

فیزیک ۳ جامع

ویراست سوم

رضا خالو، امیرعلی میری

رشته
تجربی



جلد دوم

انتشرالگو

پیتاقتار

به نامه خدا

سلام

همکاران گرامی و دانش آموزان عزیز

به دنیای پنجره‌های کتاب فیزیک ۳ (ویندوز ۱۲) خوش آمدید.

پس از انتشار کتاب جامع فیزیک پایه (ویندوز ۱۰ و ۱۱) به این نتیجه رسیدیم که کتاب فیزیک ۳ (روان‌دهم) را با همان شکل و شمایل تحت عنوان ویندوز ۱۲ ویرایش و منتشر کنیم.

کتاب رو جلدی است. یک جلد شامل درسامه و تست‌ها و جلد دوم پاسخ‌نامه کاملاً تشریحی اما حکایت پنجره‌ها چیست؟

هر فصل به پنج پنجره و هر پنجره به زیرموضوع‌هایی به نام «نما» که دارای شماره و عنوان است تقسیم شده است. در هر پنجره ابتدا درسامه و سپس تست‌های همان پنجره آورده شده است.


۱) **درسامه:** در این کتاب با یک درسامه کامل و جامع روبه‌رو هستید که در آن تمام نکات درسی در قالب مسئله‌های تشریحی و به همراه تست‌های مربوط به آن نکات به صورت طبقه‌بندی شده در نماهای مختلف ارائه شده است.

۲) **تست‌ها:** تست‌ها بخش مهم کتاب را تشکیل می‌دهند که شامل تست‌های کنکور، تست‌های برگرفته از کتاب درسی و تست‌های تألیفی هستند.

الف- جنبش تست‌ها در هر «نما» از ساده به سخت بوده تا بتوانید گام به گام پیش رفته و پایه مهارت‌تان را بالا ببرید.

ب- معمولاً دانش آموزان در ابتدا بدون مطالعه درسامه به سراغ حل تست‌ها می‌روند. اگر چنین کردید و در تست‌هایی دچار مشکل شدید برای رجوع به درسامه و یادگیری بهتر کافی است به سراغ همان شماره «نما» در درسامه بروید.

پ- برای مرور سریع تست‌ها حدود ۳۰٪ آن‌ها را با لوگوی  مشخص کرده‌ایم.

ت- در کنار بعضی از تست‌ها لوگوی  مشاهده می‌کنید. در پاسخ این تست‌ها، یک تست اضافی تحت عنوان «بازی با سوال» قرار دارد که شما با حل آن می‌توانید اطمینان پیدا کنید که تست مورد نظر را یاد گرفته‌اید.

ث- پنجره روبه‌رو (آزمونک) - پنجره تودرتو (آزمون فصل)

در آزمون‌هایی که شما خواهید دید، تست‌ها طبقه‌بندی ندارند و این شما هستید که باید موضوع تست را تشخیص دهید. به همین دلیل بین هر دو پنجره پشت سر هم یک بخش به نام پنجره روبه‌رو یا آزمونک و در انتهای هر فصل یک بخش به نام پنجره تودرتو به عنوان آزمون فصل قرار دارد که در آن‌ها خبری از طبقه‌بندی تست‌ها نیست و تست‌ها ترتیب مشخصی ندارند و در واقع شما یک کتاب با تست‌های ریز طبقه‌بندی و یک مینی کتاب با تست‌های درهم و برهم در اختیار دارید.

ج- پنجره روبه گذشته: در این پنجره مسائل ترکیبی ریاضیات و حرکت‌شناسی با کلمه انرژی جنبشی ارائه شده است.



اما جلد دوم یا جلد پایتختنامه^۱

تمام زحماتی که شما و ما در درسامه و تته‌ها کشیده‌ایم، در جلد ۲ به سرانجام می‌رسد. به قول معروف شاهنامه آخرش خوش است. برای همین سعی کردیم در این قسمت کامل‌ترین و بهترین پاسخ‌ها ارائه شود.

به سراغ ویژگی‌های جلد دوم برویم.

خط فکری: بارها شما از ما سر کلاس پرسیده‌اید که چرا این مسئله از این راه حل شده یا چرا از این فرمول استفاده می‌کنیم؟ برای پاسخ به این نیاز شما، خط فکری ارائه شده تا با خواندن آن شما استراتژی حل مسئله را به دست بیاورید. بنابراین اگر تته را حل نکرده‌اید، پیشنهاد می‌کنیم که ابتدا خط فکری آن را بخوانید و سعی کنید مسئله را حل کنید. در بیشتر تته‌ها با خواندن خط فکری مشکل شما در حل مسئله برطرف خواهد شد.

نکته: مطالب مهم و مطالبی که باید به آن دقت کنید را تحت عنوان «نکته» آورده‌ایم تا از چشم شما دور نماند. **یادآوری:** اگر در حل یک تته نیاز به مطلبی باشد که قبلاً بیان شده، برای راحتی شما آن مطلب را دوباره بیان کرده‌ایم.

یادداشت ریاضی: گاهی در حل تته شما به یک مطلب ریاضی نیاز دارید که ممکن است آن را به خاطر نداشته باشید از این رو آن مطلب و یا اثبات آن را برای شما آورده‌ایم.

میان‌بر: بعد از حل تشریحی و کامل تته در آخر بعضی از تته‌ها برای سرعت بخشیدن به حل تته راه حل‌های کوتاه با تکیه بر فیزیک و ریاضی ارائه شده است.

بازی با سوال: در برخی از تته‌ها، همان تته به صورت دیگری بیان شده تا اگر شما تته مورد نظر را حل نکرده‌اید، بعد از مطالعه پاسخ، بازی با سوال را حل کرده و با پاسخ ارائه شده مقایسه کنید.

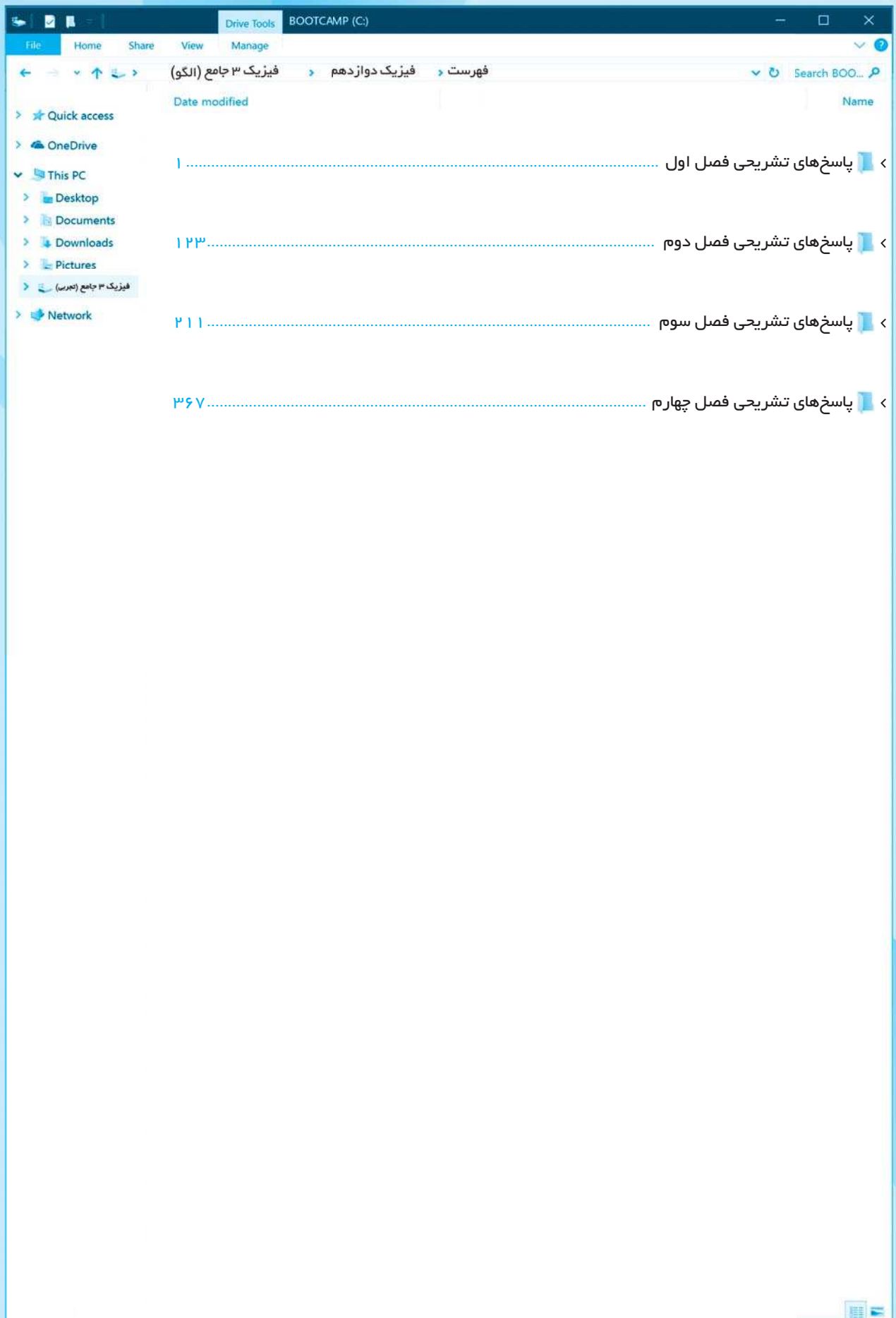
پاسخ پنجره‌های رویه‌رو و تودرتو: در پاسخ این تته‌ها، شماره «نمای» مربوط به آن تته ارائه شده تا شما متوجه شوید این تته مربوط به چه موضوعی است و درسامه آن چیست.

در آخر باید بگوییم که پاسخ همه تته‌ها به صورت گام به گام انجام شده تا پله پله با هم تته را به طور کامل حل کرده و یاد بگیریم.

در پایان لازم است از تلاش صمیمانه کارکنان نشر آلوپا گلزاری کنیم، در واحد ویرایش خانم‌ها زهره نوری و زهرا امیدوار و محسن شعبان شمیرانی. همچنین آقای عرفان شاهین‌پور که ویرایش این کتاب بی‌یاری ایشان امکان‌پذیر نبود. در واحد حروف‌چینی از خانم فاضله محسنی و همچنین خانم سکینه مختار مدیر واحد فنی و ویرایش و نیز از همکارانی که نظرات اصلاحی داده‌اند، آقایان علی جیوردی و وحید کرابج قدردانی می‌کنیم.

رضا خالو - امیرعلی میری

۱- با اسکن QR Code یا با مراجعه به سایت نشر الگو به آدرس algoobooks.ir می‌توانید جلد دوم این کتاب را دانلود کنید.



فصل اول

حرکت بر خط راست



۲ ۴ A

خط فکری یک معادله مکان - زمان (معادله حرکت) در اختیار داریم که در آن دو مجهول a و b وجود دارد. اما شما در دو لحظه مبدأ زمان یعنی $t_1=0$ و همچنین $t_2=3s$ مکان متحرک را در اختیار دارید و در این دو لحظه متحرک به ترتیب از $x=12m$ و مبدأ مکان یعنی $x=0$ می گذرد. بنابراین کافی است شما اعداد زمان را در معادله قرار دهید و یک دستگاه دو معادله دو مجهول حل کنید. اعداد را جای گذاری می کنیم:

$$x = t^2 + at + b \begin{cases} t_1=0, x=12m \rightarrow 12 = 0 + 0 + b \Rightarrow b = 12m \\ t_2=3s, x=0 \rightarrow 0 = 9 + 3a + b \Rightarrow b = 12 \end{cases}$$

$$0 = 3a + 21 \Rightarrow a = -7m/s$$

نکته اما از کجا یکای a را تشخیص داده ایم؟ با توجه به بحث سازگاری یکاها در فیزیک دهم باید یکای at با یکای x یعنی متر یکسان باشد بنابراین:

$$m/s = [یکای a] \Rightarrow a \text{ (ثانیه)} = m$$

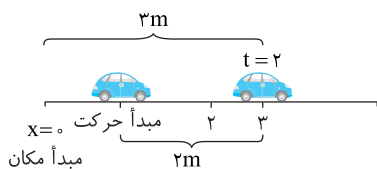
۴ ۵ A

خط فکری به دو عبارت «مبدأ حرکت» و «مبدأ مکان» باید دقت کنید و دو نکته زیر را فرابگیرید.

نکته مبدأ مکان یعنی $x=0$ و مکان متحرک از مبدأ مکان یعنی فاصله متحرک از $x=0$.

نکته مبدأ حرکت یعنی مکانی که متحرک در لحظه $t=0$ در آن قرار دارد که به آن مکان اولیه گویند.

معادله حرکت به صورت $x = t^3 - 3t + 1$ است. در لحظه $t=0s$ متحرک در مکان $x = +1m$ قرار دارد یعنی مکان اولیه متحرک (مبدأ حرکت) $x = +1m$ است. لحظه $t = 2s$ را در معادله حرکت قرار می دهیم و مکان متحرک را به دست می آوریم. $x = t^3 - 3t + 1 \xrightarrow{t=2s} x = 2^3 - (3 \times 2) + 1 = 8 - 6 + 1 \Rightarrow x = +3m$ بنابراین وقتی متحرک در $x = +3m$ قرار دارد فاصله آن از مبدأ حرکت ($x = +1m$) برابر $3 - 1 = 2m$ و از مبدأ مکان ($x = 0$) برابر $3m$ است.



۱ ۶ B

یادداشت ریاضی برای تعیین علامت یک تابع درجه ۲ به صورت $y = ax^2 + bx + c$ ابتدا ریشه های معادله را به دست می آوریم و سپس با رسم یک جدول معادله را تعیین علامت می کنیم. بین دو ریشه مخالف علامت a (ضریب x^2) و بیرون دو ریشه موافق علامت a .

خط فکری وقتی مسئله به شما می گوید بردار مکان منفی باشد یعنی x باید منفی باشد بنابراین شما باید این معادله را تعیین علامت کنید.

۱ ریشه های معادله را به دست می آوریم:

$$x = t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \\ t = -4s \end{cases}$$

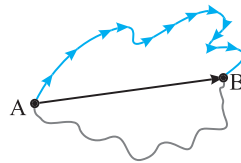
۲ ریشه ها را در جدول قرار می دهیم و معادله را تعیین علامت می کنیم.

t	$-\infty$	-4	0	3	$+\infty$
x		+	-	-	+

۳ اما زمان منفی در فیزیک دبیرستان تعریف نمی شود بنابراین قسمت $t < 0$ را هاشور زده ایم بنابراین در بازه $t = 0$ تا $t = 3s$ مکان منفی است در نتیجه در بازه $t = 2s$ تا $t = 3s$ مکان منفی و از $t > 3s$ مکان مثبت است و گزینه (۱) درست است.

پنجره ۱

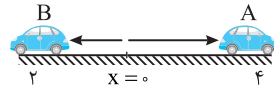
۲ ۱ A



در زندگی روزمره وقتی متحرکی مطابق شکل بر مسیر آبی رنگ از A به B می رود، طول مسیر حرکت مهم است که به آن مسافت طی شده (۱) می گویند. اما در فیزیک علاوه بر مسافت

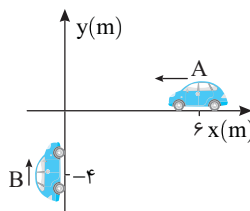
که به مسیر حرکت بستگی دارد، فاصله مستقیم A تا B نیز اهمیت دارد که این فاصله را توسط یک بردار نمایش می دهند و به آن بردار جابه جایی گویند. بنابراین جابه جایی کمیت برداری و مسافت کمیت نرده ای است و گزینه (۱) نادرست است. مسافت و جابه جایی هر دو بر حسب یکای متر در SI بیان می شوند و گزینه (۲) درست است. مسافت به مسیر حرکت بستگی دارد. به طور مثال، اگر متحرک بر مسیر خاکستری از A به B برود، مسافت آن با مسیر آبی رنگ متفاوت است اما جابه جایی در هر دو مورد برابر بردار \vec{AB} است و گزینه (۳) نادرست است.

۴ ۲ A



خط فکری ابتدا مفهوم مکان، جهت حرکت را باید در ذهن خود یادآوری کنید.

بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان ($x=0$) یا ($y=0$) به محل متحرک رسم می شود. بنابراین اگر این بردار در جهت مثبت محور باشد، مکان متحرک مثبت است. برای مثال مکان متحرک A ($\vec{x}_A = 4\vec{i}$) است و اگر در خلاف جهت محور باشد مکان متحرک منفی است همچنین مکان متحرک B ($\vec{x}_B = -2\vec{i}$) است. اگر متحرک در جهت مثبت محور حرکت کند، جهت حرکت مثبت و اگر در خلاف جهت محور حرکت کند جهت حرکت منفی است.

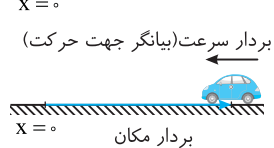


A : خودروی A در x های مثبت و در 6 متری مبدأ قرار دارد. بنابراین بردار مکان آن $6\vec{i} +$ است و گزاره (الف) نادرست است. از طرفی خودروی A در خلاف جهت محور x ها حرکت می کند، بنابراین گزاره (ب) درست است. B : خودروی B در مکان های منفی محور y ها است و بردار مکان آن $4\vec{j} -$ است و در جهت مثبت محور y ها در حال حرکت است بنابراین بردار مکان B و جهت حرکت آن، خلاف جهت هم هستند. در نتیجه گزاره (پ) نادرست و گزاره (ت) درست است.

بازی با سوال کدام گزینه جهت بردار مکان و جهت حرکت متحرک را

درست نشان می دهد؟

- (۱) \rightarrow و \rightarrow (۲) \rightarrow و \leftarrow
(۳) \leftarrow و \leftarrow (۴) \leftarrow و \rightarrow

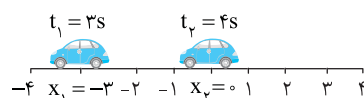


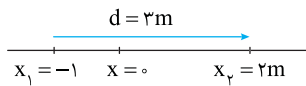
یادداشت خودرو در خلاف جهت محور x ها (\leftarrow) در حرکت است و در لحظه نشان داده شده خودرو در مکان های مثبت محور x هاست و بردار مکان آن به سمت راست (\rightarrow) است.

۳ ۳ A

یادآوری معادله حرکت یا معادله مکان - زمان به یک رابطه ریاضی بین مکان و زمان گفته می شود که به کمک آن می توان مکان متحرک را در هر لحظه مشخص کرد. معادله حرکت به صورت $x = t^2 - 4t$ است بنابراین کافی است زمان های $t_1 = 3s$ و $t_2 = 4s$ را در معادله قرار دهیم و مکان ها را به دست آوریم و روی محور مشخص کنیم.

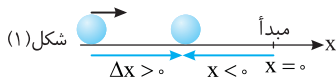
$$x = t^2 - 4t \begin{cases} t_1 = 3s \rightarrow x = 9 - 12 = -3m \\ t_2 = 4s \rightarrow x = 16 - 16 = 0 \end{cases}$$



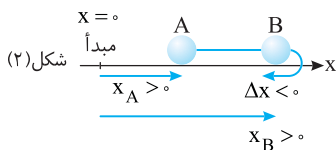


۴ ۱۱ B

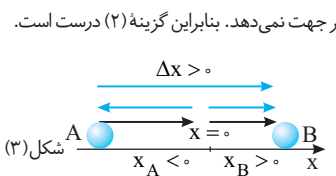
یادآوری تغییر جهت بردار مکان هنگام عبور متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) اتفاق می‌افتد. **یادآوری** تغییر جهت حرکت متحرک یعنی متحرک به یک نقطه برود و از آن برگردد. برای بررسی گزینه‌های این تست به شکل‌های زیر دقت کنید.



با توجه به شکل (۱) متحرک در جهت مثبت محور جا‌جایی شده اما بردار مکان آن منفی است و گزینه (۱) درست است.



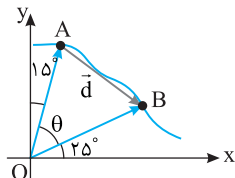
ممکن است مطابق شکل (۲) متحرک در مکان مثبت در جهت مثبت جا‌جایی شده سپس تغییر جهت داده باشد و در جهت منفی جا‌جایی شود اما از مبدأ نگذرد و بردار مکان با آن که تغییر می‌کند اما تغییر جهت نمی‌دهد. بنابراین گزینه (۲) درست است.



اگر متحرک مطابق شکل (۳) در یک جهت از مبدأ بگذرد بردار مکان تغییر جهت می‌دهد اما جهت حرکت تغییر نمی‌کند و گزینه (۳) درست است. در شکل (۲) در نقطه B متحرک تغییر جهت داده است اما بردار مکان هم‌چنان مثبت است و تغییر جهت نداده است، بنابراین گزینه (۴) نادرست و پاسخ تست است. (نادرستی آن نیز با توجه به شکل دوم کاملاً مشخص است).

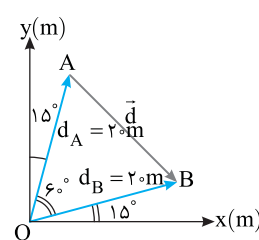
۱ ۱۲ A

خط‌فکری بردارهای مکان متحرک را در نقاط A و B از مبدأ مکان رسم کنید. سپس به کمک هندسه زاویه θ را حساب کنید.



زاویه اولیه بردار مکان با محور xها برابر $\theta_1 = 90 - 15 = 75^\circ$ و زاویه نهایی آن $\theta_2 = 25^\circ$ است یعنی بردار مکان 50° ساعتگرد چرخیده است.

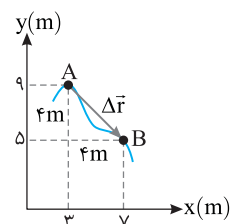
۱ ۱۳ A



بردار جا‌جایی از نقطه A تا نقطه B را رسم کنید، مثلث متساوی‌الاضلاع OAB است زیرا طول بردارهای مکان d_A و d_B یکی است مثلث متساوی‌الساقین است و چون زاویه رأس آن 60° است، پس مثلث حاصل متساوی‌الاضلاع است و اندازه بردار جا‌جایی $d = 20m$ است.

۲ ۱۴ A

یادداشت ریاضی فاصله دو نقطه در صفحه xoy با مختصات $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ از رابطه زیر به دست می‌آید. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

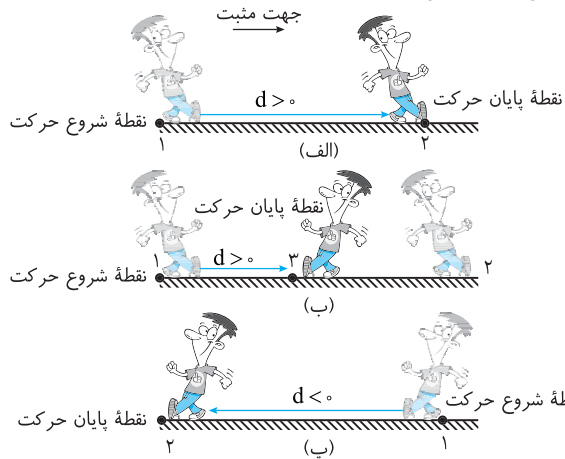


از نقطه A به نقطه B برداری رسم کرده سپس به کمک قضیه فیثاغورس اندازه بردار جا‌جایی را به دست می‌آوریم: $\Delta r = \sqrt{(7-3)^2 + (5-9)^2} = 4\sqrt{2}m$

۲ ۷ B

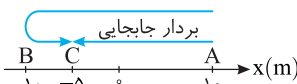
نکته هرگاه حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت صورت گیرد مسافت و بزرگی جا‌جایی با هم برابر است.

در شکل (الف) و (پ) شخص روی خط راست در جهت مثبت حرکت می‌دهد و مسافت هم‌اندازه هستند. در شکل (الف) جا‌جایی در جهت مثبت محور xهاست و در شکل (ب) نیز جا‌جایی در جهت مثبت محور xهاست. در شکل (پ) جا‌جایی در جهت منفی محور xهاست.



۱ ۸ A

خط‌فکری طول مسیر حرکت را با رسم شکل به دست بیاورید. سپس بردار جا‌جایی را از ابتدای مسیر یعنی نقطه A به انتهای مسیر یعنی نقطه C رسم کنید و مقدار آن را حساب کنید و مقادیرهای به دست آمده را بر هم تقسیم کنید.



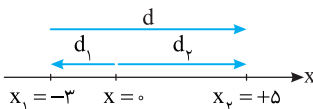
۱ مسیر حرکت جسم به صورت روبه‌رو است، بردار جا‌جایی برابر با برداری است که مکان اولیه را به مکان نهایی وصل می‌کند. $|\vec{d}| = x_C - x_A \Rightarrow |\vec{d}| = |-5 - 10| = 15m$

۲ مسافت طی شده برابر طول مسیر حرکت است یعنی متحرک از $A = 10m$ به $B = -10m$ رفته و سپس از $B = -10m$ به $C = -5m$ می‌رود بنابراین مسافت طی شده برابر است با: $\ell = |d_{AB}| + |d_{BC}| = 20m$

۳ نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{\ell}{d} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

۲ ۹ A

نکته هرگاه متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان تغییر جهت و تغییر علامت می‌دهد.



شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم، به شکل دقت کنید. ابتدا بردار مکان منفی است و سپس مثبت می‌شود و گزاره (الف) نادرست است.

بردار جا‌جایی (\vec{d}) در جهت مثبت و بردار مکان ابتدا منفی ($d_1 < 0$) و سپس مثبت ($d_2 > 0$) است و بردار جا‌جایی و بردار مکان در طول مسیر همواره هم‌جهت نیستند و گزاره (ب) نادرست است. مسافت طی شده و جا‌جایی مطابق شکل هم‌اندازه هستند و گزاره (پ) درست است.

۳ ۱۰ A

نکته مسافت طی شده همواره بزرگ‌تر یا مساوی اندازه جا‌جایی است ($\ell \geq |d|$). متحرک از مکان $x_1 = -1m$ به مکان $x_2 = 2m$ رفته است. بنابراین قطعاً جا‌جایی آن مطابق شکل $3m$ است. اما مسافت طی شده برابر و یا بزرگ‌تر $3m$ است ($\ell \geq 3m$) و تنها گزینه بزرگ‌تر از $3m$ گزینه (۳) است.

۲ ۱۵ **B**

خط فکری باید به سراغ ریاضی بروید و فاصله بین دو نقطه A و B را در ریاضی

از رابطه $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ به دست می آوریم، بنابراین بردار جابه جایی راحت به دست می آید. اما یادمان باشد که مسافت طی شده (l) همواره بزرگتر یا مساوی جابه جایی است. در نتیجه مسئله به راحتی قابل حل است.

۱ بردار جابه جایی خواهد شد:

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 \Rightarrow \vec{d} = (1-4)\vec{i} + (-1-3)\vec{j} \Rightarrow \vec{d} = -3\vec{i} - 4\vec{j}$$

۲ بردار جابه جایی بین دو نقطه $\vec{d}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{d}_2 = \vec{i} - \vec{j}$ خواهد شد:

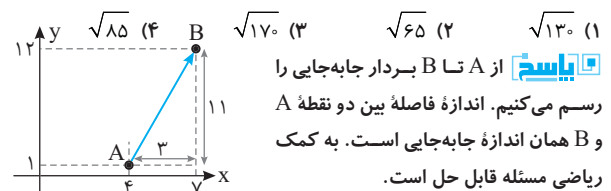
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \Rightarrow d = \sqrt{(1-4)^2 + (-1-3)^2} \\ \Rightarrow d = \sqrt{9+16} = 5\text{m}$$

۳ مسافت طی شده باید بزرگتر یا مساوی ۵m بیشتر باشد. بنابراین گزینه (۲) پاسخ مسئله است.

بازی با سؤال

متحرکی در صفحه مختصات از نقطه $A(4\text{m}, 1\text{m})$ به

نقطه $B(7\text{m}, 12\text{m})$ می رود. جابه جایی متحرک چند متر است؟



پایسج از A تا B بردار جابه جایی را رسم می کنیم. اندازه فاصله بین دو نقطه A و B همان اندازه جابه جایی است. به کمک ریاضی مسئله قابل حل است.

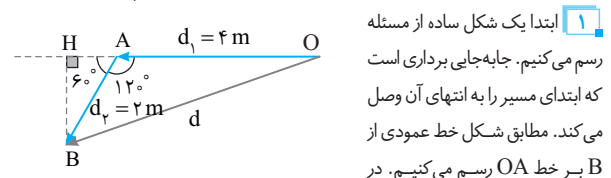
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \Rightarrow d = \sqrt{(7-4)^2 + (12-1)^2} \\ = \sqrt{3^2 + 11^2} \Rightarrow d = \sqrt{9+121} = \sqrt{130}\text{m}$$

گزینه ۱

۴ ۱۶ **B**

خط فکری برای حل این نوع مسائل باید ابتدا شکل ساده ای از موضوع مسئله مطابق

داده های مسئله رسم کنید. سپس اعداد مسئله را روی شکل قرار دهید. برای به دست آوردن مسافت کافی است، تمام اعداد مسیر از ابتدا تا انتهای مسیر را با هم جمع کنیم. اما برای به دست آوردن بردار جابه جایی نیاز به محاسبات مثلثاتی و ریاضی خواهیم داشت.



۱ ابتدا یک شکل ساده از مسئله رسم می کنیم. جابه جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای آن وصل می کند. مطابق شکل خط عمودی از B بر خط OA رسم می کنیم.

مثلث AHB ضلع روبه روی به زاویه 30° نصف وتر است از این رو $AH = \frac{1}{2} = 1\text{m}$ و ضلع

$$\cos 30^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{2} \Rightarrow BH = \sqrt{3}\text{m}$$

BH خواهد شد:

اکنون در مثلث OHB، طول وتر (d) را به دست می آوریم.

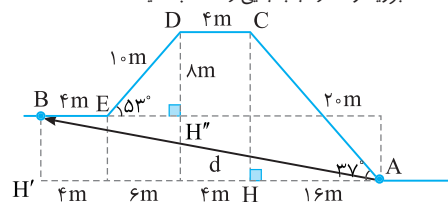
$$d^2 = BH^2 + OH^2 = (\sqrt{3})^2 + (4+1)^2 \Rightarrow d^2 = 3+25=28 \Rightarrow d = 2\sqrt{7}\text{m}$$

۲ مسافت طی شده برابر مجموع طول مسیر ۴m و طول مسیر ۲m یعنی ۶m است.

۴ ۱۷ **C**

خط فکری برای به دست آوردن مسافت کافی است اعداد روی شکل را از A تا

B با هم جمع کنیم اما برای جابه جایی باید برداری از A تا B رسم کنید سپس به سراغ هندسه و مثلثات بروید و اندازه جابه جایی را حساب کنید.



۱ مسافت طی شده را حساب می کنیم. $l = 20 + 4 + 10 + 4 \Rightarrow l = 38\text{m}$

۲ فاصله AH و CH خواهد شد:

$$\triangle AHC: \cos 37^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow 0.8 = \frac{AH}{20} \Rightarrow AH = 16\text{m}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{CH}{AC} \Rightarrow 0.6 = \frac{CH}{20} \Rightarrow CH = 12\text{m}$$

۳ DH'' و EH'' را به دست می آوریم:

$$\triangle DEH'': \cos 53^\circ = \frac{EH''}{DE} \Rightarrow 0.6 = \frac{EH''}{10} \Rightarrow EH'' = 6\text{m}$$

$$\sin 53^\circ = \frac{DH''}{DE} \Rightarrow 0.8 = \frac{DH''}{10} \Rightarrow DH'' = 8\text{m}$$

۴ جابه جایی افقی متحرک برابر است با: $AH' = 16 + 4 + 6 + 4 \Rightarrow AH' = 30\text{m}$

۵ جابه جایی قائم متحرک را حساب می کنیم: $BH' = CH - DH'' = 12 - 8 = 4\text{m}$

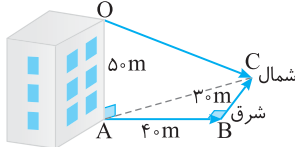
۶ اکنون اندازه بردار جابه جایی را می توان به دست آورد.

$$AB = \sqrt{BH'^2 + AH'^2} = \sqrt{4^2 + 30^2} = \sqrt{916} \approx 30.3\text{m}$$

۲ ۱۸ **C**

خط فکری با یک مسئله سه بعدی سر و کار داریم. شما ابتدا باید جابه جایی

متحرک روی سطح زمین وقتی ابتدا ۴۰m به سمت شرق و سپس ۳۰m به سوی شمال می رود را حساب کنید سپس به سراغ جابه جایی کل بروید.



۱ شکل مسیر حرکت را رسم می کنیم. پرنده از نقطه O به نقطه A روی سطح زمین

آمده سپس ۴۰m از A تا B به سمت شرق سپس ۳۰m به سوی شمال رفته است.

۲ جابه جایی روی زمین را حساب می کنیم.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 40^2 + 30^2 \Rightarrow AC = 50\text{m}$$

۳ در مثلث قائم الزاویه OAC، اندازه وتر OC را حساب می کنیم که همان اندازه جابه جایی است.

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 \Rightarrow OC^2 = 50^2 + 50^2 \Rightarrow OC = 50\sqrt{2}\text{m}$$

میانبر هرگاه امتداد سه مسیر بر هم عمود باشد مانند محورهای x، y و z

$$d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

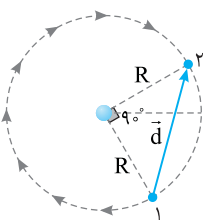
جابه جایی کل خواهد شد:

بازی با سؤال مسافت طی شده توسط پرنده چند متر است؟

پایسج کافی است اعداد ۵۰m، ۴۰m و ۳۰m را با هم جمع کنیم

$$l = 50 + 40 + 30 = 120\text{m}$$

۲ ۱۹ **A**



دقت کنید که در صورت مسئله بیان شده که ماه در جهت ساعتگرد از مکان (۱) به مکان (۲) می رود بنابراین مسیر حرکت مطابق شکل روبه روست و ماه، مسافتی که طی کرده است $\frac{3}{4}$ محیط دایره

$$l = \frac{3}{4}(2\pi R) \Rightarrow l = \frac{3}{2}\pi R$$

بردار جابه جایی از مکان (۱) به مکان (۲) رسم می شود و با توجه به شکل و اندازه آن بنا

$$d = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$$

به رابطه فیثاغورس جابه جایی را حساب می کنیم.

$$\frac{l}{d} = \frac{\frac{3}{2}\pi R}{\sqrt{2}R} = \frac{3\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}\pi}{4}$$

در این صورت:

۱ ۲۳ A

سرعت متوسط برابر با $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ بنابراین:

متحرک اول:

$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 6/4 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 8/4 \text{ m}, \quad v_{av} = \frac{8/4}{4} = 2/1 \text{ m/s}$$

متحرک دوم: با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$-2/8 = \frac{\Delta x}{4} \Rightarrow \Delta x = -5/6 \text{ m} \Rightarrow x_2 - x_1 = -5/6 \Rightarrow -2/5 - x_1 = -5/6 \Rightarrow x_1 = 3/1 \text{ i}$$

متحرک سوم: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 3/3 = \frac{8/6 - 2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$

سرعت متوسط	زمان	مکان پایانی	مکان آغازین	
A	4s	6/4 i	-2 i	متحرک (۱)
-2/8 i	2s	-2/5 i	B	متحرک (۲)
3/3 i	C	8/6 i	2 i	متحرک (۳)

۳ ۲۴ A

یادآوری هرگاه مختصات نقطه ابتدایی و انتهایی مسیر حرکت را داشته باشیم می‌توانیم جابه‌جایی متحرک را حساب کنیم و اما نمی‌توانیم در مورد مسافت اظهار نظر کنیم. مگر آنکه مسیر حرکت از ابتدا تا انتهای مسیر مشخص باشد.

۱. متحرک روی محور Xها از مکان +4m به مکان -6m رفته است یعنی جابه‌جایی آن برابر است با:

۲. سرعت متوسط متحرک برابر خواهد شد با:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-10}{6-2} \Rightarrow v_{av} = -2/5 \text{ m/s}$$

۳. مسیر حرکت مشخص نیست یعنی معلوم نیست که متحرک مستقیم و بدون تغییر جهت از مکان +4m به مکان -6m رفته است یا نه؟ بنابراین در مورد تندی متوسط نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۳ ۲۵ B

خط فکری در بررسی سرعت متوسط، مهم نیست که متحرک چه مسیری را طی کرده است تنها شما باید ببینید متحرک از چه نقطه‌ای به چه نقطه‌ای رفته و فاصله دو نقطه را حساب کنید و جابه‌جایی را به دست آورده تا بتوانید سرعت متوسط را حساب کنید.

متحرک در مبدأ زمان یعنی $t=0$ در مکان -4 m و در لحظه آخر یعنی $t_p=10 \text{ s}$ در مکان $+20 \text{ m}$ بوده یعنی $d=20 - (-4) = 24 \text{ m}$ در جهت مثبت محور Xها جابه‌جا شده است، بنابراین سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{d}{t} = \frac{24}{10-0} \Rightarrow v_{av} = 2/5 \text{ m/s}$$

دقت کردید لحظه $t=6 \text{ s}$ و مکان $x=10 \text{ m}$ در حل این تست تأثیری ندارد.

بازی با سؤال متحرکی که روی محور X در حرکت است، در لحظه

$$x_p = 2 \text{ m} \text{ از مکان } t_p = 4/4 \text{ s} \text{ و در لحظه } x_1 = -4 \text{ m} \text{ از مکان } t_1 = 2/4 \text{ s}$$

می‌گذرد و سپس در لحظه t_p به مکان $x_p = 6 \text{ m}$ می‌رسد. اگر در بازه t_1 تا t_p سرعت متوسط 2 m/s باشد، سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_p چند متر بر ثانیه است؟

۱) 2/5 ۲) 3/5 ۳) 4/5 ۴) 5/5

پاسخ با توجه به تعریف سرعت متوسط، لحظه t_p را حساب می‌کنیم.

$$t_p \rightarrow t_p : v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{6-2}{t_p-4/4} \Rightarrow 2 = \frac{4}{t_p-4/4} \Rightarrow t_p-4/4 = 2 \Rightarrow t_p = 6/4 \text{ s}$$

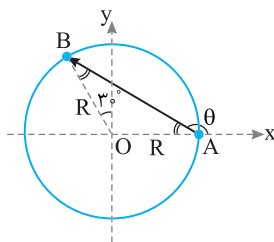
اکنون می‌توانیم سرعت متوسط از $t_1 = 2/4 \text{ s}$ تا $t_p = 6/4 \text{ s}$ را به دست بیاوریم:

$$t_1 \rightarrow t_p : v_{av} = \frac{6-(-4)}{6/4-2/4} = \frac{10}{1} = 10 \text{ m/s}$$

گزینه ۱

۲ ۲۰ B

یادآوری بردار جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود.



خواهد شد: $\theta = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

بردار جابه‌جایی را از A تا B رسم می‌کنیم. مثلث OAB یک مثلث متساوی‌الساقین است و زاویه رأس آن مطابق شکل $\hat{O} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ است، بنابراین زاویه دو ساق آن با قاعده (جابه‌جایی) 30° است. یعنی زاویه بین بردار جابه‌جایی و جهت مثبت محور Xها

بازی با سؤال در این سؤال اگر شعاع حرکت 15 cm باشد، مسافت طی شده توسط متحرک چند سانتی‌متر است؟ ($\pi = 3/14$)

۱) 31/4 ۲) 15/7 ۳) 1/57 ۴) 3/14

پاسخ متحرک از A تا B کمان 120° یعنی $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ محیط دایره را طی می‌کند، بنابراین مسافت خواهد شد:

$$\text{مسافت } l = \frac{1}{3} (2\pi R) \Rightarrow l = \frac{1}{3} \times (2 \times 3/14 \times 15) \Rightarrow l = 3/4 \text{ cm}$$

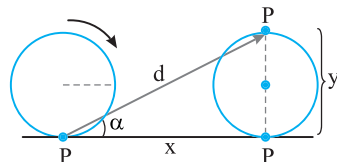
گزینه ۱

۲ ۲۱ B

خط فکری به این فکر کنید که اگر چرخ، نیم دور بچرخد نقطه P در چه وضعیتی قرار می‌گیرد تا بتوانید جابه‌جایی افقی و قائم نقطه P را مشخص کرده و بزرگی جابه‌جایی را به دست بیاورید.

با چرخش نیم دور مطابق شکل، نقطه P از سطح زمین به بالاترین نقطه می‌رود در این حالت نقطه P در امتداد قائم به اندازه قطر لاستیک بالا می‌رود ($y = 60 \text{ cm}$) و روی سطح افقی به اندازه نصف محیط جابه‌جا می‌شود.

$$x = \frac{1}{2} (2\pi R) \Rightarrow x = \pi R$$



$$x = \frac{1}{2} \pi \times 60 \Rightarrow x = 30\pi \text{ cm} \Rightarrow x = 30 \times 3 = 90 \text{ cm}$$

اندازه جابه‌جایی خواهد شد:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{90^2 + 60^2} \Rightarrow d = 30\sqrt{3^2 + 2^2} \Rightarrow d = 30\sqrt{13} \text{ cm}$$

بازی با سؤال در این حرکت بردار جابه‌جایی با سطح افقی زاویه α می‌سازد. کدام گزینه درست است؟

۱) $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ ۲) $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ ۳) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ۴) $\tan \alpha = \sqrt{3}$

پاسخ با توجه به شکل خواهیم داشت:

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

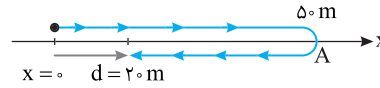
گزینه ۱

۳ ۲۲ A

سرعت متوسط بنابه تعریف برابر نسبت بردار جابه‌جایی به زمان جابه‌جایی است $(\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{t})$ ، بنابراین سرعت متوسط کمیت برداری است و همواره بردار سرعت متوسط هم‌جهت بردار جابه‌جایی است. تندی متوسط بنابه تعریف برابر نسبت مسافت به زمان طی مسیر است $s_{av} = \frac{l}{t}$. تندی متوسط کمیت نرده‌ای و همواره مثبت بیان می‌شود. در نتیجه گزینه (۳) درست است.

۱ ۲۶ A

در به دست آوردن سرعت متوسط، مسیر حرکت مهم نیست و تنها محل نقطه ابتدایی و محل نقطه انتهایی مسیر مهم است. در این مسئله ذره از مکان $x=0$ شروع کرده و در نهایت به مکان $+20\text{m}$ رسیده است بنابراین جابه‌جایی متحرک $d=+20\text{m}$ است و سرعت متوسط خواهد شد:



$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{20}{20} \Rightarrow v_{av} = 1\text{ m/s}$$

بازی با سؤال: ذره‌ای در امتداد محور x ها از مبدأ شروع به حرکت می‌کند و در مدت 20 ثانیه ابتدا تا نقطه A به طول $+50$ می‌رود و بعد به نقطه $+20$ برمی‌گردد. تندی متوسط ذره در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) ۳/۵

پایسج: مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell = 50 + 30 = 80\text{m}$$

تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{80}{20} = 4\text{ m/s}$$



۲ گزینه

۲ ۲۷ A

خط فکری: چرا در هر گزینه دو مکان برای لحظه $t=4\text{s}$ بیان شده است؟ چون که اندازه سرعت متوسط داده شده بنابراین شما باید در فرمول سرعت متوسط یک بار عدد $+3/\Delta\text{m/s}$ و بار دیگر عدد $-3/\Delta\text{m/s}$ قرار دهید. به همین دلیل دو جواب به دست می‌آوریم.

رابطه سرعت متوسط را نوشته و داده‌های مسئله را در آن جای گذاری می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

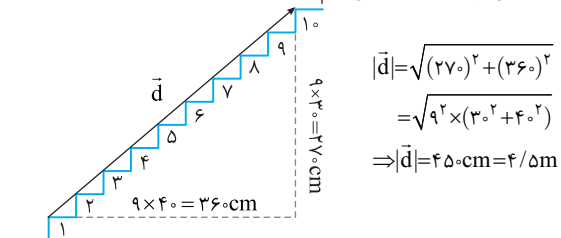
$$x_1 = -1/6\text{m} \rightarrow \begin{cases} v_{av} = \frac{x_2 - (-1/6)}{4} \Rightarrow \frac{x_2 + 1/6}{4} = 3/5 \Rightarrow x_2 = 12/5\text{m} \\ v_{av} = \frac{x_2 - (-1/6)}{4} \Rightarrow \frac{x_2 + 1/6}{4} = -3/5 \Rightarrow x_2 = -15/5\text{m} \end{cases}$$

۳ ۲۸ B

خط فکری: اشتباه نکنید فاصله لبه پله اول تا لبه پله دهم، 10 پله نیست، باید شکل رسم کنید و تعداد پله‌ها را بشمرید. سپس از لبه پله اول تا لبه پله دهم بردار جابه‌جایی را رسم کرده و اندازه آن را به کمک رابطه فیثاغورس به دست بیاورید.

- ۱ شمردید؟ تعداد پله‌ها، 9 پله است.
۲ پهنای هر پله 40 cm است و جابه‌جایی افقی مورچه $360\text{ cm} = 9 \times 40$ می‌شود.
۳ بلندی هر پله 30 cm است و جابه‌جایی قائم مورچه $270\text{ cm} = 9 \times 30$ خواهد شد.

۴ جابه‌جایی مورچه را حساب می‌کنیم.



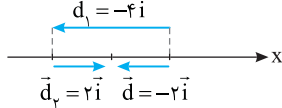
$$|\vec{d}| = \sqrt{(270)^2 + (360)^2} = \sqrt{9^2 \times (30^2 + 40^2)} \Rightarrow |\vec{d}| = 450\text{ cm} = 4.5\text{ m}$$

۵ سرعت متوسط آن را به دست می‌آوریم.

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{4.5}{4.5} = 1\text{ m/s}$$

۱ ۲۹ B

۱ به صورت مسئله دقت کنید. متحرک ابتدا جابه‌جایی -4m را انجام داده یعنی در مدت 2s در خلاف جهت محور x ها، 4m جابه‌جا شده و در دو ثانیه دوم جابه‌جایی 2m را انجام داده است یعنی از 4m که در خلاف جهت محور رفته بود، 2m را برگشته و در کل جابه‌جایی آن در مدت 4s ، -2m است. بنابراین بردار سرعت متوسط آن در این چهار ثانیه خواهد شد:



$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{-2\vec{i}}{4} = -\frac{1}{2}\vec{i}$$

۲ مسافت طی شده در مدت 4s برابر $l=4+2=6\text{m}$ و تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{6}{4} = 1.5\text{ m/s}$$

بازی با سؤال: متحرکی روی محور x ها در حال حرکت بوده و در بازه زمانی $t_1=2\text{s}$ تا $t_2=4\text{s}$ بردار جابه‌جایی آن 5m و در مدت $t_3=4\text{s}$ تا $t_4=5\text{s}$ بردار جابه‌جایی آن -3m خواهد بود. سرعت متوسط در بازه $t=2\text{s}$ تا $t=5\text{s}$ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

- (۱) 1/3 (۲) 2/3 (۳) 3/3 (۴) 4/3

پایسج: جابه‌جایی متحرک در بازه 2s تا 4s ، 5m و در جهت مثبت محور x ها بوده سپس در مدت 1s (بازه $t_3=4\text{s}$ تا $t_4=5\text{s}$) از این 5m را برمی‌گرداند. بنابراین جابه‌جایی آن در کل برابر $5-3=2\text{m}$ و در جهت مثبت محور x ها بوده و سرعت متوسط متحرک خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2}{5-2} = \frac{2}{3}\text{ m/s}$$

۳ گزینه

۲ ۳۰ B

خط فکری: فاصله مستقیم تهران تا اصفهان مشخص نیست بنابراین سرعت متوسط قابل محاسبه نیست. بنابراین شما باید تنها به سراغ تندی متوسط یعنی گزینه‌های (۲) و (۳) بروید.

۱ مدت زمان حرکت از تهران تا قم $t_1=1/5\text{h}$ و مدت زمان حرکت از قم تا اصفهان 18% بیشتر از $1/5\text{h}$ است. بنابراین زمان حرکت قم تا اصفهان خواهد شد:

$$t_2 = t_1 + \frac{18}{100} t_1 \Rightarrow t_2 = 1/5 + \frac{18}{500} (1/5) \Rightarrow t_2 = 2/7\text{h}$$

۲ کل زمان حرکت از تهران تا اصفهان را به دست می‌آوریم.

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 = 1/5 + 2/7 = 4/7\text{h}$$

۳ مسافت طی شده خودرو را حساب می‌کنیم.

$$\ell = 125 + 274 \Rightarrow \ell = 399\text{ km}$$

۴ تندی متوسط در کل مسیر خواهد شد.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{399}{4/7} \Rightarrow s_{av} = 95\text{ km/h}$$

۲ ۳۱ A

تکنه: هرگاه در یک مسیر متحرک به مکان اولیه‌اش بازگردد، جابه‌جایی متحرک صفر و در نتیجه سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود.

۱ مسیر حرکت A تا B را حساب می‌کنیم.

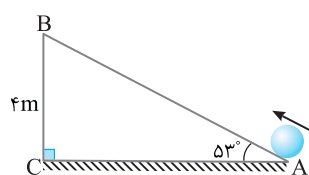
$$\sin 53^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow 0.8 = \frac{4}{AB} \Rightarrow AB = 5\text{m}$$

۲ مسافت طی شده در کل مسیر رفت و برگشت خواهد شد:

$$\ell = 5 + 5 = 10\text{m}$$

۳ مسافت طی شده را به دست می‌آوریم.

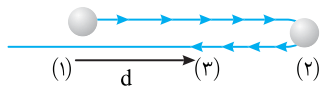
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=3+5} s_{av} = \frac{10}{8} \Rightarrow s_{av} = 1.25\text{ m/s}$$



$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{4}{4} = 1\text{ m/s}$$

۳ ۳۵ B

۱ مسافت طی شده دو برابر اندازه جابه‌جایی است. $\ell = 2d$
 ۲ سرعت متوسط در این حرکت قطعاً از تندی متوسط کوچک‌تر است از این رو بنابه فرض مسئله خواهیم داشت:



$$s_{av} - v_{av} = 2 \quad (II)$$

۳ در رابطه (II) به جای v_{av} و s_{av} مقدار آن‌ها را براساس فرمول آن‌ها قرار می‌دهیم.

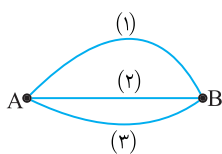
$$s_{av} = \frac{\ell}{t}, v_{av} = \frac{d}{t} \quad (II) \rightarrow \frac{\ell}{t} - \frac{d}{t} = 2 \rightarrow \frac{\ell - d}{t} = 2 \rightarrow \frac{\ell - d}{\ell} = \frac{2t}{\ell} \rightarrow \frac{\ell - d}{\ell} = \frac{2t}{\ell} \rightarrow \frac{\ell - d}{\ell} = \frac{2t}{\ell}$$

$$\frac{\ell - d}{\ell} = \frac{2t}{\ell} \Rightarrow \frac{\ell - d}{\ell} = \frac{2t}{\ell} \Rightarrow \ell - d = 2t \Rightarrow d = \ell - 2t, \ell = 16m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{16}{4} = 4m/s$$

۴ تندی متوسط را حساب می‌کنیم

۳ ۳۶ B



خط فکری تندی هر سه متحرک یکسان است، بنابراین هر متحرکی که مسیرش طولانی‌تر است در زمان بیشتری از A به B می‌رود. اما سرعت متوسط به مسیر حرکت بستگی ندارد و برداری است که ابتدای مسیر (نقطه A) را به انتهای مسیر (نقطه B) وصل می‌کند. با توجه به این مطالب و رابطه سرعت متوسط

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t}$$

۱ طول مسیر (1) از هر سه مسیر طولانی‌تر و طول مسیر (2) از هر سه مسیر کوتاه‌تر است.

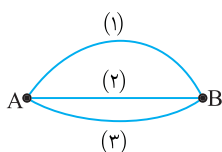
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3$$

۲ جابه‌جایی هر سه برابر است از این رو:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \rightarrow \frac{d_1 = d_2 = d_3}{\Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3} \rightarrow v_{av_1} < v_{av_2} < v_{av_3}$$

یازدهم با سؤال مطابق شکل زیر، سه متحرک با بزرگی سرعت متوسط

یکسان سه مسیر نشان داده شده را طی می‌کند و تندی متوسط در مسیرهای (1)، (2) و (3) به ترتیب s_{av_1} ، s_{av_2} و s_{av_3} خواهد بود. کدام گزینه درست است؟



$$s_{av_1} = s_{av_2} = s_{av_3} \quad (1)$$

$$s_{av_1} < s_{av_2} < s_{av_3} \quad (2)$$

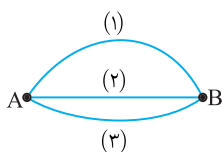
$$s_{av_1} > s_{av_2} > s_{av_3} \quad (3)$$

$$s_{av_1} > s_{av_2} > s_{av_3} \quad (4)$$

۱۰ پاسخ یادآوری سرعت متوسط $v_{av} = d/t$ و تندی متوسط $v_{av} = \ell/t$ است که d ، جابه‌جایی و L مسافت طی شده است.

۱ با توجه فرض مسئله سرعت متوسط هر سه متحرک برابر است از طرفی جابه‌جایی هر سه متحرک از A تا B یکسان و برابر d است.

$$v_{av_1} = v_{av_2} = v_{av_3} \Rightarrow \frac{d}{\Delta t_1} = \frac{d}{\Delta t_2} = \frac{d}{\Delta t_3} \Rightarrow \Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3$$



۲ اکنون در مورد تندی متوسط می‌توان اظهار نظر کرد. مسافت طی شده توسط متحرک (1) بیشترین و توسط متحرک (2) کمترین است. از این رو می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \frac{\ell_1 > \ell_2 > \ell_3}{\Delta t = \text{ثابت}} \rightarrow s_{av_1} > s_{av_2} > s_{av_3}$$

گزینه ۳

۳ ۳۲ A

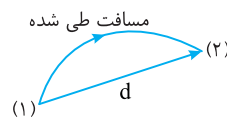
یادآوری تندی متوسط برابر مسافت پیموده شده تقسیم بر زمان طی این مسافت و کمیتی نرده‌ای است. (مسافت طی شده در یکای زمان)

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

یادآوری سرعت متوسط برابر جابه‌جایی تقسیم بر یکای زمان و کمیتی برداری است.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

در حرکت بر خط راست بدون تغییر جهت مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی برابر بوده و تندی متوسط با اندازه سرعت متوسط برابر است. در مسیرهای خمیده مثل شکل روبه‌رو

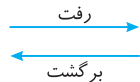


$$s_{av} > |\vec{v}_{av}|$$

همواره مسافت طی شده از اندازه جابه‌جایی بزرگ‌تر است. از این رو: بنابراین گزینه‌های (1) و (2) در حالت‌های خاصی درست هستند و عبارت قطعاً نادرست در مورد آن‌ها صدق نمی‌کند. اندازه جابه‌جایی متحرک همواره کوچک‌تر یا برابر مسافت طی شده است ($d \leq \ell$) بنابراین اندازه سرعت متوسط همواره کوچک‌تر یا برابر تندی متوسط بوده و هرگز

اندازه سرعت متوسط نمی‌تواند از تندی متوسط بیشتر شود و قطعاً گزینه (3) نادرست است.

در یک مسیر بسته مثلاً در یک مسیر رفت و برگشت به محل شروع حرکت، جابه‌جایی صفر و سرعت متوسط صفر است. هرچند تندی متوسط صفر نیست و گزینه (4) درست است.



۴ ۳۳ A

برای بررسی گزینه‌های این تست از یک مثال عددی استفاده می‌کنیم. فرض کنید متحرک در مدت 2s از مکان 2i به مکان 10i رفته حال حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم: ۱ در این حالت مانند گزینه (1) جهت حرکت متحرک در طول مسیر مثبت بوده است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 2}{2} = 4m/s$$

۲ فرض کنید در مدت 2s از مکان 2i ابتدا به مکان 12i رفته و سپس از 12i به 10i بازگشته بنابراین ابتدا جهت حرکت مثبت و سپس این جهت منفی است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 2}{2} = 4m/s$$

۳ فرض کنید در مدت 2s از مکان 2i ابتدا به مبدأ مکان رفته و سپس از مبدأ به 10i برود، بنابراین ابتدا جهت حرکت منفی و سپس این جهت مثبت است:

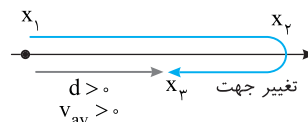
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 2}{2} = 4m/s$$

بنابراین هر سه گزینه می‌تواند حرکت ما را شامل شود و گزینه (4) درست است.

۳ ۳۴ A

نکته جهت بردار سرعت چگونگی مسیر حرکت را مشخص نمی‌کند.

اگر جهت حرکت مثبت باشد جهت جابه‌جایی و سرعت متوسط نیز مثبت خواهد بود اما عکس این جمله نادرست است یعنی اگر سرعت متوسط متحرک مثبت باشد ممکن است متحرک ابتدا در جهت منفی و سپس در جهت مثبت حرکت کرده باشد و یا ابتدا در جهت مثبت محور جابه‌جا شده و سپس مقدار کمتری در جهت منفی حرکت کرده است. به طوری که جابه‌جایی کل مثبت بوده و سرعت متوسط مثبت باشد اما متحرک همواره در جهت مثبت حرکت نکرده باشد. بنابراین گزاره (الف) درست است. در شکل زیر مشخص است که سرعت متوسط مثبت اما متحرک مدتی در خلاف جهت محور حرکت کرده است و گزاره (ب) نادرست است.



با توجه به رابطه $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ جهت سرعت و جابه‌جایی یکسان است بنابراین گزاره (پ) درست است.

۲ مسافت طی شده در بازه $\Delta t_p = \frac{t}{2}$ با تندی 4 m/s خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{l}{\frac{t}{2}} \Rightarrow l_p = 2 \cdot t$$

۳ تندی متوسط در کل مدت t را به دست می آوریم.

$$s_{av} = \frac{l_1 + l_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow s_{av} = \frac{\Delta t + 2 \cdot t}{t} = 2.5 \text{ m/s}$$

میابری هرگاه متحرک کل زمان حرکت را در بازه های زمانی یکسان با تندی های متفاوت $s_{av_1}, \dots, s_{av_n}$ طی کند آن گاه تندی متوسط در کل زمان حرکت

$$s_{av} = \frac{s_{av_1} + s_{av_2} + \dots + s_{av_n}}{n}$$
 خواهد شد:

۴ ۴۰ A

۱ طول مسیر حرکت یعنی مسافت طی شده را حساب می کنیم ابتدا در مدت 2 h با تندی متوسط 60 km/h متحرک حرکت کرده و مسافت طی شده $l_1 = 60 \times 2 = 120 \text{ km}$ و در مدت 30 min یا 0.5 h متوقف بوده و سپس با تندی 90 km/h به مدت $2/5 \text{ h}$ رانندگی کرده یعنی مسافت طی شده آن $l_2 = 90 \times 2/5 = 36 \text{ km}$ است.

۲ کل زمان حرکت متحرک $\Delta t = 2 + 0.5 + 2/5 = 3.4 \text{ h}$ و کل مسافت طی شده $l = 120 + 36 = 156 \text{ km}$ است. بنابراین تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{156}{3.4} \Rightarrow s_{av} = 45.88 \text{ km/h}$$

۲ ۴۱ A

۱ جابه جایی در مدت t_1 و t_2 را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{d}{t} \Rightarrow d_1 = v_{av_1} t_1 = 2 \cdot t_1, \quad d_2 = v_{av_2} t_2 = 4 \cdot t_2$$

۲ متحرک در یک جهت در حال حرکت است و جابه جایی کل آن برابر مجموع d_2 و d_1 است. از این رو بنا به تعریف سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 2.8 = \frac{2 \cdot t_1 + 4 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow 2.8 t_1 + 2.8 t_2 = 2 \cdot t_1 + 4 \cdot t_2$$

$$\Rightarrow 0.8 t_1 = 1.2 t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{1.2}{0.8} = \frac{3}{2}$$

۳ ۴۲ B

خط فکری سرعت متوسط کل خلاف جهت محور x یعنی -2.8 m/s است. شما باید جابه جایی در هر قسمت را حساب کنید سپس جابه جایی کل را به دست بیاورید تا بتوانید به کمک سرعت متوسط کل نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ را بیابید.

۱ در مدت t_1 جابه جایی متحرک با سرعت متوسط 2 m/s خواهد شد:

$$d_1 = v_{av_1} t_1 \Rightarrow d_1 = 2 \cdot t_1$$

۲ در مدت t_2 جابه جایی متحرک در خلاف جهت محور x بوده یعنی سرعت متوسط آن -4 m/s است و جابه جایی در این مدت خواهد شد:

$$d_2 = v_{av_2} t_2 \Rightarrow d_2 = -4 \cdot t_2$$

۳ اکنون رابطه سرعت متوسط کل را نوشته. داده های به دست آمده را جای گذاری می کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -2.8 = \frac{2 \cdot t_1 - 4 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow -14 = \frac{1 \cdot t_1 - 2 \cdot t_2}{t_1 + t_2}$$

$$\Rightarrow -14 t_1 - 14 t_2 = 1 \cdot t_1 - 2 \cdot t_2 \Rightarrow -14 t_1 + 2 \cdot t_2 = 1 \cdot t_1 + 14 t_2$$

$$\Rightarrow 6 t_2 = 15 t_1 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$

۱ ۳۷ B

۱ جابه جایی خودرو در یک مسیر رفت و برگشت صفر است، بنابراین سرعت متوسط آن نیز صفر است. ($v_{av} = 0$)

۲ تندی متوسط در کل مسیر را حساب می کنیم. اگر طول مسیر رفت و طول مسیر برگشت l باشد طول کل مسیر رفت و برگشت $2l$ خواهد بود.

۳ زمان حرکت در مسیر رفت خواهد شد: $s_{av} = \frac{l}{\Delta t_1} \Rightarrow 90 = \frac{l}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l}{90}$

۴ زمان حرکت در مسیر برگشت خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t_2} \Rightarrow 60 = \frac{l}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{l}{60}$$

۵ تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{2l}{\frac{l}{90} + \frac{l}{60}} \Rightarrow s_{av} = \frac{2l}{\frac{2+3}{180}l} \Rightarrow s_{av} = \frac{2 \times 180}{5} = 72 \text{ km/h}$$

میابری

در یک مسیر وقتی دو نیمه مسیر توسط خودرو با دو تندی متفاوت s_{av_1} و s_{av_2} طی می شود تندی متوسط در کل مسیر خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{2s_{av_1}s_{av_2}}{s_{av_1} + s_{av_2}}$$

بازی با سوال متحرکی نصف مسیر مستقیمی را با تندی 40 m/s و بقیه آن مسیر را در همان سو با تندی v طی کرده است. اگر سرعت متوسط در کل

مسیر 48 m/s باشد، اندازه v چند متر بر ثانیه است؟

۵۶ (۱) ۹۰ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴)

پاسخ با توجه به تعریف سرعت متوسط می توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\frac{x}{2} + \frac{x}{2}}{\frac{x}{2s_1} + \frac{x}{2s_2}} \Rightarrow v_{av} = \frac{2s_1s_2}{s_1 + s_2} \Rightarrow 48 = \frac{2 \times 40 \times v}{40 + v}$$

$$\Rightarrow 24 \cdot 40 + 6v = 10v \Rightarrow v = 60 \text{ m/s}$$

گزینه ۴

۳ ۳۸ B

خط فکری باید مدت زمان رفت و مدت زمان برگشت را حساب کنیم و ببینیم که در لحظه $t = 14 \text{ s}$ ، متحرک در چه مکانی است و آیا در مسیر رفت است یا مسیر برگشت؟ در این صورت می توانیم سرعت متوسط را به دست بیاوریم.

۱ زمان رفت شناگر برابر خواهد شد با:

$$t = \frac{\Delta x}{v_{av}} \Rightarrow t_1 = \frac{50}{5} \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$$

۲ زمان برگشت شناگر برابر خواهد شد با:

بنابراین در لحظه $t = 14 \text{ s}$ شناگر در مسیر برگشت است و با سرعت متوسط 2 m/s در مدت 4 s ، مسافت 8 m برگشته است، بنابراین جابه جایی شناگر از لحظه شروع تا $t = 14 \text{ s}$ برابر $50 - 8 = 42 \text{ m}$ است و سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{42}{14} = 3 \text{ m/s}$$

۳ ۳۹ A

خط فکری دقت کنید که متحرک زمان کل حرکت خود (t) را در دو بازه زمانی

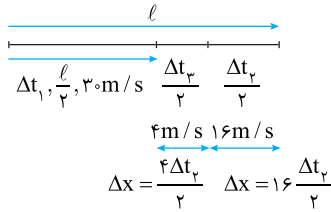
یکسان $(\frac{t}{2})$ طی می کند، بنابراین باید بررسی کنید مسافت طی شده در هر یک از این بازه ها بر حسب t چه مقدار است.

۱ مسافت طی شده در بازه $\Delta t_1 = \frac{t}{2}$ برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{l_1}{\frac{t}{2}} \Rightarrow l_1 = 5t$$

B ۴۶ ۱

خط فکری مسئله از دو قسمت تشکیل شده یک پار مسیر حرکت را به دو نیمه مساوی تقسیم کرده و بار دیگر نیمه دوم مسیر را به دو بازه زمانی یکسان تقسیم کرده است، بنابراین شما باید تندی متوسط را در قسمت دوم مسیر (Δt_2) حساب کنید. سپس تندی در قسمت دوم و قسمت اول را برای به دست آوردن تندی کل مسیر به کار ببریم.



ابتدا تندی متوسط در نیمه دوم مسیر را حساب می‌کنیم:

$$s_{av_2} = \frac{l}{\Delta t_2} \Rightarrow s_{av_2} = \frac{\frac{l}{4} + \frac{l}{2}}{\frac{l}{30} + \frac{l}{20}} = 10 \text{ m/s}$$

اکنون تندی متوسط در کل مسیر را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{l}{\frac{l}{30} + \frac{l}{20}} = 10 \text{ m/s}$$

میانبر البته می‌توانستیم در قسمت دوم مسیر، مستقیماً از رابطه

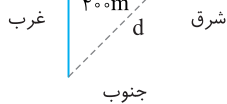
$$v_{av} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

یکی است زیرا متحرک روی خط راست بدون تغییر جهت حرکت کرده است.

$$v_{av} = \frac{2 \times 10 \times 30}{10 + 30} = 15 \text{ m/s}$$

B ۴۷ ۱

۱ متحرک با سرعت ثابت 16 m/s به سمت شمال رفته است، مدت زمان طی این مسیر را حساب می‌کنیم.



$$v = v_{av} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow 16 = \frac{40}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = 2.5 \text{ s}$$

۲ سپس متحرک در مدت 2.5 s با سرعت

ثابت 12 m/s به سمت شرق رفته است و مقدار جابه‌جایی آن در این مدت برابر است

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow 12 = \frac{\Delta x_2}{2.5} \Rightarrow \Delta x_2 = 30 \text{ m}$$

۳ جابه‌جایی کل را به دست می‌آوریم:

$$|d| = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{|d|}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{50}{2.5 + 2.5} = 10 \text{ m/s}$$

B ۴۸ ۲

دقت کنید مسئله سرعت متوسط در امتداد محور Xها یعنی از A تا O را خواسته است و شما نباید سرعت متوسط از A تا B را حساب کنید. از O تا A متحرک از مکان $+8 \text{ m}$ به مکان $x=0$ رفته یعنی در مدت 5 s جابه‌جایی

آن -8 m است، بنابراین سرعت متوسط در امتداد محور Xها (مولفه X سرعت متوسط)

$$v_{av,x} = -\frac{8}{5} = -1.6 \text{ m/s}$$

خواهد شد.

C ۴۳ ۴

خط فکری ابتدا باید بررسی کنیم که در مدت 8 s جابه‌جایی متحرک چند متر است. به چه دلیل به این جابه‌جایی نیاز داریم؟ به این دلیل که جابه‌جایی متحرک در بازه 0 تا 3 s کمتر از این مقدار است.

۱ جابه‌جایی متحرک در مدت 8 s با سرعت متوسط 15 m/s خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{d}{t} \Rightarrow 15 = \frac{d}{8} \Rightarrow d = 120 \text{ m}$$

۲ جابه‌جایی متحرک در تمام مدت 8 s در جهت مثبت محور Xها بوده بنابراین در بازه 0 تا 3 s قطعاً جابه‌جایی از 120 m کمتر است. از این رو سرعت متوسط در بازه 0 تا

$$v_{av} < \frac{120}{3} \Rightarrow v_{av} < 40 \text{ m/s}$$

نتیجه آنکه تمام مقادیر زیر 40 m/s می‌تواند جواب مسئله باشد و گزینه (۴) درست است.

B ۴۴ ۲

خط فکری کل مسیر حرکت را X فرض کنید و جابه‌جایی هر سه قسمت را بر حسب X به دست بیاورید سپس به سراغ بازه زمانی هر قسمت بروید و از فرمول سرعت متوسط بازه‌های زمانی را نیز بر حسب X حساب کرده و مسئله را حل کنید.

۱ متحرک ابتدا $\Delta x_1 = \frac{2}{3} X$ سپس

$$\Delta x_2 = \frac{X}{3}$$

را طی کرده بنابراین باقی مسیر خواهد شد:

$$\Delta x_3 = X - \frac{2X}{3} - \frac{X}{3} \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{0X}{3}$$

۲ بازه زمانی هر قسمت را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 = \frac{2}{3} X &\rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_{av_1}} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\frac{2}{3} X}{24} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{X}{36} \\ \Delta x_2 = \frac{X}{3} &\rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_{av_2}} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\frac{X}{3}}{6} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{X}{18} \\ \Delta x_3 = \frac{0X}{3} &\rightarrow \Delta t_3 = \frac{\Delta x_3}{v_{av_3}} \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{0X}{8} \Rightarrow \Delta t_3 = 0 \end{aligned}$$

۳ اکنون می‌توان سرعت متوسط را به دست آورد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \Rightarrow v_{av} = \frac{X}{\frac{X}{36} + \frac{X}{18} + 0} = 12 \text{ m/s}$$

A ۴۵ ۳

۱ بازه زمانی هر قسمت از مسیر را بر حسب X و V به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} x_1 = X, v_1 = V &\rightarrow \Delta t_1 = \frac{X}{V} \\ x_2 = 2X, v_2 = 2V &\rightarrow \Delta t_2 = \frac{2X}{2V} = \frac{X}{V} \\ x_3 = 3X, v_3 = 3V &\rightarrow \Delta t_3 = \frac{3X}{3V} = \frac{X}{V} \end{aligned}$$

۲ جابه‌جایی کل را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_{\text{کل}} = X + 2X + 3X = 6X$$

۳ سرعت متوسط در کل مسیر خواهد شد:

$$v_{av, \text{کل}} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{6X}{\frac{X}{V} + \frac{X}{V} + \frac{X}{V}} = 2V$$

A ۴۹ ۱

دره در امتداد خط راست از A به B رفته است، بنابراین ابتدا طول مسیر از A تا B را به کمک ریاضی به دست می آوریم.

$$\ell = AB = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}$$

$$= \sqrt{(-3 - 6)^2 + (8 + 4)^2} = \sqrt{81 + 144} \Rightarrow L = 15 \text{ m}$$

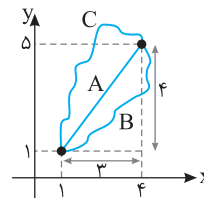
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{15}{5-3} = 7.5 \text{ m/s}$$

تندی متوسط متحرک خواهد شد:

سؤال: آیا در این تست مانند تست اصلی می توانستیم تندی متوسط را به دست بیاوریم؟ پاسخ: قطعاً نه، زیرا در تست اصلی مسیر حرکت خط راست بود اما در این تست مسیر حرکت مشخص نیست.

B ۵۰ ۴

خط فکری → برای آنکه تندی متوسط جسم را حساب کنیم باید چگونگی مسیر حرکت مشخص باشد تا بتوانیم مسافت و سپس تندی را به دست بیاوریم در این مسئله مسیر حرکت مشخص نیست، اما ما می دانیم که مسافت طی شده بین دو نقطه همواره بزرگتر یا مساوی جابه جایی بین دو نقطه است و جابه جایی بین دو نقطه نیز برداری است که نقطه ابتدایی را به نقطه انتهایی وصل کند، بنابراین شما باید ابتدا جابه جایی و سپس سرعت متوسط را پیدا کنید در این صورت تندی متوسط باید از عددی که برای سرعت متوسط به دست می آورید بزرگتر یا با آن مساوی باشد.



مسیر حرکت مشخص نیست اما جابه جایی در تمام مسیرهایی که روی شکل نشان داده ایم برابر است با:

$$d = \sqrt{(x_p - x_1)^2 + (y_p - y_1)^2}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{(4-1)^2 + (4-1)^2}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{9+16} = 5 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow{t=5s} v_{av} = \frac{5}{5} = 1 \text{ m/s}$$

بنابراین تندی متوسط باید بزرگتر یا مساوی ۱ m/s باشد، بنابراین گزینه (۴) درست است.

B ۵۱ ۲

خط فکری → در بررسی سرعت متوسط به مسیر حرکت کاری نداریم و تنها فاصله نقطه ابتدایی از نقطه انتهایی که مشخص کننده اندازه جابه جایی است مهم است، بنابراین مکان d_p را از ذهن خود حذف کنید و در مدت $2+3=5s$ جابه جایی متحرک را از مکان d_1 تا d_p حساب کنید.

یادآوری فاصله بین دو نقطه در صفحه XOY از رابطه زیر به دست می آید:

$$d = \sqrt{(x_p - x_1)^2 + (y_p - y_1)^2}$$

۱. جابه جایی از $d_1 = 7\vec{i} + 4\vec{j}$ تا $d_p = -5\vec{i} - \vec{j}$ متحرک را به دست می آوریم:

$$d = \sqrt{(-5-7)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} \Rightarrow d = 13 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{13}{5} = 2.6 \text{ m/s}$$

۲. سرعت متوسط خواهد شد:

بازی با سؤال → اگر متحرکی مسیر بین d_1 تا d_p و همچنین d_p تا d_p را روی

خط راست طی کند، تندی متوسط آن چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ $(\sqrt{41} \approx 6.4)$

۱) ۱۳/۸ (۲) ۱۴/۰۸ (۳) ۲/۸۸ (۴) ۳۶

پاسخ → برای به دست آوردن تندی متوسط باید مسافت طی شده در هر قسمت را به دست آورد.

$$d_p \text{ تا } d_1: \ell_1 = \sqrt{(3-7)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \approx 6.4 \text{ m}$$

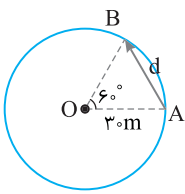
$$d_p \text{ تا } d_p: \ell_2 = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1+1)^2} = 8 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{(\ell_1 + \ell_2)}{\Delta t} = \frac{6.4 + 8}{2+3} = \frac{14.4}{5} = 2.88 \text{ m/s}$$

تندی متوسط خواهد شد:

گزینه ۳

A ۵۲ ۴



۱. در شکل روبه رو، بردار جابه جایی از A تا B رسم شده است با توجه به اینکه زاویه $\angle AOB = 60^\circ$ بوده و ضلع های OA و OB هر دو شعاع دایره بوده و با هم برابر و مقدار آن ۳ m است. مثلث OAB یک مثلث متساوی الاضلاع بوده و طول بردار جابه جایی AB نیز ۳ m خواهد بود. بنابراین سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{AB}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{3}{5-2} \Rightarrow v_{av} = 1 \text{ m/s}$$

نکته → هرگاه متحرک روی مسیر دایره ای زاویه θ را طی کند مسافتی که می پیماید برابر $\frac{\theta}{360}$ محیط دایره است.

۲. برای تندی متوسط باید طول مسیر AB را حساب کنیم که طول این مسیر

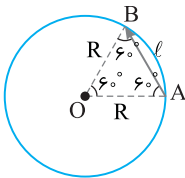
$$\ell = \frac{1}{6} (2\pi R) \Rightarrow L = \frac{1}{6} (2\pi \times 3) \Rightarrow \ell = 1 \text{ m}$$

محیط دایره است. $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{1 \text{ m}}{5-2} = \frac{1}{3} \text{ m/s}$$

تندی متوسط خواهد شد:

A ۵۳ ۱



ابتدا زمان حرکت از A تا B را به کمک تندی حرکت حساب می کنیم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = \frac{1}{6} (2\pi R)} \rightarrow \Delta t = \frac{\frac{1}{6} (2\pi R)}{4} = \frac{\pi R}{12}$$

مثلث OAB متساوی الاضلاع بوده بنابراین جابه جایی از A تا B با توجه به شکل برابر شعاع دایره ($d=R$) است. در این صورت سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{R}{\frac{\pi R}{12}} \Rightarrow v_{av} = \frac{12}{\pi} \text{ m/s}$$

A ۵۴ ۱

نکته → ثانیه nام حرکت یعنی بازه زمانی بین $n-1$ و n به طور مثال ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t=2s$ تا $t=3s$.

خط فکری → برای به دست آوردن سرعت متوسط در ثانیه سوم باید مکان

متحرک در $t=2s$ و $t=3s$ به دست بیاورید و سرعت متوسط را به کمک $v_{av} = \Delta x / \Delta t$ حساب کنید. همچنین برای سرعت متوسط در ثانیه دوم باید مکان

متحرک در $t=1s$ و $t=2s$ را به کمک معادله مکان - زمان حساب کرده و سرعت متوسط در این بازه را به دست بیاورید.

۱. ثانیه دوم حرکت یعنی بازه زمانی بین $t_1=1s$ تا $t_p=2s$ در این صورت:

$$x = t^3 - 2t + 1 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = 1 - 2 + 1 = 0 \\ t_p = 2s \Rightarrow x_p = 8 - 4 + 1 = 5 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{5-0}{2-1} = 5 \text{ m/s}$$

۲. ثانیه سوم حرکت یعنی بازه زمانی بین $t_1=2s$ تا $t_p=3s$ از این رو:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 8 - 4 + 1 = 5 \text{ m} \\ t_p = 3s \Rightarrow x_p = 27 - 6 + 1 = 22 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow v'_{av} = \frac{22-5}{3-2} = 17 \text{ m/s}$$

$$v'_{av} - v_{av} = 17 - 5 = 12 \text{ m/s}$$

۳. بنابراین خواهیم داشت:

بازی با سؤال → معادله حرکت جسمی که روی محور xها در حرکت است

در SI به صورت $x = t^2 - 2t + 1$ است. سرعت متوسط این جسم در بازه زمانی $0.5s$ تا $1.5s$ چند m/s است؟

۱) ۱/۵ (۲) ۱ (۳) ۵/۰ (۴) صفر

۱ ابتدا مکان متحرک در لحظه‌های $t_1 = \frac{1}{6}s$ و $t_2 = \frac{4}{3}s$ را به دست می‌آوریم:

$$x = 0.2 \cos 10\pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{1}{6} \Rightarrow x_1 = 0.2 \cos \frac{10\pi}{6} \\ t_2 = \frac{4}{3} \Rightarrow x_2 = 0.2 \cos \frac{40\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0.2 \cos \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x_1 = 0.2 \cos (2\pi - \frac{\pi}{3}) \\ \Rightarrow x_2 = 0.2 \cos (12\pi + \pi + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow x_2 = -0.2 \cos \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = +0.2 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_1 = +0.1m \\ x_2 = -0.1m \end{cases}$$

۲ سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-0.1 - 0.1}{\frac{4}{3} - \frac{1}{6}} = \frac{-0.2}{\frac{8-1}{6}} = \frac{-0.2}{\frac{7}{6}} = -\frac{0.12}{7}$$

$$\Rightarrow v_{av} = -\frac{12}{700} = -\frac{3}{175} m/s$$

۳ ۶۰ B

یادآوری: جابه‌جایی کمیت برداری (\vec{d}) و مسافت کمیت نرده‌ای (ℓ) است.

نکته: همواره مسافت برابر یا بزرگ‌تر از اندازه جابه‌جایی است.

با توجه به نکته بیان شده می‌توان نوشت:

$$|\vec{d}| \leq \ell \Rightarrow \frac{|\vec{d}|}{\ell} \leq 1$$

یادداشت ریاضی: $|x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

با توجه به یادداشت ریاضی باید $|\frac{|\vec{d}|}{\ell}| \leq 1$ باشد.

۳ ۶۱ A

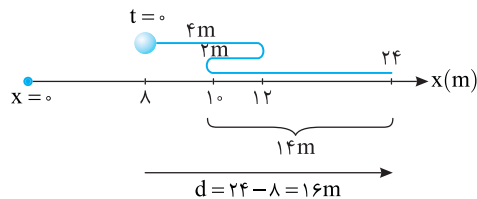
در یک لحظه دو متحرک در یک مکان قرار دارند و مبدأ را هرجا در نظر بگیریم مکان دو متحرک یکسان است.

۴ ۶۲ B

خط فکری: برای حل این مسئله قطعاً شما باید مسیر حرکت را رسم کنید از طرفی به کمک تندی متوسط باید مسافت طی شده در مدت ۵s را به دست بیاورید تا متوجه شوید متحرک در لحظه $t = 5s$ در چه مکانی است و بتوانید جابه‌جایی و در نتیجه سرعت متوسط را حساب کنید.

۱ مسافت طی شده در مدت ۵s را به دست می‌آوریم. $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{\ell}{5} \Rightarrow \ell = 20m$

۲ مسیر را از مکان $x_0 = +8m$ رسم می‌کنیم، متحرک از $+8m$ به مکان $+12m$ می‌رود یعنی $4m$ مسافت طی کرده سپس بازمی‌گردد و به مکان $+10m$ می‌رود. یعنی $2m$ مسافت طی می‌کند تا اینجا $6m$ مسافت طی کرده و هنوز $14m$ باقی مانده تا مسافت کل $20m$ شود. در نقطه $+10m$ تغییر جهت می‌دهد و در امتداد محور x ها به حرکت خود ادامه می‌دهد بنابراین باید از مکان $+10m$ ، $14m$ جلو برود پس به مکان $10 + 14 = 24m$ می‌رسد.



۳ متحرک در مدت ۵s از مکان $+8m$ به مکان $+24m$ رفته و جابه‌جایی آن

$d = 24 - 8 = 16m$ است.

۴ سرعت متوسط در این مدت خواهد شد: $v_{av} = \frac{d}{t} \Rightarrow v_{av} = \frac{16}{5} = 3.2 m/s$

۱ پاسخ: مکان جسم در لحظه‌های $t_1 = 0/5s$ و $t_2 = 1/5s$ را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = 0/5s \Rightarrow x_1 = 0/25 - 1 + 1 \Rightarrow x_1 = 0/25m$$

$$t_2 = 1/5s \Rightarrow x_2 = 2/25 - 3 + 1 \Rightarrow x_2 = 0/25m$$

سرعت متوسط خواهد شد: $v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{0/25 - 0/25}{1/5 - 0/5} \Rightarrow v_{av} = 0$

۴ گزینه B

۳ ۵۵ B

نکته: هرگاه متحرک به مکان اولیه خود بازگردد، یعنی جابه‌جایی متحرک در یک

بازه مشخص صفر می‌شود قطعاً سرعت متوسط در آن بازه صفر می‌شود.

با توجه به معادله $x = 3t^2 - 15t + 12$ در لحظه $t_1 = 0$ مکان اولیه متحرک

$x_0 = +12m$ می‌شود و اگر در بازه $t_1 = 0$ تا $t_2 = t'$ سرعت متوسط صفر شده باشد

یعنی مکان متحرک مجدداً باید $x = +12m$ شود بنابراین در معادله حرکت به جای x

مقدار ۱۲ را قرار می‌دهیم و t' را حساب می‌کنیم.

$$12 = 3t'^2 - 15t' + 12 \Rightarrow 3t'^2 - 15t' = 0 \Rightarrow 3t'(t' - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 5s \end{cases}$$

در نتیجه $t' = 5s$ پاسخ مسئله است.

