

قسمت اول: نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی

خلاصه نکات

بار الکتریکی و روش‌های باردار کردن اجسام

وقتی دو جسم خنثی به یکدیگر مالش داده می‌شوند، تعدادی الکترون از یکی از آن‌ها به دیگری منتقل می‌شود. جسمی که الکترون از دست می‌دهد، تعداد الکترون‌هایش کم‌تر از تعداد پروتون‌هایش می‌شود و بار الکتریکی آن مثبت می‌شود و جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، دارای بار الکتریکی منفی می‌شود.

نکات مهم و کاربردی

۱ افزایش تعداد الکترون‌ها در یک جسم، بار جسم را منفی کرده و کاهش تعداد الکترون‌ها بار آن را مثبت می‌کند.

۲ اگر به یک جسم خنثی n الکترون داده شود و اندازه بار الکتریکی هر الکترون را e در نظر بگیریم ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)، بار الکتریکی جسم برابر است با:

$$q = -ne \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$q = +ne$$

هم‌چنین اگر n الکترون از جسمی گرفته شود، بار الکتریکی جسم برابر است با:

۳ با توجه به رابطه $q = \pm ne$ ، بار الکتریکی هر جسم مضرب صحیحی از یک مقدار پایه است که آن مقدار پایه، بار یک الکترون است.

مقدار پایه \rightarrow مضرب صحیح \leftarrow

به عبارتی حاصل $\frac{q}{e}$ برای یک جسم، نمی‌تواند هر مقداری داشته باشد و حاصل آن باید حتماً یک عدد صحیح باشد.

روش‌های باردار کردن اجسام

۱ مالش

۲ تماس

۳ القا

به طور کلی سه روش برای باردار کردن اجسام مطرح می‌کنیم

حال در ادامه کار، به توضیح هر یک از این سه روش می‌پردازیم:

۱ مالش: در اثر مالش دو جسم بر یکدیگر، می‌توان آن‌ها را باردار کرد. در رابطه با این روش برای باردار کردن اجسام، به موارد زیر توجه کنید:

۱ در اثر مالش دو جسم بر یکدیگر، الکترون‌ها تولید نمی‌شوند، بلکه فقط از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شوند.

۲ جسمی که الکترون از دست می‌دهد، دارای بار مثبت و جسمی که الکترون دریافت می‌کند، دارای بار الکتریکی منفی می‌شود.

۳ به‌دست آوردن یا از دست دادن الکترون در تماس دو جسم با یکدیگر را می‌توان براساس جدولی موسوم به **سری الکتروسیسته مالشی (سری تریبوالکتریک)** مشخص کرد.

در این جدول، مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یکدیگر قرار گیرند، الکترون‌ها از ماده بالاتر جدول به ماده‌ای

که پایین‌تر قرار دارد، منتقل می‌شود. در ادامه، این جدول به همراه دو مثال بر روی آن آورده شده است:

مثال ۱: اگر میله شیشه‌ای با پارچه ابریشمی مالش داده شود، میله شیشه‌ای به علت بالاتر بودن در سری، بار مثبت و پارچه ابریشمی بار منفی پیدا می‌کند.

سری الکتروسیسته مالشی (تریبوالکتریک)

انتهای مثبت سری	موی انسان	شیشه	نایلون	پشم	موی گربه	سرب	ابریشم	آلومینیم	پوست انسان	کاغذ	چوب	پارچه کتان	کهربا	برنج، پلاستیک، پلی‌اتیلن	لاستیک	تفلون	انتهای منفی سری
-----------------	-----------	------	--------	-----	----------	-----	--------	----------	------------	------	-----	------------	-------	--------------------------	--------	-------	-----------------

مثال ۲: اگر میله پلاستیکی با پارچه پشمی مالش داده شود، میله پلاستیکی به علت پایین‌تر بودن در سری، بار منفی و پارچه پشمی بار مثبت پیدا می‌کند.

تذکره دقت کنید که نیاز به حفظ کردن این سری نیست و اگر نیاز به بخشی از آن باشد، در صورت مسأله داده خواهد شد.

تمرین با توجه به جدول الکتروسیسته مالشی در صفحه قبل، فرض کنید هنگام مالش یک میله پلاستیکی خنثی و یک پارچه پشمی، با انتقال بار خالصی در حدود $1nC$ روبه‌رو می‌شویم. در این انتقال بار:

- (۱) میله پلاستیکی $6/25 \times 10^9$ الکترون از دست می‌دهد.
 (۲) میله پلاستیکی $6/25 \times 10^9$ الکترون اضافی می‌گیرد.
 (۳) میله پلاستیکی $3/125 \times 10^9$ الکترون از دست می‌دهد.
 (۴) میله پلاستیکی $3/125 \times 10^9$ الکترون اضافی می‌گیرد.

پاسخ با توجه به سری تریبوالکتریک، میله پلاستیکی (که الکترون‌خواه‌تر است) از پارچه پشمی الکترون اضافی می‌گیرد و بار آن منفی می‌شود. تعداد این الکترون‌ها برابر است با:

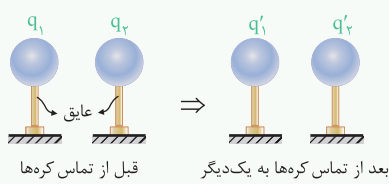
$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{1 \times 10^{-9} C}{1/6 \times 10^{-19} C} = 6/25 \times 10^9 \text{ الکترون} \quad (\text{گزینه ۲})$$

(۲) **تماس:** این روش، برای باردار کردن اجسام رسانا، استفاده می‌شود. برای درک این روش برای باردار کردن اجسام، به مثال زیر توجه کنید:

مثال فرض کنید یک کره رسانای با بار مثبت و یک کره رسانای خنثی داریم. پس از تماس آن‌ها با یکدیگر، می‌توان این‌گونه تصور کرد که مقداری از بارهای مثبت کره باردار، به کره خنثی منتقل شده است و هر دو دارای بار مثبت شده‌اند.

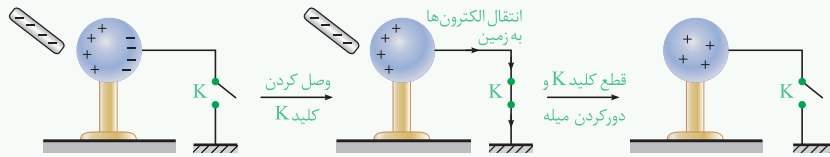


نکته اگر دو کره یکسان با بارهای q_1 و q_2 را به یکدیگر متصل کرده و سپس از هم جدا کنیم، پس از جدا کردن، بار هر دو کره با یکدیگر یکسان و برابر $\frac{q_1 + q_2}{2}$ می‌شود (البته با این فرض که تبادل بار الکتریکی فقط بین دو کره انجام می‌شود).



(۳) **القا:** از این روش نیز برای باردار کردن اجسام رسانا استفاده می‌شود. برای درک بهتر این روش، به مثال زیر توجه کنید:

مثال در شکل زیر یک میله باردار را به یک کره رسانا با پایه‌های عایق نزدیک می‌کنیم تا تفکیک بار انجام شود. سپس با وصل کردن کلید K، کره رسانا را به زمین متصل می‌کنیم تا بارهای هم‌نام با میله باردار، از کره رسانا خارج شود. در نهایت کلید K را قطع و میله باردار را دور می‌کنیم، کره رسانا دارای باری غیرهم‌نام با میله باردار اولیه شده است.



برای جمع‌بندی روش‌های مختلف باردار کردن اجسام، به نمودار درختی زیر توجه کنید:

- روش‌های باردار کردن اجسام
 - وقتی دو جسم بدون بار داریم ← تنها روش، مالش دو جسم است.
 - وقتی یک جسم باردار و یک جسم بدون بار داریم ←
 - القا ← بار ناهم‌نام با جسم باردار، در جسم بدون بار ایجاد می‌شود.
 - تماس ← بار هم‌نام با جسم باردار، در جسم بدون بار ایجاد می‌شود.

مفاهیم اولیه الکتروسیسته ساکن و روش‌های باردار کردن اجسام

پس از بررسی تست‌های این شاخه، برای تسلط بیشتر، در اولویت اول حل کردن تست‌های ۲۰۵، ۲۰۷ و ۲۰۸ از قسمت IQ را به شما عزیزان پیشنهاد می‌کنیم.



مفهوم بار الکتریکی و کوانتومی (گسسته) بودن آن

ابتدا می‌خواهم سؤالی رو بپارم که مفاهیم پایه‌ای الکتروسیسته ساکن رو براتون جا بندازه ...

- ۱- معمولاً در اثر مالش دو جسم بر یکدیگر، اجسام دارای بار الکتریکی می‌شوند. اندازه بار الکتریکی هر یک از این اجسام:
- (۱) مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.
 (۲) هر مقدار دلخواه کوچکی می‌تواند باشد.
 (۳) کمیت گسسته‌ای است که مضربی از یک کولن است.
 (۴) قطعاً برابر اندازه بار الکتریکی یک الکترون است.

۲ بار الکتریکی هر یک از ذرات پروتون، نوترون و الکترون به ترتیب از راست به چپ، برابر q_p ، q_n و q_e است. اگر $q_p = \beta q_e$ و $q_n = \alpha q_e$ باشد، مجموع $\alpha + \beta$ برابر کدام یک از اعداد زیر است؟

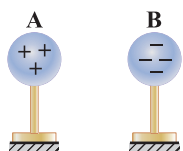
(تألیفی)

۳ جسم A دارای بار الکتریکی $-8nC$ است. در رابطه با این جسم، کدام یک از اظهارنظرهای زیر صحیح است؟ (اندازه بار الکتریکی الکترون برابر 1.6×10^{-19} کولن است.)
 (۱) تعداد الکترون‌های این جسم برابر 5×10^1 است.
 (۲) این جسم 5×10^0 پروتون از دست داده است. (تألیفی)

(۳) اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های این جسم برابر 5×10^1 است.
 (۴) تعداد پروتون‌های این جسم برابر 5×10^1 است.

۴ مطابق شکل زیر، دو کره A و B بر روی پایه‌های عایق قرار گرفته و بار آن‌ها به ترتیب برابر $8.0 \times 10^{-9} C$ و $-4/8 \times 10^{-7} C$ می‌باشد. در مورد این دو جسم، کدام یک از

عبارت‌های زیر صحیح است؟ (اندازه بار الکتریکی هر الکترون $1/6 \times 10^{-19}$ کولن می‌باشد.)
 (۱) به جسم A تعداد 5×10^{11} پروتون و به جسم B تعداد 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.
 (۲) از جسم A تعداد 5×10^{11} الکترون و از جسم B تعداد 3×10^{11} پروتون گرفته‌ایم.
 (۳) از جسم A تعداد 5×10^{11} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.
 (۴) از جسم A تعداد 8×10^{11} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد 48×10^{11} الکترون داده‌ایم.



۵ یک جسم که به وسیله مالش دارای بار الکتریکی شده است، چند کولن الکتریسیته می‌تواند داشته باشد؟ (بار الکتریکی هر الکترون $1/6 \times 10^{-19}$ کولن می‌باشد.)

(۱) 2×10^{-19} (۲) 4×10^{-19} (۳) 8×10^{-19} (۴) هر سه مقدار (M.K.A)

۶ چند الکترون باید از یک سکه خنثی خارج شود، تا بار الکتریکی آن $+1\mu C$ شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)
 (۱) $1/6 \times 10^6$ (۲) $1/6 \times 10^{12}$ (۳) $6/25 \times 10^6$ (۴) $6/25 \times 10^{12}$ (ریاضی داخل ۹۵)

۷ جسمی دارای بار اولیه q می‌باشد. اگر این جسم 5×10^{15} الکترون از دست بدهد، بار آن قرینه حالت اول می‌شود. بار اولیه این جسم، چند میکروکولن بوده است؟

($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)
 (۱) -400 (۲) 400 (۳) 800 (۴) -800 (مکمل خلاقانه ریاضی ۹۵)

۸ اگر هر سانتی‌متر از یک خطکش ۸ سانتی‌متری، الکترون، کل بار الکتریکی خطکش برابر $-32\mu C$ می‌شود. (بار الکتریکی هر الکترون برابر $1/6 \times 10^{-19}$ کولن است.)

(۱) 20×10^{13} بگیرد (۲) $2/5 \times 10^{13}$ بگیرد (۳) 20×10^{13} از دست دهد (۴) $2/5 \times 10^{13}$ از دست دهد (مکمل خلاقانه ریاضی ۹۵)

۹ عدد اتمی اورانیم برابر $Z = 92$ است. به ترتیب از راست به چپ، بار الکتریکی هسته اتم اورانیم و بار الکتریکی اتم اورانیم در حالت خنثی برابر چند میکروکولن است؟

(۱) $1/472 \times 10^{-17}$ ، صفر (۲) $1/472 \times 10^{-11}$ ، $2/944 \times 10^{-11}$ (کتاب درسی)

(۳) $1/472 \times 10^{-11}$ ، صفر (۴) $1/472 \times 10^{-17}$ ، $-1/472 \times 10^{-17}$

۱۰ در یک اتم دو بار مثبت (X^{2+})، اندازه بار الکتریکی الکترون‌های آن برابر $4/8 \times 10^{-18} C$ می‌باشد. تعداد پروتون‌های این اتم کدام است؟ (اندازه بار الکتریکی یک الکترون برابر $1/6 \times 10^{-19}$ کولن می‌باشد.)

(۱) ۳۰ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶ (تألیفی)

روش‌های باردار کردن اجسام



تو این قسمت، روش‌های باردار کردن اجسام رو بررسی می‌کنیم و سؤال‌های متنوع و خیلی جدیدی از این بحث رو براتون طرح کردیم ...

۱۱- دو جسم خنثی در اثر مالش به یک‌دیگر، دارای بار الکتریکی می‌شوند. در رابطه با این پدیده فیزیکی، می‌توان گفت:

(۱) بار الکتریکی هر دو جسم یکسان و از یک نوع می‌شود.

(۲) جسمی که پروتون از دست می‌دهد، بار آن منفی می‌شود.

(۳) جسمی که الکترون از دست می‌دهد، بار آن مثبت می‌شود.

(۴) تعداد پروتون‌های منتقل شده به یک جسم، برابر تعداد الکترون‌های منتقل شده به جسم دیگر است.

۱۲ جدول مقابل، بخشی از سری الکتریسته مالشی (سری تریبولکتریک) را نشان می‌دهد. با توجه به این جدول، کدام یک از

عبارت‌های زیر نادرست است؟ (تألیفی)

(۱) اگر یک میله شیشه‌ای را با موی گربه مالش دهیم، بار الکتریکی میله، مثبت و بار الکتریکی موی گربه، منفی می‌شود.

(۲) اگر یک جسم لاستیکی را با یک پارچه پشمی مالش دهیم، پارچه تعدادی الکترون از دست می‌دهد.

(۳) اگر یک پارچه ابریشمی را با موی سر خود مالش دهیم، الکترون‌ها از پارچه به موی سر منتقل می‌شوند.

(۴) در جدول داده شده، مواد پایین‌تر الکترون‌خواهی بیشتری دارند.

سری الکتریسته مالشی	
انتهای مثبت سری	
موی انسان	
شیشه	
پشم	
موی گربه	
ابریشم	
لاستیک	
انتهای منفی سری	

تست بعدی به سؤال مشتی هستش، خوب روش فکر کنید ...

۱۳ در شکل مقابل، جدول سری الکتروسیستة مالشی نشان داده شده است. اگر جسم A را به جسم B و جسم C را به جسم D

(مکمل مفهومی تجربی ۹۰)

مالش دهیم، کدام یک از اظهارنظرهای زیر در رابطه با آن‌ها صحیح است؟

- (۱) دو جسم A و C هم‌دیگر را دفع می‌کنند.
- (۲) دو جسم B و D هم‌دیگر را جذب می‌کنند.
- (۳) دو جسم A و D هم‌دیگر را دفع می‌کنند.
- (۴) دو جسم B و C هم‌دیگر را دفع می‌کنند.

اینم به تست خیلی شیک و قشنگ از مفاهیم کتاب درسی ...

۱۴ با توجه به سری الکتروسیستة مالشی داده شده، میله A را با میله B و میله C را با میله D مالش می‌دهیم. کدام یک از شکل‌های

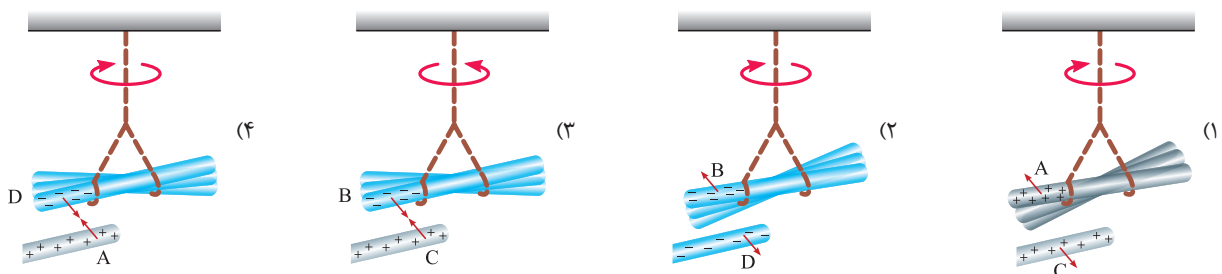
زیر، جهت چرخش میله آویخته شده، نیروی بین میله‌ها و بار الکتریکی آن‌ها را پس از مالش دادن به یک‌دیگر، به درستی

(تألیفی)

نشان نمی‌دهد؟

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری



۱۵- جسم A در اثر مالش با جسم B دارای بار الکتریکی شده است. بار الکتریکی جسم B برحسب کولن کدام یک از گزینه‌های زیر

(برگرفته از امتحانات کشوری)

می‌تواند باشد؟ (اندازه بار الکتریکی یک الکترون برابر 1.6×10^{-19} کولن است.)

- (۱) -2×10^{-19}
- (۲) 2×10^{-19}
- (۳) -8×10^{-19}
- (۴) 8×10^{-19}

سری الکتروسیستة مالشی

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

۱۶- کره فلزی خنثی روی پایه عایقی قرار دارد. اگر میله A را به پارچه B مالش داده و به کره نزدیک کنیم و در این حالت دست خود را به کره چسبانده و جدا کنیم و سپس

میله را دور کنیم، کره از نظر بار الکتریکی چگونه خواهد بود؟ (در جدول سری الکتروسیستة مالشی، جسم B نسبت به A، به سر مثبت سری نزدیک‌تر است.)

(منتخب سراسری قبل از ۸۰ با تغییر)

- (۱) بار منفی در سطح خارجی کره پخش می‌شود.
- (۲) بار مثبت در سطح خارجی کره پخش می‌شود.
- (۳) بار مثبت یا منفی در یک طرف کره جمع می‌شود.
- (۴) کره خنثی می‌ماند.

۱۷ در شکل زیر، دو کره فلزی A و B روی دو پایه عایق قرار دارند و دو کره با یک‌دیگر در تماس‌اند. تیغه M را با N مالش می‌دهیم و از طرف چپ به کره A نزدیک

(تألیفی)

می‌کنیم. در این حالت پایه کره B را گرفته و آن را از A جدا می‌کنیم و سپس تیغه M را از دو کره دور می‌کنیم. در این حالت:

(۱) هر دو کره دارای بار الکتریکی مثبت شده‌اند.

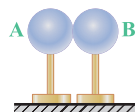
(۲) هر دو کره دارای بار الکتریکی منفی شده‌اند.

(۳) کره A دارای بار الکتریکی منفی و کره B دارای بار مثبت شده است.

(۴) کره A دارای بار الکتریکی مثبت و کره B دارای بار منفی شده است.

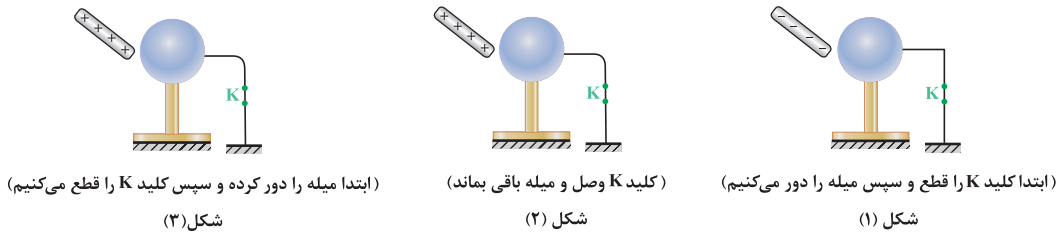
سری الکتروسیستة مالشی

انتهای مثبت سری
N
M
انتهای منفی سری



۱۸ در شکل‌های زیر، کره‌های رسانا بر روی پایه‌های عایق قرار گرفته و توسط سیم‌های رسانا، به زمین متصل هستند. در هر یک از شکل‌های (۱)، (۲) و (۳)، بار هر یک از کره‌ها به ترتیب از راست به چپ چگونه می‌شود؟

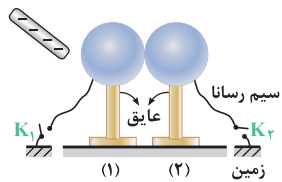
(تألیفی)



- (۱) خنثی، منفی، خنثی (۲) مثبت، منفی، خنثی (۳) مثبت، خنثی، منفی (۴) منفی، خنثی، مثبت

۱۹- مطابق شکل داده شده، یک میله دارای بار منفی را به دو کره خنثی و رسانای (۱) و (۲) که با هم در تماس هستند، نزدیک می‌کنیم. تا هنگامی که میله نزدیک دو کره بوده و دو کره با هم در تماس‌اند، کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

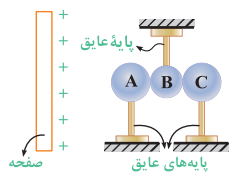
(برگرفته از کتاب درسی)



- (۱) در سمت چپ بار مثبت جمع شده و در محل برخورد دو کره باری جمع نمی‌شود.
(۲) کره (۱) دارای بار مثبت و کره (۲) دارای بار منفی است.
(۳) اگر کلید K_2 را وصل و K_1 قطع بماند، کره (۲) خنثی و کره (۱) دارای بار مثبت می‌شود.
(۴) اگر کلید K_1 را وصل و K_2 قطع بماند، کره (۱) خنثی و کره (۲) دارای بار منفی می‌شود.

۲۰ سه کره فلزی A، B و C در تماس با یکدیگر و مجاور صفحه باردار قرار دارند. اگر ابتدا کره فلزی B را از بین دو کره خارج نموده و دور کنیم و سپس صفحه باردار را به فاصله خیلی دور انتقال دهیم، کدام یک از موارد زیر اتفاق می‌افتد؟

(برگرفته از امتحانات کشوری)



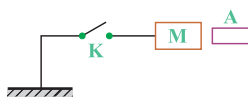
- (۱) $|q_A| = |q_C|$ و $q_C > 0, q_A < 0$
(۲) $|q_C| > |q_A|$ و $q_C > 0, q_A < 0$
(۳) $|q_A| = |q_C|$ و $q_C < 0, q_A > 0$
(۴) $|q_C| < |q_A|$ و $q_C < 0, q_A > 0$

سری الکترواستاتیکی مالشی (تربیوالکتریک)

سر مثبت سری
A
B
سر منفی سری

۲۱ جسم A را به B مالش داده و سپس آن را در مجاورت جسم رسانای M قرار می‌دهیم. کلید K را می‌بندیم و پس از چند لحظه کلید را باز می‌کنیم. در این حالت جسم رسانای M:

(تألیفی)



- (۱) بار الکتریکی منفی پیدا می‌کند.
(۲) بار الکتریکی مثبت پیدا می‌کند.
(۳) بستگی به بار اولیه جسم M دارد.
(۴) خنثی می‌ماند.

۲۲ در شکل روبه‌رو گلوله فلزی باردار از نخ آویزان است. کره فلزی خنثی را که دارای دسته نارسانا است به گلوله نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود که گلوله می‌شود. وقتی تماس حاصل شد، کره را جدا کرده و دوباره به آرامی آن را به گلوله نزدیک می‌کنیم و ملاحظه می‌شود که گلوله می‌شود.



(تجربی داخل ۸۶)

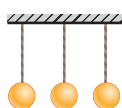
- (۱) جذب - دفع (۲) دفع - جذب (۳) دفع - دفع (۴) جذب - جذب

۲۳ سه جسم A، B و C را دوباره به یکدیگر نزدیک می‌کنیم. وقتی A و B به یکدیگر نزدیک شوند، هم‌دیگر را با نیروی الکتریکی جذب می‌کنند و اگر B و C را به یکدیگر نزدیک کنیم، یکدیگر را با نیروی الکتریکی دفع می‌کنند. کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند صحیح باشد؟

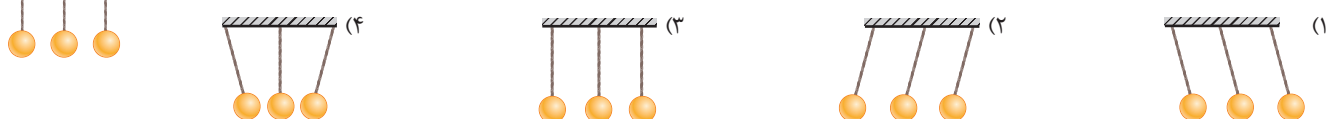
(تجربی خارج ۹۰)

- (۱) A و C بار هم‌نام و هم اندازه دارند
(۲) B و C بار غیرهم‌نام دارند.
(۳) B بدون بار و C باردار است.
(۴) A بدون بار و B باردار است.

۲۴ سه آونگ الکتریکی خنثی و سبک مشابه، مطابق شکل نشان داده شده در مجاورت یکدیگر قرار گرفته‌اند. اگر به آونگ وسطی مقداری بار الکتریکی منفی بدهیم، شکل قرارگیری آونگ‌ها به کدام صورت می‌تواند باشد؟



(مکمل خلاقانه تجربی ۸۶ و ۹۰)





رشته سیم فلزی نازک

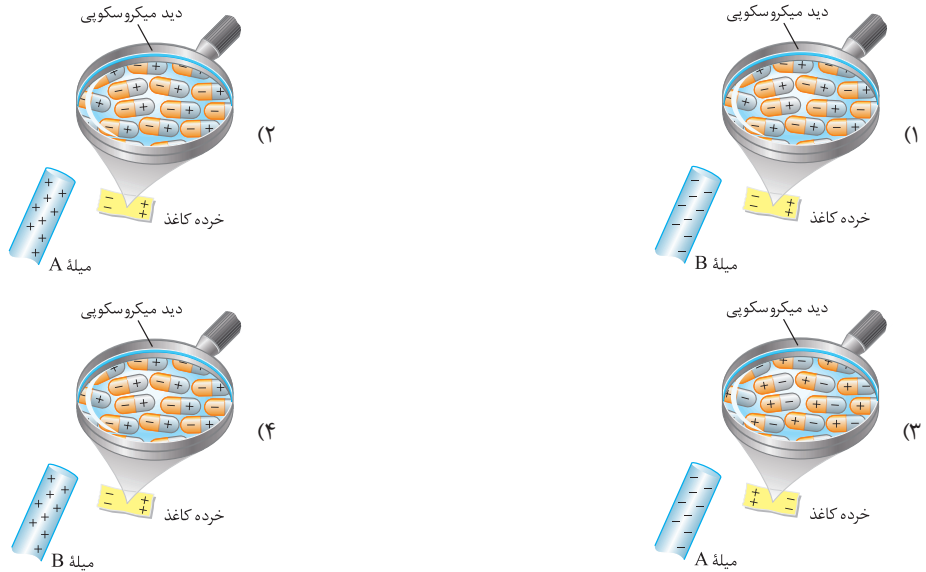
۲۵- مطابق شکل، پس از مالش یک بادکنک با یک پارچه پشمی، آن را به رشته سیم فلزی نازکی که از نقطه A آویزان است، نزدیک می‌کنیم. انحراف این سیم نازک، کدام واقعیت فیزیکی را توجیه می‌کند؟

- (۱) باردار بودن تمام اجسام
- (۲) القای بار الکتریکی توسط جسم باردار
- (۳) دافعه بین دو بار الکتریکی
- (۴) توصیفی از قانون کولن است.

