 \Rightarrow x \leq -4$$

✓ **یافتن درونی در ترکیب توابع:** ترکیب را حساب می‌کنیم و با داده طراح مقایسه می‌کنیم.

$$f(g(x)) = \frac{3x-1}{x+1}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x} \rightarrow f(g(x)) = \frac{g(x)+1}{g(x)} = \frac{3x-1}{x+1} \Rightarrow xg + g + x + 1 = 3xg - g$$

$$\Rightarrow -2x + 2g = -x - 1 \Rightarrow g(x) = \frac{-(x+1)}{-(2x-2)} \Rightarrow g(x) = \frac{x+1}{2x-2}$$

✓ **یافتن بیرونی در ترکیب توابع:** از درونی x را محاسبه کنید.

$$f(g(x)) = \frac{3x-1}{x+1}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x} \rightarrow g = \frac{x+1}{x} \Rightarrow xg = x+1 \Rightarrow x(g-1) = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{g-1}$$

$$f(g) = \frac{3(\frac{1}{g-1})-1}{\frac{1}{g-1}+1} \Rightarrow f(g) = \frac{3-g+1}{1+g-1} = \frac{4-g}{g} \Rightarrow f(x) = \frac{4-x}{x}$$

فصل ۱۰: معادله‌های درجه دوم

- ۱** مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) -۴
- ۲** به ازای کدام مقادیر m ، معادله $x^2 - 2mx - 3 = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی منفی است؟
- (۱) $m < -6$ (۲) $m > 3$ (۳) $0 < m < 3$ (۴) $3 < m < 6$
- ۳** به ازای کدام مقادیر m ، مجموع جذر هر دو ریشه‌ی معادله $x^2 - (m+1)x + \frac{1}{8} = 0$ برابر ۲ می‌باشد؟
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶
- ۴** به ازای کدام مقدار m ، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 - (m+2)x + 5 = 0$ برابر ۶ می‌باشد؟
- (۱) $-\frac{9}{5}$ (۲) ۱ (۳) ۱ و $-\frac{9}{5}$ (۴) $-\frac{9}{5}$ و -۱
- ۵** ریشه‌های کدام معادله از معکوس ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ ، یک واحد کمتر است؟
- (۱) $x^2 - 3x + 1 = 0$ (۲) $x^2 + 3x + 1 = 0$ (۳) $x^2 - 5x + 2 = 0$ (۴) $x^2 + 5x + 2 = 0$
- ۶** به ازای کدام مقدار a ، معادله $x^2 - 2(a-2)x + 14 - a = 0$ دارای دو ریشه‌ی متمایز مثبت است؟
- (۱) $-2 < a < 2$ (۲) $2 < a < 5$ (۳) $2 < a < 14$ (۴) $5 < a < 14$
- ۷** به ازای کدام مقادیر m معادله $(x+2)(x^2 - 2x + 4 + m) = 0$ سه ریشه‌ی حقیقی دارد؟
- (۱) $m < 2$ (۲) $m > 3$ (۳) $m \leq -3$ (۴) $m \geq -3$
- ۸** اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 + x - 3 = 0$ باشند، حاصل عبارت $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2$ کدام است؟
- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) -۳
- ۹** معادله $x^2 - 6x + a = 0$ درجه دومی که ریشه‌هایش $3 - \sqrt{9-a}$ و $3 + \sqrt{9-a}$ باشد، کدام است؟
- (۱) $x^2 - 6x + a = 0$ (۲) $x^2 + 6x + a = 0$ (۳) $x^2 - 6x - a = 0$ (۴) $x^2 + 6x - a = 0$
- ۱۰** اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 5x - 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\alpha^3\beta + \alpha\beta^3}{(\alpha^2 + 5\alpha + 4)(\beta^2 + 5\beta + 4)}$ کدام است؟
- (۱) $-\frac{27}{40}$ (۲) $-\frac{9}{40}$ (۳) $\frac{27}{40}$ (۴) $\frac{9}{40}$
- ۱۱** تعداد ریشه‌های معادله $x^2(x^2 + x - 12) = 25(x-3)(x+4)$ کدام است؟
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲
- ۱۲** در معادله $x^2 - 3x + 2m = 0$ اگر α و β ریشه‌های معادله باشند و داشته باشیم $2\alpha + 2\beta = 7$ مقدار m کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۳
- ۱۳** اگر یکی از جواب‌های معادله $3x^2 - mx + m - 3 = 0$ برابر ۲ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۳
- ۱۴** در مورد جواب ای حقیقی معادله $(x + \frac{3}{x})^2 - 3(x + \frac{3}{x}) = 4$ کدام گزینه درست است؟
- (۱) معادله جواب حقیقی ندارد. (۲) معادله دارای یک جواب مثبت است.
 (۳) معادله دو جواب مثبت دارد. (۴) معادله ۴ جواب دارد که دو تای آنها مثبت است.
- ۱۵** هرگاه ریشه‌های معادله $(a+b)x^2 - 2x + 6 = 0$ عکس ریشه‌های معادله $bx^2 + x + 4 = 0$ باشند، $a - b$ کدام است؟
- (۱) -۸ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) -۳