۱ ۵۶ A

بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان ($x = 0$) به محل متحرک رسم می‌شود.

بنابراین هنگام گذر از مبدأ، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم: $x = 0 \Rightarrow t^2 + t + 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$

معادله بالا بدون پاسخ است یعنی مکان متحرک هرگز صفر ($x = 0$) نمی‌شود و متحرک

از مبدأ مکان نمی‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

۲ ۵۷ A

خط فکری

لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه‌ای که متحرک از مکان

($x = 0$) می‌گذرد بنابراین شما باید در معادله حرکت مکان را برابر صفر قرار داده و

لحظه تغییر جهت بردار مکان را پیدا کنید تا بتوانید سرعت متوسط را در بازه زمانی

$t = 0$ تا لحظه تغییر جهت بردار مکان به دست بیاورید.

در لحظه تغییر جهت بردار مکان متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) می‌گذرد، بنابراین:

$$x = t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 = (t-3)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \quad \checkmark \\ t = -2s \quad \text{غ ق} \end{cases}$$

۲ سرعت متوسط خواهد شد: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{0 - 6}{3} = -2 m/s$

۲ ۵۸ A

۱ معادله حرکت زمان‌های $t = 3s$ و $t = 0$ را قرار می‌دهیم.

$$x = \alpha + \beta t^3 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = \alpha \\ t_2 = 3s \Rightarrow x_2 = \alpha + 27\beta \end{cases}$$

۲ با توجه به فرض مسئله $v_{av} = 18m/s$ می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{\alpha + 27\beta - \alpha}{3 - 0} = 18 \Rightarrow \frac{27\beta}{3} = 18 \Rightarrow \beta = 2$$

۳ اکنون با داشتن مقدار β و با توجه به این مکان متحرک در $t = 2s$ برابر $24m$

است. مقدار α را حساب می‌کنیم.

$$x = \alpha + \beta t^3 \Rightarrow 24 = \alpha + \beta(2)^3 \xrightarrow{\beta=2} 24 = \alpha + 16 \Rightarrow \alpha = 8$$

۴ ۵۹ A

خط فکری

معادله مثلثاتی حرکت شما را دچار مشکل نکند روش حل همان

است که بود یعنی در لحظه‌های داده شده باید مکان متحرک را به کمک معادله حرکت

به دست آورده سپس سرعت متوسط را حساب کنید.

۱ ۶۳

خط فکری

نیمه دوم مسیر را مستقل از نیمه اول بررسی کنید. یعنی اگر در نیمه دوم مسافت (یا جابه‌جایی) L_2 و زمان جابه‌جایی Δt_2 باشد، $\frac{1}{3} \Delta t_2$ متحرک با تندی 8 m/s و $\frac{2}{3} \Delta t_2$ را با تندی 6 m/s می‌رود. شما با این اطلاعات تندی متوسط در نیمه دوم مسیر را حساب کنید. سپس به سراغ تندی متوسط در کل مسیر بروید.

۱ جابه‌جایی در مدت $\frac{1}{3} \Delta t_2$ برابر است با: $\frac{1}{3} \Delta t_2 \Rightarrow l'_2 = 8 \times \frac{1}{3} \Delta t_2 = \frac{8}{3} \Delta t_2$

۲ جابه‌جایی در مدت $\frac{2}{3} \Delta t_2$ خواهد شد: $\frac{2}{3} \Delta t_2 \Rightarrow l''_2 = 6 \times \frac{2}{3} \Delta t_2 \Rightarrow l''_2 = 4 \Delta t_2$

۳ تندی متوسط در نیمه دوم را حساب می‌کنیم.

$$s_2 = \frac{l_2}{\Delta t_2} = \frac{\frac{8}{3} \Delta t_2 + 4 \Delta t_2}{\Delta t_2} = \frac{20}{3} \text{ m/s}$$

اکنون به سراغ کل مسیر می‌رویم

$$l_1 = \frac{l}{2} \quad l_2 = \frac{l}{2}$$

$$s_{av1} = 20 \text{ m/s} \quad s_{av2} = \frac{20}{3} \text{ m/s}$$

۴ اما باید زمان حرکت در هر نیمه را برحسب L به دست بیاوریم.

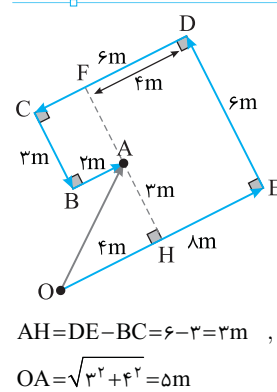
$$s_{av} = \frac{l}{t} \Rightarrow \begin{cases} 20 = \frac{l}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{l}{20} \\ \frac{20}{3} = \frac{l}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{3l}{20} \end{cases}$$

۵ تندی متوسط در کل مسیر خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l}{\frac{l}{20} + \frac{3l}{20}} = \frac{l}{\frac{4l}{20}} = 5 \text{ m/s}$$

۳ ۶۴

آ



جابه‌جایی برداری است که از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم می‌شود، با توجه به شکل جابه‌جایی برابر طول OA است. بنابراین از نقطه O تا نقطه A بردار جابه‌جایی OA را رسم می‌کنیم در مثل OAH باید طول وتر OA را به دست بیاوریم بنابراین باید طول اضلاع AH و OH را از روی شکل مشخص کنیم:

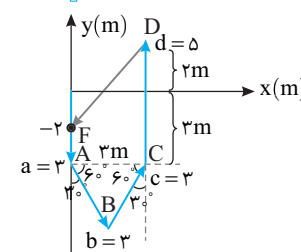
$AH = DE - BC = 6 - 3 = 3 \text{ m}$, $OH = OE - FD = 8 - 4 = 4 \text{ m}$

$OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$

اکنون بردار جابه‌جایی را حساب می‌کنیم.

۳ ۶۵

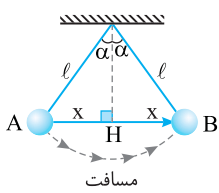
B



به شکل نگاه کنید. مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است، بنابراین ضلع $AC = 3 \text{ m}$ است. با توجه به فرض مسئله قرار است ذره خود را از نقطه D به نقطه‌ای روی محور y لها در مکان -2 m (نقطه F) برساند. بنابراین ذره باید جابه‌جایی DF طی کند یعنی از نقطه D به مختصات $D(3, 2)$ به نقطه $F(0, -2)$ برود بنابراین روی محور x باید -3 m و روی محور y باید -4 m جابه‌جا شود. بنابراین بردار $DF = -3\vec{i} - 4\vec{j}$ خواهد شد:

۱ ۶۶

C



خط فکری مسیر حرکت را مطابق شکل روبه‌رو رسم کنید. بردار A تا B را یکشاید یعنی بردار جابه‌جایی را مشخص کنید. در این صورت مسیر حرکت از A تا B را روی شکل نشان دهید. باید طول AB را به کمک مثلثات به دست بیاورید و طول کمان مسیر AB را نیز به دست آورید تا بتوانید α را به کمک فرض مسئله حساب کنید. اندازه جابه‌جایی AB برابر $2x$ است و هر x روی شکل را به کمک سینوس به دست می‌آوریم.

$$\sin \alpha = \frac{x}{l} \Rightarrow x = l \sin \alpha \Rightarrow AB = 2l \sin \alpha$$

نکته طول کمانی که زاویه روبه‌روی آن θ است برابر $(2\pi R) \frac{\theta}{360}$ است.

۲ طول کمان AB را حساب می‌کنیم. کمان روبه‌روی AB برابر 2α است بنابراین

$$\text{مسافت } AB \text{ خواهد شد: } = \frac{2\alpha}{360} (2\pi R)$$

شعاع مسیر همان طول ریسمان آونگ است.

$$\text{مسافت} = \frac{2\alpha}{360} (2\pi l) \Rightarrow \text{مسافت} = \frac{\alpha \pi l}{90}$$

۳ با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}} = \frac{\frac{\alpha \pi l}{90}}{\frac{2l \sin \alpha}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \pi \Rightarrow \frac{\alpha}{\sin \alpha} = 45\sqrt{2}$$

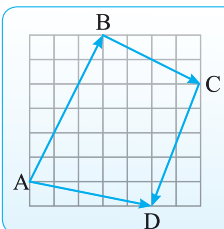
۴ اکنون باید گزینه‌ها را در این رابطه قرار داد تا اندازه α مشخص می‌شود. زاویه

$$\frac{45}{\sin 45^\circ} = 45\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

بنابراین $\alpha = 45^\circ$ جواب است.

۲ ۶۷

B



یادداشت ریاضی در شکل روبه‌رو که از کتاب ریاضی پایه هشتم آورده شده است مسیر ذره‌ای که به ترتیب جابه‌جایی AB و BC و CD را طی کرده نشان داده شده است و بردار AD بردار جابه‌جایی کل است. یعنی $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$

خط فکری

در صورت مسئله سه جابه‌جایی برحسب بردارهای یکه بیان شده که ذره پشت سر هم آن‌ها را پیموده است بنابراین برای به دست آوردن جابه‌جایی کل باید جمع برداری آن‌ها را حساب کنید.

۱ بردار جابه‌جایی در کل مدت حرکت خواهد شد:

$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 = (5\vec{i} - 2\vec{j}) + (3\vec{i} + 7\vec{j}) + (4\vec{i} + 4\vec{j}) \Rightarrow \vec{d} = 12\vec{i} + 9\vec{j}$$

۲ اندازه جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} \Rightarrow d = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} \Rightarrow d = 15 \text{ m}$$

۳ سرعت متوسط را به دست می‌آوریم.

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{15}{3+5+4} \Rightarrow v_{av} = \frac{15}{12} \Rightarrow v_{av} = 1/25 \text{ m/s}$$

۱ ۶۸

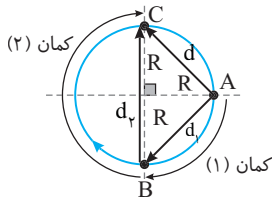
خط فکری

همواره یادتان باشد که جابه‌جایی متحرک به مسیر حرکت بستگی ندارد و تنها به مختصات نقطه ابتدایی از نقطه انتهایی بستگی دارد و در حل این مسئله باید از نقطه B چشم‌پوشی کنید و فاصله بین نقاط A و C را به کمک ریاضی به دست بیاورید. فاصله $A(1, 1)$ تا $C(2, 2)$ یعنی اندازه جابه‌جایی خواهد شد:

$$AC = d = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \Rightarrow |d| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ m}$$

۲ ۷۱ C

خط فکری دوباره متن مسئله را بخوانید. مسیر حرکت ذره ساعتگرد است یعنی مطابق شکل ذره از نقطه A به نقطه B سپس از نقطه B به نقطه C می‌رود. سرعت متوسط یعنی جابه‌جایی تقسیم بر زمان بنابراین شما باید جابه‌جایی از A تا B و جابه‌جایی از B تا C را حساب کنید و به کمک سرعت متوسط‌هایی که در مسئله داده شده، زمان حرکت را در هر مرحله به دست بیاورید.



با توجه به شکل متحرک کمان (۱) را با سرعت $5\sqrt{2} \text{ m/s}$ و کمان (۲) را با سرعت متوسط 4 m/s طی کرده است. حال زمان کل حرکت را به دست می‌آوریم. **۱** جابه‌جایی در قسمت اول:

$$d_1 = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

۲ زمان در قسمت اول: $v_{av} = \frac{d_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{d_1}{v_{av}} = \frac{R\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{R}{5}$

۳ جابه‌جایی در قسمت دوم: $d_2 = R + R = 2R$

۴ زمان در قسمت دوم: $v_{av} = \frac{d_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{d_2}{v_{av}} = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2}$

۵ کل زمان طی شده برابر است با: $\Delta t_{\text{کل}} = \frac{R}{5} + \frac{R}{2} = \frac{7R}{10}$

۶ جابه‌جایی از ابتدا تا انتهای مسیر برابر بردار AC است که اندازه آن خواهد شد:

$$d = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

۷ سرعت متوسط را حساب می‌کنیم: $v_{av} = \frac{d}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{R\sqrt{2}}{\frac{7R}{10}} = \frac{10\sqrt{2}}{7} \text{ m/s}$

بازی با سوال ذره‌ای روی یک مسیر دایره‌ای با سرعت متوسط

$5\sqrt{2} \text{ m/s}$ پادساعتگرد کمان $\frac{\pi}{2}$ و سپس خلاف جهت به صورت ساعتگرد با

سرعت متوسط 4 m/s کمان π را طی می‌کند. بزرگی سرعت متوسط ذره در

تمام مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟ **۱** پاسخ

محیط دایره از نقطه A پادساعتگرد مطابق شکل به نقطه B برود. در این صورت جابه‌جایی ذره خواهد شد:

$$d_1 = AB = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$$

با توجه به تعریف سرعت متوسط زمان حرکت از A تا B خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\sqrt{2}R}{5\sqrt{2}} = \frac{R}{5}$$

ذره ساعتگرد کمان π را طی کرده و از B به C می‌رود و جابه‌جایی ذره خواهد شد:

$$d_2 = R + R = 2R$$

زمان حرکت را حساب می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{d_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2}$$

جابه‌جایی در کل مسیر یعنی بردار AC، اندازه آن را حساب می‌کنیم.

$$\sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2}R}{\frac{R}{5} + \frac{R}{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{7} \text{ m/s}$$

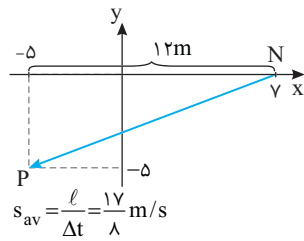
دقیقاً همان حل تکرار شد.

۱ ۶۹ B

برای به دست آوردن تندی متوسط نیاز داریم که مسافت طی شده از M تا N و سپس از N تا P را به دست بیاوریم. **۱** مسافت طی شده از MN مطابق شکل برابر $\ell_{MN} = 4 \text{ m}$ است.

۲ متحرک روی خط راست از N به P رفته و فاصله N تا P خواهد شد:

$$\ell_{NP} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ m}$$



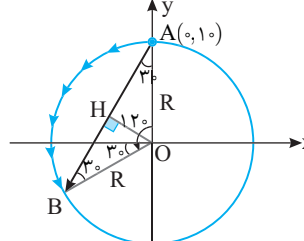
۳ مسافت کل برابر است با:

$$\ell = \ell_{MN} + \ell_{NP} = 4 + 13 = 17 \text{ m}$$

۴ زمان کل حرکت برابر می‌شود. $5 + 3 = 8 \text{ s}$

۵ تندی متوسط را به دست می‌آوریم.

۴ ۷۰ B



۱ متحرک روی دایره‌ای به شعاع $R = 10 \text{ m}$ از نقطه A به نقطه B رفته است. ارتفاع مثلث متساوی‌الساقین OAB را رسم می‌کنیم. **۲** طول AH را به کمک $\cos 30^\circ$ حساب می‌کنیم.

$$\cos 30^\circ = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{AH}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{R} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

۳ بنابراین جابه‌جایی AB برابر است با:

$$d = AB = 2AH = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}R = \sqrt{3}R \xrightarrow{R=10 \text{ m}} d = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

۴ سرعت متوسط را به دست می‌آوریم. $v_{av} = \frac{d}{t} = \frac{10\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v_{av} = 5\sqrt{3} \text{ m/s}$

میانبر قاعده مثلث متساوی الساقین با زاویه رأس 120° همواره $\sqrt{3}$ برابر طول هر ساق آن است. $BC = \sqrt{3}AB$

بازی با سوال متحرکی کمان AB را طی کرده است. مسافت طی شده توسط متحرک چند برابر اندازه جابه‌جایی آن است؟

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{3}\pi$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$

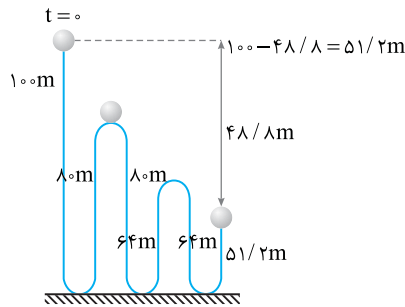
۱ پاسخ زاویه‌های که متحرک طی کرده 120° است که $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ دایره است بنابراین مسافت طی شده برابر طول کمان AB بوده که $\frac{1}{3}$ محیط دایره است.

$$\ell = \frac{1}{3}(2\pi R) \Rightarrow \ell = \frac{2}{3}\pi R$$

اگر طول وتر AB را d فرض کنیم فاصله AH برابر $\frac{d}{2}$ است و با توجه به شکل

در مثلث OAH می‌توان نوشت: $\sin 60^\circ = \frac{d/2}{R} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{2R} \Rightarrow d = \sqrt{3}R$

در این صورت نسبت مسافت و اندازه جابه‌جایی خواهد شد: $\frac{\ell}{d} = \frac{\frac{2}{3}\pi R}{\sqrt{3}R} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$



$$s_{av} = \frac{\ell}{t} = \frac{439/2}{4} = 109/8$$

۴ تندی متوسط خواهد شد:

۴ ۷۵ C

خط فکری با یک مسئله ریاضی سر و کار داریم. متحرک در هر مرحله خسته شده و مسیر کمتری را با سرعت کوچکتری طی کرده است. اگر کل مسیر حرکت X باشد، در مرحله اول $\frac{X}{2}$ و در مرحله دوم $\frac{X}{4}$ و مرحله سوم $\frac{X}{8}$ و ... را طی می کند. باید زمان را در هر مرحله به دست بیاورید. سپس سرعت متوسط را در کل مسیر X حساب کنید. زمان در هر مرحله خواهد شد:

$$v_{av1} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow v = \frac{v}{2} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{X}{2v}$$

$$v_{av2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow v = \frac{v}{4} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{X}{4v}$$

$$v_{av3} = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} \Rightarrow v = \frac{v}{8} \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{X}{8v}$$

∴ ∴ ∴ ∴ ∴

سرعت متوسط در کل مسیر را حساب می کنیم.

$$v_{av} = \frac{X}{t_{کل}} = \frac{X}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \dots} \Rightarrow v_{av} = \frac{X}{\frac{X}{2v} + \frac{X}{4v} + \frac{X}{8v} + \dots}$$

$$v_{av} = \frac{X}{\frac{X}{2v}(1+1/2+1/4+\dots)} = \frac{2v}{\infty}$$

بی نهایت بار

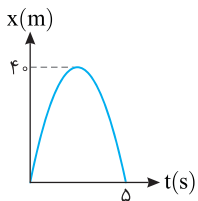
جمع تعداد بی نهایت عدد یک در مخرج برابر بی نهایت است و تقسیم یک عدد معین

$$v_{av} = \frac{2v}{\infty} = 0$$

بر بی نهایت برابر صفر است، بنابراین:

پنجره ۲

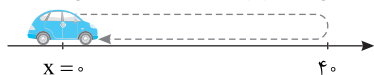
۱ ۷۶ A



خط فکری دقت کنید نمودار مکان - زمان مسیر حرکت نیست یعنی اینکه تصور نکنید که متحرک روی این مسیر بالا و پایین می رود. در نمودار مکان - زمان، در هر لحظه می توان مکان جسم را مشخص کرد و شما به کمک آن می توانید مسیر حرکت روی محور X ها را رسم کنید. برای

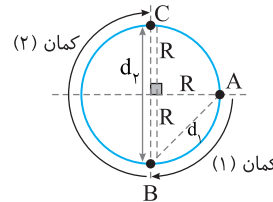
سادگی شما روی محور X ها مسیر حرکت جسم را رسم کنید تا مسئله حل شود.

متحرک در $t=0$ در مکان $X=0$ است، سپس به مکان $+40m$ می رود و از آن نقطه تغییر جهت داده و برمی گردد. بنابراین در مدت $5s$ جابه جایی متحرک صفر است. اما در این مدت متحرک از مکان $X=0$ به مکان $X=40m$ رفته و سپس به مبدأ برمی گردد و مسافت طی شده برابر $\ell=40+40=80m$ می شود.



۳ ۷۲ C

خط فکری به کمک محاسبه جابه جایی d_1 و d_2 و با داشتن سرعت متوسط در این جابه جایی ها یعنی $5\sqrt{2}m/s$ و $4m/s$ زمان را در هر قسمت حساب کنید تا بتوانید زمان کل حرکت از A تا C را به دست بیاورید. سپس مسافت طی شده که مطابق شکل $\frac{3}{4}$ محیط دایره را حساب کرده و تندی متوسط را به دست بیاورید.



۱ جابه جایی در مرحله اول از A تا B با سرعت متوسط $5\sqrt{2}m/s$:

$$d_1 = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

۲ زمان جابه جایی در مرحله اول از A تا B :

$$v_{av} = \frac{d_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{d_1}{v_{av}} = \frac{R\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{R}{5}$$

۳ جابه جایی در مرحله دوم از B تا C با سرعت متوسط $4m/s$ وقتی است که ذره کمان π را ساعتگرد طی کرده و این جابه جایی برابر است با:

$$v_{av} = \frac{d_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{d_2}{v_{av}} = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2}$$

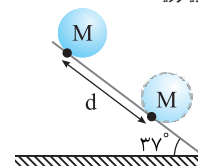
۴ زمان کل حرکت از A تا C خواهد شد.

۵ مسافت طی شده $\frac{3}{4}$ محیط دایره است.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t_{کل}} = \frac{\frac{3}{4} \cdot 2\pi R}{\frac{R}{5} + \frac{R}{2}} = \frac{3\pi R}{\frac{7R}{10}} = \frac{30\pi}{7} m/s$$

۴ ۷۳ A

خط فکری صورت مسئله شما را ترساند. وقتی استوانه یک دور کامل می چرخد روی سطح به اندازه محیط دایره سطح مقطع استوانه جلو می رود یعنی نقطه M محل تماس استوانه با سطح پس از یک دور کامل به اندازه $d=2\pi r$ جلو می رود. بنابراین شما کافی است محیط دایره سطح مقطع استوانه را به دست بیاورید. جابه جایی نقطه M خواهد شد:



$$d = 2\pi r = \frac{\pi \cdot 3 \cdot r = 5cm}{\pi} \Rightarrow d = 2 \times 3 \times 5 = 30cm$$

۲ ۷۴ C

خط فکری متوجه این نکته می شوید که وقتی مسئله می گوید پس از هر برخورد 80% ارتفاع قبلی بالا می آید. یعنی در ابتدا که ارتفاع آن 100 متر است پس از برخورد اول $80m$ و $80\% \times 100 = 80m$ و پس از برخورد دوم $80\% \times 80 = 64m$ و پس از برخورد سوم $80\% \times 64 = 51.2m$ و ... بالا می آید؟ بنابراین شما باید به کمک سرعت متوسط ابتدا مشخص کنید که در لحظه $t=4s$ گلوله در چه مکانی قرار دارد، سپس مسافت طی شده را در کل زمان $t=4s$ تا به دست بیاورید تا بتوانید تندی متوسط را حساب کنید. جابه جایی گلوله در بازه صفر تا $4s$ را حساب می کنیم.

$$v_{av} = \frac{d}{t} \Rightarrow d = v_{av} t \Rightarrow d = 12 \times 4 \Rightarrow d = 48/8m$$

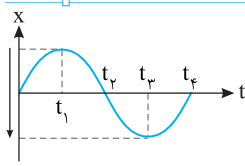
۲ فاصله گلوله در $t=4s$ از سطح زمین را به دست می آوریم.

$$100 - 48/8 = 51/2m$$

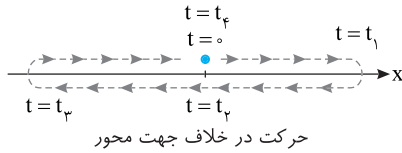
۳ مسیر حرکت را رسم کرده و مسافت را حساب می کنیم. البته حرکت روی خط راست است. گلوله روی خط راست بالا و پایین می شود و ما برای محاسبه مسافت مسیر را این گونه رسم کرده ایم.

$$\ell = 100 + 80 + 80 + 64 + 64 + 51/2 = 439/2m$$

۳ ۸۲ A



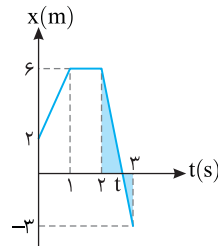
مسیر حرکت از $t=0$ تا $t=t_4$ مطابق شکل روبه‌روست و در بازه t_1 تا t_3 متحرک در خلاف جهت محور x ها یعنی در جهت منفی محور در حرکت است.



حرکت در خلاف جهت محور

۲ ۸۳ A

خط فکری در مدت ۰ تا ۱s مورچه از مکان ۲ متری به مکان ۶ متری رفته یعنی از مبدأ مکان در حال دور شدن است. در بازه ۱s تا ۲s مورچه در مکان $+6m$ مبدأ ساکن است و مکانش تغییر نمی‌کند. در لحظه t مکان مورچه $X=0$ می‌شود. یعنی در بازه ۲s تا t مورچه در خلاف جهت محور x ها از مکان $+6m$ در حال نزدیک شدن به مبدأ است. بنابراین شما باید زمان t را به کمک تشابه مثلث به دست بیاورید.



دو مثلث رنگی در شکل متشابه هستند. بنابراین نسبت تشابه خواهد شد:

$$\frac{6}{3} = \frac{t-2}{3-t} \Rightarrow 18-6t=3t-6$$

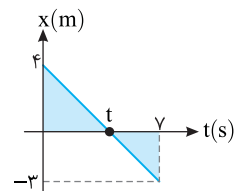
$$\Rightarrow 24=9t \Rightarrow t=3s$$

از بازه $t=2s$ تا $t=3s$ متحرک در حال

$$\Delta t = \frac{6}{3} - 2 = \frac{2}{3}s$$

البته شما می‌توانستید به کمک شیب خط نیز مقدار t را حساب کنید.

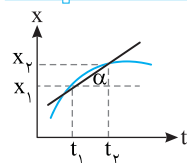
۳ ۸۴ A



خط فکری در حرکت متحرک هنگامی که مکان متحرک منفی است، بردار مکان منفی است و اگر مکان متحرک مثبت باشد بردار مکان مثبت است. بنابراین هنگام عبور از مبدأ مکان ($X=0$) بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. شما باید از تشابه مثلث، t را به دست بیاورید. دو مثلث رنگی متشابه هستند و نسبت تشابه خواهد شد:

$$\frac{t}{4} = \frac{Y-t}{3} \Rightarrow 3t=28-4t \Rightarrow 7t=28 \Rightarrow t=4s$$

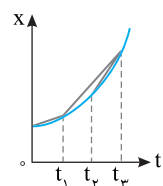
۳ ۸۵ B



یادآوری در نمودار مکان - زمان شیب خط قاطع بین دو نقطه برابر سرعت متوسط بین آن دو نقطه

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \tan \alpha$$

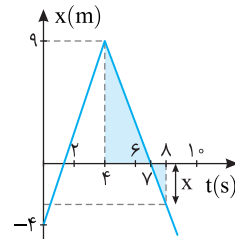
در بازه‌های زمانی بیان شده در گزینه‌ها، خط قاطع را روی نمودار رسم می‌کنیم. در هر گزینه که شیب خط قاطع بیشتر باشد، سرعت متوسط بزرگ‌تر است. در بازه زمانی t_1 تا t_3 شیب خط قاطع از بقیه بازه‌ها بیشتر است بنابراین سرعت متوسط در این بازه بزرگ‌تر از بقیه بازه‌هاست.



۱ ۷۷ B

یادآوری جابه‌جایی برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند و نقطه بین راه و مسیر حرکت مهم نیست.

خط فکری جابه‌جایی در مسئله خواسته شده است. در لحظه $t=0$ مکان متحرک $-4m$ است. بنابراین شما باید مکان متحرک را در لحظه $t=8s$ مشخص کنید و به کمک آن اندازه جابه‌جایی را به دست بیاورید. معمولاً در نمودارهایی که خط راست هستند از تشابه مثلث استفاده می‌کنیم.



دو مثلث رنگی در شکل باهم متشابه‌اند و

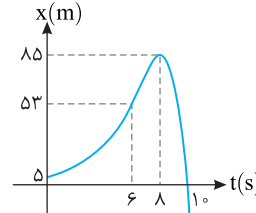
$$\frac{9}{-4} = \frac{3}{x} \Rightarrow x=3m$$

البته x زیر محور زمان بوده و منفی است.

یعنی در لحظه $t=8s$ متحرک در مکان $-3m$ است.

۲ متحرک در لحظه $t=0$ در مکان $-4m$ و در لحظه $t=8s$ در مکان $-3m$ است. بنابراین در بازه ۰ تا ۸s متحرک $+1m$ جابه‌جا شده است.

۴ ۷۸ A



گزینه (۱): با توجه به نمودار مکان متحرک در لحظه‌های ۸s تا ۱۰s به ترتیب ۸۵m و ۵۳m است. بنابراین جابه‌جایی در این بازه زمانی $d=0-85=-85m$ بوده و این گزینه نادرست است.

گزینه (۲): در لحظه $t=6s$ متحرک در مکان $+53$ و در لحظه $t=10s$ متحرک در مکان $x=0$ است، یعنی جابه‌جایی آن $d=0-53=-53m$ بوده و گزینه (۲) نادرست است.

گزینه (۳): برای مسافت طی شده باید مسیر حرکت از $t=8s$ تا $t=10s$ را مرور کنیم. در این مدت حرکت متحرک روی محور x ها و در یک جهت بوده و متحرک ۸۵ متر مسافت طی کرده است و گزینه (۳) نادرست است.

گزینه (۴): در لحظه $t=6s$ مکان متحرک $+53m$ بوده و در $t=8s$ متحرک در مکان ۸۵m تغییر جهت می‌دهد و در $t=10s$ به مبدأ می‌رود. بنابراین مسافتی که در این مدت طی می‌کند برابر است با $l=(85-53)+85=117m$.

۲ ۷۹ B

خط فکری مسافت همواره کمیتی مثبت است و هرگاه متحرک تغییر جهت دهد، مسافت همچنان مثبت می‌ماند. بنابراین نموداری می‌تواند نمودار مسافت - زمان این متحرک باشد که از مبدأ شروع شود و تغییر جهت نداشته باشد. با توجه به آنچه در خط فکری بیان شده، گزینه (۲) می‌تواند نمودار مسافت - زمان این متحرک باشد.

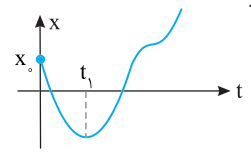
۳ ۸۰ A

۱ مکان اولیه متحرک در لحظه $t=0$ ، مثبت است.

۲ متحرک از لحظه صفر تا t_1 در خلاف جهت محور در حرکت است.

۳ متحرک در لحظه t_1 تغییر جهت داده است.

۴ بعد از لحظه t_1 متحرک تمام مدت در جهت مثبت محور x در حرکت است. بنابراین



گزینه (۳) پاسخ درست است.

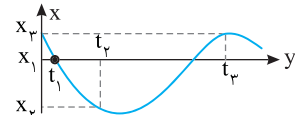
۲ ۸۱ A

متحرک در لحظه $t_1=0$ در مبدأ مکان

است. در لحظه t_2 در مکان X_1 و در

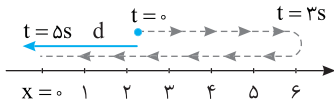
لحظه t_3 در مکان X_2 است که با

توجه به نمودار فاصله متحرک از مبدأ در لحظه t_3 از بقیه لحظه‌ها بیشتر است.



A ۹۰ ۲

مسیر حرکت را روی محور Xها رسم می‌کنیم. البته می‌توانید این کار را در ذهن خود انجام دهید.



۱

جابه‌جایی متحرک برداری است که از $x=2$ باید به $x=0$ برسد یعنی از ابتدای مسیر به انتهای مسیر رسم شود. بنابراین $d = -2m$ و سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-2}{\Delta s - 0} \Rightarrow v_{av} = -0.4 m/s$$

۲

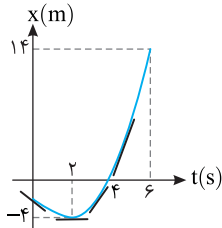
مطابق شکل متحرک از مکان $+2m$ به مکان $+6m$ رفته یعنی $6-2=4m$ مسافت طی کرده سپس از مکان $+6m$ به مکان $x=0$ می‌رود و در این مدت نیز مسافت $6m$ را طی می‌کند، بنابراین مسافت طی شده در مدت Δs برابر $\ell = 4+6=10m$ می‌شود. از این رو تندی متوسط خواهد شد $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{10}{\Delta s - 0} \Rightarrow s_{av} = 2m/s$

B ۹۱ ۳

یادآوری قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر تندی لحظه‌ای متحرک است و هرچه خط مماس به حالت قائم نزدیک‌تر شود، تندی لحظه‌ای متحرک بیشتر می‌شود.

تکنیک حرکت تندشونده یعنی حرکتی که در آن تندی جسم افزایش می‌یابد بنابراین هرگاه قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان افزایش یابد حرکت تندشونده است.

یادآوری در نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان - زمان شیب خط مماس صفر است، یعنی تندی لحظه‌ای متحرک صفر است.



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{18}{4} = 4.5 m/s$$

B ۹۲ ۴

یادآوری تندی متوسط برابر است با مسافت طی شده در یکای زمان. از طرفی سهمی (نمودار معادله درجه دوم) نسبت به خط قائم گذرا از رأس سهمی متقارن می‌باشد. با $x_{t=1}$ یا $x_{t=3}$ با هم برابر است، مسافت طی شده از $1s$ تا $2s$ و $2s$ تا $3s$ را روی شکل با حرف a نشان داده‌ایم در این صورت: در بازه $t=1s$ تا $t=2s$ و در بازه $t=2s$ تا $t=3s$ تندی متوسط خواهد شد:

$$t=1s \text{ تا } t=2s \Rightarrow s_{av} = \frac{a}{1} = a, \quad t=2s \text{ تا } t=3s \Rightarrow v_{av} = \frac{a}{1} = a$$

در بازه $1s$ تا $3s$ ، مسافت طی شده $L = a + a = 2a$ است و تندی متوسط در این بازه نیز برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2a}{3-1} = a$$

بنابراین در هر سه بازه، تندی یکسان است.

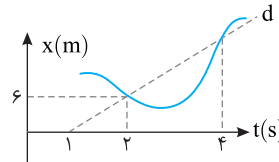
B ۸۶ ۳

خط فکری تندی متوسط به مسافت یعنی مسیر حرکت بستگی دارد که در نمودار چگونگی مسیر یعنی اینکه متحرک از چه نقطه‌ای می‌گذرد مشخص نیست، بنابراین تندی متوسط قابل محاسبه نیست. بنابراین شما باید به سراغ سرعت متوسط بروید و سرعت متوسط را از شیب خط d به دست بیاورید.

شیب خط d در همه جای آن قطعاً یکسان است. بنابراین برای به دست آوردن سرعت متوسط، کافی است شیب خط d را به کمک دو نقطه که روی نمودار مشخصات مشخص

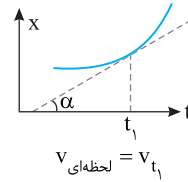
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6-0}{3-1} = 3 m/s$$

دارند به دست آوریم.

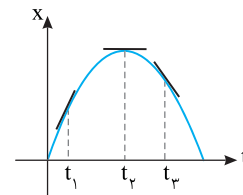


بنابراین سرعت متوسط در بازه $1s$ تا $2s$ ، $2s$ تا $3s$ یا $1s$ تا $3s$ برابر $3m/s$ است.

A ۸۷ ۱



$$v_{\text{لحظه‌ای}} = v_{t_1}$$



یادآوری شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر تندی لحظه‌ای (اندازه سرعت لحظه‌ای) در آن لحظه است.

دقت کنید تندی لحظه‌ای همواره مثبت است، بنابراین شما همواره باید قدرمطلق شیب خط مماس را بررسی کنید. اکنون در لحظه‌های خواسته شده، خط مماس بر نمودار را رسم می‌کنیم. شیب خط مماس در لحظه t_1 از دو لحظه دیگر بزرگ‌تر است. بنابراین تندی در لحظه t_1 از بقیه لحظه‌های بیان شده بیشتر است.

B ۸۸ ۳

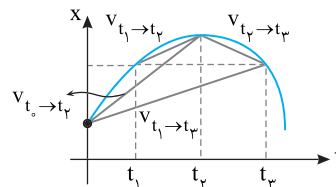
خط فکری مسئله ساده‌ای است. با رسم خط قاطع در بازه‌های زمانی که در گزینه‌ها بیان شده می‌توان مشخص کرد که شیب کدام خط قاطع منفی است در نتیجه سرعت متوسط منفی است.

برای سادگی روی شکل v_{av} را با حرف v نمایش داده‌ایم. در بازه صفر تا t_2 شیب خط قاطع یعنی سرعت متوسط مثبت است و گزینه (۱) نادرست است.

در بازه t_1 تا t_2 نیز شیب خط قاطع یعنی سرعت متوسط مثبت است و گزینه (۲) نادرست است.

در بازه t_2 تا t_3 شیب خط قاطع منفی و سرعت متوسط منفی بوده و گزینه (۳) درست است.

در بازه صفر تا t_3 شیب خط قاطع مثبت و سرعت متوسط مثبت بوده و گزینه (۴) نادرست است.



A ۸۹ ۲

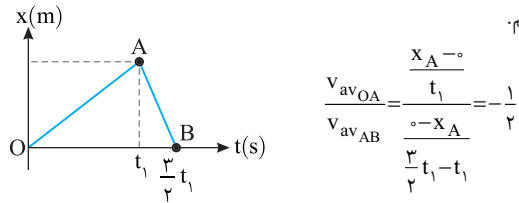
به نمودار دقت کنید. متحرک روی خط راست (محور Xها) بدون تغییر جهت از مکان $x=5m$ به مکان $x=16m$ رفته بنابراین می‌توان نوشت:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{16 - 5}{7 - 3} = 2.75 m/s$$

۲ ۹۴ A

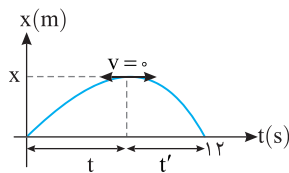
با توجه به تعریف سرعت متوسط $(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t})$ ، سرعت متوسط را در هر شاخه

حساب کرده و بر هم تقسیم می‌کنیم. داده‌های روی نمودار را در رابطه سرعت متوسط قرار می‌دهیم.



۱ ۹۵ B

خط فکری ابتدا باید برای خودتان مشخص کنید که در کدام بازه حرکت تندشونده است. سپس به سراغ اطلاعات مسئله بروید و زمان حرکت تندشونده را حساب کنید.



۱. در بازه t تا t' متحرک به سمت صفر می‌رود و حرکت کندشونده است و در بازه t' متحرک از $v=0$ شروع به حرکت کرده و تندی آن در حال افزایش است. شما با رسم چند خط مماس می‌توانید این مسئله را بررسی کنید. هرچه به سمت $12s$ بروید خط مماس به حالت قائم نزدیک‌تر شده و قدرمطلق شیب آن در حال افزایش بوده و حرکت تندشونده است.

۲. با توجه به نمودار در بازه t تا t' مسافت طی شده $\ell_1 = X$ و در بازه t' تا $12s$ مسافت طی شده $\ell_2 = 2X$ است.

۳. با توجه به فرض مسئله می‌توانیم بنویسیم:

$$s_{av \rightarrow t} = 3s_{av \rightarrow 12} \rightarrow \frac{s_{av} = \ell}{\Delta t} \rightarrow \frac{X}{t} = 3 \frac{2X}{12} \Rightarrow t = 2s$$

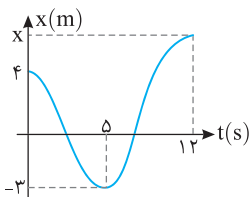
۴. بنابراین مدت زمانی که حرکت تندشونده است برابر خواهد شد با: $t' = 12 - 2 = 10s$

۱ ۹۶ B

خط فکری دقت کنید: هرگاه در مسئله یک مجهول غیرقابل محاسبه داشته باشیم، معمولاً آن مجهول هنگام محاسبات حذف می‌شود. بنابراین نگران مکان متحرک در لحظه $t = 12s$ نباشد و سرعت متوسط و تندی متوسط برحسب X یعنی مکان در $t = 12s$ به دست بیاورید و از هم کم کنید.

۱. مسافت طی شده در مدت $12s$ را به کمک نمودار حساب کنید.

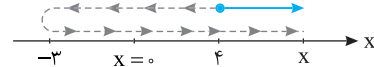
$$\ell = 4 + 3 + 3 + X = 10 + X$$



۲. تندی متوسط را در این مدت به دست می‌آوریم: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{10+X}{12}$

۳. در مدت $12s$ متحرک از مکان $x = 4m$ به مکان X می‌رود و جابه‌جایی آن

$$d = X - 4$$



۴. سرعت متوسط را حساب می‌کنیم

۵. s_{av} و v_{av} را از هم کم می‌کنیم و مسئله را حل می‌کنیم.

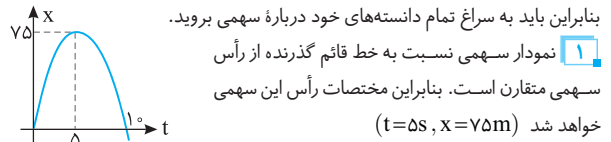
$$s_{av} - v_{av} = \frac{10+X}{12} - \frac{X-4}{12} \Rightarrow s_{av} - v_{av} = \frac{10+X-X+4}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6} m/s$$

۳ ۹۳ C

یادداشت ریاضی هرگاه ریشه‌های یک معادله درجه ۲ $(X_1$ و $X_2)$ را داشته باشیم معادله آن خواهد شد:

$$y = a(x - X_1)(x - X_2)$$

خط فکری در حل این مسئله شما باید ابتدا معادله حرکت را به دست بیاورید.



۱. نمودار سهمی باید به سراغ تمام دانسته‌های خود درباره سهمی بروید. سهمی متقارن است. بنابراین مختصات رأس این سهمی خواهد شد $(t=5s, X=75m)$

۲. ریشه‌های معادله روی نمودار مشخص است $(t=10s, t=0)$

۳. معادله درجه ۲ این سهمی را به کمک ریشه‌های آن می‌نویسیم:

$$x = a(t - 0)(t - 10) \Rightarrow x = at^2 - 10at \quad (I)$$

۴. باید مختصات رأس در این معادله صدق کند.

$$75 = a(5)^2 - 10a(5) \Rightarrow 75 = 25a - 50a \Rightarrow a = -3$$

۵. بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

$$x = -3t^2 + 30t$$

۶. مکان متحرک در $t=15s$ را حساب می‌کنیم

$$x = -3(15)^2 + 30 \times 15 = -3 \times 225 + 450$$

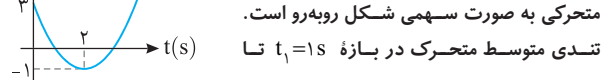
$$\Rightarrow x = -225m$$

۷. مسافت طی شده از $t=0$ تا $15s$ را به دست می‌آوریم.

$$\ell = 75 + 75 + 225 = 375m$$

۸. تندی متوسط در مدت $15s$ خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{375}{15} = 25m/s$$



بازی با سؤال نمودار مکان - زمان متحرکی به صورت سهمی شکل رویه‌رو است. تندی متوسط متحرک در بازه $t_1=1s$ تا $t_2=5s$ چند متر بر ثانیه است؟ از کتاب درسی

- ۵ (۱) ۴/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۱/۵ (۴)

پایسج در حل این تست باید به کمک داده‌های روی نمودار معادله $x = at^2 + bt + c$ را کامل کنیم.

۳. در لحظه $t=0$ مکان اولیه متحرک $x_0 = 3m$ است، از این رو:

$$3 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 3m$$

۴. برای مختصات رأس سهمی می‌توان نوشت:

$$t = -\frac{b}{2a} \quad t = 2s \Rightarrow 2 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow b = -4a \quad (I)$$

۵. مختصات رأس باید در معادله صدق کند:

$$(t=2s, x=-1m) \Rightarrow -1 = 4a + 2b + 3 \Rightarrow 4a + 2b = -4 \Rightarrow 2a + b = -2 \quad (II)$$

از رابطه‌های (I) و (II)، a و b را به دست می‌آوریم.

$$2a + b = -2 \Rightarrow 2a - 4a = -2 \Rightarrow -2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

$$b = -4a \Rightarrow b = -4$$

$$x = t^2 - 4t + 3$$

معادله کامل شد:

اکنون در لحظه‌های $t=1s$ و $t=5s$ ، مکان متحرک را حساب می‌کنیم:

$$t=1s \Rightarrow x = 1 - 4 + 3 = 0$$

$$t=5s \Rightarrow x = 25 - 20 + 3 = 8m$$

مسافت طی شده را به دست می‌آوریم. متحرک در لحظه $t=1s$ از مکان $x=0$ به مکان $-1m$ رفته و سپس از مکان $-1m$ به مکان $8m$ رفته است. بنابراین $\ell = 1 + 1 + 8 = 10m$

تندی متوسط برابر است با:

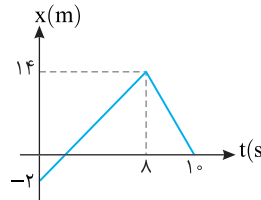
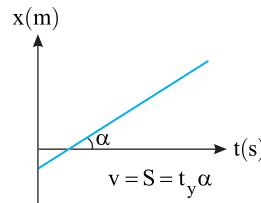
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{10}{5-1} = 2.5m/s$$

گزینۀ ۳

۱ ۹۷ A

یادآوری

در هر بازه‌ای که نمودار مکان - زمان، خط راست مایل باشد، در تمام بازه‌های آن شیب خط یکسان است، یعنی در تمام لحظات سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای برابر و مقدار آن ثابت است. نمودار از دو قسمت در بازه ۰ تا ۸s و ۸ تا ۱۰s تشکیل شده و در هر بازه تندی لحظه‌ای ثابت و برابر شیب نمودار است، بنابراین تندی در لحظه $t=4s$ یعنی شیب نمودار در بازه ۰ تا ۸s و تندی در لحظه $t=9s$ یعنی شیب نمودار در بازه ۸ تا ۱۰s از این رو خواهیم داشت:



$$v_{t=4s} = \frac{14 - (-2)}{8 - 0} = 2 \text{ m/s} \Rightarrow s_{t=4s} = 2 \text{ m/s}$$

$$v_{t=9s} = \frac{0 - 14}{10 - 8} = -7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow s_{t=9s} = 7 \text{ m/s}$$

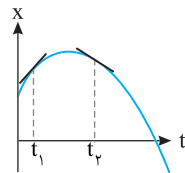
$$\frac{s_{t=4s}}{s_{t=9s}} = \frac{2}{7}$$

در این صورت:

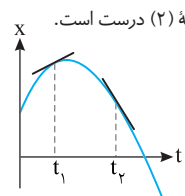
۲ ۹۸ B

خط نگرانی

به دو مطلب باید دقت کنید. یکی اینکه در لحظه t_1 سرعت مثبت است ($+10 \text{ m/s}$) بنابراین شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در این لحظه باید مثبت باشد و در لحظه t_2 سرعت منفی است (-12 m/s) و شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان منفی است و دیگر اینکه اندازه سرعت در لحظه t_1 از اندازه سرعت در لحظه t_2 کمتر است ($|-12| < 10$)، بنابراین قدرمطلق شیب خط مماس در لحظه t_1 باید از قدرمطلق شیب خط مماس در لحظه t_2 کمتر باشد. اکنون گزینه‌ها را بررسی کنید.



از گزینه‌های (۳) و (۴) شروع می‌کنیم. در گزینه (۳) شیب خط مماس در لحظه‌های t_1 و t_2 هر دو منفی است یعنی سرعت در این لحظه‌ها منفی است و گزینه (۳) نادرست است. در گزینه (۴) شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌های t_1 و t_2 هر دو مثبت است یعنی سرعت در این لحظه‌ها مثبت است و گزینه (۴) نادرست است. اما به سراغ گزینه‌های (۱) و (۲) می‌رویم. شیب خط مماس در نمودار شکل (۱) در لحظه t_1 از قدرمطلق شیب خط مماس در لحظه t_2 بیشتر است و این گزینه نادرست است. در گزینه (۲) قدرمطلق شیب خط مماس در لحظه t_2 بزرگ‌تر بوده و گزینه (۲) درست است.



نکته: دقت کنید در فیزیک وقتی از بزرگی شیب خط مماس حرف می‌زنیم یعنی هرچه خط مماس به حالت قائم نزدیک‌تر شود بزرگی شیب خط مماس بیشتر می‌شود و تندی لحظه‌ای جسم بیشتر می‌شود.

۲ ۹۹ A

خط نگرانی

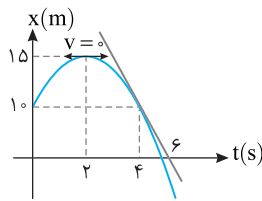
از شما در مورد سرعت لحظه‌ای سؤال شده بنابراین شما باید به سراغ شیب خط مماس در لحظه‌های $t=2s$ و $t=4s$ بروید زیرا شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان بر برابر سرعت لحظه‌ای است. البته در نقاط بیشینه و کمینه که خط مماس موازی محور افقی است، شیب صفر و سرعت متحرک صفر است حال با این اطلاعات مسئله را حل کنید.

لحظه $t=2s$ ، نقطه بیشینه نمودار است و سرعت لحظه‌ای در این لحظه صفر است.

۲ با اطلاعات روی نمودار شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان را در لحظه

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 1}{6 - 4} = -0.5 \text{ m/s}$$

$t=fs$ به دست می‌آوریم



۱ ۱۰۰ B

خط نگرانی

در این سؤال با نمودار $x-t$ سروکار داریم، به دو نکته زیر دقت کنید:

۱ سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ یا شیب خط قاطع بین دو لحظه است و

تندی متوسط برابر $s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\Delta t}$ است.

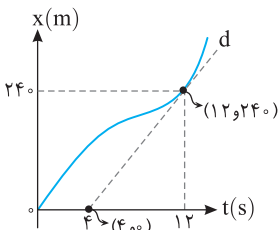
۲ سرعت در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه و تندی برابر اندازه شیب خط مماس در آن لحظه خواهد بود.

در حل سؤال ابتدا با فرض مسئله یعنی برابری تندی در لحظه $t=12s$ با تندی متوسط در بازه $t_1=2s$ تا $t_2=14s$ شروع می‌کنیم، سپس خواسته سؤال یعنی نسبت سرعت متوسط در دو بازه گفته شده را حساب می‌کنیم.

۳ تندی در لحظه $t=12s$ برابر شیب خط مماس d است.

یادآوری شیب خط برابر نسبت تغییرات محور قائم به تغییرات محور افقی است:

$$\text{شیب خط} = \frac{\text{تغییرات محور قائم}}{\text{تغییرات محور افقی}} = \frac{24 - 0}{12 - 4} = 3 \text{ m/s}$$



شیب خط برابر تندی لحظه‌ای است، بنابراین: $s(t=12s) = 3 \text{ m/s}$ (I)

۴ مکان متحرک در لحظه $t=14s$ داده نشده و مطابق شکل در بازه $2s$ تا $14s$ متحرک از مکان 60 m به مکان x می‌رسد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{x - 60}{12} \quad \text{(II)}$$

با توجه به فرض مسئله تندی در لحظه $12s$ با تندی متوسط در بازه $2s$ تا $14s$ با هم برابر است پس از رابطه (I) و (II) می‌توان نوشت:

$$\frac{x - 60}{12} = 3 \Rightarrow x - 60 = 36 \Rightarrow x = 96 \text{ m}$$

یادآوری دو ثانیه اول یعنی $t=0$ تا $t=2s$ و دو ثانیه هفتم یعنی $t=12s$ تا $t=14s$

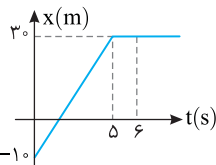
دو ثانیه اول	دو ثانیه دوم	دو ثانیه سوم	دو ثانیه چهارم	دو ثانیه پنجم	دو ثانیه ششم	دو ثانیه هفتم
۰ تا ۲s	۲s تا ۴s	۴s تا ۶s	۶s تا ۸s	۸s تا ۱۰s	۱۰s تا ۱۲s	۱۲s تا ۱۴s

۵ در دو ثانیه اول (۰ تا ۲s) متحرک از مکان $x=60 \text{ m}$ به جابه‌جا می‌شود

و سرعت متوسط در این بازه برابر است با: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60 - 0}{2} = 30 \text{ m/s}$

۲ ۱۰۴ A

۱ در لحظه $t=0$ مکان متحرک $x=-10\text{m}$ و در لحظه $t=6\text{s}$ مکان متحرک $x=30\text{m}$ است. بنابراین سرعت متوسط در این بازه برابر است با:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30 - (-10)}{6} = \frac{40}{6}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{20}{3} \text{ m/s}$$

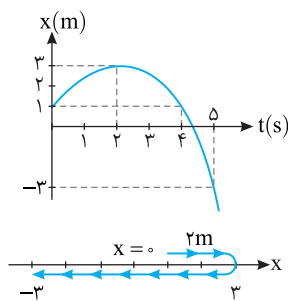
۲ در بازه 0 تا 5s نمودار یک خط راست مایل است و در تمام لحظات تندی (سرعت) یکسان و برابر شیب نمودار است بنابراین خواهیم داشت:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{30 - (-10)}{5} = 8 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=5\text{s}} = 8 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_{av}}{v_{t=5\text{s}}} = \frac{\frac{20}{3}}{8} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

۳ اکنون نسبت را حساب می‌کنیم:

۴ ۱۰۵ A



در بازه صفر تا 4s متحرک از مکان $x=1\text{m}$ به مکان $x=1\text{m}$ شده و جابه‌جایی آن صفر است. بنابراین گزینه (۱) درست است.

در بازه صفر تا 5s مسافت طی شده متحرک برابر است با:

$$L = 2 + 6 = 8 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{8}{5} = 1.6 \text{ m/s}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

شیب خط مماس در $t=5\text{s}$ از شیب خط مماس در $t=4\text{s}$ بیشتر است پس تندی لحظه‌ای (اندازه سرعت لحظه‌ای) در $t=5\text{s}$ از $t=4\text{s}$ بزرگ‌تر است.

بنابراین گزینه (۳) درست است.

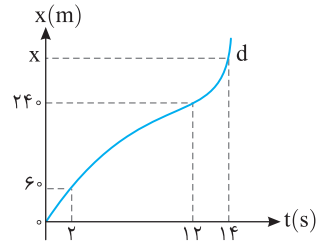
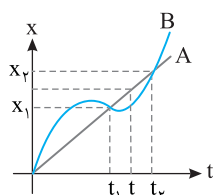
در لحظه $t=2\text{s}$ مکان متحرک $x=3\text{m}$ و در لحظه $t=5\text{s}$ مکان متحرک -3m است، یعنی متحرک در خلاف جهت محور جابه‌جا شده و سرعت متوسط منفی است و در تمام بازه 2s تا 5s سرعت منفی بوده و گزینه (۴) نادرست است.

۴ ۱۰۶ A

خط تکی در تمام گزینه‌ها سرعت متوسط در بازه صفر تا t_1 و یا t_1 تا t_2 برای دو متحرک A و B مقایسه شده است، بنابراین شما باید با توجه به تعریف سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ درباره مقایسه سرعت متوسط‌ها اظهار نظر کنید.

در بازه 0 تا t_1 مکان هر دو متحرک از صفر تا x_1 تغییر کرده بنابراین جابه‌جایی متحرک A و B یکسان و برابر $\Delta x = x_1$ بوده و سرعت متوسط A و B در این بازه برابر است. همچنین در بازه t_1 تا t_2 جابه‌جایی دو متحرک A و B یکسان و برابر $x_2 - x_1$ است و در این بازه نیز سرعت متوسط یکی است، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست و گزینه (۴) درست است.

به نمودار نگاه کنید. در بازه 0 تا t جابه‌جایی A از B بیشتر بوده و سرعت متوسط A از B بیشتر است و گزینه (۳) نادرست است.

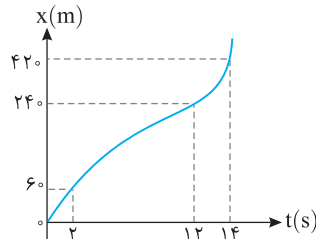


۶ در دو ثانیه هفتم (۱۲s تا ۱۴s) متحرک از مکان $x=24\text{m}$ به مکان $x=42\text{m}$ می‌رود و سرعت متوسط خواهد شد:

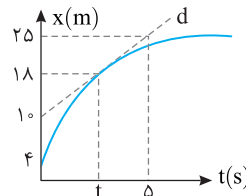
$$v'_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v'_{av} = \frac{42 - 24}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_{av}}{v'_{av}} = \frac{20}{90} = \frac{1}{3}$$

۷ نسبت v_{av} به v'_{av} را به دست می‌آوریم:



۱ ۱۰۱ B



۱ لحظه‌ای که مکان متحرک $+18\text{m}$ است را به راحتی به کمک شیب خط d می‌توانید به دست بیاورید.

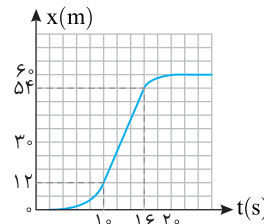
$$\frac{25 - 10}{5 - 0} = \frac{18 - 10}{t - 0} \Rightarrow 3 = \frac{8}{t} \Rightarrow t = \frac{8}{3} \text{ s}$$

۲ تندی لحظه‌ای در لحظه t نیز شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان یعنی شیب خط d است.

$$v = \frac{25 - 10}{5 - 0} = 3 \text{ m/s}$$

۳ ۱۰۲ B

قبل از حل مسئله دقت کنید تقسیم‌بندی روی محور t ها 2s ، 2s بوده و تقسیم‌بندی روی محور x ها 6m ، 6m است.



۱ به نمودار دقت کنید. در $t=0$ نمودار بر محور t مماس شده یعنی شیب خط مماس در $t=0$ صفر بوده و متحرک از حال سکون به راه افتاده است.

۲ تا لحظه $t=10\text{s}$ شیب نمودار در حال افزایش است پس به سرعت متحرک اضافه می‌شود.

۳ از لحظه $t=1\text{s}$ تا $t=16\text{s}$ شیب نمودار ثابت است و نتیجه می‌گیریم که سرعت در این بازه ثابت مانده و سرعت در این بازه همان تندی در لحظه $t=10\text{s}$ است.

۴ از لحظه $t=16\text{s}$ شیب خط مماس در حال کاهش است بنابراین سرعت در حال کاهش است.

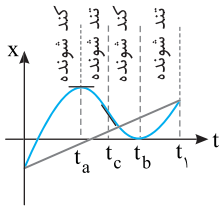
۵ نتیجه اینکه بیشینه سرعت همان سرعت در بازه 1s تا 16s است.

۶ از نمودار مشخص می‌شود که در لحظه $t=10\text{s}$ و $t=16\text{s}$ مکان جسم به ترتیب 12m و 54m است، بنابراین سرعت خواهد شد:

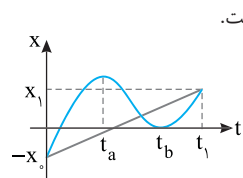
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{54 - 12}{16 - 10} = \frac{42}{6} \Rightarrow v = 7 \text{ m/s}$$

۴ ۱۰۳ A

در لحظه t_2 خط مماس، خط افقی و شیب آن صفر است، یعنی در این لحظه سرعت برابر صفر است. بنابراین بازه‌ای را باید انتخاب کنیم که جابه‌جایی در آن بازه صفر باشد تا سرعت متوسط مانند سرعت لحظه‌ای در t_2 صفر شود که با توجه به نمودار از t_1 تا t_2 و همچنین t_3 تا t_4 جابه‌جایی صفر می‌شود که در گزینه‌ها بازه t_1 تا t_3 را داریم.

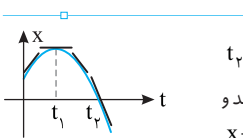


۱ از صفر تا t_a شیب خط مماس در حال کاهش و سرعت به سمت صفر می‌رود و حرکت کندشونده است. از t_a تا t_b ابتدا قدرمطلق شیب در حال افزایش بوده حرکت تندشونده و سپس قدرمطلق شیب در حال کاهش بوده یعنی تندی به سمت صفر می‌رود و در t_b تندی صفر است. یعنی حرکت کندشونده است و از t_b به بعد شیب در حال افزایش و حرکت تندشونده است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) هر دو نادرست است.



تکنه جهت حرکت همان جهت سرعت است. در بازه t_a تا t_b در بازه t_a تا t_b شیب خط مماس مثبت و سرعت و جهت حرکت مثبت و در بازه t_b تا t_a متحرک در جهت منفی محور در حرکت است. بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

۳ در بازه t_1 متحرک از مکان منفی $(-x_0)$ به مکان مثبت x_1 می‌رود. بنابراین جابه‌جایی و سرعت متوسط $(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t})$ مثبت بوده و گزینه (۴) درست است.



در هنگام گذر از مبدأ مکان $(x=0)$ یعنی در لحظه t_1 شیب خط مماس منفی است، پس سرعت منفی می‌باشد و گزینه (۱) درست است. در بیشینه و کمینه نمودار $x-t$ به شرط تغییر علامت سرعت، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در این حرکت نیز در t_1 جهت حرکت تغییر کرده است و گزینه (۲) درست است. ابتدا شیب خط مماس در حال کم شدن است تا در لحظه t_1 به صفر می‌رسد پس ابتدا حرکت کندشونده بوده و پس از آن شیب خط در حال زیاد شدن است. (خط مماس به حالت قائم نزدیک می‌شود) بنابراین بعد از t_1 حرکت تندشونده می‌شود و گزینه (۳) نیز درست است.

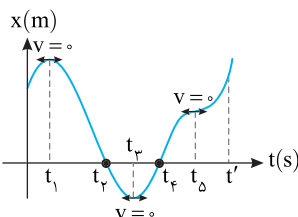
یادآوری ۱ هرگاه خط مماس بر نمودار مکان - زمان موازی محور زمان شود و شیب آن صفر گردد، متحرک در آن لحظه ساکن است.

یادآوری ۲ هرگاه نمودار مکان - زمان محور زمان را قطع کند یعنی متحرک از $x=0$ رد شود، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

یادآوری ۳ برای تغییر جهت متحرک علاوه بر صفر شدن سرعت باید علامت سرعت قبل و بعد از آن لحظه تغییر کند.

به نمودار نگاه کنید. در سه لحظه t_1 و t_3 و t_5 مماس بر نمودار موازی محور زمان بوده و در این لحظات سرعت صفر است. یعنی ۳ بار سرعت صفر می‌شود. در لحظه t_2 و t_4 نمودار محور زمان را قطع کرده یعنی متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد. بنابراین ۲ بار بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

در لحظه t_1 و t_3 سرعت صفر شده و در دو طرف این لحظه‌ها علامت سرعت عوض می‌شود یعنی دو بار متحرک تغییر جهت می‌دهد اما در لحظه t_5 با آنکه سرعت صفر می‌شود، اما متحرک در جهت مثبت محور به حرکت ادامه می‌دهد و تغییر جهت نداریم.

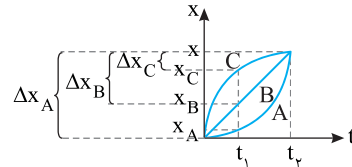


B ۱۰۷ ۳

خط فکری

به صورت سؤال دقت کنید. سرعت متوسط در بازه صفر تا t_1 از شما خواسته نشده است. بلکه سرعت متوسط از لحظه t_1 تا t_2 مورد پرسش است بنابراین شما باید بررسی کنید که در این بازه جابه‌جایی A و B و C چگونه است؟ به نمودار نگاه کنید. کاملاً قابل تشخیص که در بازه زمانی t_1 تا t_2 جابه‌جایی‌ها به صورت $\Delta x_A > \Delta x_B > \Delta x_C$ است و رابطه سرعت متوسط $(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t})$ و B و C به صورت زیر است:

$$v_{av_A} > v_{av_B} > v_{av_C}$$



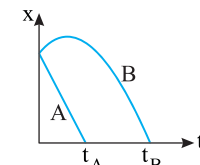
A ۱۰۸ ۴

به نمودار نگاه می‌کنیم:

۱ در ابتدای بازه $(t=0)$ مکان هر دو متحرک x_1 و در انتهای بازه (t) مکان صفر است. بنابراین جابه‌جایی در این بازه یکسان و در نتیجه سرعت متوسط A و B با هم برابر است.

۲ مسافت طی شده توسط A کمتر از مسافت طی شده توسط B است. دقت کنید متحرک B از x_1 به x_2 رفته سپس به مکان $x=0$ می‌رسد. بنابراین تندی متوسط A از تندی متوسط B کمتر است و گزینه (۴) پاسخ تست است.

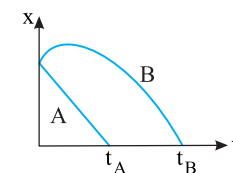
A ۱۰۹ ۴



تندی متوسط به مسیر حرکت و مسافت طی شده بستگی دارد. با توجه به نمودار جابه‌جایی دو متحرک یکسان است اما بازه زمانی B از A بزرگ‌تر است و تنها می‌توان اظهار نظر کرد که سرعت متوسط B از سرعت متوسط A کوچک‌تر

است $(v_{av_B} < v_{av_A})$ اما در مورد تندی متوسط نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد. زیرا متحرک B دارای مسافت طی شده بیشتری، در زمان طولانی‌تری است. به همین دلیل ممکن است تندی متوسط A با تندی متوسط B برابر یا از آن کمتر و یا بیشتر باشد.

A ۱۱۰ ۱



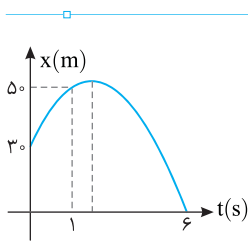
با توجه به شکل، جابه‌جایی دو متحرک یکسان، اما زمان حرکت متحرک B از زمان حرکت متحرک A بیشتر است $(t_B > t_A)$ از این رو با توجه به تعریف سرعت متوسط $(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t})$ سرعت متوسط متحرک B از سرعت متوسط متحرک A کمتر می‌باشد و گزینه (۱) درست است.

A ۱۱۱ ۴

یادآوری شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است و شیب خط قاطع بین دو لحظه برابر سرعت متوسط است.

تکنه اگر در هر بازه زمانی، چند خط مماس بر نمودار رسم کنیم و خط مماس به حالت قائم نزدیک شود، حرکت تندشونده و اگر به حالت افقی $(v=0)$ نزدیک شود، حرکت کندشونده است.

در بازه صفر تا t_1 متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ و سپس تا لحظه t در حال دور شدن از مبدأ است و بعد از t ساکن است و گزینه (۲) نادرست است. در بازه صفر تا t متحرک در جهت مثبت حرکت می‌کند و تغییر جهت نمی‌دهد، یعنی سرعت تغییر علامت نمی‌دهد و گزینه (۳) نادرست است.



خط فکری وقتی نمودار سهمی است، باید معادله مکان - زمان تابع درجه ۲ شبیه $x = at^2 + bt + c$ باشد و مختصات نقاط روی نمودار باید در معادله صدق کند. با توجه به این مطلب با یک مسئله ریاضی سروکار دارید و باید معادله را به دست بیاورید.

مختصات نقاط $(t=0, x=3\text{m})$ ، $(t=1, x=5\text{m})$ و $(t=6, x=0)$ را در معادله $x = at^2 + bt + c$ جای گذاری می‌کنیم.

نمودار سهمی می‌باشد پس معادله حرکت به صورت $x = at^2 + bt + c$ می‌باشد.

$$\begin{cases} t=0 \\ x=3\text{m} \end{cases} \Rightarrow 3 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow 3 = c$$

$$\begin{cases} t=1 \\ x=5\text{m} \end{cases} \Rightarrow 5 = a(1)^2 + b(1) + 3 \Rightarrow 2 = a + b \quad (I)$$

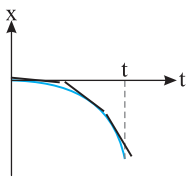
$$\begin{cases} t=6 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow 0 = a(6)^2 + b(6) + 3 \Rightarrow -3 = 36a + 6b \quad (II)$$

از حل دو معادله (I) و (II) مقدار a و b را به دست می‌آوریم:

$$(I), (II) \Rightarrow \begin{cases} (a+b=2) \times -6 \\ 36a+6b=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6a-6b=-12 \\ 36a+6b=-3 \end{cases} +$$

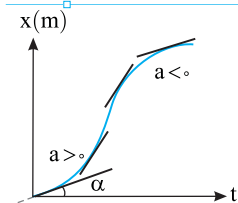
$$30a = -15 \Rightarrow a = -0.5 \Rightarrow b = 2.5$$

در رأس سهمی شیب خط مماس یعنی تندی صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد. بنابراین مختصات رأس را حساب می‌کنیم.

$$t = \frac{-b}{2a} \Rightarrow t = \frac{-2.5}{-1} = 2.5 \text{ s}$$


با توجه به شکل روبه‌رو در لحظه $t=0$ نمودار مکان - زمان بر محور زمان مماس بوده و شیب خط مماس یعنی سرعت لحظه‌ای، صفر است و گزینه (۱) درست است. اگر به مماس‌های رسم شده دقت کنید قدرمطلق شیب خط مماس در حال افزایش است، یعنی تندی در حال افزایش است و حرکت تندشونده است و گزینه (۲) درست است.

از شروع حرکت، متحرک از مبدأ در جهت منفی محور و در حال دور شدن از مبدأ است بنابراین گزینه (۳) نیز درست است و پاسخ گزینه (۴) است.



با توجه به شکل روبه‌رو خط مماس بر نمودار در لحظه $t=0$ با محور زمان زاویه α می‌سازد یعنی شیب خط مماس بر نمودار صفر نبوده بنابراین سرعت اولیه مخالف صفر بوده و متحرک دارای سرعت اولیه است $(v_0 = \tan \alpha)$.

بار رسم چند خط مماس مشخص است که ابتدا شیب خط مماس در حال افزایش بوده تندی در حال افزایش و حرکت تندشونده و سپس شیب خط مماس در حال کاهش بوده یعنی تندی در حال کاهش و حرکت کندشونده است. بنابراین گزینه (۱) درست و گزینه‌های (۲) و (۳) و (۴) نادرست است.

B 114 3

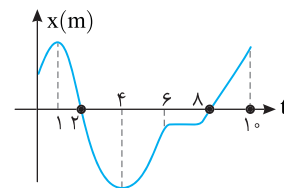
۱ شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t_1 افقی است و شیب آن صفر بوده از این رو در این لحظه سرعت صفر می‌شود و گزینه (۱) درست است.

۲ علامت سرعت قبل و بعد از t_1 تغییر کرده پس جهت حرکت در این لحظه تغییر می‌کند و گزینه (۲) درست است.

۳ دقت کنید در این لحظه متحرک به مبدأ مکان می‌رسد. نمودار محور زمان را قطع نمی‌کند یعنی متحرک از مبدأ نمی‌گذرد و بعد از t_1 و قبل از t_1 مکان متحرک مثبت است. بنابراین علامت مکان تغییر نمی‌کند. پس بردار مکان تغییر جهت نداده است و گزینه (۳) نادرست است.

۴ قبل از t_1 شیب خط مماس کم می‌شود تا در t_1 صفر شود. پس قبل از t_1 حرکت کندشونده بوده و بعد از t_1 شیب خط مماس زیاد می‌شود یعنی حرکت تندشونده شده است. پس در t_1 نوع حرکت تغییر کرده است و گزینه (۴) درست است.

A 115 1



نکته هرگاه نمودار بالای محور زمان باشد، یعنی $x > 0$ باشد، مکان متحرک مثبت و هرگاه نمودار پایین محور زمان قرار داشته باشد یعنی $(x < 0)$ و مکان متحرک منفی است.

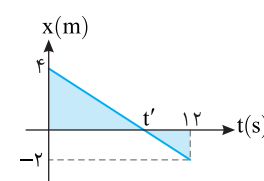
۱ در بازه 0 تا 1 s متحرک در جهت مثبت محور و از 1 s تا 4 s در خلاف جهت محور، از 4 s تا 6 s در جهت مثبت محور و از 6 s به بعد تا مدتی متحرک ساکن و در آخر در جهت مثبت محور در حرکت است، بنابراین کل مدتی که متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، $4 - 1 = 3\text{ s}$ است.

۲ در بازه 2 s تا 8 s نمودار پایین محور زمان بوده و بردار مکان متحرک منفی است. بنابراین در مدت $8 - 2 = 6\text{ s}$ بردار مکان خلاف جهت محور X‌هاست.

۳ نسبت دو بازه بیان شده خواهد شد:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

A 116 1



خط فکری جهت حرکت را علامت سرعت مشخص می‌کند. اگر سرعت مثبت باشد متحرک در جهت مثبت محور X ها در حال حرکت است و اگر سرعت منفی باشد متحرک در جهت منفی محور X ها در حال حرکت است. بنابراین شما باید از روی نمودار علامت سرعت را مشخص کنید و برای مشخص شدن بردار مکان‌های مثبت و منفی، باید مشخص کنید در چه بازه‌ای نمودار بالای محور زمان و در چه بازه‌ای نمودار پایین محور زمان است، یعنی شما باید t' را به دست بیاورید.

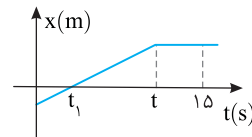
۱ در تمام مدت 12 s متحرک در جهت منفی محور با تندی ثابت از مکان $+4\text{ m}$ به مکان -2 m می‌رود.

۲ t' را به کمک نوشتن شیب خط به دست می‌آوریم.

$$\frac{4 - (-2)}{12 - 0} = \frac{4 - 0}{t' - 0} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{t'} \Rightarrow t' = 8\text{ s}$$

۳ در بازه 8 s تا 12 s نمودار زیر محور زمان بوده و مکان متحرک به مدت $12 - 8 = 4\text{ s}$ منفی است.

A 117 1



در مدت 15 s متحرک ابتدا تا لحظه t در یک جهت در حرکت بوده است و جابه‌جایی و مسافت با هم برابر است و از t تا 15 s ، جسم ساکن است. بنابراین در مدت 15 s جابه‌جایی با مسافت برابر است و گزینه (۱) درست است.

B ۱۲۱ ۲

بازی با سؤال در چه تعداد از معادله‌های حرکت این مسئله، متحرک

تغییر جهت نمی‌دهد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

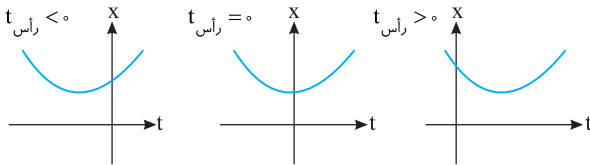
پاسخ هرگاه معادله حرکت درجه اول باشد نمودار مکان -

زمان آن یک خط راست مایل است، یعنی متحرک در یک جهت در حال حرکت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

تکته در تابع‌های مکان - زمان درجه ۲، در رأس سهمی متحرک تغییر

جهت می‌دهد اگر زمان رأس سهمی مثبت باشد، متحرک تغییر جهت می‌دهد و اگر منفی یا صفر باشد متحرک تغییر جهت نمی‌دهد. (در فیزیک دبیرستان بازه

زمانی منفی را در نظر نمی‌گیریم)



(الف) $x = t + 4$ تابع درجه اول بوده و متحرک روی خط راست در حرکت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

$$x = t^2 - 4t + 5 \xrightarrow{t = \frac{-b}{2a}} t = -\frac{-4}{2 \times 1} = 2s > 0 \quad (\text{ب})$$

متحرک تغییر جهت می‌دهد.

$$x = 2t^2 - 4t - 2 = 0 \xrightarrow{t = \frac{-b}{2a}} t = \frac{-4}{2 \times 2} = -1 < 0 \quad (\text{پ})$$

متحرک تغییر جهت می‌دهد.

$$x = t^2 - 6t + 9 = 0 \xrightarrow{t = \frac{-b}{2a}} t = -\frac{-6}{2} = 3s > 0 \quad (\text{ت})$$

متحرک تغییر جهت می‌دهد.

تجزیه ۱

B ۱۲۳ ۲

پداوری برای به‌دست آوردن لحظه تغییر جهت باید مختصات رأس سهمی

$(t = \frac{-b}{2a})$ را به‌دست آورد. اگر زمان مثبت به‌دست آمد، متحرک (در $t = \frac{-b}{2a}$) تغییر

جهت می‌دهد.

۱ برای به‌دست آوردن لحظه تغییر جهت کافی است مختصات رأس سهمی را به‌دست بیاوریم.

$$x = 2t^2 - 4t - 6 \xrightarrow{t = \frac{-b}{2a}} t = -\frac{-4}{2 \times 2} = -1s \Rightarrow t = 1s$$

۲ مکان لحظه تغییر جهت را با قرار دادن $t = 1s$ در معادله حرکت به‌دست می‌آوریم.

$$x = 2(1)^2 - 4(1) - 6 = 2 - 4 - 6 = -8m$$

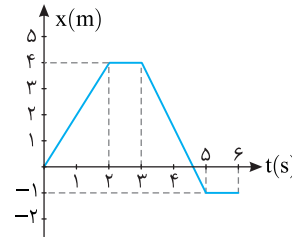
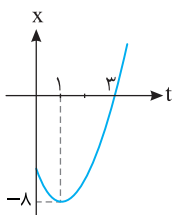
۳ برای به‌دست آوردن لحظه تغییر جهت بردار مکان، در معادله حرکت x را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$x = 2t^2 - 4t - 6 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t-3)(t+1) = 0 \Rightarrow t = 3s$$

۴ بنابراین در لحظه $t = 1s$ متحرک در مکان

$-8m$ و در لحظه $t = 3s$ متحرک در مکان

$+8m$ جابه‌جا می‌شود.



۱ متحرک در بازه صفر تا ۲s،

چهار متر مسافت طی می‌کند، در بازه

۲s تا ۳s ساکن بوده و در بازه ۳s

تا ۵s از مکان ۴m به مکان ۱m -

رفته و مسافت ۵m را می‌پیماید و از

لحظه $t = 5s$ به بعد ساکن می‌ماند.

بنابراین مسافت طی شده از صفر تا

۶s جمعاً $l = 4 + 5 = 9m$ است و تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{9}{6} = 1.5m/s$$

بنابراین گزاره (الف) درست است.

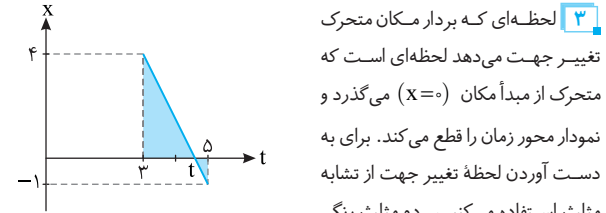
۲ در بازه ۰ تا ۶s متحرک از مکان $x = 0$ به مکان $x = -1m$ می‌رود و بردار

جابه‌جایی برابر $\vec{d} = -\vec{i}$ است و از این رو سرعت متوسط در بازه صفر تا ۶s خواهد

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{-\vec{i}}{6} = -\frac{1}{6}\vec{i}$$

شد:

بنابراین گزاره (ب) نادرست است.



۳ لحظه‌ای که بردار مکان متحرک

تغییر جهت می‌دهد لحظه‌ای است که

متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) می‌گذرد و

نمودار محور زمان را قطع می‌کند. برای به

دست آوردن لحظه تغییر جهت از تشابه

مثلث استفاده می‌کنیم. دو مثلث رنگی

متشابه است، نسبت تشابه را برای دو مثلث می‌نویسیم:

$$\frac{t-3}{5-t} = \frac{4}{1} \Rightarrow t-3=20-4t \Rightarrow 5t=23 \Rightarrow t=4.6s$$

بنابراین گزاره (پ) درست است.

۴ متحرک از لحظه ۳s تا لحظه ۵s یعنی به مدت ۲s در خلاف جهت محور در

حرکت است و گزاره (ت) درست است.

B ۱۲۲ ۳

خط نگر

در فیزیک دبیرستان خبری از زمان منفی نیست و همواره $t > 0$

است. از طرفی بردار مکان وقتی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$)

بگذرد. بنابراین در تابع درجه یک باید معادله دارای ریشه مثبت باشد. همچنین در تابع

درجه ۲ باید معادله دارای ریشه مثبت بوده در این صورت بردار مکان تغییر جهت

می‌دهد. اما اگر معادله درجه ۲ ریشه مضاعف داشته باشد، بردار مکان در آن لحظه

تغییر جهت نمی‌دهد.

$$x = t + 4 = 0 \Rightarrow t + 4 = 0 \Rightarrow t = -4s \quad (\text{الف})$$

ریشه منفی شد و متحرک از مبدأ مکان نمی‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

$$x = t^2 - 4t + 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{+4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2}, t = \frac{4 \pm \sqrt{-4}}{2} \quad (\text{ب})$$

این معادله ریشه ندارد، یعنی متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) نمی‌گذرد و بردار مکان

تغییر جهت نمی‌دهد.

(پ)

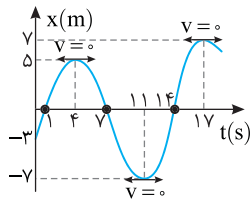
$$x = 2t^2 - 4t - 2 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2} = \begin{cases} 1 + \sqrt{2} > 0 \\ 1 - \sqrt{2} < 0 \end{cases}$$

بنابراین متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.

$$x = t^2 - 6t + 9 = 0 \Rightarrow x = (t-3)^2 \quad (\text{ت})$$

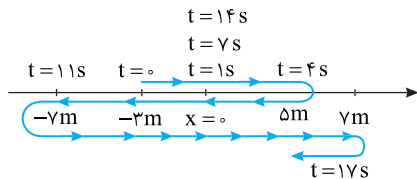
این عبارت همواره مثبت یعنی x تغییر علامت نمی‌دهد. از طرفی این معادله دارای ریشه

مضاعف $t = 3s$ و همان‌گونه که گفتیم در ریشه مضاعف بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.



۲ هرگاه متحرک از مبدأ مکان بگذرد، جهت بردار مکان در آن لحظه تغییر می‌کند. در $t=1s$ ، $t=7s$ و $t=14s$ متحرک از مبدأ گذر کرده است بنابراین سه بار بردار مکان تغییر جهت داده است و گزاره (ب) نادرست است.

۳ با توجه به نمودار، مسیر حرکت متحرک در بازه صفر تا $17s$ به شکل زیر است.

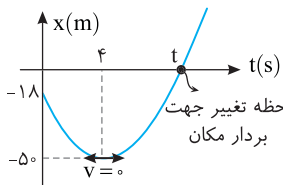


مطابق شکل مسیر، از $t=0$ تا $t=4s$ متحرک در جهت مثبت محور از مکان $-3m$ به مکان $+5m$ می‌رود سپس در بازه $t=4s$ تا $t=11s$ از مکان $+5m$ تا مکان $-7m$ در جهت منفی محور در حرکت است و سرانجام در بازه $t=11s$ تا $t=17s$ یعنی به مدت $6s$ در جهت مثبت محور از مکان $-7m$ به مکان $+7m$ می‌رود یعنی ابتدا به مبدأ نزدیک و سپس از آن دور می‌شود.

در این صورت جمعاً $10s$ در جهت مثبت محور در حرکت بوده است و گزاره (پ) درست است.

۴ متحرک در بازه $t=11s$ تا $t=14s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ است و گزاره (ت) نادرست است.

C ۱۳۰



خط فکری چاره‌ای نیست باید معادله حرکت را به کمک نقاط مشخص شده روی نمودار به دست آورده سپس به کمک آن لحظه تغییر جهت بردار مکان (t) را به دست آورد.