سری الکتروسیتة مالشی

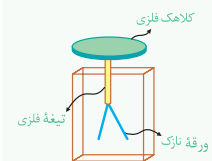
انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

۲۶- میله A را با B مالش داده و سپس یکی از آنها را مطابق شکل به خرده‌های کاغذ نزدیک می‌کنیم. کدام یک از شکل‌های زیر، بار الکتریکی میله مورد نظر و بارهای الکتریکی در خرده‌های کاغذ را به درستی نشان می‌دهد؟ (تألیفی)



الکتروسکوپ

خلاصه نکات

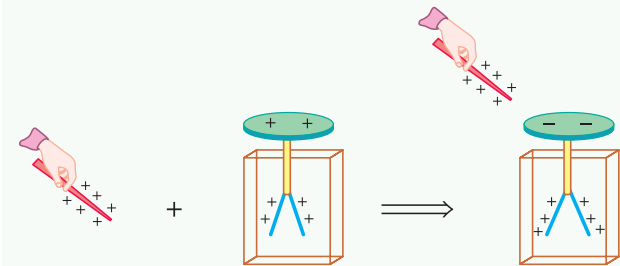


الکتروسکوپ وسیله‌ای است که با کمک آن، در مورد بار الکتریکی اجسام می‌توان اظهار نظر کرد. با توجه به شکل مقابل، این وسیله از سه قسمت اصلی کلاهک فلزی، تیغه فلزی و ورقه‌های نازک تشکیل شده است.

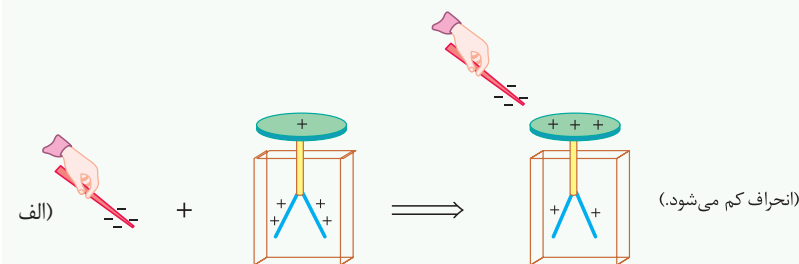
برای حل مسائل مربوط به برق‌نما (الکتروسکوپ)، چهار حالت کلی زیر را بررسی می‌کنیم:

۱- هنگامی که میله بارداری را به یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک می‌کنیم، روی کلاهک الکتروسکوپ، باری مخالف با بار میله باردار و روی ورقه‌های نازک الکتروسکوپ، باری هم‌علامت با بار میله باردار القا می‌شود.

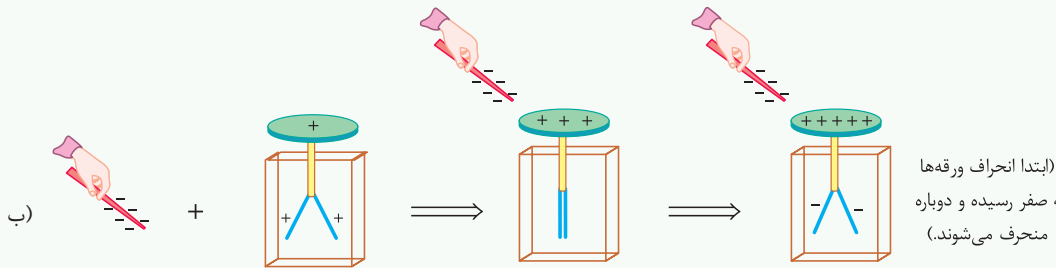
۲- هنگامی که میله بارداری را به یک الکتروسکوپ باردار هم‌علامت با بار میله نزدیک کنیم، مقداری از بارهای روی کلاهک به علت نیروی دافعه بین بارهای روی کلاهک و میله باردار، کاسته شده و به بار ورقه‌های نازک اضافه می‌شود و در نتیجه انحراف ورقه‌های نازک بیشتر می‌شود.



۳- هنگامی که میله بارداری را به یک الکتروسکوپ باردار غیرهم‌علامت با بار میله نزدیک کنیم، به علت نیروی جاذبه بین میله باردار و بار روی کلاهک الکتروسکوپ، مقداری از بار ورقه‌های نازک به کلاهک منتقل می‌شود و در نهایت بسته به مقدار بار میله و کلاهک، حالت‌های الف و ب ممکن است رخ دهد:

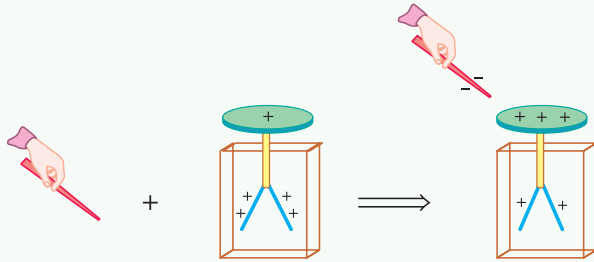


(انحراف کم می‌شود.)



(ابتدا انحراف ورقه‌ها به صفر رسیده و دوباره منحرف می‌شوند.)

۱۴ هنگامی که یک میله رسانای خنثی را به الکتروسکوپ باردار نزدیک کنیم، مقداری بار ناهم‌نام با بار الکتروسکوپ، بر روی میله القا می‌شود. این موضوع باعث می‌شود مقداری از بار روی ورقه‌های نازک الکتروسکوپ به سمت کلاهک حرکت کند و در نتیجه از انحراف ورقه‌ها کاسته می‌شود.



تجربین با یک الکتروسکوپ، چگونه می‌توان تعیین کرد:

(الف) جسمی باردار است؟

(ج) جسمی رسانا است یا نارسانا؟

(ب) جسم چه نوع باری دارد؟

(د) کدام یک از دو کره هم‌اندازه، رسانا و باردار، مقدار بار بیشتری دارد؟

۱۵ (الف) برای تشخیص باردار بودن اجسام، نیازی به باردار بودن الکتروسکوپ نیست و کافی است جسم را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک کنیم. اگر ورقه‌ها از هم فاصله بگیرند، نشانه باردار بودن جسم است.

(ب) برای تشخیص نوع بار اجسام باید حتماً الکتروسکوپ باردار و نوع بار آن نیز برای ما معلوم باشد. به همین منظور جسم باردار را به آرامی از بالا به کلاهک نزدیک می‌کنیم. اگر انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ بیشتر شود، نوع بار جسم هم‌نام با بار الکتروسکوپ است و اگر انحراف برای لحظه‌ای کم شود، بار جسم مخالف بار الکتروسکوپ است. (ج) برای تشخیص رسانایی اجسام باید الکتروسکوپ باردار باشد ولی نوع بار آن برای ما مهم نیست. برای این منظور یک نقطه از جسم بدون باری را که در دست داریم، به کلاهک الکتروسکوپ تماس می‌دهیم. اگر انحراف ورقه‌ها تغییر محسوسی نکند، جسم نارسانا است. اگر جسم رسانا باشد، تماس آن به کلاهک، موجب تخلیه قسمتی از بار الکتروسکوپ می‌شود و انحراف ورقه‌ها کم می‌شود و حتی ممکن است از بین برود (چرا؟).

(د) چون دو کره کاملاً مشابه انتخاب شده‌اند، اگر بتوانیم آن‌ها را هر بار در شرایط کاملاً یکسان به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک نگه داریم، میزان انحراف ورقه‌ها می‌تواند به صورت نه‌چندان دقیق نشان‌دهنده میزان بار دو جسم باشد.

اینم چندتا سؤال خوب از الکتروسکوپ، که قبلاً تو علوم هشتم باهش آشنا شدید ...

۲۷ جسمی با بار مثبت را به کلاهک الکتروسکوپ خنثی نزدیک کرده و بدون تماس با آن در کنارش نگه می‌داریم، ملاحظه می‌شود ورقه‌های الکتروسکوپ باز شده است.

(منتخب سراسری قبل از ۸۰)

در این حالت بار کلاهک و بار ورقه‌ها به ترتیب عبارتند از:

- (۱) مثبت - مثبت (۲) مثبت - منفی (۳) منفی - مثبت (۴) منفی - منفی

۲۸ در صورتی که میله A را به کلاهک یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک کنیم، ورقه‌های الکتروسکوپ باز می‌شوند. اگر میله A را به میله آویزان B (مطابق گزینه‌ها) که بار آن منفی است، نزدیک کنیم، کدام یک از گزینه‌های زیر بار الکتریکی میله A و جهت چرخش میله B را به درستی نشان می‌دهد؟

(تألیفی)



- (۱) میله B چرخش نمی‌کند. (۲) میله A چرخش نمی‌کند. (۳) میله B چرخش نمی‌کند. (۴) هر یک از دو گزینه (۱) یا (۲) می‌تواند صحیح باشد.

۲۹ - میله‌ای با بار الکتریکی مثبت را به آرامی به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم. ورقه‌های الکتروسکوپ نخست بسته و سپس از هم باز می‌شوند. بار الکتریکی قبلی الکتروسکوپ از چه نوع بوده است؟

(منتخب سراسری قبل از ۸۰)

- (۱) مثبت (۲) منفی (۳) خنثی یا مثبت (۴) منفی یا خنثی

(تألیفی)

۳۰ مطابق شکل، اگر یک میله فلزی بدون بار خالص را به کلاهک الکتروسکوپ بارداری نزدیک کنیم، زاویه بین ورقه‌ها چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) کم می‌شود.

(۲) زیاد می‌شود.

(۳) ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود.

(۴) تغییر نمی‌کند.

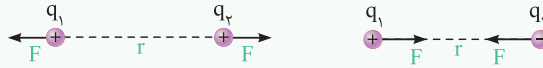
۳۱ یک میله نارسانا را که بار الکتریکی آن مثبت است، به کلاهک یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک می‌کنیم و در این حالت دست دیگر خود را به ورقه‌های الکتروسکوپ تماس داده و جدا می‌کنیم و سپس میله باردار را نیز از کلاهک دور می‌کنیم. در این حالت، کلاهک دارای بار الکتریکی می‌شود و ورقه‌ها با بار از هم دور می‌شوند.

(۱) مثبت - منفی (۲) مثبت - مثبت (۳) منفی - مثبت (۴) منفی - منفی (برگرفته از سوالات امتحانی)

قانون کولن

خلاصه نکات

مشاهدات فیزیکی نشان می‌دهد که دو ذره باردار بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند، به گونه‌ای که اگر بار الکتریکی دو ذره هم‌نام (هر دو مثبت و یا هر دو منفی) باشد، آن‌ها یکدیگر را دفع کرده و اگر بار دو ذره ناهم‌نام (یکی مثبت و دیگری منفی) باشد، آن‌ها یکدیگر را جذب می‌کنند.



حال این سؤال در ذهن ایجاد می‌شود که مقدار این نیرو چگونه محاسبه می‌شود، در این خلاصه نکات به این موضوع می‌پردازیم.

قانون کولن: با توجه به این قانون، بزرگی نیروی الکتریکی (رابطشی یا رانشی) بین دو ذره با بارهای q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، با حاصل ضرب اندازه بار دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله آن‌ها از هم نسبت عکس دارد و با کمک رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F \propto \frac{1}{r^2} & \text{(نیرو با مجذور فاصله بین دو بار الکتریکی، رابطه معکوس دارد)} \\ F \propto q_1 q_2 & \text{(نیرو متناسب با حاصل ضرب اندازه دو بار الکتریکی است)} \end{cases}$$

دقت کنید که در این رابطه برای محاسبه مقدار F ، علامت بارهای q_1 و q_2 را در نظر نمی‌گیریم و در واقع اندازه‌های این دو بار $|q_1|$ و $|q_2|$ را در رابطه وارد می‌کنیم.

نکات مهم و کاربردی

۱ در این رابطه k ثابت کولن نام دارد و واحد آن در سیستم SI عبارت است از:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow[\text{در یک طرف رابطه}]{\text{تنها کردن } k} k = \frac{Fr^2}{q_1 q_2} \equiv \frac{N \cdot m^2}{C^2}, k \approx 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

۲ ارتباط بین ثابت کولن (k) و ضریب گذردهی الکتریکی خلأ (ϵ_0) به صورت مقابل است:

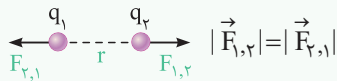
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

بنابراین واحد ϵ_0 معکوس واحد k بوده و معادل با $\frac{C^2}{N \cdot m^2}$ است.

۳ اگر اندازه بارهای q_1 و q_2 و یا فاصله r تغییر کند، در مقایسه نیروی کولنی در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

۴ مطابق قانون سوم نیوتون، هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن، بنابراین نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند، با نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می‌کند، هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگر است.

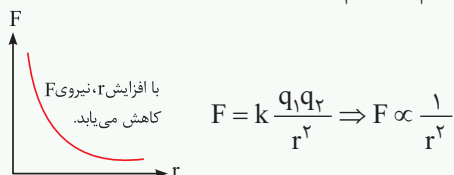


جالب است بدانید که این موضوع نسبتاً ساده، محل اشتباه بسیاری از دانش‌آموزان است.

۵ با توجه به قانون دوم نیوتون ($F = ma$)، اگر دو بار الکتریکی برای دو گلوله کوچک در نظر گرفته شوند و فقط تحت اثر نیروی کولنی که به یکدیگر وارد می‌کنند، شتاب بگیرند، در مقایسه شتاب آن‌ها می‌توان گفت:

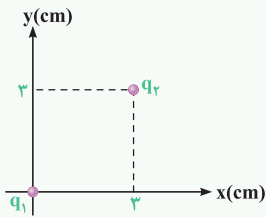
$$F_{2,1} = F_{1,2} \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \text{هرچه گلوله دارای جرم بیشتری باشد، شتاب آن کم‌تر است.}$$

۶ نمودار نیروی بین دو ذره باردار برحسب فاصله آن‌ها به صورت مقابل است:



در ادامه با حل چند تمرین، بر روی نکات ارائه شده در این قسمت مسلط تر می شویم:

تمرین ۱۶ دو بار الکتریکی q_1 و q_2 مطابق شکل در صفحه ثابت شده اند. به هر یک از موارد زیر پاسخ دهید:
 (الف) اندازه نیروی الکتریکی بین این دو بار چند نیوتون است؟
 (ب) بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 را در SI به دست آورید.
 (ج) اگر بار q_1 دو برابر شود، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_2 را به دست آورید.



پاسخ (الف) ابتدا با توجه به شکل، فاصله بین دو بار الکتریکی و سپس بزرگی نیروی الکتریکی که دو بار بر هم وارد می کنند را به دست می آوریم (دقت شود که واحدها به SI باید تبدیل شود):

$$\Rightarrow r = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm} = 3\sqrt{2} \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$|\vec{F}| = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 20 \text{ N}$$

(ب) از آنجایی که دو بار الکتریکی با یکدیگر هم نام اند، نیروی الکتریکی بین آن ها از نوع دافعه است و با توجه به شکل، مؤلفه های نیروی \vec{F} را در راستای محورهای مختصات به دست می آوریم:

$$\begin{cases} |F_y| = |\vec{F}| \sin \alpha \xrightarrow{\sin \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}} |F_y| = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ N} \\ |F_x| = |\vec{F}| \cos \alpha \xrightarrow{\cos \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}} |F_x| = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ N} \end{cases}$$

چون هر دو مؤلفه F_x و F_y در خلاف جهت محورهای x و y هستند، ضرایب \vec{i} و \vec{j} هر دو منفی بوده و داریم:

(ج) با توجه به قانون سوم نیوتون، اندازه نیروی وارد بر بار q_2 از طرف q_1 برابر نیروی وارد بر بار q_1 از طرف q_2 است و بردار آن، قرینه بردار نیروی وارد بر بار q_1 می باشد. بنابراین می توان نوشت:

از طرفی با توجه به دو برابر شدن بار q_1 ، می توان نوشت:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad , \quad |\vec{F}_{1,2}| = |\vec{F}_{2,1}|$$

$$\vec{F}_{1,2} = \frac{k q_1' q_2}{r^2} \Rightarrow F_{1,2}' = 2F_{1,2} \quad \text{یا} \quad \frac{F_{1,2}'}{F_{1,2}} = \frac{q_1'}{q_1} \times \frac{q_2'}{q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{2}{1} \times 1 \times 1 = 2 \Rightarrow F_{1,2}' = 2F_{1,2}$$

پس می توان نوشت:

تذکره در تعداد زیادی از تست های کنکور و سؤالات امتحانات در این قسمت، تغییرات بار الکتریکی یا فاصله را برحسب درصد در صورت سؤال مطرح می کنند. برای حل

این گونه سؤالات، کفایت عبارت درصدی را به صورت کسری باز نویسی کنید. به طور مثال اگر بار الکتریکی یک ذره ۲۵ درصد افزایش یافته باشد، می توان نوشت:

$$q' = q + \frac{25}{100} q = q + \frac{1}{4} q = \frac{5}{4} q$$

$$d' = d - \frac{20}{100} d = d - \frac{1}{5} d = \frac{4}{5} d$$

یا به عنوان مثال دیگر اگر فاصله بین دو بار الکتریکی ۲۰ درصد کاهش یابد، می توان نوشت:

با حل تمرین بعد، این موضوع را بهتر درک می کنید.

تمرین ۱۷ دو بار الکتریکی هم نام $q_1 = 8 \mu\text{C}$ و q_2 در فاصله r ، نیروی F را بر هم وارد می کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصله بارها از یکدیگر، نیروی متقابل بین آن ها ۵۰ درصد افزایش می یابد. مقدار اولیه q_2 چند میکروکولن است؟ (ریاضی داخل ۸۹)

پاسخ با بررسی تغییرات بار (اضافه کردن ۲۵ درصد یا $\frac{1}{4}$ بار q_1 به q_2) در دو حالت داریم:

$$\begin{cases} \text{حالت اولیه} & q_1 = 8 \mu\text{C} \\ \text{حالت ثانویه} & q_1' = q_1 - \frac{1}{4} q_1 \quad q_2' = q_2 + \frac{1}{4} q_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1' = q_1 - \frac{25}{100} q_1 = q_1 - \frac{1}{4} q_1 = \frac{3}{4} q_1 = \frac{3}{4} \times 8 = 6 \mu\text{C} \\ q_2' = q_2 + \left(\frac{1}{4} \times 8\right) = q_2 + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1): F = \frac{k q_1 q_2}{r^2} = \frac{k (8q_2)}{r^2} \\ (2): F' = \frac{k q_1' q_2'}{r^2} = \frac{k \times 6 \times (q_2 + 2)}{r^2} = \frac{k (6q_2 + 12)}{r^2} \end{cases}$$

$$F' = F + \frac{50}{100} F = \frac{150}{100} F = \frac{3}{2} F \Rightarrow \frac{k (6q_2 + 12)}{r^2} = \frac{3}{2} \frac{k (8q_2)}{r^2} \Rightarrow 6q_2 + 12 = \frac{3}{2} \times 8q_2 = 12q_2 \Rightarrow 6q_2 = 12 \Rightarrow q_2 = 2 \mu\text{C} \quad (\text{گزینه ۲})$$



قانون کولن و تحلیل مسائل مرتبط با آن

پس از بررسی تست‌های این شاخه، برای تسلط بیشتر، در اولویت اول حل کردن تست‌های ۲۱۱، ۲۱۳، ۲۱۷، ۲۲۰، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۵ و ۲۲۶ از قسمت IQ را به شما عزیزان پیشنهاد می‌کنیم.



مسائل مقدماتی قانون کولن



۳۲- با توجه به قانون کولن، نیرویی که دو بار الکتریکی نقطه‌ای بر یکدیگر وارد می‌کنند، با متناسب و با نسبت عکس دارد. (کتاب درسی)

(۱) اندازه بار هر یک از آن‌ها - مجذور فاصله بین آن‌ها
(۲) اندازه بار هر یک از آن‌ها - فاصله بین آن‌ها
(۳) مجذور اندازه بار هر یک از آن‌ها - فاصله بین آن‌ها
(۴) مجذور اندازه بار هر یک از آن‌ها - مجذور فاصله آن‌ها

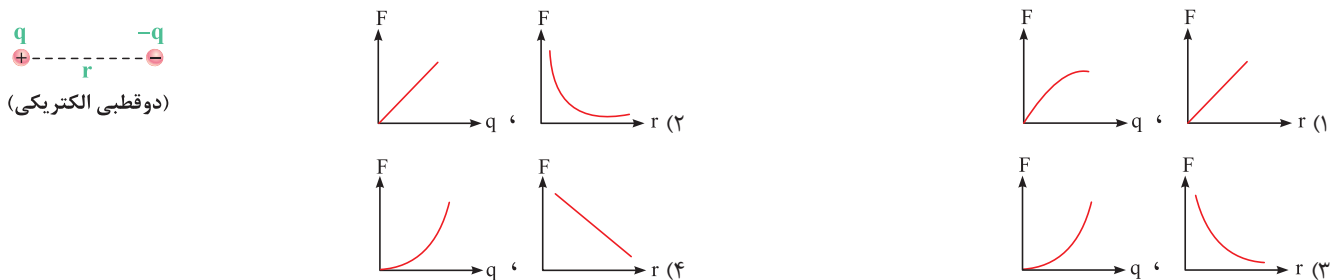
۳۳- اگر اندازه بارهای هر یک از دو بار الکتریکی نقطه‌ای را ۳ برابر کنیم و فاصله بین آن‌ها را نیز ۳ برابر کنیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۹ (ریاضی داخل ۹۸ و ریاضی خارج ۸۷)

۳۴- یکای k (ثابت کولن) و ϵ_0 (ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ) در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (کتاب درسی)

(۱) $\frac{C^2}{N.m^2}$ ، $\frac{N.m^2}{C^2}$ (۲) $\frac{C}{N.m}$ ، $\frac{N.m}{C}$ (۳) $\frac{N.m^2}{C^2}$ ، $\frac{C^2}{N.m^2}$ (۴) $\frac{N.m}{C^2}$ ، $\frac{C^2}{N.m}$

۳۵- در شکل زیر، یک دو قطبی الکتریکی نشان داده شده است. کدام یک از نمودارهای زیر، تغییرات نیروی کولنی بین دو بار الکتریکی را برحسب فاصله بین آن‌ها و برحسب اندازه بار الکتریکی q به درستی نشان می‌دهد؟ (برگرفته از کتاب درسی)



۳۶- بار الکتریکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون وارد کند؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

(۱) ۱ (۲) ۳/۱۴ (۳) ۹ (۴) ۱۰

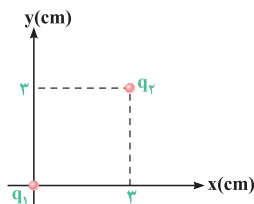
۳۷- دو کره فلزی کوچک با بار الکتریکی منفی، دارای بارهای q_1 و $q_2 = 5q_1$ ، در فاصله ۳ متری از هم قرار دارند و نیروی دافعه $2N$ را به یکدیگر وارد می‌کنند. کره با بار الکتریکی q_1 ، دارای چند الکترون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$) (تجربی خارج ۹۱ با تغییر)

(۱) $2/5 \times 10^{12}$ (۲) $1/25 \times 10^{12}$ (۳) $2/5 \times 10^{13}$ (۴) $1/25 \times 10^{13}$

۳۸- دو ذره باردار با بارهای مثبت در فاصله ۳ cm از یکدیگر با نیروی الکتریکی ۵ N یکدیگر را می‌رانند. اگر مجموع بار دو ذره ۱۵ میکروکولن باشد، بار هر یک از این ذره‌ها چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$) (مکمل محاسباتی تجربی ۹۱)

(۱) ۸ و ۷ (۲) ۹ و ۶ (۳) ۵ و ۱۰ (۴) ۳ و ۱۲

۳۹- در شکل زیر، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟ ($q_1 = q_2 = 2 \mu\text{C}$, $k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$) (برگرفته از امتحانات کشوری)



$$\vec{F} = 10\vec{i} + 10\vec{j} \quad (1)$$

$$\vec{F} = -10\sqrt{2}\vec{i} - 10\sqrt{2}\vec{j} \quad (2)$$

$$\vec{F} = -20\sqrt{2}\vec{i} - 20\sqrt{2}\vec{j} \quad (3)$$

$$\vec{F} = -20\vec{i} + 20\vec{j} \quad (4)$$

۴۰- در شکل روبه‌رو، دو گوی مشابه و کوچک به جرم $9gr$ و بار یکسان مثبت q در فاصله ۱ cm از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. (کتاب درسی)

تعداد الکترون‌های کنده شده از هر گوی چه قدر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$, $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۱) $6/25 \times 10^{14}$ (۲) $4/25 \times 10^{14}$

(۳) $2/25 \times 10^{12}$ (۴) $4/25 \times 10^{14}$



۴۱ دو بار نقطه‌ای q و $2q$ به فاصله d از یکدیگر بر روی محور x قرار دارند. اگر بار q بر بار $2q$ نیروی $\vec{F} = +10\hat{i}$ را در SI وارد کند، بار $2q$ بر بار q چه نیرویی در SI وارد خواهد کرد؟ (تألفی)

(۱) $\vec{F}' = +20\hat{i}$ (۲) $\vec{F}' = +10\hat{i}$ (۳) $\vec{F}' = -20\hat{i}$ (۴) $\vec{F}' = -10\hat{i}$

۴۲ ذره A به جرم m و بار الکتریکی q و ذره B به جرم $2m$ و بار الکتریکی $2q$ در نزدیکی هم قرار دارند. اگر تنها نیروی وارد بر این ذره‌ها، نیروی الکتریکی متقابل آن‌ها باشد و تحت آن نیروها ذرات شتاب بگیرند، بزرگی شتاب ذره A چند برابر بزرگی شتاب ذره B خواهد شد؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

بررسی تأثیر تغییر اندازه بارها و فاصله بین دو بار بر نیروی کولنی

۴۳ دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله 10cm یکدیگر را با نیروی F جذب می‌کنند. بارهای $6q_1$ و $8q_2$ در فاصله 20cm بر یکدیگر چه نیرویی وارد می‌کنند؟ (تألفی)

(۱) $12F$ ، جاذبه (۲) $24F$ ، جاذبه (۳) $24F$ ، دافعه (۴) $12F$ ، دافعه

۴۴ بار الکتریکی 8 میکروکولنی از فاصله r بر بار 2 میکروکولنی نیروی F را وارد می‌کند. بار 2 میکروکولنی در چه فاصله‌ای بر بار 8 میکروکولنی نیرویی با اندازه $2F$ وارد می‌کند؟ (تجربی داخل ۸۵)

(۱) $2r$ (۲) $\sqrt{2}r$ (۳) $\frac{1}{2}r$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}r$

۴۵ دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله معین بر هم نیرو وارد می‌کنند. اگر اندازه یکی از بارها دو برابر شود، فاصله بین دو بار را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟ (مکمل محاسباتی تجربی ۸۵)

(۱) $\sqrt{2}$ برابر (۲) $\frac{1}{2}$ برابر (۳) ۲ برابر (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر

۴۶ اتم هیدروژن و یون Li^{2+} هر دو دارای یک الکترون هستند. اگر فاصله الکترون تا مرکز هسته در اتم هیدروژن، ۳ برابر یون Li^{2+} باشد، نیروی الکتریکی که از طرف هسته به الکترون در اتم هیدروژن وارد می‌شود، چند برابر نیروی الکتریکی وارد شده از طرف هسته بر الکترون در یون Li^{2+} است؟ (عدد اتمی لیتیم برابر ۳ است.) (تألفی)

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{27}$ (۴) ۱

۴۷ نیروی دافعه بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در فاصله r از هم برابر با 2N است. اگر به یکی از بارها $2\mu\text{C}$ اضافه کنیم این نیروی دافعه در همین فاصله برابر با 3N می‌شود. اندازه اولیه هر یک از این بارهای الکتریکی چند میکروکولن بوده است؟ (تجربی خارج ۸۵)

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

سؤالای بعدی، به تیپ خیلی مهم و پرتکرار تو سؤالای قانون کولن محسوب می‌شه و از این بحث، تا حالا تستای زیادی تو کنکور اومده ...