۱۶ در معادله $(x - \alpha)^2 = \beta$ مجموع مربعات جواب‌ها چقدر است؟

- (۱) $\alpha^2 + \beta^2$ (۲) $\alpha^2 - \beta^2$ (۳) $2(\alpha^2 - \beta^2)$ (۴) $2(\alpha^2 + \beta)$

۱۷ مجموع مربعات دو عدد طبیعی فرد متوالی ۸۰۲ است، مجموع این دو عدد کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) صفر (۳) ۴۵ (۴) ۴۷

۱۸ اگر α و β معادله $x^2 - 6x - 3 = 0$ باشند آن‌گاه معادله‌ای که ریشه‌های آن $\alpha + \beta$ و $\alpha\beta$ باشند کدام است؟

- (۱) $x^2 - 36x - 108 = 0$ (۲) $x^2 - 36x + 108 = 0$ (۳) $x^2 + 36x + 108 = 0$ (۴) $x^2 + 36x - 108 = 0$

۱۹ به ازای چه مقدار m دو معادله $2mx^2 - 5x + 1 = 0$ و $mx^2 + 3x - 5 = 0$ دارای یک ریشه‌ی مشترک هستند؟

- (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) -۱

۲۰ اگر یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + x + m = 0$ از دو برابر معکوس دیگری ۲ واحد بیشتر باشد، m کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۴ (۳) ۰ و -۲ (۴) ۰ و ۴

۲۱ معادله $x - 5\sqrt{x} + 4 = 0$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۲ اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشند، حاصل $\sqrt{\alpha^2 + 4\beta^2} + 2\beta$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{72}$ (۲) $\sqrt{88}$ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۳ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 14x + 1 = 0$ ، مقدار $\alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha}$ چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۸

۲۴ اگر یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - bx + 1 = 0$ برابر $\sqrt{7} - 2$ باشد ریشه‌ی دیگر کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{7}-3}{3}$ (۲) $\frac{2-\sqrt{7}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{7}+2}{3}$ (۴) $\frac{3-\sqrt{7}}{3}$

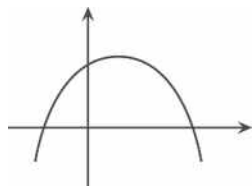
۲۵ به ازای چند مقدار صحیح a ، تابع درجه‌ی دوم $y = ax^2 + 2(a+2)x + 2a + 7$ محور x را حداقل در یک نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

۲۶ به ازای کدام مقدار m عدد $\sqrt{7}$ واسط هندسی بین ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 - 16x + m^2 + 12 = 0$ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ و ۴ (۳) ۳ (۴) -۳

۲۷ ضابطه‌ی تابع f با نمودار مقابل، مطابق کدام گزینه می‌تواند باشد؟



(۱) $y = -x^2 + 5x - 7$

(۲) $y = -2x^2 + 3x + 5$

(۳) $y = -x^2 - 2x + 2$

(۴) $y = -3x^2 - 2x + 4$

۲۸ معادله‌ی وتر مشترک دو سهمی $y = x^2 - 4x + 5$ و $y = -x^2 + 2x$ کدام است؟

- (۱) $2y = 2x + 5$ (۲) $2y + 2x = 5$ (۳) $y = 2x + 5$ (۴) وتر مشترک ندارند

۲۹ به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y = x(2x + m - 1) + 1$ بر محور x هم‌مماس است؟

- (۱) $1 \pm \sqrt{2}$ (۲) $1 \pm 2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2} \pm 1$ (۴) $2\sqrt{2} \pm 1$

۳۰ منحنی به معادله $y = (m+2)x^2 + 4x + m - 1$ به ازای کدام مقدار m محور x را در دو نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) $-3 < m < 2$ (۲) $-2 < m < 3$ (۳) $-1 < m < 2$ (۴) $1 < m < 2$