۱ شکل نمودار به صورت سهمی است یعنی $x=at^2+bt+c$. مختصات هر نقطه از نمودار باید در معادله صدق کند از این رو:

$$\begin{cases} t=0 \\ x=-18m \end{cases} \Rightarrow x=a(0)^2+b(0)+c \Rightarrow -18=c$$

$$\begin{cases} t=4 \\ x=-50m \end{cases} \Rightarrow -50=a(4)^2+b(4)-18 \Rightarrow -50=16a+4b-18$$

$$\Rightarrow -32=16a+4b \quad (1)$$

۲ نقطه $t=4s$ رأس سهمی می‌باشد و می‌دانیم رأس سهمی $t=-\frac{b}{2a}$ است.

$$t=-\frac{b}{2a} \Rightarrow 4=-\frac{b}{2a} \Rightarrow b=-8a \quad (2)$$

۳ به کمک رابطه (۱) و (۲) مقدار a و b را حساب می‌کنیم.

$$(1), (2) \Rightarrow 16a+4(-8a)=-32 \Rightarrow -16a=-32 \Rightarrow a=2, b=-16$$

۴ پس معادله حرکت به صورت $x=2t^2-16t-18$ است. زمانی بردار مکان تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور می‌کند:

$$2t^2-16t-18=0 \Rightarrow t^2-8t-9=0 \Rightarrow (t-9)(t+1)=0$$

غ.ق. $t=9s, t=-1s$

بنابراین در $t=9s$ بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. زمانی متحرک تغییر جهت می‌دهد که سرعت متحرک صفر شود و علامت سرعت قبل و بعد از آن تغییر کند که همان رأس سهمی می‌باشد.

$$\Delta t=t_2-t_1=9-(-1)=10s$$

B ۱۲۴

خط فکری باید نمودار $x-t$ را رسم کنید، تا مشخص شود آیا نمودار محور زمان را قطع می‌کند یا نه، زیرا اگر محور زمان را قطع کند، کمترین فاصله از مبدأ مکان صفر می‌شود. اما اگر محور زمان را قطع نکند باید به کمک نمودار کمترین فاصله تا مبدأ مکان را مشخص کرد.

۱ مقدار $\Delta=b^2-4ac$ را به دست می‌آوریم:

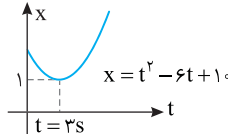
$$x=t^2-6t+10 \Rightarrow \Delta=(-6)^2-4 \times 1 \times 10=36-40=-4 < 0$$

بنابراین این معادله ریشه ندارد.

۲ مختصات رأس سهمی این معادله را حساب می‌کنیم.

$$t=-\frac{b}{2a} \Rightarrow t=-\frac{-6}{2} \Rightarrow t=3s$$

$$x=t^2-6t+10 \xrightarrow{t=3s} x=3^2-6 \times 3+10 \Rightarrow x=-1m$$

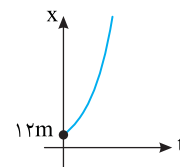


۳ بنابراین شکل نمودار می‌تواند به شکل

روبرو باشد و کمترین فاصله از مبدأ زمان در لحظه $t=3s$ بوده و برابر $x=-1m$ است.

B ۱۲۵

معادله حرکت به صورت $x=(t+3)(t+4)$ می‌باشد، هر دو ریشه این معادله منفی است و می‌دانیم که زمان نمی‌تواند منفی باشد، پس نمودار $x-t$ تقریباً مشابه شکل مقابل بوده و بالای محور زمان قرار می‌گیرد. از این رو کمترین فاصله از مبدأ در $t=0$ رخ می‌دهد.



B ۱۲۶

خط فکری ابتدا بررسی کنید که در بازه زمانی داده شده، متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه؟ برای این منظور باید به سراغ مختصات رأس سهمی $t=-\frac{b}{2a}$ بروید.

$$\text{رأس سهمی را به دست می‌آوریم. } t=-\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \times 2} = 1 < 0$$

بنابراین این متحرک تغییر جهت نداده و همواره در یک جهت روی محور x ها در حرکت است و مسافت طی شده برابر اندازه جابه‌جایی متحرک است.

B ۱۲۷

خط فکری باید مختصات رأس سهمی $(t=-\frac{b}{2a})$ را به دست بیاورید تا مشخص شود لحظه تغییر جهت در بازه زمانی ارائه شده در مسئله قرار دارد یا نه؟ اگر لحظه تغییر جهت در بازه بیان شده نبود یعنی متحرک در آن بازه زمانی در یک جهت در حرکت است بنابراین مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی و در نتیجه تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط با هم برابر است.

$$t=-\frac{b}{2a} \Rightarrow t=-\frac{-1}{2} \Rightarrow t=\frac{1}{2}s$$

این عدد بین بازه $1s$ تا $4s$ قرار ندارد، یعنی متحرک در این بازه زمانی همواره در یک جهت در حال حرکت بوده و مسافت طی شده با اندازه جابه‌جایی در آن بازه برابر ($l=|\vec{d}|$) است، در نتیجه تندی متوسط $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$ با اندازه سرعت متوسط ($v_{av}=\frac{d}{t}$) برابر است.

B ۱۲۸

برای آنکه در تمام بازه‌های زمانی اندازه جابه‌جایی و مسافت با هم برابر باشند، باید متحرک در یک جهت در حال حرکت باشد یعنی متحرک تغییر جهت ندهد. برای آنکه متحرک تغییر جهت ندهد باید $t=-\frac{b}{2a}$ یعنی زمان رأس سهمی منفی شود، بنابراین باید a و b هم علامت باشند، در این صورت $ab > 0$ خواهد بود.

A ۱۲۹

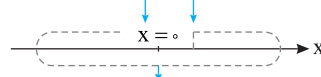
۱ در نقاط کمینه و بیشینه نمودار مکان - زمان تندی صفر می‌شود. بنابراین در لحظه $t=4s$ و $t=11s$ و $t=17s$ تندی متحرک صفر شده و سوی حرکت آن تغییر کرده است. بنابراین گزاره (الف) درست است.

B ۱۳۱ ۳

مسیرهای ممکنه که ذره طی می کند را بررسی می کنیم.

متحرک در مکان های مثبت قرار دارد و دو حالت ممکن است پیش بیاید.

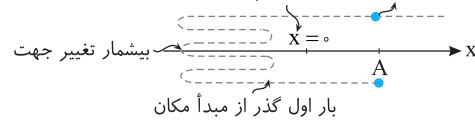
۱ متحرک در جهت مثبت شروع به حرکت کند. در این صورت برای آنکه از مبدأ مکان بگذرد باید متوقف شده و برگردد و پس از عبور از مبدأ باید مجدداً متوقف شده و برگردد و برای دومین بار از مبدأ بگذرد. بنابراین حداقل دو بار از مبدأ حرکت می گذرد. اما چند بار تغییر جهت می دهد. ذره می تواند بیشمار بار تغییر جهت داده سپس از مبدأ مکان بگذرد. بار سوم عبور از مبدأ مکان بار دوم عبور از مبدأ مکان



بار اول عبور از مبدأ مکان

۲ متحرک در جهت منفی محور شروع به حرکت کند در این صورت مطابق شکل می تواند بیشمار بار تغییر جهت دهد و دو بار از مبدأ مکان بگذرد اما هنوز از مبدأ حرکت خود عبور نکرده باشد.

یکبار گذر از مبدأ حرکت بار دوم گذر از مبدأ مکان



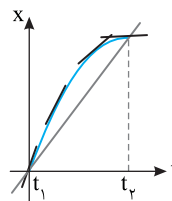
بار اول گذر از مبدأ مکان

C ۱۳۲ ۴

خط فکری

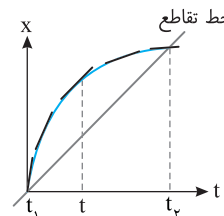
شیب خط قاطع نمودار بین دو لحظه

t_1 و t_2 برابر سرعت متوسط و شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه برابر اندازه سرعت لحظه ای (تندی لحظه ای) در آن لحظه است. بنابراین شما باید خط قاطع بین t_1 و t_2 و چند خط مماس بر نمودار از لحظه t_1 تا t_2 رسم کرده شیب خطوط مماس را با شیب



خط قاطع مقایسه کنید تا متوجه شوید کدام بزرگتر است و گزینه را انتخاب کنید.

به شکل خوب نگاه کنید. در ابتدا شیب خطوط مماس از شیب خط قاطع بیشتر است یعنی سرعت لحظه ای از سرعت متوسط بزرگتر است. بعد از لحظه t خط مماس به سمت افقی شدن می رود و شیب آن از شیب خط قاطع کمتر می شود یعنی سرعت لحظه ای از سرعت متوسط کوچکتر می شود.



B ۱۳۳ ۱

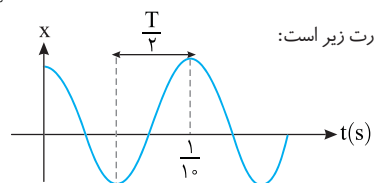
خط فکری

در حل این مسئله چاره ای نیست و باید شما رسم توابع مثلثاتی را که از ریاضی فرا گرفته اید به کار ببرید و نقاط بیشینه و کمینه نمودار را مشخص کنید. زیرا در این نقاط سرعت متحرک صفر شده و متحرک تغییر جهت می دهد و تعیین بازه های زمانی بین یک کمینه و بیشینه متوالی یعنی حل مسئله.

پادداشت ریاضی در توابع سینوسی و کسینوسی به صورت $y = \sin ax$ و

$$y = \cos ax \text{ دوره تناوب تابع برابر } T = \frac{2\pi}{|a|} \text{ است.}$$

$$T = \frac{2\pi}{2\pi \cdot 1} = 1 \text{ s}$$

دوره تناوب تابع $x = \cos 2\pi t$ خواهد شد:

نمودار تابع به صورت زیر است:

بنابراین بازه زمانی بین دو تغییر جهت متوالی خواهد شد:

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{2} \text{ s} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

A ۱۳۴ ۳

خط فکری

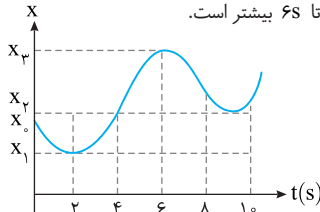
تندی متوسط یعنی مقدار مسافت طی شده تقسیم بر مدت زمان طی کردن آن مسافت. بنابراین شما باید در هر بازه زمانی مسافت طی شده را بررسی کرده تا بتوانید تندی متوسط را در بازه های مختلف مقایسه کنید.

با توجه به نمودار مسافت طی شده در بازه ۲s تا ۴s از مسافت طی شده در بازه صفر تا ۲s بیشتر است و همچنین در بازه ۴s تا ۶s مسافت طی شده از بازه صفر تا ۲s بیشتر است. یعنی در هر دو ثانیه (از ۲ تا ۶) مسافت طی شده بزرگتر از بازه صفر تا ۲s است بنابراین تندی متوسط در بازه ۲s تا ۶s از ۰ تا ۲s بیشتر می شود.

در مدت ۴s بین ۲s تا ۶s مسافت طی شده از مدت ۴s بین ۰s تا ۴s بیشتر است و تندی در بازه ۲s تا ۶s از تندی در ۰s تا ۴s بیشتر است. اگر بازه بین ۲s تا ۰s را به دو قسمت ۴s تقسیم کنیم در ۴s اول تندی از ۴s دوم بیشتر است بنابراین تندی متوسط در بازه ۰s تا ۲s قطعاً از ۰s تا ۴s بیشتر است.

اما داستان اصلی در مورد بازه صفر تا ۶s و مقایسه آن با ۲s تا ۰s است.

بازه ۲s تا ۰s در هر دو مشترک است. اگر بازه ۰s تا ۶s را به دو بازه دو ثانیه ای ۰ تا ۲s و ۲ تا ۴s تقسیم کنیم در هر دو بازه مسافت طی شده با توجه به نمودار از مسافت طی شده در بازه ۰s تا ۲s بیشتر بوده بنابراین در بازه ۰s تا ۶s و ۲s تا ۰s تندی از بازه ۰s تا ۲s بیشتر است در نتیجه به طور کلی تندی متوسط در بازه ۰s تا ۶s از تندی متوسط در بازه صفر تا ۶s بیشتر است.



B ۱۳۵ ۴

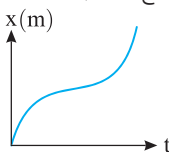
از نمودار مسافت - زمان چیز زیادی به دست نمی آوریم

۱ مسافت همواره مثبت است بنابراین متحرک می تواند از مکان های منفی یا مثبت و یا از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده باشد.

۲ متحرک ممکن است متوقف شده و در همان جهت ادامه حرکت داده و یا متوقف شده و تغییر جهت دهد.

۳ متحرک ممکن است در جهت مثبت محور و در مکان های مثبت و در مکان های منفی دارای جابه جایی ها مثبت یا منفی باشد.

بنابراین هر سه گزینه می تواند پاسخ مسئله باشد.



پنجره ۱ روبه روی ۲

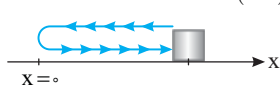
B ۱۳۵ ۴

۱ بردار مکان متحرک برابر

است با برداری که مبدأ مکان را به

مکان جسم وصل می کند. مکان جسم را در لحظه $t = 3s$ به دست می آوریم:

$$x = t^2 - 4t + 4 \Rightarrow x(3) = 3^2 - 4(3) + 4 = 1 \Rightarrow \vec{x} = \vec{i}$$

۲ بردار مکان هنگامی تغییر جهت می دهد که متحرک از مبدأ $x = 0$ بگذرد و مکانتغییر علامت دهد: $x = t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 \geq 0 \Rightarrow t = 2s$  $(t-2)^2$ یک عبارت همیشه

مثبت است، یعنی مکان هرگز

تغییر علامت نمی دهد. در لحظه $t = 2s$ مکان متحرک صفر می شود، اما متحرک از مبدأ مکان نمی گذرد و بردار مکان تغییر جهت نمی دهد.

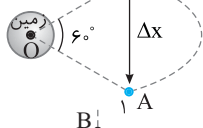
نمای ۱.۴

۲ ۱۳۵ A

۱ زاویه بین دو موقعیت ماه 60° است. یعنی ماه در این مدت مسافتی برابر $\frac{1}{6}$ محیط دایره طی می کند.

$$l = \frac{1}{6} (2\pi r) \Rightarrow l = \frac{\pi r}{3}$$

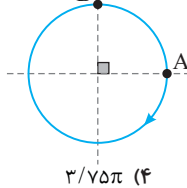
۲ مثلث OAB متساوی الاضلاع است بنابراین جابه جایی AB برابر شعاع دایره مسیر حرکت ماه است.



$$\Delta x = r$$

$$\frac{l}{\Delta x} = \frac{\pi r}{r} = \frac{\pi}{3}$$

نمای ۱



۳ نسبت را حساب می کنیم.

۴ باز با سؤال ۱ متحرکی مطابق شکل روی مسیر دایره شکلی به شعاع 30m در مدت 3s در جهت ساعتگرد از نقطه A به نقطه B می رود. تندی متوسط متحرک از A تا B چند متر بر ثانیه است؟

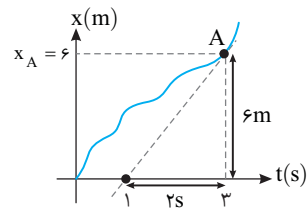
۵ پاسخ از A تا B در جهت ساعتگرد $\frac{3}{4}$ دایره طی شده پس مسافت طی شده برابر است با:

$$l = \frac{3}{4} (2\pi r) \Rightarrow l = \frac{3}{4} \times (2\pi \times 30) = 45\pi \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{45\pi}{3} = 15\pi \text{ m/s}$$

گزینه ۲

۲ ۱۳۵ B



۸ ابتدا با توجه به سرعت متوسط از لحظه $t=0$ تا $t=3\text{s}$ مکان متحرک را در $t=3\text{s}$ به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{x_A - 0}{3}$$

$$\Rightarrow x_A = 6\text{m}$$

سرعت در نقطه A برابر شیب خط مماس بر نمودار در نقطه A می باشد.

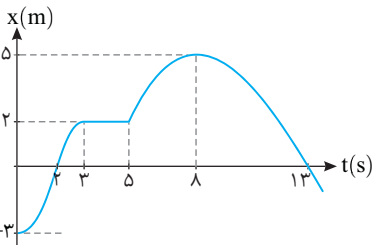
$$v = \frac{6-0}{3-1} = 3\text{m/s}$$

نمای ۶

۴ ۱۳۵ B

۹ در لحظه $t=2\text{s}$ متحرک دارای سرعت است. زیرا شیب خط مماس در این نقطه موازی محور زمان نیست و گزینه (۱) نادرست است.

متحرک در بازه 3s تا 5s ساکن است اما تغییر جهت نمی دهد و تنها در لحظه $t=5\text{s}$ یعنی یک بار تغییر جهت می دهد و گزینه (۲) نادرست است.



متحرک از ابتدا $t=0$ تا $t=3\text{s}$ در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده و در بازه 3s تا 5s ساکن و مجدداً در بازه 5s تا 8s در جهت مثبت حرکت می کند یعنی جمعاً 6s در حال حرکت در جهت مثبت محور است و گزینه (۳) نادرست است.

متحرک در بازه 0 تا 2s از مکان -3m به مکان 0 می رود و در بازه 2s تا 3s نیز از مکان 0 به سوی $x=5$ می رود یعنی جمعاً 7s در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

نمای ۵ و ۸

۳ ۱۳۵ A

۲ مکان متحرک در لحظه $t=0$ (مکان اولیه متحرک) خواهد شد:

$$x = at^2 + bt + 2 \xrightarrow{t=0} x_0 = +2\text{m}$$

لحظه تغییر جهت یعنی لحظه گذر از مبدأ مکان ($x=0$) بنابراین متحرک از مکان $+2\text{m}$ می رود و جابه جایی آن -2m است.

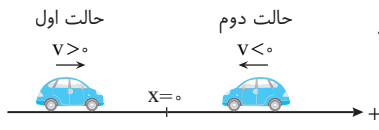
نمای ۹

۲ ۱۳۵ A

۳ وقتی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است دو حالت دارد.

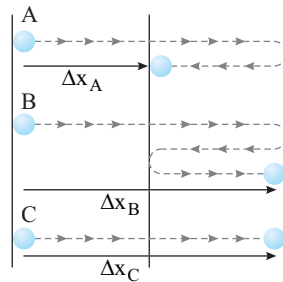
حالت اول: سرعت متحرک مثبت و مکان آن منفی باشد یعنی متحرک از مکان های منفی ($x < 0$) در جهت مثبت محور در حال حرکت باشد. بنابراین حاصل ضرب $xv < 0$ می شود.

حالت دوم: سرعت متحرک منفی و مکان آن مثبت باشد یعنی متحرک از مکان های مثبت ($x > 0$) در جهت منفی محور در حال حرکت باشد ($v < 0$) در این صورت نیز $xv < 0$ می شود.



نمای ۶

۲ ۱۳۵ A

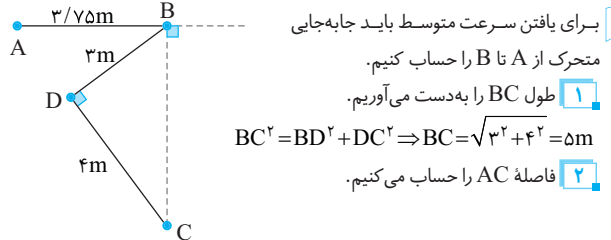


۴ بازه زمانی برای هر سه متحرک یکسان است ($\Delta t_A = \Delta t_B = \Delta t_C = \Delta t$). در این مدت متحرک B بیشترین مسافت را طی کرده بنابراین تندی متحرک B ($s_{av} = l/\Delta t$) از بقیه بیشتر است.

جابه جایی متحرک B و C یکسان اما جابه جایی متحرک A کمتر از آنهاست

بنابراین متحرک A دارای کمینه سرعت متوسط ($v_{av} = \Delta x/\Delta t$) است. نمای ۲ و ۳

۳ ۱۳۵ B



۵ برای یافتن سرعت متوسط باید جابه جایی متحرک از A تا B را حساب کنیم.

۱ طول BC را به دست می آوریم.

$$BC^2 = BD^2 + DC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{m}$$

۲ فاصله AC را حساب می کنیم.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = (3/75)^2 + 5^2$$

$$AC^2 = 5^2 (0/75^2 + 1^2) = 5^2 ((\frac{1}{75})^2 + 1^2)$$

$$AC^2 = 5^2 (\frac{9+16}{16}) \Rightarrow AC = \frac{5 \times 5}{4} \Rightarrow AC = 6/25\text{m}$$

۳ سرعت متوسط را حساب می کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{6/25}{5} \Rightarrow v_{av} = 1/25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

نمای ۲ و ۳

۱ ۱۳۵ A

۶ متحرک ابتدا از مکان 5m به مکان 3m رفته و مسافت $l_1 = 2\text{m}$ را طی کرده سپس

از مکان 3m به مکان 7m ($l_2 = 4\text{m}$) و از مکان 7m به مکان 5m ($l_3 = 2\text{m}$) و سرانجام از مکان 5m به مکان 10m ($l_4 = 5\text{m}$) می رود و مسافت طی شده در این مدت خواهد شد.

$$l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 2 + 4 + 2 + 5 \Rightarrow l = 13\text{m}$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{13}{20} \Rightarrow s_{av} = 0/65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

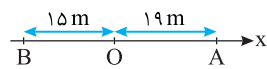
نمای ۶

B ۱۳۵ ۴

۱۰ خط فکری ← سرعت متوسط در مدت ۵s برابر ۲m/s است، بنابراین شما

می‌توانید جابه‌جایی متحرک در این مدت را بیابید. سپس به کمک تندی متوسط، مسافت طی شده را حساب کنید تا بتوانید بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در مدت ۵s را به دست بیاورید.

تمام لحظات ثابت است و مقدار آن را از هر بازه زمانی می‌توان حساب کرد



بنابراین شما در بازه زمانی حرکت از A تا B می‌توانید سرعت متحرک را حساب کنید.

۱ مکان اولیه متحرک نقطه A یعنی $x_0 = +19m$ است.

۲ سرعت متحرک خواهد شد:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Delta t = 5s \rightarrow v = \frac{-15-19}{5} \Rightarrow v = -2m/s$$

$$x = -2t + 19$$

۳ معادله حرکت را می‌نویسیم:

گزینه ۱

A ۱۳۸ ۲

خط فکری ← ذره دارای حرکت با سرعت ثابت بوده و جهت حرکت آن تغییر

نمی‌کند. دو راه حل برای این مسئله داریم. یکی راه حل کلی که در آن اعداد داده شده را در معادله حرکت $x = vt + x_0$ قرار می‌دهیم و مقدار v و x_0 را به دست آورده و معادله را می‌نویسیم و دیگری استفاده از درک حرکت و گزینه‌ها (راه حل دوم).

راه حل اول: در معادله حرکت، زمان‌ها و مکان‌های معادل آن‌ها را قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} t = 2s, x = 0 \Rightarrow 0 = 2v + x_0 \\ t = 4s, x = -6m \Rightarrow -6 = 4v + x_0 \end{cases} \Rightarrow -6 = 2v \Rightarrow v = -3m/s$$

مکان اولیه را به دست می‌آوریم: $0 = 2(-3) + x_0 \Rightarrow x_0 = +6m$

بنابراین معادله حرکت خواهد شد: $x = -3t + 6$

راه حل دوم: متحرک ابتدا به مبدأ و سپس به مکان $-6m$ رسیده است از این رو مکان اولیه آن مثبت اما سرعت آن منفی است و گزینه (۲) این گونه است.

A ۱۳۹ ۴

خط فکری ← مسئله ساده‌ای است، کافی است داده‌های مسئله را در معادله حرکت

قرار داده سپس با حل یک دستگاه دو معادله دو مجهول x_0 و v را حساب کرده، معادله حرکت را نوشته و در آخر با قرار دادن $x = -3m$ در معادله، لحظه گذر متحرک از مکان $x = -3m$ را به دست بیاوریم. معادله حرکت را به دست می‌آوریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow -6 = 2v + x_0 \\ t_2 = 4s \Rightarrow -3 = 4v + x_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6 = 6v \Rightarrow v = 1m/s, x_0 = -26m, x = 1 \cdot t - 26$$

اکنون $x = -3m$ را در رابطه قرار می‌دهیم:

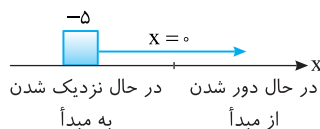
$$-3 = 1 \cdot t - 26 \Rightarrow -4 = 1 \cdot t \Rightarrow t = -4s$$

مفهوم زمان منفی این است که متحرک هرگز از مکان $-3m$ نمی‌گذرد.

A ۱۴۰ ۳

۱ به معادله حرکت نگاه کنید ($x = 2t - 5$)، مکان اولیه متحرک $x_0 = -5m$ و

سرعت متحرک مثبت است و مطابق شکل مسیر، متحرک ابتدا به مبدأ نزدیک و سپس از آن دور می‌شود. بنابراین گزینه (۱) و (۲) نادرست است.



۲ سرعت متحرک ثابت بوده و برابر $2m/s$ است یعنی در هر ثانیه متحرک $2m$

جابه‌جا می‌شود و گزینه (۳) درست است.

۳ در لحظه $t = 1s$ ، مکان متحرک برابر ($x = 2 \times 1 - 5 = -3m$) بوده و گزینه (۴)

نادرست است.

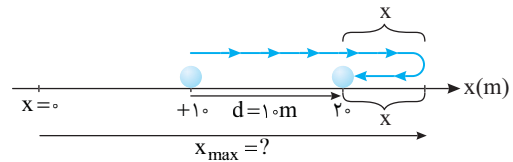
۱ جابه‌جایی را به دست می‌آوریم. $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{\Delta x}{5} \Rightarrow \Delta x = 10m$

مکان متحرک در لحظه $t = 5s$ خواهد شد. $\Delta x = x - x_0 \Rightarrow 10 = x - 10 \Rightarrow x = 20m$

۲ تندی متوسط $\frac{4m}{s}$ است. مسافت طی شده را حساب می‌کنیم.

$$s_{av} = \frac{l}{t} \Rightarrow 4 = \frac{l}{5} \Rightarrow l = 20m$$

۳ متحرک یکبار تغییر جهت داده و مسیری مطابق شکل را طی کرده است.



با توجه به شکل داریم: $l = d + x + x \Rightarrow 0 = 10 + 2x \Rightarrow x = 5m$

۴ بنابراین بیشترین فاصله از مبدأ خواهد شد. $x_{max} = 20 + 5 = 25m$

نمای ۳

پنجره ۳

A ۱۳۶ ۴

یادآوری حرکت یکنواخت روی خط راست یعنی حرکت با سرعت ثابت که در آن تندی لحظه‌ای ثابت و جهت حرکت تغییر نمی‌کند.

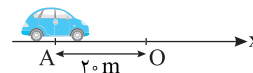
۱ در حرکت یکنواخت تندی ثابت است و جهت حرکت تغییر نمی‌کند و مسافت طی شده برابر اندازه جابه‌جایی است بنابراین در هر بازه دلخواهی مثلاً ۱s تا ۵s یا ۵s تا ۸s اندازه سرعت متوسط با تندی متوسط برابر و همچنین با اندازه سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای برابر است. ($v_{av} = s_{av} = s$)

۲ جهت حرکت ثابت است اما ممکن است در مسیر حرکت متحرک از مبدأ مکان بگذرد و بردار مکان تغییر جهت دهد بنابراین گزینه (۴) درست است.

A ۱۳۷ ۳

یادآوری معادله حرکت یکنواخت روی خط راست به صورت $x = vt + x_0$ است که

در آن v سرعت لحظه‌ای متحرک و x_0 مکان اولیه متحرک یعنی مکان متحرک در مبدأ زمان ($t = 0$) است.



در مبدأ زمان متحرک در نقطه A بوده یعنی مکان اولیه آن $x_0 = -20m$ است. سرعت

متحرک در جهت مثبت محور x است بنابراین سرعت آن $v = 8m/s$ بوده و معادله مکان - زمان این متحرک در SI خواهد شد: $x = 8t - 20$

بازرسی با سؤال ← متحرکی با سرعت ثابت مطابق شکل از نقطه A روی

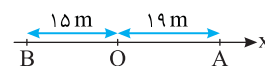
محور x به حرکت درمی‌آید و پس از ۱۷s به نقطه B می‌رسد. معادله حرکت کدام است؟ (O مبدأ است.)

$$x = -2t + 19 \quad (1)$$

$$x = 3t - 19 \quad (2)$$

$$x = 2t + 19 \quad (3)$$

$$x = 5t - 15 \quad (4)$$

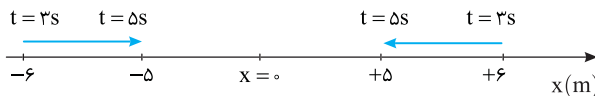


لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه گذر از مبدأ مختصات.

۱ اگر دو نقطه در یک طرف مبدأ مختصات باشند (از $+6m$ به $+5m$ و از $-6m$ به $-5m$)

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5-6}{5-3} = -\frac{1}{2} \text{ m/s}$$

به $-5m$ آن گاه سرعت ذره برابر خواهد شد با:



۲ لحظه تغییر جهت یعنی لحظه گذر از $x=0$. بنابراین باید زمان حرکت از مکان $+6m$

$$\Delta t = \frac{6}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \Delta t = 12 \text{ s}$$

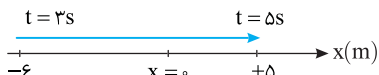
(یا $-6m$) یا مبدأ با سرعت $\frac{1}{2} \text{ m/s}$ را حساب کنیم:

۳ و لحظه گذر از مبدأ برابر $t = 12 + 3 = 15 \text{ s}$ است.

۴ این بار سرعت متحرک از مکان $+6m$ تا $-5m$ (و یا $-6m$ تا $+5m$) را

$$v = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|6-(-5)|}{5-3} \Rightarrow v = \frac{11}{2} \text{ m/s}$$

حساب می‌کنیم.



۵ زمان رسیدن از مکان $+6m$ (و یا $-6m$) تا مبدأ با سرعت $\frac{1}{2} \text{ m/s}$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{6}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{12}{1} \text{ s}$$

به دست می‌آوریم.

$$t_2 - t_1 = \frac{12}{1} \Rightarrow t_2 - 3 = \frac{12}{1} \Rightarrow t_2 = \frac{15}{1} \text{ s}$$

۶ لحظه رسیدن به مبدأ خواهد شد:

بنابراین گزینه (۴) درست است.

۳ ۱۴۴ A

نکته مدت زمان ثانیه n م برابر 1 s است و بازه آن از لحظه $n-1$ تا لحظه n است.

مدت زمان ثانیه پنجم و مدت زمان ثانیه سوم هر دو یک ثانیه است. حرکت با سرعت ثابت است، پس در هر ثانیه جابه‌جایی متحرک مقدار ثابتی است، از این رو جابه‌جایی در ثانیه سوم و ثانیه پنجم یکسان است و نسبت جابه‌جایی‌ها برابر یک است.

۴ ۱۴۵ A

نکته در حرکت با سرعت ثابت روی خط راست در بازه‌های زمانی یکسان،

جابه‌جایی متحرک برابر است. مدت زمان دو ثانیه سوم برابر 2 s است و جابه‌جایی در این 2 s با جابه‌جایی در هر دو ثانیه دیگر برابر است. در صورت سؤال گفته شده جابه‌جایی در این مدت نصف جابه‌جایی در مدت n ثانیه است (کلمه پنجم در این مسئله نقشی ندارد) چون سرعت ثابت است بنابراین باید $n = 4$ ثانیه باشد تا جابه‌جایی در مدت 2 s نصف جابه‌جایی در مدت $(n = 4)$ باشد.

۲ ۱۴۶ A

۱ حرکت با سرعت ثابت می‌باشد، بنابراین سرعت متوسط در هر بازه برابر سرعت

جسم می‌باشد، در مدت $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 19 \text{ s}$ متحرک از $x = 25 \text{ m}$ به $x = 49 \text{ m}$ منتقل شده است و می‌توان سرعت حرکت را در تمام مسیر به دست آورد.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{49-25}{19-3} = \frac{24}{16} \Rightarrow v = \frac{3}{2} \text{ m/s}$$

۲ حال در بازه $t_1 = 3 \text{ s}$ تا $t_1 = 3 \text{ s}$ نیز سرعت همان $\frac{3}{2} \text{ m/s}$ است و مقدار t_1 قابل

محاسبه است:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{24-25}{t_1-3} \Rightarrow 9 = \frac{1}{2} t_1 - \frac{4}{2} \Rightarrow t_1 = 9 \text{ s}$$

۳ در بازه $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 17 \text{ s}$ متحرک از مکان $x = 25 \text{ m}$ به $x_1 = ? \text{ m}$ رسیده

بنابراین مجدداً به کمک رابطه سرعت، مقدار x_1 را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{x_1-25}{17-3} \Rightarrow x_1 = 46 \text{ m}$$

بازی با سؤال معادله حرکت متحرکی $x = 2t + 5$ است. کدام گزینه در

مورد حرکت این متحرک درست است؟

۱) سرعت متحرک در لحظه $t = 1 \text{ s}$ برابر 2 m/s می‌باشد.

۲) سرعت متوسط و تندی متوسط در هر بازه زمانی دلخواه باهم برابر می‌باشد.

۳) بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

۴) هر سه گزینه درست است.

پاسخ

۱ معادله حرکت درجه اول است یعنی معادله حرکت مربوط به

$$\begin{cases} x = 2t + 5 \\ x = vt + v_0 \end{cases} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

شد:

بنابراین سرعت در هر لحظه برابر 2 m/s است و گزینه (۱) درست است.

۲ سرعت ثابت و حرکت روی خط راست است بنابراین تندی متوسط و سرعت

متوسط در هر بازه زمانی دلخواه باهم برابر می‌باشد و گزینه (۲) درست است.

۳ بردار مکان هنگامی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان عبور

$$x = 2t + 5 = 0 \Rightarrow t = -\frac{5}{2}$$

می‌کند ($x = 0$) غرق $0 = 2t + 5 \Rightarrow t = -\frac{5}{2}$

پس بردار مکان تغییر علامت نمی‌دهد. در نتیجه هر سه گزینه درست است.

گزینه ۴

۲ ۱۴۱ A

متحرک با سرعت ثابت 2 m/s در جهت مثبت محور در حرکت و از مکان

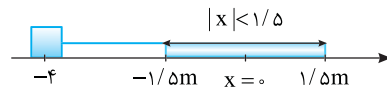
-4 m می‌گذرد یعنی متحرک ابتدا در مکان‌های منفی بوده و در حال نزدیک

شدن به مبدأ است. سؤال شده که چند ثانیه فاصله متحرک از مبدأ کمتر از

$1/\Delta m$ است بنابراین شما باید بازه زمانی حرکت از مکان $-1/\Delta m$ تا $+1/\Delta m$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{1/\Delta m - (-1/\Delta m)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1/\Delta m$$

را حساب کنید.



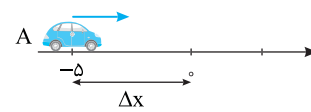
۲ ۱۴۲ B

۱ متحرک A از مکان $x = -5 \text{ m}$ در حال نزدیک شدن به مبدأ بوده و در جهت

مثبت در حال حرکت می‌باشد و در مدت 3 s به مبدأ می‌رسد بنابراین سرعت حرکت

$$v_A = v_{avA} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} \Rightarrow v_A = \frac{5}{3} \text{ m/s}$$

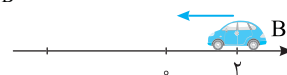
آن خواهد شد:



۲ متحرک B از مکان مثبت و در جهت منفی در حال نزدیک شدن به مبدأ می‌باشد

و در مدت 4 s از مکان $x = +2 \text{ m}$ به مبدأ می‌رسد و سرعت آن خواهد شد:

$$v_B = v_{avB} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} \Rightarrow v_B = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \text{ m/s}$$



$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{5/3}{-1/2} = -\frac{10}{3}$$

۳ نسبت v_A/v_B برابر است با:

۴ ۱۴۳ B

خط فکری

دقت کنید در لحظه $t_1 = 3 \text{ s}$ و $t_2 = 5 \text{ s}$ مکان متحرک داده نشده

بلکه فاصله متحرک از مبدأ به ترتیب 6 m و 5 m متر است یعنی متحرک ممکن است از

مکان $+6 \text{ m}$ به مکان $+5 \text{ m}$ برود و یا از مکان $+6 \text{ m}$ به مکان -5 m برود البته

متحرک می‌تواند از مکان -6 m به مکان -5 m و یا حتی به مکان $+5 \text{ m}$ برود.

بنابراین همه حالت‌ها باید بررسی شود.

یابج سرعت 108 km/h را برحسب یکای m/s می‌نویسیم:

$$v = \frac{108 \text{ km}}{\text{h}} = 108 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \Rightarrow v = 30 \text{ m/s}$$

جابه‌جایی (مسافتی) که متحرک در 1 s طی می‌کند خواهد شد:

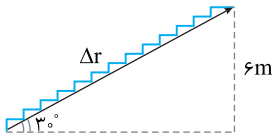
$$\Delta x = v \Delta t = 30 \times 1 = 30 \text{ m}$$

این تست ساده بیان می‌کند که هنگام رانندگی با سرعت 108 km/h ، در هر

ثانیه 30 متر جلو می‌روید و اگر مانعی در 30 متری مقابل شما باشد، با همان

سرعت به آن برخورد می‌کنید. **گزینه ۲**

۲ ۱۵۰



۱ ارتفاع هر طبقه 6 متر بوده یعنی

فاصله بین دو طبقه 6 m مطابق شکل

است. طول مسیر حرکت (جابه‌جایی) بین دو

طبقه را به کمک مثلثات به دست می‌آوریم:

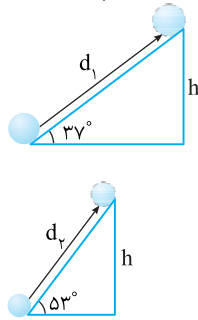
$$\sin 30^\circ = \frac{6}{\Delta r} \Rightarrow \Delta r = 12 \text{ m}$$

۲ مدت زمان جابه‌جایی 12 متر با سرعت 6 m/s را حساب می‌کنیم:

$$\Delta r = v \Delta t \Rightarrow 12 = 6 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

۳ ۱۵۱

۱ این سؤال بیشتر جنبه ریاضی دارد. طول مسیر (جابه‌جایی) جسم روی دو سطح



شیب‌دار را به کمک مثلثات به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \sin 37^\circ = \frac{h}{d_1} \Rightarrow d_1 = \frac{h}{\sin 37^\circ} \\ \sin 53^\circ = \frac{h}{d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{h}{\sin 53^\circ} \end{cases}$$

۲ نسبت $\frac{d_1}{d_2}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{4}{3}$$

۳ جابه‌جایی d_1 و d_2 را نوشته و دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:

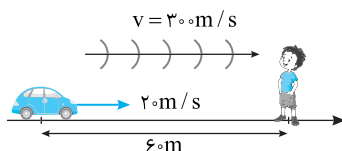
$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} d_1 = v_1 t_1 \\ d_2 = v_2 t_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{v_1 t_1}{v_2 t_2} \Rightarrow v = 7/5 \text{ m/s}$$

۳ ۱۵۲

خط‌فکر سرعت صوت 300 m/s است. زمانی که طول می‌کشد تا صدای بوق

به دانش‌آموز برسد را به دست بیاورید سپس مشخص کنید در این مدت خودرو با سرعت

$72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ چند متر جلو رفته و در چه فاصله‌ای از دانش‌آموز قرار می‌گیرد.



۱ ابتدا زمان رسیدن صدای بوق به دانش‌آموز را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 60 = 300 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0.2 \text{ s}$$

۲ حال باید مشخص کرد در این مدت خودرو چند متر جلو آمده است.

$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}, \Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x = 20 \times 0.2 = 4 \text{ m}$$

۳ بنابراین خودرو در این لحظه در فاصله $60 - 4 = 56 \text{ m}$ دانش‌آموز است.

۱ ۱۴۷

خط‌فکر مسئله قشنگی است. در بازه YS به بعد سرعت v_2 است یعنی از

لحظه $t = 8 \text{ s}$ و $t = 14 \text{ s}$ سرعت متحرک v_2 است و می‌توانید v_2 را حساب کنید.

در بازه $t = 8 \text{ s}$ تا $t = 14 \text{ s}$ متحرک همین سرعت را دارد و می‌توانید جابه‌جایی متحرک

در این 1 s را حساب کنید تا مشخص شود که متحرک در بازه YS تا 2 s با سرعت v_1

چند متر جابه‌جا شده و v_1 را به دست بیاورید.

t(s)	۲	۸	۱۴
x(m)	۳۰	۵۰	۸۶

۱ سرعت ثابت v_2 را حساب می‌کنیم:

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_2 = \frac{86 - 50}{14 - 8} \Rightarrow v_2 = \frac{36}{6} = 6 \text{ m/s}$$

۲ در مدت $t = 8 \text{ s}$ تا $t = 14 \text{ s}$ متحرک با سرعت 6 m/s ، به اندازه

$\Delta x = 6 \times 1 = 6 \text{ m}$ جابه‌جا می‌شود یعنی در لحظه $t = 8 \text{ s}$ متحرک در مکان

$50 - 6 = 44 \text{ m}$ قرار دارد.

۳ سرعت v_1 در بازه YS تا 2 s را حساب می‌کنیم. (یادتان باشد سرعت در تمام

بازه YS تا 2 s ثابت است.) $v_1 = \frac{44 - 30}{2} \Rightarrow v_1 = \frac{14}{2} = 7 \text{ m/s}$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{7} = \frac{24}{28} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{7}$$

۴ نسبت v_2/v_1 خواهد شد:

۳ ۱۴۸

در حرکت با سرعت ثابت روی خط راست، مسافت همان اندازه جابه‌جایی است. با توجه

به فرض مسئله مسافت (جابه‌جایی) در دو حالت یکسان است بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_1 \times 8 = (v_1 + 3) \times 5 \Rightarrow 8v_1 = 5v_1 + 15 \Rightarrow v_1 = 5 \text{ m/s}$$

بازی یا سؤال متحرک A و متحرک B به ترتیب با سرعت‌های ثابت 21

و $(7 - 30)$ متر بر ثانیه جابه‌جایی‌های یکسانی را در مدت t_B و t_A طی

می‌کنند. اگر $\frac{t_A}{t_B} = \frac{3}{7}$ باشد چند متر بر ثانیه است؟

$$37 \quad (4) \quad 39 \quad (3) \quad 51 \quad (2) \quad 49 \quad (1)$$

یابج جابه‌جایی دو متحرک یکسان است، بنابراین:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow 21 t_A = (7 - 30) t_B$$

با توجه به فرض مسئله $\frac{t_A}{t_B} = \frac{3}{7}$ از این رو:

$$21 \times \left(\frac{3}{7} t_B\right) = (7 - 30) t_B \Rightarrow 9 = 7 - 30 \Rightarrow v = 29 \text{ m/s}$$

گزینه ۳

۳ ۱۴۹

زمان حرکت با سرعت 80 km/h و 120 km/h در جابه‌جایی 150 km را حساب

کرده و از هم کم می‌کنیم.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_1 = \frac{150}{80} \times 60 = 112.5 \text{ min} \\ \Delta t_2 = \frac{150}{120} \times 60 = 75 \text{ min} \end{cases} \Rightarrow 112.5 - 75 = 37.5 \text{ min}$$

بازی یا سؤال راننده‌ای که با سرعت 108 km/h حرکت می‌کند،

برای یک ثانیه چشم از جاده برمی‌دارد و در آینه نگاه می‌کند. در این یک ثانیه

خودروی او چند متر جلوتر رفته است؟

$$20 \quad (4) \quad 60 \quad (3) \quad 30 \quad (2) \quad 108 \quad (1)$$

مکان اولیه متحرک A ($x_A = 0$) و مکان اولیه متحرک B ($x_B = -30\text{m}$) است.

معادله‌های حرکت A و B را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = 2t \\ x_B = \Delta t - 30 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 2t = \Delta t - 30 \Rightarrow 2t = 30 \Rightarrow t = 15\text{s}$$

مکان رسیدن دو متحرک نسبت به محل آغاز حرکت A خواهد شد: $x = 2 \times 15 = 30\text{m}$
راه حل دوم: روش نسبی: در حل این مسائل می‌توان این‌گونه فکر کرد که متحرک A با سرعت 2m/s در هر ثانیه ۲ متر جلو می‌رود و متحرک B با سرعت 1m/s در هر ثانیه 1m حرکت می‌کند یعنی در هر ثانیه 3m عقب ماندگی خود را جبران می‌کند بنابراین با یک تناسب ساده می‌توان نوشت:

3m	1s
30m	Δt

$$\Rightarrow \Delta t = 10\text{s}$$

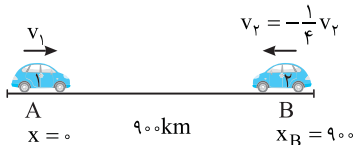
میانبر ← اگر دو متحرک در یک جهت در حرکت باشند می‌توان فرض کرد یک متحرک (مثلاً A) در حال سکون است و متحرک B با سرعت $(v_B - v_A)$ در حال نزدیک شدن به آن است و می‌نویسیم:

$$\Delta x = |v_B - v_A| \Delta t$$

راه حل اول: روش کلی حل این نوع مسائل به این‌گونه است که معادله حرکت دو متحرک را نسبت به یک مبدأ اختیاری مثلاً نقطه A می‌نویسیم و معادله حرکت را باهم برابر قرار می‌دهیم. جهت حرکت v_1 را مثبت می‌گیریم.

$$x = vt + x_0 \begin{cases} x_1 = v_1 t \\ x_2 = -\frac{1}{4} v_2 t + 900 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} v_1 t = -\frac{1}{4} v_2 t + 900$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} v_1 t = 900 \xrightarrow{t=4\text{s}} v_1 = 180\text{km/h}$$

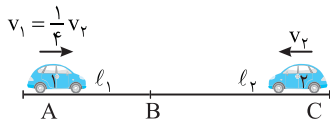


راه حل دوم: در حرکت با سرعت ثابت روی خط راست، اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان است. باید مجموع مسافت‌هایی که هر متحرک طی می‌کند تا به هم برسند را به دست بیاورید و آن را با فاصله ابتدایی دو متحرک برابر قرار دهیم.

$$l_1 = v_1 t, \quad l_2 = v_2 t \Rightarrow l_1 + l_2 = (v_1 + v_2) t$$

$$\frac{l_1 + l_2 = 900\text{km}}{t = 4\text{h}} \Rightarrow 900 = (v_1 + \frac{1}{4} v_2) \times 4$$

$$\Rightarrow 900 = \frac{5}{4} v_1 \times 4 \Rightarrow v_1 = 180\text{km/h}$$



راه حل سوم: روش نسبی: می‌توان چنین استدلال کرد که متحرک (۱) با سرعت v_1 در مدت 1h به اندازه v_1 کیلومتر و متحرک (۲) با سرعت v_2 در مدت 1h به اندازه v_2 کیلومتر به هم نزدیک می‌شوند یعنی در مدت 1h دو متحرک به اندازه $v_1 + v_2$ به هم نزدیک می‌شوند، بنابراین به کمک یک تناسب ساده می‌توان نوشت:

$v_1 + v_2$	1h
900km	4h

$$\Rightarrow v_1 + v_2 = \frac{900}{4} \Rightarrow v_1 + \frac{v_1}{4} = \frac{900}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{5v_1}{4} = \frac{900}{4} \Rightarrow v_1 = 180\text{km/h}$$

میانبر ← هر گاه دو متحرک خلاف جهت هم حرکت می‌کنند می‌توان نوشت:

$$\Delta x = |v_1 + v_2| t$$

B ۱۵۳ ۲

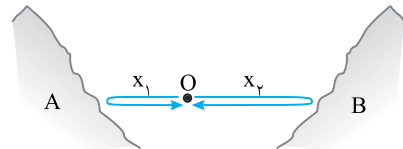
یکی از نمونه‌های طبیعی حرکت یکنواخت روی خط راست با سرعت ثابت انتشار صوت در یک محیط در یک امتداد و روی خط راست است.

۱ دقت کنید صدا از منبع O به کوه نزدیک (نقطه A) رفته و از روی آن باز می‌گردد. بنابراین مسافتی که صوت در این رفت و برگشت طی می‌کند $2x_1$ است:

$$l_1 = vt \Rightarrow 2x_1 = v t_1 \quad (1)$$

۲ صوت از O تا B می‌رود و صدای پژواک دوم شنیده می‌شود و در این مسیر مسافت طی شده $2x_2$ بوده و خواهیم داشت:

$$l_2 = vt \Rightarrow 2x_2 = v t_2 \quad (2)$$



۳ با توجه به فرض مسئله $t_2 - t_1 = 3\text{s}$ و سرعت صوت 340m/s است،

بنابراین رابطه (۱) و (۲) را از هم کم کرده و مسئله را حل می‌کنیم:

$$2x_2 - 2x_1 = v(t_2 - t_1) \Rightarrow 2(x_2 - x_1) = 340 \times 3 \Rightarrow x_2 - x_1 = 1/5 \times 340\text{m}$$

بنابراین اختلاف فاصله O از A تا B، برابر $1/5 \times 340\text{m}$ است.

B ۱۵۴ ۲

خط فکری ← هر گاه در یک مسئله درباره دو متحرک از شما سؤال شود که دو متحرک در چه لحظه‌ای و یا در چه مکانی از کنار هم می‌گذرد شما باید معادله مکان - زمان هر متحرک را بنویسید (خوشبختانه در این مسئله معادله‌ها را در اختیار دارید)، سپس مکان (x) دو متحرک را برابر قرار دهید.

۱ لحظه عبور از کنار هم را حساب می‌کنیم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 2t - 4 = 3t - 12 \Rightarrow t = 8\text{s}$$

۲ با قرار دادن زمان $t = 8\text{s}$ در هر یک از معادله‌ها می‌توانید مکانی که دو متحرک از کنار هم می‌گذرند را به دست بیاوریم.

$$x = 2t - 4 \xrightarrow{t=8\text{s}} x = 2 \times 8 - 4 = 12\text{m}$$

بازی با سؤال ← معادله مکان - زمان دو متحرک P و Q که هم‌زمان روی محور x ها با سرعت‌های ثابت شروع به حرکت کرده‌اند در SI به ترتیب به صورت $x_P = vt + 12$ و $x_Q = 4t - 24$ است. اگر هر دو در یک لحظه به

مکان $x = +8\text{m}$ برسند، v چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) -0.5
- (۲) 0.5
- (۳) 2.5
- (۴) -2.5

پاسخ ← با قرار دادن $x = +8\text{m}$ در معادله حرکت Q، زمان رسیدن آن را به این مکان به دست می‌آوریم:

$$x_Q = 4t - 24 \Rightarrow 8 = 4t - 24 \Rightarrow t = \frac{32}{4} \Rightarrow t = 8\text{s}$$

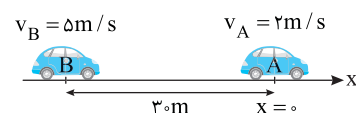
اکنون با قرار دادن $t = 8\text{s}$ و $x = 8\text{m}$ در معادله حرکت P، سرعت v را به دست می‌آوریم:

$$x_P = vt + 12 \Rightarrow 8 = v(8) + 12 \Rightarrow v = -0.5\text{m/s}$$

گزینه ۱

B ۱۵۵ ۱

راه حل اول: محل حرکت متحرک A را مبدأ در نظر می‌گیریم، معادله حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم:



B ۱۵۷ ۳

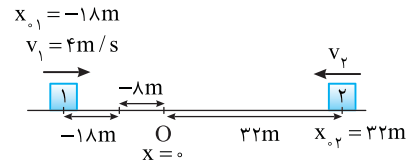
روش اول:

۱. معادله حرکت متحرک اول را می‌نویسیم:

$$(1) \text{ متحرک } x = v_1 t + x_{01} \Rightarrow x = 4t - 18$$

۲. اکنون زمانی که مکان متحرک $-18m$ می‌شود را به دست می‌آوریم.

$$-18 = 4t - 18 \Rightarrow 4t = 0 \Rightarrow t = 0/5$$



۳. اکنون معادله حرکت متحرک دوم را می‌نویسیم:

$$x_2 = v_2 t + x_{02} \Rightarrow -18 = v_2 \times 2/5 + 32 \Rightarrow -40 = v_2 \times 2/5$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{-40 \times 5}{2} \Rightarrow v_2 = -100 \text{ m/s} \Rightarrow |v_2| = 100 \text{ m/s}$$

روش دوم:

با توجه به فرض مسئله متحرک (۱) با حرکت از نقطه $-18m$ در $-18m$ به متحرک (۲) می‌رسد. از این رو زمان این حرکت برابر است با:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 10 = 4t \Rightarrow t = 2/5$$

متحرک (۲) در این مدت برای رسیدن به نقطه C به اندازه $32 + 8 = 40m$ جابه‌جا می‌شود. در این صورت:

$$|\Delta x| = |v| \Delta t \Rightarrow 40 = v_2 \times 2/5 \Rightarrow v_2 = 100 \text{ m/s}$$

B ۱۵۸ ۲

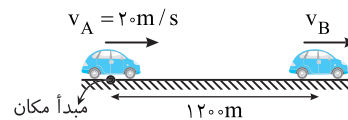
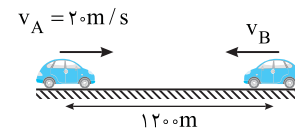
اگر دو متحرک به سمت یکدیگر در حال حرکت باشند با توجه به صورت سؤال بعد از $80s$ به هم می‌رسند. در این مدت متحرک A با سرعت ثابت $20m/s$ به اندازه $\Delta x = vt = 1600m$ می‌پیماید که بیشتر از فاصله اولیه بین دو متحرک است. بنابراین این دو متحرک باید قبل از $t = 80s$ هم را دیده باشند. پس دو متحرک در حال نزدیک شدن به هم نیستند و در یک جهت در حال حرکت می‌باشند. معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = vt = 20t \xrightarrow{t=80s} x_A = 1600m$$

$$x_B = v_B t + 1200 \xrightarrow{t=80s} x_B = 80v_B + 1200$$

در $t = 80s$ دو متحرک به هم می‌رسند:

$$x_A = x_B \Rightarrow 1600 = 80v_B + 1200 \Rightarrow 400 = 80v_B \Rightarrow v_B = 5m/s$$



B ۱۵۹ ۴

خط‌نکری

می‌خواهیم یک مثال ساده و عددی را با هم بررسی کنیم. متحرک A از یک نقطه رأس ساعت ۳ بعد از ظهر شروع به حرکت می‌کند و $1h$ بعد (یعنی در ساعت ۴ بعد از ظهر) متحرک B از همان نقطه به راه می‌افتد. رأس ساعت ۸ شب متحرک B به متحرک A می‌رسد. در این صورت متحرک A $(8-3=5)$ ساعت و متحرک B $(8-4=4)$ ساعت در حرکت بوده‌اند یعنی زمان حرکت A بزرگ‌تر از زمان حرکت B $(t_A > t_B)$ بوده و اگر مدت زمان حرکت A را t_A بنامیم، مدت زمان حرکت B تا رسیدن به A $(t_A - 1)$ خواهد بود. البته بین خودمان بماند که بعضی افراد وقتی زمان حرکت A را t_A در نظر می‌گیرند زمان حرکت B را $(t_B = t_A + 1)$ در نظر می‌گیرندکه کاملاً غلط است. شما باید رابطه جابه‌جایی $\Delta x = vt$ را برای هر دو متحرک بنویسید و آن‌ها را با هم برابر قرارداد، مسئله را حل کنید.وقتی دو خودرو به هم می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها یکسان است. متحرک دوم یک ساعت پس از متحرک اول شروع به حرکت کرده بنابراین اگر زمان حرکت متحرک اول را Δt_1 در نظر بگیریم زمان حرکت متحرک دوم $(\Delta t_2 = \Delta t_1 - 1)$ خواهد شد. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_1 \Delta t_1 = v_2 \Delta t_2 \Rightarrow 60 \Delta t_1 = 80 (\Delta t_1 - 1)$$

$$\Rightarrow 60 \Delta t_1 = 80 \Delta t_1 - 80 \Rightarrow \Delta t_1 = 4h$$

B ۱۶۰ ۱

۱. خودروی اول با سرعت $10m/s$ پس از 200 ثانیه، 200 متر به جلو می‌رود و فاصله دو خودرو از هم $270m - 200 = 70m$ می‌شود.

۲. معادله حرکت دو متحرک را از این لحظه به بعد نوشته و برای این منظور نقطه B را مبدأ مکان فرض می‌کنیم:

$$x_1 = -10t + 270$$

معادله حرکت خودرو (۱):

$$x_2 = 8t$$

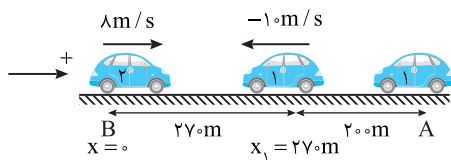
معادله حرکت خودرو (۲):

۳. دو معادله را با هم برابر قرار می‌دهیم و زمان رسیدن دو خودرو به هم را حساب می‌کنیم:

$$x_2 = x_1 \Rightarrow 8t = -10t + 270 \Rightarrow 18t = 270 \Rightarrow t = 15s$$

۴. بنابراین متحرک (۲)، 15 ثانیه در حرکت بوده است تا به متحرک (۱) برسد و اندازه جابه‌جایی آن در این مدت خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = 8 \times 15 = 120m$$



B ۱۶۱ ۱

خط‌نکری

دو متحرک از یک مبدأ به سوی یک مقصد می‌روند یعنی جابه‌جایی آن‌ها با هم برابر است $(\Delta x_1 = \Delta x_2)$. یکی از آن‌ها $50s$ زودتر به مقصد می‌رسد. یعنیاگر زمان حرکت متحرک کندرو $t_1 (v_1 = 30m/s)$ باشد زمان حرکت متحرک تندرو و $(v_2 = 40m/s)$ برابر $t_1 - 50$ است بنابراین کافی است شما جابه‌جایی‌ها را مساوی

قرار داده و مسئله را حل کنید.

۱. جابه‌جایی دو متحرک برابر است. از این رو:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \xrightarrow{\Delta x = vt} 30t_1 = 40t_2 \xrightarrow{t_2 = t_1 - 50} 30t_1 = 40(t_1 - 50)$$

$$30t_1 = 40(t_1 - 50) \Rightarrow 30t_1 = 40t_1 - 2000 \Rightarrow t_1 = 200s$$

۲. فاصله مبدأ تا مقصد برابر است با:

$$\Delta x = v_1 t_1 = 30 \times 200 = 6000m$$

B ۱۶۲ ۱

خط‌نکری

مسئله ساده اما قابل فکر کردن است. بیشینه فاصله دو متحرک در طول مسیر یعنی چه؟

دقت کنید متحرک تندرو با سرعت $10m/s$ از مبدأ به راه می‌افتد و همزمان با آن متحرک کندرو با سرعت $5m/s$ از همان نقطه به راه می‌افتد بنابراین در هر لحظه فاصله بین دو متحرک در حال افزایش است و در طول مسیر بیشینه فاصله آن‌ها از هم وقتی که متحرک تندرو به مقصد برسد است. بنابراین شما باید مدت زمان رسیدن متحرک تندرو به مقصد را حساب کرده سپس، معین کنید در این مدت متحرک کندرو چند متر جلو آمده تا مشخص شود فاصله آن‌ها در این لحظه چند متر است.

۱. زمان رسیدن متحرک تندرو را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{\Delta x = 4000m} 4000 = 8 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 500s$$

۲. در مدت $500s$ جابه‌جایی متحرک کندرو خواهد شد:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x_{\text{کندرو}} = 5 \times 500 = 2500m$$

۳. بنابراین بیشینه فاصله دو متحرک در طول مسیر برابر است با:

$$4000 - 2500 = 1500m$$

$$\begin{cases} |\Delta x_1| = v_1 t \\ |\Delta x_2| = v_2 t \end{cases} \Rightarrow (v_1 + v_2)t = 400 \Rightarrow 50t = 400 \Rightarrow t = 8s$$

پایه سوال دو متحرک از یک نقطه، هم‌زمان در یک جهت با سرعت 72 km/h و 108 km/h به حرکت درمی‌آیند. پس از چند دقیقه فاصله دو متحرک از هم $3/6$ کیلومتر می‌شود؟

$$12(4) \quad 6(3) \quad 3/6(2) \quad 10(1)$$

پایه راه‌حل اول: معادله حرکت دو متحرک را نوشته، از هم کم کرده و برابر $3/6 \text{ km}$ قرار می‌دهیم:

$$x = vt \begin{cases} x_1 = 72t \\ x_2 = 108t \end{cases} \xrightarrow{x_2 - x_1 = 3/6} 108t - 72t = 3/6 \Rightarrow 36t = 3/6$$

$$\Rightarrow t = 0/1h \Rightarrow t = 0/1 \times 60 = 6 \text{ min}$$

دقت کردید برای حل مسئله سرعت‌ها را تبدیل واحد نکردیم و مسئله را با همان یکای km/h حل کردیم.

راه‌حل دوم: هر دو با هم حرکت کرده‌اند، در هر ساعت متحرک (۱) 72 km و متحرک (۲) 108 km طی می‌کند یعنی متحرک (۲) $108 - 72 = 36 \text{ km}$ از اولی جلو می‌افتد، مانند این است که متحرک اول را ساکن فرض کنیم و متحرک دوم با سرعت 36 km/h از آن دور شود، در واقع از سرعت نسبی استفاده می‌کنیم: $t = 3/6 = (108 - 72)t \Rightarrow t = 0/1h = 6 \text{ min}$

گزینه ۳

۳ ۱۶۶

خط فکری فاصله دو متحرک از هم در طول مسیر کمتر از 50 m باشد یعنی $|x_1 - x_2| = 250 \text{ m}$ شود. بنابراین کافی است که معادله حرکت هر متحرک را نوشته و از هم کم کرده و قدرمطلق تفاضل را کوچک‌تر از 50 قرار دهید.

یادداشت ریاضی هر گاه $|a| \leq b$ و $b > 0$ باشد آن‌گاه $-b \leq a \leq b$.

مکان اولیه متحرک با سرعت 10 m/s را به عنوان مبدأ مکان و سمت راست را جهت مثبت در نظر می‌گیریم. در این صورت معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_1 = 5t \\ x_2 = -20t + 200 \end{cases}$$

فاصله دو متحرک از هم کمتر از 50 m باشد یعنی:

$$|x_1 - x_2| \leq 50 \Rightarrow |5t - 200| \leq 50$$

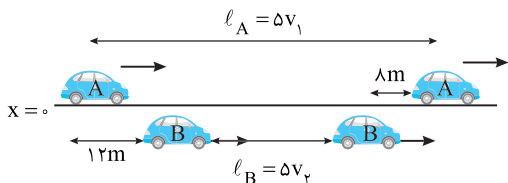
$$\Rightarrow -50 \leq 5t - 200 \leq 50 \Rightarrow 150 \leq 5t \leq 250 \Rightarrow 30 \leq t \leq 50$$

بنابراین در بازه $t = 30$ تا $t = 50$ یعنی در مدت $\Delta t = 10 - 6 = 4 \text{ s}$ ، فاصله دو متحرک از هم کمتر از 50 متر است.

۳ ۱۶۷

با توجه به شکل و صورت مسئله در مدت 5 s متحرک A با سرعت v_A مسافت $l_A = v_A t = 5v_A$ و متحرک B مسافت $l_B = v_B t = 5v_B$ را طی می‌کند. اگر به شکل دقت کنید خواهیم داشت:

$$l_A = 12 + l_B + 8 \Rightarrow 5v_A = 20 + 5v_B \Rightarrow v_A - v_B = 4 \text{ m/s} \quad (I)$$



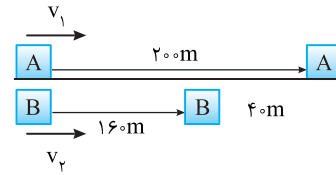
اکنون می‌خواهیم فاصله دو متحرک به جای 8 m ، 24 m شود بنابراین:

$$l'_A = 12 + l'_B + 24 \Rightarrow l'_A - l'_B = 36 \Rightarrow v_A t - v_B t = 36$$

$$\Rightarrow (v_A - v_B)t = 36 \xrightarrow{(I)} 4t = 36 \Rightarrow t = 9 \text{ s}$$

۳ ۱۶۳

خط فکری دوندۀ A و B مسیر 200 متر را می‌خواهند بپوشند. دوندۀ A وقتی به مقصد می‌رسد دوندۀ B به اندازه 40 m از او عقب‌تر است یعنی در مدتی که دوندۀ A، 200 متر دویده، دوندۀ B، 160 m دویده است و شما به کمک این موضوع می‌توانید نسبت سرعت B به سرعت A (v_B/v_A) را پیدا کرده و به کمک آن مسئله را حل کنید.



۱ با توجه به رابطه جابه‌جایی زمان خواهیم داشت:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{A} 200 = v_A t \\ \xrightarrow{B} 160 = v_B t \end{cases} \Rightarrow \frac{200}{160} = \frac{v_A t}{v_B t} \Rightarrow v_B = 0/8 v_A$$

۲ اکنون دوندۀ A به اندازه d از دوندۀ B عقب‌تر استارت می‌زند و قرار است باهم به مقصد برسند بنابراین:

$$\begin{aligned} A: d + 200 &= v_A t' \Rightarrow \frac{d + 200}{200} = \frac{v_A}{v_B} \xrightarrow{v_B = 0/8 v_A} \\ B: 200 &= v_B t' \end{aligned}$$

$$\frac{d + 200}{200} = \frac{1}{0/8} \Rightarrow d + 200 = 250 \Rightarrow d = 50 \text{ m}$$

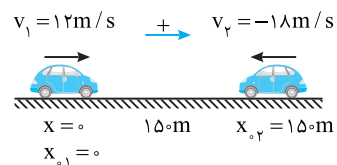


۲ ۱۶۴

فاصله دو خودرو از هم 150 m است، بنابراین برای آنکه فاصله آن‌ها از هم 180 متر شود، ابتدا باید دو خودرو به هم رسیده و از کنار هم بگذرند، از هم دور شوند تا فاصله آن‌ها از هم 180 متر شود. معادله حرکت دو خودرو را نوشته و از هم کم می‌کنیم.

$$\begin{cases} x_1 = 12t \\ x_2 = -18t + 150 \end{cases} \xrightarrow{|x_1 - x_2| = 180 \text{ m}} 12t + 18t - 150 = 180$$

$$\Rightarrow 30t = 330 \Rightarrow t = 11 \text{ s}$$



اگر تفاضل را برابر -180 قرار دهیم خواهیم داشت:

$$12t + 18t - 150 = -180 \Rightarrow 30t = -30 \Rightarrow t = -1 \text{ s} \text{ غ.ق.}$$

روش دیگر: می‌توان فرض کرد متحرک (۲) ساکن است و متحرک (۱) با سرعت 30 m/s از فاصله 150 متری به آن نزدیک و سپس 180 متر از آن دور می‌شود یعنی متحرک (۱) جمعاً $150 + 180 = 330 \text{ m}$ را با سرعت 30 m/s طی می‌کند. $\Delta x = vt \Rightarrow 330 = 30t \Rightarrow t = 11 \text{ s}$

۴ ۱۶۵

خط فکری یک‌بار هنگام نزدیک شدن دو متحرک به هم، فاصله آن‌ها از هم 100 متر و بار دیگر بعد از رسیدن به هم و دور شدن از هم، فاصله آن‌ها از هم 100 متر می‌شود. بنابراین مسئله دو حالت دارد:

حالت اول: وقتی هنگام نزدیک شدن فاصله آن‌ها 100 متر است، دو متحرک در مجموع باید مسافت $200 - 100 = 100 \text{ m}$ را طی کرده باشند.

$$\begin{cases} |\Delta x_1| = v_1 t \\ |\Delta x_2| = v_2 t \end{cases} \Rightarrow |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = (v_1 + v_2)t \Rightarrow 200 = 50t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

حالت دوم: هنگامی که از کنار هم می‌گذرند و مجدداً فاصله آن‌ها از هم 100 متر است، باید دو متحرک در مجموع مسافت $300 + 100 = 400 \text{ m}$ را بپیمایند.

B ۱۶۸ ۴

راه حل اول: ابتدا معادله حرکت دو متحرک را نسبت به نقطه A می نویسیم.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = v_1 t \\ x_2 = -4v_1 t + AB \end{cases} \Rightarrow v_1 t = -4v_1 t + AB$$

$$\Rightarrow AB = v_1 t + (4v_1 t) \Rightarrow AB = 5v_1 t$$

$$t = \frac{AB}{5v_1} \quad (I) \quad \text{زمان به هم رسیدن دو متحرک برابر می شود یا:}$$

زمان حرکت متحرک (۱) از A تا B برابر است با:

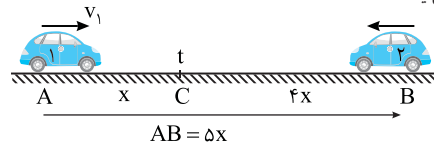
$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{AB}{v_1} \quad (II)$$

اکنون با تقسیم روابط (I) و (II) بر هم می توان t_1 را بر حسب t به دست آورد:

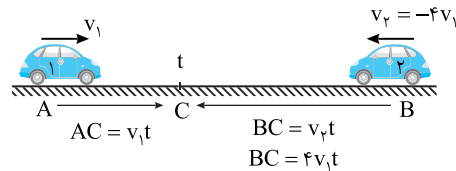
$$\frac{AB}{t} = \frac{v_1}{\frac{AB}{5v_1}} \Rightarrow t_1 = 5 \Rightarrow t_1 = 5t$$

راه حل دوم و سریع:

۱ بنا به فرض مسئله $v_2 = -4v_1$ است یعنی در لحظه ای که دو متحرک به هم می رسند اگر متحرک v_1 به اندازه X جلو آمده باشد متحرک ۲ با سرعت $4v_1$ به اندازه $4X$ جلو می آید.



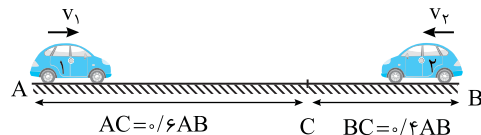
۲ متحرک کندرو (۱) در مدت t مسافت X را طی کرده است بنابراین کل مدت حرکت از A تا B که برابر 5X است را در مدت 5t طی می کند.



B ۱۶۹ ۱

۱ در گام اول شما باید نسبت سرعت های v_1 و v_2 را به کمک جابه جایی آن ها از لحظه شروع حرکت تا لحظه ای که به هم می رسند را حساب کنید. دقت کنید که سرعت متحرک (۱) قطعاً از سرعت متحرک (۲) بیشتر است زیرا در مدت t که به هم می رسند مسیر طولانی تری را طی می کند. بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} AC = v_1 t \Rightarrow \frac{1}{6} AB = v_1 t \\ BC = v_2 t \Rightarrow \frac{5}{6} AB = v_2 t \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2} \quad (I)$$



۲ در ادامه مسیر، متحرک (۱) مسیر BC را در مدت 4s طی کرده است:

$$\Delta x = vt \Rightarrow CB = v_1 \times 4 \Rightarrow \frac{5}{6} AB = v_1 \times 4 \quad (II)$$

۳ در ادامه مسیر، متحرک (۲) مسیر CA را در مدت t_2 طی می کند بنابراین:

$$\Delta x = vt \Rightarrow CA = v_2 \times t_2 \Rightarrow \frac{1}{6} AB = v_2 t_2 \quad (III)$$

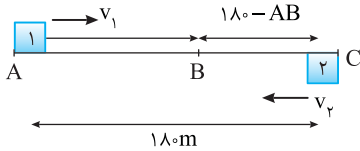
۴ رابطه (II) را بر رابطه (III) تقسیم می کنیم.

$$\frac{\frac{5}{6} AB}{\frac{1}{6} AB} = \frac{v_1 \times 4}{v_2 \times t_2} \quad (I) \rightarrow \frac{5}{1} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{t_2} \Rightarrow t_2 = 9 \text{ s}$$

B ۱۷۰ ۲

۱ متحرک (۱) مطابق شکل از نقطه A و متحرک (۲) از نقطه C به سوی هم می روند و در نقطه B به هم می رسند. در این مدت متحرک (۱) مسافت AB و متحرک (۲) مسافت $BC = 180 - AB$ را به ترتیب با تندیهای v_1 و v_2 طی می کنند.

(I) $AB = v_1 t$ متحرک اول، (II) $(180 - AB) = v_2 t$ متحرک دوم،



۲ دو رابطه را بر هم تقسیم می کنیم: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{AB}{180 - AB} \quad (III)$

۳ با توجه به فرض مسئله متحرک (۱) در ادامه مسیر، مسافت BC را در مدت ۱۶s طی می کند و متحرک ۲، مسافت BA را در مدت ۲۵s طی می کند. از این رو خواهیم داشت:

$$\ell = vt \Rightarrow \begin{cases} \text{متحرک اول} \rightarrow BC = v_1 \times 16 \Rightarrow 180 - AB = 16v_1 \\ \text{متحرک دوم} \rightarrow BA = v_2 \times 25 \Rightarrow AB = 25v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{AB}{25} \end{cases}$$

۴ دو رابطه را بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{180 - AB}{v_1} = \frac{16}{\frac{AB}{25}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{25}{16} \left(\frac{180 - AB}{AB} \right)$$

۵ طرف چپ رابطه بالا و رابطه (III) یکسان بوده، طرف راست آن ها را برابر قرار می دهیم:

$$\frac{AB}{180 - AB} = \frac{25}{16} \left(\frac{180 - AB}{AB} \right) \Rightarrow \frac{AB^2}{(180 - AB)^2} = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{180 - AB} = \frac{5}{4} \Rightarrow 400 - 5AB = 4AB \Rightarrow AB = 100 \text{ m}$$

$$\Rightarrow BC = 180 - 100 = 80 \text{ m}$$

متحرک (۱) 80m را با مدت ۱۶s طی کرده بنابراین اندازه سرعت آن (تندی) برابر

$$v_1 = \frac{BC}{t} = \frac{80}{16} = 5 \text{ m/s} \quad \text{خواهد شد با:}$$

میانبر هر گاه دو متحرک با تندیهای ثابت v_1 و v_2 به ترتیب از نقاط A

و C به سوی هم بروند و در نقطه B از کنار هم بگذرند چنانچه بازه زمانی که متحرک (۱) را در ادامه مسیر از B به C می رود t_1 و بازه زمانی که متحرک (۲) در ادامه مسیر

از B به A می رود t_2 بنامیم خواهیم داشت:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{t_1}{t_2}} \Rightarrow \frac{AB}{180 - AB} = \sqrt{\frac{16}{25}} \Rightarrow \frac{AB}{180 - AB} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow AB = 100 \text{ m} \Rightarrow BC = 80 \text{ m} \Rightarrow v_1 = \frac{BC}{t_1} = \frac{80}{16} = 5 \text{ m/s}$$

بازی با سؤال مطابق شکل، دو متحرک (۱) و (۲) هم زمان از نقاط A و B

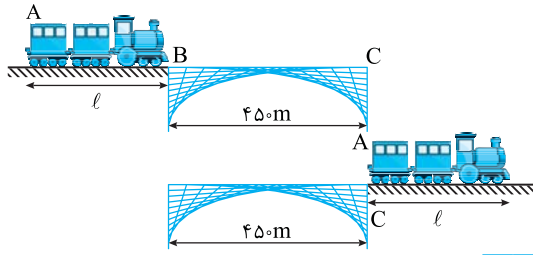
می گذرند و با تندیهای ثابت به طرف هم حرکت می کنند. دو متحرک پس از مدت

t در نقطه C از کنار هم عبور می نمایند به طوری که $AC = \frac{2}{5} AB$ است. چه مدت

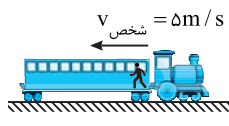
پس از آنکه متحرک (۲) به نقطه A می رسد، متحرک (۱) از نقطه B عبور خواهد کرد؟



$$\frac{2}{5} t \quad (4) \quad \frac{3}{5} t \quad (3) \quad \frac{5}{6} t \quad (2) \quad \frac{4}{5} t \quad (1)$$



۱ ۱۷۳ B



$$\Delta x = vt \Rightarrow 250 = 5t \Rightarrow t = 50 \text{ s}$$

۳ ۱۷۴ B

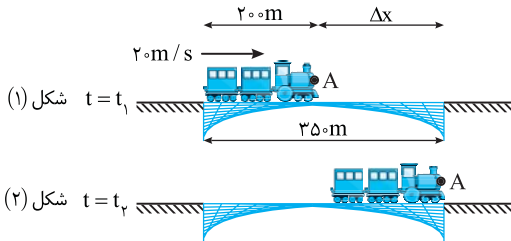
خط فکری وقتی گفته شده «قطار به طور کامل روی پل باشد» یعنی تمام طول قطار باید روی پل باشد. بنابراین مطابق شکل ابتدا شما باید قطار را روی پل قرار دهید و انتهای قطار ابتدای پل باشد (شکل (۱) سپس قطار را در ذهن خود حرکت داده تا ابتدای قطار به انتهای پل برسد اما از آن رد نشود. بنابراین جابه‌جایی قطار برابر تفاضل طول پل و طول قطار است.

۱ مسافتی که قطار طی می‌کند و در آن مدت تمام طول قطار روی پل است برابر است با:

$$\Delta x = 350 - 200 = 150 \text{ m}$$

۲ مدت زمانی که قطار به طور کامل روی پل است خواهد شد:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow 150 = 20\Delta t \Rightarrow \Delta t = 7.5 \text{ s}$$



۲ ۱۷۵ B

خط فکری به جای دو قطار، ذره A' را در جلوی قطار A و ذره B' را در انتهای B در نظر می‌گیریم که می‌خواهند از کنار هم بگذرند. بنابراین معادله حرکت این دو ذره را نوشته باهم برابر قرار دهید.

۱ روی شکل مبدأ مکان اختیاری را نشان داده‌ایم در لحظه t=0 مکان ذره A'، xA=0 و مکان ذره B'، xB=280+200=480m است.

۲ معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

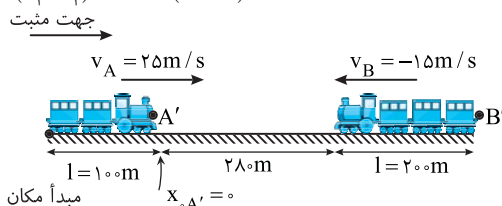
$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} \text{A}' \rightarrow x_{A'} = 25t \\ \text{B}' \rightarrow x_{B'} = -15t + 480 \end{cases}$$

۳ دو معادله را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_{A'} = x_{B'} \Rightarrow 25t = -15t + 480 \Rightarrow 40t = 480 \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

میانبر دو متحرک به سوی هم می‌روند و برای به دست آوردن زمان رسیدن آن‌ها به هم می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$\Delta x = (v_1 + v_2)t \Rightarrow 480 = (25 + 15)t \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$



پایان تسدی دو متحرک ثابت است. دو متحرک پس از t ثانیه به هم می‌رسند. متحرک (۲) در این مدت از B به C می‌رود یعنی $\frac{2}{5}AB$ را طی می‌کند

و در ادامه مسیر از C به A با همان تسدی ثابت مسافت $AC = \frac{2}{5}AB$ را طی

می‌کند بنابراین با یک تناسب ساده زمان حرکت (۲) از C تا A به دست می‌آید.

$$\frac{\frac{2}{5}AB}{\frac{2}{5}AB} \left| \begin{array}{l} t \\ t_2 \end{array} \right. \Rightarrow t_2 = \frac{2}{3}t$$

با همین استدلال زمان حرکت متحرک (۱) از A تا C تا t و از C تا B برابر t_1 است از این رو:

$$\frac{\frac{2}{5}AB}{\frac{3}{5}AB} \left| \begin{array}{l} t \\ t_1 \end{array} \right. \Rightarrow t_1 = \frac{3}{2}t$$

در نتیجه خواهیم داشت:

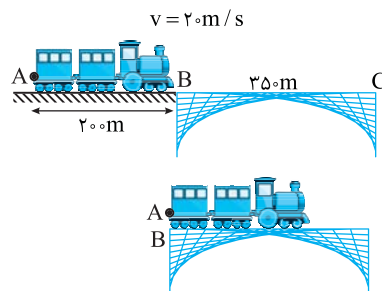
$$t_1 - t_2 = \frac{3}{2}t - \frac{2}{3}t = \frac{9-4}{6}t \Rightarrow t_1 - t_2 = \frac{5}{6}t$$

گزینه ۲

۲ ۱۷۱ B

۱ هنگامی که انتهای قطار به ابتدای پل برسد قطار به طور کامل روی پل قرار گرفته که نقطه A به نقطه B برسد. یعنی قطار 200m جابه‌جا شود. تسدی حرکت قطار 20m/s است بنابراین پس از مدت زیر قطار به طور کامل روی پل قرار می‌گیرد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 200 = 20t \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$



۲ اما وقتی قطار از ابتدای پل شروع به حرکت کند و به طور کامل از پل بگذرد باید نقطه A (انتهای قطار) از انتهای پل (نقطه C) بگذرد یعنی قطار باید به اندازه مجموع طول پل و طول خودش جابه‌جا شود.

$$\Delta x = 200 + 350 = 550 \text{ m}$$

در این صورت زمان عبور کامل قطار از پل خواهد شد:

$$l_1 + l_2 = vt \Rightarrow 550 = 20t \Rightarrow t = 27.5 \text{ s}$$

۴ ۱۷۲ B

نکته هر گاه یک قطار از ابتدای یک پل بگذرد جابه‌جایی آن هنگامی که به طور کامل از پل می‌گذرد برابر پل + قطار $\Delta x = l$ خواهد شد.

۱ مسافتی که قطار در دو حالت طی می‌کند خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول} \rightarrow 450 + l = 20v \\ \text{حالت دوم} \rightarrow 450 + l = 15(v + 15) \end{cases}$$

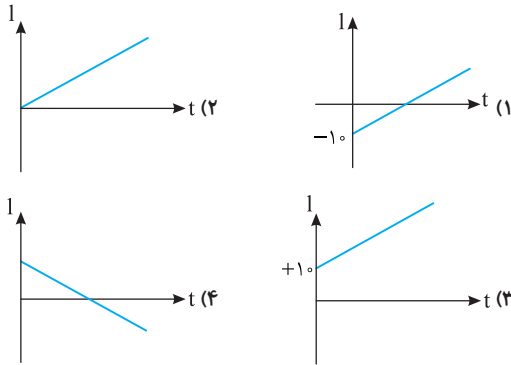
۲ مسافت طی شده در دو حالت یکسان است. بنابراین سمت راست روابط بالا را برابر قرار می‌دهیم.

$$20v = 15v + 225 \Rightarrow 5v = 225 \Rightarrow v = 45 \text{ m/s}$$

۳ حال با قرار دادن $v = 45 \text{ m/s}$ در یکی از معادله‌ها داریم:

$$450 + l = 20v \Rightarrow 450 + l = 20(45) \Rightarrow 450 + l = 900 \Rightarrow l = 450 \text{ m}$$

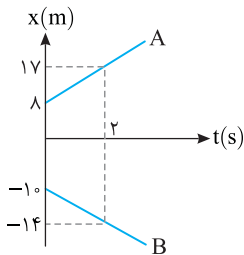
بازی با سؤال معادله مکان جسمی در SI به صورت $x = -5t - 10$ است. نمودار مسافت - زمان این متحرک کدام است؟



پاسخ مسافت کمیت نرده‌ای و همواره مثبت است. معادله حرکت $x = -5t - 10$ یعنی متحرک با سرعت 5 m/s در خلاف جهت محور در حال حرکت است و در هر ثانیه $+5 \text{ m}$ جابه‌جا می‌شود. بنابراین نمودار مسافت زمان خطی با شیب مثبت است که از مبدأ می‌گذرد.