۴۸ دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر در فاصله ثابتی از هم قرار دارند و به یکدیگر نیروی F وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار الکتریکی یکی را کم کرده و همان مقدار بر بار دیگر اضافه کنیم، نیرویی که به هم وارد می‌کنند چند F می‌شود؟ (تجربی داخل ۸۸)

(۱) ۱ (۲) ۴ (۳) $\frac{15}{16}$ (۴) $\frac{16}{15}$

۴۹ فرض می‌کنیم دو بار مثبت Q که در یک فاصله معین قرار دارند نیرویی برابر F به یکدیگر وارد می‌کنند. چند درصد یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم تا در همان فاصله نیروی بین آن‌ها برابر F گردد؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

(۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۵۰ دو بار نقطه‌ای q در فاصله r نیروی F را به هم وارد می‌کنند. چند درصد از یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم تا وقتی فاصله دو بار ۲۵ درصد افزایش یابد، نیرویی که به هم وارد می‌کنند، ۵۲ درصد کاهش یابد؟ (تجربی خارج ۹۷)

(۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۴۰ (۴) ۷۵

۵۱ دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2\mu\text{C}$ و $q_2 = -2\mu\text{C}$ به فاصله r از یکدیگر قرار دارند. اگر پنجاه درصد یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کنیم و دو بار را به فاصله $\frac{r}{3}$ از هم قرار دهیم، اندازه نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می‌کنند، در مقایسه با حالت قبل چند برابر می‌شود؟ (تجربی خارج ۸۷، با تغییر)

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{16}$

۵۲ دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر و ناهم‌نام، در فاصله r بر یکدیگر نیروی F را وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد یکی از بارها را کم کرده و آن را بر دیگری بیفزاییم، فاصله بین دو بار الکتریکی را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟ (مکمل محاسباتی تجربی ۸۷ و ۹۷)

(۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{4}{25}$ (۴) $\frac{16}{25}$

۵۳- دو بار الکتریکی هم نام $q_1 = 8 \mu C$ و q_2 در فاصله r نیروی F را بر هم وارد می کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصله بارها نیروی متقابل بین آن ها ۵۰ درصد افزایش می یابد. مقدار اولیه q_2 چند میکروکولون است؟

(ریاضی داخل ۸۹)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۴- دو ذره با بار الکتریکی هم نام q_1 و q_2 در فاصله r از هم ثابت شده اند و یکدیگر را با نیرویی به بزرگی F_1 می رانند. اگر ۵۰ درصد از بار q_1 را برداریم و به بار q_2 اضافه کنیم، در همان فاصله، مقدار نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می کنند، F_2 می شود. کدام رابطه درست است؟

(مکمل خلاقانه ریاضی ۸۹ و ۹۵)

- ۱ (۱) $F_2 > F_1$ ۲ (۲) $F_2 < F_1$ ۳ (۳) $F_2 = F_1$ ۴ (۴) بسته به شرایط هر کدام ممکن است.

(مکمل خلاقانه ریاضی ۸۹ و ۹۵)

۵۵- در سؤال قبل، چه رابطه ای بین q_1 و q_2 برقرار باشد تا $F_2 > F_1$ شود؟

- ۱ (۱) $|q_1| > \sqrt{2} |q_2|$ ۲ (۲) $|q_1| > 2 |q_2|$ ۳ (۳) $|q_1| < 2 |q_2|$ ۴ (۴) $|q_1| < \sqrt{2} |q_2|$

۵۶- دو بار الکتریکی نقطه ای q_1 و $q_2 = 2q_1$ در فاصله r از هم قرار دارند و به یکدیگر نیروی دافعه وارد می کنند. چند درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعه بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟

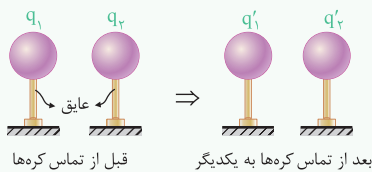
(ریاضی خارج ۹۵)

- ۱ (۱) ۱۵ ۲ (۲) ۲۵ ۳ (۳) ۴۰ ۴ (۴) ۵۰

تماس دادن چند کره رسانای مشابه باردار به یکدیگر

خلاصه نکات

برای شروع بحث، دو کره رسانای کوچک و مشابه با قطر یکسان که دارای بارهای q_1 و q_2 می باشد را در نظر بگیرید. اگر این دو کره را به یکدیگر متصل کرده و سپس از هم جدا کنیم، پس از جدا کردن، بار هر دو کره با یکدیگر یکسان و برابر $\frac{q_1 + q_2}{2}$ می شود (البته با این فرض که تبادل بار الکتریکی فقط بین دو کره انجام می شود).



$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

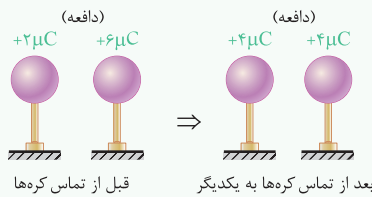
به عنوان یک موضوع جالب توجه کنید که اگر بار کره ها قبل از تماس به یکدیگر q و $-q$ باشد، بعد از تماس آن ها به هم، بار هر یک برابر صفر خواهد شد.

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{q + (-q)}{2} = 0$$

بررسی نوع نیروی جاذبه یا دافعه بین دو کره قبل و بعد از تماس به یکدیگر

در ادامه بحث فرض کنید که دو کره کوچک مشابه با بارهای q_1 و q_2 را که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند را به یکدیگر متصل کرده و پس از تبادل بار الکتریکی، مجدداً در همان فاصله r قرار داده ایم. حال می خواهیم به بررسی نیروی بین این دو کره پس از تماس بپردازیم که در مورد آن می توان به حالت های زیر اشاره کرد:

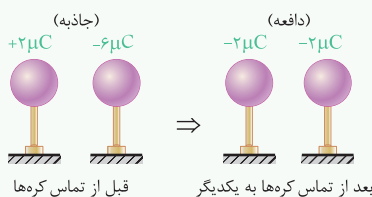
حالت اول: اگر بار دو کره هم نام باشد، نیروی بین کره ها قبل و بعد از تماس دافعه بوده و اندازه نیروی بین دو کره بعد از تماس به یکدیگر بیشتر می شود. این موضوع را با یک مثال عددی ساده نشان داده ایم:



$$q_1' = q_2' = \frac{2 + 6}{2} = 4 \mu C$$

$$F \propto q_1 q_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{4 \times 4}{2 \times 6} = \frac{16}{12} > 1 \Rightarrow F_2 > F_1$$

حالت دوم: اگر بار دو کره ناهم نام و غیر هم اندازه باشد، نیروی بین دو کره قبل از تماس جاذبه و بعد از تماس دافعه است. همچنین اندازه نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن ها به یکدیگر کم تر می شود.



$$q_1' = q_2' = \frac{2 + (-6)}{2} = -2 \mu C$$

$$F \propto q_1 q_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2 \times 2}{2 \times 6} = \frac{4}{12} < 1 \Rightarrow F_2 < F_1$$

حالت سوم: اگر بار دو کره ناهم نام و هم اندازه باشد، بار هر یک از کره ها و نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن ها به یکدیگر صفر می شود، بنابراین اندازه نیروی بین دو کره کاهش می یابد.

حالت چهارم: اگر بار دو کره مشابه، کاملاً یکسان باشد (هم اندازه و هم علامت)، بار دو کره، قبل و بعد از تماس به یکدیگر یکسان بوده و در نتیجه نیروی بین دو کره تغییر نمی کند (خودتان این موضوع را بررسی کنید).

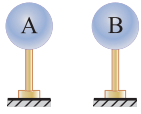
اگر به جای دو کره مشابه، چند کره رسانای کاملاً مشابه را به یکدیگر متصل کنیم، بار تمامی آن ها بعد از تماس به یکدیگر با هم یکسان شده و برابر می شود با:

$$q_1' = q_2' = q_3' = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3}$$

تستای این زیرشاخه، تو سال‌های اخیر پرتکرار بوده. راستی می‌دونید ایده اصلی حل این جور سوالات چیه؟! 

۵۷- مطابق شکل زیر، دو کره فلزی کوچک و مشابه A و B ، روی پایه‌های عایق قرار دارند. بار الکتریکی کره A برابر $-4\mu\text{C}$ و بار الکتریکی کره B برابر $+6\mu\text{C}$ است. اگر دو کره را به هم تماس داده و سپس از یکدیگر جدا کرده و در فاصله نیم متری از یکدیگر قرار دهیم، کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟ $(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2)$

(تألیفی)



(۱) بار الکتریکی هر یک از دو کره، پس از جدا کردن آن‌ها از یکدیگر برابر $+1\mu\text{C}$ می‌شود.

(۲) نیروی بین دو کره، قبل از تماس با یکدیگر از نوع جاذبه و پس از تماس از نوع دافعه می‌شود.

(۳) با تماس دادن دو کره به یکدیگر، $3/125 \times 10^{13}$ الکترون از کره B به کره A منتقل می‌شود.

(۴) مقدار نیروی بین دو کره پس از تماس با یکدیگر برابر 36 میلی‌نیوتون می‌شود.

۵۸- دو کره فلزی مشابه دارای بارهای الکتریکی $q_1 = +5\mu\text{C}$ و $q_2 = +15\mu\text{C}$ در فاصله r ، نیروی F را بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو کره را در یک لحظه با یکدیگر

تماس دهیم، به طوری که فقط بین دو کره مبادله بار صورت گیرد و مجدداً به همان فاصله قبلی برگردانیم، نیروی دافعه بین دو کره چگونه تغییر می‌کند؟

(تجربی داخل ۹۱)

(۱) 25 درصد افزایش می‌یابد.

(۲) 25 درصد کاهش می‌یابد.

(۳) تقریباً 33 درصد کاهش می‌یابد.

(۴) تقریباً 33 درصد افزایش می‌یابد.

۵۹- سه کره رسانای مشابه با بارهای الکتریکی $q_1 = 4\mu\text{C}$ ، $q_2 = -12\mu\text{C}$ و $q_3 = -10\mu\text{C}$ را به یکدیگر تماس داده و سپس از هم دور می‌کنیم. کدام یک از گزینه‌های

(برگرفته از امتحانات کشوری)

زیر در مورد بار این کره‌ها بعد از تماس درست است؟

$$(1) \quad q_1 = q_2 = -7\mu\text{C}, \quad q_3 = -4\mu\text{C} \quad (1)$$

$$(2) \quad q_1 = q_2 = -\frac{1}{3}\mu\text{C}, \quad q_3 = -10\mu\text{C} \quad (2)$$

$$(3) \quad q_1 = q_2 = q_3 = -6\mu\text{C} \quad (3)$$

$$(4) \quad q_1 = q_2 = q_3 = \frac{26}{3}\mu\text{C} \quad (4)$$

۶۰- در سؤال قبل، اگر ابتدا دو کره (۱) و (۲) را با هم تماس داده و سپس آن‌ها را از یکدیگر جدا کنیم و سپس دو کره (۲) و (۳) را با هم تماس داده و سپس آن‌ها را از

(تألیفی)

یکدیگر جدا کنیم، در نهایت بار الکتریکی هر یک از کره‌ها مطابق کدام یک از گزینه‌ها می‌شود؟

$$(1) \quad q_1 = q_2 = -7\mu\text{C}, \quad q_3 = -4\mu\text{C} \quad (1)$$

$$(2) \quad q_1 = q_2 = -\frac{1}{3}\mu\text{C}, \quad q_3 = -10\mu\text{C} \quad (2)$$

$$(3) \quad q_1 = q_2 = q_3 = -6\mu\text{C} \quad (3)$$

$$(4) \quad q_1 = q_2 = q_3 = \frac{26}{3}\mu\text{C} \quad (4)$$

۶۱- دو کره رسانای کوچک بردار با شعاع‌های برابر، قبل از تماس با هم، یکدیگر را جذب و بعد از تماس با هم، یکدیگر را دفع می‌کنند. کدام گزینه در مورد بار اولیه این دو

(مکمل مفهومی تجربی ۹۱)

کره درست است؟

(۱) بار دو کره هم‌نام و هم‌اندازه است.

(۲) بار دو کره ناهم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.

(۳) بار دو کره هم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.

(۴) بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه است.

۶۲- دو گلوله فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می‌باشند، در فاصله 30 سانتی‌متری، نیروی جاذبه 4 نیوتون بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو گلوله را به هم

(ریاضی داخل ۹۴)

تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+3\mu\text{C}$ خواهد شد. بار اولیه گلوله‌ها برحسب میکروکولن کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2)$

$$(1) \quad 12 \text{ و } -6 \quad (2) \quad 10 \text{ و } -4 \quad (3) \quad 9 \text{ و } -3 \quad (4) \quad 8 \text{ و } -2$$

۶۳- دو کره فلزی خیلی کوچک و مشابه، دارای بار الکتریکی ناهم‌نام $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ هستند و در فاصله 60 سانتی‌متری از هم قرار دارند و بر هم نیروی الکتریکی

$9/10 \text{ N}$ وارد می‌کنند. اگر کره‌ها را به هم تماس دهیم و دوباره به همان فاصله قبلی از هم دور کنیم، نیروی الکتریکی $1/6$ نیوتون به هم وارد می‌کنند. q_1 چند میکروکولن

(تجربی خارج ۹۹)

است؟ $(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2)$

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 10 \quad (4) \quad 20$$

۶۴- دو کره فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازه نیروی الکتریکی بین این دو کره با فاصله d برابر F است. اگر آن دو را به هم تماس

(منتخب سراسری قبل از ۸۰)

داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازه نیرو F' می‌شود. کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

$$(1) \quad F > F' \quad (2) \quad F < F'$$

$$(3) \quad F = F' \quad (4) \quad \text{بسته به شرایط، هر کدام ممکن است صحیح باشد.}$$

۶۵- در سؤال قبل، اگر قبل از تماس دادن دو کره به یکدیگر، بار الکتریکی آن‌ها هم‌نام و نامساوی باشند، آن‌گاه کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

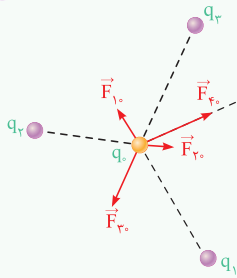
(تألیفی)

$$(1) \quad F > F' \quad (2) \quad F' > F$$

$$(3) \quad F = F' \quad (4) \quad \text{با توجه به شرایط، هر یک از سه گزینه ممکن است صحیح باشد.}$$

خاصه نکات

بررسی قانون کولن برای بیش از دو ذره باردار

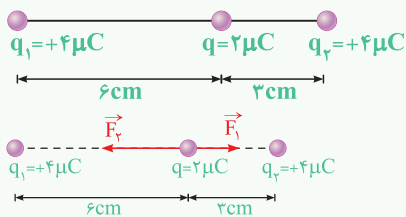


تا این جای کار قانون کولن را برای دو ذره باردار بررسی کرده‌ایم، حال سؤال آن است که اگر تعدادی ذره باردار در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره چگونه به دست می‌آید؟ در جواب باید گفت در این حالت، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره برآیند نیروهایی است که هریک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کند. به عبارت دیگر، وقتی چند ذره باردار را در یک راستا و یا در یک صفحه قرار داده و از ما می‌خواهند برآیند نیروهای وارد بر یکی از ذرات را محاسبه کنیم، برای رسیدن به این منظور، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: نیروهای وارد بر آن ذره از طرف ذره‌های باردار دیگر را رسم کرده و اندازه هر یک از این نیروها را با کمک رابطه $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ محاسبه می‌کنیم. یادآوری می‌شود که بارهای نام‌هم، یک‌دیگر را دفع کرده و بارهای نام‌هم‌نام، یک‌دیگر را جذب می‌کنند.

گام دوم: برآیند بردارهای رسم شده را با کمک خواص بردارها محاسبه می‌کنیم (دقت شود طبق تأکید کتاب درسی فیزیک پایه یازدهم، در این کتاب برآیند نیروهایی را بررسی می‌کنیم که آن‌ها در یک راستا بوده و یا بر هم عمود هستند).

تمرین ۱ در شکل زیر، برآیند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q = 2 \mu C$ برابر نیوتون و به سمت است. $(k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$



(۲) ۱۰۰، راست

(۱) ۱۰۰، چپ

(۴) ۶۰، راست

(۳) ۶۰، چپ

پاسخ ابتدا نیروهایی را که هر یک از دو ذره باردار q_1 و q_2 بر بار q وارد می‌کنند به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (\vec{F}_1) \text{ کند } q_1 \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند} \\ F_1 = \frac{kq_1 q}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 20 \text{ N} \\ (\vec{F}_2) \text{ کند } q_2 \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند} \\ F_2 = \frac{kq_2 q}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 80 \text{ N} \end{cases}$$

با برآیندگیری از نیروهای در خلاف جهت F_1 و F_2 ، به سادگی نیروی برآیند به دست می‌آید:

$$F = F_2 - F_1 = 80 - 20 = 60 \text{ N}$$

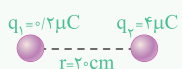
با توجه به بزرگ‌تر بودن نیروی F_2 ، جهت نیروی برآیند نیز به سمت چپ می‌باشد و گزینه (۳) صحیح است. دقت شود این موضوع یعنی نیروی وارد بر این ذره برابر 60 N است.

تمرین ۲ در سؤال قبل، اگر بار الکتریکی q_2 حذف شود، برآیند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q برابر نیوتون شده و تغییر جهت (تألیف)
 (۱) ۸۰، نمی‌دهد. (۲) ۲۰، می‌دهد. (۳) ۱۰۰، می‌دهد. (۴) ۲۰، نمی‌دهد.

پاسخ در سؤال قبل، با حذف بار الکتریکی q_2 ، تنها نیرویی که بر بار q وارد می‌شود، ناشی از نیروی دافعه بار q_1 بر آن می‌باشد. با توجه به پاسخ سؤال قبل، این نیرو برابر $F_1 = 20 \text{ N}$ و به سمت راست می‌باشد. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر بار q برابر 20 N شده و نسبت به حالت قبل تغییر جهت می‌دهد (به سمت راست می‌شود)، بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

بررسی یک موضوع کاربردی

نکات ساده‌ای که باعث افزایش سرعت دانش‌آموزان در محاسبات می‌شود:



در محاسبات رابطه $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ ، ترجیحاً اعداد به صورت ممیزدار نوشته نشود، زیرا این موضوع کمی ساده کردن اعداد را سخت می‌کند.

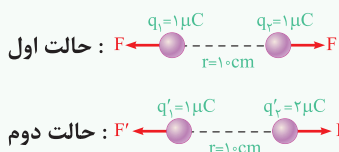
$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{(0.2 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(0.2)^2}$$

شکل نامناسب

$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{(2 \times 10^{-7})(4 \times 10^{-6})}{(2 \times 10^{-1})^2}$$

شکل مناسب

در محاسبات کمی باهوش عمل کنیم. به‌طور مثال اگر در دو حالت زیر، نیرو در حالت (۱) را برابر $9/10$ نیوتون به دست می‌آوریم، در حالت دوم تنها یکی از بارها دو برابر شده است و نیرو دو برابر حالت اول است، یعنی $1/8$ نیوتون و نیازی به انجام محاسبات جدید نیست.

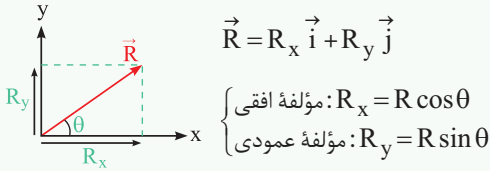


$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{(1 \times 10^{-6})(1 \times 10^{-6})}{(1 \times 10^{-1})^2} = 9 \text{ N}$$

$$F' = 2F = 18 \text{ N}$$

یادآوری از بردارها

همان طور که می‌دانید، هر بردار دارای دو مؤلفه افقی و قائم می‌باشد و می‌توان آن را به صورت بردارهای یکه به صورت زیر نشان داد:



برعکس روند طی شده، با داشتن مؤلفه‌های افقی و عمودی یک بردار نیز به سادگی می‌توان اندازه آن بردار و زاویه آن را با افق یافت. به طور مثال در شکل فوق داریم:

$$\begin{cases} \text{اندازه بردار } R: R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \\ \text{محاسبه زاویه } \theta: \tan \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{R_y}{R_x} \end{cases}$$

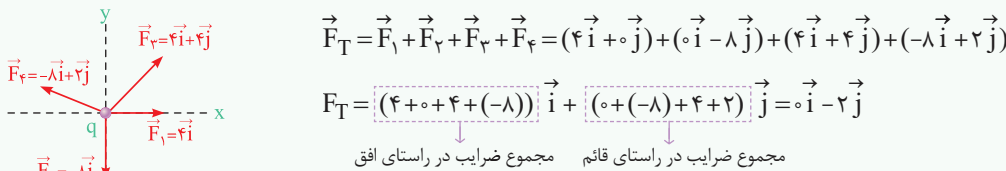
جمع بردارها با کمک بردارهای یکه: جمع دو بردار $\vec{A} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$ و $\vec{B} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j}$ به صورت زیر است:

$$\vec{A} + \vec{B} = (a_x + b_x) \vec{i} + (a_y + b_y) \vec{j}$$

در این حالت، پس از رسم بردار $\vec{A} + \vec{B}$ ، به سادگی می‌توان زاویه آن با افق را نیز پیدا کرد:

$$\tan \theta = \frac{\text{ضرب } \vec{j}}{\text{ضرب } \vec{i}}$$

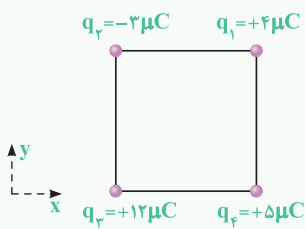
برای درک بهتر، فرض کنید بر ذره الکتریکی زیر نیروهای نشان داده شده وارد شده است. بر این ذره باردار برابر است با:



مجموع ضرایب در راستای قائم مجموع ضرایب در راستای افق

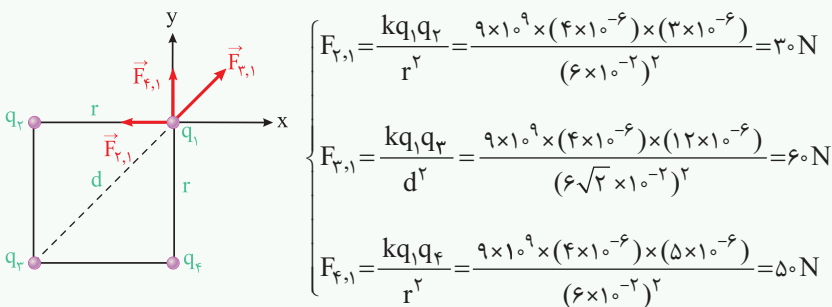
مطابق شکل، چهار بار الکتریکی در رأس‌های مربعی به ضلع ۶ cm قرار دارند. بردار نیروی الکتریکی وارد بر

$$\text{بار الکتریکی } q_1 \text{ در SI کدام است؟ } (\sqrt{2} = 1/4), (k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$



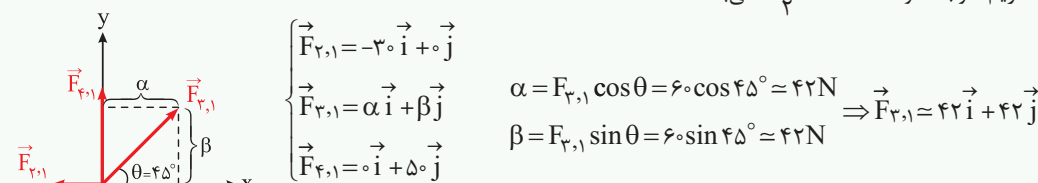
$$\begin{aligned} (1) & -12\vec{i} + 92\vec{j} \\ (2) & 12\vec{i} + 92\vec{j} \\ (3) & -42\vec{i} + 60\vec{j} \\ (4) & 42\vec{i} + 60\vec{j} \end{aligned}$$

برای شروع حل، مطابق شکل نیروهای وارد بر بار q_1 را رسم کرده و اندازه هر یک را به دست می‌آوریم:

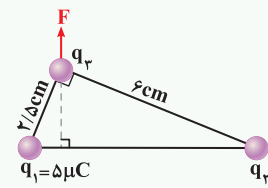


$$\begin{cases} F_{12} = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (3 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 30 \text{ N} \\ F_{13} = \frac{kq_1q_3}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (12 \times 10^{-6})}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 60 \text{ N} \\ F_{14} = \frac{kq_1q_4}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (5 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 50 \text{ N} \end{cases}$$

در ادامه با انتخاب محورهای مختصات داریم (توجه شود که $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7$ می‌باشد):



$$\vec{R} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} \Rightarrow \vec{R} = (-30 + 42 + 0)\vec{i} + (0 + 42 + 50)\vec{j} \Rightarrow \vec{R} = 12\vec{i} + 92\vec{j} \text{ (گزینه ۲)}$$



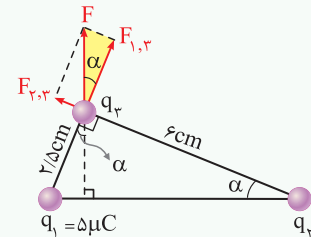
۶۵ دو ذره باردار q_1 و q_2 مطابق شکل قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص (برایند) ناشی از دو ذره به ذره باردار q_3 برابر \vec{F} است. q_2 چند میکروکولن است؟ (تجربی خارج ۹۹)

- ۱۰۸ (۱)
- ۱۲ (۳)
- ۲۴ (۲)
- ۶ (۴)

پاسخ برای حل این گونه از سؤالات، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: با توجه به نیروی برایند F وارد بر q_3 ، نیروهای وارد شده به q_3 از طرف سایر بارها را به صورت زیر رسم می‌کنیم:

گام دوم: تانژانت زاویه α را به دست می‌آوریم و سپس به کمک تانژانت زاویه α ، نسبت $\frac{F_{2,3}}{F_{1,3}}$ را به دست می‌آوریم:



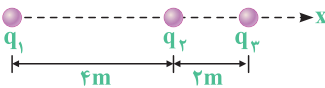
$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{2/5}{6} = \frac{5}{12}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{F_{2,3}}{F_{1,3}}$$

گام سوم: به کمک قانون کولن و نوشتن یک تناسب ساده، مقدار q_2 را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

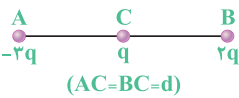
$$\frac{F_{2,3}}{F_{1,3}} = \frac{q_2 q_3}{q_1 q_3} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{q_2}{5} \times \left(\frac{2/5}{6}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{q_2}{5} \times \frac{25}{144} \Rightarrow q_2 = 12 \mu\text{C} \quad (\text{گزینه ۳})$$

۶۶ مطابق شکل زیر، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_1 = +2/5 \mu\text{C}$ ، $q_2 = -1 \mu\text{C}$ و $q_3 = +4 \mu\text{C}$ بر روی محور x ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 در SI کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$) (برگرفته از کتاب درسی)



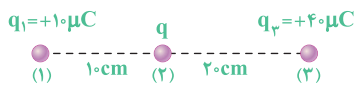
- $-6/5 \times 10^{-3} \vec{i}$ (۱)
- $10/5 \times 10^{-3} \vec{i}$ (۳)
- $7/5 \times 10^{-3} \vec{i}$ (۲)
- $-11/5 \times 10^{-3} \vec{i}$ (۴)

۶۷ دو بار q در فاصله d بر یکدیگر نیروی F را وارد می‌کنند. در شکل زیر، نیروی وارد بر بار q کدام است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)



- $5F$ (۱) به طرف راست
- $5F$ (۲) به طرف چپ
- $4F$ (۳) به طرف چپ
- $4F$ (۴) به طرف راست

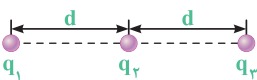
۶۸ در شکل زیر، بار q چند میکروکولن باشد تا بزرگی برایند نیروهای وارد بر بارهای (۱) و (۳) برابر باشند؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$) (مکمل محاسباتی تجربی ۹۸)



(۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

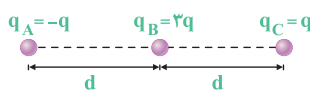
- ۱۰ (۱)
- ۳۰ (۳)
- ۲۰ (۲)

۶۹ در شکل زیر، سه بار نقطه‌ای روی سه نقطه بر روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر بار q_3 ، بار q_1 را با نیروی الکتریکی F دفع کند و بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $F/3$ و به سمت چپ باشد، نسبت q_1/q_2 کدام است؟ (تألیفی)



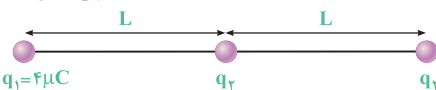
- $1/6$ (۱)
- -6 (۳)
- $-1/6$ (۲)
- 6 (۴)

۷۰ در شکل زیر، سه بار الکتریکی در نقاط مشخص شده، بر روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر ۲۰ درصد از بار q_A را به q_C منتقل کنیم، برایند نیروی وارد بر بار q_B چند برابر می‌شود؟ (تألیفی)

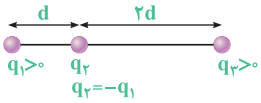


- ۱ (۲)
- $1/5$ (۱)
- $4/5$ (۳)
- $8/5$ (۴)

۷۱ در شکل زیر، سه بار نقطه‌ای قرار دارند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 ، هم‌اندازه نیروی الکتریکی است که بار q_1 بر q_3 وارد می‌کند. بار q_2 چند میکروکولن است؟ (تجربی داخل ۹۸)



- ۸ (۱)
- ۲ (۳)
- ۲ (۲)
- ۸ (۴)



۷۲ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل مقابل ثابت شده‌اند. اگر برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 هم‌اندازه برابند نیروهای

(تجربی خارج ۹۵)

الکتریکی وارد بر بار q_2 باشد، نسبت $\frac{q_3}{q_1}$ کدام است؟

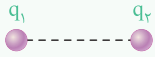
۷۲ / ۱۳ (۴)

۱۳ / ۷۲ (۳)

۱۳ / ۸ (۲)

۸ / ۱۳ (۱)

صفر شدن نیروی الکتریکی وارد بر یکی از بارهای واقع در یک راستا

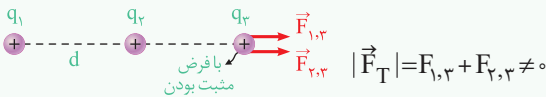


دو ذره باردار q_1 و q_2 که در جای خود ثابت فرض شده‌اند را در نظر بگیرید:

سؤالی که در بسیاری از تست‌های کنکور مطرح می‌شود آن است که بار q_3 را در چه مکانی قرار دهیم تا نیروی الکتریکی برابند وارد بر آن، از طرف بارهای q_1 و q_2 صفر شود. اگر بار q_3 مثبت باشد، تحلیل این موضوع به‌صورت زیر انجام می‌شود:

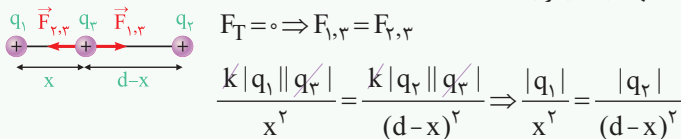
حالت اول: بارهای q_1 و q_2 هم علامت باشند:

فرض کنید دو بار q_1 و q_2 مثبت باشند. در این صورت برای به‌دست آوردن نقطه موردنظر برای صفر شدن نیروی وارد بر بار q_3 ، باید توجه داشت که در خارج از فاصله بین دو بار، نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار q_3 از طرف بارهای مثبت q_1 و q_2 ، هم‌جهت است و امکان ندارد برابند آن‌ها صفر شود، بنابراین ذره q_3 در خارج از فاصله بین دو بار به تعادل نمی‌رسد.



