



جبر و معادله

الگویابی عددی

در فصل قبل مشاهده کردید که تعدادی عدد را پشت سر هم می‌نویسیم به طوری که هر کدام به مقدار ثابت d از قبلی بزرگ‌تر است ($d = \text{گام}$). مانند: $۳, ۷, ۱۱, ۱۵, \dots, ۷۹$. این الگوی عددی منظم را «تصاعد حسابی» می‌گویند. یاد گرفتیم که:

$$\text{تعداد عددها} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{\text{گام}} + ۱ = \frac{۷۹ - ۳}{۴} + ۱ = ۲۰$$

$$\text{مجموع عددها} = \frac{\text{تعداد}}{۲} (\text{اولی} + \text{آخری}) = \frac{۲۰}{۲} (۳ + ۷۹) = ۸۲۰$$

از این‌جا به بعد به اولین عدد الگو که در مثال بالا ۳ است «جمله‌ی اول»، دومین عدد را که در مثال بالا ۷ است «جمله‌ی دوم» و ... می‌گوییم. حال سؤال این است که مثلاً جمله‌ی نهم، جمله‌ی هفدهم و اگر الگو را ادامه دهیم جمله‌ی پنجاهم چند است؟ و یک سؤال بزرگ‌تر، جمله‌ی n ام بر حسب n چیست؟ توجه کنید:

$$\begin{array}{cccccc} +۴ & +۴ & +۴ & +۴ & +۴ & \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \\ ۳, & ۷, & ۱۱, & ۱۵, & ۱۹, & \dots \end{array}$$

$$\text{جمله‌ی دوم} \quad ۷ = ۳ + (۱)۴$$

$$\text{جمله‌ی سوم} \quad ۱۱ = ۳ + (۲)۴$$

$$\text{جمله‌ی چهارم} \quad ۱۵ = ۳ + (۳)۴$$

$$\text{جمله‌ی پنجم} \quad ۱۹ = ۳ + (۴)۴$$

⋮

$$\text{جمله‌ی نهم} \quad = ۳ + (۸)۴ = ۳۵$$

$$\text{جمله‌ی هفدهم} \quad = ۳ + (۱۶)۴ = ۶۷$$

$$\text{جمله‌ی پنجاهم} \quad = ۳ + (۴۹)۴ = ۱۹۹$$

از نظمی که مشاهده می‌کنید می‌توانیم بنویسیم:

و به طور کلی می‌توان گفت:

$$\text{جمله‌ی } n \text{ ام} = ۳ + (n-1) \times ۴ = ۳ + n \times ۴ - ۱ \times ۴ = ۴n - ۱$$

دانستن جمله‌ی n ام بر حسب n این قدرت را به ما می‌دهد که هر یک از جملات را به راحتی حساب کنیم. مثلاً:

$$\text{جمله‌ی } ۱۰۰ \text{ ام} = ۴(۱۰۰) - ۱ = ۳۹۹$$

نکته

در تصاعد حسابی با جمله‌ی اول a و گام d ، جمله‌ی n ام برابر است با:

$$\text{جمله‌ی } n \text{ ام} = a + (n-1) \times d$$

توجه «جمله‌ی n ام بر حسب n » را «جمله‌ی عمومی» نیز می‌گویند.

$$-۲, ۵, ۱۲, ۱۹, \dots$$

تست ۱: در الگوی عددی زیر جمله‌ی n ام کدام است؟

$$۵n - ۷ \quad (۴)$$

$$۷n - ۲ \quad (۳)$$

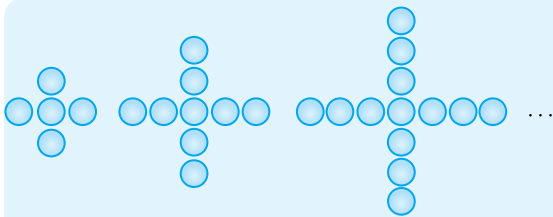
$$۷n - ۹ \quad (۲)$$

$$۷n - ۵ \quad (۱)$$

پاسخ: یک الگوی تصاعد حسابی داریم که جمله‌ی اول آن $a = -۲$ و گام آن $d = ۷$ است (هر جمله از جمله‌ی قبلی اش ۷ واحد بیش‌تر است). پس بنا به فرمولی که در نکته‌ی قبل به آن رسیدیم:

$$\text{جمله‌ی } n \text{ ام} = ۷n - ۹ \Rightarrow \text{جمله‌ی } n \text{ ام} = a + (n-1) \times d = -۲ + (n-1) \times ۷ = -۲ + ۷n - ۷$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.



تست ۲: در الگوی زیر، شکل بیستم چند تا \bigcirc دارد؟

۷۶ (۱)

۸۱ (۲)

۸۵ (۳)

۷۹ (۴)

۵, ۹, ۱۳, ...

پاسخ: تعداد دایره‌ها در شکل، تشکیل یک الگوی عددی می‌دهند:

که یک تصاعد حسابی است با جمله‌ی اول ۵ و گام ۴. پس جمله‌ی بیستم برابر است با: $5 + (20-1) \times 4 = 5 + 19 \times 4 = 81$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

یافتن سریع‌تر جمله‌ی n ام

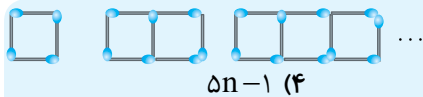
در تصاعد حسابی $4, 7, 10, 13, \dots$ با توجه به نکته‌ی قبل می‌توانیم جمله‌ی n ام را به صورت $4 + (n-1) \times 3$ بنویسیم که ساده شده‌ی آن می‌شود $3n + 1$. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، ضریب n همان گام است! ضمناً اگر به جای n، ۱ قرار دهید، می‌شود ۴ که همان جمله‌ی اول است. با این ترفند می‌توانیم جمله‌ی عمومی تصاعد حسابی را سریع‌تر بنویسیم:

مثلاً برای تصاعد حسابی $5, 11, 17, 23, \dots$ می‌توان گفت که چون گام ۶ است، پس جمله‌ی عمومی به شکل $6n + \square$ است (یعنی گام، ضریب n است). به جای \square باید عددی بنویسیم که وقتی قرار می‌دهیم $n=1$ ، حاصل برابر شود با جمله‌ی اول که ۵ است: $6(1) + \square = 5$

پس کافی است به جای \square عدد -1 را قرار دهیم. در نتیجه جمله‌ی عمومی $6n - 1$ است.

نکته

در یک تصاعد حسابی با جمله‌ی اول a و گام d، جمله‌ی n ام به صورت $d \times n + \square$ است و به جای \square عددی می‌آید که با $n=1$ حاصل برابر با جمله‌ی اول بشود (یا مثلاً با $n=2$ حاصل جمله‌ی دوم بشود).



تست ۳: در الگوی زیر، شکل n ام چند چوب کبریت دارد؟

$5n - 1$ (۴)

$3n + 1$ (۳)

$3n - 2$ (۲)

$4n$ (۱)

پاسخ: راه‌حل اول: تعداد چوب کبریت‌ها، الگوی عددی $4, 7, 11, \dots$ را می‌سازند که یک تصاعد حسابی با جمله‌ی اول ۴ و گام ۳ است و بنا به نکته‌ی قبل از تست ۱، جمله‌ی n ام برابر است با:

$$4 + (n-1) \times 3 = 3n + 1$$

راه‌حل دوم: تعداد چوب کبریت‌ها، الگوی عددی $4, 7, 11, \dots$ را می‌سازند که یک گام آن ۳ است، پس جمله‌ی n ام به صورت $3n + \square$ است و به جای \square عددی قرار می‌گیرد که با $n=1$ حاصل برابر با، جمله‌ی اول شود (نکته‌ی بالا):

$$3(1) + \square = 4 \Rightarrow \square = 1$$

پس جمله‌ی n ام $3n + 1$ است.