۳ ۱۸۱ A

خط فکری شیب نمودار مکان - زمان برابر سرعت جسم است. وقتی نمودار خط راست مایل است سرعت در تمام لحظات یکسان است و تندی متحرک همان اندازه سرعت متحرک است بنابراین شما کافی است شیب هر خط را حساب کنید، البته مقدار مثبت شیب را در نظر بگیرید.



$$s_A = v_A = \frac{17-8}{2-0} = 4.5 \text{ m/s} \quad \text{تندی متحرک A}$$

$$s_B = v_B = \frac{-14 - (-10)}{2} = -2 \text{ m/s} \quad \text{تندی متحرک B}$$

۱ ۱۸۲ B

۱ نمودار $x-t$ هر دو متحرک خط راست مایل است، بنابراین حرکت هر دو یکنواخت است. ابتدا سرعت متحرک B را با توجه به شکل به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{0 - (-2)}{2-0} = 1 \text{ m/s}$$

۲ معادله حرکت B برابر خواهد شد با:

$$x_B = v_B t + x_{B0} \Rightarrow x_B = t - 2$$

۳ مکان متحرک A و B در لحظه $t = 5 \text{ s}$ که نمودارها یکدیگر را قطع کرده‌اند بهم برابر است، از این‌رو مکان متحرک B در لحظه $t = 5 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$x_B = 5 - 2 = 3 \text{ m}$$

۴ در $t = 5 \text{ s}$ مکان متحرک A نیز $x_A = 3 \text{ m}$ است. به کمک معادله حرکت A، سرعت A را حساب می‌کنیم:

$$x_A = v_A t + x_{A0} \Rightarrow 3 = v_A \times 5 + (-10) \Rightarrow v_A = 2.6 \text{ m/s}$$

۵ در لحظه $t = 2 \text{ s}$ متحرک B از مبدأ می‌گذرد و در این لحظه متحرک A در مکان

$$x_A = 2/6 t - 10 \xrightarrow{t=2} x_A = -4/8 \text{ m} \quad \text{خواهد بود:}$$

۲ ۱۷۶ B

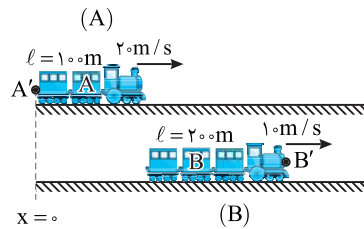
هنگامی قطار A به‌طور کامل از قطار B سبقت می‌گیرد که انتهای قطار A یعنی نقطه A' از ابتدای قطار B یعنی نقطه B' بگذرد. دقت کنید B' ، $100 + 200 = 300 \text{ m}$ جلوتر از A' است.

۱ معادله حرکت نقاط A' و B' را نسبت به مبدأ مکان اختیاری روی شکل می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 20t \\ x_{B'} = 10t + 300 \end{cases}$$

۲ معادله‌ها را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_{A'} = x_{B'} \Rightarrow 20t = 10t + 300 \Rightarrow 10t = 300 \Rightarrow t = 30 \text{ s}$$



۴ ۱۷۷ A

پادآوری معادله حرکت با سرعت ثابت $x = vt + x_0$ یک تابع درجه اول بوده و نمودار آن خط راست مایل است. x_0 مکان اولیه همان عرض از مبدأ و v سرعت متحرک برابر شیب نمودار است.

با توجه به نمودار، مکان متحرک در $t = 0$ ، -12 m و در $t = 7/5$ ، 18 متر بوده و تغییر مکان متحرک $\Delta x = x_2 - x_1 = 18 - (-12) = 30 \text{ m}$ می‌شود.

نمودار $x-t$ متحرک به صورت خط راست است پس حرکت با سرعت ثابت است و سرعت در $t = 3 \text{ s}$ با سرعت متوسط در بازه دلخواه صفر تا $7/5 \text{ s}$ برابر است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30}{7/5} = 4 \text{ m/s}$$

۳ ۱۷۸ A

۱ شیب خط نمودار مکان-زمان بیانگر سرعت متحرک است. بنابراین سرعت خواهد شد:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{2-0} = -2 \text{ m/s}$$

۲ مکان اولیه متحرک $x_0 = 4 \text{ m}$ است.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -2t + 4$$

۳ معادله حرکت خواهد شد:

۳ ۱۷۹ A

با توجه به شکل مکان اولیه جسم در فاصله 2 m از مبدأ محور x ها و در قسمت منفی این محور است، بنابراین $x_0 = -2 \text{ m}$ است. جهت حرکت و جهت سرعت یکی است و با توجه به شکل جهت حرکت منفی است پس سرعت متحرک نیز منفی و برابر $v = -2 \text{ m/s}$ می‌باشد. بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -2t - 2$$

۱ ۱۸۰ A

دقت کنید معادله مکان - زمان $x = 5t - 10$ بوده و مکان اولیه (عرض از مبدأ) $x_0 = -10 \text{ m}$ است و شیب خط مثبت بنابراین به نظر می‌رسد که شما باید گزینه (۳) را انتخاب کنید اما به کلمه روی محور قائل دقت کنید، روی محور به جای «مکان» «جابه‌جایی» نوشته شده یعنی شما نمودار $\Delta x - t$ را باید مشخص کنید. جابه‌جایی در حرکت با سرعت ثابت برابر $\Delta x = vt$ بوده که در اینجا $\Delta x = 5t$ است. بنابراین پاسخ گزینه (۱) است.

۱. تندی متحرک A خواهد شد: $s_A = \frac{120}{24} = 5 \text{ m/s}$

۲. تندی متحرک B را حساب می‌کنیم: $s_B = \frac{120}{20} = 6 \text{ m/s}$

۳. در مدت t متحرک A مسافت مقابل را طی می‌کند. $l_A = s_A t = 5t$

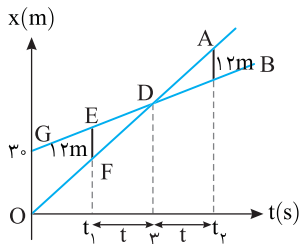
۴. در مدت t متحرک B مسافت مقابل را طی می‌کند. $l_B = s_B t = 6t$

۵. مجموع l_B و l_A باید 120 m شود تا دو متحرک به هم برسند.

$$l_A + l_B = 120 \Rightarrow 5t + 6t = 120 \Rightarrow t = \frac{120}{11}$$

۲ ۱۸۶ B

خط فکری در حل این مسئله نباید به سراغ معادله حرکت بروید بلکه باید به کمک ریاضیات مسئله را حل کنید. به روش حل دقت کنید.



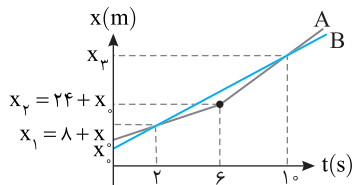
روی نمودار دو لحظه t_1 و t_2 را نشان داده‌ایم که در این دو لحظه فاصله دو متحرک از هم 12 m است. برای مثلث $\triangle DEF$ و $\triangle DGO$ نسبت تشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{30}{12} = \frac{t}{t} \Rightarrow t = 1/2s$$

بنابراین $1/2s$ قبل از $t = 3s$ یعنی $t_1 = 3 - 1/2 = 1/8s$ و بعد از $1/2s$ یعنی $t_2 = 3s$ یعنی $t_2 = 3 + 1/2 = 4/2s$ فاصله دو متحرک از هم 12 متر است.

۱ ۱۸۷ B

خط فکری نمودار متحرک B خط راست است یعنی متحرک B با سرعت ثابت روی محور Xها در حرکت است بنابراین تندی متحرک B همان سرعت آن بوده و برای یافتن سرعت B باید مکان متحرک B در لحظه‌های $t = 10s$ و $t = 2s$ را به کمک نمودار و تندی متحرک A به دست بیاورید.



۱. تندی متحرک A در بازه 0 تا $6s$ ، 4 m/s است. مکان اولیه A را با x_0 نمایش می‌دهیم. در لحظه $t = 6s$ و $t = 2s$ مکان متحرک A خواهد شد:

$$x_A = 4t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t=2s \rightarrow x_1 = 4 \times 2 + x_0 = 8 + x_0 \\ t=6s \rightarrow x_2 = 4 \times 6 + x_0 = 24 + x_0 \end{cases}$$

۲. از مکان $x_2 = 24 + x_0$ متحرک A تندی‌اش از 4 m/s به 8 m/s تبدیل می‌شود. در بازه $6s$ تا $10s$ جابه‌جایی آن خواهد شد:

$$x_2 - x_1 = 8(10 - 6) \Rightarrow x_2 - 24 - x_0 = 32 \Rightarrow x_2 = 56 + x_0$$

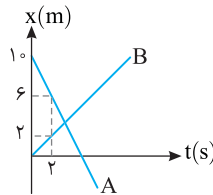
۳. اکنون سرعت متحرک B قابل محاسبه است:

$$v_B = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{56 + x_0 - 8 - x_0}{10 - 2} = \frac{48}{8} = 6 \text{ m/s}$$

۴ ۱۸۳ A

نمودار $x-t$ دو متحرک به صورت خط راست می‌باشد پس حرکت دو متحرک با سرعت ثابت است و شیب هر نمودار برابر سرعت آنهاست پس سرعت هر یک را حساب می‌کنیم.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{6-10}{2} = -2 \text{ m/s} \\ v_B = \frac{2-0}{2} = 1 \text{ m/s} \end{cases}$$



با توجه به نمودار مکان اولیه متحرک A و B به ترتیب $x_{0,A} = 10 \text{ m}$ و $x_{0,B} = 0$ می‌باشد. بنابراین معادله حرکت آنها خواهد شد:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -2t + 10 \\ x_B = t \end{cases}$$

لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند وقتی است که $x_A = x_B$ می‌شود از این رو معادله حرکت دو متحرک را باهم برابر قرار می‌دهیم: $t = -2t + 10 \Rightarrow t = \frac{10}{3} s$

۲ ۱۸۴ B

۱. در صورت مسئله بیان شده که تندی

دو متحرک برابر است یعنی بزرگی سرعت دو متحرک یکسان بوده $|v_A| = |v_B|$

است. با توجه به نمودار شیب خط نمودار $x-t$ متحرک B منفی و شیب خط نمودار $x-t$ متحرک A مثبت است بنابراین $v_B = -v$ و $v_A = +v$ است.

۲. معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{0,A} \xrightarrow{x_{0,A} = -2m} x_A = vt - 2$$

$$x_B = v_B t + x_{0,B} \xrightarrow{x_{0,B} = 10m} x_B = -vt + 10$$

۳. با توجه به نمودار دو متحرک از لحظه‌ای که شروع به حرکت می‌کنند تا لحظه‌ای که به هم می‌رسند در حال نزدیک شدن به هم هستند و از طرفی در صورت سؤال گفته شده $6s$ در حال نزدیک شدن به هم هستند. پس دو متحرک در $t = 6s$ به هم می‌رسند. یعنی در $t = 6s$ ، $x_A = x_B$ است از این رو می‌توانیم بنویسیم:

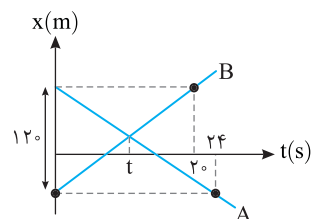
$$\begin{cases} x_A = 6v - 2 \\ x_B = -6v + 10 \end{cases} \Rightarrow 6v - 2 = -6v + 10 \Rightarrow 12v = 12 \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$

۴. بنابراین معادله متحرک A به صورت $x_A = t - 2$ می‌باشد و می‌دانیم هنگام گذر متحرک از مبدأ مکان $x = 0$ بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد.

$$x = 0 \Rightarrow 0 = t - 2 \Rightarrow t = 2s$$

۱ ۱۸۵ B

خط فکری به نمودار باید به خوبی نگاه کنید تا تشخیص دهید متحرک A در مدت $24s$ مسافت 120 m و متحرک B نیز در مدت $20s$ مسافت 120 m را طی کرده تا بتوانند تندی هر یک را به دست بیاورید و در نهایت لحظه t یعنی لحظه رسیدن آنها به یکدیگر را حساب کنید.



حال $x_0 = -50\text{m}$ را در معادله‌های (۱) و (۲) قرار می‌دهیم تا سرعت‌ها به دست آید:

$$v_A = \frac{-x_0}{\Delta t} = \frac{50}{5} = 10\text{m/s}, v_B = \frac{-x_0 - 150}{20} = \frac{-100}{20} = -5\text{m/s}$$

با توجه به نمودار در لحظه $t = 20\text{s}$ متحرک B از مبدأ مکان می‌گذرد ($x_B = 0$). معادله حرکت متحرک A را نوشته و در لحظه $t = 20\text{s}$ مکان متحرک A را به دست می‌آوریم:

$$x_A = v_A t + x_0 \xrightarrow{x_0 = -50\text{m}, v_A = 10\text{m/s}} x_A = +10t - 50$$

$$\xrightarrow{t=20\text{s}} x_A = 200 - 50 = 150\text{m}$$

فاصله دو متحرک را حساب می‌کنیم: $r = |x_A - x_B| \Rightarrow r = |150 - 0| = 150\text{m}$

روش دوم: سرعت متحرک A برابر 10m/s است یعنی متحرک A در هر ثانیه 10m در جهت مثبت جابه‌جا می‌شود و سرعت متحرک B -5m/s بوده یعنی متحرک B در هر ثانیه 5m خلاف جهت محور X جابه‌جا می‌شود یعنی در هر ثانیه جمعاً دو متحرک A و B $5 + 10 = 15\text{m}$ متر به هم نزدیک می‌شوند. در ابتدا فاصله A از B 150m متر است بنابراین این دو متحرک در مدت $\frac{150}{15} = 10\text{s}$ به هم می‌رسند و بعد از به هم رسیدن در هر ثانیه 15m از هم دور می‌شوند در مدت $(20 - 10 = 10\text{s})$ فاصله آن‌ها از هم $10 \times 15 = 150\text{m}$ می‌شود.

۲ ۱۹۰ C

خط فکری وقتی بیان می‌شود که فاصله دو متحرک A و B از 6m کمتر باشد یعنی باید $|x_B - x_A| < 6$ باشد بنابراین شما باید از روی نمودار سرعت هر متحرک به دست آورده معادله حرکت هر یک را نوشته و قدر مطلق تفاضل آن‌ها را کوچک‌تر از 6m قرار داده تا مسئله حل شود.

۱ سرعت حرکت هر متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{0 - (-2)}{4 - 0} \Rightarrow v_A = 0.5\text{m/s}$$

$$v_B = \frac{0 - 5}{2/5 - 0} \Rightarrow v_B = -2\text{m/s}$$

۲ معادله حرکت هر متحرک را می‌نویسیم: $x_A = 0.5t - 2$, $x_B = -2t + 5$

۳ با توجه به صورت مسئله:

$$|x_A - x_B| < 6 \Rightarrow |0.5t - 2 + 2t - 5| < 6 \Rightarrow |2.5t - 7| < 6$$

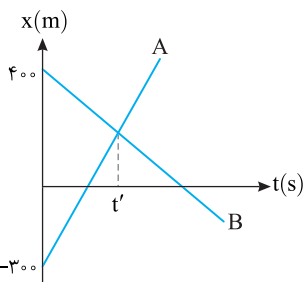
$$\Rightarrow -6 < 2.5t - 7 < 6 \Rightarrow 1 < 2.5t < 13 \Rightarrow 0.4 < t < 5.2$$

۳ ۱۹۱ C

با توجه به شکل فاصله ابتدایی A و B از هم $700 + 300 = 1000\text{m}$ است. در لحظه t' دو متحرک به هم می‌رسند سپس از هم دور می‌شوند و فاصله آن‌ها از هم در $t = 3\text{s}$ 350m می‌شود. یعنی مجموع مسافت طی شده توسط دو متحرک در بازه 0 تا 3s باید $1000 + 350 = 1350\text{m}$ باشد. در این صورت:

$$\ell_A + \ell_B = 1350 \xrightarrow{\ell = st} s_A t + s_B t = 1350$$

$$(s_A + s_B)3 = 1350 \Rightarrow s_A + s_B = 450\text{m/s}$$



با توجه به فرض مسئله $s_B = s_A - 5$ بنابراین:

$$s_A + s_A - 5 = 450 \Rightarrow 2s_A = 455 \Rightarrow s_A = 227.5\text{m/s}$$

۱ ۱۸۸ C

۱ در $t = 2\text{s}$ فاصله دو متحرک از هم 30m است و A از B عقب‌تر است.

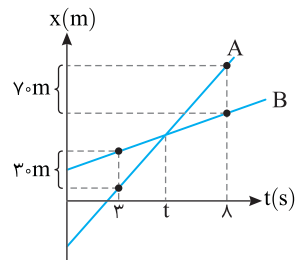
۲ در لحظه t دو متحرک به هم می‌رسند.

۳ در $t = 8\text{s}$ فاصله دو متحرک از هم 70m و متحرک A از B جلوتر است.

۴ در مدت $8 - 3 = 5\text{s}$ ، دو متحرک نسبت به هم $30 + 70 = 100\text{m}$ جابه‌جا شده‌اند. بنابراین مانند این است که اگر B ساکن باشد A با سرعت $\frac{100}{5} = 20\text{m/s}$ از

30m متری آن به سوی B رفته و از آن 70m فاصله گرفته است.

۵ در بازه $8 - 3 = 5\text{s}$ فاصله دو متحرک به اندازه $16 \times 8 = 128\text{m}$ افزایش می‌یابد یعنی فاصله آن‌ها از هم $230\text{m} = 70 + 160$ می‌شود.



۳ ۱۸۹ B

خط فکری شیب نمودار مکان - زمان برابر سرعت جسم است. وقتی نمودار

$x-t$ به صورت خط راست باشد شیب نمودار ثابت بوده یعنی سرعت متحرک ثابت است. فاصله دو متحرک برابر بزرگی تفاضل مکان دو متحرک در آن لحظه است. سرعت متحرک A مثبت بوده چون شیب خط آن مثبت است و شیب خط B منفی است پس سرعت این متحرک منفی است. در صورت سؤال گفته شده تندی یعنی بزرگی سرعت A دو برابر بزرگی سرعت B است:

$$|v_A| = 2|v_B| \xrightarrow{v_A > 0, v_B < 0} v_A = -2v_B$$

نکته معادله حرکت ثابت به صورت $x = vt + x_0$ است.

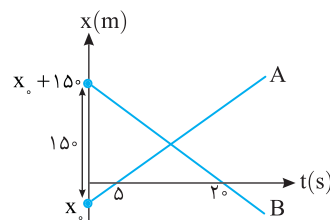
مکان اولیه سرعت متحرک

روش اول: معادله حرکت هر متحرک را نوشته و از روی نمودار، داده‌های مسئله را در آن‌ها جایگذاری می‌کنیم.

$$x_A = v_A t + x_0 \xrightarrow{t=5\text{s}, x_A=0} 0 = 5v_A + x_0 \Rightarrow v_A = \frac{-x_0}{5} \quad (1)$$

$$x_B = v_B t + x_0 + 150 \xrightarrow{t=2\text{s}, x_B=0} 0 = 2v_B + x_0 + 150$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{-x_0 - 150}{2} \quad (2)$$



با توجه به سؤال $v_A = -2v_B$ است:

$$v_A = -2v_B \xrightarrow{v_A = \frac{-x_0}{5}, v_B = \frac{-x_0 - 150}{2}} \frac{-x_0}{5} = -2 \left(\frac{-x_0 - 150}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{-x_0}{5} = \frac{x_0 + 150}{1} \Rightarrow -x_0 = x_0 + 150 \Rightarrow -2x_0 = 150 \Rightarrow x_0 = -75\text{m}$$

$$\Rightarrow -3x_0 = 150 \Rightarrow x_0 = -50\text{m}$$

۱ ۱۹۷ A

خط فکری برای به دست آوردن شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_2 تنها باید بردار سرعت در لحظه t_1 (v_1) و لحظه t_2 (v_2) را در رابطه شتاب متوسط قرار داد و در این مدت سرعت چه مقدارهایی داشته مهم نیست. شتاب متوسط برابر آهنگ تغییرات سرعت $v_2 - v_1$ می باشد، بنابراین:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{5 - 2}{2 + 3} = \frac{3}{5} = 0.6 \text{ m/s}^2$$

۲ ۱۹۸ B

خط فکری شتاب متوسط برابر $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ است. با توجه به این رابطه و مقدار شتاب متوسط داده شده در دو بازه زمانی حل سؤال را شروع می کنیم. **۱** با توجه به تعریف شتاب متوسط برای هر مرحله رابطه شتاب متوسط را می نویسیم.

$$\bar{a}_{av} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$$

$$t_1 = 5s \text{ تا } t_2 = 10s \rightarrow -4\vec{i} = \frac{\bar{v}_{10} - \bar{v}_5}{10 - 5} \Rightarrow \bar{v}_{10} - \bar{v}_5 = -20\vec{i} \quad (1)$$

$$\bar{a} = -4\vec{i}$$

$$t_2 = 10s \text{ تا } t_3 = 12s \rightarrow 2\vec{i} = \frac{\bar{v}_{12} - \bar{v}_{10}}{12 - 10} \Rightarrow \bar{v}_{12} - \bar{v}_{10} = 4\vec{i} \quad (2)$$

۲ برای رسیدن به بررسی بازه $t_1 = 5s$ تا $t_3 = 12s$ سرعت \bar{v}_{10} مزاحم است پس رابطه (۱) و (۲) را با هم جمع می کنیم تا v_{10} از دو معادله حذف شود:

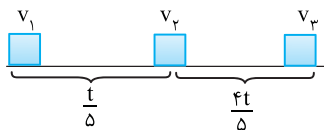
$$\begin{cases} \bar{v}_{10} - \bar{v}_5 = -20\vec{i} \\ \bar{v}_{12} - \bar{v}_{10} = 4\vec{i} \end{cases} \xrightarrow{+} \bar{v}_{12} - \bar{v}_5 = -20\vec{i} + 4\vec{i} \Rightarrow \bar{v}_{12} - \bar{v}_5 = -16\vec{i}$$

۳ شتاب متوسط در بازه $t = 5s$ تا $t = 12s$ خواهد شد.

$$\bar{a}_{av} = \frac{\bar{v}_{12} - \bar{v}_5}{12 - 5} = \frac{-16\vec{i}}{7} = -\frac{16}{7}\vec{i}$$

۱ ۱۹۹ B

خط فکری رابطه شتاب متوسط را در بازه $\frac{1}{5}t$ و $\frac{4}{5}t$ بنویسید و رابطه ای بین v_1 و v_2 و v_3 به دست بیاورید سپس به سراغ شتاب متوسط در کل مدت t بروید.



۱ شتاب متوسط در $\frac{1}{5}t$:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{v_2 - v_1}{\frac{1}{5}t} \Rightarrow v_2 - v_1 = \frac{2}{5}t \Rightarrow v_1 = v_2 - \frac{2}{5}t \quad (I)$$

۲ شتاب متوسط در مابقی زمان یعنی $\frac{4}{5}t$:

$$-4 = \frac{v_3 - v_2}{\frac{4}{5}t} \Rightarrow v_3 - v_2 = \frac{16}{5}t \Rightarrow v_3 = v_2 + \frac{16}{5}t \quad (II)$$

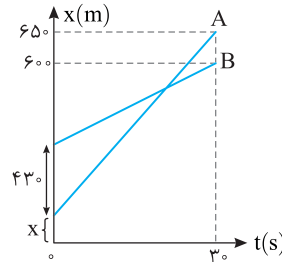
۳ شتاب متوسط در کل مدت حرکت خواهد شد.

$$a_{av} = \frac{v_3 - v_1}{t} \xrightarrow{(I), (II)} a_{av} = \frac{v_2 + \frac{16}{5}t - (v_2 - \frac{2}{5}t)}{t} = \frac{-\frac{16}{5}t + \frac{2}{5}t}{t}$$

$$a_{av} = \frac{-14}{5} \text{ m/s}^2 = -2.8 \text{ m/s}^2$$

۳ ۱۹۲ B

خط فکری در صورت مسئله از شما خواسته شده $v_A - v_B$ را به دست بیاورید بنابراین شما باید شیب نمودار A و شیب نمودار B را به کمک داده های روی نمودار به دست آورده از هم کم کنید.



۱ سرعت هر متحرک برابر شیب نمودار $x-t$ است، از این رو با توجه به نمودار داریم:

$$v_A = \frac{65 - X}{30}$$

$$v_B = \frac{60 - (43 + X)}{30}$$

۲ تفاضل سرعت ها را به دست می آوریم:

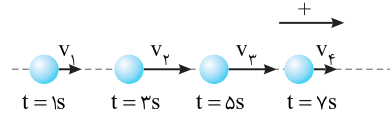
$$v_A - v_B = \frac{65 - X}{30} - \frac{17 - X}{30} = \frac{48}{30} \Rightarrow v_A - v_B = 1.6 \text{ m/s}$$

۲ ۱۹۳ A

یادآوری نسبت تغییرات بردار سرعت به زمان تغییر را شتاب متوسط گویند $\bar{a}_{av} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$. شتاب متوسط کمیت برداری است و همواره در جهت بردار تغییر سرعت است. با توجه به تعریف شتاب متوسط، وقتی تغییرات سرعت منفی باشد شتاب متوسط الزاماً منفی است.

۴ ۱۹۴ A

۱ در لحظه های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3s$ سرعت ها به ترتیب v_1 و v_2 بوده و $v_2 > v_1$ است، بنابراین تغییرات سرعت ($\Delta v = v_2 - v_1 > 0$) مثبت بوده و بردار شتاب متوسط نیز مثبت و به سمت راست است.



۲ در لحظه های $t = 5s$ و $t = 7s$ سرعت متحرک v_3 و v_4 بوده و $v_4 < v_3$ است یعنی تغییرات سرعت منفی ($\Delta v = v_4 - v_3 < 0$) و بردار شتاب متوسط منفی و به سمت چپ است.

۳ ۱۹۵ A

یک جای گذاری ساده در رابطه شتاب متوسط و حل مسئله و تمام.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{9 - 5}{3 - 1} = 2 \text{ m/s}^2$$

۴ ۱۹۶ B

خط فکری در صورت مسئله تندی در لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3s$ داده شده است. تندی کمیت نرده ای است و جهت ندارد در حرکت روی خط راست تندی لحظه ای برابر اندازه سرعت است و سرعت کمیت برداری است، بنابراین وقتی گفته می شود تندی 9 m/s است یعنی سرعت می تواند $+9 \text{ m/s}$ و یا -9 m/s باشد بنابراین این مسئله چهار حالت خواهد داشت. البته در صورت مسئله اندازه شتاب متوسط خواسته شده است.

تندی حرکت در لحظه $t_1 = 2s$ برابر $s_1 = 5 \text{ m/s}$ است. بنابراین سرعت $v_1 = \pm 5 \text{ m/s}$ است و در لحظه $t_2 = 3s$ تندی برابر $s_2 = 9 \text{ m/s}$ است پس $v_2 = \pm 9 \text{ m/s}$ است:

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \quad v_1 = +5 \text{ m/s}, v_2 = +9 \text{ m/s} \rightarrow a_{av} = \frac{9 - 5}{2} = +2 \text{ m/s}^2$$

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \quad v_1 = +5 \text{ m/s}, v_2 = -9 \text{ m/s} \rightarrow a_{av} = \frac{-9 - 5}{2} = -7 \text{ m/s}^2$$

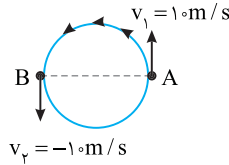
$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \quad v_1 = -5 \text{ m/s}, v_2 = +9 \text{ m/s} \rightarrow a_{av} = \frac{9 - (-5)}{2} = +7 \text{ m/s}^2$$

$$|a_{av}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{|v_2 - v_1|}{\Delta t} \quad v_1 = -5 \text{ m/s}, v_2 = -9 \text{ m/s} \rightarrow a_{av} = \frac{-9 - (-5)}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

B ۲۰۰

نکته: بردار سرعت در هر نقطه از مسیر بر مسیر حرکت مماس است.

خط فکری: دقت کنید در هر ۱.۶s، ذره، یک بار محیط دایره را طی می‌کند. بنابراین در مدت ۸s، نصف محیط را طی خواهد کرد و به‌طور مثال مطابق شکل در مدت ۸s ذره از نقطه A در سوی نشان داده شده به نقطه B می‌رود، بنابراین شما با رسم بردارهای سرعت در نقطه A و B علامت سرعت‌ها را مشخص کرده و شتاب متوسط را به‌دست بیاورید.



در نقطه A بردار سرعت $v_1 = +1.0 \frac{m}{s}$ و در

نقطه B که بردار سرعت در خلاف جهت A است $v_2 = -1.0 \frac{m}{s}$ خواهد بود بنابراین

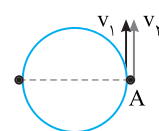
اندازه شتاب متوسط خواهد شد.

$$|a_{av}| = \frac{|v_2 - v_1|}{t_2 - t_1} = \frac{|-1.0 - 1.0|}{\frac{2}{8}} = \frac{2.0}{\frac{2}{8}} \Rightarrow |a_{av}| = 2.0 \frac{m}{s^2}$$

A ۲۰۱

۱ در هر ۲.۰s، چهار بار محیط دایره را طی می‌کند بنابراین زمان طی کردن یک بار محیط دایره خواهد شد:

$$\frac{4 \text{ بار}}{2.0 \text{ s}} \Rightarrow t = \Delta s$$



۲ در بازه ۵s ذره از هر نقطه‌ای که شروع به حرکت

کرده (مثلاً نقطه A) به همان نقطه برمی‌گردد و بردار سرعت‌های v_1 و v_2 برابر شده و تغییرات سرعت برابر صفر شده ($\Delta v = 0$) و در نتیجه شتاب متوسط نیز صفر

می‌شود ($a_{av} = 0$).

A ۲۰۲

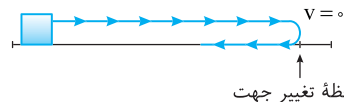
یادآوری: معادله سرعت - زمان یک رابطه ریاضی بین سرعت متحرک و زمان است که با قراردادن زمان می‌توان سرعت متحرک را در هر لحظه به‌دست آورد.

خط فکری: در صورت مسئله خواسته شده لحظه‌ای که تندی 3 m/s است را حساب کنیم. تندی کمیت نرده‌ای است و برابر اندازه سرعت است از این رو سرعت می‌تواند $+3 \text{ m/s}$ و -3 m/s باشد. یک بار $v = +3 \text{ m/s}$ و بار دیگر $v = -3 \text{ m/s}$ را در معادله سرعت زمان قرار بدهید.

$$v = -4t + 1 \Rightarrow \begin{cases} v = 3 \text{ m/s} \rightarrow 3 = -4t + 1 \Rightarrow 2 = -4t \Rightarrow t = -0.5 \\ v = -3 \text{ m/s} \rightarrow -3 = -4t + 1 \Rightarrow -4 = -4t \Rightarrow t = 1 \text{ s} \end{cases}$$

B ۲۰۳

خط فکری: برای آنکه متحرکی که روی خط راست در حرکت است تغییر جهت بدهد باید ابتدا سرعتش صفر شده سپس تغییر جهت بدهد. بنابراین باید در معادله سرعت - زمان، سرعت را برابر صفر قرار دهید اما دقت کنید که آیا علامت سرعت تغییر می‌کند یا نه؟



نکته: هرگاه معادله سرعت زمان درجه ۲ باشد و با قراردادن $v = 0$ در معادله اگر زمان منفی به‌دست بیاید و یا معادله ریشه مضاعف داشته باشد تغییر جهتی رخ نمی‌دهد و تنها وقتی که زمان مثبت به‌دست بیاید تغییر جهت اتفاق افتاده است. معادله سرعت را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$v = t^2 - 6t + 9 = (t - 3)^2 \geq 0$$

دقت کنید سرعت تغییر علامت نمی‌دهد و همواره $v \geq 0$ است و متحرک تغییر جهت نخواهد داد.

B ۲۰۴

خط فکری: اول باید مشخص کنید که ۲ ثانیه دوم یعنی چه؟ یعنی بازه زمانی بین $t = 2\text{s}$ تا $t = 4\text{s}$.

$$0 \rightarrow 6\text{s} \xrightarrow{2 \text{ ثانیه سوم}} 4\text{s} \xrightarrow{2 \text{ ثانیه دوم}} 2\text{s} \xrightarrow{2 \text{ ثانیه اول}} 0$$

شتاب متوسط یعنی آهنگ تغییر سرعت بنابراین باید سرعت را در لحظه‌های $t = 2\text{s}$ و $t = 4\text{s}$ حساب کنید سپس شتاب متوسط را به‌دست بیاورید.

۱ از معادله سرعت زمان سرعت‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$v = 2t^2 - 4t - 2$$

$$\begin{cases} t = 2\text{s} \rightarrow v = 2(2)^2 - 4(2) - 2 \Rightarrow v_1 = -2 \text{ m/s} \\ t = 4\text{s} \rightarrow v = 2(4)^2 - 4(4) - 2 \Rightarrow v_2 = +14 \text{ m/s} \end{cases}$$

۲ شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{14 - (-2)}{2} \Rightarrow a_{av} = 8 \text{ m/s}^2$$

بازی با سوال: معادله سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست در

حرکت است در SI به صورت $v = 2t^2 - 1$ است. شتاب متوسط در ثانیه سوم

حرکتش چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$\begin{matrix} 18 & (1) & 10 & (2) & 16 & (3) & 6 & (4) \end{matrix}$$

پاسخ: ثانیه سوم بازه زمانی بین $t = 2\text{s}$ و $t = 3\text{s}$ است. در این لحظه‌ها

سرعت را حساب کرده و در رابطه شتاب متوسط قرار می‌دهیم:

$$t_1 = 2\text{s} \Rightarrow v_1 = 2 \times 2^2 - 1 = 7 \text{ m/s}, t_2 = 3\text{s} \Rightarrow v_2 = 2 \times 3^2 - 1 = 17 \text{ m/s},$$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{17 - 7}{3 - 2} = 10 \text{ m/s}^2$$

گزینۀ ۳

B ۲۰۵

یادآوری ریاضی: $\sin \frac{\pi}{2} = 1$, $\sin \frac{3\pi}{2} = -1$

۱ سرعت در لحظه‌های $t = \frac{1}{8}\text{s}$ و $t = \frac{3}{8}\text{s}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$v_1 = 2 \sin(\frac{\pi}{8}) + 0.5 = 2 \sin(\frac{\pi}{8}) + 0.5$$

$$\Rightarrow v_1 = 2 \times 1 + 0.5 \Rightarrow v_1 = 2.5 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 2 \sin(\frac{3\pi}{8}) + 0.5 = 2 \sin(\frac{3\pi}{8}) + 0.5$$

$$\Rightarrow v_2 = 2 \times (-1) + 0.5 \Rightarrow v_2 = -1.5 \text{ m/s}$$

۲ بنابراین شتاب متوسط در این بازه برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{-1.5 - 2.5}{\frac{3}{8} - \frac{1}{8}} = \frac{-4}{\frac{2}{8}} = -16 \text{ m/s}^2$$

B ۲۰۶

۱ سرعت در لحظه $t_1 = 1\text{s}$ و $t_2 = 4\text{s}$ را حساب می‌کنیم:

$$v = t^2 - bt + 1 \Rightarrow \begin{cases} t = 1\text{s} \rightarrow v_1 = 1 - b \times 1 + 1 \Rightarrow v_1 = 2 - b \\ t_2 = 4\text{s} \rightarrow v_2 = 16 - 4b + 1 \Rightarrow v_2 = 17 - 4b \end{cases}$$

۲ شتاب متوسط صفر است بنابراین:

$$v_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = 0 \Rightarrow \frac{17 - 4b - (2 - b)}{4 - 1} = 0 \Rightarrow 15 - 3b = 0 \Rightarrow b = 5$$

$$v = t^2 - 5t + 1$$

۳ معادله سرعت را کامل می‌کنیم.

۴ سرعت را مساوی -5 m/s قرار می‌دهیم.

$$v = -5 \text{ m/s} \Rightarrow t^2 - 5t + 1 = -5 \Rightarrow t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 2)(t - 3) = 0 \Rightarrow t = 2\text{s}, t = 3\text{s}$$

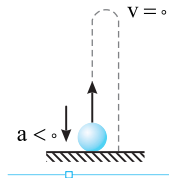
در حرکت کندشونده روی خط راست باید بردار سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم باشند و لزومی ندارد شتاب منفی باشد بلکه کافی است اگر بردار سرعت منفی است بردار شتاب مثبت باشد بنابراین گزینه (۳) نادرست است.
در هر حرکتی طول مسیر حرکت (مسافت) همواره برابر یا بزرگ‌تر از اندازه بردار جابه‌جایی است و گزینه (۴) درست است.

B ۲۱۱ ۳

در حرکت تندشونده بردار سرعت و شتاب هم جهت و هم علامت هستند یعنی اگر $a < 0$ باشد بردار سرعت نیز منفی است و تا زمانی که شتاب منفی است سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است و هرگز کندشونده نمی‌شود مگر آنکه علامت شتاب تغییر کند که در این مسئله بیان شده a منفی است و علامت آن تغییر نمی‌کند بنابراین هرگز گزینه (۳) اتفاق نمی‌افتد. اما گزینه‌های دیگر را بررسی می‌کنیم.
اگر متحرک با سرعت منفی در جهت منفی محور با شتاب $a < 0$ در حرکت باشد، حرکت تندشونده است و گزینه (۱) می‌تواند درست باشد.
اگر سرعت متحرک مثبت اما شتاب منفی ($a < 0$) باشد حرکت کندشونده است در این صورت دو حالت ممکن است اتفاق بیافتد.

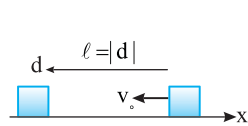
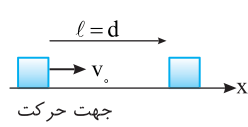
حالت اول: تندی متحرک کاهش یافته، سرعت صفر شود و متحرک ساکن بماند در این حالت گزینه (۲) درست است.

حالت دوم: متحرک پس از آنکه سرعتش صفر شد با همان شتاب بازگردد مانند گلوله‌ای که در شرایط خلأ رو به بالا پرتاب می‌کنیم گلوله متوقف شده و برمی‌گردد و گزینه (۴) درست است.



B ۲۱۲ ۱

خط فکری هرگاه مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی برابر باشد حرکت الزاماً روی خط راست است. اما دو حالت وجود دارد یک حالت آنکه جابه‌جایی مثبت بوده و حالت دیگر آن که جابه‌جایی منفی باشد. بنابراین شما باید دو حالت را بررسی کرده تا بتوانید نوع حرکت را بیان کنید.

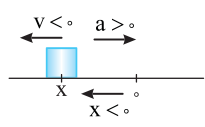


بردار سرعت اولیه بوده و حرکت کندشونده است، بنابراین گزینه (۱) درست است.

B ۲۱۳ ۴

۱ تست جالبی ست. حاصل ضرب مکان و سرعت مثبت شده است یعنی وقتی مکان مثبت است، سرعت نیز مثبت است مانند شکل (۱) و وقتی مکان منفی بوده، سرعت نیز منفی است مانند شکل (۲).
بنابراین در هر دو شکل متحرک در حال دور شدن از مبدأ است و گزینه (۱) و (۲) نادرست است.

شکل (۱)



شکل (۲)

بنابراین در شکل (۱) بردار شتاب و سرعت هم جهت حرکت بوده و حرکت تندشونده است و در شکل (۲)، بردار شتاب و سرعت خلاف جهت بوده و حرکت کندشونده است در نتیجه ممکن است حرکت کندشونده یا تندشونده باشد از این رو گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.

نکته هرگاه حاصل ضرب سرعت در مکان مثبت باشد ($v \times x > 0$) متحرک در حال دور شدن از مبدأ و اگر منفی باشد ($v \times x < 0$) متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

B ۲۰۷ ۲

۱ متحرک از مکان $x_1 = 2m$ به مکان $x_2 = -2m$ رفته است. حال به کمک معادله سرعت - مکان سرعت متحرک را در این دو مکان به دست می‌آوریم:

$$v = 4x + 2 \Rightarrow v_1 = 4(2) + 2 = 10 \text{ m/s}, \quad v_2 = 4(-2) + 2 = -6 \text{ m/s}$$

۲ شتاب متوسط در این مدت برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{-6 - 10}{2} = -8 \text{ m/s}^2$$

A ۲۰۸ ۴

۱ با توجه به تعریف سرعت متوسط $\bar{v}_{av} = \frac{\bar{d}}{\Delta t}$ بردار سرعت متوسط همواره در جهت بردار جابه‌جایی است و گزینه (۱) درست است.

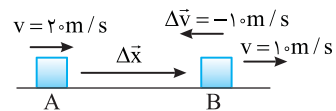
۲ سرعت در هر نقطه از مسیر حرکت بر مسیر مماس است و گزینه (۲) درست است.

۳ هرگاه حرکت روی خط راست (مثلاً محور x) باشد در این صورت بردار سرعت متحرک در



امتداد محور x است (یا در جهت مثبت و یا در جهت منفی آن. وقتی بردار سرعت در امتداد محور x است بردار تغییر سرعت ($\Delta \vec{v}$) نیز در امتداد محور x بوده در نتیجه بردار شتاب $\vec{a} = \Delta \vec{v} / \Delta t$ نیز در امتداد محور x است یعنی بردار سرعت و بردار شتاب لحظه‌ای همواره در یک امتداد و هم‌راستا هستند و گزینه (۳) نیز درست است.

۴ بردار شتاب متوسط با تغییر سرعت هم جهت است $\vec{a}_{av} = \Delta \vec{v} / \Delta t$ و بردار سرعت متوسط با بردار جابه‌جایی ($\vec{v}_{av} = \Delta \vec{x} / \Delta t$) هم جهت است. به شکل زیر دقت کنید متحرک از A به B رفته و جابه‌جایی آن نیز مثبت بوده اما به دلیل کاهش سرعت، بردار تغییر سرعت منفی و خلاف جهت جابه‌جایی است یعنی بردار شتاب متوسط و بردار سرعت متوسط در این مثال هم جهت نبوده و گزینه (۴) نادرست است.

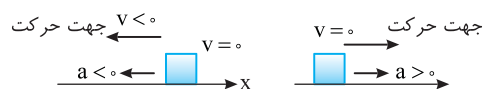


A ۲۰۹ ۲

خط فکری حرکت تندشونده حرکتی است که در آن تندی متحرک در حال افزایش است برای این منظور در حرکت روی خط راست باید بردار سرعت و بردار شتاب هم جهت و هم علامت باشند، یعنی هر دو مثبت و یا هر دو منفی باشند. حرکت کندشونده حرکتی است که در آن تندی متحرک در حال کاهش است از این رو در حرکت روی خط راست باید بردار سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم باشند یعنی اگر بردار سرعت مثبت باشد باید بردار شتاب منفی و یا اگر بردار سرعت منفی باشد باید بردار شتاب مثبت باشد. به شکل‌ها نگاه کنید و ببینید که در کدام شکل‌ها بردار سرعت و شتاب در خلاف هم هستند. (الف) هر دو بردار شتاب و سرعت هم جهت بوده و حرکت تندشونده است. (ب) بردار شتاب منفی و بردار سرعت مثبت بوده و حرکت کندشونده است. (پ) بردار شتاب مثبت و بردار سرعت منفی بوده و حرکت کندشونده است. (ت) بردار شتاب و سرعت هر دو منفی بوده و حرکت تندشونده است.
بنابراین در دو مورد حرکت کندشونده است.

A ۲۱۰ ۳

نکته هرگاه جسم از حال سکون روی خط راست به حرکت درآید، شتاب شروع حرکت جسم قطعاً در جهت حرکت جسم است.



در گزینه (۱) جسم از حال سکون در جهت منفی روی محور شروع به حرکت کرده بنابراین شتاب حرکت نیز در جهت منفی محور بوده و گزینه (۱) درست است. وقتی حرکت روی خط راست تندشونده باشد یعنی سرعت متحرک در یک جهت در حال افزایش بوده و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد بنابراین جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان است ($d = \ell$) و گزینه (۲) درست است.

B ۱ ۲۱۴

شتاب حرکت از رابطه $a = 2t + 1$ پیروی می‌کند و با توجه به اینکه زمان همواره مثبت در نظر گرفته می‌شود. با گذشت زمان شتاب افزایش می‌یابد اما جهت آن تغییر نمی‌کند. جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده بنابراین سرعت و جهت حرکت جسم همان جهت بردار شتاب است و حرکت تندشونده است و چون شتاب تغییر جهت نمی‌دهد، حرکت کندشونده نخواهد شد.

B ۱ ۲۱۵

خط فکری معادله $x = t^2 - 4t + 1$ یک تابع درجه ۲ بوده و نمودار آن سهمی است. سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس آن متقارن است رأس سهمی نقطه بیشینه یا کمینه سهمی است و در این نقطه خط مماس بر نمودار موازی محور افقی بوده و شیب آن صفر است. شیب خط مماس بر منحنی مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای بنابراین در رأس سهمی سرعت لحظه‌ای صفر است بنابراین اولین کاری که شما باید انجام بدهید به دست آوردن مختصات رأس سهمی است تا بتوانید در مورد سرعت متوسط و شتاب متوسط اظهار نظر کنید.

۱. معادله حرکت به صورت $x = t^2 - 4t + 1$ است و مختصات رأس آن خواهد شد:

$$t = \frac{-b}{2a} \Rightarrow t = \frac{-(-4)}{2 \times 1} \Rightarrow t = 2s \Rightarrow x = 4 - 8 + 1 = -3m$$

۲. نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم. در دو لحظه $t = 3s$ و $t = 1s$ مکان متحرک یکی است و جابه‌جایی و در نتیجه سرعت متوسط صفر است و گزینه (۱) درست است.

۳. در لحظه‌های $t = 3s$ و $t = 1s$ شیب خط مماس (سرعت لحظه‌ای متحرک) قرینه است بنابراین تغییر سرعت $(\Delta v \neq 0)$ صفر نبوده و شتاب متوسط حرکت $(a_{av} = \Delta v / \Delta t)$ نیز صفر نمی‌شود و گزینه (۲) نادرست است.

۴. در لحظه $t = 2s$ یعنی رأس سهمی سرعت لحظه‌ای صفر می‌شود اما شتاب لحظه‌ای صفر نیست و گزینه (۳) نادرست است.

A ۴ ۲۱۶

شیب خط قاطع در لحظه‌های t_1 و t_2 روی نمودار سرعت - زمان، برابر شتاب متوسط است.

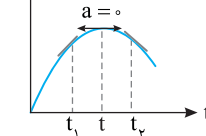
$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

B ۳ ۲۱۷

خط فکری شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار $v-t$ برابر شتاب متوسط در آن بازه است. از این رو برای بررسی شتاب متوسط شما باید خط قاطع بر نمودار را در هر بازه رسم کنید. شتاب متوسط در بازه صفر تا t_1 ، t_1 تا t_2 ، t_2 تا t_3 تا t_1 و t_3 تا t_1 برابر شیب خط واصل مشخص شده در نمودار است و با توجه به نمودار $v-t$ ، شیب خط قاطع در بازه t_2 تا t_3 بیشتر است. از این رو شتاب متوسط در این بازه بزرگ‌تر است.

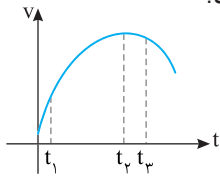
B ۴ ۲۱۸

یادآوری بنا به قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر جسم برابر $F = ma$ است. **خط فکری** برای بررسی تغییرات نیرو باید تغییرات شتاب را بررسی کنیم و برای بررسی تغییرات شتاب باید تغییرات شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ را بررسی کنیم. از لحظه t_1 تا t_2 شیب خط مماس یعنی شتاب و در نتیجه نیرو در حال کاهش بوده تا به صفر برسد از t به بعد قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار در حال افزایش است (خط مماس به حالت قائم نزدیک می‌شود) بنابراین بزرگی شتاب در حال افزایش یعنی بزرگی نیرو در حال افزایش است.



بازی با سؤال نمودار $v-t$ متحرکی به صورت شکل روبه‌رو است.

نیروی وارد بر متحرک در کدام لحظه بزرگ‌تر است؟



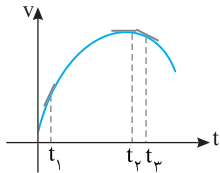
۱) t_1

۲) t_2

۳) t_3

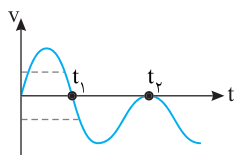
۴) نیروی وارد بر متحرک ثابت است.

یاسم با توجه به قانون دوم نیوتون $F = ma$ است، پس هرچه شتاب بزرگ‌تر باشد نیرو هم بزرگ‌تر است و می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در هر لحظه برابر شتاب در آن لحظه است.



با توجه به شکل اندازه شیب خط مماس در t_1 بزرگ‌تر از اندازه شیب خط مماس در دو لحظه دیگر است پس در t_1 نیروی بزرگ‌تری به جسم وارد می‌شود.

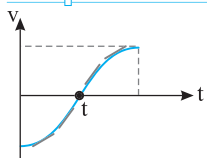
A ۳ ۲۱۹



محل برخورد نمودار سرعت - زمان با محور زمان به مفهوم توقف جسم است. بنابراین در لحظه‌های t_1 و t_2 سرعت صفر است. اما متحرک در لحظه t_1 تغییر جهت می‌دهد. زیرا

سرعت آن قبل از t_1 مثبت و بعد از t_1 منفی است. یعنی سرعت تغییر علامت و متحرک تغییر جهت داده است. اما در لحظه t_2 سرعت متحرک صفر شده اما تغییر علامت نداده و هم قبل و بعد از t_2 هم چنان سرعت منفی است یعنی متحرک تغییر جهت نداده است. بنابراین سرعت دو بار صفر و متحرک یک بار تغییر جهت داده است.

B ۳ ۲۲۰



به نمودار دقت کنید.

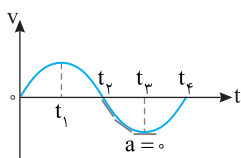
۱. سرعت در لحظه t صفر شده و تغییر علامت داده بنابراین متحرک یک بار تغییر جهت داده است و گزاره (الف) درست است.

۲. اندازه سرعت از لحظه $t=0$ تا لحظه t در حال کاهش است و از لحظه t به بعد اندازه سرعت در حال افزایش است و گزاره (ب) نادرست است.

۳. با توجه به شیب مماس‌های روی نمودار ابتدا شیب در حال افزایش (خط مماس در حال نزدیک شدن به حالت قائم) و سپس در حال کاهش (خط مماس در حال افقی شدن) است بنابراین شتاب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد و گزاره (پ) درست است.

۴. اما در تمام مدت شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان مثبت و شتاب مثبت است و گزاره (ت) نادرست است. در نتیجه گزاره‌های (الف) و (پ) درست می‌باشند.

A ۳ ۲۲۱



با توجه به نمودار $v-t$ در لحظه t_2 سرعت صفر است و از این لحظه تا لحظه t_3 اندازه سرعت در حال افزایش و حرکت تندشونده است و گزینه (۱) درست است. اگر در بازه

t_2 تا t_3 بر نمودار خط مماس رسم کنیم شیب خط مماس منفی و شتاب منفی است و گزینه (۲) درست است.

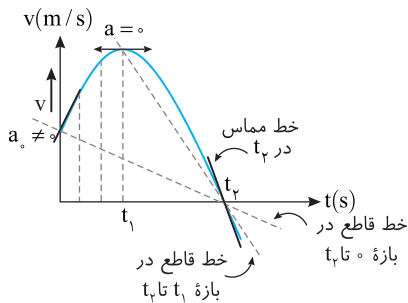
اما با رسم خط‌های مماس بر نمودار در بازه t_2 تا t_3 مشاهده می‌شود که شیب خط مماس در حال کاهش است و در t_3 شیب خط مماس صفر می‌شود. بنابراین شتاب در حال کاهش و در t_3 شتاب صفر می‌شود و گزینه (۳) نادرست است. در بازه t_2 تا t_3 نمودار زیر محور زمان قرار دارد و سرعت در این بازه منفی است و گزینه (۴) درست است.

از این رو در بازه صفر تا ۴s و ۴s تا ۹s شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} a_{av \text{ تندشونده}} = \frac{-12 - 0}{9 - 4} = -2.4 \text{ m/s}^2 \\ a_{av \text{ کندشونده}} = \frac{0 - 8}{4 - 0} = -2 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{av \text{ تندشونده}} = 6 \\ a_{av \text{ کندشونده}} = 5 \end{cases}$$

B ۲۲۶ ۴

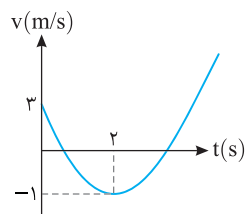
مطابق شکل در بازه صفر تا t_1 سرعت متحرک در حال افزایش است و گزینه (۱) نادرست است.



یادآوری شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر شتاب لحظه‌ای است. در لحظه $t=0$ شیب خط مماس بر نمودار با قدرمطلق شیب خط مماس در لحظه t_1 برابر نیست و گزینه (۲) نادرست است.

در بازه صفر تا t_1 شیب خط مماس بر نمودار مثبت و شتاب مثبت است و در بازه t_1 تا t_2 شیب خط مماس بر نمودار منفی و شتاب منفی است از این رو گزینه (۳) نادرست است. **یادآوری** شیب خط قاطع بین دو لحظه در نمودار $v-t$ برابر شتاب متوسط است. با رسم خط قاطع در بازه t_1 تا t_2 مشخص است که قدرمطلق شیب خط قاطع در بازه t_1 تا t_2 بزرگتر از شیب خط قاطع در بازه صفر تا t_2 است. بنابراین شتاب متوسط آن بیشتر و گزینه (۴) درست است.

B ۲۲۷ ۱



خط فکری به نظر می‌رسد راهی به جز به دست آوردن معادله سرعت - زمان به کمک اعداد روی نمودار نداریم. بعد از نوشتن معادله حرکت در لحظه $t=1s$ و $t_2=3s$ سرعت‌ها را به دست می‌آوریم و شتاب متوسط را حساب می‌کنیم.

۱ در لحظه $t=0$ سرعت 3 m/s است بنابراین

$$v = at^2 + bt + c \Rightarrow 3 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 3$$

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 2 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow b = -4a \quad (1)$$

۲ مختصات رأس سهمی

$$v = at^2 + bt + 3 \xrightarrow{t=2s, v=-1m/s} -1 = 4a + 2b + 3 \Rightarrow 4a + 2b = -4 \quad (2)$$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای گذاری می‌کنیم.

$$4a + 2(-4a) = -4 \Rightarrow -4a = -4 \Rightarrow a = 1, b = -4 \times 1 = -4$$

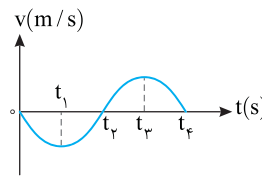
۴ معادله سرعت - زمان خواهد شد $v = t^2 - 4t + 3$

۵ سرعت در لحظه‌های $t_1=1s$ و $t_2=3s$ را حساب می‌کنیم.

$$t = 1s \Rightarrow v = 0, t = 3s \Rightarrow v = 4 - 12 + 3 \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

۶ شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{24 - 0}{3 - 1} \Rightarrow a_{av} = 12 \text{ m/s}^2$$

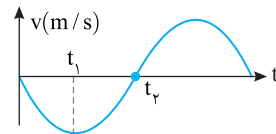


بازیه با سؤال نمودار سرعت

- زمان متحرکی که روی محور xها در حرکت است. مطابق شکل روبه‌رو است. در بازه زمانی t_1 تا t_2 حرکت متحرک شونده و علامت شتاب است.

(۱) تند، منفی (۲) تند، مثبت (۳) کند، مثبت (۴) کند، منفی

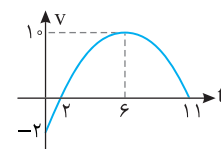
پایسج در بازه t_1 تا t_2 اندازه سرعت در حال کاهش است و در t_2 سرعت صفر می‌شود. بنابراین حرکت کندشونده است اما شیب خط مماس بر نمودار در این بازه مثبت و شتاب مثبت است. (علامت سرعت در این بازه منفی و علامت شتاب مثبت است $(av < 0)$ و حرکت کندشونده است.)



گزینه ۳

A ۲۲۲ ۲

خط فکری هرگاه تندی متحرک (اندازه سرعت) در حال کاهش باشد حرکت کندشونده و هرگاه تندی در حال افزایش باشد حرکت تندشونده است از این رو شما باید به تغییر اندازه سرعت دقت کنید.



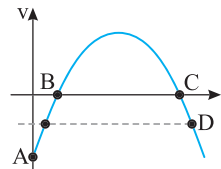
۱ در بازه صفر تا ۲s اندازه سرعت از 2 m/s به صفر می‌رسد: حرکت کندشونده است.

۲ در بازه ۶s تا ۱۱s سرعت از 10 m/s به صفر می‌رسد و حرکت کندشونده است.

۳ جمعاً به مدت $2s + 5s = 7s$ حرکت کندشونده است.

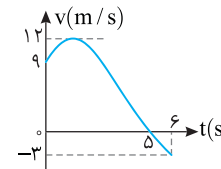
۴ از ۲s تا ۶s سرعت از صفر به 10 m/s رسیده است؛ بنابراین ۴s حرکت تندشونده است.

A ۲۲۳ ۴



در لحظات B و C که نمودار سرعت محور زمان را قطع کرده سرعت متحرک صفر شده یعنی متحرک به طور لحظه‌ای ساکن است. در لحظه A بزرگی سرعت در حال کوچک‌تر شدن است و سرعت به سمت صفر می‌رود. بنابراین در این لحظه حرکت کندشونده است و در لحظه D بزرگی سرعت در حال افزایش می‌باشد پس حرکت در این لحظه تندشونده است.

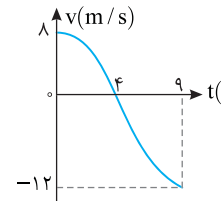
A ۲۲۴ ۲



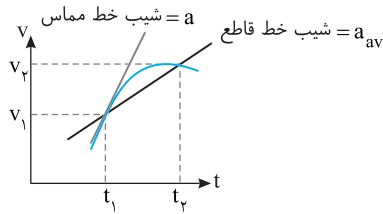
با توجه به تعریف شتاب متوسط، $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ کافی است در لحظه $t=6s$ و $t=9s$ از روی نمودار سرعت متحرک را مشخص کرده و در رابطه شتاب متوسط قرار دهیم.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-3 - 9}{9 - 6} = -2 \text{ m/s}^2$$

A ۲۲۵ ۴



در بازه زمانی که اندازه سرعت در حال کاهش است حرکت کندشونده است بنابراین با توجه به نمودار سرعت - زمان در بازه صفر تا ۴s حرکت کندشونده است و سرعت از ۸ متر بر ثانیه به صفر متر بر ثانیه کاهش می‌یابد و در بازه ۴s تا ۹s اندازه سرعت از صفر به 12 m/s در خلاف جهت محور می‌رسد یعنی تندی افزایش می‌یابد و حرکت تندشونده است.

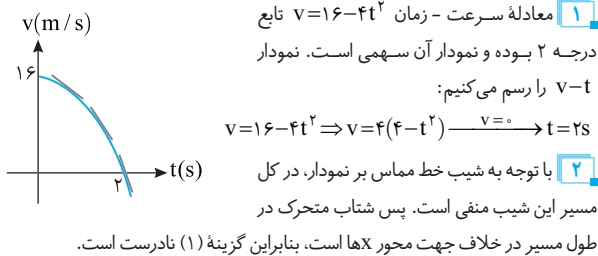


خط فکری در نقاط بیشینه و کمینه نمودار سرعت - زمان، خط مماس موازی محور زمان بوده و شیب آن و در نتیجه شتاب حرکت صفر است. از طرفی معادله $v = t^2 - 8t + 12$ تابع درجه ۲ بوده و نمودار آن سهمی است، بنابراین شما تنها کافی است مختصات رأس سهمی ($t = -\frac{b}{2a}$) را حساب کنید.

در رأس سهمی خط مماس صفر است، لحظه رأس سهمی را حساب می‌کنیم.
 $v = t^2 - 8t + 12$, $t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = \frac{8}{2} = 4s$

۴ ۲۳۳ B

خط فکری برای بررسی نوع حرکت شما باید نمودار سرعت - زمان را رسم کنید سپس تمام گزینه‌ها را به کمک نمودار رسم شده بررسی کنید.



۳ با توجه به نمودار از صفر تا ۲s سرعت متحرک مثبت است یعنی متحرک در جهت مثبت محور X در حرکت است و پس از $t = 2s$ سرعت متحرک منفی می‌شود یعنی متحرک در جهت منفی محور X حرکت می‌کند و به حرکت خود ادامه می‌دهد، بنابراین گزینه (۲) درست است.

۴ با توجه به نمودار قبل از $t = 2s$ تندى در حال کاهش و نوع حرکت کندشونده و بعد از $t = 2s$ تندى جسم در حال افزایش و حرکت تندشونده است، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.
 ۵ نوع حرکت در لحظه $t = 2s$ از کندشونده به تندشونده تغییر می‌کند، اما قبل و بعد از $t = 4s$ حرکت تندشونده است، بنابراین گزینه (۴) درست است.

۲ ۲۳۴ A

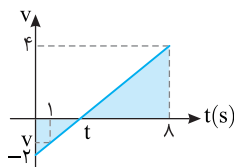
نمودار سرعت - زمان خط راست بوده از این رو در تمام لحظات شیب آن ثابت بوده یعنی شتاب حرکت در تمام مدت ثابت است از طرفی شیب نمودار منفی است از این رو شتاب ثابت و منفی است.

۱ ۲۳۵ A

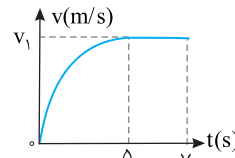
شیب خط نمودار را نوشته و سرعت در لحظه $t = 1s$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{4 - (-2)}{1 - 0} = \frac{v - (-2)}{1} \Rightarrow \frac{6}{1} = \frac{v + 2}{1} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{v + 2}{4} \Rightarrow 4v + 8 = 3 \Rightarrow v = -\frac{5}{4} m/s$$

بنابراین سرعت $-\frac{5}{4} m/s$ و به دلیل منفی بودن سرعت متحرک خلاف جهت محور X در حال حرکت است.



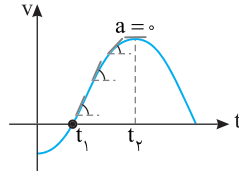
۱ ۲۲۸ B



۱ با توجه به نمودار در بازه Δt تا Δs سرعت متحرک تغییر نکرده است و بنا به رابطه سرعت ثابت خواهیم داشت:
 $\Delta x = v_1 \Delta t \Rightarrow 18 = v_1 \times 2 \Rightarrow v_1 = 9 m/s$

۲ شتاب متوسط برابر است با:
 $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{9 - 0}{\Delta} = 1/8 m/s^2$

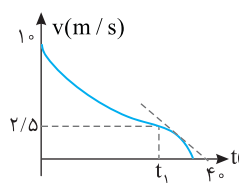
۳ ۲۲۹ A



در بازه صفر تا t_1 تندى جسم در حال کاهش بوده و در لحظه t_1 تندى صفر می‌شود یعنی در این بازه حرکت کندشونده است در بازه t_1 تا t_2 سرعت در حال افزایش بوده و حرکت

تندشونده است در صورت سؤال پرسیده شده در مدتی که حرکت تندشونده است، شتاب چگونه تغییر می‌کند. با توجه به اینکه شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ اندازه شتاب را مشخص می‌کند در بازه t_1 تا t_2 با رسم چند خط مماس مشخص می‌شود که شیب خط مماس در حال کاهش یعنی شتاب در حال کاهش است.

۱ ۲۳۰ B



۱ شتاب در لحظه t_1 یعنی شیب خط مماس در نمودار در لحظه t_1 شتاب لحظه‌ای را از روی نمودار حساب می‌کنیم.

$$a_{t_1} = \frac{0 - 2/5}{4 - t_1}$$

۲ شتاب متوسط در بازه t_1 تا t_2 خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{2/5 - 1}{t_2 - t_1} = \frac{-7/5}{t_2 - t_1}$$

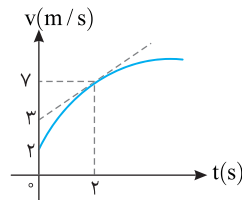
۳ با توجه به فرض مسئله این دو شتاب را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{0 - 2/5}{4 - t_1} = \frac{2/5 - 1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \frac{-2/5}{4 - t_1} = \frac{-7/5}{t_2 - t_1} \Rightarrow \frac{1}{4 - t_1} = \frac{7}{4 - t_1} \Rightarrow 12 - 3t_1 = t_2 \Rightarrow t_2 = 3 + 3t_1$$

۱ ۲۳۱ B

۱ شتاب لحظه‌ای برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است، بنابراین برای شتاب لحظه‌ای در $t = 2s$ شیب خط مماس را در این لحظه به دست می‌آوریم.

$$a = \frac{v - 3}{2} = 2 m/s^2$$



۲ شتاب متوسط نیز در بازه صفر تا ۲s برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3 - 0}{2} = 1.5 m/s^2$$

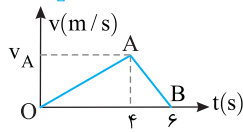
۳ نسبت شتاب‌ها را حساب می‌کنیم.

$$\frac{a}{a_{av}} = \frac{2}{1.5} = 4/3$$

۲ ۲۳۲ B

یادآوری در نمودار سرعت - زمان، شیب خط قاطع بین دو لحظه برابر شتاب متوسط و شیب خط مماس بر نمودار برابر اندازه سرعت لحظه‌ای است.

۳ ۲۴۰ A



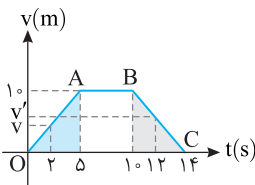
یادآوری شیب نمودار سرعت زمان برابر شتاب متحرک است. در هر قسمت شتاب را حساب می‌کنیم.

$$a_{avOA} = \frac{v_A - 0}{t_1 - 0} = \frac{v_A}{t_1}, \quad a_{avAB} = \frac{0 - v_A}{t_2 - t_1} = \frac{-v_A}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{|a_{avOA}|}{|a_{avAB}|} = \frac{\frac{v_A}{t_1}}{\frac{v_A}{t_2 - t_1}} = \frac{t_2 - t_1}{t_1}$$

نسبت اندازه شتاب‌ها خواهد شد:

۱ ۲۴۱ B



خط فکری باید به کمک شیب خط‌های OA و BC سرعت را در لحظه‌های $t=12s$ و $t=2s$ حساب کرده سپس به کمک تعریف شتاب متوسط $a_{av} = \Delta v / \Delta t$ مسئله را حل کنید.

۱ به کمک شیب خط OA سرعت در لحظه $t=2s$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{10 - 0}{5 - 0} = \frac{v - 0}{2 - 0} \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

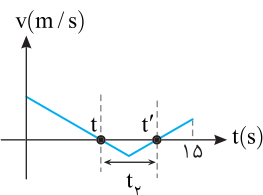
۲ شیب خط BC در لحظه $t=12s$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{0 - 10}{14 - 10} = \frac{0 - v'}{12 - 10} \Rightarrow v' = -5 \text{ m/s}$$

۳ شتاب متوسط خواهد شد.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v' - v}{\Delta t} = \frac{-5 - 4}{12 - 2} = -0.9 \text{ m/s}^2$$

۳ ۲۴۲ C



خط فکری هرگاه سرعت مثبت باشد متحرک در جهت محور X حرکت است و هرگاه سرعت منفی باشد متحرک در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند. از طرفی متحرک وقتی تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن صفر

می‌شود. یعنی نمودار محور زمان را قطع می‌کند بنابراین بازه زمانی بین دو تغییر جهت با توجه به شکل بازه زمانی t تا t' است. دقت کنید در این بازه سرعت منفی است و در واقع طراح از شما می‌خواهد که $t_p = t' - t$ را از روی نمودار به دست آورید.

در بازه صفر تا t' و t تا $15s$ متحرک در جهت مثبت محور Xها و در بازه t' تا t_1 متحرک در خلاف جهت محور Xها در حرکت بوده است.

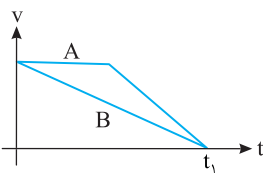
$$t_1 = (t - 0) + (15 - t') = 15 + (t - t') \Rightarrow t_1 = 15 - t_p, \quad t_p = t' - t$$

حال با توجه به نسبت داده شده در سؤال:

$$\frac{t_1}{t_p} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{15 - t_p}{t_p} = \frac{5}{4} \Rightarrow 60 - 4t_p = 5t_p \Rightarrow 60 = 9t_p \Rightarrow t_p = \frac{20}{3} s$$

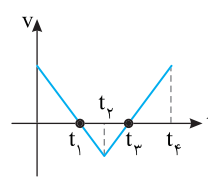
مدت زمان بین دو لحظه توقف همان $t' - t$ است که برابر با t_p یعنی $\frac{20}{3} s$ است.

۱ ۲۴۳ B



در بازه زمانی t_1 تا t_2 تغییر سرعت دو متحرک A و B یکسان است و با توجه به تعریف شتاب متوسط $(a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t})$ شتاب متوسط دو متحرک در این بازه با هم برابر است.

۳ ۲۳۶ A



خط فکری هرگاه سرعت مثبت است متحرک در جهت محور Xها حرکت کرده و اگر سرعت منفی باشد متحرک خلاف جهت محور Xها حرکت می‌کند. هم‌چنین اگر نمودار به محور افقی نزدیک شود بزرگی سرعت در حال کاهش

می‌باشد و حرکت کندشونده و اگر نمودار در حال دور شدن از این محور افقی باشد بزرگی سرعت در حال افزایش می‌باشد و حرکت تندشونده است.

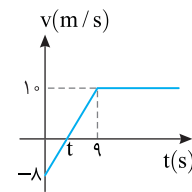
۱ در بازه صفر تا t_1 سرعت مثبت و حرکت در جهت مثبت محور Xها بوده و گزینه (۱) نادرست است.

۲ در بازه t_1 تا t_2 سرعت منفی و متحرک در خلاف جهت محور Xها در حال حرکت است از طرفی بزرگی سرعت (تندی متحرک) در حال افزایش یعنی حرکت تندشونده است و گزینه (۲) نادرست است.

۳ در بازه t_2 تا t_3 سرعت منفی و جهت حرکت خلاف جهت محور Xها است و تندی (اندازه سرعت) در حال کاهش است به طوری که در نقطه t_3 سرعت صفر می‌شود یعنی حرکت کندشونده است و گزینه (۳) درست است.

۴ در بازه t_3 تا t_4 سرعت مثبت بوده و گزینه (۴) نادرست است.

۴ ۲۳۷ A



ابتدا لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود (t) را به کمک شیب خط به دست می‌آوریم:

$$\frac{10 - (-8)}{9 - 0} = \frac{0 - (-8)}{t - 0} \Rightarrow t = 4s$$

اکنون با داشتن لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود می‌توان گزینه‌ها را بررسی کرد.

با توجه به نمودار در لحظه $t=3s$ بزرگی سرعت متحرک در حال کاهش است و در $t=4s$ متحرک متوقف می‌شود. بنابراین در $t=3s$ حرکت کندشونده و گزینه (۱) نادرست است.

در بازه زمانی $t=9s$ تا $t=4s$ شیب خط نمودار $v-t$ تغییر نمی‌کند بنابراین شتاب در این بازه زمانی ثابت است پس در لحظه $t=4s$ نیز شتاب تغییر نمی‌کند و گزینه (۲) نادرست است.

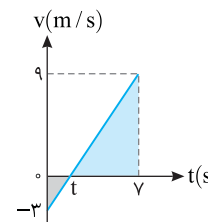
در $t=9s$ به بعد بزرگی سرعت ثابت و برابر 10 m/s باقی می‌ماند. بنابراین حرکت نه تندشونده و نه کندشونده است و گزینه (۳) نادرست است.

در $t=7s$ بزرگی سرعت متحرک در حال افزایش است و در $t=9s$ سرعت متحرک به بیشینه مقدار خود یعنی $v=10 \text{ m/s}$ می‌رسد بنابراین در این لحظه حرکت تندشونده و گزینه (۴) درست است.

۴ ۲۳۸ A

نکته اگر مکان اولیه متحرکی مشخص نباشد نمودار سرعت - زمان درباره مکان متحرک و هم‌چنین نزدیک یا دور شدن متحرک به مبدأ مکان اطلاعاتی به ما نمی‌دهد. با توجه به نکته بیان شده گزینه (۴) درست است.

۳ ۲۳۹ A



لحظه تغییر جهت، لحظه‌ای است که سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد. نسبت تشابه را برای دو مثلث رنگی می‌نویسیم و لحظه تغییر جهت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{9}{3} = \frac{v - t}{t} \Rightarrow 3t = v - t \Rightarrow t = \frac{v}{4}$$

نمودار سرعت - زمان خط راست است و شیب آن ثابت است. از این رو شتاب حرکت در تمام بازه‌های زمانی ثابت و یکسان است و

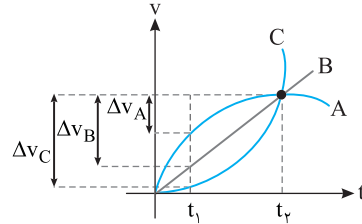
$$a = a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{9 - (-3)}{\frac{v}{4} - \frac{v}{4}} = \frac{12}{v} \text{ m/s}^2$$

خواهد شد:

B ۱ ۲۴۴

می‌خواهیم شتاب متوسط سه متحرک A، B و C را در بازه زمانی t_1 تا t_2 با هم مقایسه کنیم. با توجه به تعریف شتاب متوسط ($a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$) ما باید تغییرات سرعت این سه متحرک را با هم مقایسه کنیم. با توجه به شکل در بازه زمانی t_1 تا t_2 تغییر سرعت متحرک A از متحرک B کمتر و تغییر سرعت متحرک B از تغییر سرعت متحرک C کمتر است.

$$\Delta v_A < \Delta v_B < \Delta v_C \Rightarrow a_{avA} < a_{avB} < a_{avC}$$



A ۴ ۲۴۵

۱ متحرک روی محور Xها در خلاف جهت محور از حال سکون $|v_0| = 0$ شروع به حرکت کرده است. ۲ دقت کنید در لحظه $t=0$ خط مماس بر نمودار موازی محور Xها است و شیب خط مماس صفر و در نتیجه سرعت اولیه صفر است. (گزینه (۳) درست است). ۳ متحرک روی محور Xها تغییر جهت نداده بنابراین جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان است. در نتیجه تندی متوسط و سرعت متوسط برابر است. (گزینه (۱) درست است). ۴ به شکل دقت کنید در بازه t_1 تا t_2 شیب خط مماس بر نمودار بیشتر می‌شود بنابراین اندازه سرعت در لحظه t_2 از اندازه سرعت در لحظه t_1 بیشتر (منفی‌تر) است.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \frac{|v_2| - |v_1|}{v_2 < 0, v_1 < 0} \Rightarrow \Delta v < 0 \Rightarrow a < 0$$

هر دو لحظه دلخواه دیگری را که در نظر بگیرید، به همین نتیجه می‌رسید که شتاب منفی است و گزینه (۲) درست است.

میانبر ← برای تعیین علامت شتاب از روی نمودار مکان - زمان کافی است به جهت تقعر (دهانه نمودار) دقت کنید اگر دهانه رو به بالا باشد شتاب مثبت و اگر رو به پایین باشد شتاب منفی است.

B ۴ ۲۴۶

۱ به کمک شیب نمودار لحظه t را حساب می‌کنیم.

$$\frac{-20 - 30}{6 - 0} = \frac{-50}{6} \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

۲ سرعت متوسط در مدت ۲۵ خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-20 - 30}{25} = -2 \text{ m/s}$$

۳ سرعت در بازه صفر تا ۶s ثابت است، بنابراین:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{-30}{6} = -5 \text{ m/s} \Rightarrow v_0 = -5 \text{ m/s}$$

شیب خط مماس بر نمودار در بازه $t=10$ s تا $t=25$ s، صفر است بنابراین:

$$a_{av} = \frac{0 - (-5)}{25} = 0.2 \text{ m/s}^2$$

در نتیجه شتاب متوسط در مدت ۲۵s خواهد شد:

B ۱ ۲۴۷

برای به دست آوردن شتاب متوسط در بازه $t=1$ s تا $t=3$ s باید سرعت را در این دو لحظه به دست بیاوریم.

۱ در $t=1$ s شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان موازی محور زمان بوده و سرعت لحظه‌ای صفر است ($v_1=0$)

$$v_2 = \frac{6-0}{3-2/2} = \frac{6}{1.5} = 4 \text{ m/s}$$

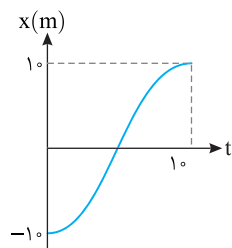
۲ در این صورت شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{4 - 0}{3 - 1} = 2 \text{ m/s}^2$$

A ۲ ۲۴۸

در لحظه $t=0$ ، مکان متحرک $x_1 = -10$ m و در لحظه $t=10$ s مکان متحرک $x_2 = +10$ m بوده بنابراین سرعت متوسط خواهد شد.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{10 - (-10)}{10 - 0} = 2 \text{ m/s}$$



برای به دست آوردن شتاب متوسط باید سرعت متحرک را در لحظه‌های $t=0$ و $t=10$ s از روی نمودار مشخص کنیم. در این دو لحظه خط مماس بر نمودار موازی محور زمان بوده و شیب خط مماس و در نتیجه سرعت در این لحظات صفر است، بنابراین شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = 0$$

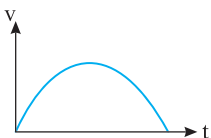
A ۱ ۲۴۹

نکته هرگاه جهت دهانه (تقعر) نمودار مکان - زمان به سمت بالا باشد (گنبدی شکل) شتاب حرکت مثبت و هرگاه جهت دهانه (تقعر) نمودار رو به پایین باشد، شتاب منفی است. **یادآوری** هرگاه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان مثبت باشد سرعت مثبت و متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت است و هرگاه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان منفی باشد، سرعت منفی و متحرک در جهت منفی محور در حال حرکت است. در صورت مسئله بیان شده که سرعت اولیه مثبت باشد یعنی در لحظه $t=0$ شیب خط مماس بر نمودار مثبت باشد که در گزینه (۱) و (۳) این چنین است. از طرفی خواسته شده که در خلاف جهت محور X یعنی منفی باشد بنابراین دهانه (تقعر) نمودار باید رو به پایین باشد و گزینه (۱) درست است.

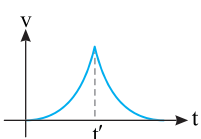
B ۲ ۲۵۰

ابتدا دقت کنید که نمودارهای داده شده، نمودار سرعت - زمان است. سپس به حل مسئله بپردازید.

متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و در نهایت نیز متوقف شده است پس در ابتدا و انتهای حرکت سرعت صفر است و گزینه (۱) نمی‌تواند جواب باشد.



در نمودار گزینه (۲)، در تمام مدت نمودار بالای محور زمان بوده و سرعت متحرک مثبت است از طرفی در $t=0$ ، سرعت صفر است بنابراین گزینه (۲) درست است.



چون متحرک در جهت مثبت محور Xها در حرکت است پس سرعت باید مثبت باشد بنابراین گزینه (۳) نیز نادرست است. در لحظه t' در نمودار گزینه (۴) خط مماس قائم است پس شیب خط مماس در این نقطه که برابر شتاب می‌باشد ∞

است و این ناممکن است بنابراین گزینه (۴) نیز نادرست است اگرچه سرعت در ابتدا و انتها صفر است.

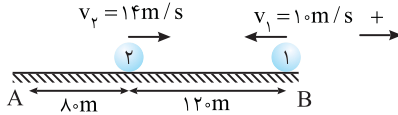
۲ جابه‌جایی متحرک (۲) با تندی 14 m/s در مدت 20 s را حساب می‌کنیم.

$$l_p = vt_p = 14 \times 20 = 280\text{ m}$$

۳ یعنی متحرک (۲)، 200 متر رفته و 80 m برگشته و در این لحظه متحرک (۱) از

نقطه B در حال برگشت است. یعنی فاصله دو متحرک از هم $120\text{ m} = 200 - 80$ است.

۴ اگر نقطه B را در این لحظه مبدأ مکان فرض کنیم با نوشتن معادله حرکت دو متحرک و برابر قرار دادن معادله‌ها لحظه‌ای که به هم می‌رسند را به دست می‌آوریم.



$$\begin{cases} x_1 = -10t \\ x_2 = 14t - 120 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} -10t = 14t - 120 \Rightarrow 24t = 120 \Rightarrow t_p = 5\text{ s}$$

ملاقات دوم پس از $20 + 5 = 25\text{ s}$ صورت می‌گیرد.

میانبر ۱ در قسمت آخر می‌توانستیم سرعت‌ها را با هم جمع کرده

$14 + 10 = 24\text{ m/s}$ سپس زمانی که 120 m با این سرعت طی می‌شود را حساب کرد.

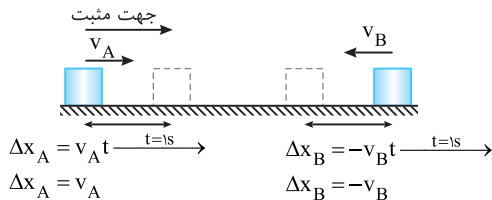
$$\Delta x = (v_1 + v_2)t \Rightarrow 120 = 24t \Rightarrow t = 5\text{ s}$$

$$t_{\text{کل}} = 20 + 5 = 25\text{ s}$$

۲ ۲۵۶

فرض اول: دو جسم با سرعت ثابت به سمت هم حرکت می‌کنند و در هر 16.10 s متر به هم نزدیک می‌شوند، یعنی در هر ثانیه $1/6\text{ m}$ به هم نزدیک‌تر می‌شوند با توجه به شکل در هر ثانیه متحرک A به اندازه v_A در جهت مثبت و متحرک B، به اندازه v_B در جهت منفی به هم نزدیک می‌شوند بنابراین:

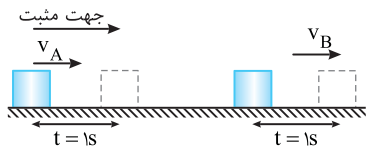
$$\Delta x_{AB} = v_A - (-v_B) = 1/6 \Rightarrow v_A + v_B = 1/6\text{ m/s} \quad (1)$$



فرض دوم: دو جسم با سرعت ثابت در یک جهت حرکت می‌کنند. متحرک A به اندازه v_A و متحرک B به اندازه v_B در هر ثانیه جابه‌جا می‌شوند و چون در هر 5 s فاصله دو متحرک 3 متر اضافه می‌شود باید سرعت $v_B > v_A$ باشد. پس این دو متحرک در هر ثانیه 0.6 متر از هم دورتر خواهند شد:

$$\Delta x_{AB} = v_B - v_A \Rightarrow v_B - v_A = 0.6 \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \begin{cases} v_A + v_B = 1/6 \\ v_B - v_A = 0.6 \end{cases} \Rightarrow 2v_B = 2/3 \Rightarrow \begin{cases} v_B = 1/3\text{ m/s} \\ v_A = 0.6\text{ m/s} \end{cases}$$



میانبر ۱ اگر دو متحرک در یک جهت در حال حرکت باشند می‌توان یکی از آن‌ها را ساکن فرض کرد که دیگری با تندی $|v_A - v_B|$ نسبت به آن در حرکت است.

$$\Delta x = |v_A - v_B|t$$

و اگر دو متحرک در خلاف جهت هم در حال حرکت باشند آن‌گاه:

$$\Delta x = (v_A + v_B)t$$

۴ ۲۵۱ A

متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده یعنی نمودار در لحظه $t=0$ باید بر محور زمان مماس باشد بنابراین گزینه (۱) و (۳) نادرست هستند.