بنابراین برای به‌تعادل رسیدن ذره q_3 ، این ذره باید در فاصله بین دو بار الکتریکی و نزدیک به بار با مقدار کوچک‌تر قرار گیرد.

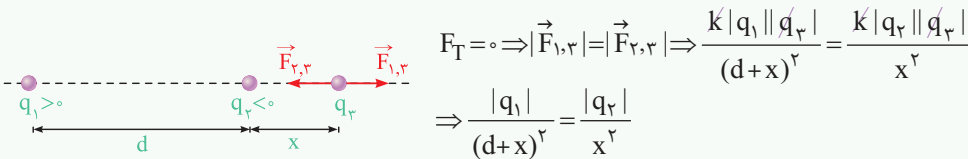
به عبارت دیگر نیروهای وارد شده بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر باید برابر و در خلاف جهت یک‌دیگر باشند.



تذکر همان‌طور که مشاهده می‌کنید، مقدار و علامت بار q_3 ، تأثیری در به‌تعادل رسیدن آن ندارد که این موضوع خود، موضوع بسیار جالبی است.

حالت دوم: بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت باشند:

در این حالت بار سوم در خارج از فاصله دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار می‌گیرد (چرا؟). برای به‌دست آوردن رابطه بین اندازه بارها و نقطه موردنظر، فرض کنید بار q_1 مثبت، بار q_2 منفی و اندازه بار q_1 بزرگ‌تر باشد. پس با توجه به شکل می‌توان نوشت:



برای درک بهتر مفاهیم فوق، به دو تمرین زیر توجه کنید:

تمرین ۱ دو بار الکتریکی $-q$ و $+4q$ در دو نقطه A و B به فاصله $AB = 30\text{cm}$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای بر حسب سانتی‌متر از بار Q

قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟

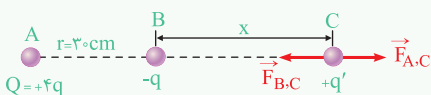
۶۰ (۴)

۴۵ (۳)

۳۰ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ با توجه به این‌که بار $-q$ مقدار کوچک‌تری نسبت به $Q = +4q$ دارد، پس بار سوم برای تعادل باید نزدیک به بار $-q$ باشد و چون بارها ناهم‌نام هستند، بار سوم



باید خارج از فاصله بین دو بار قرار گیرد. در ادامه اگر فاصله بار $+q'$ تا بار $-q$ را x در نظر بگیریم، مقدار x

به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$+q' \text{ برای تعادل برای بار } Q : \sum F = 0 \Rightarrow F_{A,C} = F_{B,C} \Rightarrow \frac{k|4q||q'|}{(30+x)^2} = \frac{k|q||q'|}{x^2} \Rightarrow \frac{4}{(30+x)^2} = \frac{1}{x^2}$$

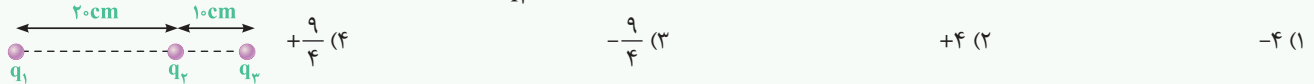
$$\Rightarrow 4x^2 = (30+x)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x = 30+x \Rightarrow x = 30\text{cm}$$

در نهایت باید گفت فاصله بار Q تا بار $+q'$ برابر 60cm است ($30+x = 30+30$) و گزینه (۴) صحیح می‌باشد.

تذکر همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار و علامت بار q' ، در به‌تعادل رسیدن آن نقشی ندارد و اگر اندازه بار q' دو برابر نیز شود، مجدداً تعادل برای آن برقرار است.

(تجربی داخل ۹۳)

در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای نقطه‌ای برابر صفر است. کدام است $\frac{q_3}{q_2}$ ؟



با یک سؤال جالب و تحلیلی مواجه شده‌ایم. چون بار الکتریکی q_2 متعادل است، بنابراین دو بار الکتریکی q_1 و q_3 حتماً باید هم‌نام باشند. مثلاً می‌توان هر دو بار الکتریکی q_1 و q_3 را مثبت در نظر گرفت. هم‌چنین برای متعادل بودن بار q_1 ، دو بار q_2 و q_3 باید لزوماً غیرهم‌نام باشند (چرا؟).

بررسی شرایط تعادل برای بار الکتریکی q_1 :

$$|F_{3,1}| = |F_{2,1}| \Rightarrow \frac{kq_1q_3}{(30)^2} = \frac{kq_2q_1}{(20)^2} \Rightarrow \frac{q_3}{900} = \frac{q_2}{400} \Rightarrow \left| \frac{q_3}{q_2} \right| = \frac{900}{400} \Rightarrow \left| \frac{q_3}{q_2} \right| = \frac{9}{4}$$

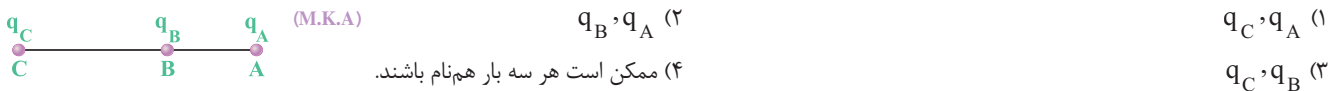
در نهایت از آن‌جا که q_2 و q_3 غیرهم‌نام‌اند، می‌باشد و گزینه (۳) صحیح است.

$$\frac{q_3}{q_2} = -\frac{9}{4}$$

سفر شدن برایند نیروهای وارد بر یک ذرهٔ باردار، هنگامی که ذرات در یک راستا قرار دارند.

تو بارهای واقع در یه راستا، برایند نیروها هم ممکنه صفر بشه. تو ادامه این موضوع رو بررسی خواهیم کرد. حواستون باشه این بحث خیلی مهمه و ارزش زیاد سؤال مطرح میشه ...

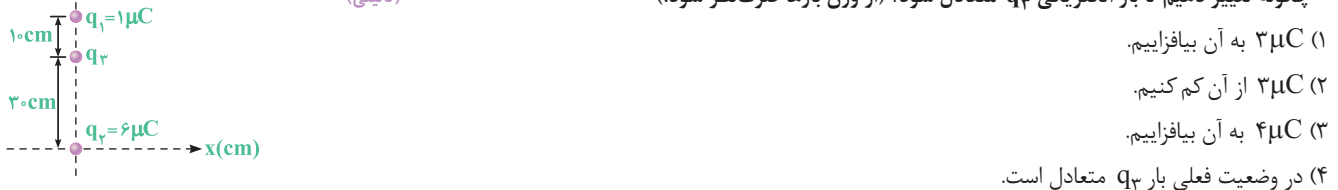
۷۳- در نقاط A، B و C به ترتیب بارهای الکتریکی q_A ، q_B و q_C مطابق شکل زیر قرار دارند. اگر نیروی وارد بر بار q_C صفر باشد کدام بارها الزاماً غیرهم‌نام‌اند؟



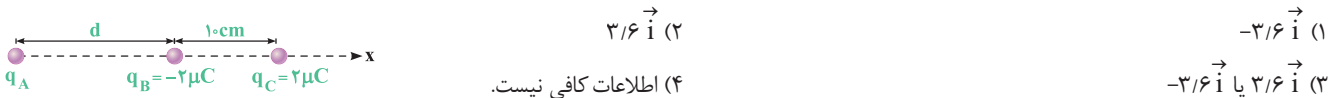
۷۴- دو بار الکتریکی $-q$ و $+q$ در دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ $AB = 30\text{cm}$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای بر حسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟

- (منتخب سراسری قبل از ۸۰)
- ۱۵ (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴)

۷۵- در شکل روبه‌رو سه ذرهٔ الکتریکی نشان داده شده، بر روی محور y قرار گرفته‌اند. بار الکتریکی q_2 را چند میکروکولن و چگونه تغییر دهیم تا بار الکتریکی q_3 متعادل شود؟ (از وزن بارها صرف‌نظر شود).



۷۶- در شکل زیر، برایند نیروهای وارد بر بار q_C برابر صفر است. اگر فقط بار q_A را دو برابر نماییم، بردار نیروی وارد بر بار q_C ، در SI کدام می‌شود؟



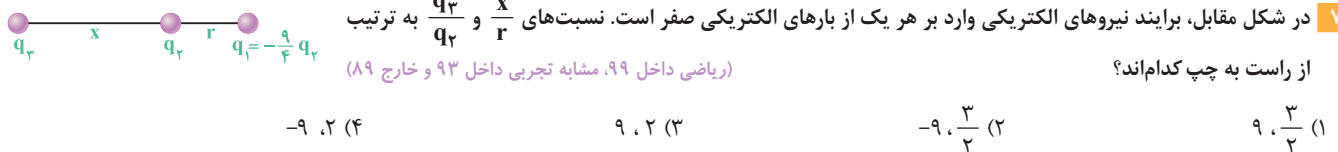
۷۷- در شکل زیر در نقطهٔ A، بار الکتریکی نقطه‌ای چند میکروکولنی قرار دهیم تا برایند نیروهای وارد بر آن از طرف بارهای دیگر صفر شود؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱ (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

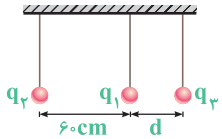
۷۸- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نشان داده شده، فاصلهٔ یکسانی از مبدأ دارند. در کدام ناحیه اگر یک پروتون قرار گیرد، ممکن است نیرویی در جهت محور x به آن وارد شود؟

فقط (۱) (۲) و (۳) (۲) و (۴) (۱) و (۴) (۲) و (۳)، (۴) و (۱)

۷۹- در شکل مقابل، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی صفر است. نسبت‌های $\frac{x}{r}$ و $\frac{q_3}{q_2}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



- ۹، ۳/۲ (۱) -۹، ۳/۲ (۲) ۹، ۲ (۳) -۹، ۲ (۴)



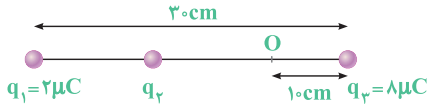
۸۰ در شکل مقابل، هر سه طناب متصل به گلوله‌های باردار حرکتی نداشته و به طور قائم قرار گرفته‌اند. اگر $q_1 = +4\mu C$ و $q_2 = -16\mu C$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، چند میکروکولن و d چند سانتی‌متر است؟ (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۹)

- (۱) $60, +16$ (۲) $60, -16$ (۳) $120, +16$ (۴) $120, -16$

۸۱ در شکل زیر، برابند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارها صفر است. اگر بار $q_4 = 1\mu C$ در نقطه O قرار گیرد، نیروی الکتریکی وارد بر آن چند نیوتون می‌شود؟

(تجربی داخل ۹۷)

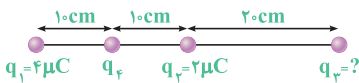
$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$



- (۱) $1/25$ (۲) $5/95$ (۳) $6/75$ (۴) $7/55$

(ریاضی داخل ۹۱)

۸۲ در شکل زیر، برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 برابر صفر است. بار q_4 چند میکروکولن است؟



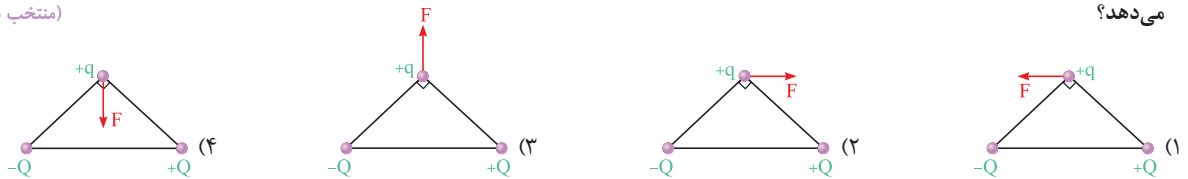
- (۱) -8 (۲) 8 (۳) 18 (۴) -18

برابند نیروهای کولنی برای چند بار نقطه‌ای واقع در یک صفحه

تو ادامه کار، بارها رو از حالت هم امتداد خارج می‌کنیم و می‌بریم تو حالت‌های مثلثی، مستطیلی و ... اصول محاسبه برابند نیروها تو این حالت هم، عین حالت هم امتداده. البته اینم بگیم که طبق خواسته کتاب درسیتون، تو این‌جا ما فقط نیروهایی رو بررسی می‌کنیم که بر هم عمود و یا تو یه راستا باشه ...

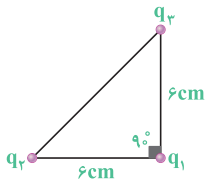
۸۳ سه بار نقطه‌ای $+Q, -Q, +Q$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین واقع‌اند. کدام یک از شکل‌های زیر، جهت نیروی وارد بر بار $+q$ را درست نشان می‌دهد؟

(منتخب سراسری قبل از ۸۰)



۸۴ در شکل داده شده، سه ذره با بارهای $q_1 = q_2 = q_3 = 4\mu C$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. برابند نیروهای الکتریکی وارد بر q_1 نیوتون و اگر تنها علامت بار q_3 قرینه شود، بزرگی برابند نیروهای وارد بر q_1 و تغییر جهت (مکمل محاسباتی تجربی ۹۲)

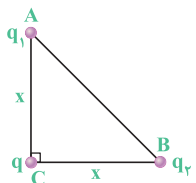
$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$



- (۱) $4\sqrt{2}$ ، تغییر کرده، می‌دهد
 (۲) $2\sqrt{2}$ ، ثابت، نمی‌دهد
 (۳) $2\sqrt{2}$ ، تغییر کرده، نمی‌دهد
 (۴) $4\sqrt{2}$ ، ثابت، می‌دهد

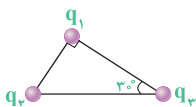
۸۵ مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای و مثبت q_1, q_2, q_3 در سه رأس مثلث ABC قرار دارند. اگر نیروی وارد از طرف q_2 بر q_1 برابر 8 نیوتون و $q_1 = \frac{3}{4}q_2$ باشد، برابند نیروهای وارد بر بار q_1 چند نیوتون خواهد بود؟

(تألیفی)

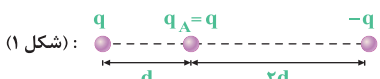


- (۱) 8
 (۲) 10
 (۳) 6
 (۴) 4

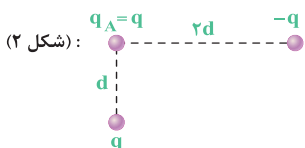
۸۶ در شکل مقابل، اندازه نیرویی که بار الکتریکی q_1 بر q_2 وارد می‌کند، برابر F است. اندازه برابند نیروهای وارد شده بر بار q_1 چند برابر F است؟ ($q_2 = q_3 = -q_1$) (برگرفته از امتحانات کشوری)



- (۱) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ (۲) 3 (۳) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{10}}{4}$

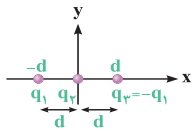


۸۷ سه بار الکتریکی، مطابق شکل‌های (۱) و (۲) در یک صفحه قرار گرفته‌اند. نیروی الکتریکی وارد بر بار q_A در شکل (۲)، چند برابر نیروی الکتریکی وارد بر بار q_A در شکل (۱) است؟



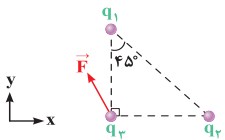
- (۱) 1 (۲) $\frac{\sqrt{17}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{17}}{5}$ (۴) 2

۸۸ مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اندازه نیروی وارد بر بار q_2 برابر F است. اگر بار q_1 را به اندازه d روی محور y جابه‌جا کنیم، بزرگی نیروی وارد بر بار q_2 چند برابر F خواهد شد؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)



(۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

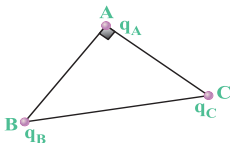
۸۹ در شکل مقابل، برابند نیروهای وارد بر بار q_3 در SI برابر $3\hat{j} - 2\hat{i}$ است. اگر بار q_2 دو برابر و قرینه شده و بار q_1 فقط دو برابر شود، بردار برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 در SI کدام می‌شود؟ (تألیفی)



(۱) $4\hat{i} + 6\hat{j}$
(۲) $4\hat{i} - 6\hat{j}$
(۳) $6\hat{i} - 4\hat{j}$
(۴) $6\hat{i} + 4\hat{j}$

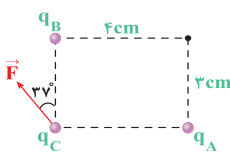
۹۰ ایده‌دوتا سؤال بعدی رو خوب یاد بگیرید که خیلی به کار میاد ...

در شکل روبه‌رو، مثلث نشان داده شده متساوی‌الساقین و قائم‌الزاویه است و بارهای q_A ، q_B ، و q_C به ترتیب q ، $\sqrt{3}q$ و $-q$ است. زاویه‌ای که برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_A با امتداد پاره خط BA می‌سازد، چند درجه است؟ (تجربی داخل ۸۷)



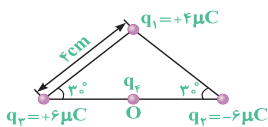
(۱) ۳۰
(۲) ۴۵
(۳) ۵۳
(۴) ۶۰

۹۱ در شکل مقابل، در سه رأس از مستطیل بارهای q_A ، q_B ، و q_C قرار داده شده‌اند. اگر بردار برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_C از طرف دو بار q_A و q_B برابر نیروی نشان داده شده (\vec{F}) باشد، در این صورت نسبت $\frac{q_A}{q_B}$ کدام است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$) (مکمل خلاقانه تجربی ۸۷ و ۹۶)



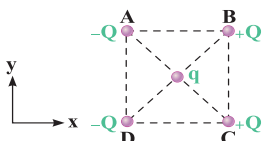
(۱) $\frac{4}{3}$
(۲) $-\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{16}{9}$
(۴) $-\frac{16}{9}$

۹۲ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل، در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار $q_2 = 1 \mu C$ واقع در نقطه O، در وسط خط واصل دو بار q_1 و q_2 چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$) (ریاضی داخل ۸۴)



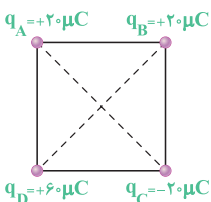
(۱) ۴۵
(۲) ۹۰
(۳) $45\sqrt{3}$
(۴) $90\sqrt{2}$

۹۳ در شکل زیر، بارهای نقطه‌ای نشان داده شده در رأس‌ها و مرکز مربع واقع شده‌اند. برابند نیروهای وارد بر بار الکتریکی واقع در مرکز مربع، در کدام جهت قرار می‌گیرد؟ (بار Q هم‌نام هستند.) (تألیفی)



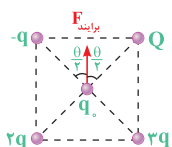
(۱) +x
(۲) -x
(۳) +y
(۴) -y

۹۴ در چهار رأس یک مربع به ضلع 20 cm سانتی‌متر، مطابق شکل بارهای نقطه‌ای قرار داده‌ایم. اگر یک بار $10 \mu C$ را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی وارد بر آن چند نیوتون و در کدام جهت خواهد بود؟ (ریاضی خارج ۸۲)



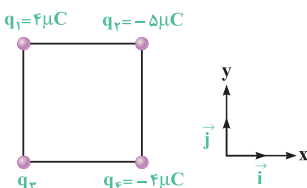
(۱) $180\sqrt{2}$ ، به سمت چپ
(۲) $180\sqrt{2}$ ، به سمت بالا
(۳) $270\sqrt{2}$ ، به سمت بالا
(۴) $270\sqrt{2}$ ، به سمت چپ

۹۵ مطابق شکل زیر، چهار بار الکتریکی در رئوس مربع قرار گرفته و برابند نیروی وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_0 واقع در مرکز مربع به سمت بالا می‌باشد. مقدار بار Q کدام است؟ (مکمل مفهومی ریاضی ۸۲)



(۱) $2q$
(۲) q
(۳) $-2q$
(۴) $-q$

۹۶ چهار ذره باردار مطابق شکل در رأس‌های یک مربع به ضلع 20 cm قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 در SI به صورت $\vec{F} = -9\hat{i}$ باشد، چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$) (ریاضی داخل ۹۸)

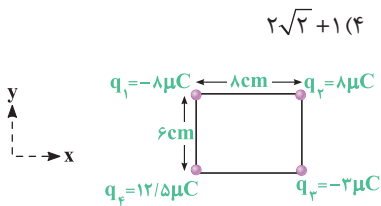


(۱) $-8\sqrt{2}$
(۲) -4
(۳) 4
(۴) $8\sqrt{2}$

۹۷- چهار بار الکتریکی مثبت و هم‌اندازه q در رأس‌های یک مربع به ضلع d قرار دارند. اندازه نیرویی که از طرف بارهای دیگر بر یکی از آن‌ها وارد می‌شود، چند $\frac{kq^2}{2d^2}$ است؟ (اندازه‌ها در SI است.)

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2} + 1$ (۳) $\sqrt{2} + 1$ (۴) $2\sqrt{2} + 1$

(ریاضی خارج ۸۵)



۹۸- چهار بار الکتریکی در رأس‌های مستطیلی مطابق شکل قرار دارند. بزرگی و بردار نیروی وارد بر بار q_2 در SI کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$)

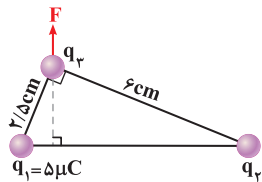
(ریاضی خارج ۹۰)

(۱) $30, -18\vec{i} - 24\vec{j}$ (۲) $60, -36\vec{i} - 48\vec{j}$ (۳) $6\sqrt{10}, -18\vec{i} - 6\vec{j}$ (۴) $9\sqrt{10}, -27\vec{i} - 9\vec{j}$

در ادامه دو سؤال جالب و ابتکاری از این موضوع را بررسی خواهیم کرد که از ایده‌هایی است که در کنکورهای دشوار مطرح خواهد شد ...

۹۹- دو ذره باردار q_1 و q_2 مطابق شکل قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص (برایند) ناشی از دو ذره به ذره باردار q_2 برابر \vec{F} است. q_2 چند میکروکولن است؟

(تجربی خارج ۹۹)



(۱) ۱۰۸

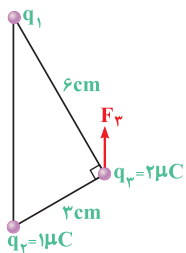
(۲) ۲۴

(۳) ۱۲

(۴) ۶

۱۰۰- در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر F_p برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 ، موازی خط واصل q_1 و q_2 باشد، F_p چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$)

(تجربی داخل ۹۶)



(۱) $8\sqrt{5}$

(۲) $12\sqrt{5}$

(۳) $16\sqrt{5}$

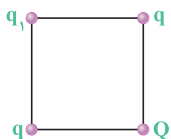
(۴) $20\sqrt{5}$

صفر شدن برآیند نیروهای کولنی برای چند بار نقطه‌ای واقع در یک صفحه



بررسی صفر شدن برآیند نیروها، تو حالت بارهای غیرهم‌راستا هم نکات جالبی داره که تو ادامه کار، سؤالی خیلی مهمی ازش آوردیم...

۱۰۱- چهار بار الکتریکی مطابق شکل در رئوس مربع قرار دارند. اگر برآیند نیروهای وارد شده بر بار q_1 صفر باشد، کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)



(۱) ممکن است علامت بار q مثبت و علامت بار Q منفی باشد.

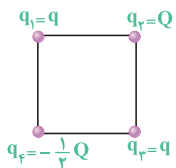
(۲) ممکن است علامت بار q منفی و علامت بار Q مثبت باشد.

(۳) برای برقراری تعادل، اندازه بار Q ، باید $2\sqrt{2}$ برابر اندازه بار q باشد.

(۴) مقدار بار الکتریکی q_1 ، در تعادل آن نقش دارد.

(ریاضی داخل ۹۶)

۱۰۲- چهار ذره باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر ذره باردار q_2 صفر است. $\frac{Q}{q}$ کدام است؟



(۱) $2\sqrt{2}$

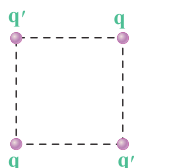
(۲) $4\sqrt{2}$

(۳) $-2\sqrt{2}$

(۴) $-4\sqrt{2}$

۱۰۳- در شکل مقابل، اگر دو بار q' قرینه شوند، نیروی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی q برابر صفر می‌شود. در همان حالت اولیه، نسبت $\frac{q'}{q}$ کدام است؟

(مکمل محاسباتی ریاضی ۹۶)



(۱) $2\sqrt{2}$

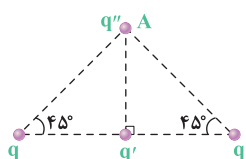
(۲) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

۱۰۴- در شکل مقابل، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار قرار گرفته در نقطه A برابر صفر است. نسبت $\frac{q'}{q}$ کدام است؟

(مکمل محاسباتی ریاضی ۹۶)

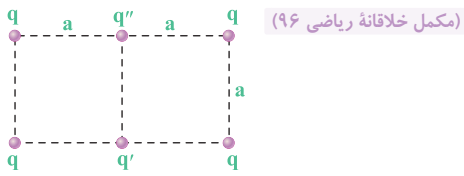


(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $-\sqrt{2}$

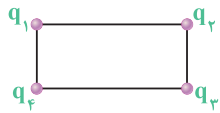


105 در شکل مقابل، بار q'' در حالت تعادل است. نسبت بارهای $\frac{q'}{q}$ کدام است؟

- (1) $\sqrt{2}$
- (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (3) $-\sqrt{2}$
- (4) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

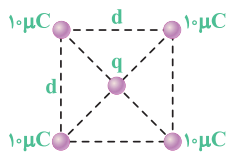
106 چهار ذره باردار مطابق شکل زیر، در 4 رأس مستطیلی که طول آن 2 برابر عرض آن است، ثابت شده‌اند. اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_f برابر صفر باشد،

(ریاضی خارج 96)



- کدام است $\frac{q_2}{q_1}$ ؟
- (1) $5\sqrt{5}$
 - (2) -5
 - (3) 5
 - (4) $5\sqrt{5}$

107 پنج بار نقطه‌ای مطابق شکل قرار دارند و برآیند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از این بارها صفر است. بار q تقریباً چند میکروکولن است؟ (مکمل خلاقانه تجربی 89)

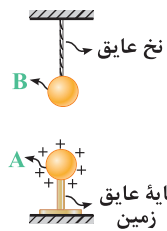


- (1) 19
- (2) -19
- (3) 9/5
- (4) -9/5

حالا می‌خوایم به سؤال ترکیبی قانون کولن با بحث تعادل و محاسبه کشش نخ تو دینامیک براتون بیاریم ...