۳۱ منحنی به معادله $y = (x-1)(x^2 - ax + a)$ محور x را در ۳ نقطه قطع می‌کند. حدود a کدام است؟

- (۱) $0 < a < 4$ (۲) $a > 4$ یا $a < 0$ (۳) $-4 < a < 0$ (۴) $a > 0$ یا $a < -4$

۳۲ به ازای کدام مقدار m ، رأس سهمی $y = mx^2 - 3x + 1$ بر روی نیمساز ربع اول و سوم قرار دارد؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۳۳ نمودار $y = (x+2)^2 - 2$ از کدام ناحیه‌ی دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۳۴ به ازای کدام مقدار m ، منحنی به معادله‌ی $y = (m+1)x^2 - 2x + m - 1$ مماس بر محور x ها و در بالای آن قرار دارد؟

- (۱) -2 (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) 2

۳۵ برد تابع $f(x) = -x^2 + 6x + 2$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 2]$ (۲) $(-\infty, 1]$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) \mathbb{R}

۳۶ مینیمم تابع $y = x^2 + 6x + a$ روی خط $y = 2x + 1$ قرار دارد. a کدام است؟

- (۱) 4 (۲) 5 (۳) 9 (۴) -3

۳۷ معادله‌ی محور تقارن کدام است؟

- (۱) $2x + 1 = 0$ (۲) $2y - 1 = 0$ (۳) $2x - 1 = 0$ (۴) $2y + 1 = 0$

۳۸ کدام تابع ماکسیمم دارد و مینیمم ندارد؟

- (۱) $y = x^2 - 4x$ (۲) $y = 4x - 2x^2$ (۳) $y = x^3 - 2x$ (۴) $y = x - x^3$

۳۹ کدام تابع مینیمم دارد و ماکسیمم ندارد؟

- (۱) $y = -2x^2 + 2$ (۲) $y = 2x^2 + 2x + 1$ (۳) $y = -\sqrt{6}x^2 + 2$ (۴) $y = x - x^2$

۴۰ نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = x^2 + bx + 1$ روی محور oy دارای مینیمم است. b کدام است؟

- (۱) 0 (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۴۱ نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = x^2 + ax + 1$ روی خط $y = 1$ دارای می‌نیم است. a کدام است؟

- (۱) 0 (۲) 1 (۳) -2 (۴) 2

۴۲ کمترین مقدار عبارت $y = x^2 - x + 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۴۳ بیشترین مقدار عبارت $y = -x^2 - x + 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۴۴ نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = x^2 + 2ax + 3$ بالای محور x هاست. مقادیر a در کدام گزینه صدق می‌کند؟

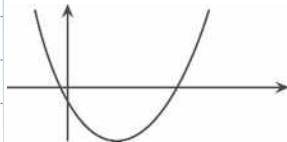
- (۱) $a > -\sqrt{3}$ (۲) $a < \sqrt{3}$ (۳) $a < -\sqrt{3}$ یا $a > \sqrt{3}$ (۴) $-\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$

۴۵ محور تقارن منحنی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 + x + 1$ منحنی $y = \frac{2x-1}{4x}$ را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) $(-\frac{1}{4}, -1)$ (۲) $(-\frac{1}{4}, 1)$ (۳) $(\frac{1}{4}, 0)$ (۴) $(\frac{1}{4}, 1)$

۴۶ سهمی $y = ax^2 + bx + c$ در شکل زیر داده شده است. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $b > 0$
(۲) $c > 0$
(۳) $ac > 0$
(۴) $abc > 0$



۴۷ به ازای کدام مقادیر a منحنی تابع $y = ax^2 - ax + 2a - 1$ فقط از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) $[\frac{1}{4}, \frac{4}{3}]$ (۲) $[\frac{1}{4}, \frac{4}{3})$ (۳) $[0, \frac{1}{4}]$ (۴) $[1, +\infty)$