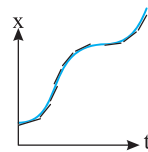
متحرک پس از مدتی متوقف شده و سپس در جهت مثبت محور به حرکت خود ادامه می‌دهد یعنی شیب خط مماس بر نمودار پس از تغییر جهت باید مثبت باشد بنابراین گزینه (۲) نادرست و گزینه (۴) درست است.

۳ ۲۵۲ B

در ابتدا با گذر زمان، در بازه‌های زمانی یکسان جابه‌جایی خودرو در حال افزایش است بنابراین سرعت در حال افزایش است یعنی شیب خط مماس بر نمودار باید در حال افزایش باشد.



در ادامه مسیر در بازه‌های زمانی یکسان، جابه‌جایی‌ها کاهش یافته یعنی سرعت در حال کاهش است و مجدداً جابه‌جایی‌ها افزایش می‌یابد یعنی سرعت افزایش می‌یابد. در گزینه (۳) ابتدا شیب خط مماس افزایش، سپس کاهش و سرانجام افزایش می‌یابد.



۲ ۲۵۳ B

۱ بردار مکان متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور می‌کند، بنابراین مکان را مساوی صفر ($x=0$) قرار می‌دهیم:

$$x = t^3 - 3t^2 + 2t = 0 \Rightarrow t^3 - 3t^2 + 2t = 0 \Rightarrow t(t-1)(t-2) = 0$$

$$\Rightarrow t=0, t=1\text{ s}, t=2\text{ s}$$

۲ دقت کنید در $t=0$ متحرک شروع به حرکت می‌کند پس در $t=0$ از مبدأ مکان متحرک عبور نمی‌کند، بنابراین در لحظه‌های $t=1\text{ s}$ و $t=2\text{ s}$ تغییر بردار مکان رخ داده است، اکنون در این دو لحظه سرعت را به کمک معادله سرعت - زمان داده شده حساب می‌کنیم:

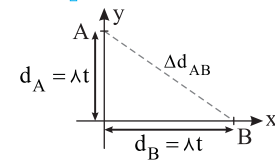
$$v_{t=1\text{ s}} = 3(1)^2 - 6(1) + 2 \Rightarrow v_{t=1\text{ s}} = -1\text{ m/s}$$

$$v_{t=2\text{ s}} = 3(2)^2 - 6(2) + 2 \Rightarrow v_{t=2\text{ s}} = 2\text{ m/s}$$

۳ شتاب متوسط حرکت را به دست می‌آوریم: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 - (-1)}{2 - 1} = 3\text{ m/s}^2$

۲ ۲۵۴ B

۱ مسئله ساده‌ای است. در مدت t ثانیه جابه‌جایی هر متحرک را حساب می‌کنیم. سرعت هر متحرک 8 m/s است. بنابراین: $d_A = d_B = vt \Rightarrow d_A = d_B = 8t$



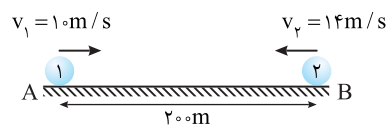
۲ فاصله A تا B را به کمک رابطه فیثاغورس به دست آورده و برابر $32\sqrt{2}\text{ m}$ قرار می‌دهیم. $AB = \sqrt{d_A^2 + d_B^2} = 32\sqrt{2} = \sqrt{(8t)^2 + (8t)^2} \Rightarrow 32\sqrt{2} = \sqrt{2}(8t) \Rightarrow t = 4\text{ s}$

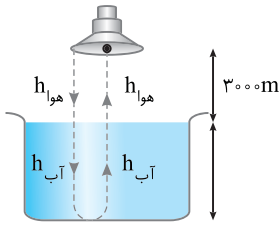
۳ ۲۵۵ B

خط فکری ۱ آنچه مسلم است دیدار این دو متحرک برای اولین بار هنگامی است که به سوی هم می‌روند و در بین راه یکدیگر ملاقات می‌کنند اما ملاقات دوم آن‌ها وقتی است که دو متحرک به انتهای مسیر می‌رسند و برمی‌گردند و مجدداً بین راه یکدیگر را ملاقات می‌کنند، بنابراین شما باید ابتدا زمان حرکت متحرک (۱) را از A تا B حساب کنید. در این مدت متحرک (۲) قطعاً از B به A رسیده و در حال برگشت است و مقدار مسافتی که در برگشت طی می‌کند را به دست بیاورید، بنابراین به مراحل زیر با دقت توجه کنید.

۱ مدت زمان حرکت متحرک (۱) از A تا B خواهد شد:

$$d = vt = 200 = 10 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 20\text{ s}$$





۲ صوت ۲۰s در هوا در حال حرکت است و بنابراین مدت $40 - 20 = 20$ s نیز در آب طی کرده است.

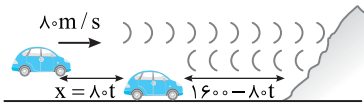
۳ اکنون عمق آب را حساب می‌کنیم.

$$\ell = vt \Rightarrow 2h_{\text{آب}} = 1200 \times 20 \Rightarrow 2h_{\text{آب}} = 24000 \Rightarrow h_{\text{آب}} = 12000 \text{ m} = 12 \text{ km}$$

۱ ۲۶۰

اگر زمانی که طول می‌کشد تا راننده صدای پژواک را بشنود برابر t فرض کنیم در این مدت خودرو با تندی 80 m/s مسافت $x = 80t$ جلو می‌آید و صوت نیز مسافت $x - 1600 + 1600 - x$ یعنی $3200 - x$ را طی می‌کند بنابراین می‌توان نوشت:

$$\ell_{\text{صوت}} = v_{\text{صوت}} t \Rightarrow 3200 - x = 320t \xrightarrow{x=80t} 3200 - 80t = 320t \\ \Rightarrow 3200 = 400t \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$



۲ ۲۶۱

خط فکری اگر شما از یک پله برقی که در حال بالا رفتن است بالا بروید قطعاً زمان رسیدن شما به انتهای پله کمتر از زمانی است که روی پله برقی بایستید. در واقع در حالت اول تندی حرکت شما با تندی حرکت پله جمع می‌شود و اگر زمان حرکت پله t_1 زمانی که شما از پلکان ساکن بالا می‌روید t_2 و زمان حرکت پله و شما با هم t فرض شود. به کمک جمع تندی‌ها مسئله قابل حل است.

$$v = v_1 + v_2 \xrightarrow{v = \frac{\ell}{t}} \frac{\ell}{t} = \frac{\ell}{t_1} + \frac{\ell}{t_2} \quad t_1 = 1 \text{ min}, t_2 = 3 \text{ min} \rightarrow$$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow t = \frac{3}{4} \text{ min} \Rightarrow t = 45 \text{ s}$$

۳ ۲۶۲

خط فکری مجدداً با مسئله‌ای سروکار داریم که در آن از شما مقایسه مسافت طی شده و جابه‌جایی خواسته شده است. ابتدا شما باید مدت زمان حرکت دو قطار از لحظه‌ای که فاصله آن‌ها از هم 80 km بوده تا لحظه‌ای که به هم برخورد می‌کنند را بیابید سپس مسافت و جابه‌جایی در این مدت را به دست بیاورید.

۱ سرعت حرکت هر قطار 40 km/h است یعنی در هر ساعت هر قطار 40 km جابه‌جا می‌شود که جمعاً 80 km شده در نتیجه دو قطار پس از 1 h به هم برخورد می‌کنند.

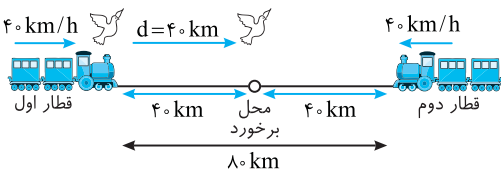
۲ در مدت 1 h پرنده با تندی 60 km/h مسافتی که طی می‌کند برابر است با:

$$\ell = vt \Rightarrow \ell = 60 \times 1 = 60 \text{ km}$$

۳ به شکل دقت کنید. جابه‌جایی پرنده از محل شروع پرواز تا محل برخورد برابر $d = 40 \text{ km}$ است.

۴ نسبت ℓ به d خواهد شد:

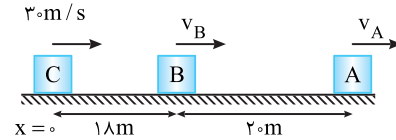
$$\frac{\ell}{d} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2}$$



۲ ۲۵۷

خط فکری شکل مسئله را رسم کنید و داده‌های مسئله را روی شکل به طور کامل نمایش دهید. سپس معادله حرکت هریک از سه متحرک را بنویسید آن‌گاه مرحله به مرحله مسئله را حل کنید.

۱ اگر مکان C را مبدأ مکان و سمت راست را جهت مثبت در نظر بگیریم، معادله حرکت هر متحرک خواهد شد: $x_C = 30t$, $x_B = v_B t + 18$, $x_A = v_A t + 38$



۲ در لحظه $t = 3 \text{ s}$ متحرک‌های B و C به هم رسیده‌اند بنابراین معادله‌های حرکت B و C را برابر قرار داده و v_B را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_C = 30(3) \\ x_B = 3v_B + 18 \end{cases} \xrightarrow{x_C = x_B} 90 = 3v_B + 18 \Rightarrow 3v_B = 72 \\ \Rightarrow v_B = 24 \text{ m/s}$$

۳ دو ثانیه پس از $t = 3 \text{ s}$ یعنی در لحظه $t = 5 \text{ s}$ متحرک‌های A و C به هم رسیده‌اند از این رو x_A را برابر x_C قرار داده و سرعت A (v_A) را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_C = 30(5) \\ x_A = 5v_A + 38 \end{cases} \xrightarrow{x_C = x_A} 150 = 5v_A + 38 \Rightarrow 5v_A = 112 \\ \Rightarrow v_A = 22.4 \text{ m/s}$$

۴ اکنون با برابر قرار دادن معادله A و B زمان رسیدن B به A را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} x_B = 24t + 18 \\ x_A = 22.4t + 38 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 24t + 18 = 22.4t + 38 \Rightarrow 1.6t = 20 \\ \Rightarrow t = \frac{20}{1.6} = 12.5 \text{ s}$$

۵ پس در لحظه $t = 12.5 \text{ s}$ متحرک B به A می‌رسد یعنی $\Delta t = 12.5 - 5 = 7.5 \text{ s}$ بعد از سبقت C از A این اتفاق می‌افتد.

۳ ۲۵۸

۱ متحرک از نقطه P شروع به حرکت کرده. 4 s بعد متحرک B از نقطه O به راه می‌افتد و بعد از 4 s با متحرک A، از نقطه Q می‌گذرد. بنابراین مدت زمان حرکت A از Q تا P $4 + 4 = 8 \text{ s}$ طول کشیده است.



۲ سرعت A ثابت و برابر $\Delta m/s$ است. بنابراین فاصله P تا Q خواهد شد.

$$\Delta x = vt \Rightarrow PQ = 8 \times \Delta = 40 \text{ m}$$

۳ متحرک B مسیر OQ را در مدت 4 s طی کرده است. بنابراین OQ را حساب می‌کنیم. با توجه به شکل:

$$OQ = OP + PQ = 18 + 40 \Rightarrow OQ = 58 \text{ m}$$

۴ سرعت B خواهد شد:

۱ ۲۵۹

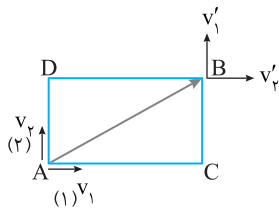
خط فکری صوت از فرستنده به سمت آب می‌رود سپس وارد آب شده به کف اقیانوس برخورد کرده و به سطح آب بازمی‌گردد و وارد هوا شده و به محل گیرنده می‌رسد. یعنی در طول مسیر حرکت صوت از دو بخش $2h_{\text{هوا}}$ و $2h_{\text{آب}}$ تشکیل شده است.

بنابراین شما ابتدا باید مدت زمان حرکت صوت در هوا را به دست آورده و این زمان را از 40 s کل حرکت کم کنید تا بتوانید عمق آب را حساب کنید.

۱ تندی صوت در هوا ثابت و برابر 300 m/s است و مسافتی که صوت در هوا طی می‌کند برابر $2h = 6000 \text{ m}$ است بنابراین زمان حرکت صوت در هوای می‌توان به دست آورد.

$$\ell = vt \Rightarrow 2h_{\text{هوا}} = v_{\text{هوا}} \times t_{\text{هوا}} \Rightarrow 6000 = 300 \times t_{\text{هوا}} \Rightarrow t_{\text{هوا}} = 20 \text{ s}$$

C ۱ ۲۶۶

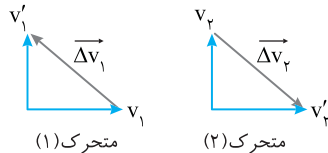


گزاره (الف): طول مسیر و تندی حرکت دو متحرک یکسان است بنابراین زمان حرکت از A تا B روی دو مسیر برابر است. از طرفی جابه‌جایی هر دو متحرک برابر AB است. بنابراین $\bar{d}_{av} = \frac{\bar{d}}{\Delta t}$ یکسان بوده و

بردار سرعت متوسط یکی است و گزاره (الف) درست است.

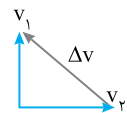
گزاره (ب): همان‌گونه که در بالا بیان کردیم طول مسیر، تندی حرکت دو متحرک و زمان حرکت یکسان بوده و در نتیجه تندی متوسط در کل مسیر $(s_{av} = L/\Delta t)$ برابر است و گزاره (ب) درست است.

گزاره (پ): به شکل دقت کنید. بردار تغییر سرعت متحرک (۱) و متحرک (۲) به صورت زیر است:



بردار شتاب متوسط $(\bar{a}_{av} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t})$ هم جهت بردار تغییرات سرعت است. بردار تغییرات سرعت قرینه هم بوده بنابراین بردار شتاب متوسط دو متحرک نیز قرینه هم بوده و گزاره (پ) نادرست است.

B ۲ ۲۶۷



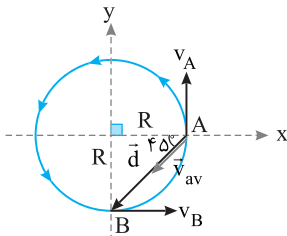
یادآوری ریاضی بردار تغییر سرعت $(\Delta \bar{v} = \bar{v}_2 - \bar{v}_1)$

بردار است که از انتهای v_1 به انتهای v_2 مطابق شکل رسم می‌شود.

یادآوری بردار سرعت متوسط در جهت بردار جابه‌جایی است و بردار شتاب متوسط در جهت بردار تغییر سرعت است.

نکته سرعت در هر نقطه بر مسیر مماس است.

خط فکری باید بردار جابه‌جایی و بردار سرعت در نقاط A و B را رسم کرده سپس بردار سرعت متوسط و بردار شتاب متوسط را رسم کنید و زاویه بین آن‌ها را حساب کنید.



۱ بردار جابه‌جایی از A تا B را

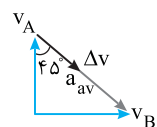
رسم می‌کنیم $\bar{d} = \overline{AB}$. این بردار با امتداد افقی مطابق شکل زاویه 45° می‌سازد.

۲ بردارهای \bar{v}_A و \bar{v}_B را از یک نقطه مطابق

شکل رسم می‌کنیم. سپس بردار تغییر سرعت را از انتهای \bar{v}_A به انتهای \bar{v}_B می‌کشیم. این بردار با امتداد قائم زاویه 45° می‌سازد.

۳ از این‌رو زاویه بین بردار \bar{d} و $\Delta \bar{v}$ یعنی

همان زاویه بین بردار سرعت متوسط و بردار شتاب متوسط 90° می‌شود.



B ۲ ۲۶۳

این نوع پرسش‌ها به مبحث جمع سرعت‌ها مربوط است. وقتی شناگر در جهت جریان آب شنا می‌کند، سرعت شناگر نسبت به ساحل برابر جمع اندازه سرعت‌ها می‌شود $(v_S + v_W)$ و هنگامی که در خلاف جهت جریان آب شنا می‌کند، سرعت شناگر نسبت به ساحل برابر تفاضل اندازه سرعت‌ها می‌شود $(v_S - v_W)$. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \begin{cases} 900 = (v_S + v_W)(90) \Rightarrow v_S + v_W = 10 \\ 900 = (v_S - v_W)(150) \Rightarrow v_S - v_W = 6 \end{cases}$$

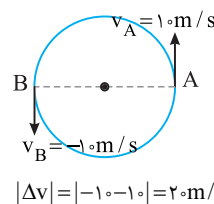
$$\Rightarrow \frac{v_S + v_W}{v_S - v_W} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3v_S + 3v_W = 5v_S - 5v_W \Rightarrow 8v_W = 2v_S$$

$$\Rightarrow \frac{v_S}{v_W} = 4$$

B ۲ ۲۶۴

۱ مدت زمان بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{4} s$ تا $t_2 = \frac{5}{4} s$ برابر $\frac{5}{4} - \frac{1}{4} = 1 s$ است.

۲ ذره در هر ۲s یک دور کامل می‌چرخد، بنابراین در مدت ۱s، ذره نیم دور می‌چرخد. به‌طور مثال از نقطه A با تندی ثابت $10 m/s$ به نقطه B می‌رود.



۳ بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است. بردارهای سرعت دو نقطه A و B را رسم می‌کنیم.

۴ اگر اندازه سرعت در نقطه A، $10 m/s$ باشد در نقطه B سرعت $-10 m/s$ بوده و تغییرات سرعت خواهد شد:

$$|\Delta v| = |-10 - 10| = 20 m/s$$

B ۲ ۲۶۵

یادداشت ریاضی برای نشان دادن بردار تفاضل دو بردار $(\bar{v}_2 - \bar{v}_1)$ ، دو بردار را مطابق شکل از یک نقطه رسم کرده سپس از انتهای بردار اول (\bar{v}_1) برداری به انتهای بردار دوم (\bar{v}_2) رسم می‌کنیم.

۱ ابتدا محیط دایره را به‌دست می‌آوریم.

$$\ell = 2\pi r \quad r = 20 m \Rightarrow \ell = 2\pi \times 20 = 40\pi m$$

۲ زمان یک دور زدن متحرک که با تندی $10\pi m/s$ محیط دایره را طی می‌کند، خواهد شد:

$$s = \frac{\ell}{t} \Rightarrow 10\pi = \frac{40\pi}{t} \Rightarrow t = 4 s$$

۳ اکنون باید مشخص کنیم که در هر ثانیه متحرک روی دایره چه مقدار می‌چرخد؟ از یک تناسب ساده کمک می‌گیریم.

$$\frac{4 s}{1 \text{ دور}} = \frac{1 s}{?} \Rightarrow ? = \frac{1}{4} \text{ دور}$$

۴ $\frac{1}{4}$ محیط دایره یعنی متحرک کمان (90°) طی می‌کند و به‌طور مثال از نقطه

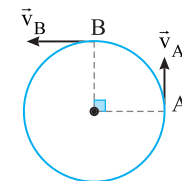
A در سوی نشان داده شده به نقطه B می‌رود.

۵ بردار سرعت در نقطه A و B را مماس بر دایره رسم می‌کنیم.

۶ تغییر بردار سرعت را به کمک رابطه فیثاغورس به‌دست می‌آوریم.

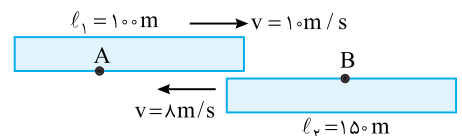
$$\Delta v = \sqrt{v_A^2 + v_B^2} = \sqrt{(10\pi)^2 + (10\pi)^2} \Rightarrow \Delta v = 10\sqrt{2}\pi m/s$$

۷ شتاب متوسط خواهد شد: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{10\sqrt{2}\pi}{1} = 10\sqrt{2}\pi m/s^2$



۱ ۲۶۸ A

به شکل زیر به دقت نگاه کنید. حال خود را به جای ناظر A قرار دهید که از پنجره به بیرون نگاه می‌کند. این ناظر قطار ۱۵۰ متری را می‌بیند که از جلوی چشمانش می‌گذرد. خود را ساکن فرض کنید قطار ۱۵۰ متری با سرعت $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 10 + 8 = 18 \text{ m/s}$ از مقابل دیدگان شما می‌گذرد و زمان عبور آن از مقابل شما خواهد شد:



اکنون خود را جای ناظر B قرار دهید چه طولی از قطار از مقابل شما می‌گذرد؟ حق با شماست ۱۰۰ متر از جلوی شما با سرعت ۱۸ m/s نسبت به شما می‌گذرد. بنابراین زمان عبور قطار از مقابل ناظر B برابر خواهد شد با:

$$t_2 = \frac{l_2}{v} \Rightarrow t_2 = \frac{150}{18}$$

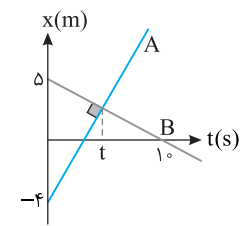
$$t_1 = \frac{l_1}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{100}{18}$$

نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ برابر است با:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{100}{150} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{2}{3}$$

۴ ۲۶۹ B

یادآوری ریاضی: هرگاه دو خط A و B با شیب‌های m_A و m_B بر هم عمود باشند، آن‌گاه $m_A m_B = -1$ است.



شیب نمودار مکان-زمان برابر سرعت متحرک است. با توجه به نمودار، شیب خط B را به دست می‌آوریم:

$$m_B = \frac{-5 - (-4)}{10 - 0} = -\frac{1}{10} \Rightarrow v_B = -\frac{1}{10} \text{ m/s}$$

شیب نمودار A یعنی سرعت A خواهد

شد:

$$m_A = -\frac{1}{m_B} \Rightarrow m_A = 10 \Rightarrow v_A = 10 \text{ m/s}$$

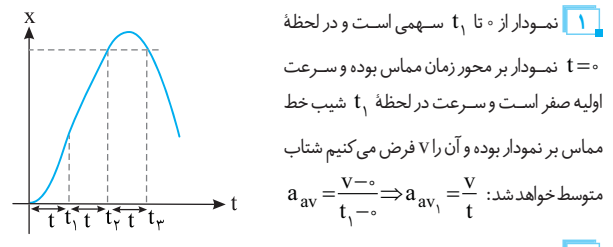
۳ معادله حرکت دو متحرک را نوشته و مکان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم تا زمان رسیدن دو متحرک را به دست آوریم.

$$\begin{cases} x_A = 2t - 4 \\ x_B = -\frac{1}{10}t + 5 \end{cases} \xrightarrow{x_A = x_B} 2t - 4 = -\frac{1}{10}t + 5 \Rightarrow \frac{21}{10}t = 9 \Rightarrow t = \frac{30}{7} \text{ s}$$

۴ مکان به هم رسیدن دو متحرک برابر خواهد شد با:

$$x = 2t - 4 \Rightarrow x = \frac{20}{7} - 4 = \frac{6}{7} \text{ m}$$

۱ ۲۷۰ B



۱ نمودار از $t = 0$ سهمی است و در لحظه $t = 0$ نمودار بر محور زمان مماس بوده و سرعت اولیه صفر است و سرعت در لحظه t_1 شیب خط مماس بر نمودار بوده و آن را v فرض می‌کنیم شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{v - 0}{t_1 - 0} \Rightarrow a_{av} = \frac{v}{t_1}$$

۲ نمودار از t_1 تا t_2 خط راست است و سرعت در این بازه برابر شیب خط است و شتاب متوسط در این بازه صفر است.

۳ نکته مهم این است که سرعت در بازه t_1 تا t_2 با سرعت در لحظه t_1 و سرعت در لحظه t_2 برابر است.

۴ نمودار در بازه t_2 تا t_3 سهمی است و در لحظه t_2 و t_3 مکان متحرک یکسان بوده و با توجه به اینکه سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس سهمی متقارن است شیب خط مماس در لحظه t_2 و t_3 هم‌اندازه و قرینه هم است.

یعنی در لحظه t_2 سرعت v و در لحظه t_3 سرعت $-v$ است و شتاب در این بازه خواهد شد:

$$|a_{av}| = \frac{|v_{t_3} - v_{t_2}|}{t_3 - t_2} = \frac{|-v - v|}{t} = \frac{2v}{t}$$

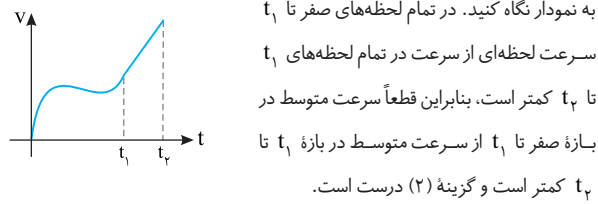
۵ اندازه شتاب در بازه صفر تا t_2 نیز خواهد شد:

$$|a_{av}| = \frac{|v - 0|}{t_2 - 0} = \frac{v}{t_2}$$

بنابراین در بازه t_2 تا t_3 شتاب متوسط از بقیه بازه‌ها بیشتر است.

۲ ۲۷۱ B

خط فکری: دقت کنید با نمودار سرعت-زمان سروکار داریم. از طرفی اگر در یک بازه زمانی در هر لحظه سرعت لحظه‌ای از سرعت لحظه‌ای تمام لحظات بازه زمانی دیگر بیشتر باشد قطعاً سرعت متوسط در بازه زمانی اول از سرعت متوسط در بازه زمانی دوم بیشتر است.



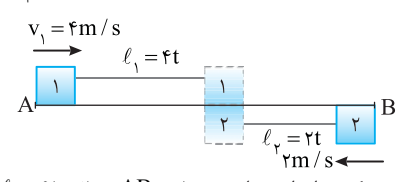
به نمودار نگاه کنید. در تمام لحظه‌های صفر تا t_1 سرعت لحظه‌ای از سرعت در تمام لحظه‌های t_1 تا t_2 کمتر است. بنابراین قطعاً سرعت متوسط در بازه صفر تا t_1 از سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 کمتر است و گزینه (۲) درست است.

۱ ۲۷۲ B

۱ مسافتی که هر متحرک در مدت t می‌پیماید تا دو متحرک به هم برسند خواهد شد:

متحرک (۱): $l_1 = vt \Rightarrow l_1 = 4t$

متحرک (۲): $l_2 = v_2 t \Rightarrow l_2 = 2t$



۲ طول مسیر حرکت برابر است با:

$$AB = l_1 + l_2 = 4t + 2t \Rightarrow AB = 6t$$

۳ مدت زمانی که متحرک (۱) مسیر AB را طی می‌کند حساب می‌کنیم:

$$AB = v_1 t_1 \Rightarrow 6t = 4t_1 \Rightarrow t_1 = 1.5t$$

۴ مدت زمانی که متحرک (۲) از B به A می‌رود خواهد شد:

$$AB = v_2 t_2 \Rightarrow 6t = 2t_2 \Rightarrow t_2 = 3t$$

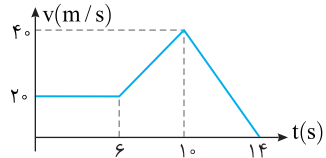
۵ بنابراین فرض مسئله اختلاف زمانی t_1 و t_2 برابر t' است. از این‌رو:

$$t' = t_2 - t_1 = 3t - 1.5t = 1.5t \Rightarrow t = \frac{t'}{1.5}$$

پنجره ۲ روبه‌روی ۳

۱ ۲۷۲ B

یادآوری: شیب نمودار سرعت-زمان برابر شتاب متحرک است.



۱ در بازه 0 تا 6 s سرعت ثابت و برابر 20 m/s است و شتاب در کل این بازه زمانی صفر است. بنابراین در $t = 2$ s شتاب صفر است.

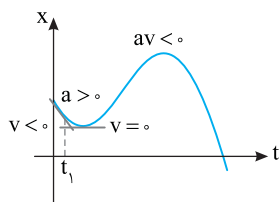
۲ در بازه 6 s تا 10 s شتاب در تمام لحظات از جمله $t = 8$ s ثابت و برابر است با:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{40 - 20}{10 - 6} \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

۳ در بازه 10 s تا 14 s نیز شتاب در تمام لحظات از جمله $t = 12$ s ثابت و برابر است با:

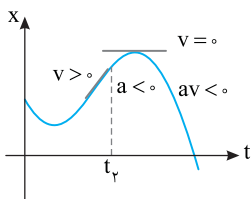
$$a = \frac{-40}{14 - 10} \Rightarrow a = -10 \text{ m/s}^2$$

۳ ۲۷۲ B

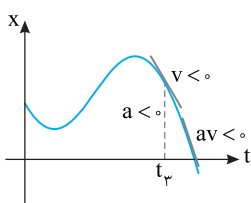


در حرکت تندشونده تندی در حال افزایش است. مطابق شکل بعد از لحظه t_1 سرعت صفر می‌شود. پس در لحظه t_1 حرکت کندشونده است. البته در لحظه t_1 شیب خط مماس

منفی بوده، یعنی سرعت منفی اما دهانه نمودار مکان - زمان رو به بالا یعنی $a > 0$ بوده، بنابراین $av < 0$ است و در لحظه t_1 حرکت کندشونده است و گزینه (۱) نادرست است.



مطابق شکل بعد از t_2 در لحظه نشان داده شده سرعت صفر می‌شود. پس در لحظه t_2 نیز حرکت کندشونده است و گزینه (۲) و (۴) نادرست است.



مطابق شکل بعد از t_3 شیب خط مماس بر نمودار در حال افزایش است و مماس به حالت قائم نزدیک می‌شود، یعنی اندازه سرعت (تندی) افزایش می‌یابد، پس حرکت در این لحظه تندشونده است.

نمای ۸

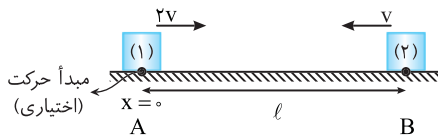
۱ ۲۷۲ B

معادله $x-t$ درجه اول است و متحرک دارای سرعت ثابت و شتاب حرکت صفر است.

نمای ۱۶

۱ ۲۷۲ B

نقطه A را مبدأ و جهت راست را جهت مثبت می‌گیریم. فاصله AB را با l نمایش می‌دهیم.



۱ ابتدا معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2vt \\ x_2 = -vt + l \end{cases}$$

۲ دو متحرک بعد از $2h$ به هم می‌رسند، یعنی اگر در معادله حرکت x_1 و x_2 به جای t ، $2h$ قرار بدهیم x_1 با x_2 برابر می‌شود.

$$t = 2h \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4v \\ x_2 = -2v + l \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} 4v = -2v + l \Rightarrow l = 6v$$

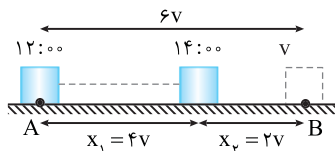
۳ مکان رسیدن دو متحرک به هم خواهد شد:

$$x_1 = 2vt \xrightarrow{\Delta t = 2h} x = 4v$$

مکان رسیدن دو متحرک به هم

۴ با توجه به شکل از محل رسیدن دو متحرک به هم تا زمانی که متحرک (۱) به مکان B می‌رسد متحرک باید $\Delta x = 2v$ جابه‌جا شود:

$\Delta x = 2vt \Rightarrow 2v = 2vt \Rightarrow t = 1h$ بنابراین یک ساعت بعد از ساعت ۱۴:۰۰ متحرک به نقطه B می‌رسد یعنی در ساعت ۱۵:۰۰.



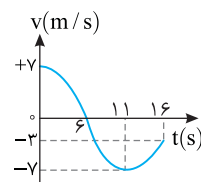
نمای ۱۱

۴ ۲۷۲ B

شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v-v_0}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{-3-7}{16} = -\frac{10}{8} \text{ m/s}^2$$

یادآوری شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر شتاب لحظه‌ای است و در نقاط max و min شیب نمودار سرعت - زمان (شتاب) صفر است.



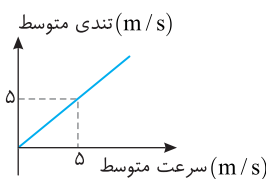
در لحظه $t = 11s$ شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان صفر شده ($a = 0$) و شتاب قبل از این لحظه منفی و بعد از آن لحظه مثبت است یعنی شتاب در $t = 11s$

تغییر جهت می‌دهد.

نمای ۱۸

۱ ۲۷۲ B

به نمودار دقت کنید. در تمام لحظات اندازه تندی متوسط و سرعت متوسط برابر است. یعنی در هر بازه زمانی دلخواه، مسافت طی شده و جابه‌جایی متحرک یکی است و این یعنی متحرک روی خط راست در حرکت است و تغییر جهت نمی‌دهد.



نمای ۲ و ۶

بازی با سوال

متحرکی روی خط راست در راستای محور xها در حرکت است. اگر در بازه‌های جابه‌جایی آن d و مسافت طی شده آن L و $d = L$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) بردار مکان متحرک تغییر جهت نداده است.
- (۲) جهت حرکت متحرک تغییر نکرده است.
- (۳) بردار مکان یک بار تغییر جهت داده است.
- (۴) جهت حرکت یک بار تغییر کرده است.

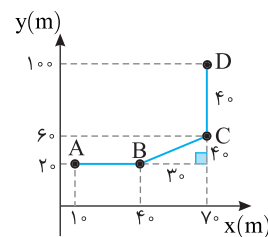
یاسیج جابه‌جایی و مسافت طی شده با هم برابر است. زمانی این اتفاق می‌افتد که جسم بدون تغییر جهت روی خط راست در حرکت باشد.

۲ ۲۷۲ B

یادآوری تندی کمیت نرده‌ای اما سرعت و شتاب کمیت برداری است.

خط فکری

برای یافتن اندازه شتاب باید زمان را به کمک تندی به دست بیاورید اما برای به دست آوردن تغییر سرعت، قطعاً باید جهت بردار سرعت در نقطه A و D را در نظر بگیرید.



۱ مسافت طی شده از A تا D را

باید حساب کنیم، البته ابتدا باید طول BC را به دست بیاوریم.

$$BC = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow BC = 5 \text{ m}$$

$$l = AB + BC + CD \Rightarrow l = 3 + 5 + 4 = 12 \text{ m}$$

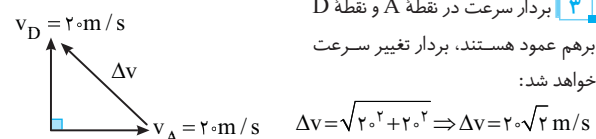
۲ زمان را به کمک تندی متحرک

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{s_{av} = 2 \text{ m/s}} 2 = \frac{12}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 6 \text{ s}$$

حساب می‌کنیم.

۳ بردار سرعت در نقطه A و نقطه D

برهم عمود هستند، بردار تغییر سرعت خواهد شد:



$$\Delta v = \sqrt{2^2 + 2^2} \Rightarrow \Delta v = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

۴ شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{2\sqrt{2}}{6} \Rightarrow a_{av} = \frac{1\sqrt{2}}{3} \text{ m/s}^2$$

نمای ۱۵

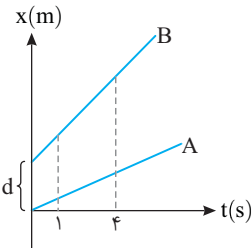
نکته در حل معادله‌های قدرمطلقى حواستان باشد که: $|x|=a \Rightarrow x=\pm a$

۴ حال معادله را حساب می‌کنیم:

$$|-20t + 700| = 600 \Rightarrow -20t + 700 = \pm 600$$

$$\begin{cases} -20t + 700 = 600 \Rightarrow -20t = -100 \Rightarrow t_1 = 5s \\ -20t + 700 = -600 \Rightarrow -20t = -1300 \Rightarrow t_2 = 65s \end{cases} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{65}{5} = 13$$

نمای ۱۴



بازی با سؤال شکل مقابل

نمودار مکان - زمان دو متحرک را نشان می‌دهد. اگر فاصله دو متحرک از هم در لحظه $t=4s$ دو برابر فاصله دو متحرک در $t=1s$ باشد، فاصله دو متحرک در لحظه $t=5s$ چند است؟

۱) $\frac{7}{2}$ ۲) $\frac{5}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{9}{2}$

پاسخ ۱ معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \begin{cases} \text{A} \rightarrow x_A = v_A t \\ \text{B} \rightarrow x_B = v_B t + d \end{cases}$$

۲ مکان دو متحرک را در لحظه $t=1s$ و $t=4s$ به دست می‌آوریم.

$$t=1s \Rightarrow \begin{cases} x_A = v_A \\ x_B = v_B + d \end{cases} \quad t=4s \Rightarrow \begin{cases} x'_A = 4v_A \\ x'_B = 4v_B + d \end{cases}$$

۳ فاصله دو متحرک در دو لحظه $t=1s$ و $t=4s$ را حساب می‌کنیم.

$$t=1s \Rightarrow x_B - x_A = v_B + d - v_A \Rightarrow \Delta x = (v_B - v_A) + d$$

$$t=4s \Rightarrow x'_B - x'_A = 4v_B + d - 4v_A \Rightarrow \Delta x' = 4(v_B - v_A) + d$$

۴ با توجه به فرض مسئله $\Delta x' / \Delta x$ برابر ۲ است بنابراین:

$$4(v_B - v_A) + d = 2[(v_B - v_A) + d]$$

$$\Rightarrow 4(v_B - v_A) + d = 2(v_B - v_A) + 2d$$

$$\Rightarrow 2(v_B - v_A) = d \Rightarrow (v_B - v_A) = \frac{d}{2} \quad (I)$$

۵ مکان دو متحرک در $t=5s$ را حساب می‌کنیم.

$$x''_A = 5v_A, \quad x''_B = 5v_B + d$$

۶ فاصله دو متحرک در $t=5s$ خواهد شد:

$$x''_B - x''_A = 5v_B + d - 5v_A \Rightarrow \Delta x''_{(5)} = 5(v_B - v_A) + d$$

از رابطه (I) جای‌گذاری می‌کنیم: $\Delta x''_{(5)} = 5\left(\frac{d}{2}\right) + d \Rightarrow \Delta x'' = \frac{7}{2}d$

گزینه ۱

پنجره ۴

۲ ۲۷۳ A

یادآوری در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، معادله مکان - زمان یک تابع

درجه ۲ به صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ است.

مکان اولیه متحرک $x_0 = 0$ و سرعت اولیه متحرک $v_0 = 3 \text{ m/s}$ بوده و در لحظه

$t = 2s$ مکان متحرک 12 m/s است. با قرار دادن این داده‌ها در معادله، شتاب

حرکت را حساب می‌کنیم. $12 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 3 \times 2 + 0 \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$

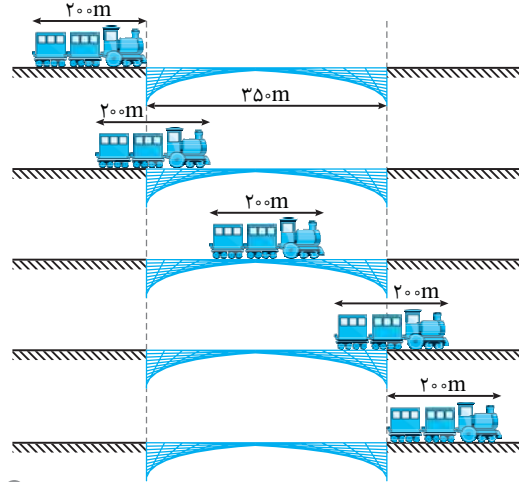
اکنون می‌توانیم معادله حرکت را بنویسیم. $x = \frac{3}{2}t^2 + 3t$

۴ ۲۷۲ B

در تمام شکل‌های زیر به غیر از شکل ابتدایی و نهایی قطار یا قسمتی از قطار روی پل قرار دارد بنابراین باید مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از پل بگذرد را به دست آوریم:

$$\Delta x = 200 + 350 = 550 \text{ m}$$

$$\Delta x = vt \Rightarrow 550 = 20t \Rightarrow t = 27.5 \text{ s}$$



نمای ۱۲

۳ ۲۷۲ B

متحرک در مدت ۳s خلاف جهت محور x با تندی ثابت مسافت ۶m را طی کرده یعنی جابه‌جایی متحرک $\Delta x = -6 \text{ m}$ است بنابراین سرعت متحرک خواهد شد:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6}{3} = -2 \text{ m/s}$$

معادله حرکت متحرک به صورت $x = -2t + x_0$ بوده و چون متحرک تغییر جهت داده، پس متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور می‌کند.

بنابراین نمودار $x-t$ شیب منفی (v ، منفی است) دارد و محور افقی ($x=0$) را قطع می‌کند که با این شرایط تنها گزینه (۳) درست است.

نمای ۱۳

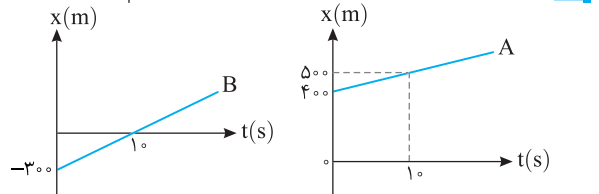
۲ ۲۷۲ B

خط فکری ابتدا با توجه به نمودار باید معادله حرکت دو متحرک را بنویسیم. فاصله بین دو متحرک برابر تفاضل مکان دو متحرک یعنی $|x_A - x_B|$ است.

نکته اگر نمودار $x-t$ متحرکی به صورت خط راست باشد، حرکت متحرک با سرعت ثابت بوده و معادله حرکت آن به صورت $x = vt + x_0$ است.

یادآوری شیب نمودار $x-t$ برابر سرعت متحرک است.

۱ با توجه به شیب خطها، سرعت متحرکها را به دست می‌آوریم:



$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_B = \frac{300}{10} = 30 \text{ m/s} \quad v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{100}{10} = 10 \text{ m/s}$$

۲ معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم.

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{x_{0A} = 400 \text{ m}} x_A = 10t + 400$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{x_{0B} = -300 \text{ m}} x_B = 30t - 300$$

۳ فاصله دو متحرک از هم ۶۰۰ متر است، بنابراین:

$$|x_A - x_B| = 600 \xrightarrow{x_A = 10t + 400, x_B = 30t - 300} |10t + 400 - 30t - 300| = 600$$

$$\Rightarrow |-20t + 700| = 600$$

۲ در این صورت سرعت در لحظه $t=3s$ خواهد شد:

$$v = 1/75t + 1/5 \Rightarrow v = 1/75 \times 3 + 1/5 \Rightarrow v = 6/75 \text{ m/s}$$

۴ ۲۸۰ B

معادله سرعت زمان را می نویسیم و مقادیر t و $2t$ را در آن قرار می دهیم. البته حواسمان هست که متحرک دارای سرعت اولیه (v_0) بوده و حرکت آن تندشونده است، یعنی شتاب a و سرعت هم علامت بوده و با گذشت زمان سرعت در حال افزایش است بنابراین:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = at + v_0 \\ v_2 = a(2t) + v_0 = 2at + v_0 \end{cases} \Rightarrow v_1 < v_2 < 2v_1$$

البته شاید یک مثال عددی کار را برای شما راحت تر کند فرض کنید: $at = 3$ و $v_0 = 2$ است از این رو:

$$\begin{cases} v_1 = 3 + 2 = 5 \\ v_2 = 6 + 2 = 8 \end{cases} \Rightarrow 5 < 8 < 10 \Rightarrow 5 < 8 < 2 \times 5$$

۱ ۲۸۱ B

یادآوری دو ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t=4s$ تا $t=6s$. معادله سرعت زمان در حرکت با شتاب ثابت به صورت $v = at + v_0$ است. معادله داده شده در مسئله را با این معادله مقایسه کرده، شتاب و سرعت اولیه به دست می آوریم:

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = -2t + 4 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2, v_0 = 4 \text{ m/s}$$

۲ در لحظه $t=4s$ و $t=6s$ مکانها را به دست آورده از هم کم می کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}(-2)(4)^2 + 4 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_1 = x_0 \\ x_2 = \frac{1}{2}(-2)(6)^2 + 4 \times 6 + x_0 \Rightarrow x_2 = -12 + x_0 \end{cases}$$

۳ بزرگی جابه جایی در ۲ ثانیه سوم خواهد شد: $|\Delta x| = |-12| = 12 \text{ m}$

بازی با سوال معادله سرعت - زمان متحرکی (در SI) به صورت $v = 4t + 3$ است. شتاب و جابه جایی متحرک در $0/5s$ آغازین حرکت به ترتیب

از راست به چپ چند m/s^2 و چند متر است؟

۱) ۲، ۴ ۲) ۶، ۴ ۳) ۲، -۶ ۴) ۴، ۰، ۲

پایسج ابتدا با مقایسه معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت با معادله سرعت - زمان مسئله، شتاب و سرعت اولیه را مشخص می کنیم.

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = 4t + 3 \end{cases} \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = 3 \text{ m/s}$$

جابه جایی متحرک را در مدت $0/5s$ به دست می آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta x = 2 \text{ m}$$

۱ گزینه

۲ ۲۸۲ A

۱ ابتدا به کمک معادله جابه جایی زمان، سرعت اولیه متحرک را حساب می کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 + 4v_0 \Rightarrow 24 = 16 + 4v_0 \Rightarrow v_0 = 2 \text{ m/s}$$

۲ سرعت در پایان این مدت خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 4 + 2 = 10 \text{ m/s}$$

میانبر سرعت در پایان مدت t را می توان از رابطه زیر نیز به دست آورد.

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$$

۳ ۲۷۴ A

با توجه به معادله جابه جایی - زمان حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 4 \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

۱ ۲۷۵ A

با توجه به فرض مسئله مکان اولیه متحرک $x_0 = 0$ است. اندازه سرعت اولیه متحرک 8 m/s و اندازه شتاب آن -3 m/s^2 است. بنابراین به کمک معادله مکان - زمان می توانیم مکان متحرک را در لحظه $t=4s$ حساب کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-3)(4)^2 + 8 \times 4 + 0 \Rightarrow x = -24 + 32 \Rightarrow x = 8 \text{ m}$$

$$\bar{x} = 8 \text{ m}$$

بردار مکان خواهد شد:

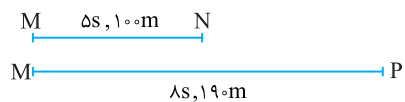
۴ ۲۷۶ A

در معادله مکان - زمان در بازه زمانی $47-2=45s$ متحرک با شتاب ثابت $a = 2 \text{ m/s}^2$ جابه جایی 2115 متر را طی کرده است بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow 2115 = \frac{1}{2} \times 2 \times (45)^2 + v \times 45 \Rightarrow 90 = v \times 45 \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

۳ ۲۷۷ B

خط فکری متحرک در مدت $5s$ جابه جایی $MN = 100 \text{ m}$ و در مدت $3s$ جابه جایی $NP = 90 \text{ m}$ طی کرده است و در بازه زمانی $5+3=8s$ جابه جایی کل $MP = 100 + 90 = 190 \text{ m}$ را طی می کند. بنابراین شما کافی است به کمک معادله جابه جایی زمان حرکت با شتاب ثابت یک دستگاه دو معادله دو مجهول بنویسید و آن را حل کنید.



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \begin{cases} 100 = \frac{1}{2}a(25) + 5v_0 \\ 190 = \frac{1}{2}a(64) + 8v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a + 2v_0 = 40 \\ 4a + v_0 = 23/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -3a = -7/5 \Rightarrow a = 2/5 \text{ m/s}^2$$

بازی با سوال متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست، در ۳ ثانیه آغازین حرکت، جابه جایی ۱۵ متر و ۲ ثانیه بعد جابه جایی ۲۵ متر را می بینیم. سرعت اولیه متحرک چند m/s است؟

۱) $0/5$ ۲) $-0/5$ ۳) 1 ۴) -1

پایسج متحرک در مدت $3s$ ، 15 m طی کرده بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow[t=3s]{x=15m} 15 = \frac{1}{2}a \times 9 + 3v_0 \Rightarrow 30 = 9a + 6v_0$$

$$\Rightarrow 10 = 3a + 2v_0 \quad (I)$$

۲ متحرک در کل مدت $3s + 2s = 5s$ جمعاً $15 + 25 = 40 \text{ m}$ جابه جا شده است.

$$40 = \frac{1}{2} \times a \times 25 + 5v_0 \Rightarrow 40 = 12/5a + 5v_0 \Rightarrow 8 = 2/5a + v_0 \quad (II)$$

۳ با حل دو معادله (I) و (II) داریم: $a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = 0/5 \text{ m/s}$

۱ گزینه

۱ ۲۷۸ A

با توجه به تعریف شتاب خواهیم داشت:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow[t_2=5s, t_1=3s]{\vec{a}=-4\vec{i}, v_1=8\vec{i}} -4\vec{i} = \frac{\vec{v}_2 - 8\vec{i}}{5-3} \Rightarrow -8\vec{i} = \vec{v}_2 - 8\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_2 = 0$$

۴ ۲۷۹ A

۱ با توجه به معادله سرعت - زمان خواهیم داشت:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t_1=2s]{\Delta=5} 5 = 2a + v_0$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t_2=6s]{\Delta=12} 12 = 6a + v_0$$

$$\Rightarrow v = 4a \Rightarrow a = 1/75 \text{ m/s}^2$$

$$5 = 2 \times 1/75 + v_0 \Rightarrow v_0 = 1/5 \text{ m/s}$$

A ۲ ۲۸۳

خط فکری ← اگر مشتق گیری بلد بودید و می دانستید که مشتق معادله مکان -

زمان برابر سرعت لحظه‌ای است، مسئله را راحت حل می کردید، اما اکنون باید معادله مکان - زمان داده شده را با معادله حرکت کلاسیک حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرده و معادله سرعت زمان را به دست آورد.

۱ با مقایسه معادله مکان - زمان خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \xrightarrow{x_0=1\text{m}, v_0=-3\text{m/s}, \frac{1}{2}a=5 \Rightarrow a=10\text{m/s}^2} \begin{cases} v = 10t - 3 \\ x = 5t^2 - 3t + 1 \end{cases}$$

۲ لحظه‌ای را که در آن سرعت 6m/s است، به دست می آوریم:

$$6 = 10t - 3 \Rightarrow t = 0.9\text{s}$$

۳ زمان به دست آمده را در معادله مکان - زمان قرار می دهیم.

$$x = 5t^2 - 3t + 1 \xrightarrow{t=0.9\text{s}} x = 5(0.9)^2 - 3(0.9) + 1 \Rightarrow x = 2/35\text{m}$$

A ۲ ۲۸۴

۱ در مبدأ زمان متحرک در مکان $+2\text{m}$ است، یعنی مکان اولیه متحرک

$x_0 = +2\text{m}$ است.

۲ با مقایسه معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت با معادله سرعت - زمان مسئله، شتاب و سرعت اولیه مشخص می شود.

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = 3t - 6 \end{cases} \Rightarrow a = 3\text{m/s}^2, v_0 = -6\text{m/s}$$

۳ اکنون به کمک معادله مکان - زمان، مکان را در $t = 3\text{s}$ حساب می کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 + 3 \times (-6) + 2 \Rightarrow x = 13/5 - 18 + 2 \Rightarrow x = -2/5\text{m}$$

A ۲ ۲۸۵

بردار مکان، برداری است که از مبدأ مکان ($x=0$) به محل متحرک رسم می شود و

هرگاه متحرک از مبدأ می گذرد، بردار مکان تغییر جهت می دهد.

اکنون باید مکان را برابر صفر قرار دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-1) = 0 \Rightarrow t = 1\text{s}, t = -4\text{s}$$

یکی از ریشه‌ها مثبت ($t = 1\text{s}$) و یکی از آن‌ها منفی ($t = -4$) است. از این‌رو بردار

مکان یک بار تغییر جهت می دهد.

A ۲ ۲۸۶

۱ ابتدا با مقایسه معادله داده شده با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت،

مقدار شتاب، سرعت اولیه و مکان اولیه را مشخص می کنیم.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 6t + 10 \end{cases} \Rightarrow x_0 = +10\text{m}, \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2, v_0 = -6\text{m/s}$$

۲ معادله سرعت - زمان خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6$$

۳ در حرکت با شتاب ثابت لحظه تغییر جهت حرکت لحظه صفر شدن سرعت

است. بنابراین می توان نوشت:

$$v = 0 \Rightarrow 2t - 6 = 0 \Rightarrow t = 3\text{s}$$

۴ اکنون مکان تغییر جهت حرکت را به دست می آوریم.

$$x = t^2 - 6t + 10 \xrightarrow{t=3\text{s}} x = (3)^2 - 6(3) + 10 = 1\text{m}$$

پس متحرک در یک متری مبدأ تغییر جهت می دهد.

B ۴ ۲۸۷

یادآوری بردار مکان وقتی تغییر جهت می دهد که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) می گذرد.

۱ ابتدا با استفاده از معادله مکان - زمان، شتاب حرکت جسم را به دست می آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow -10 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 4 \times 4 + (-2) \Rightarrow a = -3\text{m/s}^2$$

۲ معادله مکان - زمان را نوشته و در آن مکان را مساوی صفر قرار می دهیم.

$$x = \frac{1}{2} \times (-3) \times t^2 + 4t + (-2) \Rightarrow x = -\frac{3}{2}t^2 + 4t - 2$$

$$x = 0 \Rightarrow -\frac{3}{2}t^2 + 4t - 2 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 8t + 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{3} = \frac{4 \pm 2}{3}$$

$$\Rightarrow t = 2\text{s}, t = \frac{2}{3}\text{s}$$

۳ هر دو مقدار زمان به دست آمده مثبت است، بنابراین در دو لحظه $t = 2\text{s}$ و

$t = \frac{2}{3}\text{s}$ متحرک تغییر جهت می دهد.

B ۴ ۲۸۸

۱ متحرک از مکان اولیه $x_0 = +20\text{m}$ با سرعت اولیه -4m/s گذشته و در

لحظه $t = 2\text{s}$ به مکان $x = +2\text{m}$ رسیده است. این داده‌ها را در معادله مکان - زمان قرار داده و شتاب را حساب می کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times a \times 4 + 2 \times (-4) + 20 \Rightarrow a = -5\text{m/s}^2$$

۲ متحرک لحظه‌ای تغییر جهت می دهد که سرعتش صفر شود و تغییر علامت

بدهد. در حرکت با شتاب ثابت کافی است در معادله سرعت - زمان، مقدار v را برابر صفر قرار داده تا لحظه تغییر جهت را به دست بیاوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -5t - 4 \xrightarrow{v=0} -5t - 4 = 0 \Rightarrow t = -0.8\text{s}$$

زمان منفی به دست آمده است، از این رو متحرک هرگز تغییر جهت نمی دهد.

میانبر ← سرعت اولیه و شتاب حرکت هر دو منفی هستند یعنی هم علامت

هستند و حرکت تندشونده است. از این رو سرعت متحرک صفر نخواهد شد و متحرک

تغییر جهت نمی دهد.

B ۴ ۲۸۹

خط فکری ← از ما خواسته شده بازه زمانی‌ای که متحرک خلاف جهت محور x در

حرکت است را مشخص کنیم. وقتی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می کند یعنی سرعت آن منفی است. بنابراین شما باید معادله سرعت - زمان را از روی معادله مکان - زمان بنویسید، سپس آن را تعیین علامت کنید.

یادداشت ریاضی در معادله درجه اول $y = ax + b$ سمت چپ ریشه مخالف

علامت a و سمت راست ریشه موافق علامت a است.

۱ با مقایسه معادله حرکت مسئله و معادله مکان - زمان، حرکت با شتاب ثابت،

سرعت اولیه و شتاب را به دست می آوریم.

$$\begin{cases} x = t^2 - 6t + 5 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2, v_0 = -6\text{m/s}$$

۲ معادله سرعت - زمان را نوشته و تعیین علامت می کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6 \xrightarrow{v=0} 2t - 6 = 0 \Rightarrow t = 3\text{s}$$

۳ با رسم جدول، علامت سرعت را تعیین می کنیم.

t	$-\infty$	0	3	$+\infty$
v	-	-	0	+
	زمان منفی نداریم.			

۴ بنابراین در بازه زمانی 0.5s تا 1s مدت 1s تا 3s سرعت منفی است یعنی به

مدت 2s متحرک در خلاف جهت محور در حال حرکت است.

B ۲۹۳ ۳

۱. معادله $x-t$ متحرک درجه دوم است پس حرکت با شتاب ثابت است. با مقایسه معادله مکان - زمان مسئله با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت v_0 و a را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 6t + 5 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2, v_0 = -6\text{m/s}$$

۲. معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 6$$

۳. حال در لحظات $t = 2\text{s}$ و $t = 5\text{s}$ سرعت را حساب می‌کنیم.

$$t = 2\text{s} \Rightarrow v = 2 \times 2 - 6 = -2\text{m/s}, \quad t = 5\text{s} \Rightarrow v = 2 \times 5 - 6 = 4\text{m/s}$$

۴. در لحظه $t = 2\text{s}$ شتاب مثبت و سرعت منفی است پس در این لحظه $av < 0$ و حرکت کندشونده است.

۵. در لحظه $t = 5\text{s}$ شتاب مثبت و سرعت مثبت است پس در این لحظه $av > 0$ و حرکت تندشونده است.

A ۲۹۴ ۴

۱. ابتدا به کمک معادله جابه‌جایی - زمان. سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{t=4\text{s}, x=16\text{m}, a=3\text{m/s}^2}$$

$$16 = \frac{1}{2} \times 3 \times (4)^2 + v_0 \times (4) \Rightarrow v_0 = -2\text{m/s}$$

۲. بنابراین در ابتدا سرعت منفی و شتاب مثبت بوده یعنی شتاب و سرعت در خلاف جهت هم هستند و حرکت کندشونده است.

۳. معادله سرعت - زمان را نوشته و لحظه تغییر جهت را به دست می‌آوریم.

$$v = 3t - 2 \xrightarrow{v=0} 3t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{3}\text{s}$$

۴. بازه زمانی خواسته شده صفر تا 4s است. بنابراین از صفر تا $\frac{2}{3}\text{s}$ حرکت کندشونده و از $\frac{2}{3}\text{s}$ تا 4s حرکت تندشونده است.

B ۲۹۵ ۲

۱. معادله مکان - زمان $x = t^2 - 4t + 8$ را با معادله حرکت با شتاب ثابت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ مقایسه می‌کنیم و شتاب و سرعت اولیه را به دست آورده و معادله سرعت زمان را می‌نویسیم.

$$\begin{cases} x = t^2 - 4t + 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2, v_0 = -4\text{m/s}, x_0 = +8\text{m}$$

۲. معادله سرعت - زمان خواهد شد:

۳. لحظه تغییر جهت را یعنی لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

۴. بنابراین در ابتدا که سرعت اولیه منفی است متحرک تا لحظه $t = 2\text{s}$ در خلاف جهت محور در حرکت است و گزینه (۱) نادرست است.

۵. در بازه 0 تا 2s حرکت کندشونده است و در لحظه $t = 2\text{s}$ متحرک متوقف شده و برمی‌گردد و در جهت مثبت محور دارای حرکت تندشونده می‌شود و گزینه (۲) درست و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند.

بازیه سوالیه معادله مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -5t^2 + 6t + 12$ است. در مورد جهت حرکت و نوع آن کدام مطلب درست است؟

- (۱) همواره در جهت محور و کندشونده (۲) ابتدا در جهت محور و کندشونده
(۳) ابتدا در خلاف جهت محور و کندشونده (۴) همواره در خلاف جهت محور و کندشونده

A ۲۹۰ ۲

خط فکری متحرک از مبدأ مکان ($x_0 = 0$) در جهت مثبت محور با سرعت اولیه $+20\text{m/s}$ و شتاب $a = -10\text{m/s}^2$ می‌گذرد. بنابراین در ابتدا که بردار سرعت و شتاب خلاف جهت هم هستند حرکت کندشونده است و متحرک پس از مدتی می‌ایستد و برمی‌گردد. در لحظه تغییر جهت فاصله متحرک از مبدأ را باید به دست بیاورید. همچنین در انتهای بازه صفر تا 3s یعنی $t = 3\text{s}$ مکان را حساب کرده تا مشخص شود بیشترین فاصله از مبدأ چند متر است؟

۱. در معادله $v = -10t + 20$ ، سرعت را برابر صفر قرار می‌دهیم تا لحظه تغییر جهت مشخص شود.
 $-10t + 20 = 0 \Rightarrow t = 2\text{s}$

۲. به کمک معادله مکان - زمان. مکان متحرک در لحظه تغییر جهت و لحظه انتهای بازه را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2\text{s} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times (-10) \times (2)^2 + 20 \times 2 + 0 \Rightarrow x = -20 + 40 = 20\text{m} \\ t = 3\text{s} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times (-10) \times (3)^2 + 20 \times 3 + 0 \Rightarrow x = -45 + 60 = 15\text{m} \end{cases}$$

۳. بنابراین بیشترین فاصله از مبدأ در بازه صفر تا 2s ، 20m است.

بازیه سوالیه اگر در این تست بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 6\text{s}$ بیان شده

بود. بیشترین فاصله از مبدأ چند متر می‌شد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴) ۴۰

پاسخ تمام حل شبیه مسئله قبلی است. فقط در انتها باید مکان در لحظه $t = 6\text{s}$ را به دست آوریم

$$x = \frac{1}{2} \times (-10) \times (6)^2 + 20 \times 6 \Rightarrow x = -180 + 120 = -60\text{m}$$

گزینه ۳

B ۲۹۱ ۳

با توجه به معادله $v = 4t - 6$ ، سرعت اولیه متحرک $v_0 = -6\text{m/s}$ است. یعنی متحرک در جهت منفی محور شروع به حرکت کرده است و چون شتاب آن $+4\text{m/s}^2$ است و بردار شتاب و سرعت هم علامت نیستند. ابتدا حرکت کندشونده است و متحرک متوقف شده برمی‌گردد و برای آنکه تنها یک بار از مبدأ مکان بگذرد کافی است که از ابتدا مکان اولیه آن صفر یا منفی باشد.

($x_0 = a \leq 0$) و مسئله نیازی به هیچ‌گونه محاسبه عددی ندارد.

B ۲۹۲ ۴

یادآوری الف) حرکتی که تندی متحرک در آن در حال کاهش باشد را حرکت کندشونده گویند. در این حرکت $av < 0$ است.

ب) حرکتی که تندی متحرک در آن در حال افزایش باشد را حرکت تندشونده گویند. در این حرکت $av > 0$ است.

۱. با توجه به معادله سرعت - زمان متحرک و معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:

$$v = 4t - 12, v = at + v_0 \Rightarrow v_0 = -12\text{m/s}, a = 4\text{m/s}^2$$

۲. در ابتدا شتاب و سرعت مختلف‌العلامت بوده و $av < 0$ است پس حرکت در ابتدا کندشونده است.

۳. در لحظه $t = 3\text{s}$ با توجه به معادله $v = 4t - 12$ سرعت متحرک صفر می‌شود و پس از این لحظه سرعت متحرک مثبت و شتاب نیز ثابت و مثبت است پس بعد از $t = 3\text{s}$ ، $av > 0$ بوده و حرکت تندشونده است.

۳ سرعت در لحظه $t=3s$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 6/4 \times 3 + 0 \Rightarrow v = 19/2 \text{ m/s}$$

بازی با سؤال متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت 2 m/s^2 و با سرعت اولیه 5 m/s تندشونده در حرکت است. اگر در بازه صفر تا t ثانیه

سرعت متوسط $1/5$ برابر سرعت اولیه باشد، t چند ثانیه است؟

$$1/5 (1) \quad 4 (2) \quad 2/5 (3) \quad 3 (4)$$

یاسج با توجه به فرض مسئله:

$$v_{av} = 1/5 v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} at + v_0 = 1/5 v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2t + 5 = 1/5 \times 5 \Rightarrow t + 5 = 1/5$$

$$\Rightarrow t = 2/5 s$$

گزینه ۳

A ۳۰۰ ۱

نکته در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست سرعت متوسط در هر بازه زمانی برابر میانگین سرعت ابتدای بازه (v_1) و سرعت انتهای بازه (v_2) است.

$$(v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2})$$

۱ با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad v_{av} = 5/5 \text{ m/s} \Rightarrow 5/5 = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow v_1 + v_2 = 11 \text{ (I)}$$

۲ تغییرات سرعت برابر 9 m/s است. از این رو:

$$v_2 - v_1 = 9 \text{ (II)}$$

۳ دستگاه دو معادله دو مجهول (I) و (II) را حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = 11 \\ v_2 - v_1 = 9 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{دو معادله را} \\ \text{از هم کم می‌کنیم} \end{array} \Rightarrow 2v_2 = 2 \Rightarrow v_2 = 1 \text{ m/s}$$

B ۳۰۱ ۳

در لحظه $t_1 = 2s$ و $t_2 = 6s$ مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x(t) = 2t^2 - 8t + 15 = 3 \text{ m}$$

$$x(6) = 6^2 - 8(6) + 15 = 3 \text{ m}$$

بنابراین جابه‌جایی در این بازه صفر شده و سرعت متوسط در این بازه صفر است. در این صورت سرعت لحظه‌ای خواسته شده نیز باید صفر شود، یعنی شیب خط مماس بر نمودار صفر باشد. می‌دانیم در تابع درجه دوم در رأس سهمی ($t' = -\frac{b}{2a}$) شیب خط مماس صفر می‌شود.

$$t' = \frac{A}{2} = 4s$$

میانی در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط با سرعت در وسط بازه زمانی برابر است.

B ۳۰۲ ۱

معادله مکان - زمان متحرک ($x = t^2 - 4t + 5$) تابع درجه دوم می‌باشد، یعنی متحرک دارای شتاب ثابت بوده، بنابراین شتاب در هر لحظه با شتاب متوسط در هر بازه برابر است.

A ۳۰۳ ۱

ابتدا به کمک معادله جابه‌جایی - زمان، زمان را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \quad \Delta x = 24 \text{ m}, a = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = 2 \text{ m/s} \rightarrow 24 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 2t$$

$$\Rightarrow 2t^2 + 2t = 24 \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \Rightarrow t = 3s$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24}{3} = 8 \text{ m/s}$$

سرعت متوسط خواهد شد:

یاسج معادله $x = -5t^2 + 6t + 12$ را با معادله حرکت با شتاب ثابت یعنی $x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$ مقایسه می‌کنیم و سرعت اولیه و شتاب را مشخص

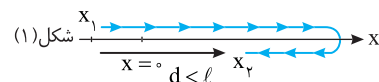
$$\frac{1}{2} a = -5 \Rightarrow a = -10 \text{ m/s}^2, v_0 = 6 \text{ m/s}, x_0 = 12 \text{ m}$$

سرعت اولیه 6 m/s است، پس متحرک ابتدا در جهت مثبت محور در حرکت است. سرعت اولیه مثبت و شتاب منفی است، بنابراین در ابتدا حرکت کندشونده است.

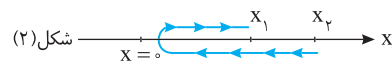
نتیجه: در حرکت با شتاب ثابت هرگاه در معادله مکان - زمان ضریب t^2 و ضریب t هم علامت باشند، حرکت همواره تندشونده است و اگر دارای علامت مخالف باشند حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. **گزینه ۲**

B ۲۹۶ ۳

در مسیر زیر جابه‌جایی و مسافت هم اندازه نیستند اما جابه‌جایی مثبت و در نتیجه سرعت متوسط مثبت است و لزومی ندارد که سرعت متوسط منفی باشد و گزینه (۱) نادرست است.



در مسیر زیر متحرک با شتاب ثابت از نقطه x_1 گذشته، متوقف شده و برمی‌گردد و از مبدأ نمی‌گذرد بنابراین لزومی ندارد که بردار مکان تغییر جهت دهد و گزینه (۲) نادرست است.



در یک بازه زمانی معین سرعت متوسط ($v_{av} = d/t$) و تندی متوسط ($s_{av} = l/t$) با هم برابر نیستند. بنابراین جابه‌جایی و مسافت هم اندازه نخواهند بود. در این صورت باید متحرک روی خط راست حداقل یک بار تغییر جهت بدهد یعنی حرکت ابتدا کندشونده بوده و پس از توقف و تغییر جهت متحرک با همان شتاب ثابت برمی‌گردد و با حرکت تندشونده به حرکت خود ادامه می‌دهد و گزینه (۳) درست است. دوباره به شکل (۲) نگاه کنید دقیقاً متوجه می‌شوید که لزومی ندارد که متحرک ابتدا در جهت مثبت حرکت کند و گزینه (۴) نادرست است.

A ۲۹۷ ۲

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط در یک بازه زمانی برابر میانگین سرعت در ابتدا و انتهای بازه زمانی ($\frac{v+v_0}{2}$) است، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{0 + 20}{2} = 10 \text{ m/s}$$

A ۲۹۸ ۱

سرعت در لحظه $t = 3s$ را به دست می‌آوریم:

$$v = 2t + v_0 \xrightarrow{t=3s} v = 6 + v_0$$

سرعت متوسط در بازه 0 تا $3s$ برابر 8 m/s شده است. از طرفی در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط از رابطه $v_{av} = \frac{v+v_0}{2}$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$8 = \frac{6 + v_0 + v_0}{2} \Rightarrow 16 = 6 + 2v_0 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

A ۲۹۹ ۱

نکته در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه زمانی 0 تا t ثانیه سرعت متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0$$

۱ متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و سرعت اولیه آن $v_0 = 0$ است.

۲ در بازه صفر تا $2/5 s$ سرعت متوسط برابر 8 m/s است. به کمک رابطه بالا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0 \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} a \times 2/5 + 0 \Rightarrow a = 6/5 \text{ m/s}^2$$

۲ ۳۰۸ A

یادآوری در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط در t ثانیه آغازین

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0$$

حرکت از رابطه روبه‌رو به‌دست می‌آید

۱ ابتدا در معادله داده شده در مسئله $v_{av} = \alpha t + \delta$ ، زمان را $t = \delta s$ و سرعت

متوسط را 11 m/s قرار می‌دهیم.

$$11 = \delta\alpha + \delta \Rightarrow \alpha = 1/2 \text{ m/s}^2$$

۲ را در معادله سرعت متوسط زمان قرار داده و شتاب را حساب می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}a \Rightarrow 1/2 = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 2/4 \text{ m/s}^2$$

۲ ۳۰۹ A

مسئله ساده‌ای است و به کمک معادله مستقل از زمان که ما به آن فرمول طلایی می‌گوییم قابل حل است.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} t \Rightarrow 0/1 = \frac{30+50}{2} t \Rightarrow t = \frac{1}{400} \text{ s}$$

باز با سؤال سرعت متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است، در مدت ۱۵ دقیقه از 40 km/h به 60 km/h می‌رسد. در این مدت متحرک

چند متر جابه‌جا شده است؟

از کتاب درسی

۱) ۱۲۵۰۰ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱۵ (۴) ۱۵۰۰۰

پاسخ نیازی به تبدیل یکای km/h به m/s نیست، بلکه دقیقه را به

ساعت تبدیل می‌کنیم، سپس مسئله را حل می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t = \frac{60+40}{2} \times \frac{15}{60} = \frac{100}{2} \times \frac{15}{60} = 12/5 \text{ km} = 12500 \text{ m}$$

۱ گزینه

۲ ۳۱۰ A

۱ ابتدا سرعت را بر حسب m/s به دست می‌آوریم:

$$v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{54}{3/6} = 15 \text{ m/s}$$

۲ سپس به کمک معادله مستقل از شتاب خواهیم داشت:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 240 = \frac{0+15}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{480}{15} = \frac{160}{5} \Rightarrow \Delta t = 32 \text{ s}$$

۴ ۳۱۱ A

با یک جای‌گذاری ساده در فرمول طلایی $x = \frac{v+v_0}{2} t + x_0$ مسئله حل می‌شود.

$$(x = -122/5 \text{ m}, t = 5 \text{ s}, v_0 = 0, x_0 = 0) \Rightarrow -122/5 = \frac{v+0}{2} \times 5 + 0$$

$$\Rightarrow v = -49 \text{ m/s}$$

بنابراین بزرگی سرعت $|v| = 49 \text{ m/s}$ است.

۴ ۳۱۲ A

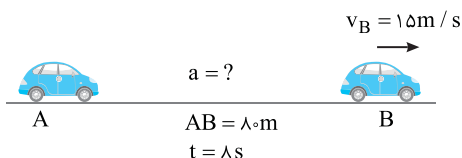
۱ ابتدا به کمک معادله مستقل از شتاب، سرعت در هنگام گذر از نقطه A را به

دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v_B + v_A}{2} \Delta t \Rightarrow 80 = \frac{15 + v_A}{2} \times 8 \Rightarrow v_A = 5 \text{ m/s}$$

۲ اکنون می‌توان شتاب را به دست آورد:

$$a = \frac{v_B - v_A}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{15 - 5}{8} = \frac{5}{4} \text{ m/s}^2$$



۳ ۳۰۴ A

نکته در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه زمانی t تا $t + \delta$ ثانیه سرعت

متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0$$

۱ شتاب حرکت را به کمک معادله سرعت متوسط به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2}a \times 5 + 2 \Rightarrow a = 1/6 \text{ m/s}^2$$

۲ مکان را در لحظه $t = 4 \text{ s}$ و $t = 2 \text{ s}$ به دست آورده و از هم کم می‌کنیم و جابه‌جایی را حساب می‌کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \begin{cases} t=2s \rightarrow x = \frac{1}{2} \times 1/6 \times 4 + 2 \times 2 + x_0 = 7/2 + x_0 \\ t=4s \rightarrow x = \frac{1}{2} \times 1/6 \times 16 + 2 \times 4 + x_0 = 20/3 + x_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 13/6 \text{ m}$$

۲ ۳۰۵ B

۱ سرعت متوسط در مدت δs را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Delta x = 75 \text{ m} \rightarrow v_{av} = \frac{75}{5} = 15 \text{ m/s}$$

۲ در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} \quad v_2 = 20 \text{ m/s} \rightarrow 15 = \frac{20 + v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

۳ شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{20 - 10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$

۴ سرعت در δs بعدی خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_2 = 2 \times 5 + 20 \Rightarrow v_2 = 30 \text{ m/s}$$

۵ سرعت متوسط در این δs را به دست می‌آوریم.

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{30 + 20}{2} = 25 \text{ m/s}$$

۳ ۳۰۶ A

خط فکری سرعت متوسط در کل مسیر برحسب سرعت نهایی (v) در انتهای

بازه داده شده است. اگر شما سرعت اولیه را برحسب v به دست بیاورید، می‌توانید تشخیص دهید که حرکت کندشونده است یا تندشونده.

۱ در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v+v_0}{2} \Rightarrow \frac{2}{3}v = \frac{v+v_0}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{1}{3}v$$

۲ سرعت اولیه برابر با $\frac{1}{3}v$ می‌باشد، بنابراین حرکت کندشونده است، زیرا سرعت از

$\frac{1}{3}v$ به v رسیده است.

۲ ۳۰۷ B

خط فکری حرکت تندشونده است، یعنی بردار سرعت و بردار شتاب هم‌جهت

هستند. اگر جهت حرکت را مثبت بگیریم، سرعت و شتاب نیز مثبت خواهد بود.

۱ در معادله جابه‌جایی - زمان، داده‌های مسئله را قرار می‌دهیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \quad \Delta x = 16 \text{ m}, t = 4 \text{ s} \rightarrow 16 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 4v_0 \Rightarrow 4 = 2a + v_0$$

$$\Rightarrow v_0 = 4 - 2a$$

۲ دقت کنید سرعت و شتاب هر دو مثبت (یا هر دو منفی) اند، البته با توجه به

اینکه ما جهت حرکت را مثبت گرفته‌ایم v_0 و a هر دو مثبت هستند. بنابراین

$$v_0 > 0 \Rightarrow 4 - 2a > 0 \Rightarrow 4 > 2a \Rightarrow a < 2 \text{ m/s}^2$$

۳ گزینه‌ای که در آن شتاب کمتر از 2 m/s^2 است پاسخ تست است یعنی گزینه

(۲) درست است.

۳ ۳۱۳ A

داده‌های مسئله را در معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) قرار می‌دهیم و مقدار v را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 24 = \frac{v+20}{2} \times 4 \Rightarrow 24 = \frac{v+20}{2} \times 4 \Rightarrow 24 = 2v + 40 \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

بازرسی با سؤال: متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه v_0 روی خط راست به راه می‌افتد و در مدت 4 s ، جابه‌جایی متحرک 20 متر بوده و در پایان این مدت سرعت آن 37 می‌شود، v_0 چند m/s است؟

$$1) \quad \frac{10}{3} \quad 2) \quad 2 \quad 3) \quad 3 \quad 4) \quad 2/5$$

پایان: با جای‌گذاری در معادله مستقل از شتاب:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} t \Rightarrow 20 = \frac{37+v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = 2 \text{ m/s}$$

گزینه ۴:

۳ ۳۱۴ A

۱) با توجه به تعریف شتاب ثابت:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow 2 = \frac{v-3}{8} \Rightarrow 16 = v-3 \Rightarrow v = 19 \text{ m/s}$$

۲) اکنون جابه‌جایی را به کمک معادله مستقل از شتاب (رابطه طلایی) به دست

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{-1+(-24)}{2} \times 8 \Rightarrow \Delta x = -128 \text{ m}$$

بنابراین اندازه جابه‌جایی 128 متر است. در حل این تست شتاب را 2 m/s^2 در نظر گرفتیم و چون اندازه سرعت در حال کاهش بوده، v منفی به دست آمد. شما می‌توانید شتاب را -2 m/s^2 قرار دهید که در جواب نهایی یعنی اندازه جابه‌جایی تغییری حاصل نخواهد شد.

۱ ۳۱۵ A

۱) معادله سرعت - زمان، تابع درجه اول از زمان است، بنابراین حرکت دارای شتاب

$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \\ v &= 2t - 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = -4 \text{ m/s}$$

۲) برای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط $v_{av} = \frac{v_0+v_1}{2}$

است. سرعت در لحظه $t=1 \text{ s}$ و $t=2 \text{ s}$ را حساب می‌کنیم

$$\left\{ \begin{aligned} t_1 = 1 \text{ s} \Rightarrow v_1 &= -2 \text{ m/s} \\ t_2 = 2 \text{ s} \Rightarrow v_2 &= 0 \end{aligned} \right. \Rightarrow v_{av} = \frac{-2+0}{2} \Rightarrow v_{av} = -1 \text{ m/s}$$

۳) جابه‌جایی در این بازه زمانی با توجه به سرعت متوسط خواهد شد.

$$\Delta x = v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta x = -1 \times (2-1) = -1 \text{ m/s}$$

۱ ۳۱۶ A

سرعت متحرک در $x_1 = 10 \text{ m}$ برابر $v_1 = 4 \text{ m/s}$ و در مکان $x_2 = 19 \text{ m}$ ، برابر

$$v_2 = \frac{18}{3/6} = 36 \text{ m/s}$$

سرعت - مکان) هدایت می‌کند.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 36^2 - 4^2 = 2a \times (19-10) \Rightarrow a = 70 \text{ m/s}^2$$

۴ ۳۱۷ A

شتاب حرکت یعنی آهنگ تغییر سرعت در صورت مسئله بیان شده تندی با شتاب

1 m/s افزایش می‌یابد، بنابراین $a = +1 \text{ m/s}^2$ است و به کمک معادله مستقل از

زمان مسئله قابل حل است. البته ابتدا یکای سرعت را به m/s تبدیل می‌کنیم.

$$v = 18 \text{ km/h} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \Rightarrow v = \frac{18}{3.6} = 5 \text{ m/s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x = 300 \text{ m}} v^2 - 25 = 2 \times 1 \times 300 \Rightarrow v^2 = 625$$

$$\Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$$

$$v_p = 25 \text{ m/s} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 25 \times 3.6 \text{ km/h} = 90 \text{ km/h}$$

۱ ۳۱۸ A

۱) میزان کاهش سرعت در هر ثانیه یعنی آهنگ تغییر سرعت برابر $1/6 \text{ m/s}$ در هر ثانیه است، بنابراین شتاب حرکت $(-1/6 \text{ m/s}^2)$ است (جهت حرکت را مثبت فرض کرده‌ایم).

۲) به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) خواهیم داشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2(-1/6)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{1200}{16} = 75 \text{ m}$$

۳ ۳۱۹ A

به کمک معادله مستقل از زمان (معادله سرعت - مکان) به راحتی این پرسش قابل حل است.

$$v_p^2 - v_0^2 = 2a(x_p - x_0) \xrightarrow{a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = 5 \text{ m/s}, x_0 = 3 \text{ m}, v_p = 7 \text{ m/s}}$$

$$49 - 25 = 2 \times 2 \times (x_p - 3) \Rightarrow x_p = 9 \text{ m}$$

۲ ۳۲۰ A

۱) متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده یعنی سرعت اولیه صفر است. به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) شتاب را به دست می‌آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x = 9 \text{ m}} 81 - 0 = 2a \times 9 \Rightarrow a = 4.5 \text{ m/s}^2$$

۲) سرعت متوسط در 4 s آغازین حرکت خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2} \times 4.5 \times 4 + 0 \Rightarrow v_{av} = 9 \text{ m/s}$$

۱ ۳۲۱ A

۱) با توجه به معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) برای حرکت با شتاب ثابت

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-a)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_0^2}{2a}$$

۲) شتاب در دو حالت یکسان است در دو حالت رابطه بالا را نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم سپس داده‌های مسئله $v_{01} = 40 \text{ km/h}$ و $v_{02} = 80 \text{ km/h}$ را در رابطه قرار

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{v_{02}^2}{v_{01}^2} = \frac{80^2}{40^2} = 4 \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{50} = 4 \Rightarrow \Delta x_2 = 200 \text{ m}$$

می‌دهیم.

۳ ۳۲۲ A

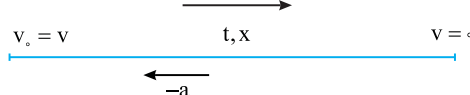
نکته: وقتی متحرک، ترمز می‌کند و می‌ایستد، زمان توقف و جابه‌جایی تا توقف

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -at + v \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

برابر خواهد شد با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-a)x \Rightarrow x = \frac{v_0^2}{2a}$$

جهت مثبت



سرعت اولیه از v به $2v$ و شتاب از a به $2a$ تغییر کرده است. از طرفی متحرک روی خط راست با شتاب ثابت ترمز کرده و می‌ایستد، بنابراین مسافت طی شده همان جابه‌جایی خودرو است. در روابط بالا داده‌ها را قرار داده و مسئله را حل می‌کنیم.

$$t' = \frac{2v}{2a} \Rightarrow t' = \frac{v}{a} \Rightarrow t' = t$$

۱) زمان توقف:

۲) جابه‌جایی توقف:

$$\Delta x' = \frac{(2v)^2}{2(2a)} \Rightarrow \Delta x' = \frac{4v^2}{4a} \Rightarrow \Delta x' = \frac{v^2}{a} \Rightarrow \Delta x' = 2x$$

۳ برای آنکه خودرو به مانع برخورد نکند، باید در مدت زمان واکنش جابه‌جایی آن کمتر $۵۰\text{m} - ۱۵۰ = ۲۰۰$ باشد، بنابراین

$$\Delta x_1 \leq ۵۰ \Rightarrow ۳۰t \leq ۵۰ \Rightarrow t \leq \frac{۵}{۳}$$

۴ ۳۲۸ B

۱ ابتدا به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \quad \frac{x=18/5\text{m}, x_0=15\text{m}}{v_0=8\text{m/s}, v=6\text{m/s}} \rightarrow 36 - 64 = 2a(18/5 - 15)$$

$$\Rightarrow a = -4\text{m/s}^2$$

۲ بنابراین معادله مکان - زمان آن خواهد شد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-4)t^2 + 8t + 15 \Rightarrow x = -2t^2 + 8t + 15$$

۲ ۳۲۹ A

۱ ابتدا شتاب را به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 17^2 - 9^2 = 2a(31 - 5) \Rightarrow (17+9)(17-9) = 2 \times a \times 26$$

$$\Rightarrow a = 4\text{m/s}^2$$

۲ سرعت اولیه را به کمک معادله سرعت - زمان حساب می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 9 = 4 \times 1 + v_0 \Rightarrow v_0 = 5\text{m/s}$$

۳ اکنون مکان اولیه متحرک را حساب می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 + 5 \times 1 + x_0 \Rightarrow x_0 = -2\text{m}$$

۴ معادله حرکت برابر است با:

$$x = \frac{1}{2} \times 4t^2 + 5t - 2 \Rightarrow x = 2t^2 + 5t - 2$$

۲ ۳۳۰ B

خط فکری در این پرسش خاص معادله سرعت - مکان داده شده را با معادله مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه می‌کنیم و ضریب x را برابر $2a$ قرار می‌دهیم و شتاب را به دست می‌آوریم.