108 در شکل زیر، گلوله رسانای A، دارای بار الکتریکی $1\mu C$ و در فاصله 3 سانتی‌متری از گلوله B با جرم 2kg و با بار الکتریکی $5\mu C$ قرار دارد و کشش ایجاد شده در نخ

عایق برابر T_1 است. اگر علامت بار الکتریکی گلوله A قرینه شود، نیروی کشش نخ عایق چند برابر می‌شود؟ ($g = 10\text{N/kg}$, $k = 9 \times 10^9\text{N.m}^2/\text{C}^2$) (تألیفی)



- (1) $\frac{5}{3}$
- (2) $\frac{3}{5}$
- (3) 25
- (4) 15

میدان الکتریکی در اطراف یک بار نقطه‌ای

خلاصه نکات

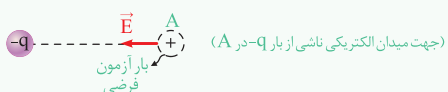
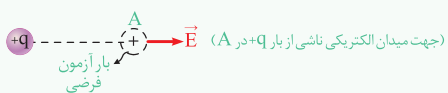
اگر یک ذره باردار در فضای اطراف یک ذره باردار دیگر قرار بگیرد، بر آن نیرو وارد می‌شود، این موضوع به این دلیل است که در فضای اطراف ذره باردار، میدان الکتریکی ایجاد می‌شود.

نکات مهم و کاربردی

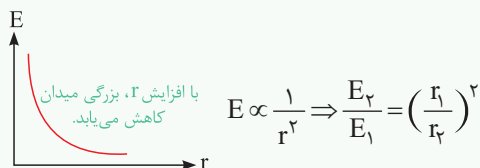
1 بزرگی میدان الکتریکی در فاصله r از بار الکتریکی q عبارت است از:

$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E \propto q \\ E \propto \frac{1}{r^2} \end{cases}$$

2 میدان الکتریکی یک کمیت برداری است و برای به‌دست آوردن جهت میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا، کافایت یک بار مثبت آزمون را در آن نقطه قرار دهیم و جهت



3 با توجه به رابطه $E = \frac{kq}{r^2}$ ، شدت میدان الکتریکی در اطراف یک ذره باردار، با دور شدن از ذره باردار کاهش می‌یابد و در اصطلاح غیرکنواخت است.



۸) چون بار الکتریکی خطکش منفی شده است، بنابراین این خطکش الکترون

دریافت کرده است. کل الکترون‌های دریافتی توسط خطکش برابر است با:

$$q = ne \Rightarrow -32 \times 10^{-6} = -n \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = 2 \times 10^{14}$$

حال برای محاسبه تعداد الکترون‌های دریافتی در هر سانتی‌متر از این خطکش ۸ سانتی‌متری می‌توان نوشت:

$$n' = \frac{n}{l} = \frac{2 \times 10^{14}}{8} = 2.5 \times 10^{13}$$

۹) برای پاسخ دادن به این سؤال، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱) عبارت $Z = 92$ در هسته اورانیم، یعنی تعداد ۹۲ پروتون در هسته موجود است و بار الکتریکی هسته اتم اورانیم برابر است با:

$$q = +ne = +92 \times (1.6 \times 10^{-19}) = +1.472 \times 10^{-17} \text{ C} = 1.472 \times 10^{-11} \mu\text{C}$$

۲) با توجه به این‌که در این سؤال، اتم اورانیم خنثی است، بنابراین بار الکتریکی کل اتم برابر صفر می‌باشد.

نتیجه

در حالت خنثی، تعداد الکترون‌های اتم و پروتون‌های هسته با هم برابر است. بنابراین در این سؤال می‌توان گفت بار منفی ناشی از الکترون‌ها نیز برابر $1.472 \times 10^{-11} \mu\text{C}$ می‌باشد.

۱۰) برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبه تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت X^{2+} :

$$q = -ne \Rightarrow -4/8 \times 10^{-18} = -n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3$$

گام دوم: تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت (X^{2+}) ، ۲ واحد کم‌تر از تعداد پروتون‌های آن می‌باشد. بنابراین تعداد پروتون‌های این اتم برابر ۳۲ می‌باشد.

۱۱) در هنگام مالش دو جسم خنثی بر یکدیگر، با انتقال تعدادی الکترون از یک جسم به جسمی دیگر، تعادل بارها در آن‌ها بر هم می‌خورد. جسمی که الکترون از دست می‌دهد، تعداد الکترون‌های کم‌تر از تعداد پروتون‌های آن می‌شود و بار الکتریکی خالص آن مثبت می‌گردد و همچنین، جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، تعداد الکترون‌های آن بیشتر شده و بار الکتریکی خالص آن منفی می‌شود. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

بررسی گزینه‌ها

۱) شیشه نسبت به موی گربه به سر مثبت سری الکترواستاتیستیک مالشی نزدیک‌تر است، بنابراین با مالش میله شیشه‌ای با موی گربه، بار میله مثبت و بار موی گربه منفی می‌شود.

۲) اگر یک جسم لاستیکی را با پارچه پشمی مالش دهیم، بار الکتریکی پارچه مثبت و بار الکتریکی جسم لاستیکی منفی می‌شود (چرا؟)، بنابراین پارچه الکترون از دست داده و جسم لاستیکی الکترون دریافت می‌کند.

۳) در مالش یک پارچه ابریشمی با موی سر انسان، بار الکتریکی پارچه منفی و بار الکتریکی موی سر مثبت می‌شود، چون موی سر به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر است. بنابراین الکترون از موی انسان به پارچه منتقل می‌شود. پس گزینه (۳) نادرست است.

۱) با توجه به خلاصه نکات ارائه شده، گزینه (۱) صحیح است.

۲) همان‌طور که می‌دانیم، بار الکتریکی پروتون و الکترون هم‌اندازه و مختلف‌العلامت و بار الکتریکی نوترون برابر صفر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$q_p = +e, q_e = -e, q_n = 0$$

$$\begin{cases} q_n = \alpha q_e \xrightarrow{q_n=0} \alpha = 0 \\ q_p = \beta q_e \xrightarrow{q_p=-q_e} \beta = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = 0 + (-1) = -1$$

۳) همان‌طور که می‌دانیم، اگر یک جسم الکترون دریافت کند، بار آن منفی و اگر الکترون از دست دهد، بار آن مثبت می‌شود. در این سؤال بار جسم منفی است، بنابراین الکترون دریافت کرده است. برای محاسبه تعداد الکترون‌های دریافتی این جسم می‌توان نوشت:

$$q = ne \Rightarrow -8 \times 10^{-9} = n \times (-1.6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = 5 \times 10^{10}$$

بنابراین این جسم به تعداد 5×10^{10} الکترون دریافت کرده است و تعداد الکترون‌های آن به همین اندازه از تعداد پروتون‌هایش بیشتر است.

۴) همان‌طور که در خلاصه نکات (۱) مطرح شد، وقتی جسمی دارای بار الکتریکی مثبت و یا منفی است، در واقع الکترون از آن گرفته و یا به آن داده شده است، این موضوع یعنی باردار کردن یک جسم، تعداد پروتون‌های آن جسم را تغییر نمی‌دهد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. حال می‌توان نوشت:

$$\text{جسم A: } q_A = ne \Rightarrow 8 \times 10^{-9} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{11}$$

جسم A، 5×10^{11} الکترون از دست داده است. \Rightarrow

$$\text{جسم B: } q_B = -ne \Rightarrow -4/8 \times 10^{-7} = -n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3 \times 10^{12}$$

جسم B، 3×10^{12} الکترون داده‌ایم. \Rightarrow

۵) مطابق با رابطه $q = \pm ne$ ، بار الکتریکی یک جسم، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e}$$

$$۱) n = \frac{q}{e} = \frac{2 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1/25 \rightarrow \text{عدد صحیح نمی‌باشد.} \times$$

$$۲) n = \frac{q}{e} = \frac{4 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2/5 \rightarrow \text{عدد صحیح نمی‌باشد.} \times$$

$$۳) n = \frac{q}{e} = \frac{8 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 5 \rightarrow \text{عدد صحیح است.} \checkmark$$

۶) همان‌طور که می‌دانیم، اگر از یک جسم خنثی الکترون بگیریم، بار الکتریکی آن مثبت می‌شود که با توجه به رابطه $q = ne$ می‌توان نوشت:

$$q = ne \Rightarrow 1 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= \frac{10^{14}}{16} = 6.25 \times 10^{12}$$

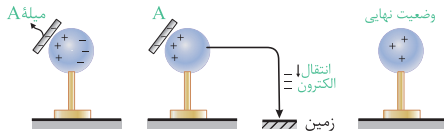
۷) چون جسم الکترون از دست می‌دهد، بنابراین در حالت ثانویه بار آن مثبت و در حالت اولیه بار آن منفی است (ردگزینه‌های ۲ و ۳). بار جسم به مقدار $-2q_0$ تغییر کرده است (از q_0 به $-q_0$ رسیده است) و داریم:

$$\begin{cases} \Delta q = -q_0 - (q_0) = -2q_0 \\ \Delta q = ne \end{cases} \Rightarrow -2q_0 = ne = 5 \times 10^{15} \times 1.6 \times 10^{-19}$$

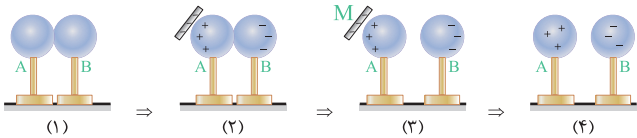
$$= 8 \times 10^{-4} \Rightarrow q_0 = -4 \times 10^{-4} \text{ C} = -400 \mu\text{C}$$

انتهای مثبت سری	شیشه
موی انسان	پشم
شیشه	موی گربه
پشم	ابریشم
موی گربه	لاستیک
انتهای منفی سری	

دور شده‌اند، توسط دست ما به زمین منتقل می‌شوند. در این وضعیت با دور کردن میله از کره، مطابق شکل بارهای مثبت در سطح کره به صورت یکنواخت پخش می‌شوند.

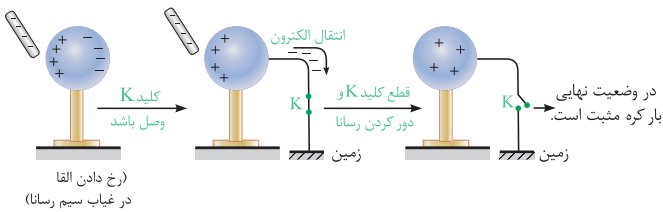


در سری الکتروسیسته مالشی، N نسبت به M ، به سر مثبت سری نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش دو تیغه M و N ، تیغه M دارای بار منفی می‌شود. با نزدیک کردن تیغه M به کره A ، در دو کره رسانا، تفکیک بار صورت می‌گیرد. با جدا کردن دو کره و سپس دور کردن تیغه M مطابق شکل، کره A دارای بار الکتریکی مثبت و کره B دارای بار الکتریکی منفی خواهد شد.

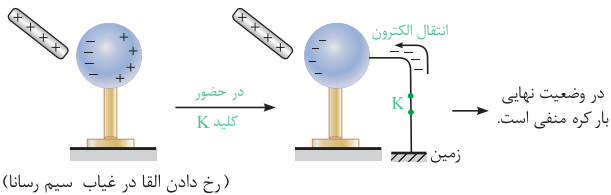


ابتدا دقت کنید که هرگاه جسم رسانایی در نزدیکی یک جسم باردار قرار بگیرد، بارهای جسم رسانا در اثر القا تفکیک می‌شوند. حال به بررسی هریک از شکل‌های پردازیم:

توضیحات شکل ۱:



توضیحات شکل ۲:



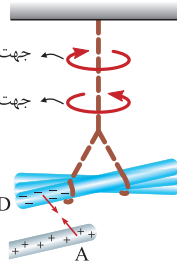
در جدول سری الکتروسیسته مالشی (سری تریبولکتریک)، هر چه جسم به انتهای منفی سری نزدیک‌تر باشد، الکترون خواهی بیشتری دارد.

چون جسم A نسبت به B به انتهای مثبت سری تریبولکتریک نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش این دو جسم به یکدیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود. به طور مشابه، ثابت می‌شود که در تماس دو جسم C و D ، بار الکتریکی C مثبت و بار الکتریکی D منفی می‌شود. بنابراین اجسام A و C و هم‌چنین B و D یک‌دیگر را دفع می‌کنند، پس گزینه (۱) صحیح است.

انتهای مثبت سری	
A	در مالش این دو جسم به یکدیگر، بار A مثبت و بار B منفی می‌شود ($q_A > 0, q_B < 0$)
B	
C	در مالش این دو جسم به یکدیگر، بار C مثبت و بار D منفی می‌شود ($q_C > 0, q_D < 0$)
D	
انتهای منفی سری	

مشابه با پاسخ سؤال قبل، بار الکتریکی میله‌های A و C مثبت و بار الکتریکی میله‌های B و D منفی می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، بارهای هم‌علامت یک‌دیگر را دفع و بارهای مختلف‌العلامت یک‌دیگر را جذب می‌کنند. حال به بررسی گزینه (۴) می‌پردازیم:

چون بار الکتریکی دو میله A و D مختلف‌العلامت است، بنابراین این دو میله هم‌دیگر را جذب می‌کنند. در نتیجه جهت چرخش میله آویخته شده در این گزینه، نادرست نشان داده شده است.



در اثر مالش دو جسم A و B با یکدیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود، زیرا جسم A به سر مثبت جدول الکتروسیسته مالشی نزدیک‌تر است، بنابراین دو گزینه (۲) و (۴) نادرست است. از طرفی با توجه به رابطه $q = \pm ne$ ، بار الکتریکی یک جسم، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد: $q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e}$ حال به بررسی گزینه‌های (۱) و (۳) می‌پردازیم:

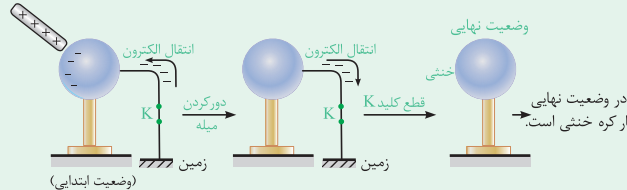
✗ عدد صحیح نمی‌باشد. $\rightarrow 1) n = \frac{q}{e} = \frac{2 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.25$

✓ عدد صحیح است. $\rightarrow 3) n = \frac{q}{e} = \frac{8 \times 10^{-10}}{1.6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^9$

بنابراین فقط در گزینه (۳)، یک عدد صحیح به دست آمده و جواب سؤال می‌باشد.

هرگاه جسم رسانایی در نزدیکی جسم باردار قرار گیرد، بارهای جسم رسانا در اثر القا تفکیک می‌شوند. با توجه به سری الکتروسیسته مالشی، میله A در اثر مالش با پارچه B ، دارای بار الکتریکی منفی می‌شود (چرا؟). با نزدیک کردن میله A با بار منفی به کره رسانا، بارهای کره از یک‌دیگر جدا شده و بارهای مثبت به سمت میله جذب می‌شوند. هنگامی که دست ما با کره تماس پیدا می‌کند، بارهای منفی کره که از میله

دقت
در شکل (۲) در حضور میله با بار مثبت، بارها در کره تفکیک شده و در حالتی که کلید وصل است، الکترون‌ها از زمین به کره منتقل می‌شوند تا بار الکتریکی مثبت در سمتی از کره که از میله دور‌تر است را خنثی کنند و در نهایت بار الکتریکی کره منفی می‌شود. توضیحات شکل ۳:



دقت
در شکل (۳) اگر ابتدا میله را دور کنیم، کره رسانا چون به زمین وصل است، به همان حالت اولیه خود (خنثی) باز می‌گردد، یعنی الکترون‌های انتقال یافته از زمین به آن، دوباره به زمین برمی‌گردند. حال با قطع کلید K ، مشخص است که کره خنثی باقی می‌ماند.

۲۲۳ ۴ برای بررسی این سؤال، به موارد زیر توجه شود:

(۱) اگر A و B یکدیگر را جذب کنند، یا دارای بار ناهم‌نام هستند و یا یکی از آن‌ها بدون بار است.

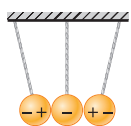
(۲) اگر B و C یکدیگر را دفع کنند، قطعاً هر دو باردار و دارای بار هم‌نام هستند. در نتیجه گزینه‌های (۲) و (۳) غلط هستند.

(۳) حالت‌های ممکن برای این سه جسم عبارت است از:

بنابراین با توجه به شکل‌های زیر، گلوله‌های A و C نمی‌توانند بار هم‌نام داشته باشند.

	A	B	C	A	B	C
حالت اول	+	-	-	-	+	+
حالت دوم	+	-	-	+	+	+
	بدون بار			بدون بار		

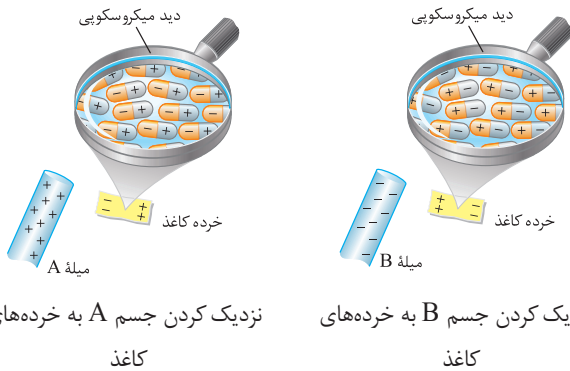
۲۲۴ ۴ هنگامی که به آونگ وسطی بار الکتریکی منفی داده می‌شود، باعث تفکیک بارها در دو کره مشابه دیگر می‌شود. به طوری که در دو کره سمت راست و سمت چپ بارها مطابق شکل مقابل تفکیک شده و به علت جاذبه به وجود آمده بین هر یک از کره‌های کناری با کره وسطی، آن‌ها جذب کره وسطی شده و شکل آونگ‌ها به صورت مقابل می‌شود:



۲۲۵ ۲ هنگامی که بادکنک را با پارچه پشمی مالش می‌دهیم، بادکنک دارای بار الکتریکی می‌شود. در اثر نزدیک کردن بادکنک به رشته سیم نازک، به علت پدیده القای الکتریکی، رشته سیم به سمت بادکنک جذب می‌شود. بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۲۲۶ ۲ با توجه به جدول سری الکترواستاتیکی مالشی داده شده، در اثر مالش دو جسم A و B، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود (چرا؟).

بنابراین دو گزینه (۳) و (۴) نادرست است. از طرفی با نزدیک کردن یک میله باردار به یک جسم بدون بار، بارهای الکتریکی جسم تفکیک شده و بارهای الکتریکی ناهم‌نام با میله، در نزدیکی میله قرار می‌گیرد. بنابراین با نزدیک کردن هر یک از اجسام A و B به خرده‌های کاغذ، آرایش بارها به صورت زیر می‌باشد:

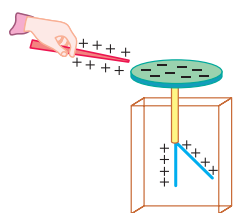


بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

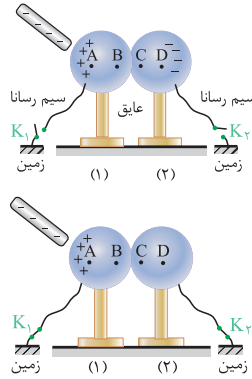
۲۲۷ ۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۲) توجه کنید.

با نزدیک کردن جسم با بار الکتریکی مثبت به کلاهک الکتروسکوپ خنثی، الکترون‌های موجود بر روی ورقه‌های الکتروسکوپ به سمت کلاهک جذب می‌شوند.

کلاهک الکتروسکوپ با جذب این الکترون‌ها دارای بار الکتریکی منفی می‌شود. در این حالت ورقه‌های الکتروسکوپ که الکترون خود را از دست داده‌اند، دارای بار الکتریکی مثبت می‌شوند.



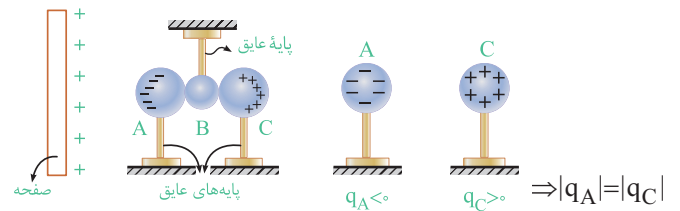
۱۹ ۴ با نزدیک کردن میله دارای بار منفی به دو کره، بارها مطابق شکل از هم تفکیک شده و نقطه A در سمت چپ دارای بار مثبت و نقطه D در سمت راست دارای بار منفی می‌شود (در نقاط B و C که محل برخورد دو کره است، باری جمع نمی‌شود). با توجه به این موضوع کره (۱) دارای بار مثبت و کره (۲) دارای بار منفی می‌شود.



حال اگر کلیدها را وصل کنیم، مجموعه توسط سیم رسانا به زمین وصل می‌شود. به دلیل وجود میله در کنار کره، بارهای مثبت همچنان در اثر القا در نزدیکی میله باقی می‌مانند، ولی بارهای منفی در مجموعه دو کره به زمین منتقل می‌شود. دقت کنید که مهم نیست کدامیک از کلیدها وصل شوند، در هر حالتی که کلیدها وصل باشند، کره (۱) دارای بار مثبت شده و کره (۲) خنثی می‌شود و گزینه (۴) عبارت نادرستی است.

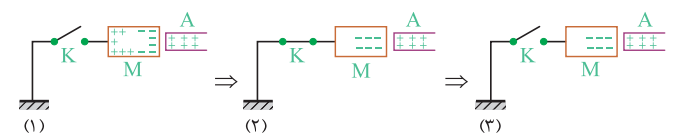
۲۰ ۱ صفحه دارای بار الکتریکی مثبت است و از طریق القا، در کره A بار منفی و در کره C بار مثبت ایجاد می‌شود.

هنگامی که کره B را از بین دو کره A و C خارج می‌کنیم و سپس صفحه باردار را دور می‌کنیم، دو کره A و C دیگر با هم در تماس نبوده و بار منفی در کره A و بار مثبت در کره C باقی می‌ماند. اندازه بار الکتریکی دو کره در این حالت با هم برابر است، زیرا به تعداد الکترون‌هایی که از کره C خارج شده، به کره A الکترون وارد شده است.

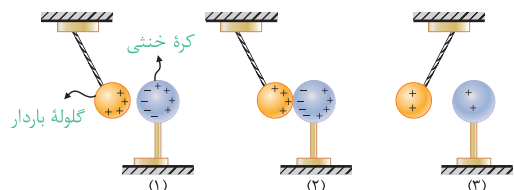


۲۱ ۱ در اثر مالش دو جسم A و B، جسم A دارای بار مثبت می‌شود (چرا؟).

حال با نزدیک کردن جسم A با بار الکتریکی مثبت به رسانای M، بارهای منفی در رسانای M، به سمت بارهای مثبت جسم A می‌آیند. با بستن کلید، بارهای مثبت فقط توسط الکترون‌های زمین خنثی می‌شوند و با باز کردن کلید K، جسم M دارای بار الکتریکی منفی خواهد بود.



۲۲ ۱ این سؤال برگرفته از آزمایش کتاب درسی است. با نزدیک کردن کره فلزی به گلوله باردار، به دلیل القای الکتریکی، مطابق شکل (۱) گلوله به سمت کره جذب می‌شود و بارهای کره از یکدیگر تفکیک می‌شوند. بعد از تماس، گلوله و کره دارای بار الکتریکی هم‌نام می‌شوند و در نتیجه یکدیگر را دفع می‌کنند (مطابق شکل (۳)).



خلاصیت حرفه‌ای‌ها

با ۹ برابر شدن صورت کسر، کل کسر ۹ برابر می‌شود و با ۹ برابر شدن مخرج کسر، کل کسر $\frac{1}{9}$ برابر می‌شود و در مجموع کسر ثابت می‌ماند. ($9 \times \frac{1}{9} = 1$)

$$F = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$$

ثابت

۱ ۳۴ برای پاسخ دادن به این سؤال، با توجه به رابطه قانون کولن می‌توان نوشت:

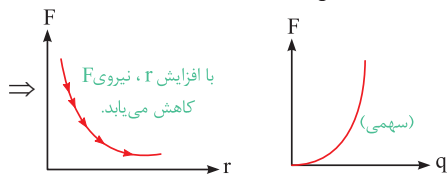
$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow k = \frac{Fr^2}{q_1 q_2} \Rightarrow k \equiv \frac{\text{نیوتون} \times (\text{متر})^2}{\text{کولن} \times \text{کولن}} \equiv \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$$

در ادامه با توجه به رابطه $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ، واحد ضرب گذردهی الکتریکی در خلأ (ϵ_0)، برعکس واحد ثابت کولن (k) است و داریم:

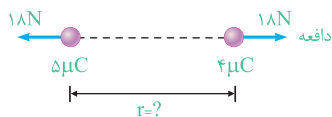
$$k \equiv \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \Rightarrow \epsilon_0 \equiv \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$$

۲ ۳۵ با توجه به رابطه نیروی کولنی بین دو بار، رابطه F با r و q به صورت زیر است:

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \quad q_1 = q_2 = q \Rightarrow F = \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F \propto q^2 \\ F \propto \frac{1}{r^2} \end{cases}$$



۳ ۳۶ با جای‌گذاری مقادیر q_1 ، q_2 و F در رابطه کولن داریم:



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{kq_1 q_2}{F} = \frac{9 \times 10^9 \times (5 \times 10^{-6}) \times (4 \times 10^{-6})}{18} = 0.01$$

$$\Rightarrow r = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

۴ ۳۷ اندازه نیروی بین بارهای الکتریکی هم‌نام q_1 و $q_2 = 5q_1$ از رابطه زیر

به دست می‌آید:

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2}, \quad k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}, \quad r = 3 \text{ m}, \quad F = 0.02 \text{ N}$$

$$0.02 = \frac{9 \times 10^9 \times 5q_1^2}{3^2} \Rightarrow q_1^2 = 4 \times 10^{-12} \Rightarrow |q_1| = 2 \times 10^{-6} \text{ C} = 2 \mu\text{C}$$

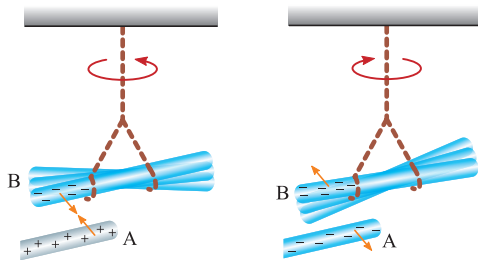
$$q_1 = ne \Rightarrow 2 \times 10^{-6} = n \times (1.6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = \frac{2}{1.6} \times 10^{13} = 1.25 \times 10^{13}$$

۳ ۳۸ با توجه به اطلاعات مسأله، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 5 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_1 q_2}{(3 \times 10^{-1})^2} \Rightarrow q_1 q_2 = 5 \times 10^{-11} \text{ C}^2 = 50 (\mu\text{C})^2 \\ q_1 + q_2 = 15 \mu\text{C} \end{cases}$$

حاصل ضرب دو بار هم‌نام $(50 (\mu\text{C})^2)$ و حاصل جمع آن‌ها $15 \mu\text{C}$ است، بنابراین اندازه بار الکتریکی دو ذره برابر $5 \mu\text{C}$ و $10 \mu\text{C}$ است. البته اگر علاقه‌مند باشید می‌توانید

۴ ۲۸ با باز شدن ورقه‌های الکتروسکوپ، متوجه می‌شویم که جسم نزدیک شده به الکتروسکوپ (A) باردار است، ولی با توجه به اطلاعات صورت سؤال، نمی‌توان نوع بار جسم A را تعیین کرد. بنابراین بار میله A می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

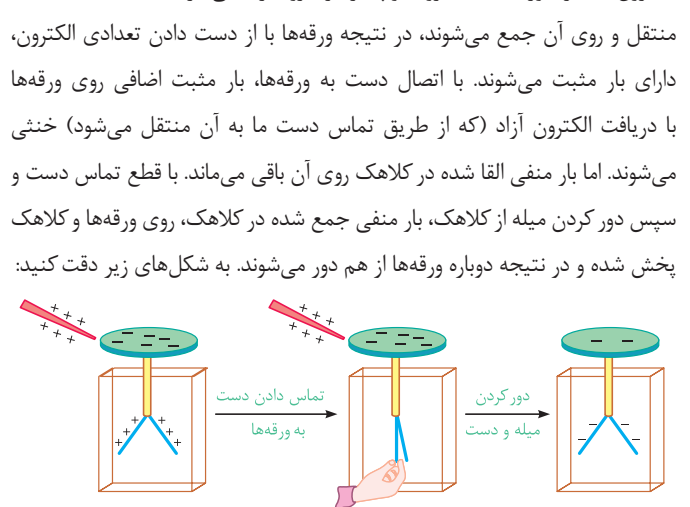


با توجه به این‌که طبق صورت سؤال، بار الکتریکی میله B منفی است، بنابراین میله A می‌تواند آن را جذب و یا دفع کند، در نتیجه هر دو گزینه (۱) و (۲) می‌توانند صحیح باشند.