راه‌حل سوم: با $n=1$ ، حاصل باید ۴ شود چون شکل اول ۴ تا چوب کبریت دارد، پس گزینه‌ی (۲) غلط است. گزینه‌های دیگر با $n=1$ می‌شوند (۴) با $n=2$ حاصل باید ۷ شود چون شکل دوم ۷ تا چوب کبریت دارد. پس فقط گزینه‌ی (۳) درست است.

الگوهای منجر به تصاعد حسابی

گاهی الگوی عددی داده‌شده به سادگی تصاعد حسابی نیست و یافتن جملات خاص یا جمله‌ی n ام آن نیازمند کمی خلاقیت است. به مثال‌های زیر توجه کنید:

$2, -5, 8, -11, \dots$

تست ۴: در الگوی مقابل جمله‌ی بیستم چند است؟

-62 (۴)

-59 (۳)

62 (۲)

59 (۱)

پاسخ: اگر از علامت‌های منفی صرف‌نظر کنیم، یک تصاعد حسابی داریم، $2, 5, 8, 11, \dots$ که جمله‌ی بیستم آن $2 + 19 \times 3 = 59$

است. ضمناً چون جملات دوم، چهارم و ... (شماره‌های زوج) علامت منفی دارند، پس جمله‌ی بیستم -59 است.

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

۲, ۵, ۷, ۹, ۱۲, ۱۳, ۱۷, ۱۷, ...

تست ۵: در الگوی مقابل مجموع جملات سی‌ام و سی و یکم کدام است؟

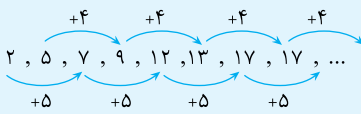
۱۴۲ (۴)

۱۵۶ (۳)

۱۴۸ (۲)

۱۳۸ (۱)

پاسخ: در این مثال اگر جملات را یک در میان در نظر بگیریم تصاعد حسابی خواهیم داشت:

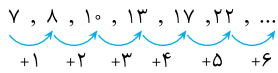


به این ترتیب، جمله سی‌ام الگو می‌شود جمله پنزدهم تصاعد حسابی با جمله اول ۵ و گام ۴، یعنی $۵ + ۱۴ \times ۴ = ۶۱$. جمله سی و یکم هم جمله شانزدهم تصاعد حسابی با جمله اول ۲ و گام ۵ است که می‌شود: $۲ + ۱۵ \times ۵ = ۷۷$. پس مجموع جملات سی‌ام و سی و یکم برابر است با $۶۱ + ۷۷ = ۱۳۸$. بنابراین گزینه‌ی (۱) درست است.

الگوهای غیر از تصاعد حسابی

۷, ۸, ۱۰, ۱۳, ۱۷, ۲۲, ...

به الگوی عددی مقابل توجه کنید:



در این الگو، گام مقدار ثابتی ندارد:

با نوشتن جملات این دنباله به شکل زیر به نظم موجود در جملات پی می‌بریم. به عنوان مثال برای محاسبه‌ی جمله‌ی پنجاهم این دنباله به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{جمله‌ی دوم} = 7 + (1)$$

$$\text{جمله‌ی سوم} = 7 + (1 + 2)$$

$$\text{جمله‌ی چهارم} = 7 + (1 + 2 + 3)$$

$$\text{جمله‌ی پنجم} = 7 + (1 + 2 + 3 + 4)$$

⋮

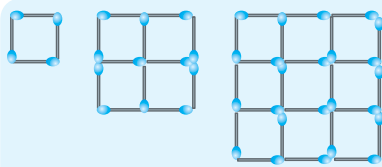
$$\text{جمله‌ی پنجاهم} = 7 + (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + ۴۹)$$

به این ترتیب:

بنا به نکات فصل قبل، مجموع اعداد داخل پرانتز برابر است با:

$$\frac{\text{تعداد}}{۲} (1 + ۴۹) = \frac{۴۹}{۲} (۱ + ۴۹) = ۴۹ \times ۲۵ = ۱۲۲۵ \Rightarrow \text{جمله‌ی پنجاهم} = 7 + ۱۲۲۵ = ۱۲۳۲$$

نکته در الگوهایی که تصاعد حسابی نیستند، هر چند که گام، ثابت نیست اما از نظم معینی پیروی می‌کند.



تست ۶: در الگوی زیر، شکل دهم چند چوب کبریت دارد؟

۲۴۰ (۲)

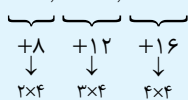
۲۲۰ (۱)

۲۸۰ (۴)

۲۱۰ (۳)

پاسخ: راه‌حل اول: تعداد چوب کبریت‌ها یک الگوی عددی می‌سازند:

۴, ۱۲, ۲۴, ۴۰, ...



$$\text{جمله‌ی دوم} = ۴ + (۸) \quad , \quad \text{جمله‌ی سوم} = ۴ + (۸ + ۱۲) \quad , \quad \text{جمله‌ی چهارم} = ۴ + (۸ + ۱۲ + ۱۶) \quad , \quad \dots$$

۱۰×۴

↑

$$\Rightarrow \text{جمله‌ی دهم} = ۴ + (۸ + ۱۲ + ۱۶ + \dots + ۴۰) \Rightarrow \text{جمله‌ی دهم} = ۴ + ۸ + ۱۲ + ۱۶ + \dots + ۴۰$$

$$\underbrace{۴۰ - ۴ + ۱}_{\text{تعداد}} = ۱۰$$

$$\text{حاصل} = \frac{\text{تعداد}}{۲} (1 + ۴۰) = \frac{۱۰}{۲} (۴ + ۴۰) = ۲۲۰$$



راه حل دوم: تعداد چوب کبریت‌ها یک الگوی عددی می‌سازند:

$$4, 12, 24, 40, \dots \Rightarrow \text{جمله } n \text{ ام} = 2 \times n \times (n+1)$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 \times 1 \times 2 & 2 \times 2 \times 3 & 2 \times 3 \times 4 & 2 \times 4 \times 5 \end{array}$$

جمله ی دهم = $2 \times 10 \times 11 = 220$

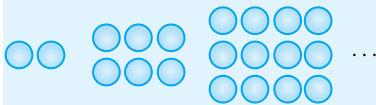
در نتیجه:

بنابراین گزینه ی (۱) درست است.

نکته

در پرسش‌های چهارگزینه‌ای، اگر جمله ی n ام یک الگو را خواسته باشند، گزینه‌ای جواب است که با $n=1$ ، $n=2$ و $n=3$ جمله‌های اول، دوم و سوم آن الگو را تولید کند.

تست ۷: در الگوی زیر، شکل n ام چند \bigcirc دارد؟



(۱) $n \times n - n$

(۲) $2n \times n + n - 1$

(۴) $4n - 2$

(۳) $n \times n + n$

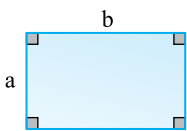
پاسخ: گزینه‌ای درست است که به ازای $n=1$ بشود ۲ (شکل اول ۲ تا \bigcirc دارد). پس گزینه ی (۱) غلط است چون $1 \times 1 - 1 \neq 2$ گزینه ی درست با $n=2$ باید ۶ شود. به این ترتیب گزینه ی (۲) هم غلط است. چون $2 \times 2 \times 2 + 2 - 1 \neq 6$. گزینه ی درست با $n=3$ باید ۱۲ شود. بین گزینه‌های (۳) و (۴)، گزینه ی (۳) در شرط گفته شده صدق می‌کند: $3 \times 3 + 3 = 12$ بنابراین گزینه ی (۳) درست است.