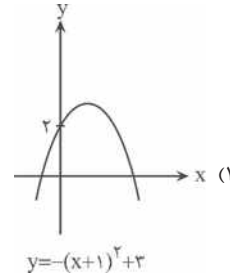
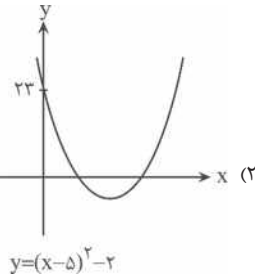
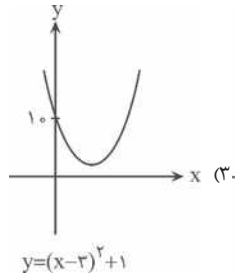
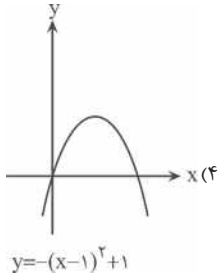
۴۸) برد تابع درجه‌ی دوم $f(x) = ax^2 + 2x + 2a$ به صورت $(-\infty, 1]$ است. مقدار $f(0)$ کدام است؟

- ۱ یا $\frac{-1}{2}$ (۱) ۲ یا ۲-۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴)

۴۹) برای تابع $f(x) = x^2 + 3x + \frac{11}{2}$ مقدار y چند عدد طبیعی را نمی‌تواند بپذیرد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۵۰) نمودار کدام تابع غلط رسم شده است؟



مجموعه سوالات تستی فصل ۱

- ۱ اگر n عدد صحیحی باشد که تفاضل آن از جذرش برابر نصف آن باشد، چند جواب برای n وجود دارد؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۲ جواب معادله $x = 2 + \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$ به کدام صورت است؟
- (۱) یک جواب منفی (۲) دو جواب مختلف‌العلامت (۳) دو جواب مثبت (۴) یک جواب مثبت
- ۳ مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - x + 1} > \frac{3}{4}$ شامل چند عدد صحیح است؟
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵
- ۴ مجموعه جواب دستگاه نامعادلات مقابل کدام است؟
- $$\begin{cases} \frac{x}{2} < \frac{1}{2} + \frac{x}{3} \\ \frac{x^2 - x}{2x - 2} + \frac{x^2 - x}{3x - 3} < \frac{5}{6} \end{cases}$$
- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(1, 3)$ (۴) $(1, +\infty)$
- ۵ بعد از بارش برف سنگین، علی می‌تواند تمام مسیرهای جاده را در مدت زمان ۳۰ دقیقه باز کند. اگر برادر کوچک‌ترش محمد به او کمک کند این کار تنها ۲۰ دقیقه طول خواهد کشید. چه مدت طول می‌کشد تا محمد خودش به تنهایی این کار را انجام دهد؟
- (۱) ۴۰ دقیقه (۲) ۱۰ دقیقه (۳) ۶۰ دقیقه (۴) ۱۲۰ دقیقه
- ۶ یک نقاش به تنهایی یک ساختمان را در ۱۰ ساعت رنگ می‌کند اما همکار او همین کار را در ۱۵ ساعت انجام می‌دهد. اگر نقاش شروع به رنگ‌آمیزی ساختمان کرده و همکارش بعد از ۵ ساعت با کمک او بیاید، پس از ملحق شدن همکارش چند ساعت طول می‌کشد که کار انجام شود؟
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۸
- ۷ مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} > \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 2x - 8}$ کدام است؟
- (۱) $(-2, +\infty)$ (۲) $(-2, +\infty) - \{1, 4\}$ (۳) $[-2, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 2) \cup (-2, +\infty)$
- ۸ علی کاری را ۲۰ روز زودتر از حسین تمام می‌کند. اگر علی و حسین، با هم کار کنند همین کار ۲۴ روز طول می‌کشد. حسین این کار را به تنهایی چند روزه تمام می‌کند؟
- (۱) ۲۴ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴) ۱۶
- ۹ نمودار $y = \frac{6x^2 - 3x + 7}{x^2 + 1}$ در بازه (a, b) پایین‌تر از خط به معادله $y = 5$ قرار دارد. مقدار ab کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۱۰ به ازای چند مقدار k معادله $\frac{x}{2-x} - \frac{k}{x} = \frac{x^2 - x + 3}{2x - x^2}$ جواب ندارد؟
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) هیچ
- ۱۱ اگر نامعادله $6 \leq \frac{2kx^2 - kx - 6}{-x^2 - x - 1}$ به ازای همه مقادیر x برقرار باشد k کدام است؟
- (۱) ۶ (۲) -۳ (۳) -۶ (۴) هر مقدار k
- ۱۲ اگر معادله $\frac{1}{t^2 + t + 2} = \frac{3}{t^2 - t + m}$ دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشد، محدوده m کدام است؟
- (۱) $m > 4$ (۲) $0 < m < 5$ (۳) $m < 4$ (۴) $-5 < m < 0$