۲ ۲۹ با توجه به خلاصه نکات (۲)، اگر ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا بسته و سپس باز شوند قطعاً بار اولیه الکتروسکوپ باری مخالف بار میله (یعنی مثبت) بوده و بار آن منفی است.

۱ ۳۰ در این آزمایش، از طریق القا قسمتی از بار ورقه‌ها به سمت کلاهک متمایل می‌شوند، بنابراین بار ورقه‌ها کاهش یافته و در نتیجه زاویه بین ورقه‌ها نیز کم می‌شود.

۴ ۳۱ با نزدیک کردن میله به بار مثبت به کلاهک الکتروسکوپ خنثی، تعدادی از الکترون‌های آزاد ورقه‌های الکتروسکوپ در اثر نیروی ربایشی بار مثبت میله، به کلاهک منتقل و روی آن جمع می‌شوند، در نتیجه ورقه‌ها با از دست دادن تعدادی الکترون، دارای بار مثبت می‌شوند. با اتصال دست به ورقه‌ها، بار مثبت اضافی روی ورقه‌ها دریافت الکترون آزاد (که از طریق تماس دست ما به آن منتقل می‌شود) خنثی می‌شوند. اما بار منفی القا شده در کلاهک روی آن باقی می‌ماند. با قطع تماس دست و سپس دور کردن میله از کلاهک، بار منفی جمع شده در کلاهک، روی ورقه‌ها و کلاهک پخش شده و در نتیجه دوباره ورقه‌ها از هم دور می‌شوند. به شکل‌های زیر دقت کنید:

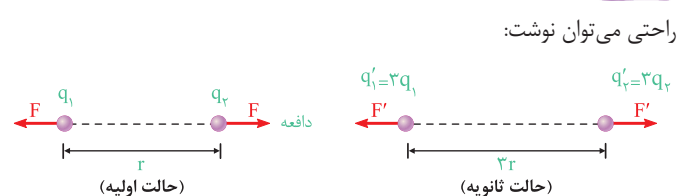


۱ ۳۲ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۳) توجه کنید.

با توجه به قانون کولن می‌توان گفت:

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \rightarrow \begin{cases} F \propto q_1 q_2 \Rightarrow \text{رابطه مستقیم با حاصل ضرب اندازه بارها} \\ F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \text{رابطه معکوس با مجذور فاصله بین دو بار} \end{cases}$$

۲ ۳۳ با استفاده از قانون کولن و با توجه به سه برابر شدن بارها و فاصله‌ها، به راحتی می‌توان نوشت:



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q_1'}{q_1} \times \frac{q_2'}{q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = 3 \times 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

۴۴ می‌دانیم نیروی کولنی با مجذور فاصله بین دو بار رابطه عکس دارد، با جایگذاری در رابطه کولن با توجه به دو برابر شدن نیروی کولنی می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow{F \propto \frac{1}{r^2}} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \quad \frac{F'}{F} = 2 \Rightarrow \frac{2F}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{r}{r'} = \sqrt{2} \Rightarrow r' = \frac{1}{\sqrt{2}} r \Rightarrow r' = \frac{\sqrt{2}}{2} r$$

۴۵ روش اول: با توجه به ثابت ماندن نیرو در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = F' \Rightarrow \frac{k q_1 q_2}{r^2} = \frac{k (2q_1) \times q_2}{(r')^2} \Rightarrow r' = \sqrt{2} r$$

روش دوم: با دو برابر شدن اندازه یکی از بارها، نیروی بین دو بار الکتریکی هم ۲ برابر می‌شود و برای ثابت ماندن نیرو، باید r را طوری انتخاب کنیم که کسر را نصف کند و این موضوع یعنی r باید $\sqrt{2}$ برابر شود:

$$\text{ثابت } (F) = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \quad \text{برابر } (\sqrt{2})^2$$

۴۶ برای پاسخ دادن به این سؤال، نیروی الکتریکی که از طرف هسته بر الکترون در هر یک از اتم‌های هیدروژن و یون Li^{2+} وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{الکترون هسته } q_H: F_H = \frac{k q_H q_{\text{Hسته}}}{r_H^2} \\ \text{الکترون هسته } q_{\text{Li}}: F_{\text{Li}} = \frac{k q_{\text{Li}} q_{\text{Li}^{2+}}}{r_{\text{Li}}^2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{F_H}{F_{\text{Li}}} = \frac{q_H \text{ هسته}}{q_{\text{Li}} \text{ هسته}} \times \left(\frac{r_{\text{Li}}}{r_H}\right)^2 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{27}$$

دقت شود چون عدد اتمی لیتیم برابر ۳ و عدد اتمی هیدروژن برابر ۱ است، بنابراین بار هسته لیتیم، ۳ برابر بار هسته هیدروژن است.

۴۷ با بررسی دو حالت داریم:

$$\text{حالت اولیه: } F = 0.02 \text{ N} \quad \left(\begin{array}{c} q_1 \\ q_2 \end{array} \right)$$

$$\text{حالت ثانویه: } F' = 0.03 \text{ N} \quad \left(\begin{array}{c} q'_1 = q_1 \\ q'_2 = q_2 + 2 \mu\text{C} \end{array} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) F = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} 0.02 = \frac{k q^2}{r^2} \\ (2) F' = \frac{k q'_1 q'_2}{r'^2} \Rightarrow 0.03 = \frac{k q (q+2)}{r'^2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{0.02}{0.03} = \frac{k \frac{q^2}{r^2}}{k \frac{q(q+2)}{r'^2}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{q}{q+2}$$

$$\Rightarrow 2q + 4 = 3q \Rightarrow q = 4 \mu\text{C}$$

۴۸

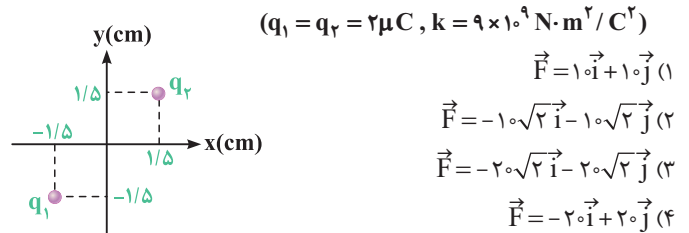
تذکر

در تست‌های (۴۸) تا (۵۶)، با گروه ساده و نسبتاً مهمی از تست‌های کنکور برخورد می‌کنیم که در آن قسمتی از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه می‌کنیم. در این گونه از سؤالات، کافی است دو بار قانون کولن را بنویسیم و با از تناسب کمک بگیریم. با مطالعه پاسخ تشریحی این تست‌ها، این موضوع را به‌خوبی یاد می‌گیرید.

با حل معادله‌ای درجه دوم نیز دو معادله دو مجهول اخیر را حل کنید، ولی این کار، زمان‌بر و طولانی است.

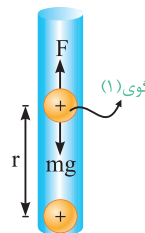
۳۹ با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۳)، گزینه (۲) صحیح است. برای تسلط بیشتر، تمرین زیر را نیز بررسی کنید.

تمرین در شکل زیر بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟



پاسخ گزینه (۲)

۴۰ برای معلق ماندن گوی بالای، نیروی دافعه الکتریکی بین دو گوی باید وزن گوی (۱) را خنثی کند و برای رسیدن به این هدف داریم:



$$\text{شرط معلق ماندن: } F = mg \Rightarrow \frac{kq \times q}{r^2} = mg$$

$$\Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times q^2}{(1 \times 10^{-2})^2} = (0.9 \times 10^{-3}) \times 10 \Rightarrow q^2 = 10^{-16} \text{ C}^2 \Rightarrow q = 10^{-8} \text{ C}$$

و برای پیدا کردن تعداد الکترون‌های کنده شده از هر گوی می‌توان نوشت:

$$q = ne \Rightarrow 10^{-8} = n \times (1/6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = \frac{1}{1/6} \times 10^{11} = 6/25 \times 10^{10}$$

۴۱ با توجه به شکل زیر، نیرویی که بار q بر بار $2q$ وارد می‌کند، با نیرویی که بار $2q$ بر بار q وارد می‌کند، مساوی و در خلاف جهت هم است. این موضوع بیانی از قانون سوم نیوتون است (هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن) و در نهایت می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F} = 10^{\circ} \hat{i} \quad \text{نیروی } q \text{ بر } 2q \\ \vec{F} = -10^{\circ} \hat{i} \quad \text{نیروی } 2q \text{ بر } q \end{array} \right.$$

۴۲ از آن جایی که نیرویی که ذره A بر ذره B وارد می‌کند، با نیرویی که ذره B بر ذره A وارد می‌کند، با توجه به قانون سوم نیوتون برابر است، می‌توان نوشت:

$$F_A = F_B \xrightarrow{F=ma} m_A a_A = m_B a_B \Rightarrow m a_A = 2 m a_B$$

$$\Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{2m}{m} = 2$$

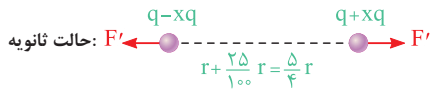
خلاقیت حرفه‌ای‌ها

چون اندازه نیروها با یکدیگر یکسان است، ذره A که جرم آن نصف جرم ذره B است، لزوماً شتابی ۲ برابر شتاب ذره B دارد.

۴۳

با توجه به جذب شدن بارهای q_1 و q_2 می‌فهمیم که این دو بار ناهم‌نام هستند، در نتیجه بارهای $-6q_1$ و $+8q_2$ لزوماً هم‌نام هستند و یکدیگر را دفع می‌کنند (چرا؟). از طرفی با توجه به رابطه زیر داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_2 q'_1}{q_2 q_1} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{8q_2 \times (6q_1)}{q_2 q_1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 12 \Rightarrow F' = 12F$$



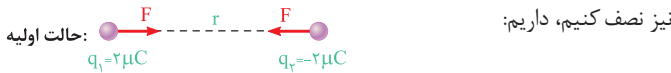
$$F' = \frac{k(q-xq)(q+xq)}{(\frac{\Delta}{4}r)^2} = \frac{kq(1-x)q(1+x)}{\frac{25}{16}r^2} = \frac{16kq^2(1-x^2)}{25r^2}$$

طبق صورت سؤال، نیروی بین دو بار ۵۲ درصد کاهش یافته است، بنابراین داریم:

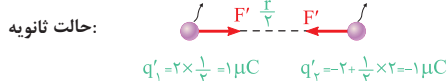
$$F' = F - \frac{52}{100}F = \frac{48}{100}F \Rightarrow \frac{16kq^2(1-x^2)}{25r^2} = \frac{48}{100} \times \frac{kq^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow 1-x^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} = 50\%$$

ابتدا باید دقت شود که دو بار **ناهم‌نام** هستند و اگر ۵۰ درصد (به زبان ساده‌تر نصف) یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم و هم‌زمان فاصله بارها را

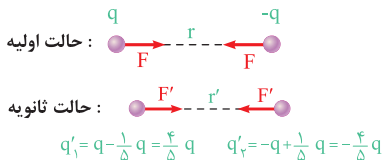


۵۰ درصد (نصف) را به q1 اضافه کرده‌ایم. ۵۰ درصد q1 را کاهش داده‌ایم یعنی نصف کرده‌ایم.



$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q_1'q_2'}{q_1q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{1 \times 1}{2 \times 2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = 1$$

این سؤال، مکمل خوبی برای تست قبل محسوب می‌شود. در این سؤال ۲۰ درصد یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کرده‌ایم. برای این‌که نیروی کولنی بین دو بار تغییر نکند، باید فاصله دو بار را تغییر دهیم. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F = k \frac{q_1q_2}{r^2} \xrightarrow{F'=F} k \frac{q \times q}{r^2} = k \frac{\frac{4}{5}q \times \frac{4}{5}q}{(r')^2} \Rightarrow \left(\frac{r'}{r}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{4}{5}$$

با توجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۳)، گزینه (۲) صحیح است.

این یک سؤال بسیار جالب و جدید است. با توجه به قانون کولن در مقایسه دو حالت می‌توان نوشت:

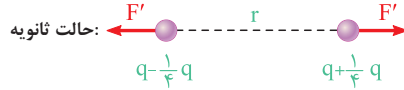
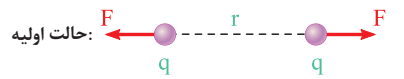
$$F = k \frac{q_1q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = k \frac{q_1q_2}{r^2} \\ F_2 = k \frac{(q_1 - \frac{1}{5}q_1)(q_2 + \frac{1}{5}q_1)}{r^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{1}{5}q_1q_2 + \frac{1}{5}q_1^2}{q_1q_2} = 0.5 + \frac{q_1}{4q_2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 0.5 + \frac{q_1}{4q_2} \Rightarrow \text{اگر } \begin{cases} \frac{q_1}{4q_2} = 0.5 \Rightarrow q_1 = 2q_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1 \Rightarrow F_2 = F_1 \\ \frac{q_1}{4q_2} > 0.5 \Rightarrow q_1 > 2q_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} > 1 \Rightarrow F_2 > F_1 \\ \frac{q_1}{4q_2} < 0.5 \Rightarrow q_1 < 2q_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} < 1 \Rightarrow F_2 < F_1 \end{cases}$$

بنابراین بسته به شرایط بارهای q1 و q2، هر یک از گزینه‌ها می‌تواند صحیح باشد و گزینه (۴) صحیح است.

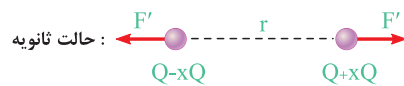
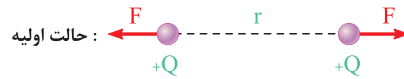
اگر ۲۵ درصد ($\frac{1}{4}$) یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، در مقایسه دو حالت داریم:



$$\begin{cases} (1): F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} F = \frac{kq^2}{r^2} \\ (2): F' = \frac{kq_1'q_2'}{r^2} = \frac{k(\frac{3}{4}q)(\frac{5}{4}q)}{r^2} = \frac{k \frac{15}{16}q^2}{r^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{15}{16} \Rightarrow F' = \frac{15}{16}F$$

درصد باری که از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه شده است را X در نظر می‌گیریم. حال با بررسی دو حالت، مقدار مجهول را به دست می‌آوریم:



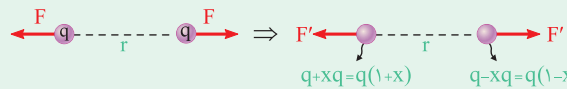
$$\begin{cases} (1): F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} F = \frac{kQ^2}{r^2} \\ (2): F' = \frac{kq_1'q_2'}{r^2} = k \frac{Q(1-x) \cdot Q(1+x)}{r^2} = \frac{kQ^2}{r^2} (1-x^2) \end{cases}$$

$$F' = \frac{15}{16}F \Rightarrow (1-x^2) \left(\frac{kQ^2}{r^2}\right) = \frac{15}{16} \left(\frac{kQ^2}{r^2}\right) \Rightarrow 1-x^2 = \frac{15}{16}$$

$$\Rightarrow x^2 = 1 - \frac{15}{16} = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \equiv 25\%$$

خلاقیت حرفه‌ای‌ها

به دلیل اهمیت این سؤال می‌خواهیم کمی بیشتر به بررسی آن بپردازیم. کافیت کمی ذهنی‌تر به این سؤال نگاه کنیم:



$$\frac{F'}{F} = \frac{q_1'q_2'}{q_1q_2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = 1-x^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \equiv 25\%$$

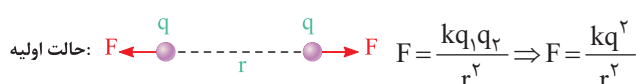
باز هم سریع‌تر: نیرو چه قدر کم شده است؟ $\frac{1}{16}F \leftarrow$ جذر $\frac{1}{16}$ برابر X است. $\leftarrow x = \frac{1}{4}$ یا ۲۵٪ است.

تمرین اگر نیرو ۲۴ برابر شود، X چه قدر است؟

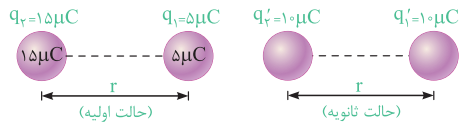
پاسخ نیرو چه قدر کم شده است؟ $\frac{1}{25}F \leftarrow$ جذر $\frac{1}{25}$ برابر X است. $\leftarrow x = \frac{1}{5}$ یا ۲۰٪ است.

درصد باری که از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه می‌کنیم را X در

نظر گرفته و در مقایسه دو حالت می‌توان نوشت:



۵۸ ۴ با توجه به مشابه بودن دو کره، پس از تماس آن‌ها به یکدیگر بار الکتریکی هر یک از آن‌ها برابر $\frac{q_1+q_2}{2}$ است و برای مقایسه دو حالت داریم:



$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 10 \mu\text{C}$$

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q'_1q'_2}{q_1q_2} = \frac{10 \times 10}{15 \times 5} = \frac{100}{75} = \frac{4}{3} \approx 1.33 = \frac{133}{100}$$

نیروی کولنی تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد. \Rightarrow

سؤال اگر دو کره ناهم‌نام بودند، آن‌گاه نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شد؟

۵۹ ۳ چون کره‌ها مشابه هستند، مجموع بار آن‌ها به صورت یکسان بین کره‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$q'_1 = q'_2 = q'_3 = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3} = \frac{4 + (-12) + (-10)}{3} = -\frac{18}{3} = -6 \mu\text{C}$$

۶۰ ۱ طبق صورت سؤال، بار اولیه کره‌ها به صورت زیر است:

$$q_1 = 4 \mu\text{C}, q_2 = -12 \mu\text{C}, q_3 = -10 \mu\text{C}$$

وقتی دو کره مشابه (۱) و (۲) را به هم تماس دهیم، مجموع بار الکتریکی این دو کره، به طور یکسان بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4 + (-12)}{2} = -4 \mu\text{C}$$

حال بار الکتریکی کره (۲) برابر $-4 \mu\text{C}$ و بار الکتریکی کره (۳) برابر $-10 \mu\text{C}$ است. اگر این دو کره مشابه را با هم تماس دهیم، بار الکتریکی آن‌ها برابر است با:

$$q''_3 = q''_2 = \frac{q_3 + q'_2}{2} = \frac{(-10) + (-4)}{2} = -7 \mu\text{C}$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۶۱ ۲ می‌دانیم که دو کره قبل از تماس یکدیگر را جذب می‌کنند، بنابراین بار دو کره ناهم‌نام است. اکنون دو حالت را فرض می‌کنیم:

الف) اندازه بار دو کره برابر است ($|q_2| = |q_1|$): در این حالت با تماس دو کره، بارها یکدیگر را خنثی می‌کنند و دیگر باری برای کره‌ها باقی نمی‌ماند، بنابراین در این حالت کره‌ها نمی‌توانند پس از اتصال یکدیگر را دفع کنند.

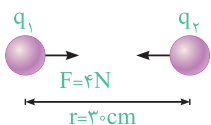
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 0$$

ب) اندازه بار دو کره برابر نباشد: در این حالت با تماس دو کره، مقداری از بار بزرگ‌تر توسط بار کوچک‌تر خنثی شده و مابقی آن بین دو کره به‌طور یکسان پخش می‌شود، بنابراین در این حالت کره‌ها پس از اتصال یکدیگر را دفع می‌کنند.

تذکره

دقت کنیم در این سؤال مقدار نیروی بین دو کره در حالت قبل از تماس بیشتر از حالت بعد از تماس است (چرا؟).

۶۲ ۲ در شروع حل باید دقت شود که دو کره در ابتدا یکدیگر را جذب می‌کنند و این یعنی بارهای آن‌ها ناهم‌نام بوده‌اند. در ادامه با توجه



به اطلاعات سؤال، حاصل ضرب $|q_1q_2|$ برابر است با:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} \Rightarrow 4 = \frac{9 \times 10^9 q_1q_2}{(30 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow |q_1q_2| = 4 \times 10^{-11} \text{C}^2 = (40 \mu\text{C})^2 \quad (1)$$

۵۵ ۲ با توجه به پاسخ سؤال قبل، اگر $|q_1| > 2|q_2|$ باشد، نیروی بین دو بار پس از اعمال تغییرات، افزایش می‌یابد. بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۵۶ ۲ فرض کنید که X درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کرده‌ایم:

$$F = \frac{kq'_1q'_2}{r^2} = \frac{k(q_1 + x \times q_2)(q_2 - x \times q_2)}{r^2}$$

$$q_2 = 2q_1 \Rightarrow F = \frac{k(q_1 + x \times 2q_1)(2q_1 - x \times 2q_1)}{r^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{kq_1 \times 2q_1(1 + 2x)(1 - x)}{r^2} = \frac{2kq_1^2}{r^2}(1 + x - 2x^2)$$

حال باید مقدار بیشینه تابع به دست آمده را محاسبه کنیم. همان‌طور که می‌دانیم، در توابع درجه (۲) به فرم $y = ax^2 + bx + c$ برای دست آوردن مرکز سهمی، می‌توانیم از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ استفاده کنیم. بنابراین در این سؤال می‌توان نوشت:

$$x = -\frac{1}{2 \times (-2)} = \frac{1}{4} \approx 25\%$$

نکته

اگر دو بار الکتریکی هم نام باشند، با ثابت بودن مجموع بار الکتریکی آن‌ها، در صورتی نیروی الکتریکی بین آن‌ها در یک فاصله معین بیشینه است که اندازه دو بار الکتریکی با هم برابر باشد (مجموع بار آن‌ها $q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$). بنابراین در این سؤال نیز زمانی نیروی بین دو بار بیشینه است که داشته باشیم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{q_1 + 2q_1}{2} = \frac{3}{2}q_1 \Rightarrow q_2 = \frac{3}{2}q_1 - 2q_1$$

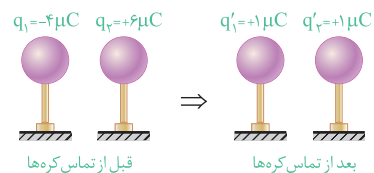
$$= -\frac{1}{2}q_1 \Rightarrow q_2 = -\frac{1}{2}q_1 \Rightarrow \text{درصد تغییرات بار } q_2 = \frac{-\frac{1}{2}q_1}{q_1} = -\frac{1}{2} = -50\%$$

۵۷ ۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۴) توجه کنید.

بررسی گزینه‌ها

(۱) با توجه به مشابه بودن کره‌ها، پس از تماس آن‌ها با یکدیگر، بار الکتریکی کره‌ها با یکدیگر برابر شده و مقدار آن برابر است با:

$$\begin{cases} q_1 = -4 \mu\text{C} \\ q_2 = +6 \mu\text{C} \end{cases} \Rightarrow q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{(-4) + 6}{2} = 1 \mu\text{C}$$



(۲) بار کره‌ها قبل از تماس ناهم‌نام و بعد از تماس هم‌نام است. بنابراین نیروی کولنی بین بارها قبل از تماس جاذبه و بعد از تماس دافعه می‌شود.

(۳) بار کره‌ها بعد از تماس $+1 \mu\text{C}$ می‌شود. به عبارت دیگر با تماس دادن دو کره با یکدیگر باید به میزان $-5 \mu\text{C}$ بار از کره A به کره B منتقل شود (نه از کره B به A).

در ادامه با توجه به رابطه $q = ne$ ، تعداد الکترون‌های مبادله شده را به دست می‌آوریم:

$$q = ne \Rightarrow -5 \times 10^{-6} = n \times (-1.6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = 3.125 \times 10^{13}$$

(۴) با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

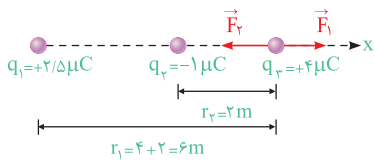
$$F = k \frac{q_1q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-6} \times 10^{-6}}{(\frac{1}{2})^2} = 36 \times 10^{-3} \text{N} = 36 \text{mN}$$

$$\begin{cases} q_1' q_2' = \frac{3}{4} q \times \frac{3}{4} q = \frac{9}{16} q^2 \\ q_1 q_2 = q \times 2q = 2q^2 \end{cases} \xrightarrow{F \propto q_1 q_2} F' > F$$

بنابراین هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

۲۶۵ در پاسخ سؤال قبل، در حالت سوم به کمک یک مثال عددی دیدیم که اگر دو کره دارای بار الکتریکی هم‌نام و نامساوی باشند، اندازه نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن به یکدیگر بیشتر از حالت قبل از تماس است (این موضوع با کمک اصول ریاضی نیز به سادگی قابل اثبات است).

۱۶۶ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۵) توجه کنید. بار الکتریکی q_1 بار q_3 را دفع می‌کند (\vec{F}_1) و بار الکتریکی q_2 بار q_3 را جذب می‌کند (\vec{F}_2).

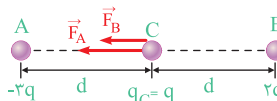


$$\begin{cases} \vec{F}_1 = k \frac{q_1 q_3}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2/5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6)^2} = 2/5 \times 10^{-3} \text{ N (دافعه)} \\ \vec{F}_1 \text{ در جهت محور } x \Rightarrow \vec{F}_1 = 2/5 \times 10^{-3} \vec{i} \\ \vec{F}_2 = k \frac{q_2 q_3}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(2)^2} = 9 \times 10^{-3} \text{ N (جاذبه)} \\ \vec{F}_2 \text{ در خلاف جهت محور } x \Rightarrow \vec{F}_2 = -9 \times 10^{-3} \vec{i} \end{cases}$$

بنابراین برابری نیروهای وارد بر بار q_3 برابر است با:

$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 2/5 \times 10^{-3} \vec{i} + (-9 \times 10^{-3} \vec{i}) = -6/5 \times 10^{-3} \vec{i}$
به عبارت دیگر اندازه برابری نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $6/5 \times 10^{-3}$ نیوتون و در خلاف جهت محور x می‌باشد.

۲۶۷ فرض می‌کنیم اندازه نیرویی که دو بار q در فاصله d بر یکدیگر وارد می‌کنند، برابر F باشد در این صورت اندازه نیروهای F_A و F_B برابر است با:



برابر ۳
 $\vec{F} = k \frac{q_A q}{d^2} \Rightarrow F_A = 2F$ (جاذبه)

برابر ۲
 $\vec{F} = k \frac{q q_B}{d^2} \Rightarrow F_B = 2F$ (دافعه)

با برابری از نیروهای هم‌جهت به دست آمده، داریم:

$R = 2F + 2F = 4F$ (به سمت چپ)

۴۶۸ این سؤال، یک سؤال جالب و مفهومی است. دو بار q_1 و q_3 یکدیگر را با نیروی F دفع می‌کنند. حال اگر بار q را مثبت فرض کنیم، این بار q دو بار q_1 و q_3 را نیز دفع می‌کند. با توجه به نیروهای نشان داده شده بر روی شکل، برای

از طرفی پس از تماس دو کره، به دلیل مشابه بودن کره‌ها، بار هر یک از آن‌ها برابر می‌شود که برابر $3\mu C$ است.

(۲) $\frac{q_1 + q_2}{2} = 3\mu C \Rightarrow q_1 + q_2 = 6\mu C$

در بین گزینه‌ها، تنها گزینه (۲) در هر دو معادله (۱) و (۲) صدق می‌کند.

دقت

نیازی نبود معادله (۲) را به دست آوریم، از روی معادله (۱) به تنهایی نیز می‌توان گزینه صحیح را انتخاب کرد.

۲۶۳ **گام اول:** رابطه کولن را برای دو کره در حالت اول می‌نویسیم، دقت شود که q_1 و q_2 را برحسب میکروکولن در نظر گرفته‌ایم:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 0/9 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1| |q_2| \times 10^{-12}}{36 \times 10^{-2}}$$

رابطه (I): $|q_1| |q_2| = 36$

گام دوم: با توجه به اینکه $q_1 > 0$ و $|q_2| > q_1$ و بارها ناهم‌نام هستند، بعد از اتصال آن‌ها به یکدیگر، بار هر یک از کره‌ها و نیروی بین آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$|q_1'| = |q_2'| = \frac{|q_2| - q_1}{2}$$

$$F' = \frac{k |q_1'| |q_2'|}{r^2} \Rightarrow 1/6 = \frac{9 \times 10^9 \left(\frac{|q_2| - q_1}{2} \right)^2 \times 10^{-12}}{36 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow 16 \times 4 = \left(\frac{|q_2| - q_1}{2} \right)^2 \Rightarrow \frac{|q_2| - q_1}{2} = 8$$

رابطه (II): $|q_2| - q_1 = 16$

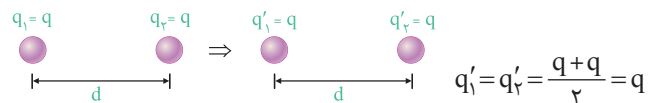
گام آخر: با توجه به روابط (I) و (II)، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} |q_1| |q_2| = 36 \\ |q_2| - q_1 = 16 \end{cases} \Rightarrow |q_2| = 18\mu C, q_1 = 2\mu C$$

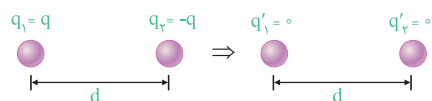
۴۶۴ در این سؤال با توجه به علامت بار دو کره، هر سه حالت می‌تواند رخ دهد.