کاربرد حروف در جبر

وقتی در مورد یک عدد طبیعی مشخص صحبت می‌کنیم، آن عدد و عملیاتی که روی آن اعمال می‌شود را می‌توان به صورت مشخصی نشان داد. مثلاً اگر 25° را نصف و از آن 30° واحد کم کنیم حاصل برابر است با:

$$\frac{25^\circ}{2} - 30^\circ = 12.5^\circ - 30^\circ = 9.5^\circ$$

اما اگر بخواهیم هر عدد طبیعی را نصف و از آن 30° واحد کم کنیم، نیاز خواهیم داشت که آن عدد طبیعی را نام‌گذاری کنیم. اگر آن عدد طبیعی را n بنامیم، حاصل $\frac{n}{2} - 30^\circ$ خواهد بود. کاربرد حروف در ریاضیات را «بیان جبری» می‌گویند.



مثلاً برای بیان مساحت و محیط یک مستطیل می‌توانیم طول و عرض آن را به ترتیب b و a بنامیم. در این صورت مساحت و محیط آن بر حسب a و b بیان می‌شود:

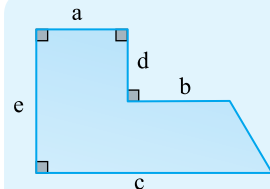
$$P = 2(a+b) \text{ محیط} \quad , \quad S = a \times b \text{ مساحت}$$

این‌که دو حرف متفاوت را برای طول و عرض به کار برده‌ایم، به معنای آن است که اندازه‌های طول و عرض مستطیل به یک‌دیگر ارتباط و وابستگی ندارند.

نکته

با به کار بردن حروف می‌توان برخی مفاهیم، روابط و واقعیت‌های ریاضی را راحت‌تر بیان کرد. بیش‌ترین کاربرد ی که شما بر آن مسلط هستید بیان محیط و مساحت اشکال هندسی است.

تست ۸: مساحت شکل روبه‌رو بر حسب حروف به کار رفته در شکل کدام است؟



(۱) $ad + \frac{1}{2}(a+b+c)e$

(۲) $ae + \frac{1}{2}(b+c)(e-d)$

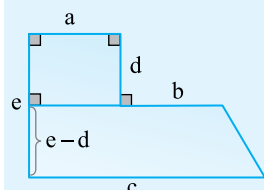
(۳) $ad + \frac{1}{2}(a+b+c)(e-d)$

(۴) $ae + \frac{1}{2}(c+a-b)(e-d)$

پاسخ: مساحت مستطیل برابر است با «طول \times عرض» و مساحت ذوزنقه نصف مجموع دو قاعده ضرب در ارتفاع. در نتیجه مساحت شکل برابر است با:

$$S = \text{مساحت مستطیل} + \text{مساحت ذوزنقه} \Rightarrow S = a \times d + \frac{1}{2}(a+b+c)(e-d)$$

بنابراین گزینه ی (۳) درست است.



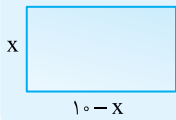
تست ۹: محیط یک مستطیل ۲۰ واحد و عرض آن x است. مساحت مستطیل کدام است؟

- (۱) $20x - 100$ (۲) $10x - x \times x$ (۳) $5x \times x$ (۴) $(20 - x)x$

پاسخ: از آنجا که محیط مستطیل ۲۰ واحد است، پس مجموع طول و عرض آن $20 \div 2 = 10$ واحد است. یعنی:

$$10 = \text{عرض} + \text{طول}$$

در نتیجه $10 = x + \text{طول}$ ، و خواهیم داشت $10 - x = \text{طول}$.



$$S = \text{مساحت مستطیل برابر است با:} \quad S = \text{طول} \times \text{عرض} = (10 - x) \times x = 10x - x \times x$$

بنابراین گزینه‌ی (۲) درست است.

نکته اگر n یک عدد صحیح باشد، عدد قبل از آن $n-1$ ، عدد بعد از آن $n+1$ ، دو برابر آن $2n$ و نصف آن $\frac{n}{2}$ است.

تست ۱۰: اگر n یک عدد طبیعی باشد، معادل کلامی عبارت $3(n+1)$ کدام است؟

- (۱) یک واحد بیش‌تر از سه برابر n (۲) سه واحد بیش‌تر از عدد طبیعی بعد از n
(۳) سه برابر عدد طبیعی بعد از n (۴) سه واحد بیش‌تر از n

پاسخ: $n+1$ ، عدد بعد از n است و در نتیجه $3(n+1)$ می‌شود سه برابر عدد بعد از n . بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

محاسبه‌ی عبارت‌های جبری

وقتی می‌خواهیم مقدار یک عبارت جبری را به ازای مقادیر معینی از متغیرهای آن محاسبه کنیم، مهم‌ترین موضوع ترتیب عملیات است. مثلاً برای محاسبه‌ی $2(a+bx) - b \times a$ به ازای $a=10$ ، $b=7$ و $c=-11$ ، ابتدا باید مقدار داخل پرانتز را حساب کنیم، سپس حاصل در ۲ ضرب شده و مقدار $b \times a$ را از آن کم کنیم:

$$2(a+bx) - b \times a = 2(10+7(-11)) - 7 \times 10 = 2(10-77) - 70 = 2(-67) - 70 = -134 - 70 = -204$$

نکته

در محاسبه‌ی مقدار عددی عبارت‌های جبری، ترتیب عملیات به صورت زیر است: ابتدا محتوای داخل پرانتزها، سپس ضرب و تقسیم‌ها و در آخر جمع و تفریق‌ها.

تست ۱۱: اگر در محاسبه‌ی عبارت $2(a+(b)) \times ((c)+a)$ به ازای $a=10$ ، $b=17$ و $c=5$ پرانتزها را پاک کنیم، جواب عبارت

چقدر تغییر می‌کند؟

- (۱) تغییری نمی‌کند. (۲) ۳۰۰ واحد کم می‌شود. (۳) ۶۹۵ واحد کم می‌شود. (۴) ۲۱۰ واحد زیاد می‌شود.

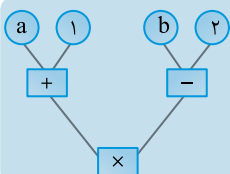
پاسخ: $2(10+17)(5+10) = 2 \times 27 \times 15 = 810$ مقدار درست عبارت

$2a + b \times c + a = 2 \times 10 + 17 \times 5 + 10 = 115$ مقدار عبارت بدون پرانتزها

مشاهده می‌کنید که مقدار عبارت ۶۹۵ واحد کم می‌شود. بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.

نکته

ترتیب عملیات در محاسبه‌ی عبارت‌های جبری را به کمک نمودار نیز نشان می‌دهند. مثلاً:

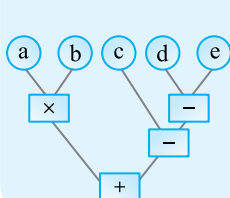


معادل $\equiv (a+1)(b-2)$

تست ۱۲: برای نمایش یک عبارت جبری به کمک نمودار، علامت‌های \times ، $-$ و $+$ را در داخل \square می‌نویسند. برای نمایش عبارت

$$a \times b + (c - (d - e))$$

چند \square به کار می‌رود؟



(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۵

(۱) ۳

پاسخ: نمودار عبارت به شکل مقابل است:

در نمودار، چهار تا \square به کار رفته است.

بنابراین گزینه‌ی (۳) درست است.