معادله $v = 5\sqrt{x}$ را به توان ۲ رسانده تا شبیه معادله مستقل از زمان شود.

$$v^2 = 25x$$

با توجه به معادله $v^2 - v_0^2 = 2ax$ ، ضریب x در دو معادله را برابر قرار می‌دهیم و شتاب را به دست می‌آوریم.

$$2a = 25 \Rightarrow a = 12.5\text{m/s}^2$$

۱ ۳۳۱ A

خط فکری معادله سرعت - مکان داده شده را به توان ۲ برسانید و آن را به صورت معادله مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ مرتب کنید و با مقایسه، مقدار v_0 و a را به دست بیاورید. حرکت کندشونده است و باید علامت a و v_0 یکسان نباشد. پس به سراغ حل مسئله برویم.

۱

$$v = \pm\sqrt{7x+49} \Rightarrow v^2 - 49 = 7x \xrightarrow{v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x}$$

$$v^2 - 49 = 7x \Rightarrow v_0 = \pm 7\text{m/s}, 2a = 7 \Rightarrow a = \mp 3.5\text{m/s}^2$$

۲ حرکت کندشونده است از این رو اگر شتاب را مثبت $a = +3.5\text{m/s}^2$ فرض کنیم، سرعت اولیه آن منفی ($v_0 = -7\text{m/s}$) است. اکنون به کمک معادله جابه‌جایی مستقل از زمان (معادله سرعت - مکان) حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times (3.5) \times 16 + (-7) \times 4 \Rightarrow \Delta x = 28 - 28 = 0$$

۲ ۳۲۳ A

برای درک بهتر مسئله یک شکل ساده رسم می‌کنیم.

$$v \quad x \quad \Delta v \quad x \quad v' = ?$$

با توجه به شکل و معادله مستقل از زمان برای حرکت با شتاب ثابت عدد جابه‌جایی حالت اول و جابه‌جایی حالت دوم می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$\left. \begin{aligned} (\Delta v)^2 - v^2 &= 2ax \\ (v')^2 - (\Delta v)^2 &= 2ax \end{aligned} \right\} \Rightarrow 24v^2 = v'^2 - 25v^2 \Rightarrow v'^2 = 49v^2 \Rightarrow v' = 7v$$

۳ ۳۲۴ A

۱ به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2a \times 40 \Rightarrow a = -5\text{m/s}^2$$

۲ اکنون سرعت را در جابه‌جایی $\Delta x = 30\text{m}$ به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 400 = 2 \times (-5) \times 30 \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = 10\text{m/s}$$

۱ ۳۲۵ A

جهت حرکت را مثبت می‌گیریم. در این صورت شتاب -4m/s^2 است به کمک معادله مستقل از زمان مسئله را حل می‌کنیم:

$$v_1 = 36\text{km/h} \times \frac{10}{36} = 10\text{m/s}$$

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 - 10^2 = 2 \times (-4) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 12.5\text{m}$$

گوزن در فاصله ۱۵ متری اتومبیل بوده و اتومبیل پس از 12.5m می‌ایستد، بنابراین فاصله گوزن تا اتومبیل در هنگام توقف $15 - 12.5 = 2.5\text{m}$ می‌باشد.

۱ ۳۲۶ B

نکته زمان واکنش یعنی بازه زمانی از لحظه‌ای که راننده مانع را می‌بیند تا لحظه‌ای که ترمز می‌کند.

خط فکری در مدت زمان واکنش، حرکت متحرک تقریباً حرکت با سرعت ثابت روی خط راست است. بنابراین شما باید در مدت 0.4s ، جابه‌جایی خودرو را به کمک رابطه سرعت ثابت به دست آورده سپس جابه‌جایی آن را پس از ترمز تا توقف کامل به کمک روابط شتاب ثابت حساب کنید.

۱ سرعت را برحسب m/s به دست می‌آوریم.

$$v = 90\text{km/h} = \frac{90}{3.6} = 25\text{m/s}$$

۲ جابه‌جایی در مدت زمان واکنش برابر است با:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x_1 = 25 \times 0.4 \Rightarrow \Delta x_1 = 10\text{m}$$

۳ از لحظه ترمز تا توقف کامل، جابه‌جایی اتومبیل برابر خواهد شد با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 25^2 = 2(-5)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 62.5\text{m}$$

۴ بنابراین اتومبیل از لحظه مشاهده مانع تا توقف، جابه‌جایی $\Delta x_1 + \Delta x_2$ را می‌پیماید:

$$62.5 + 10 = 72.5\text{m}$$

در نتیجه اتومبیل در فاصله $72.5 - 72 = 0.5\text{m}$ از مانع می‌ایستد.

۲ ۳۲۷ B

ابتدا سرعت خودرو را بر حسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$v = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} = \frac{108}{3.6} = 30\text{m/s}$$

۱ جابه‌جایی متحرک در مدت t خودرو با سرعت ثابت 30m/s برابر است با:

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x_1 = 30t$$

۲ جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی که حرکت کندشونده است به کمک معادله مستقل از زمان (معادله سرعت - مکان) حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 0 - 30^2 = 2 \times (-3) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 150\text{m}$$

$$v_0 = 0, \quad d, t = 12s$$

$$\frac{d}{16}, t' = 3s$$

میانبر ← وقتی متحرک از حال سکون با شتاب ثابت روی خط راست شروع به

حرکت کرده و در مدت t جابه‌جایی d را انجام می‌دهد، $\frac{d}{n}$ اول مسیر را در مدت

$$t' = \frac{t}{\sqrt{n}}$$

جابه‌جایی d را در مدت t طی می‌کند. این متحرک $\frac{3d}{4}$ آخر مسیر را در مدت

۱۵s طی می‌کند. t چند ثانیه است؟

$$40 (4) \quad 30 (3) \quad 25 (2) \quad 20 (1)$$

پاسخ همان‌گونه که بیان شد، باید $d - \frac{3d}{4} = \frac{d}{4}$ اول مسیر را با کل مسیر

مقایسه کنیم. اگر زمان کل حرکت t باشد، زمان حرکت $\frac{d}{4}$ اول مسیر

$t' = t - 15$ ثانیه است. معادله‌ها را نوشته و مسئله را حل می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{d}{4} = \frac{1}{2} a(t-15)^2 \\ d = \frac{1}{2} at^2 \end{cases} \xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو رابطه را بر هم}} \frac{1}{4} = \frac{(t-15)^2}{t^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{t-15}{t} \Rightarrow t = 30s$$

$$v_0 = 0, \quad d, t$$

$$\frac{d}{4}, t' = t - 15 \quad \frac{3d}{4}, t'' = 15s$$

گزینه ۳

۱ ۳۳۵ B

نکته در حرکت کندشونده با شتاب ثابت روی خط راست که متحرک متوقف

می‌شود، می‌توان حرکت را از مکان توقف یک حرکت تندشونده با همان شتاب فرض کرد.

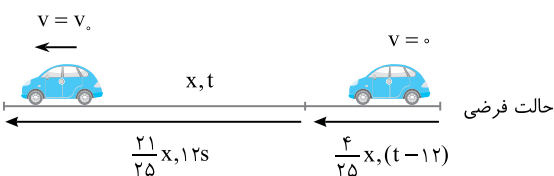
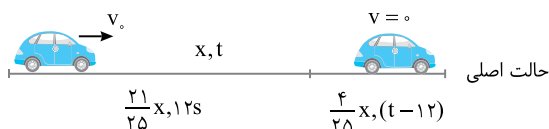
خط فکری ← با توجه به نکته بیان شده، شما زمان کل توقف را t و مسافت طی شده

را X فرض کنید. در این صورت، متحرک مسافت طی شده اول حالت فرضی $(\frac{4}{25}X)$

را در $t - 12s$ طی می‌کند. بنابراین معادله مکان - زمان را برای X و $\frac{4}{25}X$ نوشته و بر

هم تقسیم کنید.

$$x = \frac{1}{2} at^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{25}{4} = \frac{t^2}{(t-12)^2} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{t}{t-12} \Rightarrow 5t - 60 = 2t \Rightarrow t = 20s \\ \frac{4X}{25} = \frac{1}{2} a(t-12)^2 \end{array} \right.$$



$$v_0 = 0, \quad d, t = 12s$$

$$\frac{d}{16}, t'$$

با توجه به معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت و سرعت اولیه صفر، برای کل

مسیر (d) و $\frac{d}{16}$ اول مسیر معادله‌ها را می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{d}{16} = \frac{1}{2} at'^2 \\ d = \frac{1}{2} at^2 \end{cases} \Rightarrow 16 = \frac{t^2}{t'^2} \Rightarrow t' = \frac{t}{4} = \frac{12}{4} \Rightarrow t' = 3s$$

۱ ۳۳۲ C

خط فکری ← مهم‌ترین قسمت حل مسئله این است که در لحظه $t = 0$ مکان اولیه

$X_0 = -\frac{27}{8} m$ است. بنابراین با قرار دادن مکان اولیه در معادله داده شده، سرعت

اولیه متحرک را به دست می‌آوریم سپس با مرتب کردن معادله و با مقایسه آن با معادله

مستقل از زمان شتاب را حساب کرده سپس به کمک معادله مکان - زمان لحظه تغییر

جهت بردار مکان یعنی لحظه گذر از $X = 0$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{v^2}{36} - \frac{2x}{9} = 1 \Rightarrow \frac{v^2}{36} - \frac{2(-27)}{9} = 1 \Rightarrow \frac{v^2}{36} + \frac{3}{1} = 1 \Rightarrow \frac{v^2}{36} + 27 = 1 \Rightarrow \frac{v^2}{36} = -26 \Rightarrow v^2 = -26 \times 36 \Rightarrow v^2 = -936 \Rightarrow v = 30m/s$$

۲ متحرک در حال حرکت با شتاب ثابت است بنابراین معادله سرعت - مکان

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$\frac{v^2}{36} - \frac{2x}{9} = 1 \Rightarrow \frac{v^2}{36} - \frac{8x}{36} = 1 \Rightarrow v^2 - 8x = 36 \Rightarrow v^2 = 8x + 36$$

۳ شتاب را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} v^2 = 2a(x - X_0) + v_0^2 \\ v^2 = 8x + 36 \end{cases} \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4m/s^2$$

۴ معادله مکان - زمان متحرک به صورت $x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + X_0$ می‌باشد.

بنابراین $x = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 3t - \frac{27}{8} \Rightarrow x = 2t^2 + 3t - \frac{27}{8}$

۵ هنگامی که متحرک از $X = 0$ عبور می‌کند بردار مکان متحرک تغییر جهت خواهد

داد: $2t^2 + 3t - \frac{27}{8} = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{4}s, t = -\frac{9}{4}s$

بنابراین در لحظه $t = \frac{3}{4}s = 0.75s$ بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

۴ ۳۳۳ B

۱ برای آن که معادله $v = \frac{-v - 2x}{4}$ پاسخ داشته باشد زیر رادیکال مثبت باشد. از

این رو مقدرهای X باید منفی بوده یعنی متحرک در مکان‌های منفی است.

۲ در $v_0 = 0, X = 0$ است یعنی متحرک از مبدأ مکان از حال سکون در جهت منفی

محور حرکت کرده است و با افزایش مقدار X ، تندی نیز در حال افزایش و حرکت

تندشونده است.

۳ ۳۳۴ A

خط فکری ← در حل این نوع مسائل یک شکل ساده از مسئله بکشید و طول تمام

مسیر مستقیم را d بنامید و معادله مکان - زمان را برای آن بنویسید همچنین معادله

مکان - زمان را برای قسمت اول مسیر (دقت کنید حتماً قسمت اول که در آن سرعت

اولیه صفر است) بنویسید و دو معادله را بر هم تقسیم کنید.

$$v_0 = 0, \quad d, t = 12s$$

$$\frac{d}{16}, t'$$

با توجه به معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت و سرعت اولیه صفر، برای کل

مسیر (d) و $\frac{d}{16}$ اول مسیر معادله‌ها را می‌نویسیم:

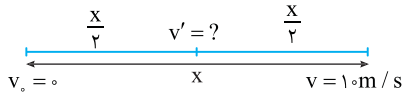
$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{d}{16} = \frac{1}{2} at'^2 \\ d = \frac{1}{2} at^2 \end{cases} \Rightarrow 16 = \frac{t^2}{t'^2} \Rightarrow t' = \frac{t}{4} = \frac{12}{4} \Rightarrow t' = 3s$$

بازی با سؤال متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون به راه می افتد و در جابه جایی x سرعتش به 10 m/s می رسد، سرعت این متحرک در گذر از وسط مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۵ (۱) $5\sqrt{2}$ (۲) $5\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $5\sqrt{3}$ (۴)

پایسج معادله مستقل از زمان را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می کنیم.

$$\begin{cases} v'^2 - v_0^2 = 2a(\frac{x}{2}) \\ v^2 - v_0^2 = 2ax \end{cases} \xrightarrow{\frac{v_0=0}{v=10}} \frac{v'^2}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow v' = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 10 \Rightarrow v' = 5\sqrt{2} \text{ m/s}$$



میانبر اگر متحرک از حال سکون با شتاب ثابت a شروع به حرکت کرده و پس از جابه جایی x سرعتش v شود سرعت آن پس از جابه جایی $\frac{x}{n}$

خواهد شد $v' = \frac{v}{\sqrt{n}}$. **گزینه ۲**

A ۳ ۳۳۹

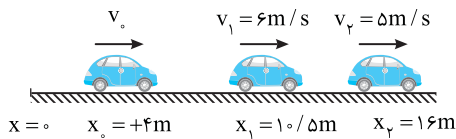
به کمک معادله مستقل از زمان، شتاب حرکت را در مدتی که متحرک از مکان $x_1 = 10/5 \text{ m}$ به مکان $x_2 = 16 \text{ m}$ می رود به دست می آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 25 - 36 = 2a(16 - 10/5) \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$

اکنون بزرگی سرعت اولیه را در مدتی که متحرک از مکان اولیه $x_0 = +4 \text{ m}$ به مکان $x_2 = 16 \text{ m}$ می رود را حساب می کنیم.

$$v_2^2 - v_0^2 = 2a(x_2 - x_0) \Rightarrow 25 - v_0^2 = 2(-1)(16 - 4) \Rightarrow v_0^2 = 25 + 24 \Rightarrow v_0 = +7 \text{ m/s}$$

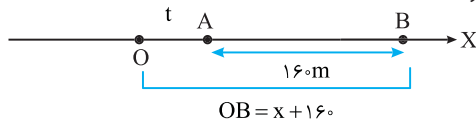
مسیر حرکت در واقع به شکل زیر است:



B ۲ ۳۴۰

خط فکری سرعت متحرک در نقطه O صفر است، بنابراین می توانید فرض کنید که متحرک از نقطه O با شتاب 2 m/s^2 از حال سکون روی محور x ها شروع به حرکت کرده و ابتدا فاصله OA را در مدت t ثانیه و فاصله OB را در مدت $(t+8)$ ثانیه طی کرده است. فاصله OA را با حرف x نشان دهید. در این صورت فاصله OB برابر $(x+160)$ متر است.

۱ با توجه به شکل زیر، به کمک معادله مکان - زمان برای حرکت با شتاب ثابت می توان نوشت:



$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 = t^2 \\ x+160 = \frac{1}{2}a(t+8)^2 = (t+8)^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو معادله را از هم کم کنیم}}$$

$$160 = (t+8)^2 - t^2 \Rightarrow 160 = 16t + 64 \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

۲ با داشتن $t = 6 \text{ s}$ مقدار OA را حساب می کنیم:

$$x = t^2 \xrightarrow{t=6 \text{ s}} OA = 36 \text{ m}$$

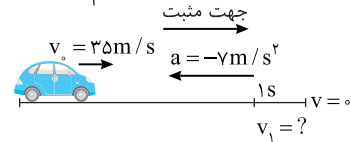
A ۴ ۳۳۶

روش اول: سرعت خودرو با شتاب 7 m/s^2 از 35 m/s به صفر رسیده است از این رو سرعت آن یک ثانیه قبل از توقف کامل خواهد شد:

$$v = at + v_1 \Rightarrow 0 = -7 \times 1 + v_1 \Rightarrow v_1 = 7 \text{ m/s}$$

جابه جایی در یک ثانیه آخر را به کمک معادله مستقل از شتاب حساب می کنیم:

$$\Delta x = \frac{v+v_1}{2} t \Rightarrow \Delta x = \frac{0+7}{2} \times 1 = 3.5 \text{ m}$$



روش راحت تر: کافی است فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب 7 m/s^2 به راه می افتد و جابه جایی آن را در $t = 1 \text{ s}$ از شروع حرکتش به دست آوریم.

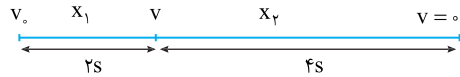
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 7 \times 1 = 3.5 \text{ m}$$



B ۲ ۳۳۷

خط فکری ابتدا شتاب حرکت را برحسب سرعت اولیه v_0 به دست بیاورید، زمان طی مسیر 6 s است که به دو بازه 2 s اول و 4 s بعدی تقسیم شده سرعت را در $t = 2 \text{ s}$ حساب کنید و به کمک معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) جابه جایی در هر قسمت را به دست آورده بر هم تقسیم می کنیم.

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-v_0}{6} \Rightarrow a = \frac{-v_0}{6}$$



۲ سرعت را در لحظه $t = 2 \text{ s}$ به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{-v_0}{6} \times 2 + v_0 \Rightarrow v = \frac{2}{3}v_0$$

۳ اکنون به کمک معادله مستقل از شتاب، جابه جایی های x_1 و x_2 را به دست می آوریم و بر هم تقسیم می کنیم:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\frac{2}{3}v_0 + v_0}{2} \times 2 \Rightarrow x_1 = \frac{5}{3}v_0 \\ x_2 = \frac{\frac{2}{3}v_0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow x_2 = \frac{4}{3}v_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{4}{5}$$

A ۲ ۳۳۸

مسئله ساده ای است. در صورت مسئله حرفی از زمان (t) زده نشده بنابراین فرمول مستقل از زمان اولین انتخاب برای حل مسئله است. رابطه مستقل از زمان را برای کل مسیر (x) و برای 150 متر اول که تندی نصف می شود را می نویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \begin{cases} v=0 \rightarrow 0 - v_0^2 = 2a(x) \\ v=\frac{v_0}{2} \rightarrow (\frac{v_0}{2})^2 - v_0^2 = 2a(150) \Rightarrow -\frac{3}{4}v_0^2 = 2a(150) \end{cases}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می کنیم.

$$\frac{v^2}{\frac{3}{4}v_0^2} = \frac{x}{150} \Rightarrow \frac{0}{3} = \frac{x}{150} \Rightarrow x = 200 \text{ m}$$

بازی با سؤال متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند.

اگر در زمان‌های $t=2s$ ، $t=6s$ و $t=8s$ به ترتیب از $x=10m$ ، $x=50m$ و $x=90m$ عبور کند، شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

$$(1) \quad 2/5 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 1/3 \quad (4) \quad 3/10$$

پایسج سرعت متوسط در بازه $2s$ تا $6s$ با سرعت در لحظه $t=4s$ برابر است از این رو می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{50 - 10}{6 - 2} \Rightarrow v_{av} = 10 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=4s} = 10 \text{ m/s}$$

سرعت در لحظه $t=7s$ با سرعت متوسط در بازه $6s$ تا $8s$ برابر است از این رو:

$$v_{av} = \frac{90 - 50}{8 - 6} \Rightarrow v_{av} = 20 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=7s} = 20 \text{ m/s}$$

شتاب حرکت خواهد شد:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a = \frac{20 - 10}{7 - 4} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

گزینه ۳

۲ ۳۴۳

خط فکری

با مسئله راحتی سروکار داریم. در صورت مسئله صحبتی از زمان نیست بنابراین باید به سراغ معادله مستقل از زمان برویم و به کمک آن شتاب را در بازه مکانی $25m$ تا $10m$ حساب کنیم سپس با همان معادله v_1 را به دست می‌آوریم.

$x(m)$	$x_1 = -22$	$x_2 = -25$	$x_3 = -10$
$v(m/s)$	v_1	$v_2 = 2$	$v_3 = 8$

۱ شتاب حرکت خواهد شد:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 2^2 - v_1^2 = 2a[-25 - (-22)]$$

$$\Rightarrow 6 = 2a(15) \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

۲ سرعت v_1 را حساب می‌کنیم:

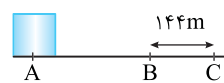
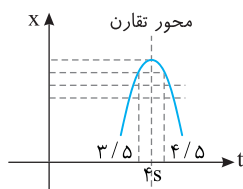
$$v_3^2 - v_1^2 = 2a(x_3 - x_1) \Rightarrow 8^2 - v_1^2 = 2 \times 2[-10 - (-22)]$$

$$4 - v_1^2 = -12 \Rightarrow v_1^2 = 16 \Rightarrow v_1 = \pm 4 \text{ m/s}$$

دقت کنید مکان متحرک ابتدا $x_1 = -22m$ سپس $x_2 = -25m$ است یعنی متحرک در جهت منفی محور در حال حرکت بوده است از این رو $v_1 = -4 \text{ m/s}$ خواهد بود.

۳ ۳۴۴

متحرک دارای شتاب ثابت است و نمودار مکان-زمان آن سهمی است. از طرفی در لحظه $t=4s$ متحرک در بیشترین فاصله مثبت از مبدأ مکان است. یعنی متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است. به عبارت بهتر متحرک ابتدا در جهت محور x ها حرکت کرده و در لحظه $t=4s$ سرعتش در مکان مثبت صفر شده و متحرک تغییر جهت داده و در خلاف جهت محور x ها حرکت کرده است. لحظه $t=4s$ رأس سهمی مکان-زمان است و نمودار مکان-زمان آن می‌تواند به شکل زیر باشد. در یک سهمی نقاط واقع بر سهمی نسبت به محور قائم گذرنده از رأس تقارن دارد و در نقاطی که فاصله زمانی یکسانی از محور دارند مکان متحرک یکسان است و در بازه زمانی بین این لحظه‌ها جابه‌جایی صفر است و تنها در گزینه (۳) فاصله زمانی $3/5s$ و $4/5s$ از $4s$ برابر است و جابه‌جایی صفر است.



بازی با سؤال متحرکی از حال سکون

با شتاب ثابت از نقطه A حرکت می‌کند و فاصله B تا C را در مدت ۴ ثانیه طی می‌کند.

اگر سرعت متحرک هنگام عبور از B برابر 16 m/s ، فاصله A و B چند متر است؟

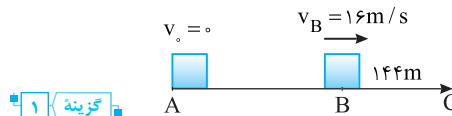
$$(1) \quad 12/8 \quad (2) \quad 144 \quad (3) \quad 128 \quad (4) \quad 25/6$$

پایسج به کمک معادله جابه‌جایی - زمان در بازه زمانی حرکت متحرک از B تا C شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow 144 = \frac{1}{2} a (4)^2 + 16 \times 4 \Rightarrow 80 = 8a \Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

اکنون به کمک معادله مستقل از زمان فاصله AB را حساب می‌کنیم:

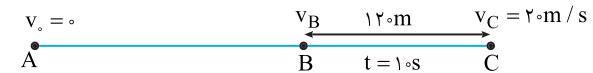
$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16^2 - 0 = 2 \times 10 (AB) \Rightarrow AB = 128 \text{ m}$$



گزینه ۳

۲ ۳۴۱

حرکت دارای شتاب ثابت است.



۱ سرعت در نقطه B را به کمک رابطه مستقل از شتاب به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v_C + v_B}{2} \Delta t \Rightarrow 120 = \frac{20 + v_B}{2} \times 10 \Rightarrow v_B = 4 \text{ m/s}$$

۲ شتاب را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v_C - v_B}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{20 - 4}{10} \Rightarrow a = 1.6 \text{ m/s}^2$$

۳ اکنون به کمک معادله مستقل از زمان، فاصله A تا B را به دست می‌آوریم:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 0 = 2 \times 1.6 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 50 \text{ m}$$

۳ ۳۴۲

نکته در یک حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط در یک بازه زمانی برابر سرعت لحظه‌ای در وسط بازه است.

خط فکری در بازه زمانی $2s$ تا $4s$ سرعت متوسط را به دست بیاورید. با این کار سرعت در لحظه $t=3s$ حساب کرده‌اید همین کار را برای بازه $4s$ تا $6s$ انجام دهید تا سرعت در لحظه $t=5s$ را به دست بیاورید از آنجا شتاب حرکت و 1000 را به دست آورید.

$t(s)$	۲	۴	۶
$x(m)$	۲۰	۳۶	۴۴

۱ سرعت متوسط در بازه $2s$ تا $4s$ برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{36 - 20}{4 - 2} \Rightarrow v_{av} = 4 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=3s} = 4 \text{ m/s}$$

۲ سرعت متوسط در بازه $4s$ تا $6s$ را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{44 - 36}{6 - 4} = 4 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=5s} = 4 \text{ m/s}$$

۳ شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{4 - 4}{5 - 3} = 0 \text{ m/s}^2$$

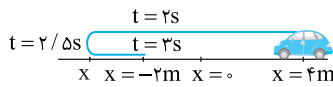
۴ سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=3s, v=4m/s} 4 = -2 \times 3 + v_0 \Rightarrow v_0 = 14 \text{ m/s}$$

۵ معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم:

۶ در حرکت با شتاب ثابت نوع حرکت در لحظه‌ای تغییر می‌کند که سرعت صفر شود بنابراین

$$v = 0 \Rightarrow -2t + 14 = 0 \Rightarrow t = 7s$$



۲ با توجه به معادله سرعت - زمان می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a(2/\Delta s) + v_0 \Rightarrow v_0 = -2/\Delta a \quad (I)$$

۳ مکان اولیه متحرک $x = +4m$ است. با توجه به معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{t=2s, x=-2m} -2 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 2v_0 + 4$$

$$\Rightarrow -2 = 2a + 2v_0 + 4 \Rightarrow 2a + 2v_0 = -6 \Rightarrow a + v_0 = -3 \quad (II)$$

۴ از رابطه (I) در رابطه (II) جای‌گذاری کرده شتاب را به دست می‌آوریم:

$$a - 2/\Delta a = -3 \Rightarrow -1/\Delta a = -3 \Rightarrow a = 2m/s^2$$

۳ ۳۴۷ B

خط فکری در مسئله گفته شده در بازه 0 تا $1.0s$ حرکت تندشونده است یعنی باید از 0 تا $4s$ حرکت کندشونده باشد و در لحظه $t = 4s$ متحرک متوقف شده و تغییر جهت داده و $6s$ حرکت آن تندشونده است.

۱ معادله سرعت - زمان را نوشته در $t = 4s$ ، سرعت را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 4a + v_0 \Rightarrow v_0 = -4a \quad (I)$$

۲ در لحظه $t = 0$ مکان اولیه $x_0 = -1.0m$ بوده و در لحظه $t = 1.0s$ مکان آن $x = -3.0m$ است. معادله مکان زمان را نوشته یک رابطه دیگر بین v_0 و a به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow -3.0 = \frac{1}{2}a(1.0)^2 + v_0(1.0) + (-1.0)$$

$$-3.0 = 0.5a + 1.0v_0 - 1.0 \Rightarrow -2.0 = 0.5a + 1.0v_0$$

۳ از رابطه (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$-2.0 = 0.5a + 1.0(-4a) \Rightarrow -2.0 = 1.0a \Rightarrow a = -2m/s^2$$

$$v_0 = -4(-2) \Rightarrow v_0 = 8m/s$$

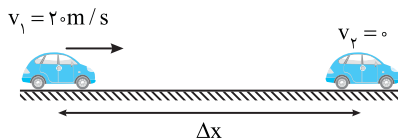
۴ معادله سرعت را نوشته، $t = 1.6s$ را در آن قرار می‌دهیم.

$$v = -2t + 8 \Rightarrow v = -2 \times 1.6 + 8 \Rightarrow v = -2.4m/s \Rightarrow |v| = 2.4m/s$$

۳ ۳۴۸ A

سرعت اولیه برابر $v_1 = 72km/h = 20m/s$ است. به کمک رابطه مستقل از شتاب مسئله به راحتی قابل حل است.

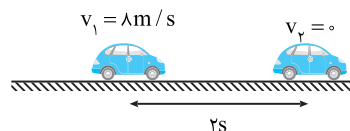
$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{20 + 0}{2} \times 5 \Rightarrow \Delta x = 50m$$



۲ ۳۴۹ A

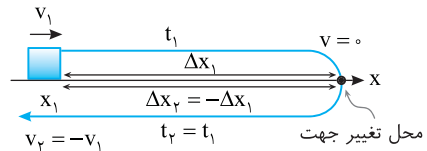
متحرک ترمز کرده و در انتهای مسیر متوقف خواهد شد بنابراین در بازه 0 تا $2s$ سرعت متحرک از $8m/s$ با شتاب ثابت به صفر می‌رسد از این رو به کمک معادله مستقل از شتاب مسئله قابل حل است.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{8 + 0}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta x = 8m$$



۱ ۳۴۵ B

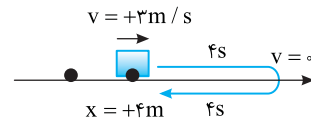
خط فکری در حل این نوع مسائل مطلب بسیار مهم تقارن حرکت متحرک در دو طرف مکان و لحظه‌ای است که متحرک با شتاب ثابت متوقف شده و برمی‌گردد یعنی در هر بازه زمانی و مکانی از یک نقطه به سوی محل تغییر جهت برود در همان بازه زمانی از محل تغییر جهت به محل اولیه بازمی‌گردد و در آن محل سرعتش نیز قرینه می‌شود.



روش اول: نیازی به نوشتن هیچ

رابطه و فرمولی نداریم. در مدت $4s$ متحرک به بیشینه مکان می‌رسد.

مدت زمان $8s$ را در ذهن خود به دو بازه زمانی $4s$ تقسیم کنید در $4s$ اول متحرک از مکان $+4m$ با سرعت $+3m/s$ به بیشینه مکان مثبت رفته، متوقف شده و $4s$ بعد این مسیر را برگشته و به مکان $x = +4m$ برمی‌گردد.

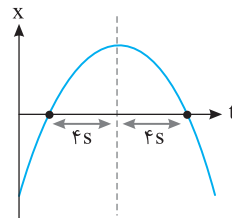


روش دوم: معادله مکان-زمان

حرکت با شتاب ثابت یک تابع درجه

2 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ بوده و

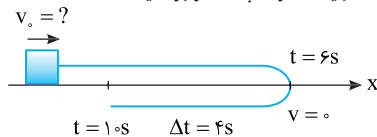
نمودار آن سهمی است و خطی که از رأس سهمی می‌گذرد محور تقارن سهمی است و مفهوم آن این است که در فاصله زمانی یکسان از این محور مکان مقدار یکسانی است.



بازیه با سوال

متحرکی روی محور x ها با شتاب ثابت در حرکت است و در لحظه $t_1 = 6s$ در جهت مثبت در بیشترین فاصله خود از مبدأ مکان است.

اگر در لحظه $t_2 = 10s$ از مبدأ مکان با سرعت $8m/s$ خلاف جهت محور x عبور کند، سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟



۱ پاسخ: متحرک در لحظه $t = 6s$ در محل تغییر جهت حرکت خود

است و در لحظه $t = 10s$ از مبدأ مکان $x = 0$ با سرعت $8m/s$ در خلاف جهت محور $(v = -8m/s)$ می‌گذرد. شتاب حرکت را با توجه به این مطلب

حساب می‌کنیم. در بازه $4s$ سرعت متحرک از صفر به $-8m/s$ رسیده از این رو،

۲ سرعت متحرک در مدت 0 تا $6s$ از سرعت اولیه (v_0) با شتاب $(-2m/s^2)$ به صفر رسیده است بنابراین خواهیم داشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 12m/s$$

۴ ۳۴۶ B

۱ متحرک دارای حرکت با شتاب ثابت است و در لحظه‌های $t = 2s$ و $t = 3s$ از

مکان $-2m$ می‌گذرد، بنابراین در این بازه متحرک تغییر جهت داده است. اما در چه لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد. در واقع متحرک از $t = 2s$ ، نیم ثانیه رفته در لحظه

$2/5s$ متوقف شده و نیم ثانیه برمی‌گردد و در لحظه $t = 3s$ از مکان $-2m$ مجدداً می‌گذرد. (البته لحظه تغییر جهت، لحظه رأس سهمی است و در دو طرف محور قائم

گذرنده از رأس سهمی تقارن دارد با این استدلال نیز مشخص است که

$$t_{\text{رأس}} = \frac{2+3}{2} = 2.5s$$

B ۳۵۰ ۳

راه حل اول: مطابق شکل در مدت ۲s آخر حرکت سرعت از v_1 به صفر می‌رسد. به کمک رابطه مستقل از شتاب سرعت v_1 را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v+v_1}{2} \Delta t \Rightarrow 6 = \frac{0+v_1}{2} \times 2 \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}$$

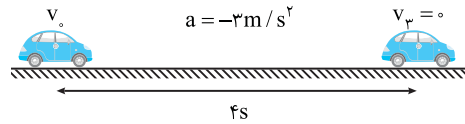
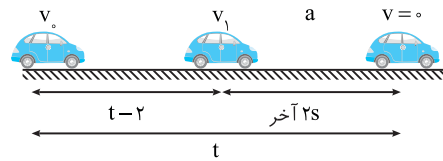
$$a = \frac{v-v_1}{t} \Rightarrow a = \frac{0-6}{2} = -3 \text{ m/s}^2 \quad \text{۲} \quad \text{شتاب حرکت خواهد شد:}$$

۳ سرعت لحظه ترمز را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -3 \times 4 + v_0 \Rightarrow v_0 = 12 \text{ m/s}$$

۴ مسافت طی شده از لحظه ترمز تا توقف برابر است با:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} t \Rightarrow \Delta x = \frac{0+12}{2} \times 4 \Rightarrow \Delta x = 24 \text{ m}$$



راه حل دوم: می‌توان فرض کرد که متحرک از حال سکون با همان شتاب به راه افتاده است و شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} a(2)^2 \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

جابه‌جایی در مدت ۴s با شتاب 3 m/s^2 را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4^2 \Rightarrow \Delta x = 24 \text{ m}$$

B ۳۵۱ ۲

خط نگرش: 100 m آخر مسیر را که متحرک در 2 s طی می‌کند یک مسیر مستقل فرض کنید که در ابتدای آن سرعت اولیه متحرک v_1 است. سپس سرعت را در انتهای 100 متر یعنی سرعت نهایی در (v_f) را به دست بیاورید و سرعت متوسط از $v_0 = 0$ تا v_f را حساب کنید.

۱ 100 m آخر با سرعت اولیه v_1 و در مدت 2 s با شتاب 2 m/s^2 طی می‌شود.

بنابراین:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_1 t \Rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 2v_1 \Rightarrow 100 = (2)^2 + 2v_1 \Rightarrow v_1 = 48 \text{ m/s}$$

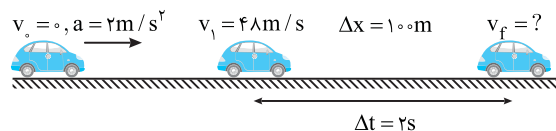
۲ سرعت نهایی را از رابطه مستقل از شتاب حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v_1+v_f}{2} \Delta t \Rightarrow 100 = \frac{48+v_f}{2} \times 2 \Rightarrow v_f = 52 \text{ m/s}$$

۳ متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $v_i = 0$ و سرعت نهایی

$v_f = 52 \text{ m/s}$ می‌باشد:

$$v_{av} = \frac{v_i+v_f}{2} = \frac{0+52}{2} = 26 \text{ m/s}$$



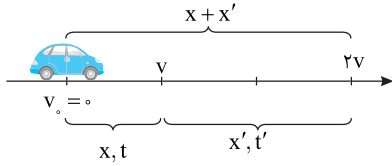
A ۳۵۲ ۲

۱ حرکت دارای شتاب ثابت است بنابراین در بازه زمانی یکسان، تغییر سرعت یکسان است یعنی در مدت t سرعت از صفر به v رسیده است. بنابراین مدتی که سرعت از v به $2v$ می‌رسد نیز برابر $t' = t$ است.

۲ رابطه مستقل از زمان را برای v و برای $2v$ را نوشته بر هم تقسیم کرده نسبت $\frac{x'}{x}$ را حساب می‌کنیم

$$\begin{cases} v^2 - 0 = 2ax & (1) \\ (2v)^2 - 0 = 2a(x+x') & (2) \end{cases} \quad \text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{x}{x+x'} \Rightarrow x' = 3x$$



B ۳۵۳ ۱

روش اول: با توجه به معادله مکان - زمان $x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$ و داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$x_1 = \frac{1}{2} at_1^2 + v_0 t_1 + x_0 \xrightarrow{t_1=1 \text{ s}, x_1=2 \text{ m}} 2 = \frac{1}{2} a + v_0 + x_0 \quad (I)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} at_2^2 + v_0 t_2 + x_0 \xrightarrow{t_2=3 \text{ s}, x_2=11 \text{ m}} 11 = \frac{9}{2} a + 3v_0 + x_0 \quad (II)$$

$$x_3 = \frac{1}{2} at_3^2 + v_0 t_3 + x_0 \xrightarrow{t_3=5 \text{ s}, x_3=25 \text{ m}} 25 = \frac{25}{2} a + 5v_0 + x_0 \quad (III)$$

$$\text{تفاضل دو معادله (I), (II)} \Rightarrow 9 = 4a + 2v_0$$

$$\text{تفاضل دو معادله (II), (III)} \Rightarrow 24 = 8a + 2v_0$$

$$\text{حال با توجه به دو معادله} \begin{cases} 9 = 4a + 2v_0 \\ 24 = 8a + 2v_0 \end{cases} \quad \text{مقدار } a \text{ و } v_0 \text{ را به دست می‌آوریم:}$$

$$-16 = -4a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = -4 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4 \quad \text{معادله سرعت - زمان خواهد شد:}$$

لحظه تغییر جهت، لحظه‌ای است که سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد. معادله سرعت - زمان $v = 4t - 4$ تابع درجه یک است و در دو طرف ریشه‌اش تغییر علامت می‌دهد.

روش دوم: **نگرش:** در حرکت با شتاب ثابت متوسط در یک بازه زمانی برابر سرعت لحظه‌ای در وسط بازه است.

۱ سرعت متوسط را در بازه زمانی ۱s تا ۳s که متحرک از مکان $x_1 = 3 \text{ m}$ تا $x_2 = 11 \text{ m}$ راطی می‌کند، به دست می‌آوریم که برابر سرعت لحظه‌ای در لحظه $t = 2 \text{ s}$ است.

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{11 - 3}{3 - 1} \Rightarrow v_{av} = 4 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=2 \text{ s}} = 4 \text{ m/s}$$

۲ سرعت متوسط در بازه زمانی ۳s تا ۵s که متحرک از مکان $x_2 = 11 \text{ m}$ و $x_3 = 25 \text{ m}$ راطی می‌کند برابر سرعت لحظه‌ای در لحظه $t = 4 \text{ s}$ است.

$$v_{av} = \frac{25 - 11}{5 - 3} \Rightarrow v_{av} = \frac{14}{2} = 7 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=4 \text{ s}} = 7 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{7 - 4}{4 - 2} \Rightarrow a = 1.5 \text{ m/s}^2 \quad \text{۳} \quad \text{شتاب حرکت خواهد شد:}$$

۴ به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2 \text{ s}, v=4 \text{ m/s}} 4 = 2 \times 1.5 + v_0 \Rightarrow v_0 = -1 \text{ m/s}$$

۵ لحظه تغییر جهت یعنی لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 1.5t - 1 \Rightarrow t = 2/3 \text{ s}$$

۲ سرعت متوسط در ۲ ثانیه اول خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_0 + 2a + v_0}{2} \Rightarrow v_{av} = v_0 + a$$

۳ سرعت متوسط در ثانیه سوم را به دست می آوریم.

$$v'_{av} = \frac{v_2 + v_3}{2} = \frac{2a + v_0 + 3a + v_0}{2} \Rightarrow v'_{av} = \frac{5}{2}a + v_0$$

۴ تفاضل دو سرعت متوسط را با توجه به فرض مسئله برابر ۶m/s قرار می دهیم.

$$v_{av} - v'_{av} = 6 \Rightarrow v_0 + a - (\frac{5}{2}a + v_0) = 6 \Rightarrow -\frac{3}{2}a = 6 \Rightarrow a = -4m/s^2$$

۳ ۳۵۸ B

۱ حرکت دارای شتاب ثابت است و معادله داده شده در واقع رابطه ای بین سرعت و مکان، یعنی رابطه مستقل از زمان است. دو طرف آن را به توان ۲ رسانده و با رابطه مستقل از زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه کنیم:

$$|v_x| = \sqrt{4\Delta x + 36} \Rightarrow v_x^2 - 36 = 4\Delta x \xrightarrow{v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x}$$

$$v_x^2 - 36 \Rightarrow v_0 = 6m/s, 2a = 4 \Rightarrow a = 2m/s^2$$

۲ اکنون با داشتن سرعت اولیه و شتاب، جابه جایی در ۲ ثانیه اول خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 + 6 \times 2 \Rightarrow \Delta x = 16m$$

۳ ۳۵۹ A

یادآوری معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت $(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0)$ یک

تابع درجه ۲ است و نمودار آن سهمی است. اگر ضریب t^2 مثبت باشد یعنی شتاب مثبت باشد، دهانه نمودار رو به بالا و اگر منفی باشد دهانه نمودار رو به پایین است.

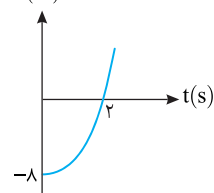
با توجه به معادله $x = t^2 + 3t + 4$ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = +2m/s^2, v_0 = 3m/s, x_0 = 4m$$

شتاب مثبت است $a = 2m/s^2$ ، بنابراین دهانه نمودار باید رو به بالا باشد، سرعت اولیه $+3m/s$ است یعنی شیب خط مماس بر نمودار در $t = 0$ باید مثبت باشد و مکان اولیه $x = +4m$ است، بنابراین گزینه (۳) درست است.

۴ ۳۶۰ A

x(m)



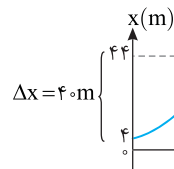
خط فکری به نمودار نگاه کنید با توجه به

فرض مسئله $v_0 = 0$ بوده و در مدت ۲s متحرک جابه جایی $+8m$ را طی کرده است بنابراین به کمک معادله مستقل از شتاب، سرعت در لحظه $t = 2s$ به راحتی به دست می آید.

داده های روی نمودار را در معادله مستقل از

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 8 = \frac{v + 0}{2} \times 2 \Rightarrow v = 8m/s$$

۱ ۳۶۱ B



۱ نمودار سهمی است،

بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است از طرفی شیب خط مماس در $t = 0$ برابر ۲ است یعنی سرعت اولیه جسم برابر

$v_0 = 2m/s$ است به کمک معادله طلایی مستقل از شتاب، سرعت در لحظه $t = 1s$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow 4 = \frac{v + 2}{2} \times 1 \Rightarrow v = 6m/s$$

را به دست می آوریم.

۲ حرکت دارای شتاب ثابت است و شتاب متوسط در تمام بازه های زمانی یکسان

$$a_{av} = a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{6 - 2}{1} = 4m/s^2$$

است.

۳ ۳۵۴ B

۱ سرعت اتومبیل پس از ترمز در طی x متر، از v به $\frac{v}{4}$ رسیده، بنابراین طبق معادله

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow (\frac{v}{4})^2 - v^2 = 2ax \Rightarrow -\frac{15}{8}v^2 = 2ax \quad (1)$$

مستقل از زمان داریم: (۱)

در کل مسیر ترمز گرفتن سرعت متحرک از v به صفر خواهد رسید بنابراین

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 - v^2 = 2ax' \Rightarrow -v^2 = 2ax' \quad (2)$$

خواهیم داشت: (۲) با تقسیم رابطه (۱) و (۲) دو برهم داریم:

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{-\frac{15}{8}v^2}{-v^2} = \frac{x}{x'} \Rightarrow x' = \frac{4}{3}x$$

۳ ۳۵۵ B

خط فکری در صورت مسئله، حرفی از زمان نیست بنابراین معادله مستقل از زمان اولین انتخاب است. برای AB و AC و DB معادله مستقل از زمان را برحسب a و L بنویسید و مسئله را حل کنید.

۱ سرعت متحرک پس از طی مسافت l با شتاب ثابت از $5m/s$ به $15m/s$

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 225 - 25 = 2aL \Rightarrow 100 = aL \quad (I)$$

می رسد، بنابراین: (I)

۲ حال از A تا C متحرک با همان شتاب و با سرعت $v_A = 5m/s$ پس از مسافت

$\frac{l}{4}$ به نقطه C رسیده بنابراین:

$$v_C^2 - v_A^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_C^2 - 25 = 2a \frac{l}{4} \Rightarrow v_C^2 - 25 = \frac{aL}{2} \quad (II)$$

۳ رابطه (I) و (II) را بر هم تقسیم کنیم تا v_C را به دست بیاوریم.

$$\frac{100}{v_C^2 - 25} = \frac{aL}{\frac{aL}{2}} \Rightarrow v_C^2 = 75 \Rightarrow v_C = 5\sqrt{3}m/s$$

۴ متحرک از D تا B مسافت $\frac{l}{4}$ را با همان شتاب طی کرده و در نقطه B سرعتش

به $15m/s$ می رسد:

$$v_B^2 - v_D^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 225 - v_D^2 = 2a \frac{l}{4} \xrightarrow{aL=100} 225 - v_D^2 = 50$$

$$\Rightarrow v_D^2 = 175 \Rightarrow v_D = 5\sqrt{7}m/s$$

۲ ۳۵۶ B

۱ بعد از این همه تست یاد گرفته ایم که در معادله حرکت با شتاب ثابت ضریب

t^2 نصف شتاب $(\frac{1}{2}a)$ و ضریب t ، سرعت اولیه است از این رو:

$$x = 2t^2 - 16t + 5 \Rightarrow a = 4m/s^2, v_0 = -16m/s$$

۲ بنابراین معادله سرعت - زمان و لحظه تغییر جهت خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 16 \xrightarrow{v=0} 0 = 4t - 16 \Rightarrow t = 4s$$

۳ حال مکان متحرک را در لحظه تغییر جهت به دست می آوریم:

$$x' = 2(4)^2 - 16(4) + 5 = -27m$$

۴ بنابراین فاصله متحرک از $x = -27m$ برابر است با:

$$|x' - x| = |-27 - (-2)| = 25m$$

۲ ۳۵۷ B

خط فکری دو ثانیه اول یعنی بازه زمانی بین صفر تا ۲s و ثانیه سوم یعنی بازه زمانی در

$t = 2s$ تا $t = 3s$ ، سرعت در لحظه های صفر، ۲s و ۳s را به دست بیاورید سپس به کمک

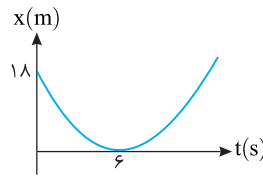
رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت $(v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2})$ ، سرعت متوسط در دو ثانیه

اول و ثانیه سوم را حساب کنید و تفاضل آنها را برابر $6m/s$ قرار دهید و مسئله را حل کنید.

۱ سرعت ها را حساب می کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \rightarrow v_1 = v_0 \\ t=2s \rightarrow v_2 = 2a + v_0 \\ t=3s \rightarrow v_3 = 3a + v_0 \end{cases}$$

۲ ۳۶۲ A



۱ در لحظه $t=6s$ نمودار بر محور زمان مماس شده است یعنی در این لحظه شیب خط مماس بر نمودار صفر بوده و سرعت در این لحظه صفر است.

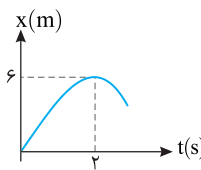
۲ به کمک معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} t \Rightarrow -18 = \frac{0+v_0}{2} \times 6 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

۳ شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-(-6)}{6} \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

۳ ۳۶۳ A



یادآوری در نقاط کمینه و بیشینه نمودار مکان - زمان سرعت لحظه‌ای صفر است.

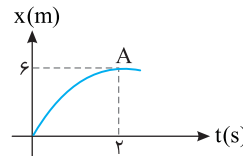
۱ سرعت در لحظه $t=2s$ برابر صفر است. به کمک معادله طلایی مستقل از شتاب، سرعت اولیه را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 6 = \frac{0+v_0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

۲ شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-6}{2} = -3 \text{ m/s}^2$$

بازی با سوال شکل زیر که قسمتی از یک سهمی است، نمودار مکان-زمان یک متحرک را نشان می‌دهد. اگر نقطه A ماکزیم نمودار باشد، معادله سرعت-زمان متحرک کدام است؟



- (۱) $v = 3 - 6t$
 (۲) $v = 6 + 3t$
 (۳) $v = 3 + 6t$
 (۴) $v = 6 - 3t$

پایان نمودار مکان-زمان بخشی از یک سهمی است، بنابراین حرکت دارای شتاب ثابت است و به کمک رابطه‌های حرکت با شتاب ثابت پرسش را حل می‌کنیم. در نقطه بیشینه نمودار مکان-زمان، سرعت صفر است.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 6 = \frac{0+v_0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-6}{2} = -3 \text{ m/s}^2$$

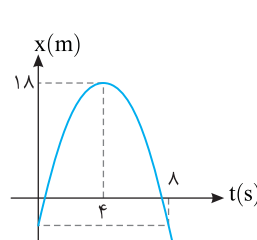
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -3t + 6$$

معادله سرعت-زمان خواهد شد:

گزینه ۴

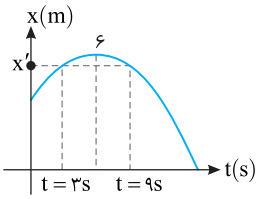
۳ ۳۶۴ B

خط فکری شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت است و می‌دانیم نمودار سهمی نسبت به رأس آن متقارن می‌باشد و در فاصله‌های زمانی یکسان نسبت به رأس اندازه شیب‌ها یکسان است بنابراین شما باید به دنبال نقطه‌ای که با $t=0$ متقارن است بگردید.



به نمودار نگاه کنید رأس سهمی در $t=4s$ اتفاق افتاده و بنابراین لحظه متقارن با صفر ($t=0$) لحظه $t=8s$ است و در این لحظه شیب خط مماس بر نمودار قرینه شیب خط مماس در لحظه $t=0$ بوده یعنی بزرگی سرعت در $t=8s$ با بزرگی سرعت در $t=0$ برابر است.

۱ ۳۶۵ B

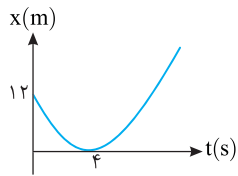


نمودار سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس متقارن است. به نمودار نگاه کنید لحظه رأس سهمی $t=6s$ است و لحظه‌های $t=3s$ و $t=9s$ در دو طرف آن متقارن هستند از این رو مکان متحرک در $t=3s$ و $t=9s$ که فاصله یکسانی

از رأس سهمی $t=6s$ دارند با هم برابر است بنابراین جابه‌جایی در این بازه زمانی صفر است.

$$\Delta x = x_{(9)} - x_{(3)} = x' - x' = 0$$

۳ ۳۶۶ A



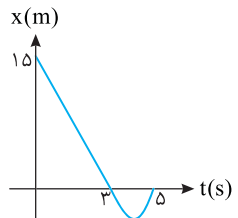
۱ در لحظه $t=4s$ که نمودار مماس بر محور زمان است، سرعت لحظه‌ای متحرک صفر است از این رو به کمک معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی)، سرعت اولیه به راحتی به دست می‌آید.

$$x = \frac{v+v_0}{2} t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{0+v_0}{2} \times 4 + 12 \Rightarrow -2v_0 = 12 \Rightarrow v_0 = -6 \text{ m/s}$$

نکته هرگاه نمودار مکان-زمان سهمی باشد در لحظه‌هایی که در فاصله یکسان از رأس سهمی هستند، سرعت‌ها قرینه هم است.

۲ لحظه $t=8s$ و لحظه $t=0$ در فاصله یکسان از رأس سهمی قرار دارند و تندی لحظه‌ای در آن‌ها یکسان است بنابراین بدون استفاده از فرمول دیگری، می‌توان گفت سرعت در لحظه $t=8s$ برابر $+6 \text{ m/s}$ است.

۳ ۳۶۷ A



خط فکری محل تقاطع نمودار مکان-زمان با محور قائم برابر مکان اولیه است. از طرفی مختصات هر نقطه روی نمودار باید در معادله مکان-زمان صدق کند بنابراین معادله نمودار را در آن قرار داده و مسئله را حل کنید.

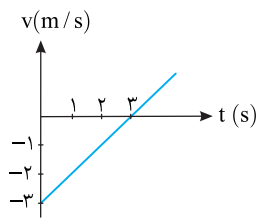
با توجه به نمودار مکان اولیه $x_0 = 15 \text{ m}$ و در لحظه‌های $t=3s$ و $t=5s$ متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) گذشته است و مختصات این نقاط باید در معادله صدق کند از این رو:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t=3s \Rightarrow 0 = \frac{9}{2} a + 3v_0 + 15 \\ t=5s \Rightarrow 0 = \frac{25}{2} a + 5v_0 + 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -8 \text{ m/s}$$

اکنون می‌توانیم معادله حرکت را بنویسیم: $x = t^2 - 8t + 15$

۳ ۳۶۸ B



شیب نمودار سرعت-زمان برابر شتاب است.

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-(-3)}{3} = 1 \text{ m/s}^2$$

سرعت اولیه متحرک $v_0 = -3 \text{ m/s}$ می‌باشد.

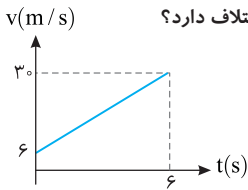
بنابراین معادله حرکت آن در SI به صورت

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} t^2 - 3t + x_0$$

که در همه گزینه‌ها مکان اولیه $x_0 = 0$ است و معادله به صورت $x = \frac{1}{2} t^2 - 3t$ خواهد بود.

بازرسی با سؤال - نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست در

حرکت است، مطابق شکل زیر است جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه سوم حرکت چند متر با جابه‌جایی در ۴s آغازین حرکت اختلاف دارد؟

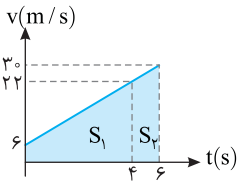


- (۱) ۲ متر، بیشتر
- (۲) ۲ متر، کمتر
- (۳) ۴ متر، بیشتر
- (۴) ۴ متر، کمتر

پاسخ ۱ ابتدا شتاب را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{3 - 6}{4} = -\frac{3}{4} \text{ m/s}^2$$

۲ ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t = 4\text{s}$ تا $t = 6\text{s}$ ، بنابراین سرعت در



ت = ۴s را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -\frac{3}{4} \times 4 + 6 = 3 \text{ m/s}$$

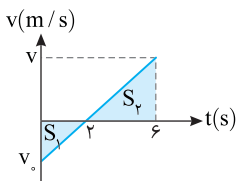
اینکون سطح زیر نمودار در بازه صفر تا ۴s و بازه ۴s تا ۶s را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{6+3}{2} \times 2 = 9 \text{ m}, \Delta x_2 = S_2 = \frac{3+0}{2} \times 2 = 3 \text{ m}$$

جابه‌جایی در ۲s ثانیه سوم آغازین حرکت ۴ متر کمتر است.

گزینه ۴

B ۳۷۲



خط فکری هرگاه تندی در حال افزایش باید حرکت تندشونده و هرگاه تندی در حال کاهش باشد حرکت کندشونده است. از طرفی به کمک سطح زیر نمودار $v-t$ می‌توان مسافت را حساب کرد. البته شما باید بین v_0 و v سرعت در هر لحظه صفر و ۶s رابطه‌ای به دست بیاورید.

۱ در بازه ۰ تا ۲s حرکت کندشونده و در بازه ۲s تا ۶s حرکت تندشونده است.

۲ با توجه به شیب نمودار یک رابطه ریاضی بین سرعت اولیه و سرعت در لحظه $t = 6\text{s}$ به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_0 - 0}{0 - 2} = \frac{v - 0}{6 - 2} \Rightarrow v = -2v_0$$

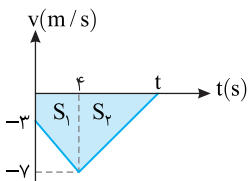
۳ سطح S_1 و S_2 را بر حسب v_0 و v به دست آورده بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$l_2 = |S_2| = \left| \frac{v \times (6-2)}{2} \right| = 2v \text{ تندشونده}$$

$$l_1 = |S_1| = \left| \frac{v_0 \times 2}{2} \right| = v_0 \text{ کندشونده}$$

$$\frac{l_2}{l_1} = \left| \frac{2v}{v_0} \right| = \frac{2 \times 2v_0}{v_0} = 4$$

A ۳۷۳



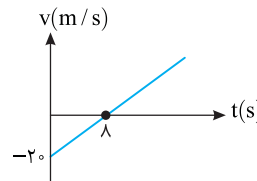
سطح بین نمودار سرعت زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است، سطح S_1 و S_2 را به دست آورده با هم جمع کرده و برابر ۲۷m قرار می‌دهیم.

$$|d| = |S| = |S_1| + |S_2| = \left| \frac{-3 + (-7)}{2} \times 4 \right| + \left| \frac{-7 \times (5-4)}{2} \right|$$

$$+ 20 + 3/2 \times 1 = 27 \Rightarrow t = 6\text{s}$$

دقت کنید که جابه‌جایی منفی (۲۷m) است.

B ۳۶۹



۱ داده‌های روی نمودار را در رابطه شتاب قرار می‌دهیم و شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - (-20)}{\lambda} \Rightarrow a = \frac{20}{\lambda} \text{ m/s}^2$$

۲ با توجه به فرض مسئله در لحظه $t = 0$ مکان متحرک $x_0 = 0$ و با توجه به نمودار

$v_0 = -20 \text{ m/s}$ است بنابراین به کمک معادله مکان - زمان، مکان متحرک در لحظه $t = 20\text{s}$ را حساب می‌کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times \frac{20}{\lambda} \times 400 + (-20) \times 20 + 0 \Rightarrow x = 1000 \text{ m}$$

B ۳۷۰

۱ شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{-9 - 12}{21} \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$

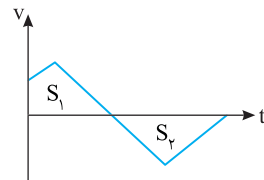
۲ سرعت در لحظه $t = 6\text{s}$ و $t = 12\text{s}$ را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 6\text{s} \rightarrow v = -1 \times 6 + 12 \Rightarrow v_1 = +6 \text{ m/s} \\ t_2 = 12\text{s} \rightarrow v = -1 \times 12 + 12 \Rightarrow v_2 = 0 \end{cases}$$

۳ جابه‌جایی را به کمک معادله مستقل از شتاب به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} t \Rightarrow \Delta x = \frac{6 + 0}{2} \times (12 - 6) \Rightarrow \Delta x = 18 \text{ m}$$

روش دیگر:



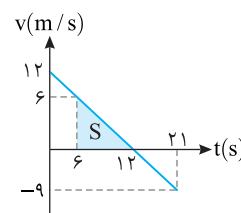
یادآوری سطح محصور بین نمودار

سرعت - زمان و محور زمان به ما جابه‌جایی و مسافت متحرک را می‌دهد.

$$d = S_1 + S_2 + \dots$$

$$l = |S_1| + |S_2| + \dots$$

سرعت در لحظه $t = 6\text{s}$ و $t = 12\text{s}$ را به کمک شیب نمودار حساب می‌کنیم.



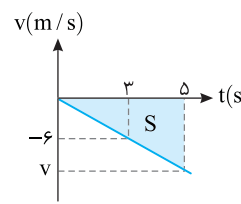
$$\frac{-9 - 12}{21 - 0} = \frac{v_1 - 12}{6 - 0} \Rightarrow -1 = \frac{v_1 - 12}{6} \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}$$

$$\frac{-9 - 12}{21 - 0} = \frac{v_2 - 12}{12 - 0} \Rightarrow -1 = \frac{v_2 - 12}{12} \Rightarrow v_2 = 0$$

$$\Delta x = S = \frac{6 \times 6}{2} = 18 \text{ m} \text{ سطح زیر نمودار از } t = 6\text{s} \text{ تا } t = 12\text{s} \text{ را حساب می‌کنیم.}$$

B ۳۷۱

۱ به کمک شیب خط، سرعت در لحظه $t = 5\text{s}$ را به دست می‌آوریم.

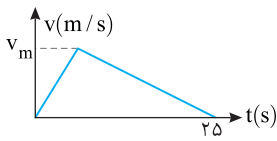


$$\frac{v - 0}{5 - 0} = \frac{-6 - 0}{3 - 0} \Rightarrow v = -10 \text{ m/s}$$

۲ مسافت طی شده را به کمک سطح

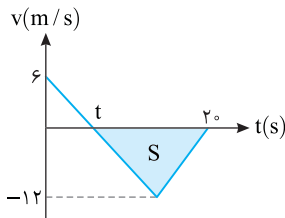
محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان به دست می‌آوریم.

$$l = |S| = \left| \frac{-10 \times 5}{2} \right| = 25 \text{ m}$$



میانبر ← در نمودارهای

سرعت - زمان که به شکل مثلث از مبدأ زمان شروع می‌شوند، همواره بیشینه سرعت دو برابر سرعت متوسط است.
 $v_m = 2v_{av}$



خط فکری ← مدتی که متحرک

در خلاف جهت محور X در حرکت است یعنی مدت زمانی که سرعت متحرک منفی است با توجه به شکل در بازه t تا 20s سرعت منفی است. شما باید سطح S را به دست بیاورید

تا بتوانید سرعت متوسط را حساب کنید. نیازی به محاسبه t وجود ندارد و مسئله بسیار ساده است دقت کنید.

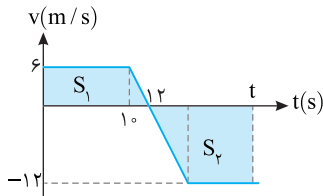
سطح S را حساب می‌کنیم.
 $\ell = |S| = \frac{12 \times (20 - t)}{2} \Rightarrow \ell = 6(20 - t)$

تندی متوسط را به دست می‌آوریم:
 $S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{6 \times (20 - t)}{20 - t} \Rightarrow S_{av} = 6 \text{ m/s}$

B ۳۷۹

خط فکری ← هنگامی که متحرک مجدداً از مبدأ حرکتش می‌گذرد، جابه‌جایی آن

صفر است. از این رو باید لحظه‌ای را به دست آورد که سطح زیر نمودار برابر صفر شود در واقع باید در لحظه فرضی t، سطح زیر نمودار S_1 و S_2 برابر و قرینه هم باشند.



قرار است سطح S_1 و S_2 هم‌اندازه باشد از این رو مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow |S_1| = |S_2| \Rightarrow \ell = 2|S_1|$$

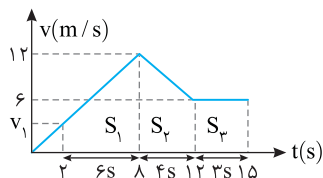
بنابراین کافی است سطح S_1 را به دست بیاورید و مقدار آن را دو برابر کنید. یعنی نیازی

به یافتن لحظه t نداریم.
 $\ell = 2S_1 = 2 \times \frac{10 + 12}{2} \times 6 = 132 \text{ m}$

B ۳۸۰

۱ به کمک شیب خط سرعت در لحظه $t = 2s$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{12 - 0}{8 - 0} = \frac{v_1 - 0}{2 - 0} \Rightarrow v_1 = 3 \text{ m/s}$$



۲ جابه‌جایی متحرک را در بازه $t = 2s$ تا $t = 15s$ به کمک سطح زیر نمودار به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \Delta x = \frac{3 + 12}{2} \times 6 + \left(\frac{12 + 6}{2}\right) \times 4 + 6 \times 3$$

$$\Rightarrow \Delta x = 45 + 36 + 18 \Rightarrow \Delta x = 99 \text{ m}$$

۳ اکنون می‌توان مکان متحرک در لحظه $t = 15s$ را حساب کرد:

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 \Rightarrow 99\hat{i} = \vec{x}_2 - 6\hat{i} \Rightarrow x_2 = 105\hat{i}$$

A ۳۷۴

خط فکری ← شتاب برابر شیب نمودار سرعت - زمان است و در بازه صفر تا ۱۲s

شیب خط نمودار مثبت بنابراین شتاب مثبت است و باید مسافت طی شده در بازه ۰ تا ۱۲s را به کمک سطح زیر نمودار حساب کنید.

۱ لحظه t را به کمک شیب خط به دست می‌آوریم.

$$\frac{0 - (-5)}{t - 0} = \frac{15 - 0}{12 - t} \Rightarrow 3t = 12 - t \Rightarrow t = 3s$$

۲ اکنون سطح‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow \ell = \frac{5 \times 3}{2} + \frac{15 \times 9}{2}$$

$$\Rightarrow \ell = 75/2 + 67.5 = 75 \text{ m}$$

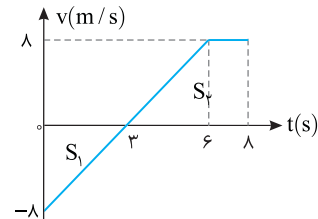
B ۳۷۵

خط فکری ← بنا به تعریف، سرعت متوسط برابر جابه‌جایی تقسیم بر زمان جابه‌جایی

است $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. از طرفی جابه‌جایی برابر سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان است. شما باید به کمک سطح زیر نمودار جابه‌جایی را پیدا کنید و سرعت متوسط را بیابید.

۱ جابه‌جایی خواهد شد:
 $\Delta x = S = \frac{-8 \times 3}{2} + \frac{5 + 2}{2} \times 8 = -12 + 28 = 16 \text{ m}$

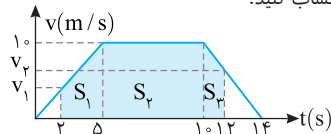
۲ سرعت متوسط برابر است با:
 $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16}{8} = 2 \text{ m/s}$



B ۳۷۶

خط فکری ← باید به کمک شیب خط، سرعت در لحظه‌های $t = 2s$ و $t = 12s$ را

به دست بیاورید سپس به کمک سطح زیر نمودار، جابه‌جایی را حساب کرده و در آخر سرعت متوسط را حساب کنید.



۱ سرعت در لحظه $t = 2s$:
 $\frac{10 - 0}{14 - 0} = \frac{v_1 - 0}{2 - 0} \Rightarrow v_1 = 4 \text{ m/s}$

۲ سرعت در لحظه $t = 12s$:
 $\frac{0 - 10}{14 - 0} = \frac{v_2 - 10}{12 - 14} \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$

۳ جابه‌جایی در بازه $t = 2s$ تا $t = 12s$:

$$\Delta x = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \Delta x = \frac{10 + 4}{2} \times 2 + 10 \times 5 + \frac{10 + 5}{2} \times 2$$

$$\Delta x = 21 + 50 + 15 \Rightarrow \Delta x = 86 \text{ m}$$

۴ سرعت متوسط خواهد شد:
 $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{86}{12 - 2} \Rightarrow v_{av} = 8.6 \text{ m/s}$

A ۳۷۷

۱ سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی

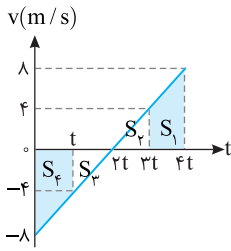
است از این رو:
 $\Delta x = S = \frac{v \times 25}{2}$

۲ سرعت متوسط 10 m/s است به

کمک تعریف سرعت متوسط، v را حساب می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{v \times 25}{2 \times 25} \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۲ ۳۸۴ A



متحرک دارای شتاب ثابت است و در گزینه (۱) و (۳) تغییر جهت نداده است اما در گزینه (۲) سرعت ابتدا از -4m/s به صفر رسیده و سپس از صفر به 4m/s می‌رسد، بنابراین مسافت طی شده در گزینه (۱) و (۳) برابر و در گزینه (۲) بیشتر از گزینه‌های (۱) و (۳) است. البته با رسم نمودار سرعت - زمان مسئله را واضح‌تر توضیح می‌دهیم.

۱ مسافت طی شده در بازه زمانی تغییر سرعت از 4m/s تا 4m/s برابر سطح $|S_1|$ است.

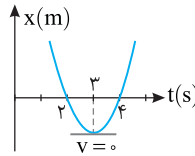
۲ مسافت طی شده در بازه زمانی تغییر سرعت از -4m/s تا 4m/s برابر مجموع سطحها $|S_1| + |S_2| + |S_3|$ است.

۳ مسافت طی شده در بازه زمانی تغییر سرعت از -4m/s تا -8m/s برابر سطح $|S_4|$ است.

بنابراین مسافت طی شده در گزینه (۲) از بقیه حالت‌ها بیشتر است.

۳ ۳۸۵ C

معادله $x = t^2 - 6t + 8$ تابع درجه ۲ است، ریشه‌ها و مختصات رأس سهمی را به دست می‌آوریم و نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم.



$$x = t^2 - 6t + 8$$

$$\Rightarrow x = (t-2)(t-4) \xrightarrow{x=0} t=2\text{s}, t=4\text{s}$$

رأس سهمی که جهت حرکت تغییر می‌کند برابر است با $t = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3\text{s}$

قبل از لحظه $t = 3\text{s}$ متحرک در جهت منفی محور در حرکت است و در $t > 3\text{s}$ متحرک در جهت مثبت محور در حرکت است یعنی در تمام بازه‌های زمانی قبل از 3s و تمام بازه‌های زمانی بعد از 3s که تغییر جهت وجود ندارد تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط یکی است.

بازر با سوال - معادله مکان - زمان متحرکی در SI که روی خط راست

حرکت می‌کند به صورت $x = t^2 - 3t$ است. مسافت طی شده در ثانیه سوم چند

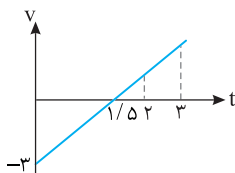
برابر جابه‌جایی در ثانیه سوم است؟

علامت سرعت تغییر می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 3t \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2, v_0 = -3\text{m/s}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow v = 2t - 3 \xrightarrow{v=0} 0 = 2t - 3 \Rightarrow t = 1.5\text{s}$$

لحظه تغییر جهت $t = 1.5\text{s}$ است. اما ثانیه سوم یعنی $t = 3\text{s}$ تا $t = 3\text{s}$ و در این بازه متحرک تغییر جهت نمی‌دهد بنابراین جابه‌جایی و مسافت در ثانیه سوم با هم برابر است.



گزینه ۱

۱ ۳۸۱ B

۱ به کمک شیب خط لحظه t_1 که سرعت صفر می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$\frac{0 - (-20)}{t_1 - 0} = \frac{12 - 0}{4 - t_1}$$

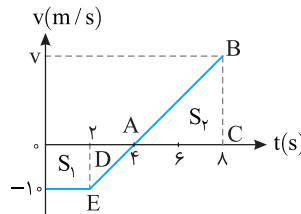
$$\Rightarrow \frac{20}{t_1} = \frac{12}{4 - t_1} \Rightarrow 20(4 - t_1) = 12t_1 \Rightarrow 80 - 20t_1 = 12t_1 \Rightarrow 80 = 32t_1 \Rightarrow t_1 = 2.5\text{s}$$

۲ قرار است متحرک به مکان شروع حرکتش برگردد یعنی جابه‌جایی متحرک صفر شود ($\Delta x = 0$). در واقع سطح زیر نمودار باید تا لحظه مورد نظر صفر شود، بنابراین مساحت S_1 و S_2 باید هم اندازه باشد.

$$|S_1| = |S_2| \Rightarrow \left| \frac{-20 \times 2.5}{2} \right| = \left| \frac{(t - 2.5) + (t - 4)}{2} \times 12 \right|$$

$$25 = 12t - 39 \Rightarrow 12t = 64 \Rightarrow t = \frac{16}{3}$$

۲ ۳۸۲ C



۱ به کمک شیب خط EB سرعت در لحظه $t = 8\text{s}$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{0 - (-1)}{4 - 2} = \frac{v - 0}{8 - 4}$$

$$\Rightarrow v = 2\text{m/s}$$

۲ متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان $x = 0$ با سرعت منفی شروع به حرکت کرده و به مدت 4s در حال دور شدن از مبدأ است. جابه‌جایی متحرک در این 4s را به کمک سطح زیر نمودار حساب می‌کنیم.

۳ در لحظه $t = 4\text{s}$ ، سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد و به سوی مبدأ بازمی‌گردد و در بازه 4s تا 8s به اندازه مقدار زیر در جهت مثبت محور حرکت می‌کند.

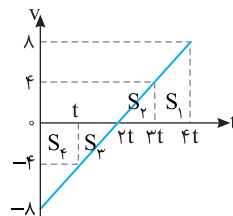
۴ پس متحرک در بازگشت از مبدأ گذشته و در $t = 8\text{s}$ در مکان $x = -3 + 4 = 1\text{m}$ مبدأ است، پس در $t = 4\text{s}$ فاصله متحرک از مبدأ از بقیه لحظه‌ها بیشتر است.

۴ ۳۸۳ A

در هر سه گزینه $v_1^2 = (\pm 8)^2 = 64$ و $v_0^2 = (\pm 4)^2 = 16$ بوده و با توجه به معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) $v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ ، جابه‌جایی در هر سه حالت برابر است با:

$$\Delta x = \frac{64 - 16}{2a} = \frac{24}{a}$$

روش استفاده از نمودار:



ابتدا دقت کنید که حرکت با شتاب ثابت است و در بازه زمانی یکسان تغییرات سرعت یکسان است یعنی بازه زمانی تغییر سرعت از -4m/s تا -4m/s تا -8m/s و 0 یکسان و برابر t است.

بزرگی جابه‌جایی برابر سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان است.

سطح S_1 و سطح S_2 با هم برابر است زیرا دو دوزنقه با قاعده‌های برابر و ارتفاع t

هستند و جابه‌جایی در گزینه (۱) و (۳) برابر است.

در تغییر سرعت از -4m/s تا 4m/s سطح زیر نمودار خواهد شد.

$$(S_1 + S_2) + S_3 = \frac{4 + 4}{2}t + \frac{4 \times t}{2} + \frac{-4 \times t}{2} = 6t$$

بنابراین در سه حالت جابه‌جایی یکسان است. البته روش اول بسیار منطقی و کوتاه‌تر است.

B ۳۸۶ ۲

راه حل اول: با توجه به معادله مکان - زمان جابه‌جایی در ثانیه سوم یعنی جابه‌جایی در بازه $t=2s$ تا $t=3s$ برابر است با:

$$\Delta x = x_{t=3s} - x_{t=2s} = (3)^2 - 3(3) - (2^2 - 3(2)) = 9 - 9 - 4 + 6 = 2m$$

با مقایسه معادله حرکت با شتاب ثابت و معادله داده شده در مسئله، سرعت اولیه و شتاب را مشخص می‌کنیم.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = t^2 - 3t \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2m/s^2, v_0 = -3m/s$$

ثانیه دوم یعنی بازه $t=1s$ تا $t=2s$ مکان در این دو لحظه را به دست می‌آوریم:

$$t=1s \Rightarrow x = 1 - 3 = -2m, \quad t=2s \Rightarrow x = 4 - 6 = -2m$$

بررسی می‌کنیم که آیا متحرک در این بازه تغییر جهت داده است؟ از این رو معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$v = 2t - 3 \xrightarrow{v=0} 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1.5s$$

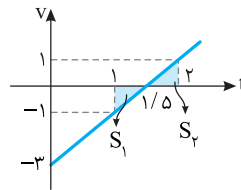
$$x = t^2 - 3t \Rightarrow x = (1.5)^2 - 3(1.5) = 2.25 - 4.5 = -2.25m$$

اکنون مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.

$$\ell = 0.25 + 0.25 = 0.5m$$

بنابراین:

$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{0.5}{2} = \frac{1}{4}$$



راه حل دوم: بهترین روش برای حل

مسائل مربوط به مسافت طی شده رسم نمودار سرعت - زمان است. مسافت طی شده برابر مجموع مساحت‌های زیر نمودار $v-t$ است، بنابراین ابتدا نمودار معادله $v = 2t - 3$ را رسم می‌کنیم.

در ثانیه دوم یعنی بازه $t=1s$ تا $t=2s$ ، سرعت این دو لحظه را روی نمودار مشخص کرده و مساحت مثلث‌های S_1 و S_2 را به هم جمع می‌کنیم.

$$v = 2t - 3 \begin{cases} \xrightarrow{t=1s} v_1 = -1m/s \\ \xrightarrow{t=2s} v_2 = 1m/s \end{cases}$$

$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow L = \frac{1 \times 0.5}{2} + \frac{1 \times 0.5}{2} = 0.5m$$

بازی با سوال: معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت

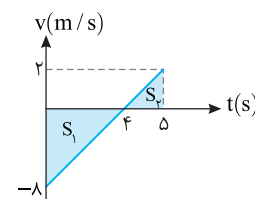
$$x = t^2 - 8t + 15 \quad \text{است. مسافت طی شده در مدت صفر تا ۵s چند متر است؟}$$

(۱) صفر (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۶

پایان: ابتدا معادله سرعت زمان را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0, \quad x = t^2 - 8t + 15$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2m/s^2, v_0 = -8m/s \Rightarrow v = 2t - 8$$



نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم.

$$v = 2t - 8 \xrightarrow{v=0} t = 4s$$

سرعت در $t = 5s$ برابر است با:

$$v = 2 \times 5 - 8 = 2m/s$$

اکنون قدر مطلق سطح‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\ell = S_1 + S_2 = \frac{8 \times 4}{2} + \frac{2 \times 1}{2} = 16 + 1 = 17m$$

گزینه ۳

B ۳۸۷ ۳

۱ ابتدا لحظه تغییر جهت را حساب می‌کنیم.

$$v = 0 \Rightarrow -2t + 8 = 0 \Rightarrow t = 4s$$

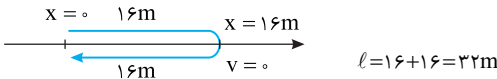
۲ مکان اولیه را به دلخواه مبدأ می‌گیریم و مکان تغییر جهت را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)(4)^2 + 8 \times 4 = 16m$$

۳ در لحظه $t = 8s$ نیز مکان را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)(8)^2 + 8 \times 8 = 0$$

۴ با توجه به نمودار روبه‌رو مسافت طی شده برابر است با:



$$\ell = 16 + 16 = 32m$$

۵ تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{32}{8} = 4m/s$$

روش بهتر رسم نمودار سرعت - زمان:

سرعت در لحظه صفر و ۸s و لحظه‌ای که

سرعت صفر می‌شود را حساب کرده و نمودار

$v-t$ را رسم می‌کنیم و به کمک سطح زیر

نمودار تندی را به دست می‌آوریم.

$$v = -2t + 8 \begin{cases} \xrightarrow{t=0} v = +8m/s \\ \xrightarrow{v=0} 0 = -2t + 8 \Rightarrow t = 4s \\ \xrightarrow{t=8s} v = -2 \times 8 + 8 = -8m/s \end{cases}$$

مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell = |S_1| + |S_2| = \frac{8 \times 4}{2} + \frac{8 \times 4}{2} = 32m$$

تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{32}{8} = 4m/s$$

B ۳۸۸ ۳

نقطه نظر: مسافت طی شده متحرک با شتاب ثابت $a = 4m/s^2$ در یک بازه

زمانی ۳۸۸m است. سرعت اولیه که در خلاف جهت محور است برابر $-20m/s$ بوده

و متحرک در این لحظه از مبدأ مکان ($x_0 = 0$) می‌گذرد. بنابراین به نظر می‌رسد با

نوشتن معادله سرعت - زمان و رسم نمودار سرعت - زمان به کمک سطح زیر نمودار

می‌تواند لحظه‌ای که مسافت طی شده به ۳۸۸m می‌رسد را به دست آورد.

۱ معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 20$$

۲ نمودار را رسم می‌کنیم.

$$v = 0 \Rightarrow 4t - 20 = 0 \Rightarrow t = 5s$$

۳ با توجه به فرض مسئله، مسافت طی

شده برابر است با:

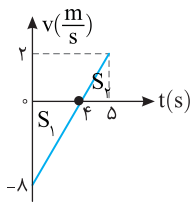
$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow 388 = \left| \frac{-20 \times 5}{2} \right| + \left| \frac{(4t - 20)(t - 5)}{2} \right|$$

$$388 = (2t - 10)(t - 5) \Rightarrow 388 = 2(t - 5)(t - 5)$$

$$169 = (t - 5)^2 \Rightarrow t - 5 = 13 \Rightarrow t = 18s$$

۴ تندی در لحظه $t = 18s$ خواهد شد:

$$v = 4t - 20 \Rightarrow v = 4 \times 18 - 20 = 52m/s$$



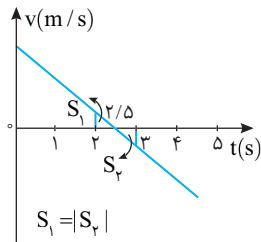
۵. برای به دست آوردن تندی متوسط نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم تا با استفاده از سطح زیر نمودار مسافت به دست آید:

$$\ell = |S_1| + |S_2|$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{4 \times 2}{2} + \frac{1 \times 2}{2} = 16 + 1 = 17 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{17}{5} \text{ m/s}$$

۶. تندی متوسط برابر است با:



خط فکری ۱. با رسم نمودار $v-t$

متحرک، وضعیت حرکت را بررسی می‌کنیم. برای این منظور با توجه به منفی بودن شتاب، شیب نمودار منفی خواهد بود. از طرفی چون جابه‌جایی در ثانیه سوم (۳s تا ۲s) حرکت صفر است، یعنی در نیمی از آن جابه‌جایی مثبت و در

نیمی از آن جابه‌جایی منفی است بنابراین مطابق شکل مقابل باید در لحظه $t = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$ متحرک تغییر جهت داده باشد تا سطح زیر نمودار در بازه‌های ۲s تا $\frac{5}{2}$ و $\frac{5}{2}$ تا ۳s برابر باشد، زیرا مجموع جابه‌جایی در ثانیه سوم صفر است.

۷. نکته: در حرکت شتاب ثابت که مسافت و یا تندی خواسته می‌شود باید نمودار $v-t$ را رسم کرده و از روی سطح زیر نمودار مسافت را حساب کنید.