با سه مثال ساده این موضوع را بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر دو کره بار هم‌علامت و مساوی داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند، زیرا حاصلضرب $q_1 q_2$ تغییر نمی‌کند.



حالت دوم: اگر دو کره بار مساوی و مختلف‌العلامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره صفر شده و به عبارتی کاهش می‌یابد.



$$q' = q' = \frac{q + (-q)}{2} = 0 \Rightarrow F' = 0 < F$$

حالت سوم: اگر دو کره بار نامساوی و هم‌علامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره افزایش می‌یابد. برای درک بهتر این حالت به اعداد زیر توجه کنید:



حالت دوم: اگر ۲۰ درصد از بار q_A را به q_C منتقل کنیم، می توان نوشت:

$$q'_A = q_A - \frac{20}{100} q_A = -q - \frac{20}{100} (-q) = -\frac{80}{100} q = -\frac{4}{5} q$$

$$q'_C = q_C + \frac{20}{100} q_A = q + \frac{20}{100} (-q) = \frac{80}{100} q = \frac{4}{5} q$$

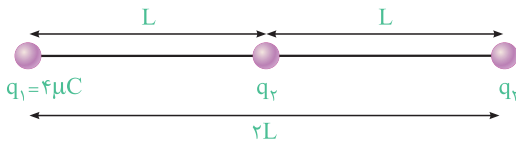
بنابراین نیروی وارد شده از طرف هر یک از بارهای q'_A و q'_C بر q_B برابر $\frac{4}{5} F$ می شود.

$$F = \frac{k q_1 q_2}{d^2}$$

$$F'_{\text{برایند}} = \frac{4}{5} F + \frac{4}{5} F = \frac{8}{5} F \Rightarrow \frac{F'_{\text{برایند}}}{F_{\text{برایند}}} = \frac{\frac{8}{5} F}{2F} = \frac{4}{5}$$

طبق صورت سؤال، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 ، هم اندازه

نیروی الکتریکی است که بار q_1 بر q_3 وارد می کند. بنابراین اگر نیرویی که بار q_1 بر q_3 وارد می کند را برابر F فرض کنیم، نیرویی که بار q_2 بر q_3 وارد می کند، باید برابر $2F$ و در خلاف جهت نیرویی باشد که q_1 بر q_3 وارد می کند. در این صورت اندازه برایند نیروهای وارد بر بار q_3 ، برابر همان F می شود ($2F - F = F$). بنابراین بارهای q_2 و q_1 مختلف علامت بوده و در نتیجه بار q_2 منفی است.

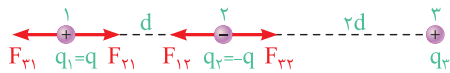


$$\begin{cases} F_{1,3} = F \\ F_{2,3} = 2F \end{cases} \Rightarrow F_{2,3} = 2F_{1,3} \Rightarrow \frac{k q_2 q_3}{L^2} = 2 \frac{k q_1 q_3}{(2L)^2} \Rightarrow \frac{q_2}{L^2} = 2 \frac{q_1}{4L^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \frac{1}{2} q_1 = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \mu C \xrightarrow{q_2 < 0} q_2 = -2 \mu C$$

دو بار الکتریکی $q_1 = q$ و $q_2 = -q$ یکدیگر را با نیروی هم اندازه جذب

می کنند. از طرفی اندازه نیروی وارد شده از طرف بار q_3 بر q_2 بزرگتر از اندازه نیروی وارد شده از طرف بار q_3 بر q_1 است (زیرا فاصله بار q_3 از q_2 کم تر از فاصله بار q_3 از q_1 است). بنابراین می توان نوشت:



$$F_{21} = F_{12} = \frac{k |q_1| |q_2|}{d^2}, F_{23} = \frac{k |q_2| |q_3|}{(2d)^2}, F_{32} = \frac{k |q_3| |q_2|}{(2d)^2}$$

$$|\sum F_1| = |\sum F_2| \Rightarrow F_{21} - F_{31} = F_{32} - F_{12} \Rightarrow \frac{k |q_1|^2}{d^2} - \frac{k |q_2| |q_3|}{4d^2}$$

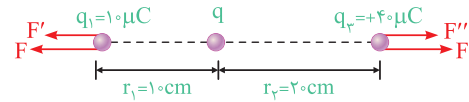
$$= \frac{k |q_2| |q_3|}{4d^2} - \frac{k |q_1|^2}{d^2} \Rightarrow \frac{2k |q_1|^2}{d^2} = \frac{13 k |q_2| |q_3|}{d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_3|} = \frac{13}{2} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{13}{2}$$

با توجه به خلاصه نکات (۶) از آن جایی که نقطه C (محل صفر شدن

برایند نیروها) خارج از فاصله بین دو بار q_A و q_B قرار دارد، درمی یابیم این دو بار با یکدیگر مختلف علامت هستند (q_B, q_A) و چون نقطه C به نقطه B نزدیک تر است، می فهمیم این بار اندازه کوچکتری دارد.

برابر بودن اندازه برایند نیروهای وارد بر دو بار q_1 و q_3 باید داشته باشیم:



$$\begin{cases} F_{T1} = F + F' = F + k \frac{q_1 q_2}{r_1^2} = F + k \times \frac{10 \times 10^{-6} q}{(10^{-1})^2} = F + 10^{-3} k q \\ F_{T3} = F + F'' = F + k \frac{q_2 q_3}{r_2^2} = F + k \times \frac{40 \times 10^{-6} q}{(2 \times 10^{-1})^2} = F + 10^{-3} k q \end{cases}$$

همان طور که مشاهده می کنیم، بدون توجه به این که اندازه بار الکتریکی q چه مقدار باشد همیشه دو نیروی F_{T1} و F_{T3} با هم برابر می باشند. بنابراین بار الکتریکی q هر مقدار دلخواهی را می تواند داشته باشد.

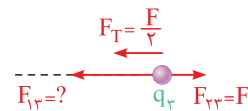
تذکر

توصیه می شود که به عنوان تمرین نشان دهید که اگر بار q منفی باشد نیز به همین نتیجه می رسیم.

گام اول: چون بارهای q_2 و q_3 یکدیگر را دفع می کنند، بنابراین هم نام

می باشند و از طرفی نیرویی که q_2 بر q_3 وارد می کند نیز طبق قانون سوم نیوتون برابر F و باید به سمت راست باشد (حالت دافعه).

گام دوم: همان طور که در صورت سؤال مطرح شده است، بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $\frac{F}{2}$ و به سمت چپ است، بنابراین مطابق شکل رسم شده، بار q_1 باید بار q_3 را با نیروی $F_{13} = \frac{2}{3} F$ به سمت خود، یعنی به سمت چپ، جذب کند:



$$F_T = F_{13} - F_{23} \Rightarrow \frac{F}{2} = F_{13} - F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{2} F$$

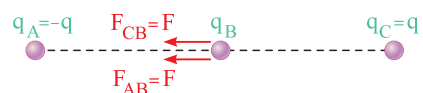
گام سوم: حال با توجه به این که $F_{13} = \frac{3}{2} F$ و $F_{23} = F$ می باشد، به سادگی می توان نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را به دست آورد:

$$F_{13} = \frac{3}{2} F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{2} F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{(2d)^2} = \frac{3}{2} \times k \frac{q_2 q_3}{d^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = 6$$

بار q_1 ، بار q_3 را جذب و بار q_2 ، بار q_3 را دفع می کند، بنابراین بارهای q_1 و q_2 مختلف علامت می باشد و $-\frac{q_1}{q_2} = 6$ می باشد.

این سؤال را در هر دو حالت بررسی می کنیم:

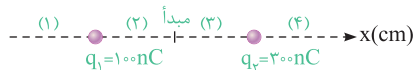
حالت اول: نیرویی که بار $q_C = q$ بر بار q_B وارد می کند را برابر F در نظر می گیریم. با توجه به یکسان بودن اندازه q_A و q_C و همچنین برابر بودن فاصله آنها تا بار q_B ، اندازه نیروی وارد شده از طرف بار $q_A = -q$ بر q_B نیز برابر F است.



$$F = \frac{k q q_B}{d^2} \frac{|q_A| = q_C}{d_A = d_C = d} \rightarrow F_{CB} = F_{AB} = F$$

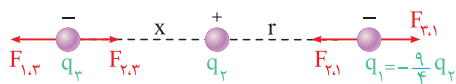
$$F_{\text{برایند}} = F + F = 2F$$

۲۸) نیروی وارد از طرف بارهای مثبت q_1 و q_2 بر پروتون دافعه می‌باشد. بنابراین نیروهای وارد بر بار پروتون در ناحیه (۴) به سمت راست (در جهت محور X) و در ناحیه (۱) به سمت چپ (در خلاف جهت محور X) می‌باشد.



از طرفی در ناحیه (۳) نیروی دافعه وارد از طرف q_2 بر پروتون بیشتر از نیروی دافعه وارد شده از طرف q_1 بر پروتون می‌باشد (چرا؟)، بنابراین در این ناحیه برآیند نیروهای وارد بر پروتون حتماً به سمت چپ و در خلاف جهت محور X می‌باشد. در سمت چپ ناحیه (۲) نیروی وارد بر پروتون از طرف q_1 می‌تواند بیشتر از نیروی وارد بر پروتون از طرف بار q_2 شود (چون پروتون به بار q_1 نزدیک‌تر است)، بنابراین در محدوده‌ای از ناحیه (۲) برآیند نیروی وارد بر پروتون می‌تواند در جهت محور X باشد. در مجموع می‌توان گفت در دو ناحیه (۴) و (۲) برآیند نیروی وارد بر پروتون از طرف دو بار دیگر می‌تواند به سمت راست و در جهت محور X باشد.

۲۹) برای صفر شدن برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 ، بارهای q_1 و q_3 باید هم‌علامت باشند و از طرفی برای صفر شدن برآیند نیروهای وارد بر q_1 و q_2 باید با q_3 مختلف‌العلامت باشند. به عنوان مثال q_1 و q_3 منفی بوده و q_2 مثبت می‌باشد.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{2,3} = F_{1,3} \Rightarrow \frac{kq_2q_3}{x^2} = \frac{kq_1q_3}{(x+r)^2}$$

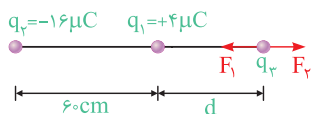
$$\Rightarrow \sqrt{\left| \frac{q_1}{q_2} \right|} = \frac{x+r}{x} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{x+r}{x} \Rightarrow x = 2r \Rightarrow \frac{x}{r} = 2$$

در ادامه به‌طور مشابه با کنترل صفر شدن برآیند نیروهای وارد بر q_1 داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{kq_1q_3}{(x+r)^2} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_3} \right| = \left(\frac{x+r}{r} \right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{q_2}{q_3} = -9$$

دقت شود که q_2 و q_3 مختلف‌العلامت هستند و نسبت $\frac{q_2}{q_3} < 0$ می‌باشد.

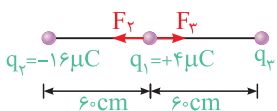
۸۰) این سؤال، مکمل بسیار خوبی برای سؤال قبل محسوب می‌شود. با توجه به این‌که بارها در حال تعادل و طناب‌ها به‌طور قائم قرار گرفته‌اند، بنابراین برآیند نیروی الکتریکی وارد بر هر یک از بارها برابر صفر است.



$$F_{T_2} = 0 \Rightarrow F_1 = F_3 \Rightarrow k \frac{4 \times 4}{d^2} = k \frac{16 \times 4}{(d+6)^2} \Rightarrow \frac{4}{d^2} = \frac{16}{(d+6)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{d} = \frac{4}{d+6} \Rightarrow d = 6 \text{ cm}$$

برای این‌که بار q_1 نیز در حال تعادل باشد، باید بارهای q_2 و q_3 هم‌علامت بوده (در نتیجه علامت بار q_3 باید منفی باشد) و اندازه نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_1 با هم برابر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



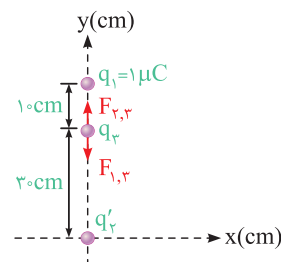
$$F_{T_1} = 0 \Rightarrow F_2 = F_3 \Rightarrow k \frac{16 \times 4}{6^2} = k \frac{4 \times 4}{6^2} \Rightarrow |q_3| = 16 \mu\text{C}$$

بنابراین بار q_3 برابر $-16 \mu\text{C}$ میکروکولن خواهد بود ($q_3 = -16 \mu\text{C}$).

۷۴) با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۶)، گزینه (۴) صحیح است.

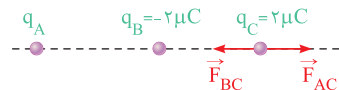
۷۵) برای تعادل بار الکتریکی q_3 باید دو نیروی مساوی و در خلاف جهت هم به آن وارد شود. بار جدید q_3 را با q'_3 نشان می‌دهیم. بنابراین داریم:

$$F_{2,3} = F_{1,3} \Rightarrow \frac{kq'_3q_2}{(30)^2} = \frac{kq_1q_2}{(10)^2} \Rightarrow \frac{q'_3}{900} = \frac{1}{100} \Rightarrow q'_3 = 9 \mu\text{C}$$

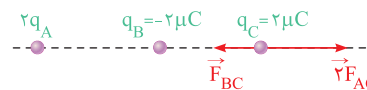


باتوجه به این‌که $q_2 = 6 \mu\text{C}$ است، باید $3 \mu\text{C}$ به بار q_2 بیافزاییم تا بار q_3 متعادل شود. این سؤال را در هر دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: در این حالت، برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 برابر صفر است، یعنی $\vec{F}_{AC} = -\vec{F}_{BC}$ می‌باشد.



حالت دوم: وقتی q_A دو برابر شود، \vec{F}_{AC} هم دو برابر می‌شود، یعنی برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 به صورت زیر می‌شود:



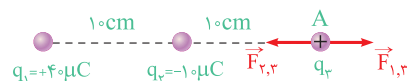
برآیند نیروهای وارد بر q_2 در حالت دوم $\Sigma \vec{F} = \vec{F}'_{AC} + \vec{F}_{BC}$

$$\vec{F}'_{AC} = 2\vec{F}_{AC} = -2\vec{F}_{BC} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = -2\vec{F}_{BC} + \vec{F}_{BC} = -\vec{F}_{BC}$$

$$F_{BC} = \frac{k|q_B||q_C|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (2 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{10^{-2}} = 3.6 \text{ N}$$

بردار نیروی \vec{F}_{BC} در خلاف جهت محور X است (چون نیروی بین q_B و q_C از نوع جاذبه بوده و نیروی وارد بر q_2 از طرف q_C به سمت چپ می‌باشد). بنابراین برآیند نیروهای وارد بر q_2 در حالت دوم که برابر $-\vec{F}_{BC}$ شده است، به طرف راست و برحسب نیوتون برابر $\Sigma \vec{F} = +3.6 \vec{i}$ می‌باشد.

۷۷) برای این‌که برآیند نیروهای وارد بر بار الکتریکی در نقطه A صفر شود، باید یک نیروی ربایشی و یک نیروی رانشی به بار واقع در نقطه A وارد شود. اگر در این نقطه یک بار مثبت فرضی را قرار دهیم، داریم:



فاصله بین q_1 و q_3 : $r_{1,3} = 20 \text{ cm}$
فاصله بین q_2 و q_3 : $r_{2,3} = 10 \text{ cm}$

$$F_{1,3} = F_{2,3} \Rightarrow \frac{kq_1q_3}{(r_{1,3})^2} = \frac{kq_2q_3}{(r_{2,3})^2} \Rightarrow \frac{40q_3}{2^2} = \frac{10q_3}{1^2}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، بار q_3 (واقع در نقطه A)، هر مقداری داشته باشد، رابطه فوق برقرار است و به عبارتی گزینه (۴) صحیح است. دقت شود که مثبت یا منفی بودن q_3 نیز مشکلی برای تحلیل فوق ایجاد نمی‌کند (چرا؟).

$$\begin{cases} F_{1,4} = \frac{kq_1q_4}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} q_4}{(10^{-1})^2} = 36 \times 10^5 q_4 \\ F_{2,4} = \frac{kq_2q_4}{r_2^2} \xrightarrow[r_2 = \frac{1}{2}q_1]{r_1=r_2} F_{2,1} = \frac{1}{2} F_{1,4} = 18 \times 10^5 q_4 \end{cases}$$

با مقایسه مقادیر $F_{1,4}$ و $F_{2,4}$ به سادگی می‌توان فهمید که برآیند آن‌ها برابر $18 \times 10^5 q_4$ و به سمت راست می‌باشد. با توجه به این موضوع برای صفر شدن برآیند نیروها، $F_{3,4}$ باید برابر $18 \times 10^5 q_4$ و به سمت چپ باشد تا نیروی برآیند وارد بر بار q_4 در نقطه A صفر شود (چرا؟).

$$\vec{F}_{3,4} = \frac{kq_3q_4}{r_3^2} \Rightarrow 18 \times 10^5 q_4 = \frac{9 \times 10^9 \times q_3 q_4}{(3 \times 10^{-1})^2}$$

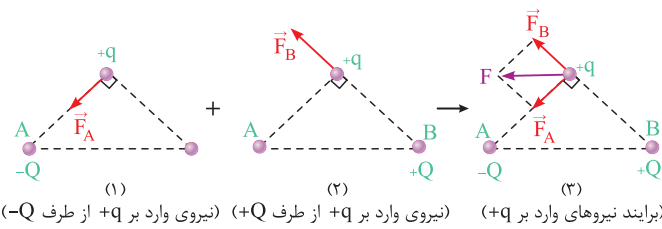
$$\Rightarrow |q_3| = 18 \times 10^{-6} C = 18 \mu C$$

از طرفی چون نیروی $F_{3,4}$ به سمت چپ است، بنابراین بار q_3 مثبت است که q_4 را دفع کرده است (چرا؟).

دقت

همان‌طور که مشاهده کردید پارامتر q_4 در طی روند محاسبات ساده شد، این موضوع یعنی مقدار بار q_4 در متعادل بودن آن نقش ندارد. از طرفی به سادگی می‌توان نشان داد که اگر q_4 را منفی فرض می‌کردیم نیز در پاسخ نهایی مسأله تأثیر نداشت، این موضوع را بررسی کنید.

۱۸۳ اگر اندازه نیرویی که دو بار Q و q برهم وارد می‌کنند را F' در نظر بگیریم، داریم:



دقت

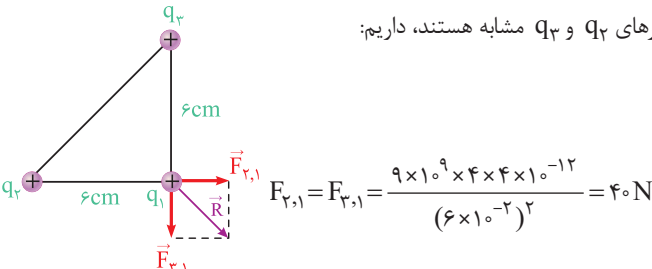
با توجه به یکسان بودن فاصله و اندازه بار در شکل‌های (۱) و (۲)، F_B و F_A با هم برابرند:

$$F_A = F_B = F' = \frac{kqQ}{r^2}$$

۱۸۴

این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: ابتدا نیروهای وارد بر بار q_1 را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم. از آنجایی که بارهای q_2 و q_3 مشابه هستند، داریم:

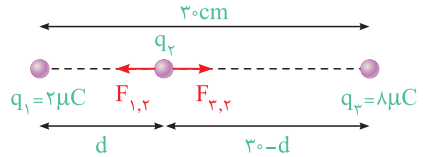


در ادامه با برابری از دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{2,1}$ و $\vec{F}_{3,1}$ پاسخ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{3,1}^2} = 40\sqrt{2} \text{ N}$$

۱۸۱ گام اول (به دست آوردن بار q_2 و فاصله بارها از یکدیگر):

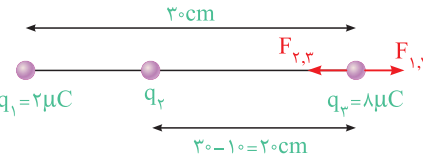
در حالت اول، با توجه به صفر بودن برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 ، می‌توان نوشت:



$$F_{1,2} = F_{2,3} \Rightarrow \frac{kq_1q_2}{d^2} = \frac{kq_2q_3}{(30-d)^2} \Rightarrow \frac{2}{d^2} = \frac{8}{(30-d)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{4}{(30-d)^2} \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{2}{30-d} \Rightarrow 2d = 30-d \Rightarrow d = 10 \text{ cm}$$

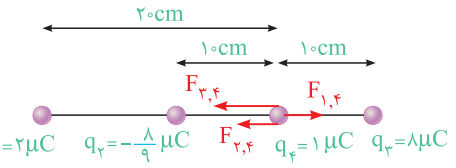
چون برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 نیز برابر صفر بوده و این بار در خارج از فاصله بین دو بار q_1 و q_2 قرار دارد، بنابراین بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت هستند. پس بار q_2 منفی بوده و می‌توان نوشت:



$$F_{1,3} = F_{2,3} \Rightarrow \frac{kq_1q_3}{30^2} = \frac{kq_2q_3}{20^2} \Rightarrow \frac{2}{30^2} = \frac{q_2}{20^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \frac{8}{9} \mu C \Rightarrow q_2 = -\frac{8}{9} \mu C$$

گام دوم: حال با قرار دادن بار $q_4 = 1 \mu C$ در نقطه O، از طرف هر سه بار دیگر این بار نیرو وارد می‌شود و برای محاسبه برآیند نیروهای وارد بر آن می‌توان نوشت:



$$F_{1,4} = \frac{kq_1q_4}{r_{1,4}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-1})^2} = 0.45 \text{ N}$$

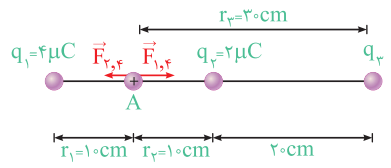
$$F_{2,4} = \frac{9 \times 10^9 \times \frac{8}{9} \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 0.8 \text{ N}$$

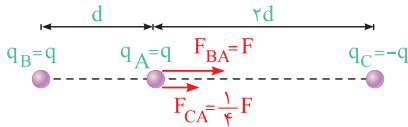
$$F_{3,4} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 7.2 \text{ N}$$

$$|\sum F_4| = F_{3,4} + F_{2,4} - F_{1,4} = 7.2 + 0.8 - 0.45 = 7.55 \text{ N}$$

۱۸۲

برای صفر بودن برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 ، باید برآیند نیروهای ناشی از سه بار دیگر وارد بر بار q_4 (در نقطه A) هم‌دیگر را خنثی کنند. در ادامه حل را با فرض مثبت بودن بار الکتریکی q_4 ادامه می‌دهیم. برای بررسی وضعیت نیروی ناشی از بار q_3 وارد بر q_4 ، ابتدا نیروهای $\vec{F}_{1,4}$ و $\vec{F}_{2,4}$ را محاسبه کرده و آن‌ها را مقایسه می‌کنیم:





$$F_{BA} = \frac{kq_A q_B}{r^2}, \quad F_{CA} = \frac{kq_C q_B}{r^2}$$

برابر $\frac{1}{4}$

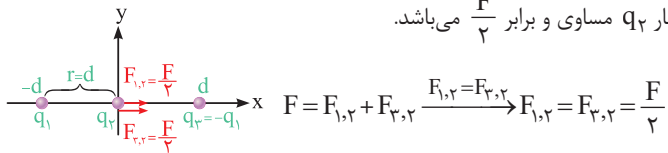
$$F_{\text{بریند}} = F + \frac{1}{4}F = \frac{5}{4}F$$

شکل (۲): در این شکل، اندازه نیروهای بین دو بار، برابر همان شکل (۱) است، فقط جهت نیروها تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$F'_{\text{بریند}} = \sqrt{F^2 + \left(\frac{1}{4}F\right)^2} = \sqrt{\frac{17}{16}}F = \frac{\sqrt{17}}{4}F$$

$$\Rightarrow \frac{F'_{\text{بریند}}}{F_{\text{بریند}}} = \frac{\frac{\sqrt{17}}{4}F}{\frac{5}{4}F} = \frac{\sqrt{17}}{5}$$

از آن‌جا که اندازه بارهای q_1 و q_2 با یکدیگر برابر و مختلف‌العلامت هستند و فاصله آن‌ها تا بار q_3 برابر است، بنابراین نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_3 مساوی و برابر $\frac{F}{2}$ می‌باشد.



در ادامه وقتی بار q_3 را به اندازه d روی محور y جابه‌جا می‌کنیم، اندازه بارها ثابت بوده و فقط فاصله بین q_2 و دو بار الکتریکی دیگر $\sqrt{2}$ برابر می‌شود، بنابراین داریم:

$$r'^2 = d^2 + d^2 = 2d^2 \Rightarrow r' = \sqrt{2}d$$

$$\frac{F'_{1,2}}{F_{1,2}} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{d}{\sqrt{2}d}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

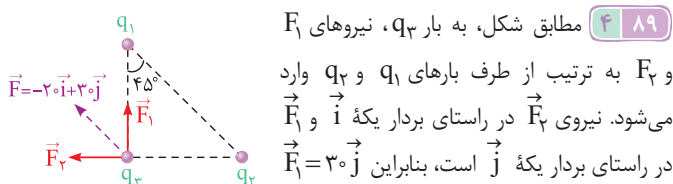
$$\Rightarrow F'_{1,2} = F'_{2,2} = \frac{1}{2}F_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}F\right) = \frac{1}{4}F$$

حال بریند دو نیروی عمود بر هم $F'_{1,2}$ و $F'_{2,2}$ را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{بریند}} = \sqrt{(F'_{1,2})^2 + (F'_{2,2})^2}$$

$$\frac{F'_{1,2} = F'_{2,2}}{F_{\text{بریند}}} = \frac{\sqrt{2}F'_{1,2}}{\sqrt{2}F'_{1,2}} = \frac{\sqrt{2} \times \left(\frac{1}{4}F\right)}{\frac{\sqrt{2}}{4}F}$$

مطابق شکل، به بار q_3 ، نیروهای F_1 و F_2 به ترتیب از طرف بارهای q_1 و q_2 وارد می‌شود. نیروی F_1 در راستای بردار یکه \vec{i} و F_2 در راستای بردار یکه \vec{j} است، بنابراین $\vec{F}_1 = 3\vec{j}$ و $\vec{F}_2 = -2\vec{i}$ خواهد بود.

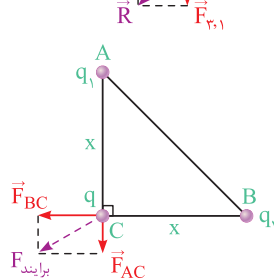


حالت دوم (بار q_3 قرینه شود): در این حالت با ثابت بودن اندازه بارها و فاصله بین آن‌ها، هم‌چنان $F_{2,1} = F_{3,1} = 40\text{N}$ باقی می‌ماند ولی بار q_3 ، بار q_1 را دفع کرده و بار q_2 ، بار q_1 را جذب می‌کند.

باز هم با توجه به عمود بودن $F_{2,1}$ و $F_{3,1}$ داریم:

$$R' = \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{3,1}^2} = 40\sqrt{2}\text{N}$$

بنابراین اندازه بردار بریند نیروهای وارد بر بار q_1 ثابت مانده ولی مطابق شکل مقابل، جهت آن تغییر می‌کند.



هر سه بار مثبت بوده و یکدیگر را دفع می‌کنند. برای محاسبه بریند نیروهای وارد بر بار q در نقطه C ، ابتدا با توجه به اندازه نیروی بین بارهای B و C و اندازه نیروی بین بارهای A و C را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F_{AC} = \frac{kq_1 q}{x^2} \\ F_{BC} = \frac{kq_2 q}{x^2} = 8\text{N} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{AC}}{F_{BC}} = \frac{q_1}{q_2} \Rightarrow \frac{F_{AC}}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow F_{AC} = 6\text{N}$$

در ادامه به سادگی بریند نیروهای وارد بر بار q در نقطه C محاسبه می‌شود:

$$F_{\text{بریند}} = \sqrt{F_{AC}^2 + F_{BC}^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{N}$$

به‌عنوان یک تمرین، بررسی کنید که اگر بار q_1 منفی باشد، بریند نیروهای وارد بر بار q در نقطه C ، چند برابر وضعیت فعلی خواهد شد؟

با توجه به ناهم‌نام بودن بارهای q_1 و q_2 و همچنین بارهای q_1 و q_3 ، دو بار q_2 و q_3 بار q_1 را جذب می‌کنند.