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

جبر و معادله

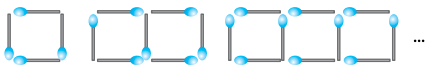
تعداد سؤالات: ۱۳۶

الگوهای عددی

۲۲۷- در جبر، به نمادهایی که برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیرمشخص به کار می‌روند، می‌گویند.

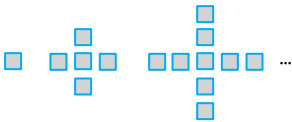
- ۱ عبارت جبری ۲ الگوی جبری ۳ متغیر ۴ جمله‌ی جبری

۲۲۸- در الگوی مقابل، در مرحله‌ی n ام چند تا چوب کبریت به کار رفته است؟



- ۱ $4n$ ۲ $n+3$ ۳ $3n+1$ ۴ $2n+2$

۲۲۹- در الگوی مقابل، تعداد مربع‌ها در شکل هفتم کدام است؟



- ۱ ۲۴ ۲ ۲۵ ۳ ۳۱ ۴ ۲۸

۲۳۰- در الگوی مقابل، جمله‌ی هفدهم کدام است؟

۳, ۱۰, ۱۷, ۲۴, ...

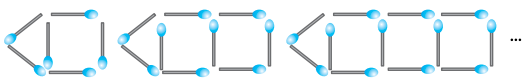
- ۱ ۱۱۲ ۲ ۱۱۵ ۳ ۱۱۷ ۴ ۱۱۱

۲۳۱- در الگوی مقابل، جمله‌ی بیستم از جمله‌ی هجدهم چقدر بزرگ‌تر است؟

۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ...

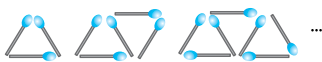
- ۱ ۲ ۲ ۶ ۳ ۸ ۴ ۴

۲۳۲- در الگوی مقابل، در مرحله‌ی n ام چند چوب کبریت وجود دارد؟



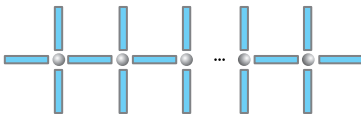
- ۱ $5n$ ۲ $4n+1$ ۳ $3n+3$ ۴ $3n-1$

۲۳۳- مطابق الگوی مقابل، اگر ۳۷ تا چوب کبریت مصرف کنیم چند تا مثلث ایجاد می‌شود؟



- ۱ ۱۲ ۲ ۱۷ ۳ ۱۸ ۴ ۱۳

۲۳۴- اگر شکل مقابل n تا \bullet داشته باشد، چند تا — دارد؟



- ۱ $4n$ ۲ $3n+1$ ۳ $2n+2$ ۴ $3n-1$

۲۳۵- در الگوی عددی مقابل جمله‌ی یازدهم کدام است؟

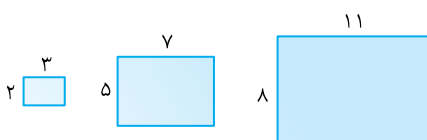
$\frac{2}{5}, \frac{5}{12}, \frac{8}{19}, \dots$

- ۱ $\frac{29}{82}$ ۲ $\frac{32}{75}$ ۳ $\frac{31}{82}$ ۴ $\frac{29}{75}$

۲۳۶- در یک صفحه‌ی شطرنج 12×12 چند تا از خانه‌ها در حاشیه‌ی صفحه قرار دارند؟

- ۱ ۴۸ ۲ ۴۲ ۳ ۴۰ ۴ ۴۴

۲۳۷- در الگوی مقابل، محیط مستطیل سی‌ام کدام است؟



- ۱ ۴۱۸ ۲ ۴۱۶ ۳ ۴۱۰ ۴ ۴۲۰

$\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{1}{6}, \dots$

۲۳۸- در الگوی عددی مقابل اختلاف جمله‌ی دهم و یازدهم چقدر است؟

۴ $\frac{1}{181}$

۳ $\frac{1}{202}$

۲ $\frac{1}{198}$

۱ $\frac{1}{191}$

۲۳۹- در جدول مقابل، در خانه‌ای که با علامت سؤال مشخص شده کدام عدد می‌آید؟

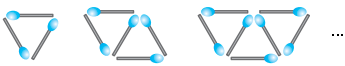
| | | | | | | |
|----|---|----|----|-----|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ... | n | |
| ۱۲ | ۵ | -۲ | -۹ | | | ? |

۴ $12 - 7n$

۳ $12 + 7n$

۲ $26 - 7n$

۱ $19 - 7n$



۲۴۰- در مرحله‌ی $(n-1)$ ام الگوی مقابل چند چوب کبریت به کار رفته است؟

۴ $2n - 1$

۳ $2n + 1$

۲ $2n - 5$

۱ $2n - 3$

۲۴۱- در الگوی مقابل جمله‌ی هفدهم کدام است؟



۴ ۱۳۸

۲ ۱۵۵

۲ ۱۴۲

۱ ۱۳۶

۲۴۲- مریم روز اول ۲ بیت از شاهنامه و هر روز ۳ بیت بیش‌تر از روز قبل حفظ می‌کند. او در روز دهم چند بیت حفظ می‌کند؟

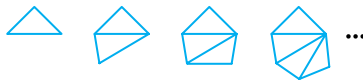
۴ ۳۰

۳ ۲۹

۲ ۲۷

۱ ۲۸

۲۴۳- با توجه به الگوی روبه‌رو، در شکل n ام چند مثلث وجود دارد؟



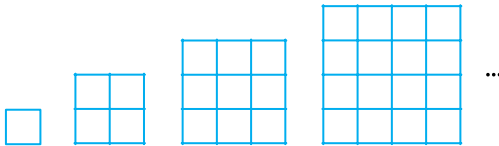
۲ $n - 1$

۱ n

۴ $n - 3$

۳ $n - 2$

۲۴۴- کدام گزینه تعداد کل مربع‌ها را در شکل n ام درست نشان می‌دهد؟



۲ $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

۱ $n \times n$

۴ $n(n+1)$

۳ $\frac{n(n+1)}{2}$

$1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

۲۴۵- جمله‌ی ۱۰ام الگوی مقابل کدام است؟

۴ ۲۱

۳ ۵۵

۲ ۳۴

۱ ۷۹

$-1, -4, 7, 10, -13, -16, \dots$

۲۴۶- جمله‌ی ۱۰۰۰ام الگوی مقابل چیست؟

۴ -2998

۳ ۲۹۹۸

۲ ۳۰۰۱

۱ -3001

۲۴۷- یک سبد شامل ۶ تخم‌مرغ، ۱۷۵۰ گرم و همان سبد وقتی که ۱۱ تخم‌مرغ دارد ۲۲۰۰ گرم است. هر تخم‌مرغ چند گرم است؟

۴ ۱۰۵

۳ ۹۰

۲ ۷۰

۱ ۸۰

۲۴۸- طبق الگوی زیر در شکل n ام چند مثلث کوچک وجود دارد؟



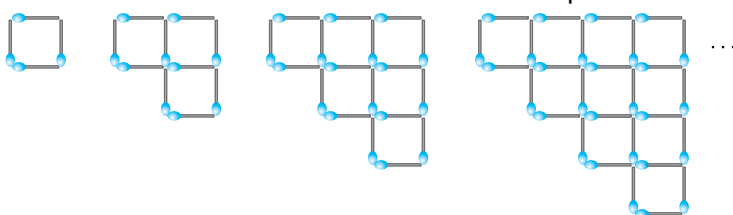
۲ $2n - 1$

۱ $n \times n$

۴ $3n - 2$

۳ $n(n+1)$

۲۴۹- نسبت تعداد چوب کبریت‌ها به تعداد مربع‌های کوچک در شکل نهم الگوی مقابل چقدر است؟