تندی متحرک در $t = \frac{2}{5}$ صفر شده و شتاب حرکت $a = -4 \text{ m/s}^2$ است. برای رسم نمودار $v-t$ و محاسبه مسافت در بازه $t_1 = 2\text{s}$ تا $t_2 = 4\text{s}$ باید تندی در

$t = 2\text{s}$ و $t = 4\text{s}$ حساب شود:

$$\begin{cases} t_1 = 2/5\text{s}, v_1 = 0 \\ a = -4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_2 = a\Delta t + v_1 \xrightarrow{\Delta t = t_2 - t_1} \\ t_2 = 4\text{s} \end{cases}$$

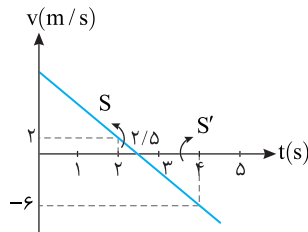
$$v_2 = -4 \times 1/5 + 0 \Rightarrow v_2 = -6 \text{ m/s}$$

$$\begin{cases} t_1 = 2\text{s}, v_1 = ? \\ a = -4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v_2 = a\Delta t + v_1 \xrightarrow{\Delta t = t_2 - t_1} \\ t_2 = 2/5\text{s}, v_2 = 0 \end{cases}$$

$$0 = -4 \times 0/5 + v_1 \Rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s}$$

نمودار $v-t$ را رسم کرده و سطح زیر نمودار بین ثانیه‌های ۲s تا $\frac{5}{2}$ و $\frac{5}{2}$ تا ۴s را حساب کرده

$$S = \frac{0/5 \times 2}{2} = 0/5 \text{ m}, \quad |S'| = \frac{1/5 \times 6}{2} = 4/5 \text{ m}$$



مجموع قدر مطلق سطح زیر نمودار $v-t$ برابر مسافت طی شده است:

$$\ell = S + |S'| \Rightarrow \ell = 0/5 + 4/5 = 5 \text{ m}$$

۸. میانبر: در حرکت با شتاب ثابت اگر جابه‌جایی یا سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 صفر شود، آن‌گاه در لحظه $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ متحرک تغییر جهت داده و تندی آن صفر می‌شود.

۳ ۳۹۱ A

۱. ابتدا به کمک معادله مکان - زمان سرعت اولیه را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (2)^2 + 2v_0 \Rightarrow v_0 = -3 \text{ m/s}$$

۲. اکنون لحظه و مکان تغییر جهت متحرک را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 3 \xrightarrow{v=0} t = \frac{3}{4} \text{ s}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 3 \times \left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow x = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} = -\frac{9}{8} \text{ m} = -1/125 \text{ m}$$

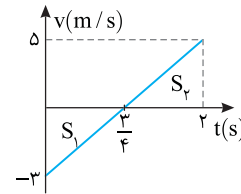
۳. با توجه به شکل مسافت طی شده خواهد شد.

$$\ell = 1/125 + 1/125 + 2 = 4/25 \text{ m}$$



روش رسم نمودار:

نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم.



مسافت طی شده برابر است با:

$$\ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow \ell = \left| -\frac{3 \times 3/4}{2} \right| + \left| \frac{5 \times (2 - 3/4)}{2} \right| \Rightarrow \ell = \frac{9}{8} + \frac{25}{8} \Rightarrow \ell = \frac{34}{8}$$

$$\Rightarrow \ell = 4/25 \text{ m}$$

۳ ۳۹۰ A

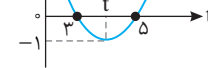
۱. در لحظه‌های $t = 3\text{s}$ و $t = 5\text{s}$ متحرک از مبدأ گذشته و در لحظه تغییر جهت (رأس سهمی $x-t$) مکان متحرک منفی بوده پس نمودار $x-t$ حرکت تقریباً به صورت زیر است.

یادداشت ریاضی: در نمودارهای سهمی مانند نمودار $x-t$ در حرکت با شتاب ثابت، رأس نمودار محور تقارن است بنابراین:

$$t_s = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

۲. با توجه به یادداشت ریاضی بالا لحظه t در نمودار $x-t$ برابر است با:

$$t = \frac{3+5}{2} = 4\text{s}$$



۳. با توجه به نمودار در $t = 4\text{s}$ سرعت

متحرک صفر شده و در بازه $t = 4\text{s}$ تا $t = 5\text{s}$ متحرک به اندازه $\Delta x = 0 - (-1) = 1\text{ m}$ جابه‌جا می‌شود. شتاب متحرک را با توجه به این اطلاعات حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t \xrightarrow{v_1=0, \Delta t=1\text{s}} 1 = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

۴. شتاب متحرک 2 m/s^2 و در $t = 4\text{s}$ سرعت متحرک صفر شده است، با توجه به این اطلاعات سرعت اولیه و سرعت در $t = 5\text{s}$ را حساب می‌کنیم:

$$t_2 = 4\text{s}, t_1 = 0: \quad v_2 = at + v_1 \xrightarrow{\Delta t = 4\text{s}} v_2 = 8 \text{ m/s}$$

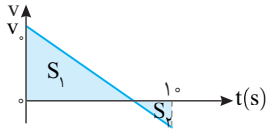
$$0 = 2 \times 4 + v_1 \Rightarrow v_1 = -8 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 5\text{s}, t_1 = 4\text{s}: \quad v_2 = at + v_1 \xrightarrow{\Delta t = 1\text{s}} v_2 = 10 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 2 \times 1 + 0 \Rightarrow v_2 = 2 \text{ m/s}$$

۴ ۳۹۳ A

خط فکری هرگاه تندی متوسط بزرگتر از سرعت متوسط باشد، مسافت طی شده بزرگتر از جابه‌جایی بوده و به این معنی است که متحرک در حین حرکت تغییر جهت داده است. برای محاسبه مسافت و تندی بهتر است نمودار $v-t$ کشیده شود که چون سرعت اولیه با توجه به سؤال در جهت محور x ها بوده (در جهت مثبت) و تغییر جهت داشته‌ایم، نمودار $v-t$ به صورت روبه‌رو می‌شود:

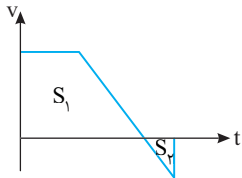


واضح است که چون سرعت اولیه مثبت است و متحرک تغییر جهت داده، شیب نمودار منفی می‌شود. حال با توجه به تعریف سرعت متوسط و تندی متوسط خواهیم داشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \Delta t$$

در بازه صفر تا $10s$ سرعت متوسط $7/5$ متر بر ثانیه است:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \ell = 8 \Delta m$$

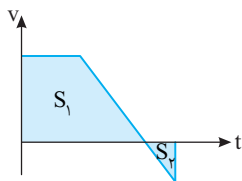


نکته در نمودار $v-t$ مسافت و جابه‌جایی متحرک با استفاده از سطح محصور بین نمودار و محور افقی به دست می‌آید:

$$\Delta x = S_1 + S_2, \quad \ell = |S_1| + |S_2|$$

مسافت و جابه‌جایی را می‌توان به کمک سطح زیر نمودار به دست آورد:

$$\begin{cases} \ell = S_1 + S_2 \Rightarrow 8\Delta = S_1 + S_2 \\ \Delta x = S_1 - S_2 \Rightarrow 7\Delta = S_1 - S_2 \\ \Rightarrow S_1 = 8\Delta m, S_2 = \Delta m \end{cases}$$

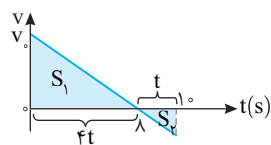


یادداشت ریاضی یکی از ابزارهای ریاضی مفید در محاسبات سطح زیر نمودار استفاده از تشابه مثلث‌ها است که در آن، مجذور نسبت ضلع‌ها برابر با نسبت مساحت‌هاست.

نسبت مساحت سطح زیر نمودار

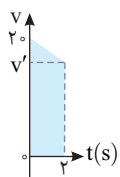
$$\frac{S_1}{S_2} = 16$$

در این دو بخش به صورت $16 = \frac{S_1}{S_2}$ است، پس نسبت ضلع‌های این دو مثلث متشابه 4 به 1 است.



$$\frac{t}{(10-t)} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4t = 10 - t \Rightarrow t = 2$$

$$S_1 = 8 \Delta m \Rightarrow \frac{v_0 \times 8}{2} = 8 \Delta \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$



برای به دست آوردن سطح زیر نمودار در 2 ثانیه اول نیاز به داشتن سرعت در ثانیه دوم داریم. به این منظور ابتدا شتاب حرکت را با توجه به شیب نمودار $v-t$ به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-20}{8} = -2.5 \text{ m/s}^2$$

حال مسافت $2s$ اول را حساب می‌کنیم:

$$v' = at + v_0 \Rightarrow v' = -5 + 20 \Rightarrow v' = 15 \text{ m/s}$$

$$\ell = \frac{(20+15)2}{2} = 35 \Delta m$$

بازی با سؤال

متحرکی با شتاب ثابت در مبدأ زمان با سرعت 18 m/s روی خط راست، در حرکت بوده و سرعت متوسط متحرک در ثانیه پنجم حرکت برابر با صفر است. تندی متوسط متحرک در بازه $t=0$ تا $t=10s$ چند متر بر ثانیه است؟

$$10/1 \quad (1) \quad 10/1 \quad (2) \quad 20 \quad (3) \quad 20/1 \quad (4)$$

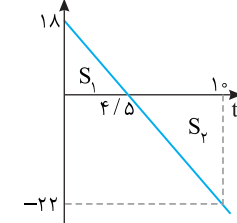
پایسج **نکته** هرگاه در حرکت با شتاب ثابت در یک بازه زمانی جابه‌جایی و یا سرعت متوسط صفر شود، در لحظه وسط بازه زمانی سرعت متحرک صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد.

در ثانیه پنجم بین بازه زمانی $t=4s$ تا $t=5s$ سرعت متوسط صفر شده است. بنابراین در لحظه $t=4/5s$ سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد. سرعت اولیه $v_0 = 18 \text{ m/s}$ و شتاب ثابت است. شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

معادله سرعت - زمان را نوشته، سرعت در لحظه $t=10s$ را حساب کرده نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

$$v = -4t + 18 \xrightarrow{t=10s} v = -40 + 18 \Rightarrow v = -22 \text{ m/s}$$

نکته مسافت طی شده را به دست می‌آوریم:



مسافت طی شده را به دست می‌آوریم:

$$\ell = |S_1| + |S_2| = \left| \frac{18 \times 4}{2} \right| + \left| \frac{-22 \times 5}{2} \right|$$

$$\ell = 9 \times 4 + 11 \times 5 / 2$$

$$\Rightarrow \ell = 40/2 + 60/2 \Rightarrow \ell = 100 \text{ m}$$

تندی متوسط خواهد شد:

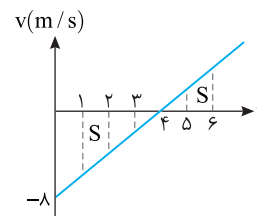
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10 \text{ m/s}$$

گزینه ۱

۲ ۳۹۲ C

هرگاه در یک حرکت با شتاب ثابت مسافت طی شده در دو بازه زمانی با هم برابر شود، آن‌گاه دقیقاً در وسط بازه زمانی از ابتدای بازه اول تا انتهای بازه دوم سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد.

خط فکری ثانیه سوم یعنی از $t=2s$ تا $t=3s$ و ثانیه ششم یعنی از $t=5s$ تا $t=6s$ مسافت‌ها یکسان است. بنابراین در لحظه $t=4s$ سرعت متحرک صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد. با توجه به صورت مسئله سرعت اولیه -8 m/s است، بنابراین شما باید نمودار سرعت - زمان را رسم کنید و تا لحظه $t=4s$ سطح زیر نمودار را حساب کنید.



سطح زیر نمودار خواهد شد:

$$\Delta x = S = \frac{-8 \times 4}{2} = -16 \text{ m}$$

مکان اولیه متحرک $x_0 = 20 \text{ m}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow -16 = x - 20 \Rightarrow x = 4 \text{ m}$$

۳ متحرک در مدت صفر تا ۰.۶s، ۱۸m مسافت طی کرده و مطابق نمودار ابتدا در مدت ۳s اول ۹m رفته و سپس از ۳s تا ۰.۶s، ۹m برگشته است.

۴ از صفر تا ۰.۳s، ۹m رفته بنابراین مکان اولیه آن خواهد شد:

$$16 - x_0 = 9 \Rightarrow x_0 = 7m$$

۵ با توجه به معادله مستقل از شتاب در بازه صفر تا ۳s سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 9 = \frac{0 + v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = \frac{18}{3} = 6m/s$$

۶ شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

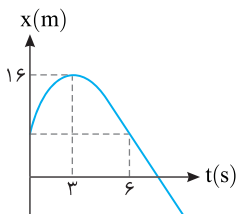
$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 6}{3} = -2m/s^2$$

۷ در مدت زمانی که نمودار $x-t$ بالای محور زمان است و x مثبت است، بردار مکان مثبت خواهد بود.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 6t + 7$$

$$\Rightarrow t^2 - 6t - 7 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ غ.ق.} \text{ یا } t = 7s$$

بازی با سوال نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر در بازه زمانی ۰ تا ۶s تندی متوسط $3m/s$ باشد، در چه لحظه‌ای بردار مکان تغییر جهت می‌دهد؟
($\sqrt{25} = 5$)



۷ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۵ (۴)

۱ پاسخ متحرک با تندی متوسط $3m/s$ در مدت $6s$ مسافت زیر را طی می‌کند.

$$\ell = s_{av} t \Rightarrow \ell = 6 \times 3 = 18m$$

۲ نمودار سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس تقارن دارد بنابراین در $t=0$ و $t=6s$ مکان متحرک برابر بوده و در این مدت مسافت طی شده $18m$ است.

از این‌رو در ۰ تا ۳s متحرک $9m = \frac{1}{2}at^2$ طی کرده و به مکان $16m$ می‌رسد. بنابراین مکان اولیه آن $x_0 = 16 - 9 = 7m$ است.

۳ به کمک معادله مستقل از شتاب سرعت اولیه را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow 9 = \frac{0 + v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = 6m/s$$

۴ شتاب حرکت خواهد شد:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 6}{3} \Rightarrow a = -2m/s^2$$

۵ معادله حرکت را بنویسید زمان تغییر جهت بردار مکان ($x=0$) را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 6t + 7 = 0$$

$$-t^2 + 6t + 7 = 0 \Rightarrow t^2 - 6t - 7 = 0$$

$$t = \frac{+6 \pm 8}{2} \Rightarrow t = +3 \pm 4 \Rightarrow t = 3 - 4 < 0 \text{ غ.ق.}$$

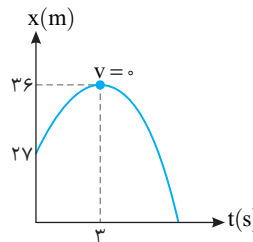
$$t = 3 + 4 \Rightarrow t = 7s$$

گزینه ۱

۳ ۳۹۴ A

خط فکری

حرکت متحرک شتاب ثابت است و با توجه به اطلاعات داده شده در بازه زمانی $t=0$ تا $t=3s$ شتاب متحرک و سرعت اولیه آن را به دست می‌آوریم. دقت کنید در لحظه $t=3s$ شیب خط مماس بر نمودار افقی شده و سرعت متحرک صفر است (رأس سهمی). همچنین مسافت طی شده خواسته شده و برای حل از سطح زیر نمودار $v-t$ کمک می‌گیریم.



۱ با توجه به رابطه $\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t$ ، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = 36 - 27 = 9m, \Delta t = 3s, v_0 = ?, v = 0$$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times \Delta t \Rightarrow 9 = \frac{0 + v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = 6m/s$$

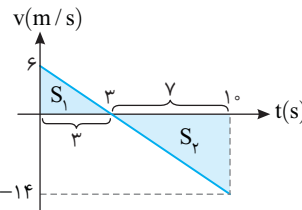
۲ با توجه به معادله سرعت - زمان، شتاب را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 3a + 6 \Rightarrow a = -2m/s^2$$

۳ سرعت اولیه $v_0 = 6m/s$ و شتاب $a = -2m/s^2$ است، سرعت در لحظه $t=10s$ را نیز به دست می‌آوریم:

$$t = 10s \Rightarrow v' = at + v_0 \Rightarrow v' = -2 \times 10 + 6 = -14m/s$$

۴ با توجه به اطلاعات به دست آمده نمودار $v-t$ متحرک را رسم و از سطح زیر نمودار مسافت را حساب می‌کنیم:



$$S_1 = \frac{6 \times 3}{2} = 9m$$

$$|S_2| = \frac{7 \times 14}{2} = 49m$$

$$\Rightarrow \ell = S_1 + |S_2| = 58m$$

میانبر از ابتدا با دانستن اینکه سرعت اولیه متحرک مثبت است نمودار

سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

با توجه به اینکه سطح زیر نمودار نشان‌دهنده جابه‌جایی متحرک است، S_1 برابر خواهد بود با:

$$\Delta x_1 = S_1 = 36 - 27 = 9m$$

حال با استفاده از تشابه دو مثلث شکل گرفته در نمودار، اندازه جابه‌جایی ۳ ثانیه

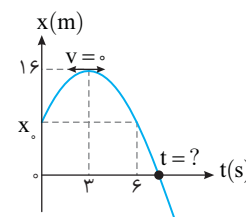
تا ۱۰ ثانیه را حساب می‌کنیم:

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{S_2} = \frac{9}{49} \Rightarrow S_2 = 49m$$

در نتیجه مسافت طی شده از شروع حرکت تا ۱۰ ثانیه ۱۰m برابر مجموع جابه‌جایی‌ها یعنی $49 + 9 = 58m$ است.

۳ ۳۹۵ A

۱ حرکت با شتاب ثابت بوده و نمودار آن سهمی است. در نمودار سهمی، خط قائم گذرنده از رأس سهمی، محور تقارن آن است، بنابراین مطابق شکل در لحظه‌های $t=0$ و $t=6s$ مکان متحرک یکسان است.



۲ در بازه صفر تا ۰.۶s، تندی متوسط متحرک $3m/s$ است، در این صورت مسافت طی شده در این مدت خواهد شد:

$$\ell = vt \Rightarrow \ell = 3 \times 6 = 18m$$

بنا به فرض مسئله سطح زیر نمودار از صفر تا t باید برابر $۲۰۰m$ باشد از این رو:

$$S_1 = \frac{vt}{2} = ۲۰۰ \Rightarrow vt = ۴۰۰m \quad (۲)$$

اکنون در رابطه (۱) از رابطه (۲) جای گذاری می کنیم:

$$\frac{۱۰۰v - ۴۰۰}{2} = ۸۰۰ \Rightarrow ۱۰۰v - ۴۰۰ = ۱۶۰۰ \Rightarrow v = ۲۰m/s$$

راه حل دوم:

با توجه به صورت سؤال، می توان برای سادگی در فهم آن، شکل زیر را رسم کرد. برای قسمت اول از فرمول مستقل از زمان می نویسیم:

$$v = 0 \quad ۲۰۰m \quad v \quad ۶۰۰m \quad v$$

$$t_1 \quad t_2 = ۵۰ - t_1$$

$$\Delta x_1 = \frac{v+v_0}{2} \Delta t_1 \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{v+0}{2} t_1 \Rightarrow vt_1 = ۴۰۰ \quad (۱)$$

اگر مدت حرکت در ابتدا را t_1 فرض کنیم در مدت $t_2 = ۵۰ - t_1$ متحرک دارای حرکت

یکنواخت بوده از این رو:

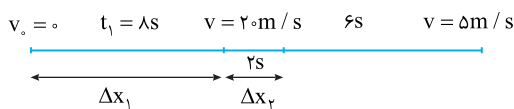
$$\Delta x_2 = v \Delta t_2 \Rightarrow ۶۰۰ = v(۵۰ - t_1) \Rightarrow ۶۰۰ = ۵۰v - vt_1 \quad (۲)$$

از رابطه (۱) در رابطه (۲) جای گذاری می کنیم:

$$۶۰۰ = ۵۰v - (۴۰۰) \Rightarrow v = ۲۰m/s$$

۳۹۸ B

جابه جایی در قسمت اول مسیر برابر است با:



$$\Delta x_1 = \frac{v+v_0}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{۲۰+۰}{2} \times ۸ \Rightarrow \Delta x_1 = ۸۰m$$

در قسمت دوم مسیر که حرکت کندشونده است، ابتدا شتاب حرکت را به دست

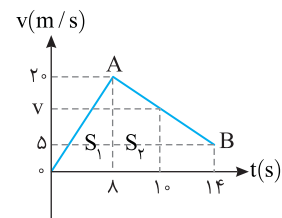
$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{۵-۲۰}{۶} \Rightarrow a = -\frac{۵}{۲} m/s^2 \quad \text{می آوریم:}$$

جابه جایی در مدت $۲s$ از لحظه $t = ۸s$ تا $t = ۱۰s$ را حساب می کنیم:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-\frac{۵}{۲}) \times ۴ + (۲۰ \times ۲) \Rightarrow \Delta x_2 = ۳۵m$$

سرعت متوسط برابر جابه جایی در یکای زمان است:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{۸۰+۳۵}{۱۰} = ۱۱.۵ m/s$$



روش رسم نمودار سرعت - زمان:

متحرک از حال سکون $v_0 = 0$ شروع

به حرکت کرده و در مدت $۸s$ سرعتش

به $۲۰m/s$ رسید. سپس در مدت

$۶s$ یعنی بازه زمانی بین $(۸s$ تا $۱۴s)$

سرعت به $۵m/s$ رسیده است

بنابراین نمودار $v-t$ به صورت روبه روست.

سرعت در لحظه $t = ۱۰s$ را به کمک شیب خط AB حساب می کنیم.

$$\frac{۵-۲۰}{۱۴-۸} = \frac{v-۲۰}{۱۰-۸} \Rightarrow \frac{-۱۵}{۶} = \frac{v-۲۰}{۲} \Rightarrow v = ۱۵m/s$$

به کمک سطح زیر نمودار از جابه جایی در $۱۰s$ را حساب می کنیم.

$$\Delta x = S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta x = \frac{۲۰ \times ۸}{2} + \frac{۲۰+۱۵}{2} \times ۲ \Rightarrow \Delta x = ۸۰+۳۵ \Rightarrow \Delta x = ۱۱۵m$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۱۵}{۱۰} \Rightarrow v_{av} = ۱۱.۵ m/s$$

۳۹۶ B

باید از نمودار به این اطلاعات دست پیدا کنید.

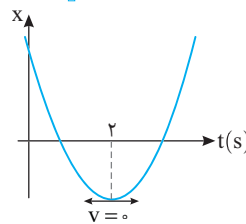
۱ در لحظه $t = ۲s$ متحرک تغییر جهت

داده و سرعت آن صفر شده است.

۲ در نمودار مکان - زمان اگر جهت تقعر روبه

بالا شد شتاب مثبت است که در این نمودار جهت

تقعر منحنی رو به بالاست و شتاب مثبت است.



۳ در لحظه $t = ۲s$ سرعت صفر شده است، با توجه به معادله سرعت زمان

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه و سرعت در لحظه $t = ۱s$ و $t = ۶s$ را بر حسب

شتاب حساب می کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2s} 0 = 2a + v_0 \Rightarrow v_0 = -2a$$

$$t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = a \times 1 + (-2a) \Rightarrow v_1 = -a$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = a \times 6 - 2a \Rightarrow v_2 = 4a$$

۴ سرعت متوسط در بازه $t = 1s$ تا $t = 6s$ برابر $۳m/s$ است بنابراین جابه جایی

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۳ = \frac{\Delta x}{6-1} \Rightarrow \Delta x = ۱۵m$$

در این مدت خواهد شد:

۵ در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظه t_1 و t_2 برابر میانگین

سرعت هاست از این رو می توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad v_1 = -a, v_2 = 4a \rightarrow ۳ = \frac{-a + 4a}{2} \Rightarrow a = ۲m/s^2$$

۶ در این صورت v_1 و v_2 را می توان به دست آورد.

$$v_1 = -a \Rightarrow v_1 = -۲m/s, v_2 = 4a \Rightarrow v_2 = ۴ \times ۲ = ۸m/s$$

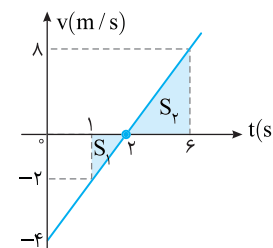
۷ نمودار $v-t$ را رسم می کنیم.

۸ برای یافتن مسافت کافی است

$S_1 + S_2$ را حساب کنیم.

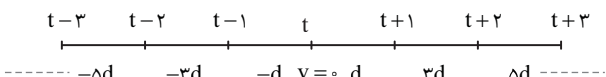
$$\ell = |S_1| + |S_2| = \frac{۲ \times ۱}{2} + \left(\frac{۸ \times ۴}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \ell = ۱۷m$$



میانبر: در حرکت با شتاب ثابت اگر در لحظه t سرعت جسم صفر شود برای

جابه جایی ها در ثانیه های قبل و بعد از t رابطه زیر برقرار است.



با توجه به نمودار مسئله در لحظه $t = ۲s$ سرعت صفر شده است بنابراین در بازه $۱s$

تا $۶s$ که سرعت متوسط $۳m/s$ و جابه جایی $۱۵m$ است می توان نوشت:

$$t = 1s \quad t = 2s \quad t = 3s \quad t = 4s \quad t = 5s \quad t = 6s$$

$$-d \quad v=0 \quad d \quad 3d \quad 5d \quad 7d$$

$$\Delta x = -d + d + 3d + 5d + 7d = ۱۵d \Rightarrow ۱۵d = ۱۵ \Rightarrow d = ۱m$$

$$\ell = |-d| + d + 3d + 5d + 7d = ۱۷d \Rightarrow \ell = ۱۷m \quad \text{مسافت طی شده خواهد شد:}$$

۳۹۷ B

راه حل اول: نمودار سرعت - زمان را با توجه

به داده های مسئله رسم می کنیم.

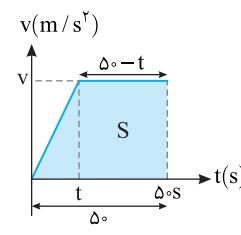
مساحت زیر نمودار $v-t$ برابر جابه جایی

می باشد بنابراین:

$$\Delta x_{کل} = ۶۰۰ + ۲۰۰ = ۸۰۰m$$

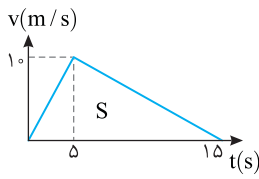
$$\Rightarrow \Delta x_{کل} = S = \frac{v(۵۰ + (۵۰ - t))}{2} = ۸۰۰m$$

$$\Delta x_{کل} = S = \frac{۱۰۰v - vt}{2} = ۸۰۰ \quad (۱)$$



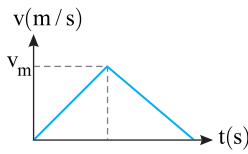
$$v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t} = \frac{v_0 \delta}{15} = \delta m/s$$

سرعت متوسط برابر است با:



روش حل به کمک نمودار سرعت - زمان
با توجه به اینکه $t_1 = 5s$ و $t_2 = 10s$
و سرعت در لحظه t_1 برابر
 $10 \times 2 = 20 m/s$ است نمودار سرعت
- زمان را رسم کرده و مسئله را حل
می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{15} = \frac{10 \times 15}{15} = 10 m/s$$

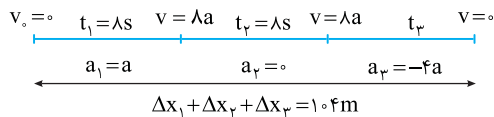


میانبر هرگاه نمودار به صورت
مثلث شکل روبه‌رو باشد، سرعت
متوسط، نصف سرعت بیشینه است:
 $v_{av} = \frac{1}{2} v_m$

گزینه ۲

۱۴۰۱

با توجه به نمودار رسم شده در قسمت اول حرکت:



در قسمت سوم (آخر) حرکت: $v = a_p t_p + v_0 \Rightarrow 0 = -fa t_p + \lambda a \Rightarrow t_p = 2s$
اکنون مسئله به راحتی قابل حل است.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} a \times 6^2 = 32a$$

$$\Delta x_2 = v t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = (\lambda a) \times 8 = 64a$$

$$\Delta x_3 = \frac{1}{2} (-fa) (t)^2 + (\lambda a) \times 2 = \lambda a$$

جمع جابه‌جایی‌ها برابر 10.4 متر است.

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 10.4 \Rightarrow 32a + 64a + \lambda a = 10.4 \Rightarrow a = 1 m/s^2$$

روش رسم نمودار:

نکته هرگاه متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت a_1 شروع به حرکت کند و در
مدت t_1 سرعتش به v برسد، سپس با شتاب ثابت a_2 سرعتش از v به صفر برسد

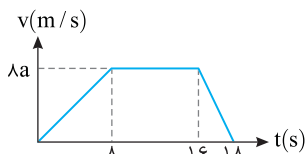
$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{t_1}{\Delta x_1} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{t_1}{\Delta x_1} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{t_1}{\Delta x_1}$$

در صورت مسئله بیان شده که در مدت λs با شتاب a سرعت به $v = \lambda a$ رسیده و
سپس با شتاب $-fa$ متوقف شده است. بنابراین زمان توقف آن خواهد شد:

$$t_p = \frac{\lambda}{f} = 2s$$

نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی است. از این‌رو
خواهیم داشت:

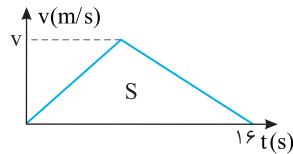
$$S = \Delta x \Rightarrow \frac{1\lambda + \lambda}{2} \times \lambda a = 10.4 \Rightarrow a = 1 m/s^2$$



۳ ۳۹۹

متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع

به حرکت کرده و سرعتش به v رسیده
سپس مجدداً سرعت آن به صفر رسیده
است. از این‌رو نمودار سرعت-زمان
خودرو مطابق شکل روبرو است.



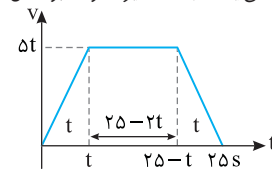
سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه‌جایی جسم است.

$$\Delta x = S \Rightarrow \Delta x = 16 \times 16 \Rightarrow 16 \times \frac{v \times 16}{2} \Rightarrow v = 20 m/s$$

۳ ۴۰۰

خط فکری

بهتر بود طراح می‌گفت متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع به
حرکت کرده است. اما حل مسئله اگر مدت زمان حرکت تندشونده با شتاب $5 m/s^2$ را t
بنامیم، سرعت متحرک در لحظه t برابر $v = at + v_0 = 5t$ خواهد شد. از طرفی وقتی
متحرک با شتاب $5 m/s^2$ حرکت را کند کرده تا می‌ایستد زمان آن نیز t خواهد بود. کل
مدت حرکت $2.5s$ است، بنابراین زمان
حرکت یکنواخت $2.5 - 2t$ می‌شود. اکنون
با این داشته‌ها می‌توانید نمودار سرعت -
زمان را به شکل روبه‌رو رسم و به کمک
سطح زیر نمودار مسئله را حل کنید.



با توجه به فرض مسئله سرعت متوسط در مدت 2.5 است بنابراین

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 20 \times 2.5 \Rightarrow \Delta x = 50 m$$

با توجه به فرض مسئله سرعت متوسط در مدت 2.5 است بنابراین

مساحت زیر نمودار سرعت - زمان یک دوزنقه است که مقدار مساحت آن باید 50 باشد.

یادآور ریاضی مساحت دوزنقه برابر مجموع دو قاعده ضربدر نصف ارتفاع

$$S = \frac{(2.5 - 2t) + 2.5}{2} \times 5t = 50 \Rightarrow \frac{5 - 2t}{2} \times 5t = 100 \Rightarrow (2.5 - t)t = 100$$

$$t^2 - 2.5t + 100 = 0 \Rightarrow (t - 5)(t - 20) = 0 \Rightarrow t = 5s, t = 20s$$

کل مدت حرکت $2.5s$ است، بنابراین $t = 20s$ نمی‌تواند جواب مسئله باشد. زیرا مدت
زمان حرکت یکنواخت خواهد شد:

$$2.5 - 2t = 2.5 - 2 \times 20 = -17.5$$

که غیر قابل قبول است بنابراین $t = 5s$ جواب بوده و مدت زمان حرکت یکنواخت برابر
است با:

$$2.5 - 2 \times 5 = -7.5$$

بازی با سؤال متحرکی در یک مسیر مستقیم از حال سکون حرکت
می‌کند و پس از 15 ثانیه می‌ایستد. اگر متحرک t_1 ثانیه اول مسیر را با شتاب

$2 m/s^2$ و مابقی زمان را با شتاب $-1 m/s^2$ طی کند تا متوقف شود، سرعت

متوسط متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

- ۱) $2/5$ ۲) 5 ۳) 3 ۴) 6

پایسج متحرک از حال سکون $v_1 = 0$ حرکت کرده و پس از t_1 ثانیه به

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow v = 2t_1 \quad (1)$$

سرعت $v_2 = v$ می‌رسد:

سپس متحرک پس از t_2 ثانیه با شتاب $a = -1 m/s^2$ از سرعت $v_2 = v$ به

$$v_3 = at + v_2 \Rightarrow -v = -t_2 \Rightarrow v = t_2 \quad (2)$$

سرعت $v_3 = 0$ می‌رسد:

$$\begin{cases} v = 2t_1 \\ v = t_2 \end{cases} \Rightarrow t_2 = 2t_1$$

با توجه به معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

زمان کل حرکت $t_1 + t_2 = 3t_1 = 15s$ است، بنابراین $t_1 = 5s$ ، $t_2 = 10s$ و

$v = 2t_1 = 10 m/s$ است. جابه‌جایی در هر بازه را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{0 + 10}{2} \times 5 = 25 m \\ \Delta x_2 = \frac{v_2 + v_3}{2} t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{10 + 0}{2} \times 10 = 50 m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 75 m$$

۲ ۴۰۲ B

با توجه به فرض‌های پرسش، شکل زیر را رسم کرده و سپس به کمک معادله مستقل از زمان پرسش را حل می‌کنیم.

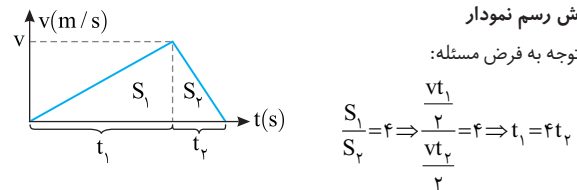
$$v_0 = 0 \quad \Delta x_1 = 4\Delta x_2 \quad v \quad \Delta x_2 \quad v = 0$$

$$\begin{matrix} \xrightarrow{a_1} & & \xleftarrow{-a_2} \end{matrix}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v^2 - 0 = 2a_1\Delta x_1 & \text{برای قسمت اول حرکت} \\ 0 - v^2 = 2(-a_2)\Delta x_2 & \text{برای قسمت دوم حرکت} \end{cases}$$

$$1 = \frac{2a_1(4\Delta x_2)}{2a_2(\Delta x_2)} \Rightarrow a_2 = 4a_1 \quad \text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم:}$$

روش رسم نمودار
با توجه به فرض مسئله:

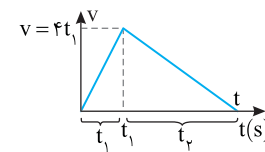


به کمک معادله سرعت - زمان خواهیم داشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v = a_1t_1 + 0 \\ 0 = a_2t_2 + v \end{cases} \Rightarrow \left| \frac{a_1}{a_2} \right| = \left| \frac{t_1}{t_2} \right| = 4$$

۳ ۴۰۳ B

خط نگرانی



شتاب مرحله اول 4m/s^2 و شتاب مرحله دوم -1m/s^2 بوده و متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و سپس متوقف شده است. شتاب حرکت در قسمت اول چهار برابر شتاب مرحله دوم است. بنابراین شیب نمودار در قسمت اول چهار برابر شیب در قسمت دوم است.

$$|a_1| = 4|a_2| \Rightarrow \left| \frac{v}{t_1} \right| = 4 \left| \frac{v}{t_2} \right| \Rightarrow t_2 = 4t_1$$

سرعت v بر حسب t_1 خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t_1$$

$$t = t_1 + t_2 \Rightarrow t = t_1 + 4t_1 = 5t_1$$

و کل مدت حرکت برابر است با:

سطح زیر نمودار بردار جابه‌جایی $(1\text{km} = 1000\text{m})$ است، بنابراین:

$$S = \Delta x \Rightarrow \frac{4t_1 \times t}{2} = 1000 \Rightarrow \frac{4t_1 \times 5t_1}{2} = 1000$$

$$t_1^2 = 100 \Rightarrow t_1 = 10\text{s} \Rightarrow t = 50\text{s} = \frac{5}{6}\text{min}$$

۴ ۴۰۴ A

خط نگرانی در سؤالات مشابه این تست که حرکت متحرک چندمرحله‌ای است

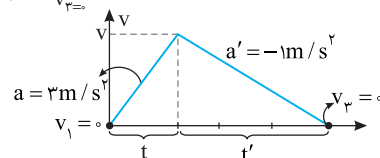
یعنی ابتدا با شتاب تندشونده 3m/s^2 در حال حرکت بوده و سپس با شتاب 1m/s^2 حرکت کندشونده دارد بهتر است، سؤال را با استفاده نمودار $v-t$ حل کنیم.

با توجه به نمودار سرعت در لحظه t در هر دو قسمت شیب‌دار مشترک است، بنابراین از آنجا که شتاب در قسمت کندشونده $\frac{1}{3}$ شتاب در قسمت تندشونده است بنابراین زمان و مسافت توقف در قسمت کندشونده ۳ برابر زمان و مسافت طی شده در قسمت تندشونده است.

سرعت می‌رسد بنابراین:

$$v_2 = at + v_1 \xrightarrow{v_2=v, v_1=0} v = 3t \Rightarrow t' = 3t$$

$$v_3 = at' + v_2 \xrightarrow{v_3=v, v_2=v} v = t'$$



۲ مسافت طی شده خواهد شد:

$$S = \frac{v \times ft}{2} = \frac{at \times ft}{2}$$

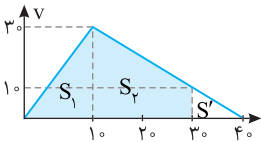
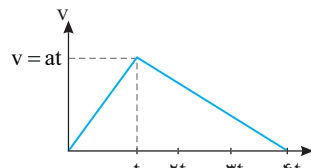
$$\frac{a = 3\text{m/s}^2}{2} \times \frac{3t \times ft}{2} = 600 \Rightarrow t = 10\text{s}$$

$$v = at = 3 \times 10 = 30\text{m/s}$$

۳ اکنون سطح زیر نمودار را از صفر تا

30s حساب می‌کنیم. ابتدا سرعت را در

لحظه $t = 30\text{s}$ حساب می‌کنیم:



$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -1 \times 20 + 30 \Rightarrow v = 10\text{m/s}$$

$$\ell = S_1 + S_2 = \frac{30 \times 10}{2} + \frac{30 + 10}{2} \times 20 \Rightarrow \ell = 150 + 400 = 550\text{m}$$

۴ میانبر سرعت در لحظه $t = 30\text{s}$ را می‌توان با توجه به شیب نمودار از قسمت

$$v = at_0 + v_0 \Rightarrow v = 1 \times 10 + 0 = 10\text{m/s} \quad \text{انتهایی محاسبه کرد:}$$

سپس مساحت زیر نمودار بین ثانیه‌های $t = 30\text{s}$ تا $t = 40\text{s}$ را حساب می‌کنیم:

$$S' = \frac{10 \times 10}{2} = 50\text{m}$$

با کاستن این مسافت از کل مسافت طی شده می‌توان مسافت طی شده تا ثانیه 30 را

$$\ell = 600 - 50 = 550\text{m}$$

به دست آورد:

۴ ۴۰۵ B

ابتدا جابه‌جایی خودرو را در مدتی که با شتاب 3m/s^2 و سرعت اولیه 108km/h حرکت کندشونده می‌ایستد، به دست می‌آوریم.

$$v_0 = 108\text{km/h} = 108 \times \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = 30\text{m/s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_1 \Rightarrow 0 - 900 = 2(-3)\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = 150\text{m}$$

در بازه‌ای که راننده مانع را می‌بیند تا لحظه‌ای که ترمز می‌کند، جابه‌جایی خودرو برابر

$$\Delta x_2 = 165 - 150 = 15\text{m}$$

است با:

اکنون زمان‌های t_1 و t_2 را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t \Rightarrow 15 = 30 t_1 \Rightarrow t_1 = 0.5\text{s}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 15 = \frac{1}{2}(-3)(t_2^2) + 30 t_2$$

$$\Rightarrow 50 = -\frac{1}{2}t_2^2 + 10 t_2 \Rightarrow t_2^2 - 20 t_2 + 100 = 0 \Rightarrow (t_2 - 10)^2 = 0 \Rightarrow t_2 = 10\text{s}$$

البته برای محاسبه t_2 می‌توانستیم حرکت اتومبیل را از حال سکون و تندشونده با شتاب

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at_2^2 \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} \times 3 t_2^2 \Rightarrow t_2 = 10\text{s}$$

در نظر بگیریم:

$$\text{در این صورت } \frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{0.5} = 20$$

روش رسم نمودار:

سرعت متحرک در مدت t_2 از

3m/s^2 با شتاب 3m/s^2 به

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -3 \times t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = 10\text{s}$$

با توجه به فرض مسئله اتومبیل دقیقاً جلو مانع می‌ایستد یعنی 165m جابه‌جا شده

است. بنابراین سطح زیر نمودار $v-t$ باید 165 متر باشد.

$$S_1 + S_2 = 165 \Rightarrow 30 t_1 + \frac{30 \times 10}{2} = 165 \Rightarrow 30 t_1 = 15 \Rightarrow t_1 = 0.5\text{s}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{0.5} = 20 \quad \text{بنابراین نسبت } t_2/t_1 \text{ خواهد شد:}$$

۱ ۴۰۹ B

خط فکری مبدأ و مقصد دو متحرک (۱) و (۲) یکسان است و هر دو هم زمان از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند، شتاب متحرک (۱) برابر $a_1 = 2m/s^2$ و شتاب متحرک (۲) را $a_2 = 8m/s^2$ بوده بنابراین متحرک (۲) زودتر به مقصد می‌رسد، اگر زمان رسیدن متحرک (۱) به مقصد را t_1 فرض کنیم، زمان رسیدن متحرک (۲) به مقصد برابر $t_2 = t_1 - 3$ خواهد بود. از این رو شما باید معادله جابه‌جایی - زمان هر دو متحرک را نوشته و با هم مساوی قرار دهید تا زمان رسیدن هر متحرک به مقصد را به دست بیاورید و سرانجام طول مسیر AB را حساب کنید.

۱ جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است.

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \xrightarrow{t_1 = t_2 + 3} \frac{1}{2} \times 2 (t_2 + 3)^2 = \frac{1}{2} \times 8 t_2^2$$

$$\Rightarrow |t_2 + 3| = |2t_2| \Rightarrow t_2 = 3s$$

۲ اکنون مقدار جابه‌جایی را به دست می‌آوریم: $\Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times (3)^2 \Rightarrow x = 36m$

۲ ۴۱۰ B

خط فکری یک تست ساده روبه‌روی شماسست. دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند و به سوی یک مقصد می‌روند، پس شما باید جابه‌جایی آن‌ها را برابر قرار دهید. البته متحرکی که شتابش بیشتر است، سریع‌تر (زودتر) به مقصد می‌رسد. یعنی اگر شما زمان حرکت متحرک تندرو را t_1 بگیرید زمان حرکت متحرک کندرو $t_2 = t_1 + 2$ می‌شود و شما می‌توانید مسئله را حل کنید.

۱ جابه‌جایی‌ها یکسان است. $\Delta x_1 = \Delta x_2$

۲ معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت را برای دو متحرک می‌نویسیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 (t_1 + 2)^2 \Rightarrow t_1 = \frac{3}{4} (t_1 + 2)$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{3}{4} t_1 + \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} t_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow t_1 = 6s$$

باز با سؤال دو متحرک هم‌زمان از یک نقطه روی خط راست با شتاب $a_1 = 2m/s^2$ و $a_2 = 8m/s^2$ به سوی یک مقصد از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و با فاصله زمانی ۴s به مقصد می‌رسند. سرعت متحرکی که دیرتر به مقصد می‌رسد هنگام رسیدن به مقصد چند متر بر ثانیه است؟

۸ (۱) ۱۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴)

۱ پاسخ جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است. از این رو:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t, \quad \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} (2) t_1^2 = \frac{1}{2} (8) (t_1 - 4)^2$$

$$\Rightarrow t_1 = 2(t_1 - 4) \Rightarrow t_1 = 8s$$

زمان حرکت متحرک با شتاب کمتر برابر ۸s است بنابراین سرعت آن هنگام رسیدن به مقصد برابر است با: $v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 8 = 16m/s$

۲ گزینه

۲ ۴۱۱ A

خط فکری سرعت دو متحرک در لحظه t داده شده است. اگر شما معادله سرعت زمان را برای هر یک از دو متحرک بنویسید و مقدار سرعت در لحظه t را در معادله قرار دهید، در این صورت دو معادله دو مجهول به دست می‌آورد که با حل آن می‌توانید t را حساب کنید. البته بهتر بود که طراح در صورت مسئله بیان می‌کرد که متحرک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. یعنی سرعت اولیه صفر است. ($v_0 = 0$)

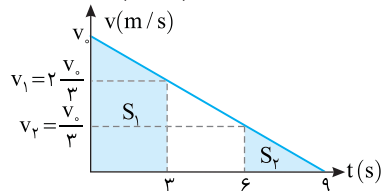
با توجه به معادله سرعت - زمان برای حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} 10 = at + v_0 \\ 22 = (a + 1/5)t + v_0 \end{cases} \xrightarrow{v_0 = 0} \begin{cases} 10 = at \\ 22 = at + 1/5t \end{cases}$$

$$\Rightarrow 22 = 10 + 1/5t \Rightarrow t = \frac{12}{1/5} = 60s$$

۳ ۴۰۶ B

نمودار سرعت - زمان را به شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم.



به کمک شیب نمودار سرعت - زمان، سرعت در لحظه $t = 3s$ و $t = 6s$ را حساب می‌کنیم. سرعت در $t = 3s$: $\frac{0 - v_0}{9 - 0} = \frac{v_1 - v_0}{3 - 0} \Rightarrow \frac{-v_0}{9} = \frac{v_1 - v_0}{3} \Rightarrow v_1 = \frac{2v_0}{3}$

سرعت در $t = 6s$: $\frac{0 - v_0}{9 - 0} = \frac{v_2 - v_0}{6 - 0} \Rightarrow \frac{-v_0}{9} = \frac{v_2 - v_0}{6} \Rightarrow \frac{-2v_0}{3} = v_2 - v_0 \Rightarrow v_2 = \frac{v_0}{3}$

سطح زیر نمودار S_1 و S_2 را به دست آورده بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{0 - v_0}{9 - 0} = \frac{v_2 - v_0}{6 - 0} \Rightarrow \frac{-v_0}{9} = \frac{v_2 - v_0}{6} \Rightarrow \frac{-2v_0}{3} = v_2 - v_0 \Rightarrow v_2 = \frac{v_0}{3}$$

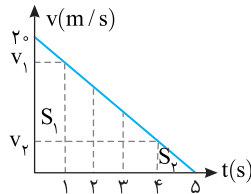
$$\begin{cases} 3s: \Delta x_1 = S_1 = \frac{v_0 + \frac{2v_0}{3}}{2} \times 3 = \frac{5v_0}{2} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\frac{5v_0}{2}}{\frac{v_0}{2}} = 5 \\ 6s \rightarrow 9s: \Delta x_2 = S_2 = \frac{\frac{2v_0}{3} + \frac{v_0}{3}}{2} \times 3 = \frac{v_0}{2} \end{cases}$$

۴ ۴۰۷ A

زمان کل حرکت را به کمک معادله مستقل از شتاب به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \xrightarrow{\Delta x = 50m, v = 0, v_0 = 20m/s} 50 = \frac{20 + 0}{2} t \Rightarrow t = 5s$$

سرعت در ثانیه اول و ثانیه ۴ را به کمک شیب نمودار حساب کرده سپس سطح S_1 و S_2 را به دست می‌آوریم:



$$\frac{0 - 20}{5 - 0} = \frac{20 - v_1}{0 - 1} \Rightarrow v_1 = 16m/s$$

$$\frac{0 - 20}{5 - 0} = \frac{20 - v_2}{0 - 4} \Rightarrow v_2 = 4m/s$$

$$S_1 = \frac{20 + 16}{2} \times 1 = 18m$$

$$S_2 = \frac{4 \times 1}{2} = 2m$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{18}{2} = 9$$

بنابراین خواهیم داشت:

۱ ۴۰۸ B

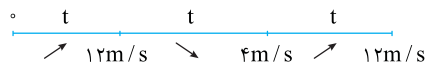
می‌توان با رابطه $v = \frac{v + v_0}{2}$ تست را حل کرد. ابتدا سرعت را در ابتدا و انتهای هر بازه مشخص می‌کنیم.

سرعت در انتهای بازه اول $v_{av} = \frac{v_1 + v_0}{2} \Rightarrow 6 = \frac{v_1 + 0}{2} \Rightarrow v_1 = 12m/s$

سرعت در انتهای بازه دوم $v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} \Rightarrow 8 = \frac{v_2 + 12}{2} \Rightarrow v_2 = 4m/s$

سرعت در انتهای بازه سوم $v_{av} = \frac{v_3 + v_2}{2} \Rightarrow 8 = \frac{v_3 + 4}{2} \Rightarrow v_3 = 12m/s$

دقت کنید، سرعت انتهای هر قسمت، سرعت اولیه قسمت بعدی است. ابتدا سرعت از صفر به $12m/s$ رسیده است. پس حرکت تندشونده است. سپس از $12m/s$ به $4m/s$ می‌رسد. یعنی حرکت کندشونده است و سرانجام از $4m/s$ به $12m/s$ می‌رسد. یعنی سرانجام حرکت تندشونده است.



۲ ۴۱۵ A

خط فکری هرگاه از شما مدت زمان رسیدن دو متحرک به هم خواسته شود، کافی است معادله مکان - زمان دو متحرک را نوشته و مکان‌ها را برابر قرار دهید. خودرو دارای شتاب ثابت بوده و معادله مکان - زمان آن خواهد شد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x_{\text{خودرو}} = t^2$$

کامیون دارای سرعت ثابت بوده و معادله حرکت آن خواهد شد:
ابتدا سرعت را برحسب m/s به دست می‌آوریم:

$$36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1}{3.6} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x = vt \Rightarrow x_{\text{کامیون}} = 10t$$

هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند کامیون $x = x_{\text{خودرو}}$ می‌شود پس:

$$t^2 = 10t \Rightarrow t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t(t-10) = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

جابه‌جایی کامیون و خودرو در $t = 10 \text{ s}$ برابر است با:

$$\Delta x_{\text{خودرو}} = \Delta x_{\text{کامیون}} = 100 \text{ m}$$

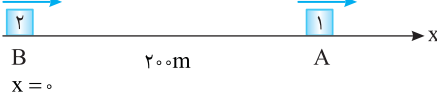
۲ ۴۱۶ B

خط فکری در صورت مسئله بیان نشده که متحرک (۱) با سرعت ثابت 10 m/s به دنبال متحرک (۲) در حرکت است یا برعکس؟ اگر متحرک (۱) از نقطه A به دنبال متحرک (۲) حرکت کند هرگز به متحرک (۲) نمی‌رسد زیرا سرعت متحرک (۱) 10 m/s و سرعت اولیه متحرک (۲) 20 m/s و حرکت آن شتابدار است. بنابراین شما باید معادله حرکت هر دو متحرک را در حالتی که متحرک (۲) به دنبال متحرک (۱) است بنویسید و مکان‌ها را برابر قرار دهید.

$$a_2 = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v_2 = 20 \text{ m/s}$$

$$v_1 = +10 \text{ m/s}$$



$$\begin{cases} x_1 = vt + x_0 \Rightarrow x_1 = +10t + 200 \\ x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 20t \end{cases} \Rightarrow +10t + 200 = t^2 + 20t$$

$$\Rightarrow t^2 + 10t - 200 = 0 \Rightarrow (t-10)(t+20) = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

۳ ۴۱۷ B

۱ جهت حرکت را مثبت و محل شروع حرکت را مبدأ مکان ($x_0 = 0$) می‌گیریم، سرعت توپ با آهنگ 1 m/s کم می‌شود، یعنی شتاب حرکت -1 m/s^2 است و سرعت اولیه توپ 15 m/s است. معادله حرکت توپ را می‌نویسیم:

$$a = -1 \text{ m/s}^2, \quad x_{\text{توپ}} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x_{\text{توپ}} = -\frac{1}{2}t^2 + 15t$$

۲ موتور نیز از همان مکان با شتاب $a = 2 \text{ m/s}^2$ از حال سکون شروع به حرکت ($v_0 = 0$) می‌کند، بنابراین معادله حرکت موتور خواهد شد:

$$x_{\text{موتور}} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x_{\text{موتور}} = t^2$$

۳ هنگامی که توپ و موتور به هم می‌رسند مکان آن‌ها یکسان است، از این رو معادله‌های حرکت را برابر قرار می‌دهیم:

$$x_{\text{موتور}} = x_{\text{توپ}} \Rightarrow t^2 = -\frac{1}{2}t^2 + 15t \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 - 15t = 0 \Rightarrow t^2 - 10t = 0$$

$$\Rightarrow t(t-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \text{ s} \end{cases}$$

بنابراین پس از 10 s موتورسوار و توپ به هم می‌رسند. در این مدت موتورسوار $x_{\text{موتور}} = t^2 = 10^2 = 100 \text{ m}$ جابه‌جا شده است.

۲ ۴۱۲ B

۱ سرعت متحرک در هر لحظه را با استفاده از معادله سرعت - زمان به دست می‌آوریم:

$$v_1 = a_1t_1 + v_0 \xrightarrow{\text{از حال سکون}} v_1 = a_1t_1$$

$$v_2 = a_2t_2 + v_0 \xrightarrow{\text{از حال سکون}} v_2 = a_2t_2$$

۲ در یک لحظه سرعت متحرک اول دو برابر سرعت متحرک دوم است، بنابراین

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1t_1}{a_2t_2} = 2 \xrightarrow{\text{در یک لحظه } t_1=t_2} \frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2} = 2 \Rightarrow a_1 = 2a_2$$

۳ هر دو متحرک تا انتهای مسیر جابه‌جایی یکسانی را انجام می‌دهند. معادله مستقل از زمان را برای دو متحرک می‌نویسیم.

$$\begin{cases} v_{f1}^2 - v_0^2 = 2a_1x \\ v_{f2}^2 - v_0^2 = 2a_2x \end{cases} \xrightarrow{\substack{v_0=0 \\ x=AB}} \begin{cases} v_{f1}^2 = 2a_1x \Rightarrow v_{f1}^2 = 4a_2x \\ v_{f2}^2 = 2a_2x \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \left(\frac{v_{f1}}{v_{f2}}\right)^2 = 2 \Rightarrow \frac{v_{f1}}{v_{f2}} = \sqrt{2} \Rightarrow v_{f1} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_{f2} \Rightarrow v_{f1} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$$

۲ ۴۱۳ B

خط فکری دو متحرک A و B بدون سرعت اولیه ($v_0 = 0$) شروع به حرکت کرده‌اند. شتاب متحرک A، چهار برابر شتاب متحرک B است ($a_A = 4a_B$). معادله مکان - زمان را برای دو متحرک A و B بنویسید و جابه‌جایی‌های آن‌ها را برابر قرار دهید تا بتوانید رابطه‌ای بین زمان حرکت دو متحرک به دست بیاورید و از آنجا سرعت متوسط را حساب کنید. جابه‌جایی دو متحرک را برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{\Delta x_A = \Delta x_B} \frac{1}{2}a_A t_A^2 = \frac{1}{2}a_B t_B^2$$

$$\xrightarrow{\substack{a_A = 4a_B \\ \text{فرض مسأله}}} 2t_A^2 = t_B^2 \Rightarrow t_B = 2t_A$$

۲ اکنون نسبت سرعت متوسط A به سرعت متوسط B را به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_{avA}}{v_{avB}} = \frac{\frac{\Delta x_A}{t_A}}{\frac{\Delta x_B}{t_B}} = \frac{t_B}{t_A} = 2$$

۲ ۴۱۴ A

خط فکری معادله حرکت دو متحرک را در اختیار دارید، بنابراین کافی است که با مقایسه معادله‌های حرکت با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب و سرعت اولیه هر متحرک را به دست آورده و معادله سرعت - زمان هر متحرک را بنویسید و تفاضل سرعت‌ها را مطابق فرض مسئله برابر 8 m/s قرار دهید. با مقایسه معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت با معادله حرکت دو متحرک داده شده، معادله سرعت زمان را می‌نویسیم:

متحرک (۱):

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x_1 = 2t^2 - 3t + 17 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a_1 = 2 \Rightarrow a_1 = 4 \text{ m/s}^2, v_0 = -3 \text{ m/s}$$

معادله سرعت - زمان متحرک (۱):

$$v_1 = 4t - 3$$

متحرک (۲):

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x_2 = t^2 - \alpha t \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = 2 \text{ m/s}^2, v_0 = -\alpha$$

معادله سرعت - زمان متحرک (۲):

$$v_2 = 2t - \alpha$$

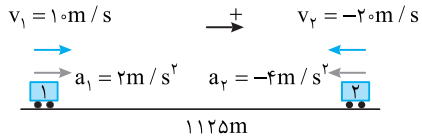
با توجه به فرض مسئله:

$$v_1 - v_2 = 8 \Rightarrow 4t - 3 - (2t - \alpha) = 8 \Rightarrow 2t - 3 + \alpha = 8$$

$$\xrightarrow{t=3} 3 + \alpha = 8 \Rightarrow \alpha = 5$$

۱ ۴۲۲ B

با توجه به شکل رسم شده، معادله حرکت هر متحرک را می‌نویسیم. به دلخواه خود، مکان متحرک (۱) را مبدأ مختصات گرفته و جهت متحرک اول را جهت مثبت اختیار کرده‌ایم. در هر دو حرکت باید بردار سرعت و بردار شتاب هم جهت باشند زیرا هر دو حرکت تندشونده هستند.



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 10t \\ x_2 = \frac{1}{2}(-4)t^2 - 20t + 1125 \end{cases} \quad x_1 = x_2$$

$$t^2 + 10t = -2t^2 - 20t + 1125 \Rightarrow 3t^2 + 30t - 1125 = 0 \Rightarrow t^2 + 10t - 375 = 0$$

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \times 375}}{2} = \frac{-10 \pm 65}{2} \Rightarrow t = 15s, \quad t = -25s \text{ غ قی}$$

یادآور ریاضی: در معادله درجه دو $y = ax^2 + bx + c$ ، هرگاه b عدد زوج باشد $(b = 2b')$ ، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد که محاسبات عددی ساده‌تر شود زیرا اعداد کوچک‌تر هستند.

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

میانبر: استفاده از سرعت نسبی و شتاب نسبی.

چون سرعت‌های اولیه خلاف جهت هم هستند:

$$v_{\text{نسبی}} = v_1 + v_2 = 10 + 20 = 30 \text{ m/s}$$

چون شتاب‌های دو متحرک خلاف جهت هم هستند:

$$a_{\text{نسبی}} = a_1 + a_2 = 2 + 4 = 6 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}a_{\text{نسبی}} t^2 + v_{\text{نسبی}} t \Rightarrow 1125 = \frac{1}{2}(6)t^2 + 30t \Rightarrow 3t^2 + 30t - 1125 = 0$$

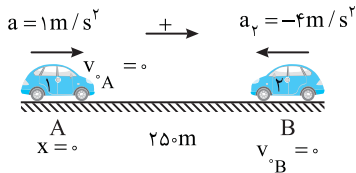
$$\Rightarrow t^2 + 10t - 375 = 0 \Rightarrow t = 15s$$

۴ ۴۲۳ B

نقطه A را مبدأ مختصات و جهت راست را جهت مثبت فرض می‌کنیم. سپس داده‌های مسئله را با توجه به علامت آن‌ها روی شکل می‌نویسیم تا حل مسئله راحت‌تر شود.

۱ ابتدا معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{t^2}{2}, \quad x_B = -2t^2 + 250$$



۲ هنگام رسیدن دو متحرک به هم $x_A = x_B$ است، بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{t^2}{2} = -2t^2 + 250 \Rightarrow \frac{5t^2}{2} = 250 \Rightarrow t^2 = 100 \Rightarrow t = 10s$$

۳ دو متحرک پس از ۱۰s به هم می‌رسند. حال مدت زمانی که طول می‌کشد متحرک (۱) از A به B برسد را به دست می‌آوریم:

$$250 = \frac{t^2}{2} \Rightarrow t^2 = 500 \Rightarrow t = 10\sqrt{5} = 10 \times 2.236 = 22.36s$$

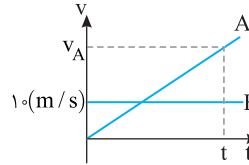
۴ متحرک (۱) $t' - t = 22.36 - 10 = 12.36s$ پس از به هم رسیدن متحرک (۱) و (۲) به مکان B می‌رسد.

۱ ۴۱۸ A

خط فکری: مسئله جالبی است، ابتدا به این فکر می‌افتیم که معادله مکان - زمان دو متحرک را نوشته با هم برابر قرار می‌دهیم و مسئله حل می‌شود، اما شتاب حرکت متحرک A را نداریم، بنابراین برای متحرک A از معادله مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم و سرعت متحرک A هنگام رسیدن به متحرک B را حساب می‌کنیم. با توجه به صورت پرسش می‌توان نوشت:

$$x_A = \frac{v+v_0}{2}t \Rightarrow x_A = \frac{v_A}{2}t, \quad x_B = v_B t \Rightarrow x_B = 10t$$

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{v_A}{2}t = 10t \Rightarrow v_A = 20 \text{ m/s}$$



روش دوم: استفاده از نمودار سرعت - زمان نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B را رسم می‌کنیم. اگر در لحظه t دو متحرک از کنار هم بگذرند، باید سطح زیر نمودار A و B تا لحظه t با هم برابر باشند. از این رو:

$$S_A = S_B \Rightarrow \frac{v_A t}{2} = 10t \Rightarrow v_A = 20 \text{ m/s}$$

۴ ۴۱۹ B

خط فکری: متحرک A از نقطه O شروع به حرکت کرده و ۵s بعد متحرک B در همان جهت از نقطه O می‌گذرد. وقتی دو متحرک به هم می‌رسند، متحرک A، ۵s بیشتر در حرکت بوده است $(t_A > t_B)$ بنابراین زمان حرکت B، ۵s از زمان حرکت A کمتر است $(t_B = t_A - 5)$. معادله حرکت دو متحرک را نوشته با هم برابر قرار می‌دهیم.

معادله حرکت دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم. (نقطه O را مبدأ در نظر می‌گیریم.)

$$\text{معادله حرکت A: } x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A} t \Rightarrow x_A = t_A^2$$

$$\text{معادله حرکت B: } x_B = v_B t \Rightarrow x_B = 3(t_A - 5)$$

$$x_A = x_B \Rightarrow t_A^2 = 3(t_A - 5) \Rightarrow t_A^2 - 3t_A + 15 = 0$$

$$\Rightarrow t_A = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 60}}{2} \Rightarrow t_A = \frac{3 \pm \sqrt{-51}}{2} \Rightarrow t_A = 1.5 \pm 2.5\sqrt{3}$$

با توجه به فرض پرسش $\sqrt{3} = 1.7$: $t_A = 1.5 \pm 4.25 \Rightarrow t_A = 5.75s, 2.75s$

۱ ۴۲۰ C

خط فکری: هرگاه معادله مکان - زمان دو متحرک را نوشته و برابر قرار دهیم می‌توان لحظه گذر دو متحرک از کنار یکدیگر را به دست آورد. وقتی یکی از متحرک‌ها دارای حرکت با شتاب ثابت باشد، معادله به دست آمده یک تابع درجه ۲ است. اگر معادله دارای دو جواب $(\Delta > 0)$ باشد و هر دو جواب مثبت باشد $(t > 0)$ ، متحرک‌ها دو بار از کنار هم می‌گذرند و اگر معادله دارای یک جواب مثبت $(\Delta = 0)$ باشد، دو متحرک یک بار در کنار هم قرار می‌گیرند و اگر $(\Delta < 0)$ باشد دو متحرک از کنار هم نمی‌گذرند.

۱ معادله حرکت کامیون را می‌نویسیم:

$$x_{\text{سی}} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{a=2 \text{ m/s}^2, v_0=0} x_{\text{سی}} = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 \Rightarrow x_{\text{سی}} = t^2$$

۲ اگر مدت حرکت کامیون t باشد مدت حرکت اتومبیل t-۱ است. بنابراین

$$x_{\text{اتو}} = vt_{\text{اتو}} \Rightarrow x_{\text{اتو}} = v(t-1) \quad \text{معادله حرکت اتومبیل خواهد شد:}$$

$$t^2 = vt - v \Rightarrow t^2 - vt + v = 0 \quad \text{معادله‌ها را برابر قرار می‌دهیم.}$$

۴ باید $\Delta = 0$ شود تا اتومبیل یک بار در کنار کامیون باشد.

$$v^2 - 4v = 0 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

۲ ۴۲۱ A

زمان حرکت کامیون را وقتی $9/9m$ جا به جا شده است به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{a=2/9 \text{ m/s}^2} 9/9 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{9}\right)t^2 \Rightarrow t = 3s$$

در این لحظه $(t = 3s)$ اتومبیل به کامیون می‌رسد و سرعت آن برابر خواهد شد با:

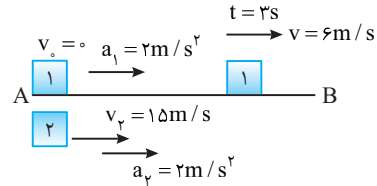
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 3/9 \times 3 \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$

۱ ۴۲۴ B

دقت کنید سرعت متحرک اول پس از ۳s با شتاب 2m/s^2 خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 2 \times 3 + 0 \Rightarrow v_1 = 6\text{m/s}$$

در لحظه‌ای که سرعت متحرک اول 6m/s است، سرعت متحرک دوم 15m/s و شتاب هر دو متحرک یکسان است. چون سرعت متحرک (۲) بیشتر است، به متحرک (۱) نزدیک شده از آن سبقت می‌گیرد و سپس از متحرک اول دور می‌شود.



۲ ۴۲۵ B

خط‌نکری پس از جدا شدن واگن، قطار با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و واگن با حرکت کندشونده متوقف می‌شود. شتاب حرکت واگن را نداریم بنابراین شما باید برای واگن از معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) استفاده کنید.

۱ برای واگن می‌نویسیم:

$$\Delta x_{\text{واگن}} = \frac{v + v_0}{2} \Delta t = \frac{v_0}{2} \Delta t$$

۲ قطار با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه داده است از این رو:

$$\Delta x_{\text{قطار}} = v \Delta t$$

۳ اکنون خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta x_{\text{واگن}}}{\Delta x_{\text{قطار}}} = \frac{\frac{v_0}{2} \Delta t}{v \Delta t} = \frac{1}{2}$$

۲ ۴۲۶ B

خط‌نکری از شما خواسته شده فاصله دو متحرک را پس از توقف متحرک دوم برحسب v و a به دست بیاورید. بنابراین شما ابتدا باید زمان توقف و جابه‌جایی متحرک (۲) را حساب کرده سپس مقدار جابه‌جایی متحرک (۱) را در این مدت به دست آورده و جابه‌جایی‌ها را از هم کم کنید.

۱ ابتدا زمان توقف و جابه‌جایی متحرک (۲) از محل گذر دو متحرک تا محل توقف را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -at + v \Rightarrow t_p = \frac{v}{a}$$

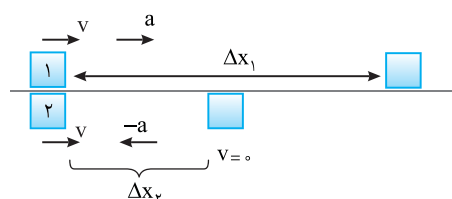
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = -2a\Delta x_p \Rightarrow \Delta x_p = \frac{v^2}{2a}$$

۲ اکنون جابه‌جایی متحرک (۱) را با شتاب a در مدت t_p حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} a \left(\frac{v}{a}\right)^2 + v \left(\frac{v}{a}\right) = \frac{3}{2} \frac{v^2}{a}$$

۳ فاصله دو متحرک از هم خواهد شد:

$$\Delta x_1 - \Delta x_p = \frac{3}{2} \frac{v^2}{a} - \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{a}$$

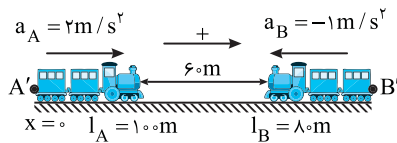


۲ ۴۲۷ B

خط‌نکری ابتدا باید دقت کنید که این دو قطار وقتی به طور کامل از کنار هم می‌گذرند که انتهای قطار A به انتهای قطار B برسد. یعنی نقاط A' و B' از کنار هم بگذرند. بنابراین شما باید یک نقطه مثلاً محل ابتدایی A' را مبدأ و جهت راست را جهت مثبت فرض کنید. در این صورت مکان اولیه B' خواهد شد ($x_{B'} = 100 + 60 + 80 = 240\text{m}$) معادله حرکت نقاط A' و B' را نوشته و مسئله را حل کنید. معادله مکان زمان نقطه A' و B' را می‌نویسیم و برابر قرار می‌دهیم.

$$x_{A'} = \frac{1}{2} a_A t^2 \Rightarrow x_{A'} = t^2, \quad x_{B'} = \frac{1}{2} a_B t^2 + d \Rightarrow x_{B'} = -\frac{t^2}{2} + 240$$

$$x_{A'} = x_{B'} \Rightarrow t^2 = -\frac{t^2}{2} + 240 \Rightarrow \frac{3}{2} t^2 = 240 \Rightarrow t^2 = 160 \Rightarrow t = 4\sqrt{10}\text{s}$$



۲ ۴۲۸ B

هنگامی قطار B به طور کامل از قطار A سبقت می‌گیرد که انتهای قطار B به ابتدای قطار A برسد، یعنی نقطه B' (انتهای قطار B) به نقطه A' (ابتدای قطار A) برسد. مکان ابتدایی B' را مبدأ مکان و جهت راست را مطابق شکل جهت مثبت در نظر می‌گیریم و برای نقاط A' و B' معادله حرکت می‌نویسیم:

$$x_{A'} = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = 250\text{m}} x_{A'} = 37/\Delta t + 250$$

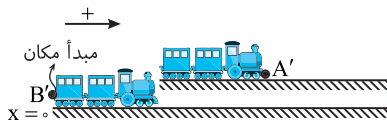
$$x_{A'} = 37/\Delta t + 250 \quad \text{معادله حرکت A:}$$

$$x_{B'} = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow x_{B'} = 2/\Delta t^2 \quad \text{معادله حرکت B:}$$

مکان A' و B' را برابر قرار می‌دهیم:

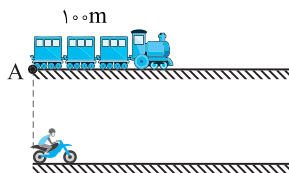
$$x_{A'} = x_{B'} \Rightarrow 37/\Delta t + 250 = 2/\Delta t^2 \Rightarrow 2/\Delta t^2 - 37/\Delta t - 250 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 15t - 100 = 0 \Rightarrow (t - 20)(t + 5) = 0 \Rightarrow t = 20\text{s}$$



۲ ۴۲۹ B

۱ نقطه A را مبدأ مکان می‌گیریم و جهت حرکت قطار و موتور را جهت مثبت فرض می‌کنیم.



۲ معادله حرکت موتور که با شتاب 2m/s^2 از حال سکون ($v_0 = 0$) به راه می‌افتد

$$x_m = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_m = \frac{1}{2} \times 2 t^2 + 0 \Rightarrow x_m = t^2 \quad \text{را می‌نویسیم.}$$

۳ موتور قرار است که از جلوی قطار بگذرد بنابراین معادله نقطه جلوی قطار را که در

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 100 t + 100 \quad \text{جلوی ق}$$

۴ معادله‌های حرکت را برابر قرار می‌دهیم.

$$x_m = x \Rightarrow t^2 = 100 t + 100 \Rightarrow t^2 - 100 t - 100 = 0 \Rightarrow (t + 10)(t - 110) = 0$$

$$\Rightarrow t = 110\text{s}$$

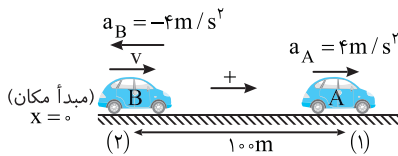
۱ معادله متحرک‌های A و B را می‌نویسیم، حرکت متحرک A تندشونده است پس شتاب در جهت حرکت می‌باشد اما حرکت متحرک B کندشونده است پس شتاب خلاف جهت حرکت می‌باشد.

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_0 \Rightarrow x_A = 2t^2 + 100 \\ x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t \Rightarrow x_B = -2t^2 + vt \end{cases} \quad \begin{matrix} x_A = x_B \\ \hline 2t^2 + 100 = -2t^2 + vt \Rightarrow 4t^2 - vt + 100 = 0 \end{matrix}$$

۲ معادله بالا به ازای $\Delta \geq 0$ جواب خواهد داشت:

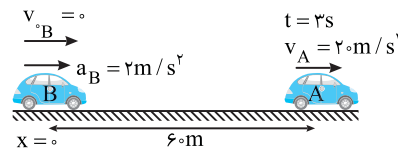
$$(-v)^2 - 4(4 \cdot 100) \geq 0 \Rightarrow v^2 \geq 1600 \Rightarrow v \geq 40 \text{ m/s}$$

بنابراین کمینه سرعت متحرک B در لحظه نشان داده شده $v = 40 \text{ m/s}$ می‌باشد.



خط فکری سؤال جالبی است. اتومبیل A با سرعت ثابت از کنار اتومبیل ساکن B می‌گذرد، سه ثانیه بعد اتومبیل B با شتاب 2 m/s^2 به دنبال A به راه می‌افتد. در این لحظه اتومبیل A به اندازه $(\Delta x = 20 \times 2 = 60 \text{ m})$ جلوتر از اتومبیل B است. اما مهم‌ترین نکته این است که تا لحظه‌ای که سرعت اتومبیل A (20 m/s) از سرعت اتومبیل B بیشتر باشد، فاصله دو اتومبیل زیاد می‌شود و لحظه‌ای که $v_B \geq v_A$ شود فاصله دو اتومبیل شروع به کم شدن می‌کند. بنابراین در لحظه‌ای که $v_B = 20 \text{ m/s}$ می‌شود، فاصله دو متحرک از هم بیشترین مقدار است. با توجه به این مطلب مسئله را حل می‌کنیم.

۱ مدت زمانی که طول می‌کشد سرعت متحرک B به سرعت 20 m/s برسد برابر است با:

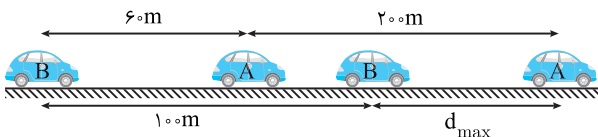


۲ در این مدت جابه‌جایی A و B را به دست می‌آوریم:

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t \Rightarrow x_B = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 9 \text{ m}$$

$$x_A = vt \Rightarrow x_A = 20 \times 3 = 60 \text{ m}$$

۳ بنابراین جابه‌جایی متحرک A از لحظه عبور از متحرک B برابر است با



۴ بیشینه فاصله A و B خواهد شد:

$$d = x_A - x_B \Rightarrow d_{\max} = 69 - 9 = 60 \text{ m}$$

تا لحظه $t = 3T$ سرعت متحرک ثابت است. با توجه به رابطه $\Delta x = v \Delta t$ و با توجه به شکل‌ها، در $t = 0$ تا $t = T$ متحرک A بیشتر از متحرک B جابه‌جا می‌شود:

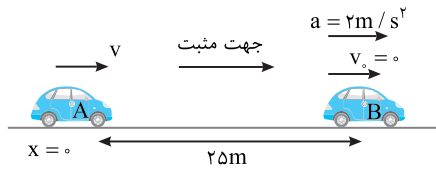
$$\Delta x_A = v_A T \quad \Delta x_A > \Delta x_B \rightarrow v_A > v_B$$

$$\Delta x_B = v_B T$$

از لحظه $t = 3T$ به بعد حرکت‌ها با شتاب ثابت است و با ادامه حرکت از این لحظه به بعد جابه‌جایی‌های متحرک B بیشتر از جابه‌جایی‌های متحرک A شده است بنابراین شتاب متحرک B بیشتر از شتاب متحرک A است. در ثانیه T آخر حرکت چون جابه‌جایی B بیشتر از جابه‌جایی A بوده پس سرعت انتهایی متحرک B بزرگ‌تر از سرعت انتهایی متحرک A است.

B ۴۳۰

خط فکری هرگاه قرار باشد که دو متحرک به هم برسند، معادله مکان-زمان دو متحرک را می‌نویسیم و برابر قرار می‌دهیم. اگر یکی از متحرک‌ها (و یا هر دو) دارای حرکت شتابدار باشد با برابر قرار دادن معادله‌های حرکت، یک معادله درجه ۲ به دست می‌آید و برای آنکه دو متحرک از کنار هم بگذرند باید $\Delta \geq 0$ شود یعنی معادله دارای جواب باشد. از این رو شما معادله حرکت‌های دو متحرک را نوشته برابر قرار دهید و Δ را بزرگ‌تر و مساوی صفر بگذارید. محل ابتدایی خودروی A در لحظه‌ای که خودروی B شروع به حرکت می‌کند را مبدأ مکان و مطابق شکل جهت راست را جهت مثبت می‌گیریم.



معادله حرکت دو متحرک را نسبت به محل ابتدایی خودروی A می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = vt + x_0 \Rightarrow x_A = vt \\ x_B = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x_B = t^2 + 25 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_A = x_B \\ \hline vt = t^2 + 25 \\ \hline \Rightarrow t^2 - vt + 25 = 0 \end{matrix}$$

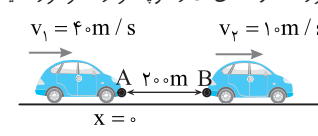
اگر معادله به دست آمده دارای جواب باشد، دو متحرک به هم می‌رسند. معادله درجه ۲ وقتی جواب دارد که $\Delta \geq 0$ باشد از این‌رو:

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow v^2 - 4 \times 25 \geq 0 \Rightarrow v^2 \geq 100 \Rightarrow v \geq 10 \text{ m/s}$$

بنابراین حداقل سرعت v باید 10 m/s باشد.

B ۴۳۱

خط فکری وقتی خودروی عقبی به خودروی جلویی برخورد می‌کند که نقطه A به نقطه B برسد (مطابق شکل). در این صورت اگر معادله حرکت دو خودرو را بنویسیم در آخر به یک معادله درجه ۲ می‌رسیم. با حل این معادله زمان رسیدن A به B به دست می‌آید. اما مسئله می‌خواهد که خودروی عقبی به خودروی جلویی نرسد. یعنی از نظر ریاضی باید معادله به دست آمده بدون جواب باشد ($\Delta < 0$) معادله‌های حرکت را بنویسید، با هم برابر قرار داده و Δ ی آن را کوچکتر از صفر قرار دهید.



معادله حرکت هر دو متحرک را نوشته و برابر قرار می‌دهیم.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} at^2 + 40t \\ x_2 = v_2 t = 10t + 200 \end{cases}$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} at^2 + 40t = 10t + 200 \Rightarrow \frac{1}{2} at^2 + 30t - 200 = 0$$

اگر این معادله جواب نداشته باشد برخوردی صورت نمی‌گیرد. برای این منظور باید $\Delta < 0$ باشد.

$$\Delta < 0 \Rightarrow 900 + 400a < 0 \Rightarrow a < -\frac{9}{4} \Rightarrow |a| > \frac{9}{4}$$

بنابراین کمینه (حداقل) مقدار a باید برابر $\frac{9}{4} \text{ m/s}^2$ باشد تا متحرک عقبی به متحرک جلویی برخورد نکند.

B ۴۳۲

خط فکری شکل مسئله را کامل کنید. یعنی تمام داده‌های مسئله را روی آن بنویسید. نقطه A را مبدأ مکان و جهت راست را جهت مثبت می‌گیریم. در این صورت شتاب متحرک A که حرکتش تندشونده است $a_A = +4 \text{ m/s}^2$ و شتاب متحرک B که حرکتش کندشونده بوده $a_B = -4 \text{ m/s}^2$ می‌شود. معادله‌های حرکت را بنویسید و با هم برابر قرار دهید. یک معادله درجه ۲ به دست می‌آورد که ریشه‌های آن، لحظه‌هایی است که دو متحرک به هم می‌رسند اما برای آنکه معادله دارای جواب باشد باید $\Delta \geq 0$ باشد. حل مسئله را شروع کنید.

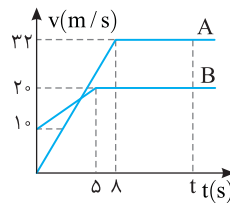


B 435 4 خط فکری

در مسأله‌ای که نوع حرکت متحرک تغییر می‌کند بهتر است که مسئله را به کمک رسم نمودار سرعت - زمان حل کنیم. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند باید سطح زیر نمودار سرعت - زمان دو متحرک با هم برابر باشد. از این رو با توجه به داده‌های مسئله، نمودارها را رسم کنید.

1 زمان رسیدن دو متحرک به سرعت ثابت را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow 4 = \frac{22-0}{t} \Rightarrow t_A = 5.5 \text{ s} , \quad 2 = \frac{2-0}{t} \Rightarrow t_B = 1 \text{ s}$$



2 نمودار سرعت - زمان هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند (t) سطح زیر نمودار سرعت - زمان آن‌ها یکی است.

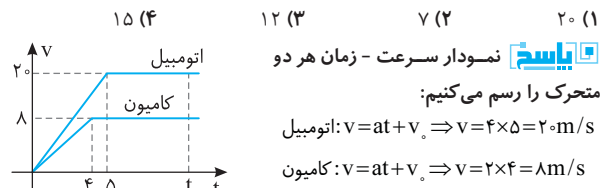
یادآوری ریاضی: مساحت ذوزنقه برابر مجموع دو قاعده ضربدر نصف ارتفاع است.

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow S_A = S_B \Rightarrow \frac{t+t-8}{2} \times 32 = \frac{2+0}{2} \times 5 + 2 \times (t-5)$$

$$(2t-8) \times 16 = 7.5 + 2t - 10 \Rightarrow 32t - 128 = 2t - 2.5 \Rightarrow 12t = 10.3 \Rightarrow t = \frac{10.3}{12}$$

پایز با سوال

یک اتومبیل و یک کامیون به طور همزمان از حال سکون و در یک جهت شروع به حرکت می‌کنند. در لحظه شروع حرکت اتومبیل 206m عقب‌تر از کامیون است. ابتدا اتومبیل 5s با شتاب ثابت 4 m/s² و کامیون 4s با شتاب ثابت 2 m/s² حرکت می‌کنند. سپس هر یک از آن‌ها با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهند. چند ثانیه پس از شروع حرکت، اتومبیل به کامیون می‌رسد؟



بیا سنجیم نمودار سرعت - زمان هر دو

متحرک را رسم می‌کنیم:

$$\text{اتومبیل: } v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 5 = 20 \text{ m/s}$$

$$\text{کامیون: } v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 4 = 8 \text{ m/s}$$

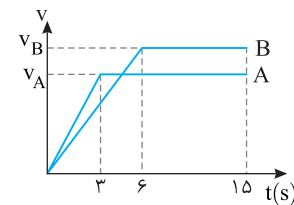
دقت کنید برای آنکه دو متحرک به هم برسند باید سطح زیر نمودار اتومبیل از سطح زیر نمودار کامیون 206 متر بیشتر باشد. زیرا اتومبیل 206m عقب بودن خود را باید جبران کند.

$$S_{\text{اتومبیل}} = S_{\text{کامیون}} + 206 \Rightarrow \frac{t+(t-5)}{2} \times 20 = \frac{t+(t-4)}{2} \times 8 + 206$$

$$20t - 50 = 8t - 16 + 206 \Rightarrow 12t = 240 \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

گزینه 1

B 436 4 میانبر



1 باید نمودار سرعت - زمان دو

متحرک A و B را مطابق شکل روبرو رسم کنید. دقت کنید که در 3s اول نمودار متحرک A خط راست

مایلی و پس از آن نمودار خط راست افقی است و برای متحرک B نمودار تا لحظه t=6s حرکت با شتاب ثابت و سرعت در حال افزایش تا مقدار

v_B است و از آن به بعد سرعت متحرک B ثابت است.