با توجه به روابط مثلثاتی، فاصله دو بار q_1 و q_3 ، $\sqrt{3}$ برابر فاصله دو بار q_1 و q_2 است.

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{r}{r'} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow r' = \sqrt{3}r$$

بنابراین نیروی $F_{2,1}$ در این شکل $\frac{1}{3}$ برابر نیروی $F_{3,1}$ است.

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_{2,1}}{F_{3,1}} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow F_{2,1} = \frac{1}{3}F$$

دو نیروی $F_{2,1}$ و $F_{3,1}$ بر هم عمود هستند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_T = \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{3,1}^2} = \sqrt{\left(\frac{F}{3}\right)^2 + F^2} = \sqrt{\frac{1}{9} + 1} F = \frac{\sqrt{10}}{3} F$$

در هر دو شکل، بریند نیروهای وارد بر بار q_A را به دست می‌آوریم:

شکل (۱): نیرویی که دو بار q در فاصله d بر هم وارد می‌کنند را برابر F در نظر می‌گیریم. بنابراین نیروی بین دو بار $q_B = q$ و $q_A = q$ برابر F و نیروی بین دو بار $q_C = -q$ و $q_A = q$ برابر $\frac{1}{4}F$ است (چون فاصله بین نقاط A و C ، دو برابر فاصله بین نقاط A و B است).

شکل (۲):

$$\begin{cases} \sin 60^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{3} \text{ cm} \\ \cos 60^\circ = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{y}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \text{ cm} \end{cases}$$

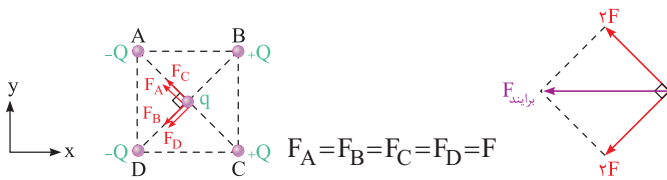
$$F_{1,4} = \frac{kq_1q_4}{y^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (1 \times 10^{-6})}{(2 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

$$F_{2,4} = F_{3,4} = \frac{kq_2q_4}{x^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (6 \times 10^{-6}) \times (1 \times 10^{-6})}{(2\sqrt{3} \times 10^{-2})^2} = 45 \text{ N}$$

$\Rightarrow F_{2,4}$ و $F_{3,4}$ برابند: $F' = 45 + 45 = 90 \text{ N}$

$\Rightarrow F_{\text{برابند}} = \sqrt{90^2 + 90^2} = 90\sqrt{2} \text{ N}$

۹۳ برای شروع حل، اگر نیروی وارد بر بار q از طرف یک بار Q را برابر F در نظر بگیریم، مطابق شکل جهت نیروی وارد شده از طرف هریک از بارهای دیگر بر بار q به صورت زیر است:



بنابراین برابند نیروهای وارد بر بار q در جهت منفی محور x می باشد.

دقت
با توجه به هم اندازه بودن تمام بارهای رئوس و یکسان بودن فاصله آن ها از بار q ، اندازه نیروی بین بار q و هر چهار ذره قرار گرفته در رئوس A, B, C, D نیز برابر F بوده و تنها جهت این نیروها متفاوت است.

۹۴ مطابق شکل نیروهای وارد بر ذره q در مرکز مربع را رسم می کنیم. اندازه قطر مربع $20\sqrt{2} \text{ cm}$ می باشد، در نتیجه فاصله بار q در مرکز مربع با هریک از بارهای موجود بر روی رئوس مربع، نصف اندازه قطر مربع $(\frac{a\sqrt{2}}{2})$ بوده و برابر $10\sqrt{2} \text{ cm}$ می باشد.

$$F_B = \frac{kq_Bq}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (20 \times 10^{-6}) \times (10 \times 10^{-6})}{(10\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

$$F_D = \frac{kq_Dq}{r^2} \quad q_D = 3q_B \rightarrow F_D = 3F_B = 270 \text{ N}$$

(در جهت نیروی \vec{F}_D) $F_{D, \text{برابند}} = F_D - F_B = 270 - 90 = 180 \text{ N}$

$$F_A = \frac{kq_Aq}{r^2} \quad q_A = q_C = q_B \rightarrow F_A = F_B = F_C = 90 \text{ N}$$

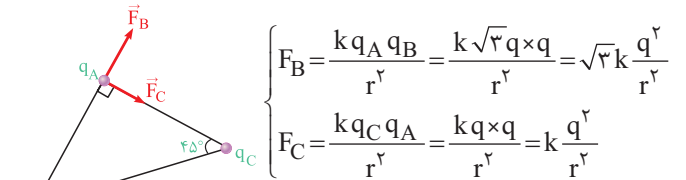
از طرفی برابند دو نیروی \vec{F}_C و \vec{F}_A نیز برابر است با:

(در جهت این دو نیرو) $F_{C, \text{برابند}} = F_A + F_C = 90 + 90 = 180 \text{ N}$

با ۲ برابر کردن q_1 ، نیروی \vec{F}_1 هم ۲ برابر می شود و با ۲ برابر و قرینه کردن q_2 ، نیروی \vec{F}_2 هم ۲ برابر و قرینه می شود، یعنی می توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}'_1 &= 2\vec{F}_1 = 6^\circ \vec{j} \\ \vec{F}'_2 &= -2\vec{F}_2 = 40^\circ \vec{i} \end{aligned} \right\} \rightarrow \vec{F}' = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 = 40^\circ \vec{i} + 6^\circ \vec{j}$$

۹۰ ابتدا نیروهای وارد بر بار q_A را رسم می کنیم:

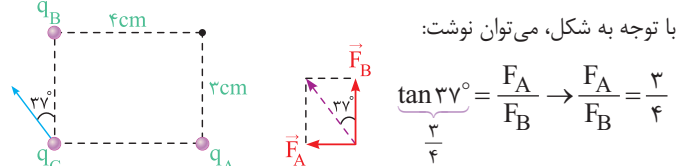


حال برابند این دو نیروی عمود بر هم را با توجه به شکل مقابل رسم می کنیم، دقت شود که α خواسته مسأله است (زاویه بردار برابند با امتداد BA):

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{F_C}{F_B} = \frac{k \frac{q^2}{r^2}}{\sqrt{3}k \frac{q^2}{r^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

۹۱ مطابق شکل، به بار q_C از طرف بارهای q_A و q_B به ترتیب نیروهای \vec{F}_A و \vec{F}_B وارد می شود که برابند آن ها برابر \vec{F} است.



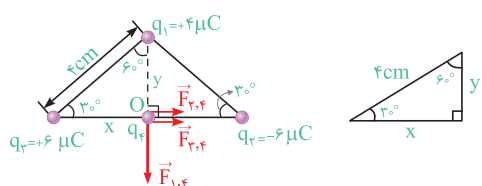
از طرفی برای مقایسه F_B و F_A می توان نوشت:

$$\begin{cases} F_A = \frac{k|q_A||q_C|}{r_A^2} \\ F_B = \frac{k|q_B||q_C|}{r_B^2} \end{cases} \rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{|q_A|}{|q_B|} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\frac{r_A = 4 \text{ cm}}{r_B = 3 \text{ cm}} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{|q_A|}{|q_B|} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \rightarrow \frac{|q_A|}{|q_B|} = \frac{4}{3}$$

با توجه به شکل، q_A بار q_C را دفع کرده است و q_B بار q_C را جذب کرده است، بنابراین بارهای q_A و q_B ناهم نام هستند و $\frac{q_A}{q_B} = -\frac{4}{3}$ خواهد بود.

۹۲ بارهای q_1 و q_3 ، بار q_4 را دفع کرده و بار q_2 آن را جذب می کند. در ادامه مطابق شکل نیروهای وارد بر این بار را حساب می کنیم:



در راستای نیمساز F_B و F_D که در واقع همان راستای قطر است، قرار دارد.)

$$\vec{F}_B \text{ و } \vec{F}_D \text{ برابند دو نیروی } R' = \sqrt{2} \frac{kq^2}{d^2}$$

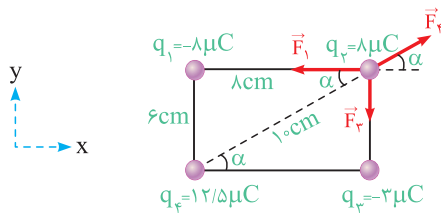
$$\vec{F}_A \text{ و } \vec{R}' \text{ بودن جهت بودن } R = F_A + R'$$

$$= \frac{kq^2}{2d^2} + (\sqrt{2}) \frac{kq^2}{d^2} = \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right) \frac{kq^2}{d^2}$$

با توجه به این که در صورت سؤال، پاسخ براساس $\frac{kq^2}{2d^2}$ خواسته شده است، در نتیجه صورت و مخرج کسر حاصل را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$R = 2 \times \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right) \frac{kq^2}{2d^2} = (1 + 2\sqrt{2}) \frac{kq^2}{2d^2} \Rightarrow R = (1 + 2\sqrt{2}) \frac{kq^2}{2d^2}$$

۹۸ برای حل، نیروهای وارد بر بار q_2 را رسم می‌کنیم:



$$F_1 = \frac{kq_1 q_2}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (8 \times 10^{-6}) \times (8 \times 10^{-6})}{(8 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{kq_2 q_3}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (8 \times 10^{-6}) \times (3 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 60 \text{ N}$$

$$F_4 = \frac{kq_2 q_4}{r_4^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (12/5 \times 10^{-6}) \times (8 \times 10^{-6})}{(10 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

در ادامه با محاسبه برابند نیروها در راستای افقی و قائم، برابند کل نیروها را محاسبه می‌کنیم:

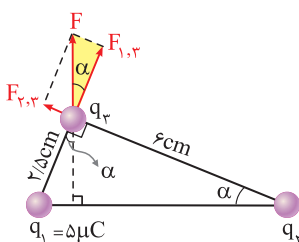
$$\begin{cases} \text{برابند کل در راستای افقی} = F_1 - F_4 \cos \alpha = 90 - 90 \times \frac{8}{10} = 18 \text{ N} \\ \text{برابند کل در راستای قائم} = F_2 - F_4 \sin \alpha = 60 - 90 \times \frac{6}{10} = 6 \text{ N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(3 \times 6)^2 + (6)^2} = 6\sqrt{10} \text{ N}$$

از طرفی بردار نیروی وارد بر q_2 ، با توجه به شکل فوق برابر $\vec{R} = 6\sqrt{10}\vec{i} - 18\vec{j}$ می‌باشد.

۹۹ برای حل این‌گونه از سؤالات، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: نیروهای وارد شده به q_3 را به صورت مقابل رسم می‌کنیم:

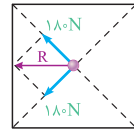


گام دوم: تانژانت زاویه α را به دست می‌آوریم

و سپس به کمک تانژانت زاویه α ، نسبت $\frac{F_{2,3}}{F_{1,3}}$ را به دست می‌آوریم:

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{2/5}{6} = \frac{5}{12}$$

$$\text{در مثلث هاشور زده شده: } \tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{F_{2,3}}{F_{1,3}}$$



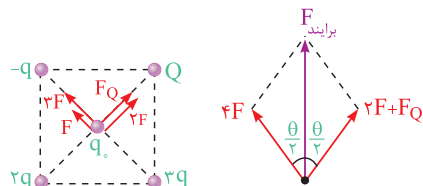
$$F_{\text{کل}} = \sqrt{180^2 + 180^2} = 180\sqrt{2} \text{ N} \quad (\text{به سمت چپ})$$

دقت

همان‌طور که مشاهده کردید با کمی تیزهوشی، به جای محاسبه چهار نیرو، فقط یک نیرو را حساب کردیم و مابقی نیروها را با توجه به آن به دست آوردیم.

۹۵ اگر اندازه نیرویی که بار q بر q_0 وارد می‌کند برابر F باشد، بار $3q$ نیرویی به بزرگی $3F$ را بر q_0 اعمال می‌کند. با توجه به شکل زیر، برابند دو نیروی هم‌جهتی که بارهای $-q$ و $3q$ بر q_0 وارد می‌کنند، $4F$ می‌شود.

از طرفی برابند نیروهایی که بارهای $2q$ و Q بر بار q_0 وارد می‌کنند، باید همین مقدار باشد تا برابند کل نیروهای وارد شده بر بار q_0 ، بر روی نیمساز زاویه θ و به سمت بالا قرار گیرد.

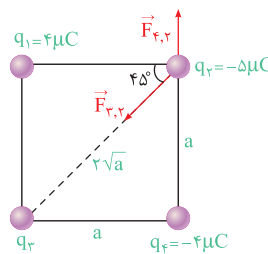


$$\Rightarrow 4F = F_Q + 2F \Rightarrow F_Q = 2F$$

بنابراین اندازه نیروی وارد شده از طرف بار Q بر q_0 دو برابر نیروی وارد شده از طرف بار q بر q_0 می‌باشد. با توجه به یکسان بودن فاصله تمام بارها از q_0 ، بنابراین بار Q باید برابر $2q$ باشد (منفی است زیرا باید q_0 را جذب کند).

۹۶ با یک سؤال تحلیلی و جالب روبه‌رو شده‌ایم.

برای اینکه نیروی خالص وارد بر بار q_2 برابر $\vec{F} = -9\vec{i}$ باشد، باید برابند نیروهای وارد بر بار q_2 از طرف بارهای دیگر، در راستای قائم برابر صفر باشد. این موضوع یعنی مؤلفه‌ای از نیروی $\vec{F}_{3,2}$ که در راستای قائم است، باید نیروی $\vec{F}_{4,2}$ را خنثی کند.



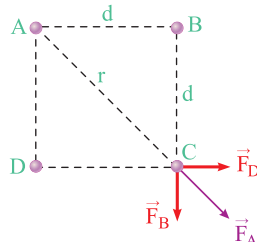
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{3,2} \sin 45^\circ = F_{4,2} \Rightarrow \frac{kq_3 q_2}{(\sqrt{2}a)^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{kq_4 q_2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} q_3 = |q_4| = 4 \mu\text{C} \Rightarrow |q_3| = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2} \mu\text{C}$$

$$\xrightarrow{q_3 > 0} q_3 = 8\sqrt{2} \mu\text{C}$$

تمرین به عنوان یک تمرین جالب نشان دهید که در این حالت، برابند نیروهای افقی برابر $9\vec{i}$ می‌شود.

۹۷ مطابق شکل زیر، فاصله بار A تا بار C معادل قطر مربع می‌باشد و قطر مربع، $\sqrt{2}$ برابر اندازه ضلع مربع است ($r = \sqrt{2}d$). در ادامه با توجه به مشابه بودن بارها نیروهای وارد بر بار (C) را رسم می‌کنیم، دقت شود که بارها یک‌دیگر را دفع می‌کنند.



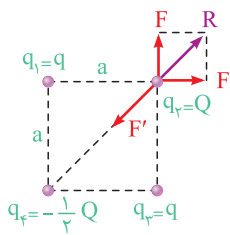
$$\Rightarrow \begin{cases} F_A = \frac{kq_A \times q_C}{r^2} = \frac{kq^2}{(\sqrt{2}d)^2} = \frac{kq^2}{2d^2} \\ F_D = F_B = \frac{kq_D q_C}{d^2} = \frac{kq^2}{d^2} \end{cases}$$

حال اگر علامت بار Q را منفی فرض کنیم، علامت بار q باید مثبت باشد، بنابراین هریک از گزینه‌های (۱) و (۲) می‌تواند صحیح باشد. در هر دو حالت اندازه بار Q باید $2\sqrt{2}$ برابر اندازه بار q باشد ($\frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}$).

همان‌طور که مشاهده کردیم، اندازه بار q_1 در تعادل آن نقشی ندارد، بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

ابتدا دقت شود که بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت هستند و یکدیگر را جذب می‌کنند. با توجه به این موضوع بارهای $q_1 = q$ و $q_2 = Q$ باید حتماً

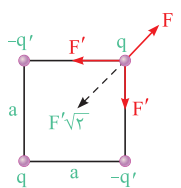
هم‌علامت باشند تا یکدیگر را دفع کنند و در نهایت برآیند نیروی حاصل از q_1 و q_2 یعنی نیروی R نیروی F' را خنثی کند و q_2 متعادل شود. در ادامه به صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$R = \sqrt{F'^2 + F^2} = F\sqrt{2}$$

$$F_{T_r} = 0 \Rightarrow F' = R \Rightarrow \frac{k \times |Q| \times |-\frac{1}{4}Q|}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{k|q||Q|}{a^2} \times \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{|Q|}{|q|} = 4\sqrt{2} \Rightarrow \frac{Q}{q} = 4\sqrt{2}$$

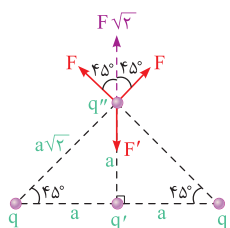


با قرین کردن بارهای q' ، بار q در حال تعادل قرار می‌گیرد، بنابراین مطابق شکل، برآیند بردار F و دو بردار F' باید برابر صفر شود. توجه کنید که با توجه به شکل و پاسخ دو تست قبل، دو بار $-q'$ و q ناهم‌نام هستند و در نتیجه q' و q هم‌نام هستند.

$$\begin{cases} F = k \frac{q^2}{(a\sqrt{2})^2} = k \frac{q^2}{2a^2} \\ F' = k \frac{|q'||q|}{a^2} \end{cases} \Rightarrow F'\sqrt{2} = F \Rightarrow \sqrt{2}k \frac{|q'||q|}{a^2} = k \frac{q^2}{2a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q'|}{|q|} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{همنام}} \frac{q'}{q} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

به بار q'' در نقطه A ، از طرف هر یک از بارهای q و q' نیرو وارد می‌شود که طبق صورت سؤال، برآیند این نیروها برابر صفر است، بنابراین با توجه به



شکل، برآیند دو بردار F که با هم زاویه 90° می‌سازند، باید با F' برابر و در خلاف جهت آن باشد. توجه کنید که چون q ، بار q'' را دفع کرده ولی q' ، بار q'' را جذب کرده، بنابراین بارهای q و q' مختلف‌العلامت هستند.

$$\begin{cases} F = k \frac{|q||q''|}{(a\sqrt{2})^2} = k \frac{|q||q''|}{2a^2} \\ F' = k \frac{|q'||q''|}{a^2} \end{cases} \Rightarrow F' = F\sqrt{2} \Rightarrow k \frac{|q'||q''|}{a^2} = \sqrt{2}k \frac{|q||q''|}{2a^2}$$

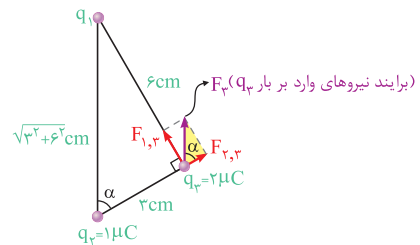
$$\Rightarrow \frac{|q'|}{|q|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{بار ناهم‌نام}} \frac{q'}{q} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

گام سوم: به کمک قانون کولن و نوشتن یک تناسب ساده، مقدار q_2 را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F_{2,3}}{F_{1,3}} = \frac{q_2 q_3}{q_1 q_3} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{q_2}{5} \times \left(\frac{2/5}{6}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{q_2}{5} \times \frac{25}{144} \Rightarrow q_2 = 12 \mu C$$

ابتدا نیرویی که بار q_2 به q_3 وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:



$$F_{2,3} = \frac{kq_2 q_3}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 20 \text{ N}$$

رابطه (۱) $\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{F_{2,3}}{F_3} = \frac{20}{F_3}$ مثلث هاشور خورده

حال با توجه به شکل فوق می‌توان نوشت:

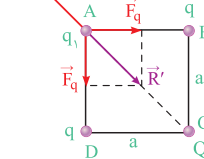
$$\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2+6^2}} = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{20}{F_3} \rightarrow F_3 = 20\sqrt{5} \text{ N}$$

ابتدا فرض می‌کنیم که علامت بار Q و q_1 مثبت باشد. در شکل زیر بار

الکتریکی Q ، بار q_1 را با نیروی \vec{F}_Q دفع می‌کند. اگر بار q_1 توسط بارهای q نیز دفع شود، در این صورت امکان ندارد که برآیند نیروهای

وارد بر این بار صفر شود (چرا؟)، بنابراین بار q_1 توسط بارهای q جذب می‌شود. به بیان دیگر بارهای Q و q مختلف‌العلامت هستند و برآیند دو نیروی \vec{F}_Q (یعنی \vec{R}')، \vec{F}_Q را خنثی می‌کند.



$$\begin{cases} \text{قانون کولن: } F = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \\ \Rightarrow F_q = \frac{kq q_1}{a^2} \\ \text{محاسبه } |\vec{R}'| \text{ و } |\vec{F}_q|: \\ F_q = R' = \sqrt{F_q^2 + F_q^2} = \sqrt{2} F_q \\ \Rightarrow R' = \frac{\sqrt{2} k q q_1}{a^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{محاسبه } F_Q: \\ \text{ضلع مربع} = \sqrt{2} \times \text{قطر مربع} \Rightarrow r = \sqrt{2} a \\ \text{قانون کولن: } F = \frac{kQ q_1}{r^2} \Rightarrow F_Q = \frac{kQ q_1}{2a^2} \\ \text{بررسی تعادل بار واقع در } A: \\ F_Q = R' \Rightarrow \frac{kQ q_1}{2a^2} = \frac{\sqrt{2} k q q_1}{a^2} \\ \Rightarrow \frac{Q}{q} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{Q}{q} = -2\sqrt{2} \text{ (بارهای } q \text{ و } Q \text{ ناهم‌نام هستند).} \end{cases}$$

دقت

نیروی \vec{F}_Q در راستای قطر مربع است. از طرفی به دلیل هم‌اندازه بودن نیروهای \vec{F}_Q ، نیروی \vec{R}' نیز در راستای قطر مربع می‌باشد. بنابراین نیروهای \vec{F}_Q و \vec{R}' در راستای یکدیگر می‌باشند.

حال این برابری را نیروی F_q باید خنثی کند و داریم:

$$F_q = \frac{kq \times q'}{(\frac{\sqrt{2}}{2}d)^2} = \frac{kq' \times q'}{d^2} \times (\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}})$$

مقدار تقریبی $\sqrt{2}$

$$|q| = q' \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right) = 1.0 \left(\frac{1.4}{2} + \frac{1}{2} \right) = 9.15 \mu C \Rightarrow q = -9.15 \mu C$$

این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: ابتدا نیروی الکتریکی بین دو گلوله را به دست می‌آوریم:

$$F = k \frac{q_A q_B}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6} \times 0.5 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 5 \text{ N}$$

چون بار گلوله‌های A و B مثبت است، نیروی الکتریکی وارد بر گلوله B به سمت بالا می‌باشد (دافعه)، اما وزن آن (mg) همیشه رو به پایین است.

$$F + T_1 = mg \Rightarrow 5 + T_1 = 2 \times 10 \Rightarrow T_1 = 15 \text{ N}$$

حالت دوم: در این حالت با منفی شدن بار گلوله A، گلوله‌های A و B یکدیگر را جذب کرده و در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر بار B به سمت پایین می‌شود ولی با توجه به ثابت بودن اندازه بارها و فاصله بین آن‌ها اندازه این نیروی الکتریکی تغییری نمی‌کند.

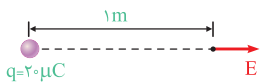
$$T_2 = F + mg \Rightarrow T_2 = 5 + (2 \times 10) \Rightarrow T_2 = 25 \text{ N} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات ۷ توجه کنید.

مطابق رابطه $E = \frac{kq}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E \propto q \Rightarrow \text{میدان الکتریکی با اندازه بار الکتریکی نقطه‌ای رابطه مستقیم دارد.} \\ E \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \text{میدان الکتریکی با مجذور فاصله از بار الکتریکی رابطه معکوس دارد.} \end{cases}$$

میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q در فاصله r از آن برابر است با:



$$r = 1 \text{ m} \cdot q = 20 \mu C = 2 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$\Rightarrow E = \frac{kq}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-5}}{(1)^2} = 1.8 \times 10^5 \text{ N/C}$$

بار هسته هلیوم برابر بار الکتریکی دو پروتون است.

$$q_{\text{هسته}} = 2q_p = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} = 3.2 \times 10^{-19} \text{ C}$$

با توجه به رابطه $E = \frac{kq}{r^2}$ می‌توان نوشت:

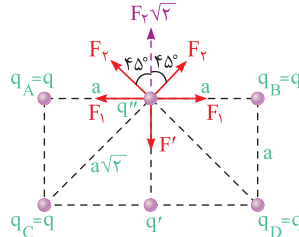
$$E = 0.18 \text{ mN/C} = 1.8 \times 10^{-5} \text{ N/C}$$

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow 1.8 \times 10^{-5} = \frac{9 \times 10^9 \times 3.2 \times 10^{-19}}{r^2} \Rightarrow r^2 = 1.6 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow r = 4 \times 10^{-3} \text{ m} = 4 \text{ mm}$$

به بار q'' از طرف ۴ بار q و بار q' نیرو وارد می‌شود، به گونه‌ای که طبق

صورت سؤال، برابری این نیروها برابر صفر است. مطابق شکل، نیرویی که دو بار q_A و q_B بر بار q'' وارد می‌کنند را F_1 و نیرویی که دو بار q_C و q_D بر بار q'' وارد می‌کنند را F_2 می‌نامیم و همچنین نیروی q' بر q'' را هم F' نام‌گذاری می‌کنیم.



واضح است که دو نیروی F_1 هم‌دیگر را خنثی می‌کنند، بنابراین برای آن‌که q'' در حال تعادل باشد، کافی است برابری دو بردار F_2 که با هم زاویه 90° می‌سازند (یعنی $F_2 = F_1 \sqrt{2}$)، برابر F' و در خلاف جهت آن باشد تا آن را خنثی نماید.

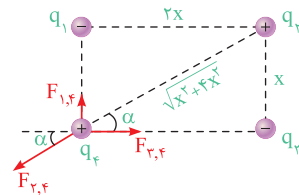
$$\begin{cases} F_1 = k \frac{|q||q''|}{(a\sqrt{2})^2} = k \frac{|q||q''|}{2a^2} \\ F' = k \frac{|q'||q''|}{a^2} \end{cases}$$

$$F_1 \sqrt{2} = F' \Rightarrow \sqrt{2} k \frac{|q||q''|}{2a^2} = k \frac{|q'||q''|}{a^2} \Rightarrow \frac{|q'|}{|q|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

مطابق شکل، q' بار q'' را جذب کرده ولی q، بار q'' را دفع کرده است، بنابراین q و q' ناهم‌نام هستند، پس داریم:

$$\frac{|q'|}{|q|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{ناهم‌نام}} \frac{q'}{q} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

اگر بارهای q_2 و q_4 را مثبت فرض کنیم، نیروی بین آن‌ها به شکل نشان



داده شده است. در ادامه برای صفر شدن برابری نیروهای وارد بر q_3 و q_1 و q_4 باید با q_4 مختلف‌العلامت باشند تا در نهایت برابری نیروها صفر شود.

شرط تعادل: $\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{1,4} = F_{2,3} \sin \alpha$

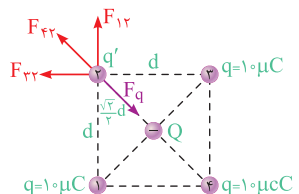
$$\sin \alpha = \frac{\text{مقابل وتر}}{وتر} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4x^2}}$$

$$\frac{k|q_1||q_4|}{x^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{(\sqrt{x^2 + 4x^2})^2} \times \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4x^2}} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = 5\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -5\sqrt{5}$$

ذره q تحت اثر نیروی بارهای $10 \mu C$ متعادل است و کفایت تعادل یکی

از بارهای $10 \mu C$ را بررسی کنیم. برای این منظور، علامت بار q باید منفی باشد تا نیروهای نشان داده شده در نهایت یکدیگر را خنثی کنند (بار $10 \mu C$ را q' فرض کرده‌ایم):



$$\begin{cases} F_{1,2} = F_{1,3} = \frac{kq' \times q'}{d^2} = F \\ F_{2,3} = \frac{kq' \times q'}{(\sqrt{2}d)^2} = \frac{F}{2} \end{cases}$$

برای $F_{1,2}$ و $F_{1,3}$ و $F_{2,3}$ و F_q : $R = \sqrt{F_{1,2}^2 + F_{1,3}^2} + F_{2,3} = F\sqrt{2} + \frac{F}{2}$

$$= F \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{kq' \times q'}{d^2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right)$$