۱ ۱۲ به ۵

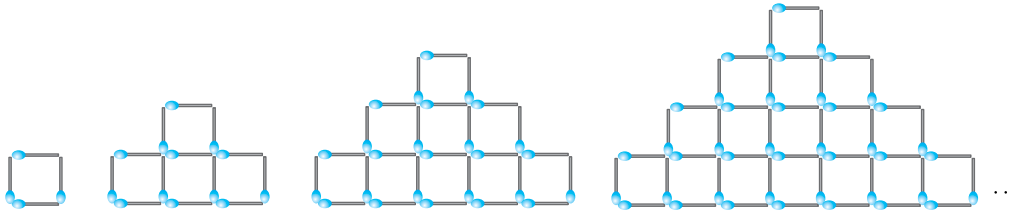
۲ ۱۳ به ۶

۳ ۱۲ به ۷

۴ ۱۳ به ۵



۲۵۰- اگر در یکی از شکل‌های الگوی زیر تعداد مربع‌های کوچک برابر ۱۰۰ باشد، تعداد چوب‌کبریت‌ها در آن شکل چقدر است؟

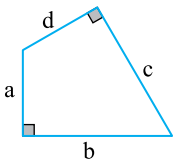


- ۱ ۲۳۰
- ۲ ۲۲۹
- ۳ ۲۲۸
- ۴ ۲۲۷

عبارت‌های جبری

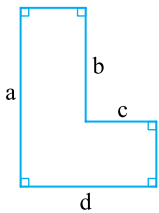
۲۵۱- اگر متغیرها درست نامگذاری شوند، عبارت جبری $2a+2b$ بیان کدام یک از موارد زیر است؟
 ۱ مساحت مستطیل ۲ محیط دوزنقه ۳ محیط متوازی‌الاضلاع ۴ محیط مثلث

۲۵۲- کدام عبارت جبری مساحت شکل روبه‌رو را درست بیان می‌کند؟



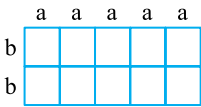
- ۱ $\frac{1}{2}(ad+bc)$
- ۲ ac
- ۳ $\frac{1}{2}(b+d)a$
- ۴ $\frac{1}{2}(ab+cd)$

۲۵۳- کدام عبارت جبری مساحت شکل روبه‌رو را درست بیان می‌کند؟



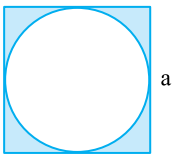
- ۱ $ad-bc$
- ۲ $ad+bc$
- ۳ $(a+b)(c+d)$
- ۴ $a(d-c)+c(b+a)$

۲۵۴- محیط و مساحت شکل مقابل به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟



- ۱ $5ab, 5a+2b$
- ۲ $10ab, 10(2a+2b)$
- ۳ $10ab, 10a+4b$
- ۴ $10ab, 10(a+b)$

۲۵۵- در شکل مقابل مساحت ناحیه‌ی رنگی کدام است؟



- ۱ $\frac{a}{8}$
- ۲ $\frac{a \times a}{4}$
- ۳ $a \times a - \frac{\pi \times a \times a}{2}$
- ۴ $a \times a - \frac{\pi \times a \times a}{4}$

۲۵۶- بهنام هر عدد صحیح را در دو عدد صحیح قبل از آن ضرب می‌کند. اگر به او عدد n را بدهیم، کدام گزینه حاصل ضرب مورد نظر بهنام را نشان می‌دهد؟

- ۱ $(n-1)n(n+1)$
- ۲ $(n-2)(n-1)n$
- ۳ $n(n+1)(n+2)$
- ۴ $(n-3)(n-2)(n-1)$

۲۵۷- عبارت $3(2x+c-4y)-2(5c-6y+3x)+1$ چند جمله دارد؟

- ۱ ۷
- ۲ ۵
- ۳ ۳
- ۴ ۲

۲۵۸- بلیط ورودی یک باغ‌وحش برای افراد بزرگسال x تومان، برای بچه‌های ۷ تا ۱۲ سال نصف مبلغ بزرگسالان و برای افراد زیر ۷ سال ۱۰۰۰ تومان است. اگر پدر و مادری همراه با دختر ۸ ساله، پسر ۱۵ ساله و کودک ۴ ساله‌شان به باغ‌وحش بروند، هزینه‌ی ورودی آن‌ها چقدر است؟

- ۱ $1000+2x$
- ۲ $1000+\frac{5x}{2}$
- ۳ $1000+\frac{7x}{2}$
- ۴ $1000+\frac{3x}{2}$

آزمون فصل سوم

۱- در الگوی مقابل، شکل n ام چند تا دایره دارد؟



- ۱ $2n+2$ ۲ $3n-1$
 ۳ $n+2$ ۴ $3n+1$

۲- در الگوی عددی مقابل مجموع جملات بیستم و دهم کدام است؟

۹۴, ۸۷, ۸۰, ۷۳, ۶۶, ...

- ۱ -8 ۲ 8 ۳ -12 ۴ 12

۳- محیط یک مثلث $2a+3b+c$ و دو ضلع آن $a-1$ و $2b+c$ هستند. ضلع سوم مثلث کدام است؟

- ۱ $-a+b-1$ ۲ $a-b+1$ ۳ $a+b-1$ ۴ $a+b+1$

۴- جواد ۵ مداد کم‌تر از مهدی دارد. کاوه ۳ برابر جواد مداد دارد. اگر مهدی x مداد داشته باشد، کدام عبارت زیر تعداد مدادهای کاوه را نشان می‌دهد؟

- ۱ $5-3x$ ۲ $3x-5$ ۳ $3(x-5)$ ۴ $x-5$

۵- اگر n دانش‌آموز را به اردو ببرند، هزینه کل اردو $34n+500$ هزار تومان می‌شود. اگر ۲۰ نفر را به اردو ببرند هزینه هر نفر چند هزار تومان می‌شود؟

- ۱ 59 ۲ 49 ۳ 34 ۴ 35

۶- قرینه‌ی ساده شده‌ی عبارت مقابل برابر است با:

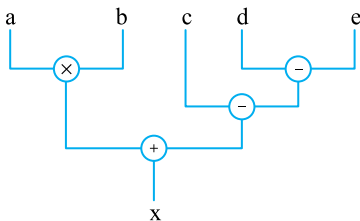
$$a(b-3c)+3c(a-1)$$

- ۱ $3c-ab$ ۲ $ab-3c$ ۳ $3c+ab$ ۴ $-3c-ab$

۷- مقدار عددی عبارت $2x(y \times y + 3y)$ در کدام حالت، کم‌تر است؟

- ۱ $x=7, y=-2$ ۲ $x=7, y=2$
 ۳ $x=-7, y=2$ ۴ $x=-7, y=-2$

(مینی المپیاد بلژیک ۱۹۷۹)



۸- نمودار شکل روبه‌رو کدام یک از برابری‌های زیر را نشان می‌دهد؟

- ۱ $x = a \times (b+c-d-e)$
 ۲ $x = (a \times b) + c - (d-e)$
 ۳ $x = (a \times b) + (c-d-e)$
 ۴ $x = a \times (b+c-d) - e$

۹- میانگین چهار عدد ۱، $\frac{x}{6}$ ، ۲ و $\frac{x}{4}$ برابر ۷ است. مقدار عددی x چقدر است؟