۱۳ اگر مساحت مستطیلی به اضلاع $x-2$ و $2x-3$ از مساحت مربعی به ضلع x کمتر باشد x در کدام بازه زیر می تواند قرار داشته باشد؟

(۱) $1 < x < 6$ (۲) $2 < x < 6$ (۳) $x > 6$ (۴) $x < 1$

۱۴ اگر مجموع جواب های حقیقی $\frac{kt}{t^2+t-2} + \frac{2t-1}{t^2+3t+2} = \frac{-1}{t+2}$ برابر ۲ باشد، آن گاه k کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) -۱

۱۵ در یک مستطیل، نسبت طول به عرض آن برابر است با نسبت مجموع طول و عرض به طول مستطیل. اگر عرض مستطیل $\sqrt{5}-1$ باشد، طول آن چه قدر است؟

(۱) $\sqrt{5}+1$ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

۱۶ مجموعه مقادیر x در نامعادله $\frac{x^2+9}{2x+1} \geq 0$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2} < x \leq 3$ (۲) $-3 \leq x \leq 3$ (۳) $x > -\frac{1}{2}$ (۴) $x \geq -3$

۱۷ اگر مجموعه جواب نامعادله $(m+1)x + m + k \geq 0$ به صورت $[0, +\infty)$ باشد کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $k < 1, m > -1$ (۲) $k > 1, m > -1$ (۳) $k > -1, m > 1$ (۴) $k > 1, m > 1$

۱۸ اگر $x = 4$ جواب معادله $\sqrt{5x-x^2} = m+x$ باشد، جواب دیگر آن به چه صورت است؟

(۱) منفی (۲) مثبت (۳) صفر (۴) جواب دیگری ندارد.

۱۹ معادله $x^2 - 2 = \sqrt{x+3}$ چند جواب دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۰ معادله $\sqrt{2a-5} - \sqrt{a+1} = -1$ چند جواب دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) جواب ندارد.

۲۱ حاصل جمع ریشه های $\sqrt{2x} + \sqrt{6x^2+1} = x+1$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۲۲ اگر $\sqrt{y^2-9} + \sqrt{y^4+7x+3} = 0$ باشد، x کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۶ (۴) -۶

۲۳ تعداد جواب های معادله $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۴ اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 + x - 4 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{x_1^2 + x_1}{x_2^2 + x_2}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) -۱

۲۵ سرعت یک قایق موتوری، در اب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت اب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۲۶ مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ ، به کدام صورت است؟

(۱) $\mathbb{R} - [-6, 4]$ (۲) $\mathbb{R} - [-4, 6]$ (۳) $x > 4$ (۴) $x < -6$

۲۷ اگر $3a + \sqrt{2a^2 + fa} = 2$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ ، کدام است؟

(۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) $3/5$ (۴) $4/5$

۲۸ معادله $\sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} = x^2 - 7x$ چند جواب حقیقی دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۹ معادله $\sqrt{x+10}\sqrt{x-2}+3+\sqrt{x-2}=5$ چند جواب دارد؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۳۰ معادله $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{2x^2-5x+3}=0$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴)

۳۱ ریشه‌های معادله $2-3x = -5\sqrt{1-9x^2}$ به چه صورت است؟

(۱) دو ریشه مثبت دارد.

(۲) یک ریشه منفی و یک ریشه مثبت دارد.

(۳) دو ریشه منفی دارد.

(۴) ریشه ندارد.

۳۲ معادله $4 = \sqrt{1+\frac{y}{x}} + 4\sqrt{\frac{x}{y+x}}$ چند جواب دارد؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۳۳ حاصل جمع ریشه‌های معادله $x^2+2x+1 = \sqrt{2x^2+4x+5}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۴ استخری توسط دو شیر A و B پر می‌شود. دو شیر A و B با هم استخر را در ۱۵ ساعت پر می‌کنند. بعد از ۶ ساعت باز بودن هر دو شیر A و B، شیر A را می‌بندیم شیر B به تنهایی ۱۵ ساعت بعد استخر را پر می‌کند. چند ساعت طول می‌کشد که شیر A به تنهایی استخر را پر کند؟

- ۳۲ (۱) ۳۲/۵ (۲) ۳۷/۵ (۳) ۳۸ (۴)

۳۵ معادله $1-x = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ چند جواب دارد؟

- ۳ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ جواب ندارد.