- ۱ $\frac{48}{5}$ ۲ 60 ۳ 12 ۴ 30

۱۰- اگر تساوی $\frac{2x+7}{3} - \frac{5x-1}{7} = \frac{\square+25}{21}$ همواره برقرار باشد، بجای \square کدام عبارت قرار می‌گیرد؟

- ۱ $-x$ ۲ $-x+27$ ۳ $x+27$ ۴ x

۱۱- اگر $a \times b = 14$ و $a \times c = 15$ ، $2a \times (b+c)$ کدام است؟

- ۱ 57 ۲ 59 ۳ 58 ۴ 38

۱۲- به ازای کدام مقدار a ، جواب معادله $\frac{x}{2} + 1 = \frac{x-3}{a}$ ، $x=7$ است؟

۴ $\frac{3}{2}$

۳ $\frac{6}{5}$

۲ $\frac{8}{9}$

۱ $\frac{7}{5}$

۱۳- جواب معادله مقابل برابر است با:

$$2(x-1) - 3(2x-1) = 3(5-x)$$

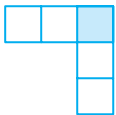
۴ -۲

۳ -۱۴

۲ ۲

۱ ۱۴

۱۴- اعداد ۱ تا ۵ را طوری در خانه‌های جدول روبه‌رو قرار می‌دهیم که حاصل جمع اعداد سطر و ستون برابر باشند. کدام عددها می‌توانند در خانه‌ی تیره قرار بگیرند؟



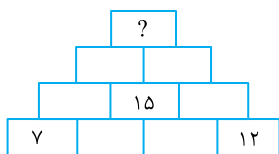
۲ ۱ و ۳ و ۴

۱ ۱ و ۲ و ۳

۴ ۲ و ۴

۳ ۱ و ۳ و ۵

۱۵- در دیواره‌ی آجری مقابل عدد داخل هر مستطیل برابر با مجموع اعداد دو مستطیل زیرین آن است. عدد داخل آجر بالایی کدام



است؟

۱ ۶۸

۲ ۶۴

۳ ۶۲

۴ ۶۶





| | | |
|---|---|---|
| ۱ | ۳ | ۵ |
| ۴ | ۲ | ۵ |
| ۴ | ۵ | ۳ |

$$\Rightarrow \text{مجموع مورد نظر} = ۵ + ۵ + ۳ + ۴ = ۱۷$$

۲۲۶- گزینه‌ی ۴ راه‌حل اول: با سعی و خطا جدول را پر می‌کنیم:

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | a | ۵ |
| d | ۲ | b |
| ۴ | c | ۳ |

$$\Rightarrow \begin{cases} a+d=7 \\ a+b=8 \\ d+c=4 \\ b+c=5 \end{cases}$$

راه‌حل دوم: خانه‌های خالی را نام‌گذاری می‌کنیم:

$$2(a+b+c+d) = 24 \xrightarrow{\div 2} a+b+c+d = 12$$

اگر چهارتا تساوی را با هم جمع بزنیم:

۲۲۷- گزینه‌ی ۳ به نمادهایی که برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیرمشخص به کار می‌روند «متغیر» می‌گویند. مثلاً در تساوی $P=4a$ که نشان می‌دهد محیط یک مربع (P)، ۴ برابر طول ضلع آن مربع (a) است، a و P متغیر هستند.

۲۲۸- گزینه‌ی ۳ راه‌حل اول: ابتدا جدول زیر را تشکیل می‌دهیم:

| | | | | | |
|-----------------|---|---|----|-----|-----|
| تعداد مربع (n) | ۱ | ۲ | ۳ | ... | (n) |
| تعداد چوب کبریت | ۴ | ۷ | ۱۰ | ... | (?) |

می‌خواهیم تعداد چوب کبریت حاصل از n تا مربع را بیابیم. از آن‌جا که تعداد چوب کبریت‌ها ۳ تا، ۳ تا در حال افزایش است، پس به عددهای طبیعی مضرب ۳ توجه می‌کنیم.

۳, ۶, ۹, ۱۲, ...

این‌جا جمله‌ی n ام (n امین عدد)، $3n$ است. هر یک از اعداد ردیف دوم جدول بالا با افزودن یک واحد به اعداد مضرب ۳ به دست می‌آید. پس n امین عدد در جدول $3n+1$ است.

راه‌حل دوم: از آن‌جا که تعداد چوب کبریت‌ها ۳ تا، ۳ تا در حال افزایش است تعداد چوب کبریت‌ها در شکل n ام به صورت $3n+1$ است. از طرفی چون در شکل اول $n=1$ و ۴ تا چوب کبریت داریم، پس فرمول $3(1)+1=4$ است، یعنی $1=1$ و تعداد مربع‌های شکل n ام $3n+1$ است.

۲۲۹- گزینه‌ی ۲ در هر شکل تعداد مربع‌ها نسبت به شکل قبلی، ۴ تا اضافه می‌شود:

تعداد مربع‌ها: ۱, ۵, ۹, ...

در نتیجه تعداد مربع‌های شکل n ام به صورت $4n+1$ است. با $n=1$ تعداد مربع‌ها باید ۱ باشد (شکل اول) در نتیجه $4(1)+1=5$ ، پس $1=1$ و تعداد مربع‌های شکل n ام $4n-3$ است. پس در شکل هفتم ($n=7$) تعداد مربع‌ها برابر با $4(7)-3=25$ است.

۲۳۰- گزینه‌ی ۲ راه‌حل اول: در الگوی ۳, ۱۰, ۱۷, ۲۴, ... جمله‌ها ۷ تا، ۷ تا در حال افزایش هستند، پس فرمول جمله‌ی n ام به صورت $7n+1$ است که به ازای $n=1$ باید ۳ شود، یعنی $7(1)+1=8$ در نتیجه $1=3$ و جمله‌ی n ام $7n-4$ است. به این ترتیب جمله‌ی هفدهم $7(17)-4=115$ است.

راه‌حل دوم: طبق الگوی مقابل:

$$\begin{array}{cccc} +7 & +7 & +7 & +7 \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ 3, & 10, & 17, & 24, \dots \end{array}$$

$$\text{جمله‌ی دوم} = 3 + (1)7 = 10$$

$$\text{جمله‌ی سوم} = 3 + (2)7 = 17 \Rightarrow \text{جمله‌ی هفدهم} = 3 + (16)7 = 115$$

$$\text{جمله‌ی چهارم} = 3 + (3)7 = 24$$

⋮

۲۳۱- گزینه‌ی ۲ در الگوی ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ... هر جمله از جمله‌ی قبل خود ۳ واحد بزرگ‌تر است، پس جمله‌ی بیستم از جمله‌ی

هجدهم ۲ تا ۳ واحد، یعنی ۶ واحد بزرگ‌تر است.

۲۳۲- گزینه‌ی ۳ تعداد چوب کبریت‌ها در شکل n ام به صورت $3n+1$ است. (زیرا از هر شکل به شکل بعدی ۳ تا چوب کبریت اضافه

می‌شود و در نتیجه ضریب n، برابر است با ۳)

پس یکی از گزینه‌های (۳) یا (۴) درست است. برای $n=1$ تعداد چوب کبریت‌ها باید ۶ شود پس گزینه‌ی (۳) درست است:

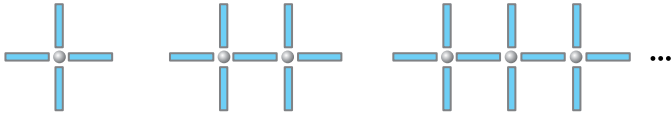
$$3(1)+3=6$$

۲۳۳- گزینه‌ی ۳ در الگوی داده شده از هر شکل به شکل بعدی ۲ تا چوب کبریت اضافه می‌شود، پس تعداد چوب کبریت‌ها در شکل n ام، $2n + \square$ است. با توجه به این که در شکل اول ($n=1$) تعداد چوب کبریت‌ها ۳ تا است، پس $2(1) + \square = 3$ و در نتیجه $\square = 1$ و شکل n ام $2n + 1$ تا چوب کبریت دارد.

برای آن که تعداد چوب کبریت‌ها ۳۷ تا شود باید $2n + 1 = 37$. برای این منظور با امتحان گزینه‌ها $n=18$ درست است:

$$2(18) + 1 = 37$$

۲۳۴- گزینه‌ی ۲ ابتدا الگوی زیر را تشکیل می‌دهیم:



می‌بینیم که از هر شکل به شکل بعدی ۳ تا خط اضافه شده است و یک دایره، پس شکلی که n دایره دارد، شکل n ام است و تعداد خط‌های شکل n ام، $3n + \square$ است. با توجه به این که با $n=1$ (در شکل اول) ۴ تا خط داریم، پس $3n + 1 = 4$ درست است.

۲۳۵- گزینه‌ی ۲ ابتدا به صورت کسرها توجه می‌کنیم:

۲, ۵, ۸, ...

با توجه به افزایش ۳ واحدی هر جمله نسبت به قبلی ($= 3$ گام) جمله‌ی n ام به صورت $3n + \square$ است که چون جمله‌ی اول ۲ است، به صورت $3n - 1$ خواهد بود.

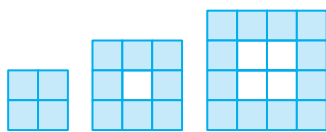
به همین شکل در مخرج کسرها جمله‌ی n ام $7n - 2$ است. (به گام ۷ و جمله‌ی اول ۵ توجه کنید.) در نتیجه کسر n ام برابر است با $\frac{3n-1}{7n-2}$

$$\frac{3(11)-1}{7(11)-2} = \frac{32}{75}$$

و بنابراین جمله یازدهم می‌شود:

۲۳۶- گزینه‌ی ۴ به جای صفحه‌ی شطرنج 12×12 ، الگوی مقابل را تشکیل

می‌دهیم که با صفحه شطرنج‌های کوچک‌تر آغاز می‌شود:



تعداد خانه‌های روی حاشیه

۴ ۸ ۱۲ ...

طبق این الگو، تعداد خانه‌های رنگی (خانه‌های روی حاشیه) در شکل n ام، $4n$ است.

در این الگو صفحه‌ی شطرنج 12×12 شکل یازدهم است، پس تعداد خانه‌های روی حاشیه آن $4 \times 11 = 44$ تا است.

۲۳۷- گزینه‌ی ۲ الگوی عرض مستطیل‌ها $3n - 1$ است. (به گام ۳ و جمله‌ی اول ۲ توجه کنید.) الگوی طول مستطیل‌ها نیز $4n - 1$ است.

(به گام ۴ و جمله‌ی اول ۳ توجه کنید.) پس عرض مستطیل $3^0 = 1$ و طول آن $4(3^0) - 1 = 119$ و در نتیجه محیط مستطیل، $2(89 + 119) = 416$ است.

۲۳۸- گزینه‌ی ۲ کسرهایی که صورت آن‌ها عدد ۱ است را در ۲ ضرب می‌کنیم تا صورت همه‌ی کسرهایی الگو، ۲ شود:

$\frac{2}{6}, \frac{2}{9}, \frac{2}{12}, \dots$

حال در الگوی اعداد مخرج گام برابر با ۳ و جمله‌ی اول، ۶ است، پس الگوی کلی مخرج کسرها $3n + 3$ است و در نتیجه کسر n ام $\frac{2}{3n+3}$

خواهد بود. به این ترتیب جمله‌ی دهم و یازدهم $\frac{2}{36}$ و $\frac{2}{33}$ هستند که اختلاف آن‌ها برابر است با:

$$\frac{2}{33} - \frac{2}{36} = \frac{2}{33} - \frac{1}{18} = \frac{36-33}{33 \times 18} = \frac{3}{33 \times 18} = \frac{1}{11 \times 18} = \frac{1}{198}$$

۲۳۹- گزینه‌ی ۴ در الگوی داده شده گام، ۷- است، (هر جمله از جمله‌ی قبل خود ۷ واحد کمتر است.) پس جمله‌ی n ام به صورت

$(-7)n + \square$ است. با توجه به این که جمله‌ی اول مساوی ۱۲ است ($n=1$) داریم:

$$(-7)(1) + \square = 12 \Rightarrow \square = 19$$

پس جمله‌ی n ام الگو $-7n + 19$ است. سؤال، جمله‌ی بعد از جمله‌ی n ام را خواسته است که با توجه به گام ۷-، باید ۷ واحد کمتر از جمله‌ی n ام باشد، یعنی برابر است با:

$$-7n + 19 - 7 = -7n + 12$$



۲۴۰- گزینه‌ی ۴

| شماره‌ی مرحله | ۱ | ۲ | ۳ | ... | n-1 | n |
|-----------------|---|---|---|-----|-----|---|
| تعداد چوب کبریت | ۳ | ۵ | ۷ | | | ? |

تعداد چوب کبریت‌ها با گام +۲ در حال افزایش است و چون در مرحله‌ی اول ۳ تا چوب کبریت داریم، پس در مرحله‌ی n ام $2n+1$ چوب کبریت داریم. مرحله‌ی (n-1) ام، مرحله‌ی قبل از مرحله‌ی n ام است که با توجه به گام +۲، باید ۲ تا چوب کبریت کم‌تر از مرحله‌ی n ام داشته باشد. پس در مرحله‌ی (n-1) ام $(n-1)-2=2n-1$ چوب کبریت داریم.

۲۴۱- گزینه‌ی ۴

$$2, 3, 5, 8, 12, \dots$$

$\begin{array}{cccccc} \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \\ +1 & +2 & +3 & +4 & +5 & \end{array}$

در الگوی مقابل گام ثابتی نداریم:

اما با توجه به نظم موجود در گام‌ها، می‌توان با استدلال ساده‌ای جمله‌ها را حساب کرد. مثلاً توجه کنید که جمله‌ی پنجم برابر با $2+(1+2+3+4)$ است، جمله‌ی ششم برابر با $2+(1+2+3+4+5)$ است و ...، پس جمله‌ی هفدهم برابر با $2+(1+2+3+\dots+16)$ است. با توجه به فرمول

$$2 + \frac{16 \times 17}{2} = 2 + 8 \times 17 = 138 \qquad 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

این مقدار برابر است با:

۲۴۲- گزینه‌ی ۳

۲, ۵, ۸, ۱۱, ۱۴, ...

تعداد بیت‌هایی که مریم هر روز حفظ می‌کند، الگوی مقابل را تشکیل می‌دهند:

جمله‌ی n ام این الگو $3n-1$ است. (گام ۳ به عنوان ضریب n آمده و جمله‌ی اول ۲ است، پس با $n=1$ حاصل باید ۲ شود.) در نتیجه جمله‌ی دهم الگو برابر است با:

$3(10)-1=29$ بیت

۲۴۳- گزینه‌ی ۱

تعداد مثلث‌ها در شکل n ام، n تا است.

۲۴۴- گزینه‌ی ۲

در شکل اول یک مربع داریم، پس گزینه‌ی درست باید با $n=1$ ، ۱ شود و به این ترتیب گزینه‌ی ۴ حذف می‌شود. در شکل دوم ۵ تا مربع می‌بینیم، پس گزینه‌ی درست باید با $n=2$ ، ۵ شود. بنابراین فقط گزینه‌ی (۲) درست است.

۲۴۵- گزینه‌ی ۳

از جمله‌ی سوم به بعد، هر جمله برابر است با مجموع دو جمله‌ی قبل از آن، پس:

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots \Rightarrow$ جمله‌ی دهم = ۵۵

۲۴۶- گزینه‌ی ۳

$- - + + - - + +$

با توجه به الگوی دنباله دو جمله در میان، جمله‌های مثبت و منفی داریم:

بنابراین جمله‌ی هزارم (که ۱۰۰۰ مضرب ۴ است) جمله‌ای مثبت است.

$1, 4, 7, 10, 13, 16, \dots$

اگر از علامت‌های منفی در الگو صرف‌نظر کنیم، داریم:

۲۴۷- گزینه‌ی ۳

که جمله‌ی n ام آن $3n-2=2998$ است، پس مقدار جمله‌ی هزارم $3(1000)-2=2998$ است. به این ترتیب در الگوی اولیه هم جمله‌ی هزارم ۲۹۹۸ است. افزایش $450 = (2200-1750)$ گرم در جرم «سبد و تخم‌مرغ‌ها» به خاطر ۵ تخم‌مرغی است که به سبد اضافه شده، پس جرم ۵ تا تخم مرغ ۴۵۰ گرم است، در نتیجه جرم هر تخم‌مرغ برابر است با:

$450 \div 5 = 90$ گرم

۲۴۸- گزینه‌ی ۱

در شکل n ام، $n \times n$ مثلث وجود دارد. می‌توانید از تشکیل جدول نظام‌دار یا جایگذاری $n=1, 2, 3$ در گزینه‌ها

استفاده کنید.

۲۴۹- گزینه‌ی ۱

$$+2 \quad +3 \quad +4 \quad +5 \quad +6 \quad +7 \quad +8 \quad +9$$

$\begin{array}{cccccccc} \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ 1 & 3 & 6 & 10 & 15 & 21 & 28 & 36 & 45 \end{array}$

تعداد مربع‌ها:

$$\frac{108}{45} = \frac{12}{5}$$

تعداد چوب کبریت‌ها / تعداد مربع‌ها

$$4, 10, 18, 28, 40, 54, 70, 88, 108$$

$\begin{array}{cccccccc} \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ +6 & +8 & +10 & +12 & +14 & +16 & +18 & +20 \end{array}$

تعداد چوب کبریت‌ها:

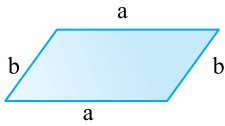
۲۵۰- گزینه‌ی ۲

تعداد مربع‌ها در شکل n ام، $n \times n$ است. پس در شکل دهم، ۱۰۰ تا مربع وجود دارد. اکنون باید تعداد چوب کبریت‌های شکل دهم را بشماریم. برای این منظور تعداد چوب کبریت‌های چند شکل اول را می‌شماریم تا الگوی آن را ببینیم:

تعداد چوب کبریت‌ها: $4, 13, 26, 43, \dots$

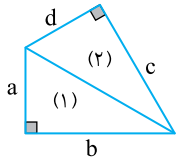
$\begin{array}{cccc} \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ +9 & +13 & +17 & +21 \end{array}$

\Rightarrow جمله‌ی دهم = $4 + (9+13+17+21+25+29+33+37+41) = 4 + \frac{9}{2}(9+41) = 229$



۲۵۱- گزینه‌ی ۳ در متوازی‌الاضلاع هر دو ضلع مقابل با هم برابرند. بنابراین محیط متوازی‌الاضلاع $2a + 2b$ است:

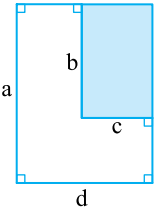
$$\text{محیط} = a + b + a + b = 2a + 2b$$



۲۵۲- گزینه‌ی ۴ اگر چهارضلعی را به دو مثلث تقسیم کنیم، مطابق شکل زیر مساحت چهارضلعی برابر است با:

$$\text{مساحت} = \text{مساحت (۱)} + \text{مساحت (۲)} = \frac{1}{2}ba + \frac{1}{2}dc$$

در بین گزینه‌ها، اگر گزینه‌ی (۴) را در نظر بگیرید، به همین نتیجه می‌رسید:

$$\frac{1}{2}(ab + cd) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}cd$$


۲۵۳- گزینه‌ی ۱ $ad - bc = \text{مساحت مستطیل رنگی} - \text{مساحت مستطیل بزرگ} = \text{مساحت بخش سفید}$

$$\text{مساحت} = 10(ab) = 10a \cdot b = 10a + 4b = 2(\Delta a + 2b) = 2(\Delta a + 2b) = 10a + 4b$$

۲۵۴- گزینه‌ی ۳ باید از مربعی به ضلع 'a'، یک دایره به شعاع $\frac{a}{4}$ را کم کنیم.

$$\text{مساحت بخش رنگی} = a \times a - \pi \times \frac{a}{4} \times \frac{a}{4} = a \times a - \frac{\pi \times a \times a}{4}$$

۲۵۵- گزینه‌ی ۲ دو عدد صحیح قبل از n، n-1 و n-2 هستند. پس حاصل ضرب موردنظر بهنام $(n-2)(n-1)n$ است.

۲۵۶- گزینه‌ی ۴

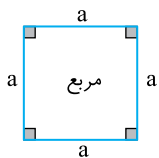
$$3(2x + c - 4y) - 2(\Delta c - 6y + 3x) + 1 = \cancel{6x} + 3c - \cancel{12y} - 10c + \cancel{12y} - \cancel{6x} + 1 = -7c + 1$$

پس عبارت دو جمله دارد.

۲۵۷- گزینه‌ی ۳

$$x + x + x + \frac{x}{2} + 1000 = 1000 + \frac{7x}{2}$$

۲۵۸- گزینه‌ی ۳ اگر فرض کنیم:



$$P = \text{محیط}$$

$$a = \text{طول ضلع}$$

$$S = \text{مساحت}$$

$$P = 4a \Rightarrow a = \frac{P}{4}$$

محیط مربع چهار برابر طول یک ضلع است:

$$S = a \times a \Rightarrow S = \left(\frac{P}{4}\right)\left(\frac{P}{4}\right) \Rightarrow S = \frac{P \times P}{16}$$

مساحت مربع برابر است با یک ضلع، ضرب در خودش:

۲۵۹- گزینه‌ی ۴ از آنجا که هزینه‌ی هر دقیقه مکالمه ۵۰ تومان است، پس بابت n دقیقه مکالمه باید $50 \times n$ تومان بپردازیم. از طرفی ماهیانه ۱۲۰۰ تومان نیز حق اشتراک باید بپردازیم، پس هزینه‌ی کل برابر است با:

۲۶۰- گزینه‌ی ۲ اگر اتومبیل n ساعت در پارکینگ توقف کند باید بابت n-1 ساعت از قرار هر ساعت ۳۰۰ تومان، هزینه بپردازد، پس هزینه‌ی کل $300 \times (n-1)$ تومان است که در گزینه‌ی (۲) آمده است.

۲۶۱- گزینه‌ی ۳ هزینه‌ی I کتاب نو می‌شود $I \times 9000$ و هزینه‌ی S کتاب دست دوم نیز $S \times 4000$ است. پس هزینه‌ی کل کتاب‌ها برابر با $9000I + 4000S$ است. اگر این هزینه را به تعداد کل کتاب‌هایی که خریده‌ایم یعنی به $I + S$ تقسیم کنیم، هزینه‌ی متوسط هر کتاب برابر می‌شود با:

$$\frac{9000I + 4000S}{I + S}$$