2 دو متحرک پس از 15s با هم از مبدأ به مقصد می‌رسند بنابراین سطح زیر نمودار دو متحرک در بازه صفر تا 15s باید برابر باشد.

$$S_A = S_B \Rightarrow (15+12) \times \frac{v_A}{2} = (15+9) \times \frac{v_B}{2} \Rightarrow 27v_A = 24v_B$$

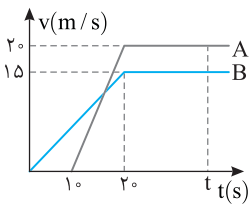
$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{24}{27} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{8}{9}$$

3 اکنون نسبت شتاب دو متحرک را حساب می‌کنیم.

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{v_A - v_0}{v_B - v_0} \Rightarrow \frac{a_A}{6} = \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{a_A}{6} = \frac{v_A}{v_B} \times 2 \Rightarrow \frac{a_A}{6} = \frac{16}{9} \times 2 = \frac{16}{9}$$

C 437 2 خط فکری

با توجه به نمودار متحرک



10s.A پس از حرکت متحرک B به راه می‌افتد.

بنابراین باید مشخص کنیم در این مدت متحرک B چند متر از متحرک A جلو می‌افتد. سپس سطح زیر نمودار را برای هر دو متحرک A و B در لحظه t که به هم می‌رسند حساب کنیم. البته

سطح زیر نمودار A باید به قدری که از متحرک B عقب است از سطح زیر نمودار B بیشتر باشد.

$$1 \text{ شتاب متحرک B را حساب می‌کنیم. } a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{15-0}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{4} \text{ m/s}^2$$

2 جابه‌جایی متحرک B را در مدت 10s به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times (10)^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_B = 37.5 \text{ m}$$

3 سطح زیر نمودار دو متحرک را حساب می‌کنیم.

$$S_A = (t-10+t-20) \times \frac{20}{2} \Rightarrow S_A = 20t - 300$$

$$S_B = (t+t-20) \times \frac{15}{2} \Rightarrow S_B = 15t - 150$$

4 با توجه به آنچه در خط فکری بیان کردیم، می‌نویسیم:

$$S_A = S_B + 37.5 \Rightarrow 20t - 300 = 15t - 150 + 37.5 \Rightarrow 5t = 187.5 \Rightarrow t = 37.5 \text{ s}$$

A 438 1 خط فکری

تانیه t ام یعنی بازه زمانی بین t-1 تا t بنابراین جابه‌جایی در تانیه چهارم

یعنی جابه‌جایی در بازه t=3s تا t=4s. دقت کنید متحرک از حال سکون با شتاب ثابت حرکت کرده است از این رو مسافت طی شده و جابه‌جایی متحرک یکی است. شما باید مکان جسم در لحظه‌های t=3s و t=4s را به دست آورده و آن‌ها را از هم کم کنید.

راه‌حل اول: به کمک معادله مکان - زمان، مکان جسم در لحظه t=3s و t=4s را به دست آورده و از هم کم می‌کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \quad \left\{ \begin{array}{l} t=3s \rightarrow x = \frac{1}{2} \times 1 \times 9 = 4.5 \text{ m} \\ t=4s \rightarrow x = \frac{1}{2} \times 1 \times 16 = 8 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \Delta x_{(4)} = 8 - 4.5 = 3.5 \text{ m}$$

میانبر در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در تانیه t ام

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \quad \text{حرکت از رابطه روبرو به دست می‌آید:}$$

راه‌حل دوم: استفاده از رابطه جابه‌جایی در تانیه t ام:

$$\Delta x_{(4)} = \frac{1}{2} \times 1 \times (2 \times 4 - 1) = 3.5 \text{ m}$$

A 439 2 یادآوری

یادآوری سرعت متوسط متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است در بازه زمانی

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \quad \text{صفر تا } t \text{ از رابطه زیر به دست می‌آید:}$$

1 شتاب حرکت متحرک را به کمک سرعت متوسط آن به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \quad \xrightarrow{t=3s, v_{av}=12 \text{ m/s}, v_0=0} \quad 12 = \frac{1}{2} \times a \times 3 + 0 \Rightarrow a = 8 \text{ m/s}^2$$

2 جابه‌جایی در تانیه سوم خواهد شد:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 8 \times (2 \times 3 - 1) + 0 = 20 \text{ m}$$

که در آن t کل مدت زمان و n تعداد ثانیه‌های آخر مدت t است اما این به چه معنی است؟ یعنی اگر گفته شود جابه‌جایی در سه ثانیه پنجم شما باید به جای t مقدار $5 \times 3 = 15s$ و جای n ، $3s$ را قرار دهید.

۱ جابه‌جایی در $2s$ اول برابر $13m$ شده است از این رو:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 13 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 2v_0 \Rightarrow 13 = 2a + 2v_0 \quad (I)$$

۲ در دو ثانیه سوم یعنی در رابطه بیان شده در یادآوری به جای t مقدار $2 \times 3 = 6s$ و به جای n مقدار $2s$ را قرار دهید.

$$25 = \frac{1}{2}a(2 \times 6 - 2) + 2v_0 \Rightarrow 25 = 10a + 2v_0 \quad (II)$$

۳ به کمک معادله‌های (I) و (II) a را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 13 = 2a + 2v_0 \\ 25 = 10a + 2v_0 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}} 12 = 8a \Rightarrow a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

B ۴۴۴ ۴

یادآوری: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در بازه زمانی n ثانیه

$$\Delta x_{(n)} = \frac{n}{2}a(2t - n) + nv_0$$

از کل مدت حرکت t ثانیه برابر است با:

۱ جابه‌جایی در دو ثانیه اول یعنی در رابطه $n = 2s$ و $t = 2s$ را قرار دهیم:

$$54 = \frac{2}{2}a(2 \times 2 - 2) + 2v_0 \Rightarrow 54 = 2a + 2v_0 \quad (1)$$

۲ جابه‌جایی در دو ثانیه سوم یعنی در رابطه $n = 2s$ و $t = 6s$ را قرار دهیم:

$$38 = \frac{2}{2}a(2 \times 6 - 2) + 2v_0 \Rightarrow 38 = 10a + 2v_0 \quad (2)$$

۳ رابطه‌های (1) و (2) را از هم کم کرده و شتاب را حساب می‌کنیم:

$$54 - 38 = 2a + 2v_0 - 10a - 2v_0 \Rightarrow 16 = -8a \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

۴ اکنون v_0 را از رابطه (1) به دست می‌آوریم:

$$54 = 2a + 2v_0 \Rightarrow 54 = 2 \times (-2) + 2v_0 \Rightarrow v_0 = 29 \text{ m/s}$$

۵ مسافت طی شده تا توقف به کمک رابطه مستقل از زمان خواهد شد:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (29)^2 = 2 \times (-2) \Delta x \Rightarrow \Delta x = 210.25 \text{ m}$$

B ۴۴۵ ۲

نکته: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست می‌توان ثابت کرد که جابه‌جایی‌ها

در بازه‌های زمانی متوالی یکسان t تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت at^2 می‌دهند.

در صورت مسئله بیان شده که در هر $2s$ متحرک $8m$ کمتر جابه‌جا می‌شود یعنی در بازه زمانی یکسان $t = 2s$ ، قدرنسبت دنباله حسابی برابر 8 است از این رو می‌توان نوشت:

$$at^2 = 8 \Rightarrow a(2)^2 = 8 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

متحرک بعد از $400m$ متوقف شده است. به کمک معادله مستقل از زمان سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2 \times 2 \times 400 \Rightarrow v_0^2 = 1600 \Rightarrow v_0 = 40 \text{ m/s}$$

بازار سوال: متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت در حرکت است و

در هر ثانیه، $2/5$ متر بیشتر از ثانیه قبل جابه‌جا می‌شود. شتاب متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (1) $2/5$
- (2) 5
- (3) $1/25$
- (4) قابل محاسبه نیست.

پاسخ: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل دنباله حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن شتاب است.

$$\Delta x_{(t)} - \Delta x_{(t-1)} = a$$

در این پرسش، جابه‌جایی در هر ثانیه، $2/5$ متر بیشتر از ثانیه قبل است یعنی قدرنسبت این دنباله که همان شتاب است برابر $2/5 \text{ m/s}^2$ است. **مغزینه 1**

A ۴۴۰ ۳

روش اول: متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع به حرکت کرده است محل شروع حرکت را مبدأ اختیار می‌کنیم. جابه‌جایی متحرک در مدت $1s$ برابر $2/5m$ شده است یعنی مکان در لحظه $t = 1s$ برابر $x = 2/5m$ است. به کمک معادله حرکت، شتاب را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 2/5 = \frac{1}{2}a(1) \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

مکان متحرک در مدت $2s$ را به دست می‌آوریم. $\Delta x' = 10m$

جابه‌جایی در ثانیه دوم یعنی جابه‌جایی در بازه $t = 1s$ تا $t = 2s$ بنابراین مکان در این دو لحظه را از هم کم می‌کنیم.

$$\Delta x_{(2)} = x' - x = 10 - 2/5 = 7/5 m$$

روش دوم: جابه‌جایی یک متحرک که دارای حرکت با شتاب ثابت روی خط راست است، در ثانیه t ام حرکتش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t - 1) + v_0 \Rightarrow \Delta x_{(1)} = \frac{1}{2}a(2 \times 1 - 1) + 0 \Rightarrow 2/5 = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

بنابراین جابه‌جایی آن در ثانیه دوم حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_{(2)} = \frac{1}{2}a(2 \times 2 - 1) + 0 \Rightarrow \Delta x_{(2)} = 7/5 m$$

تذکره 1: رابطه جابه‌جایی در ثانیه t ام در کتاب بیان نشده است اما در حل

این‌گونه مسائل، کاربرد مفیدی دارد.

B ۴۴۱ ۳

راه حل اول:

نکته: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی تشکیل تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت آن شتاب است. $|\Delta x_{(t)} - \Delta x_{(t-1)}| = a$

۱ جابه‌جایی متحرک در حرکت کندشونده‌اش در ثانیه چهارم، یک متر از جابه‌جایی

آن در ثانیه ششم بیشتر بوده است و با توجه به نکته بیان شده جابه‌جایی در ثانیه چهارم به اندازه $2a$ از جابه‌جایی در ثانیه ششم بیشتر است، بنابراین شتاب حرکت خواهد شد:

$$|2a| = 1 \Rightarrow |a| = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

۲ سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -0.5 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 3 \text{ m/s}$$

راه حل دوم: به کمک رابطه جابه‌جایی در ثانیه t ام در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t - 1) + v_0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{(4)} = \frac{1}{2}a(2 \times 4 - 1) + v_0 = \frac{7}{2}a + v_0 \\ \Delta x_{(6)} = \frac{1}{2}a(2 \times 6 - 1) + v_0 = \frac{11}{2}a + v_0 \end{cases}$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta x_{(6)} - \Delta x_{(4)} = \frac{7}{2}a - \frac{11}{2}a = -2a = 1 \Rightarrow a = -0.5 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -0.5 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 3 \text{ m/s}$$

B ۴۴۲ ۲

جابه‌جایی در ثانیه سوم برابر 28 متر است، سرعت اولیه را به کمک جابه‌جایی در ثانیه t ام به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2}a(2t - 1) + v_0 \Rightarrow 28 = \frac{1}{2} \times 6 \times (2 \times 3 - 1) + v_0 \Rightarrow v_0 = 13 \text{ m/s}$$

اکنون به کمک معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک در ثانیه $t = 5s$ را حساب می‌کنیم البته در لحظه $t = 0$ مکان اولیه متحرک $x_0 = 4m$ بوده است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 6 \times 25 + 13 \times 5 + 4 = 75 + 65 + 4 = 144 \text{ m}$$

B ۴۴۳ ۱

نکته: ۲ ثانیه سوم یعنی بازه‌های زمانی بین $t = 4s$ تا $t = 6s$.

یادآوری: برای به دست آوردن جابه‌جایی در مدت n ثانیه حرکت از معادله زیر

$$\Delta x_{(n)} = \frac{n}{2}a(2t - n) + nv_0$$

استفاده می‌کنیم:

B ۴۴۶ ۲

پ) با توجه به معادله سرعت که در بالا به دست آمده همواره سرعت مثبت است و شتاب نیز ثابت و مثبت می‌باشد پس حرکت تند شونده است و این گزاره درست است. (ت) زمانی بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان $x=0$ عبور می‌کند. Δ را تشکیل می‌دهیم $\Delta = 16 - 4 \times 5 = -4 < 0$ $\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 16 - 4 \times 5 = -4 < 0$ $\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$ $\Rightarrow \Delta = 16 - 4 \times 5 = -4 < 0$ بنابراین معادله جواب ندارد. یعنی متحرک هیچ‌گاه از مبدأ مکان نمی‌گذرد و گزاره (ت) نادرست است.

B ۴۴۹ ۴

خط فکری ← طراح بیان کرده که در لحظه $t=2s$ متحرک در یک جابه‌جایی مثبت است بنابراین مکان آن می‌تواند $x=+1m$ و یا $x=-1m$ باشد. شما باید در دو حالت مسئله را حل کنید.

حالت اول: اگر متحرک در $t=2s$ در $x=+1m$ باشد. آن‌گاه:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 0 + x_0 \Rightarrow 1 = 2a + x_0 \Rightarrow 2a + x_0 = 1$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 13 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 0 + x_0 \Rightarrow 13 = 8a + x_0 \Rightarrow 8a + x_0 = 13$$

$$\Rightarrow a = 2m/s^2 \Rightarrow x_0 = -3m$$

حالت دوم: اگر متحرک در $t=2s$ در $x=-1m$ باشد. آن‌گاه:

$$\begin{cases} t=2s \Rightarrow -1 = \frac{1}{2}a(2)^2 + 0 + x_0 \\ t=4s \Rightarrow 13 = \frac{1}{2}a(4)^2 + 0 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + x_0 = -1 \\ 8a + x_0 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + x_0 = -1 \\ 6a = 14 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{7}{3}m/s^2, x_0 = -\frac{17}{3}m$$

C ۴۵۰ ۴

خط فکری ← در صورت مسئله اندازه شتاب و اندازه جابه‌جایی در مدت $2s$ داده شده است. بنابراین ممکن است شتاب مثبت و جابه‌جایی نیز مثبت باشد یا شتاب جابه‌جایی هر دو منفی باشند و یا شتاب مثبت و جابه‌جایی منفی و بالعکس باشد. در نتیجه چهار حالت را باید یک به یک بررسی کنیم و با به‌دست آوردن سرعت اولیه و مقایسه آن با شتاب، نوع حرکت را تعیین کنیم. اگر بردار شتاب و بردار جابه‌جایی هم جهت باشند یعنی اگر شتاب و بردار جابه‌جایی هر دو مثبت و یا هر دو منفی باشند آن‌گاه:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times (+2) \times (2)^2 + v_0 \times (2) \Rightarrow v_0 = +1m/s$$

معادله سرعت - زمان خواهد شد:

در معادله $v = 2t + 1$ ، شتاب $2m/s^2$ و سرعت اولیه $v_0 = 1m/s$ است و حرکت همواره تندشونده است.

هر دو منفی باشند.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{\text{هر دو منفی}} -6 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (2)^2 + v_0 \times (2) \Rightarrow v_0 = -1m/s$$

معادله سرعت زمان خواهد شد $v = -2t - 1$ و چون سرعت اولیه و شتاب هر دو منفی هستند حرکت همواره تندشونده است و گزینه (۱) درست است.

اکنون حالتی را بررسی می‌کنیم که بردار شتاب و بردار جابه‌جایی در این دو ثانیه هم جهت نباشد. شتاب $2m/s^2$ و جابه‌جایی $-6m$ باشد.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{a>0, \Delta x<0} -6 = \frac{1}{2} \times 2 \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = -5m/s$$

در این صورت معادله سرعت زمان خواهد شد:

بنابراین ابتدا سرعت و شتاب هم علامت نبوده حرکت کندشونده است اما پس از توقف جسم در $t = 2/5s$ ، حرکت تندشونده می‌شود.

شتاب منفی $-2m/s^2$ و جابه‌جایی مثبت $+6m$ باشد:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{a<0, \Delta x>0} 6 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = +5m/s$$

در این حالت نیز $v = -2t + 5$ بوده و حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده خواهد بود و گزینه (۲) درست است.

راه حل اول: معادله سرعت - زمان $v = -2t + 4$ را با معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت $v = at + v_0$ مقایسه می‌کنیم، مشخص می‌شود که حرکت دارای شتاب ثابت $a = -2m/s^2$ و سرعت اولیه $v_0 = 4m/s$ است و معادله مکان - زمان آن به صورت روبه‌رو است:

$$x = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 4t + x_0 \Rightarrow x = -t^2 + 4t + x_0$$

۲ ثانیه سوم حرکت یعنی بازه زمانی بین $t = 4s$ و $t = 6s$ بنابراین مکان در این دو لحظه را به دست آورده از هم کم می‌کنیم تا جابه‌جایی به دست آید:

$$\begin{cases} t_1 = 4s \Rightarrow x_1 = -16 + 16 + x_0 \Rightarrow x_1 = x_0 \\ t_2 = 6s \Rightarrow x_2 = -36 + 24 + x_0 \Rightarrow x_2 = -12 + x_0 \end{cases} \Rightarrow |\Delta x| = 12m$$

راه حل دوم: استفاده از رابطه روبه‌رو:

در این رابطه ۲ ثانیه سوم یعنی $n = 2$ و $t = 6s$ است.

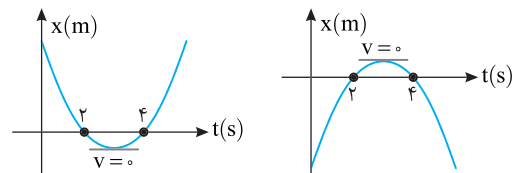
$$\Delta x_{(n)} = \frac{1}{2}a(n^2 - t_1^2) + v_0(n - t_1) \Rightarrow \Delta x_{(2)} = \frac{1}{2} \times (-2) \times (6^2 - 4^2) + 4 \times (6 - 4) = -20 + 8 = -12m$$

پس بزرگی جابه‌جایی برابر $12m$ است.

B ۴۴۷ ۴

خط فکری ← معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت $(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0)$

یک تابع درجه ۲ است که نمودار آن سهمی است. از طرفی لحظه‌ای بردار مکان متحرک تغییر جهت (علامت) می‌دهد که از مبدأ ($x=0$) بگذرد، در این صورت لحظه‌های $t = 4s$ و $t = 2s$ ریشه‌های معادله مکان زمان هستند و در این لحظه‌ها نمودار مکان - زمان محور زمان را قطع خواهد کرد. بنابراین اگر شما بخواهید نمودار مکان - زمان که یک سهمی است را رسم کنید باید یکی از دو نمودار زیر را رسم کنید.



۱ به نمودارهای رسم شده دقت کنید. لحظه تغییر جهت متحرک یعنی لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود و این لحظه در لحظه‌های کمینه و بیشینه نمودار (رأس سهمی) اتفاق می‌افتد.

۲ همچنین سهمی نسبت به خط قائم عبوری از رأس سهمی متقارن است بنابراین لحظه تغییر جهت $t = \frac{2+4}{2} = 3s$ تغییر جهت t خواهد شد.

B ۴۴۸ ۲

الف) جابه‌جایی بین دو لحظه $t = 0$ تا $t = 4s$ را به دست می‌آوریم. برای این کار مکان در لحظه $t = 0$ و $t = 4s$ را به کمک معادله حرکت $x = t^2 + 4t + 5$ به دست آورده از هم کم می‌کنیم. $t = 0 \Rightarrow x = 0 + 4(0) + 5 \Rightarrow x_1 = 5m$, $t = 4s \Rightarrow x = 4^2 + 4(4) + 5 \Rightarrow x_2 = 37$ جابه‌جایی $37 - 5 = 32m$ است. بنابراین سرعت متوسط در این بازه خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{32}{4} = 8m/s$$

این گزاره نادرست است.

ب) معادله مکان - زمان مسئله را با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرده و شتاب و سرعت اولیه را مشخص می‌کنیم.

$$x = t^2 + 4t + 5, x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow a = 2m/s^2, v_0 = 4m/s$$

معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم:

بعد از $t = 0$ همواره یک مقدار مثبت به ۴ اضافه می‌شود پس کمترین سرعت در $t = 0$ و $4m/s$ است و این گزاره درست است.

ابتدا t' محل تقاطع نمودار با محور زمان را به کمک شیب خط به دست می آوریم.

$$\frac{-v-v}{3t-t} = \frac{0-v}{t'-t} \Rightarrow \frac{-2v}{3t-t} = \frac{-v}{t'-t} \Rightarrow 2t' - 2t = 2t \Rightarrow t' = 2t$$

$$L = |S_1| + |S_2| \Rightarrow L = \frac{v \times 2t}{2} + \left| \frac{-v \times t}{2} \right| \Rightarrow L = vt + \frac{vt}{2} = \frac{3}{2} vt$$

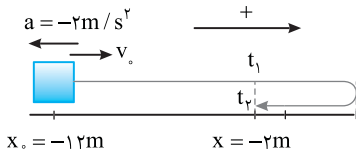
۳ ۴۵۲ B

یادآور ریاضی: در معادله درجه ۲ $(y = ax^2 + bx + c)$ برای حاصل ضرب دو ریشه حاصل جمع دو ریشه و تفاضل دو ریشه داریم:

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}, \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

خط فکری: دقت کنید در مدت ۳s متحرک از یک مکان $(x = -2m)$ می گذرد و چنانچه لحظه های گذر از این مکان را حساب کنیم اختلاف آن ها $t_2 - t_1 = 3s$ است. معادله حرکت را می نویسیم و به جای x مقدار $-2m$ را قرار می دهیم. اما به جای به دست آوردن ریشه ها تفاضل آن ها $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ را حساب می کنیم.

با توجه به شکل، اختلاف زمانی دو بار گذر از مکان $x = -2m$ برابر ۳s است.
 $(t_2 - t_1 = 3s)$



معادله مکان - زمان را نوشته، داده های مسئله را در آن قرار می دهیم.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow -2 = \frac{1}{2} (-2)t^2 + v_0 t - 12 \Rightarrow t^2 - v_0 t + 10 = 0$$

تفاضل دو ریشه این معادله برابر ۳ است.

$$\Delta t = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \Delta t = \frac{\sqrt{v_0^2 - 40}}{1} \Rightarrow 3 = \sqrt{v_0^2 - 40} \Rightarrow v_0^2 = 49 \Rightarrow v_0 = 7m/s$$

۴ ۴۵۴ B

۱ معادله را به صورت معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت $(x-t)$ در می آوریم:

$$t = 1 + \frac{\sqrt{65-10x}}{5} \Rightarrow \sqrt{65-10x} = 5(t-1) \Rightarrow 65-10x = 25(t-1)^2 \Rightarrow 65-10x = 25t^2 - 50t + 25 \Rightarrow 10x = -25t^2 + 50t + 40 \Rightarrow x = -2.5t^2 + 5t + 4$$

۲ معادله را با معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرده a و v_0 را

مشخص می کنیم.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = -2.5t^2 + 5t + 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} a = -2.5 \Rightarrow a = -5m/s^2 \\ v_0 = 5m/s \\ x_0 = +4m \end{cases}$$

۳ معادله سرعت - زمان خواهد شد.

t	0	1
v	5	0
a = -5m/s ²	-	-
av	-	+

تندشونده کندشونده

بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

میانبر: هرگاه ضریب t^2 (شتاب) و ضریب t (سرعت اولیه) در معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت مختلف علامت باشند حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

خط فکری:

متحرک از حال سکون با شتاب ثابت $+2a$ شروع به حرکت کرده و سرعش به v می رسد. سپس با همان شتاب $(-2a)$ ترمز می کند و می ایستد. بنابراین اگر در قسمت اول زمان t_1 و جابه جایی Δx_1 و در قسمت دوم زمان t_2 و جابه جایی Δx_2 باشد، باید رابطه ای بین زمان ها و جابه جایی ها به دست بیاوریم.

۱ به کمک معادله سرعت - زمان خواهیم داشت

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = (2a)t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{2a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 = 2(2a)\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v^2}{4a}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0} 0 = (-2a)t_2 + v \Rightarrow t_2 = \frac{v}{2a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = 2(-2a)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{v^2}{4a}$$

۲ نتیجه اینکه در این حرکت $t_1 = t_2$ و $\Delta x_1 = \Delta x_2$ بوده و اگر زمان کل حرکت t و کل جابه جایی x باشد آنگاه:

$$t_1 - t_2 = t \Rightarrow t_1 + t_1 = t \Rightarrow t_1 = \frac{t}{2} \quad (I)$$

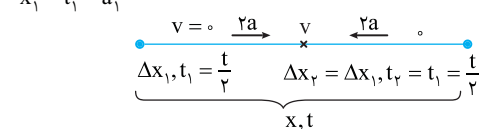
$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = x \Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_1 = x \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{x}{2} \quad (II)$$

۳ با توجه به معادله مکان - زمان می توان نوشت:

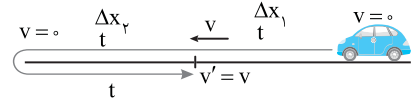
$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} (2a)t_1^2 \xrightarrow{t_1 = \frac{t}{2}} \Delta x_1 = a\left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{at^2}{4}$$

$$\Delta x_1 = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{at^2}{4} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$$

با توجه به رابطه II خواهیم داشت: هرگاه متحرک با شتاب a_1 از حال سکون شروع به حرکت کرده و در مدت t_1 جابه جایی x_1 را طی کند، سپس با شتاب a_2 ترمز کرده و در مدت t_2 جابه جایی x_2 را طی کند تا متوقف شود آن گاه:



در قسمت اول حرکت در مدت t سرعت از صفر به v رسیده سپس مطابق شکل در مدت $2t$ سرعت به $-v$ می رسد یعنی ابتدا سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت داده تا سرعش از صفر به $-v$ می رسد، از این رو:

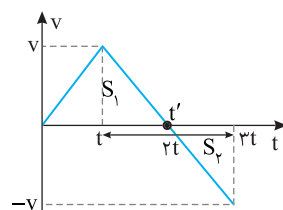


$$\Delta x_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v}{2} t, \quad \Delta x_2 = \frac{v_2 + v'}{2} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{v}{2} t$$

$$\Delta x_3 = \frac{v_3 + v'}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{-v}{2} t$$

مسافت برابر است با مجموع بزرگی جابه جایی ها:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| \Rightarrow \ell = \frac{v}{2} t + \frac{v}{2} t + \frac{v}{2} t \Rightarrow \ell = \frac{3}{2} vt$$



حل به کمک رسم نمودار سرعت - زمان

نمودار سرعت - زمان حرکت متحرک به شکل روبه روست و کافی است مساحت S_1 و S_2 را حساب کرده و با هم جمع کنیم.

C ۴۵۵

نکته

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی t تشکیل دنباله حسابی به قدر نسبت at^2 می‌دهند. با توجه به فرض مسئله در بازه‌های متوالی و یکسان t متحرک به ترتیب مسافت ۴۵ متر و ۲۷ متر و ۹ متر طی می‌کند بنابراین تفاضل هر دو مسافت متوالی باید برابر at^2 باشد. اگر جهت حرکت را مثبت فرض کنیم چون حرکت کندشونده است شتاب حرکت در خلاف جهت حرکت بوده و منفی است. بنابراین شتاب حرکت -2m/s^2 بنابراین:

$$27 - 45 = at^2 \Rightarrow -18 = -2t^2 \Rightarrow t = 3\text{s}$$

اکنون به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=3\Delta t=9\text{s}} 0 = (-2)(9) + v_0 \Rightarrow v_0 = 18\text{m/s}$$

B ۴۵۶

وقتی متحرکی با شتاب ثابت می‌ایستد یعنی شتاب $-a$ و حرکت کندشونده است.

می‌توان فرض کرد در همان مدت با شتاب $+a$ از حال سکون شروع به حرکت کرده است. یعنی می‌توان حرکت در ثانیه آخر از سکون بررسی کرد. بدین ترتیب می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}a \times 1 \Rightarrow a = 6\text{m/s}^2$$

حال برای ۳s اول مسیر کندشونده می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 33 = \frac{1}{2}(-6)(3)^2 + 3v_0 \Rightarrow v_0 = 20\text{m/s}$$

روش حل به کمک رسم نمودار سرعت - زمان

نمودار سرعت - زمان را رسم کنید. دقت کنید سطح زیر نمودار در ۱s آخر برابر ۳m است و در ثانیه آخر سرعت از ۷ به صفر می‌رسد. حساب می‌کنیم و در هر ثانیه سرعت به اندازه شتاب a کم می‌شود بنابراین ابتدای ثانیه آخر سرعت برابر a است. از این رو:

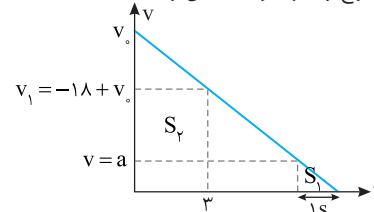
$$S_1 = \frac{a \times 1}{2} \Rightarrow 3 = \frac{a \times 1}{2} \Rightarrow a = 6\text{m/s}^2$$

سرعت در لحظه $t = 3\text{s}$ برابر است با: $v_1 = -6 \times 3 + v_0 = -18 + v_0$

اکنون سطح دوزنقه S_p را برابر ۳۳ متر قرار می‌دهیم.

$$(-18 + v_0 + v_0) \times \frac{3}{2} = 33 \Rightarrow -18 + 2v_0 = 22 \Rightarrow v_0 = 20\text{m/s}$$

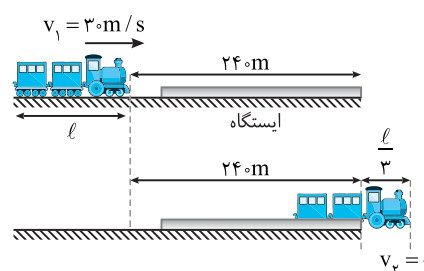
روش اول بسیار سریع‌تر و کوتاه‌تر اما تکنیکی‌تر است.



B ۴۵۷

خط فکری

فاصله ابتدای قطار تا انتهای ایستگاه ۲۴۰m است و هنگام توقف قطار، $\frac{1}{3}$ آن از ایستگاه عبور کرده یعنی کل مسافت طی شده توسط قطار $240 + \frac{1}{3} \times 240 = 320\text{m}$ است. بنابراین شما ابتدا باید مشخص کنید که این قطار با شتاب $-1/5\text{m/s}^2$ و سرعت اولیه 30m/s پس از طی مسافت چند متر می‌ایستد و این مقدار به دست آمده را با $240 + \frac{1}{3}$ برابر قرار بدهید و طول قطار را به دست بیاورید.



۱ به کمک رابطه مستقل از زمان، مسافت طی شده توسط قطار در مدت توقف را به دست می‌آوریم: $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 900 = 2 \times (-1/5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 300\text{m}$

۲ بنابراین قطار بعد از 300m متوقف می‌شود. در این صورت طول قطار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = 240 + \frac{l}{3} \Rightarrow 300 = 240 + \frac{l}{3} \Rightarrow l = 180\text{m}$$

۳ برای آنکه طولی از قطار از انتهای ایستگاه عبور نکند باید سرعت قطار در مسافت ۲۴۰ متر از 30m/s به صفر برسد. از این رو:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_1=30\text{m/s}, v_2=0, \Delta x=240\text{m}} 0 - 900 = 2a \times 240$$

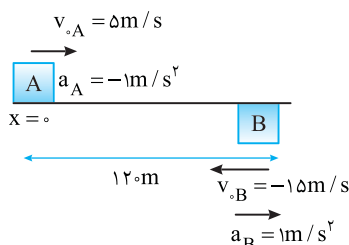
$$\Rightarrow a = -\frac{15}{8}\text{m/s}^2$$

C ۴۵۸

۱

محل ابتدایی اتومبیل A را مبدأ مکان و جهت مثبت را مطابق شکل به سوی راست می‌گیریم. با توجه به جهت مثبت برای اتومبیل A $v_{0A} = +\Delta m/s$ و شتاب

$a_A = -1\text{m/s}^2$ می‌شود و سرعت اولیه B، $v_{0B} = -15\text{m/s}$ و شتاب حرکت B که خلاف جهت v_{0B} و در جهت مثبت محور است برابر $a_B = +1\text{m/s}^2$ می‌شود.



۲ معادله حرکت دو اتومبیل را می‌نویسیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}(-1)t^2 + \Delta t \\ x_B = \frac{1}{2}(1)t^2 - 15t + 120/5 \end{cases}$$

۳ معادله‌های حرکت را مساوی قرار می‌دهیم.

$$x_A = x_B = \frac{-1}{2}t^2 + \Delta t = \frac{1}{2}t^2 - 15t + 120/5 \Rightarrow t^2 - 20t + 120/5 = 0 \Rightarrow \Delta' = 100 - 120/5 < 0$$

چرا مسئله جواب ندارد؟ مگر دو متحرک به سوی هم نمی‌روند. در واقع در این حل هر متحرک متوقف شده و برمی‌گردد. در حالی که اتومبیل‌ها وقتی که متوقف می‌شوند برنمی‌گردند. از این رو باید مشخص کنیم که اتومبیل A پس از چند ثانیه می‌ایستد و در این مدت چند متر جلو می‌آید.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = (-1)t + \Delta \Rightarrow t = \Delta\text{s}$$

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A} t \Rightarrow \Delta x_A = \frac{1}{2} \times (-1)(\Delta)^2 + \Delta \times \Delta \Rightarrow \Delta x_A = 12/5\text{m}$$

بنابراین اتومبیل A پس از Δs با طی مسافت $12/5\text{m}$ می‌ایستد و برای آنکه اتومبیل B به A برسد باید $120/5 - 12/5 = 108\text{m}$ مسافت طی کند. اکنون بررسی کنیم در چه مدتی $108/5\text{m}$ را طی می‌کند.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow -108 = \frac{1}{2}(1)t^2 + (-15)t \Rightarrow t^2 - 30t + 216 = 0$$

حال با توجه به معادله درجه دوم، ریشه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$t_{1,2} = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 864}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{30 \pm \sqrt{36}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 12\text{s} \\ t_2 = 18\text{s} \end{cases}$$

اکنون باید مشخص کنیم اتومبیل B پس از چه مدتی می‌ایستد؟

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1 \times t + 15 \Rightarrow t_B = 15\text{s}$$

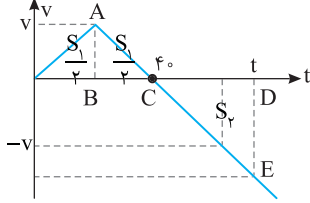
در نتیجه $t_1 = 12\text{s}$ قابل قبول است و $t_2 = 18\text{s}$ جواب مسئله نیست. زیرا از 15s

بیشتر است.

۵ دو مثلث ABC و CDE متشابه اند و در مثلث های متشابه نسبت مساحت ها برابر توان ۲ نسبت تشابه است.

$$\frac{S_{CDE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{CD}{BC}\right)^2 \Rightarrow 2 = \left(\frac{t-t_0}{t_0}\right)^2 \Rightarrow t-t_0 = 2\sqrt{t_0} \Rightarrow t = 4 + 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = 1/4 \Rightarrow t = 6.8s$$



روش تحلیلی با معادلات حرکت با شتاب ثابت

۱ ابتدا متحرک با شتاب ثابت a از حال سکون شروع به حرکت کرده و بعد از ۲۰s سرعت آن خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = a \times 20 + 0 \Rightarrow v = 20a$$

برای آنکه مجدد به مکانی برسیم که در ابتدا سرعت ۲۰a بوده باید متحرک مسیر رفت را بازگرد و به همان مکان برسیم. چون شتاب حرکت ثابت است بنابراین در لحظه بازگشت به مکان x_1 تندی برابر ۲۰a اما جهت آن قرینه خواهد بود بنابراین حرکت بازگشت قرینه حرکت رفت است.

۲ در لحظه $t = 20s$ ، شتاب قرینه می شود ($a_p = -a$) زمان توقف را حساب می کنیم:

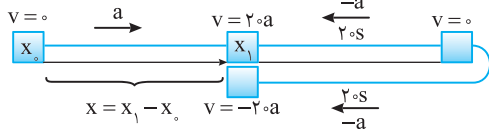
$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -a \times t + 20a \Rightarrow t = 20s$$

۳ بنابراین متحرک در لحظه $t = 40s$ سرعتش صفر شده و برمی گردد.

۴ لحظه ای که سرعتش برابر $-20a$ می شود را حساب می کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow -20a = (-a)t + 0 \Rightarrow t = 20s$$

بنابراین در لحظه $t = 40 + 20 = 60s$ سرعت متحرک $-20a$ می شود و مسیر حرکت تا این لحظه مطابق شکل زیر است.



۵ از این لحظه ($t = 60s$) متحرک باید جابه جایی x را طی کند تا به مبدأ حرکتش برگردد. ابتدا x را حساب می کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x = \frac{1}{2}a(20)^2 + 0 \Rightarrow x = 200a$$

۶ اکنون زمان طی x را در مسیر برگشت حساب می کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow -200a = \frac{1}{2}(-a)t^2 + (-20a)t$$

$$200 = \frac{1}{2}t^2 + 20t \Rightarrow t^2 + 40t - 400 = 0 \Rightarrow t = -20 \pm \sqrt{400 + 400}$$

$$\Rightarrow t = -20 \pm 20\sqrt{2} \rightarrow \begin{cases} t = -20 - 28 = -48s \\ t = -20 + 28 = 8s \end{cases}$$

بنابراین متحرک در مدت $60 + 8 = 68s$ به مبدأ حرکتش برمی گردد.

۱ خط فکری از زندگی روزمره می توانید درک کنید که اگر اتومبیل B به دنبال اتومبیل

A در حرکت باشد تا لحظه ای که سرعت اتومبیل B از سرعت اتومبیل A بیشتر باشد، اتومبیل B به اتومبیل A نزدیک می شود، اگر $v_B = v_A$ باشد، فاصله دو اتومبیل تغییر نمی کند و اگر سرعت اتومبیل B از اتومبیل A کمتر شود، فاصله دو اتومبیل افزایش می یابد.

در صورت مسئله بیان شده که متحرک A از حال سکون شروع به حرکت کرده و با شتاب ثابت بر سرعت خود می افزاید. اتومبیل B، سرعتش ثابت و برابر $15m/s$ است. تا لحظه ای که سرعت اتومبیل A از $15m/s$ کمتر است، B به آن نزدیک می شود و وقتی سرعت A از $15m/s$ بیشتر شد، فاصله دو اتومبیل از هم زیاد می شود.

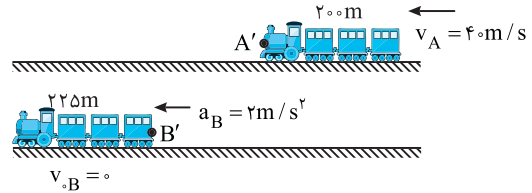
بنابراین در مدت $5s$ با شتاب a نباید سرعت A به $15m/s$ رسیده باشد. از این رو می توان نوشت:

$$v = at < 15 \Rightarrow 5a < 15 \Rightarrow a < 3m/s^2$$

توجه کنید اگر شتاب حرکت بزرگ تر از $3m/s^2$ باشد پس از $5s$ تندی متحرک A بزرگ تر از $15m/s$ بوده فاصله آن از متحرک B دائماً افزایش می یابد.

۴ ۴۵۹ B

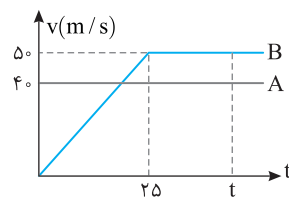
۱ شکل ساده زیر را برای خود رسم کنید. تا متوجه شوید برای سبقت گرفتن از A باید قطار B، $225 + 200 = 425$ متر بیشتر از قطار A حرکت کند. چرا؟ برای آنکه سبقت B از A یعنی انتهای قطار B (نقطه B') باید از ابتدای قطار A (نقطه A') بگذرد.



۲ لحظه ای را که سرعت قطار B با شتاب $2m/s^2$ به $50m/s$ می رسد حساب کنید:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 50 = 2t + 0 \Rightarrow t = 25s$$

۳ نمودار سرعت - زمان دو متحرک را مطابق شکل روبه رو رسم کنید.



۴ سطح زیر نمودار B باید $425m$ از سطح زیر نمودار A بیشتر باشد.

$$S_B = S_A + 425 \Rightarrow (t + t - 25) \times \frac{50}{2} = 40t + 425$$

$$\Rightarrow 50t - 625 = 40t + 425 \Rightarrow 10t = 1050 \Rightarrow t = 105s$$

۲ ۴۶۰ C

۱ خط فکری زمان واکنش یعنی بازه زمانی که راننده مانع را می بیند تا لحظه ای که

پدال ترمز را می فشرد. در این بازه زمانی می توان حرکت را بکنواخت فرض کرد. مسافتی که خودروی A طی می کند ۱۱۰ متر است. شما باید جابه جایی در مدت ترمز را حساب کرده از ۱۱۰ متر کم کنید و جابه جایی در زمان واکنش را به دست بیاورید تا بتوانید زمان واکنش A را حساب کرده به سراغ خودروی B بروید.

۱ جابه جایی خودروی A با شتاب $-2m/s^2$ و سرعت اولیه $20m/s$ تا لحظه توقف خواهد شد:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2(-2)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 100m$$

۲ بنابراین راننده پس از طی مسافت $110 - 100 = 10m$ ترمز می گیرد و این ۱۰ متر را با تندی $20m/s$ می رود. زمان واکنش A را حساب می کنیم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 10 = 20t \Rightarrow t_A = 0.5s$$

۳ زمان واکنش A نصف زمان واکنش B است. از این رو زمان واکنش B خواهد شد:

$$t_A = 0.5t_B \Rightarrow 0.5 = t_B \Rightarrow t_B = 1s$$

۴ در این مدت خودروی B با تندی $18m/s$ مسافت زیر را طی می کند.

$$\Delta x_B = v_B t \Rightarrow \Delta x_{B_1} = 18 \times 1 \Rightarrow \Delta x_{B_1} = 18m$$

۵ جابه جایی B حین ترمز گرفتن خواهد شد:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (18)^2 = 2(-2)\Delta x \Rightarrow \Delta x_{B_2} = 81m \Rightarrow \Delta x = 81m$$

۶ بنابراین خودروی B پس از طی مسافت $81 + 18 = 99m$ در فاصله $110 - 99 = 11$ متری مانع می ایستد.

۲ ۴۶۱ C

حل با رسم نمودار سرعت - زمان

نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم اما چگونه؟

۱ در مدت $20s$ سرعت متحرک با شتاب ثابت a از صفر به مقدار v می رسد سپس شتاب آن $-a$ می شود، بنابراین در همان مدت $20s$ سرعت متحرک صفر می شود، یعنی در لحظه $t = 40s$ متوقف شده سرعتش منفی می شود.

۲ متحرک می خواهد به مبدأ حرکت برگردد یعنی جابه جایی آن صفر شود.

۳ جابه جایی برابر سطح زیر نمودار $v-t$ است، بنابراین سطح زیر نمودار در بازه ۰ تا $40s$ (S_1) باید با سطح زیر نمودار در بازه $40s$ تا t (S_2) برابر شود.

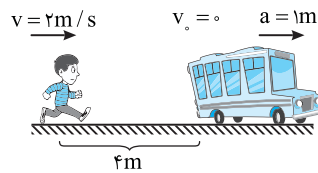
۴ سطح S_1 به دو قسمت مساوی تقسیم شده است. یعنی S_1 دو برابر سطح مثلث

$$S_{CDE} = 2S_{ABC} \quad (S_2 = S_1)$$

B ۴۶۳ ۳

خط فکری

دقت کنیدی در لحظه‌ای که اتوبوس با شتاب 1m/s^2 شروع به حرکت می‌کند، سرعت شخص 2m/s است و شخص به اتوبوس نزدیک می‌شود اما پس از 2s ، سرعت اتوبوس $v = at = 1 \times 2 = 2\text{m/s}$ شده و از آن به بعد فاصله اتوبوس از شخص شروع به افزایش می‌کند. در نتیجه کمینه فاصله بین شخص و اتوبوس در $t = 2\text{s}$ اتفاق می‌افتد. بنابراین شما جابه‌جایی شخص و اتوبوس را در مدت 2s پیدا کرده و مسئله را حل کنید.



راه حل اول:

۱. جابه‌جایی شخص در مدت 2s خواهد شد

$$\Delta x_{\text{ش}} = vt \Rightarrow \Delta x_{\text{ش}} = 2 \times 2 = 4\text{m}$$

۲. جابه‌جایی اتوبوس در مدت 2s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_{\text{اتو}} = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \Delta x_{\text{اتو}} = \frac{1}{2} \times 1 \times (2)^2 \Rightarrow \Delta x_{\text{اتو}} = 2\text{m}$$

۳. فاصله ابتدایی اتوبوس و شخص 4m متر بوده است. شخص 4m جلو آمده و در این مدت اتوبوس نیز دو متر جلو می‌رود و فاصله شخص تا اتوبوس $4 - 2 = 2\text{m}$ می‌شود. **راه حل دوم:** چون شخص با سرعت ثابت 2m/s در حال دویدن است، در نتیجه از معادله حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم. اگر مبدأ مختصات را مکان شخص، وقتی که در فاصله 4m متری از انتهای اتوبوس قرار دارد در نظر بگیریم، داریم:

$$x_{\text{ش}} = vt + x_0 \quad \begin{matrix} v = 2\text{m/s} \\ x_0 = 4\text{m} \end{matrix} \rightarrow x_{\text{ش}} = 2t$$

اتوبوس هم با شتاب ثابت حرکت خود را آغاز می‌کند، بنابراین:

$$x_{\text{اتو}} = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \quad \begin{matrix} a = 1\text{m/s}^2, v_0 = 0 \\ x_0 = 4\text{m} \end{matrix} \rightarrow x_{\text{اتو}} = \frac{1}{2} \times 1 \times t^2 + 0 \times t + 4$$

$$\Rightarrow x_{\text{اتو}} = \frac{t^2}{2} + 4$$

برای به دست آوردن حداقل فاصله شخص از اتوبوس، باید از معادله تقاضل مکان اتوبوس و شخص بهره ببریم:

$$\Delta x = \frac{t^2}{2} - 2t + 4$$

با توجه به این که معادله به دست آمده تابع درجه ۲ است مقدار کمینه تابع (یعنی رأس سهمی) خواهد شد:

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = -\frac{(-2)}{2 \times \frac{1}{2}} \Rightarrow t = 2\text{s}, \quad \Delta x_{\text{min}} = 2 - 4 + 4 = 2\text{m}$$

B ۴۶۴ ۲

بردار مکان وقتی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ بگذرد، یعنی $x = 0$ شود. البته باید در این لحظه بردار مکان تغییر علامت دهد. معادله حرکت را مساوی صفر ($x = 0$) قرار می‌دهیم.

$$x = 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 \Rightarrow (t - 3)^2 = 0 \Rightarrow t = 3\text{s}$$

مقدار $(t - 3)^2$ همواره مثبت است یعنی مکان همواره مثبت است و با آنکه در $t = 3\text{s}$ مکان صفر می‌شود اما بردار مکان تغییر علامت نمی‌دهد. متحرک در تمام مسیرش در قسمت مثبت محور در حرکت است و در لحظه $t = 3\text{s}$ به مبدأ رسیده از آن عبور نکرده و برمی‌گردد. متحرک تغییر جهت می‌دهد، اما بردار مکان آن همواره مثبت است. پس، بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد.

C ۴۶۵ ۲

خط فکری

موتورسوار با تسندی ثابت 16m/s در حرکت است و حرکت آن یکنواخت است. خودرو دارای سرعت 25m/s است و با شتاب 4m/s^2 از سرعت خود می‌کاهد و تا لحظه‌ای که سرعت آن به 16m/s برسد، در حال نزدیک شدن به موتورسوار است. یعنی کمترین فاصله بین موتورسوار و خودرو لحظه‌ای است که سرعت خودرو 16m/s شود.

۱. در مدت $\Delta t = 5\text{s}$ جابه‌جایی خودرو و موتورسوار را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} \Delta x_{\text{خودرو}} = v_{\text{خودرو}} t \Rightarrow \Delta x_{\text{خودرو}} = 24 \times 5 = 120\text{m} \\ \Delta x_{\text{موتورسوار}} = v_{\text{موتورسوار}} t \Rightarrow \Delta x_{\text{موتورسوار}} = 16 \times 5 = 80\text{m} \end{cases} \Rightarrow 120 - 80 = 40\text{m}$$

۲. بنابراین در لحظه‌ای که خودرو ترمز می‌کند، فاصله آن از موتورسوار برابر است با:

$$50 - 4 = 46\text{m}$$

۳. مدت زمانی که طول می‌کشد تا سرعت خودرو 16m/s شود را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 16 = -4 \times t + 24 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

۴. جابه‌جایی موتورسوار و خودرو را در مدت 2s حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_{\text{موتورسوار}} = v_{\text{موتورسوار}} t = 16 \times 2 \Rightarrow \Delta x_{\text{موتورسوار}} = 32\text{m}$$

$$\Delta x_{\text{خودرو}} = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow \frac{16 + 24}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta x_{\text{خودرو}} = 40\text{m}$$

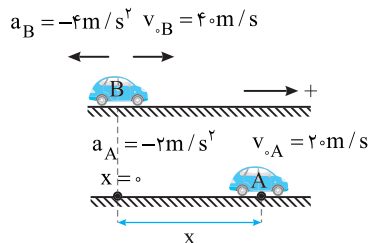
۵. یعنی در این دو ثانیه خودرو $40 - 32 = 8\text{m}$ به موتورسوار نزدیک می‌شود.

بنابراین کمینه فاصله آن‌ها از هم برابر است با:

$$\Delta x_{\text{min}} = 46 - 8 = 38\text{m}$$

B ۴۶۶ ۳

۱. با توجه به صورت مسئله شکل زیر را رسم می‌کنیم. مکان اولیه متحرک B را مبدأ مکان و سمت راست را جهت مثبت اختیار می‌کنیم.



۲. معادله حرکت متحرک A را می‌نویسیم.

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{A0} t + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2} \times (-2) t^2 + 2 \times t + 4$$

$$\Rightarrow x_A = -t^2 + 2t + 4$$

۳. مکان متحرک A را در مدت 4s به دست می‌آوریم.

$$t = 4\text{s} \Rightarrow x_A = -16 + 2 \times 4 + 4 \Rightarrow x_A = 64 + 4$$

۴. متحرک B به مدت 1s با همان سرعت 4m/s به حرکت خود ادامه می‌دهد سپس

با شتاب -4m/s^2 ترمز می‌گیرد. بنابراین در مدت 4s متحرک B، 1s دارای حرکت یکنواخت و 3s دارای حرکت با شتاب ثابت است. مکان آن در $t = 4\text{s}$ را حساب می‌کنیم.

$$x_B = vt_{\text{تایخیر}} + \left(\frac{1}{2} at^2 + v_0 t \right) \Rightarrow x_B = 4 \times 1 + \frac{1}{2} \times (-4) \times 3^2 + 4 \times 3$$

$$\Rightarrow x_B = 4 - 18 + 12 \Rightarrow x_B = 142\text{m}$$

۵. در $t = 4\text{s}$ مکان دو متحرک یکی است بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow 64 + 4 = 142 \Rightarrow x = 78\text{m}$$

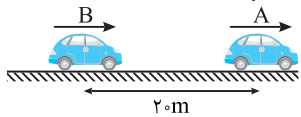
۷ بنابراین دو متحرک در لحظه $t''=12$ به یکدیگر می‌رسند و اختلاف سرعت متحرک یعنی Δv برابر است با:

$$\Delta v = 2 + 2 \times 1 = 4 \text{ m/s}$$

۳ ۴۶۸

خط فکری سه متحرک همزمان شروع به حرکت کرده‌اند و در یک لحظه از کنار هم می‌گذرند. بنابراین شما باید ابتدا زمان رسیدن متحرک B به متحرک A را به دست بیاورید. سپس معادله متحرک C و متحرک A را نوشته برابر قرار دهید.

۱ متحرک B با سرعت ثابت حرکت می‌کند و در هر ثانیه ۲ متر به متحرک A نزدیک می‌شود. بنابراین بعد از 10 s فاصله 20 m بین A و B را جبران خواهد کرد و در این لحظه متحرک C کنار آنهاست.

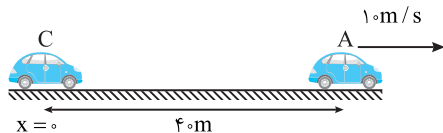


۲ معادله حرکت A و C را نوشته برابر قرار می‌دهیم.

$$x_C = \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{t=10 \text{ s}} x_C = 50 a$$

$$x_A = v_A t + x_0 \Rightarrow x_A = 10t + 40 \xrightarrow{t=10 \text{ s}} x_A = 140 \text{ m}$$

$$t = 10 \text{ s} \text{ در لحظه } x_C = x_A \Rightarrow 50a = 140 \Rightarrow a = 2.8 \text{ m/s}^2$$



۲ ۴۶۹

نکته می‌توان ثابت کرد که هرگاه دو متحرک خلاف جهت هم با سرعت‌های v_1 و v_2 حرکت کنند چنانچه یکی از آنها را ساکن فرض کنیم، سرعت دیگری نسبت به آن از جمع اندازه سرعت‌ها به دست می‌آید.

$$v = v_1 + v_2$$

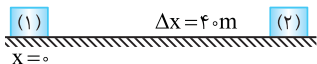
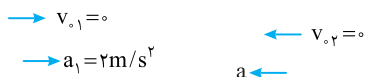
نکته می‌توان ثابت کرد که هرگاه شتاب دو متحرک در خلاف جهت هم باشد می‌توان یکی از آنها را ساکن فرض کرده و شتاب دیگری را نسبت به آن از جمع اندازه شتاب‌ها به دست آورد.

با توجه به شکل می‌توان فرض کرد یکی از آنها ساکن است و دیگری پس از طی مسیر 40 m به اولی می‌رسد.

چون شتاب‌ها در خلاف جهت هم هستند: $a = a_1 + a_2 = 2 + a$ نسبی

حال می‌توان روابط نسبی را به کار برد. $v^2_{\text{نسبی}} - v^2_0 = 2a \Delta x_{\text{نسبی}}$

$$\Rightarrow 20^2 - 0 = 2(2+a) \times 40 \Rightarrow 400 = 80(2+a) \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$



پنجره ۳ روبه‌روی ۴

۴ ۴۶۹

در ابتدا بردار سرعت و بردار شتاب مطلق شکل در خلاف جهت هم بوده و حرکت کندشونده است. اما دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد. حالت اول اینکه متحرک پس از مدتی می‌ایستد و دیگر به حرکت خود ادامه نمی‌دهد. مانند توپی که روی سطح زمین پرتاب شده و بعد از مدتی می‌ایستد و گزینه (۱) درست است.

حالت دوم اینکه متحرک پس از توقف در خلاف جهت شروع به حرکت کند، در این حالت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. مانند توپی که رو به بالا پرتاب می‌شود در ابتدا حرکتش کندشونده است، متوقف می‌شود و برمی‌گردد. بنابراین گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد. اما گزینه (۲) قطعاً نادرست است.

نمای ۱۷

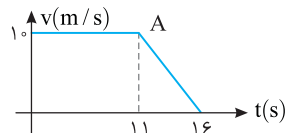
۳ ۴۶۷

خط فکری به دلیل اینکه دو متحرک از یک نقطه در مبدأ زمان عبور کرده‌اند، پس زمانی به هم می‌رسند که جابه‌جایی یکسانی داشته باشد. پس نمودار $v-t$ دو متحرک را رسم می‌کنیم و با توجه به سطح زیر نمودار می‌توان جابه‌جایی را به دست آورد:

۱ متحرک A در ابتدا تا لحظه $t=1 \text{ s}$ با تندی ثابت 10 m/s حرکت می‌کند و بعد از آن با شتاب $a = -2 \text{ m/s}^2$ از تندی خود کاسته تا متوقف شود:

$$v_1 = 10 \text{ m/s}, v_p = 0, \Delta t = (t' - 1), a = -2 \text{ m/s}^2$$

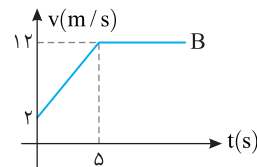
$$v_p = a(t' - 1) + v_1 \Rightarrow 0 = -2(t' - 1) + 10 \Rightarrow t' - 1 = 5 \Rightarrow t' = 16 \text{ s}$$



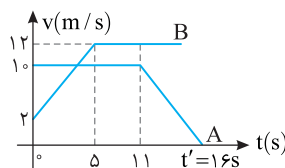
۲ متحرک B از تندی 2 m/s شروع به حرکت کرده و مدت 5 s به طور شتابدار حرکت می‌کند و سپس با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و با توجه به سؤال و جهت حرکت هر دو یکی است پس علامت تندی هر دو متحرک یکسان است.

$$v'_p = ?, v'_1 = 2, t = 5 \text{ s}, a' = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v'_p = a't + v'_1 \Rightarrow v'_p = 2 \times 5 + 2 \Rightarrow v'_p = 12 \text{ m/s}$$



۳ نمودار $v-t$ دو متحرک به صورت زیر است:



۴ هر دو متحرک از یک نقطه (مبدأ مختصات) شروع به حرکت کرده‌اند. پس برای آنکه دو متحرک به هم برسند باید جابه‌جایی هر دو متحرک یکسان باشد. ابتدا جابه‌جایی دو متحرک تا لحظه $t = 5 \text{ s}$ را از سطح زیر نمودار $v-t$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A = S_A = 10 \times 5 = 50 \text{ m}, \Delta x_B = S_B = \frac{5 \times (2 + 12)}{2} = 35 \text{ m}$$

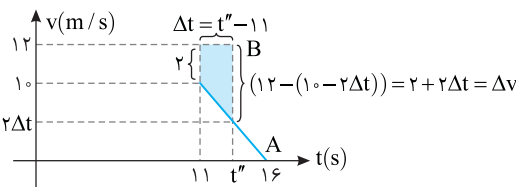
۵ تندی اولیه متحرک A بیشتر از تندی اولیه متحرک B است و در ابتدا A از متحرک B جلو زده و همانطور که در حساب کردن جابه‌جایی مشخص است متحرک A در 5 s اولیه بیشتر از متحرک B جابه‌جا شده است و این دو در این مدت به هم نمی‌رسند. حال جابه‌جایی در بازه صفر تا 11 s را حساب می‌کنیم. $\Delta x_A = 11 \times 10 = 110 \text{ m}, \Delta x_B = 35 + (12 \times 6) = 107 \text{ m}$

۶ بنابراین تا لحظه $t = 11 \text{ s}$ متحرک A به اندازه 3 m جلوتر از متحرک B است و اگر در لحظه t'' این دو متحرک به هم برسند باید جابه‌جایی متحرک A از $t = 11 \text{ s}$ تا t'' به اندازه 3 m بیشتر از جابه‌جایی متحرک B در این بازه باشد و با توجه به نمودار، سرعت متحرک در لحظه t'' را به دست می‌آوریم.

با توجه به شکل این اختلاف $\Delta x_B - \Delta x_A = 3 \text{ m}$ جابه‌جایی برابر سطح رنگی دوزنقه شکل زیر نمودار است

$$\frac{(\Delta t) \times ((2\Delta t + 2) + 2)}{2} = 3 \Rightarrow (\Delta t)(2\Delta t + 4) = 6$$

$$\Delta t(\Delta t + 2) = 3 \Rightarrow \Delta t = 1 \text{ s}, t'' = 11 + 1 = 12 \text{ s}$$





شخص (۱) فاصله d تا C را در $t_1 = \frac{d}{v_1}$ و شخص (۲) فاصله d تا O را در $t_2 = \frac{d}{v_2}$

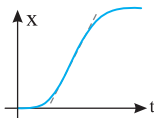
طی می‌کند، بنابراین اختلاف زمانی رسیدن دو شخص به D خواهد شد:

$$\Delta t = \left| \frac{d}{v_2} - \frac{d}{v_1} \right| = \frac{vd}{v_1 v_2} - \frac{d}{v_1} = \frac{d}{v_1} \left(\frac{v_1}{v_2} - 1 \right)$$

نمای ۱۱

۴۶۹ B

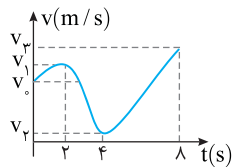
شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان برابر سرعت لحظه‌ای است و هرگاه متحرک بدون سرعت اولیه باشد، باید نمودار مکان-زمان در مبدأ زمان بر محور x مماس باشد. متحرک از حال سکون حرکت کرده بنابراین نمودار مکان-زمان در $t=0$ باید بر محور زمان مماس باشد، سپس سرعت ثابت مانده و باید نمودار مکان-زمان خط راست مایلی باشد که بر نمودار سهمی قسمت اول مماس باشد هم‌چنین بر نمودار سهمی قسمت کندشونده حرکت نیز باید مماس باشد تا سرعت در این لحظات با هم برابر شود، بنابراین گزینه (۱) درست و گزینه (۲) نادرست است.



به شکل رویه‌رو دقت کنید، شیب خط راست و شیب خط

مماس بر دو منحنی یکسان است. نمای ۲۱

۴۶۹ B



خط‌فکر ۶ در حل این مسئله باید به

فاصله سرعت‌ها کاملاً دقت کنید. یعنی باید

بدانید که با توجه به نمودار

$|v_2 - v_1| > |v_1 - v_0|$ است بازه زمانی‌ها

یکسان بوده پس با توجه به اینکه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ است پس شتاب متوسط در بازه $2s$ تا $4s$

بزرگ‌تر از صفر تا $2s$ است. در بازه $4s$ تا $8s$ بازه زمانی دو برابر بازه زمانی $2s$ تا $4s$ است. تغییرات سرعت در بازه $4s$ تا $8s$ بیشتر از $2s$ تا $4s$ است. تغییرات سرعت در بازه $4s$ تا $8s$ کمتر از دو برابر بازه $2s$ تا $4s$ است و شتاب متوسط در بازه $2s$ تا $4s$ بیشتر از $4s$ تا $8s$ است. بازه $4s$ تا $8s$ هم بازه زمانی بیشتری از $2s$ تا $4s$ داشته و هم تغییرات سرعت آن کوچک‌تر است. پس شتاب متوسط در بازه $2s$ تا $4s$ از شتاب متوسط در بازه $4s$ تا $8s$ بیشتر است. نمای ۱۸

نمای ۱۸

۴۶۹ B

خط‌فکر ۷ زمان واکنش راننده $\frac{d}{5s}$ است. یعنی از لحظه‌ای که راننده مانع را می‌بیند تا لحظه‌ای که پدال ترمز را می‌فشرد $\frac{d}{5s}$ طول می‌کشد و در این مدت خودرو با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد شما باید جابه‌جایی در این $\frac{d}{5s}$ را حساب کنید. سپس، جابه‌جایی خودرو را در قسمت کندشونده به دست بیاورید اگر جمع این دو جابه‌جایی از فاصله خودرو تا مانع کمتر بود برخوردی صورت نمی‌گیرد اما اگر جمع جابه‌جایی تا توقف از فاصله خودرو تا مانع بیشتر باشد، خودرو قبل از توقف به مانع برخورد می‌کند. حال به سراغ حل مسئله بروید.

در مدت زمان واکنش راننده، خودرو با تندی ثابت $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ به حرکت ادامه می‌دهد و مسافت Δx_1 را طی می‌کند. $\Delta x_1 = vt = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$ پس از ترمز، خودرو با تندی اولیه 20 m/s و شتاب -4 m/s^2 با حرکت کندشونده می‌ایستد.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2(-4)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 50 \text{ m}$$

بنابراین اگر مانعی در کار نبود، خودرو پس از $10 + 50 = 60 \text{ m}$ متوقف می‌شد اما فاصله خودرو از مانع 52 m است یعنی خودرو پس از $42 \text{ m} - 10 = 52 \text{ m}$ جابه‌جایی در قسمت کندشونده حرکت به مانع برخورد می‌کند بنابراین سرعت برخورد آن به مانع خواهد شد.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 400 = 2(-4) \times 42 \Rightarrow v^2 = 64 \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

نمای ۲۷

یعنی خودرو با تندی 8 m/s به مانع برخورد می‌کند.

۴۶۹ B

سرعت متحرک در لحظه t_1 و t_2 برابر است با:

$$v = \frac{3}{2}t^2 \Rightarrow v_1 = \frac{3}{2}t_1^2, v_2 = \frac{3}{2}t_2^2$$

فرمول شتاب متوسط را نوشته مقدار v_1 و v_2 را در آن قرار می‌دهیم.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{\frac{3}{2}(t_2^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{3}{2} \frac{(t_2 - t_1)(t_2 + t_1)}{(t_2 - t_1)} = \frac{3}{2}(t_2 + t_1)$$

نمای ۱۶

۴۶۹ B

در هر نقطه از مسیر بردار سرعت بر مسیر حرکت مماس است.

محیط دایره 12m است. شعاع آن را حساب می‌کنیم.

$$2\pi R = 12 \Rightarrow \pi = 3 \Rightarrow R = 2\text{m}$$

متحرک در مدت $6s$ ، $\frac{3}{4}$ محیط دایره را طی می‌کند. با یک تناسب ساده، مسافتی

$$\frac{6s}{4s} = \frac{\frac{3}{4} \times (\text{محیط})}{l} \Rightarrow l = \frac{1}{2} \times (\text{محیط})$$

بنابراین اگر متحرک در نقطه A باشد پس از $4s$ نصف دایره را دور می‌زند و به نقطه B می‌رود و جابه‌جایی آن برابر قطر AB است.

$$\Delta x = AB = 2R \Rightarrow \Delta x = 2 \times 2 = 4\text{m}$$

سرعت متوسط خواهد شد:

تندی حرکت را به دست می‌آوریم. در هر $6s$ متحرک $\frac{3}{4}$ محیط را طی می‌کند.

$$v = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{\frac{3}{4} \times 12}{6} \Rightarrow v = 1.5 \text{ m/s}$$

بنابراین:

اگر سرعت در نقطه A را $+1.5 \text{ m/s}$ در نظر بگیریم، سرعت در نقطه B ،

-1.5 m/s است و اندازه تغییر سرعت خواهد شد: $|\Delta v| = |-1.5 - 1.5| = 3 \text{ m/s}$

شتاب متوسط حرکت را حساب می‌کنیم.

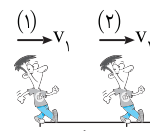
نمای ۱۵

۴۶۹ B

خط‌فکر ۴ دو نفر در نقطه C به هم می‌رسند. نقطه A را مبدأ و سمت راست را جهت مثبت بگیرد. معادله‌های حرکت را بنویسید و در نقطه C با هم برابر قرار دهید تا رابطه‌ای بین v_1 و v_2 به دست بیاورید.

شخص (۲)، $20s$ پس از شخص (۱) راه افتاده است. بنابراین اگر شخص (۱) مدت t در حرکت باشد، شخص (۲) مدت $t - 20$ در حرکت خواهد بود. با دانستن این مطلب معادله حرکت هر شخص خواهد شد.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} (1) & x_1 = v_1 t + 0 \\ (2) & x_2 = v_2 (t - 20) + d \end{cases}$$

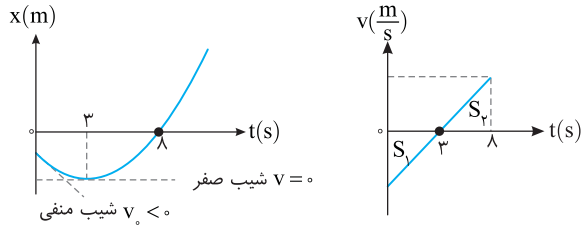


وقتی دو متحرک به C می‌رسند مکان‌های آن‌ها با هم برابر می‌شود. بنابراین:

$$x_1 = v_1 t \Rightarrow 2d = v_1 t \Rightarrow t = \frac{2d}{v_1}$$

$$x_2 = v_2 (t - 20) + d \Rightarrow 2d = v_2 \left(\frac{2d}{v_1} - 20 \right) + d \Rightarrow \frac{d}{v_2} = \frac{2d}{v_1} - 20$$

خط فکری برای به دست آوردن مسافت و تندی متوسط بهتر است نمودار $v-t$ رسم شود. در گام اول از روی نمودار $x-t$ باید نمودار $v-t$ رسم شود. با توجه به اینکه شیب خط مماس بر منحنی $x-t$ نشان دهنده سرعت لحظه‌ای است، سرعت اولیه متحرک منفی و سرعت در لحظه $t=3s$ برابر صفر است. از طرفی چون دهانه منحنی $x-t$ رو به بالاست، شتاب حرکت مثبت است و شیب نمودار $v-t$ مثبت خواهد بود پس:



یادآور ریاضی نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه آن‌ها است. با توجه به نمودار $v-t$ و با استفاده از تشابه مثلث‌ها نسبت مساحت‌های S_1 و S_2 محاسبه می‌شود.

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{(3-1)^2}{3^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow S_2 = \frac{4}{9} S_1$$

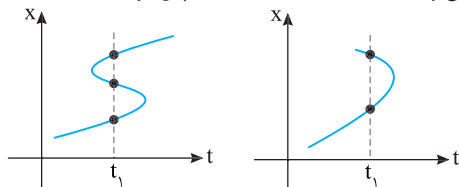
با توجه به نکته ابتدایی سؤال از روی S_1 و S_2 جابه‌جایی و مسافت مشخص می‌شود. دقت کنید که S_1 زیر محور افقی بوده و در جابه‌جایی علامت منفی باید لحاظ شود.

$$\left. \begin{aligned} \ell = S_1 + S_2 = S_1 + \frac{4}{9} S_1 = \frac{13}{9} S_1 \\ \Delta x = S_2 - S_1 = \frac{4}{9} S_1 - S_1 = -\frac{5}{9} S_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\ell} = \frac{-\frac{5}{9} S_1}{\frac{13}{9} S_1} = -\frac{5}{13}$$

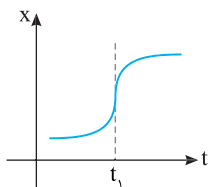
نمای ۲۹

پنجره ۵

خط فکری دقت کنید که نمودار مکان - زمان به ما در هر لحظه مکان متحرک را نشان می‌دهد و یک متحرک در یک لحظه نمی‌تواند در دو مکان مختلف باشد از این رو یک خط عمود بر محور زمان (t) رسم کنید اگر نمودار را در دو یا چند نقطه قطع کند این نمودار نمی‌تواند نمودار مکان - زمان باشد. از طرفی در هیچ نقطه‌ای خط مماس بر نمودار نباید بر محور زمان عمود شود زیرا در این صورت شیب خط مماس که برابر سرعت لحظه‌ای است بی‌نهایت می‌شود حال با توجه به این نکات گزینه درست را انتخاب کنید. متحرک نمی‌تواند در یک لحظه در دو مکان باشد، پس گزینه (۱) و (۴) نادرست است.



شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر سرعت متحرک است، در لحظه نشان داده شده خط مماس در نمودار گزینه (۲) خط قائم است که شیب آن ∞ می‌باشد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است. در نتیجه گزینه (۳) درست است.



خط فکری دو متحرک در یک لحظه از یک مبدأ به سوی یک مقصد به راه افتاده‌اند. یعنی جابه‌جایی دو متحرک از ابتدا تا انتهای مسیر یکسان است ($\Delta x_1 = \Delta x_2$) اما متحرک دوم که دارای شتاب بزرگ‌تری است $4s$ زودتر به مقصد می‌رسد. یعنی اگر زمان متحرک اول t_1 باشد زمان متحرک دوم $t_2 = t_1 - 4$ است. بنابراین شما معادله حرکت دو متحرک را نسبت به مبدأ حرکت بنویسید و آن‌ها را با هم برابر قرار دهید.

معادله حرکت دو متحرک خواهد شد:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{v_0=0} \begin{cases} \text{متحرک اول} & x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + 0 \\ \text{متحرک دوم} & x_2 = \frac{1}{2} a_2 (t_1 - 4)^2 + 0 \end{cases}$$

دو معادله را برابر قرار می‌دهیم.

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 (t_1 - 4)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} (4a_1) (t_1 - 4)^2$$

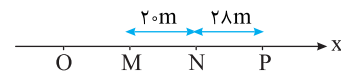
$$\Rightarrow t_1 = \frac{2}{3} (t_1 - 4) \Rightarrow 2t_1 = 3t_1 - 12 \Rightarrow t_1 = 12s$$

بنابراین زمان حرکت متحرکی که زودتر به مقصد می‌رسد خواهد شد.

$$t_2 = t_1 - 4 \Rightarrow t_2 = 12 - 4 = 8s$$

نمای ۳۴

به روش حل دقت کنید. شتاب ثابت است. بنابراین اگر شتاب a را در نظر بگیریم و سرعت در نقطه N را v فرض کنیم با توجه به تعریف شتاب که برابر تغییر سرعت در هر ثانیه است، سرعت $4s$ قبل از N خواهد شد: ($v_M = v - 4a$) و سرعت $4s$ بعد از N خواهد شد. ($v_P = v + 4a$)



۱ اکنون به سراغ فرمول مستقل از شتاب می‌رویم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} t \Rightarrow 20 + 28 = \frac{v_M + v_P}{2} \times 8 \Rightarrow 48 = (v - 4a + v + 4a) \times 4$$

$$\Rightarrow v = 6m/s$$

۲ مجدداً فرمول مستقل از شتاب را برای جابه‌جایی MN می‌نویسیم.

$$MN = \frac{v_M + v_N}{2} t_{MN} \Rightarrow 20 = \frac{6 - 4a + 6}{2} \times 4 \Rightarrow 10 = 12 - 4a \Rightarrow a = \frac{1}{2} m/s^2$$

۳ سرعت در مکان M خواهد شد:

$$v_M = v - 4a = 6 - 4 \times \frac{1}{2} = 4m/s$$

به کمک معادله مستقل از زمان فاصله OM را حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_M^2 - 0 = 2a(OM) \Rightarrow 4^2 = 2 \times \frac{1}{2} OM \Rightarrow OM = 16m$$

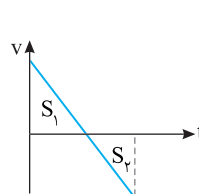
میانبر برای به دست آوردن شتاب می‌توانستید از نکته زیر استفاده کنید:

نکته در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه‌های زمانی یکسان t جابه‌جایی‌ها دنباله حسابی با قدرنسبت at^2 تشکیل می‌دهند.

$$d_2 - d_1 = at^2 \xrightarrow{d_1=20m, d_2=28m, t=4s} \lambda = a(4)^2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} m/s^2$$

نمای ۲۸

نکته در نمودار $v-t$ سطح زیر نمودار مسافت و جابه‌جایی متحرک را مشخص می‌کند:



$$\Delta x = S_1 + S_2 ; S_1 > 0, S_2 < 0$$

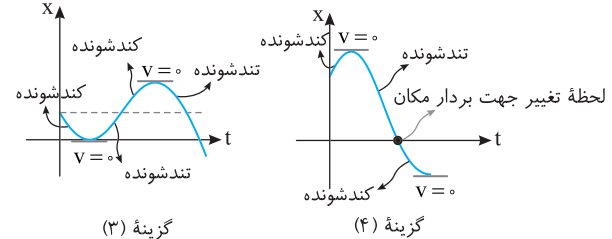
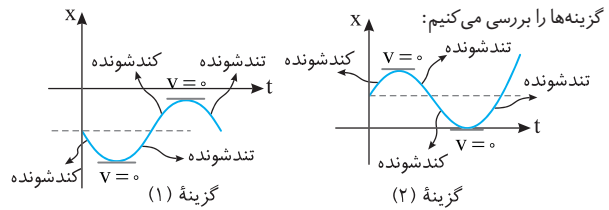
$$\ell = S_1 + |S_2|$$

B ۴ ۴۷۱

نکته

هرگاه متحرک تغییر جهت بدهد، سرعت آن صفر می‌شود و برای ادامه حرکت باید نوع حرکت آن تغییر کند. یعنی قبل از صفر شدن سرعت، باید حرکت کندشونده و بعد از آن تندشونده باشد.

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



در لحظه تغییر جهت بردار مکان - زمان را قطع نمی‌کند یعنی بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد و گزینه (۱) نادرست است.

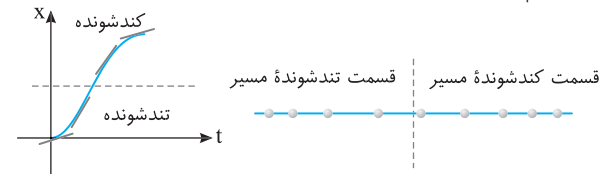
در گزینه (۲) متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد و نوع حرکت ۳ بار تغییر کرده و یک بار مکان آن صفر می‌شود ($x=0$) اما بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهد و گزینه (۲) نادرست است.

در گزینه (۳) نیز متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد و نوع حرکت ۳ بار تغییر کرده اما از مبدأ مکان ($x=0$) نمی‌گذرد و بردار مکان تغییر جهت نمی‌دهند و گزینه (۳) نادرست است.

در گزینه (۴) نوع حرکت دو بار تغییر کرده و نمودار یک بار محور زمان را قطع می‌کند. یعنی بردار مکان یک بار تغییر جهت می‌دهد و گزینه (۴) درست است.

B ۳ ۴۷۲

با توجه به نمودار $x-t$ ابتدا حرکت تندشونده و سپس کندشونده است، بنابراین در قسمت اول حرکت در فاصله‌های زمانی یکسان متحرک مسافت بیشتری طی می‌کند و در قسمت دوم حرکت در فاصله‌های زمانی یکسان متحرک مسافت کمتری را طی می‌کند.



A ۴ ۴۷۳

نمودار مکان - زمان خط راست و متحرک دارای سرعت ثابت است. از این رو سرعت متحرک برابر شیب نمودار است.

به کمک داده‌های روی نمودار سرعت را به دست می‌آوریم.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{-18 - 30}{5 - 0} = \frac{-48}{5} \Rightarrow v = -9.6 \text{ m/s}$$

معادله حرکت خواهد شد: $x = vt + x_0 \Rightarrow x = -9.6t + 30$

در $t = 3 \text{ s}$ مکان را حساب می‌کنیم:

$$x = -9.6 \times 3 + 30 = -28.8 + 30 \Rightarrow x = +1.2 \text{ m}$$

جابه‌جایی در مدت ۳s خواهد شد: $\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = -9.6 \times 3 = -28.8 \text{ m}$

A ۴ ۴۷۴

در نقاط کمینه و بیشینه نمودار مکان - زمان، سرعت صفر بوده و متحرک تغییر جهت می‌دهد (به شرط تغییر علامت شیب خط مماس بر نمودار)

هرگاه دهانه (تقعر) نمودار مکان -

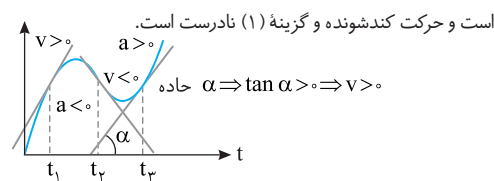
زمان رو به بالا باشد، شتاب مثبت و اگر رو به پایین باشد شتاب منفی است.

نمودار دارای سه نقطه بیشینه و کمینه است و سه بار متحرک تغییر جهت می‌دهد و گزینه (۱) درست و گزینه (۳) نادرست است.

ابتدا شتاب منفی سپس شتاب مثبت و سرانجام شتاب منفی شده است. بنابراین شتاب دو بار تغییر علامت داده است و گزینه (۲) درست است.

A ۳ ۴۷۵

در لحظه t_1 شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، پس سرعت مثبت است. اما جهت تقعر نمودار رو به پایین است، پس شتاب منفی است و در لحظه t_1 ، $av < 0$ است و حرکت کندشونده و گزینه (۱) نادرست است.



در لحظه t_1 ، سرعت منفی است زیرا شیب خط مماس بر نمودار منفی است (خط مماس در لحظه t_1 با محور زمان زاویه منفرجه می‌سازد) اما در مورد علامت شتاب

نمی‌توان اظهارنظر کرد یعنی جایی که جهت تقعر متغی و در نتیجه علامت شتاب عوض می‌شود، مشخص نیست پس نوع حرکت در لحظه t_1 مشخص نیست و گزینه (۲) نادرست است.

در لحظه t_2 جهت تقعر رو به بالا است، پس شتاب مثبت و شیب خط مماس بر نمودار نیز مثبت است و حرکت تندشونده است و گزینه (۳) درست است.

در لحظه t_3 حرکت تندشونده $\Rightarrow a_p > 0$ ، $av > 0$ است و گزینه (۴) نادرست است.

B ۳ ۴۷۶

برای بررسی و مقایسه سرعت متوسط دو متحرک در بازه t_1 تا t_2 باید جابه‌جایی دو متحرک را بررسی کنید. در بازه t_1 تا t_2

جابه‌جایی A از B بیشتر بوده و سرعت متوسط A از سرعت متوسط B بزرگ‌تر است و گزینه (۱) و (۴) نادرست است.

برای بررسی نوع حرکت دو راه وجود دارد.

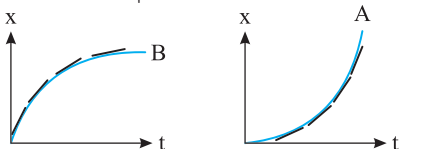
علامت شتاب و سرعت را در بازه زمانی داده شده مشخص کنید. اگر هم علامت باشند حرکت تندشونده و اگر مختلف‌العلامت باشند حرکت کندشونده است.

جهت تقعر نمودار A رو به بالا بوده پس شتاب آن مثبت است و اگر در بازه t_1 تا t_2 بر منحنی A مماس رسم شود، شیب خط مماس مثبت بوده در نتیجه سرعت نیز مثبت است، بنابراین حرکت تندشونده ($av > 0$) است. اما جهت تقعر نمودار B رو به

پایین بوده پس شتاب آن منفی است و شیب خط مماس بر نمودار B در بازه t_1 تا t_2 مثبت بوده در نتیجه سرعت مثبت است، بنابراین حرکت کندشونده ($av < 0$) است

و گزینه (۲) نادرست و گزینه (۳) درست است.

روش دوم این است که تعدادی خط مماس بر نمودار رسم کنید اگر خط مماس به سمت افقی شدن برود حرکت کندشونده و اگر به سمت قائم شدن برود حرکت تندشونده است.



حرکت B کندشونده است

حرکت A تندشونده است

C ۴۸۱ ۲

خط فکری

نمودار مکان - زمان بخشی از یک سهمی است بنابراین حرکت با شتاب ثابت روی خط راست بوده و معادله مکان - زمان این نمودار به صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ است. می‌دانیم که مختصات هر نقطه روی نمودار باید در معادله

صدق کند. سرعت اولیه ($v_0 = 40 \text{ m/s}$) داده شده است. بنابراین شما باید به کمک مختصات دو نقطه دیگر روی نمودار دو معادله به دست بیاورید تا به کمک آن بتواند شتاب و مکان اولیه را حساب کنید البته مسئله از شما فقط شتاب را خواسته است.

۱) با توجه به نمودار مکان متحرک در لحظه $t_1 = 15 \text{ s}$ برابر $x_1 = -50 \text{ m}$ و در لحظه $t_2 = 25 \text{ s}$ برابر $x_2 = -250 \text{ m}$ است. این مختصات را در معادله مکان - زمان قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow -250 = \frac{1}{2}a(25^2) + 40 \times 25 + x_0 \\ \Rightarrow 312/5a + x_0 &= -1250 \quad (1) \\ -50 &= \frac{1}{2}a(15^2) + 40 \times 15 + x_0 \Rightarrow 112/5a + x_0 = -650 \quad (2) \end{aligned}$$

۲) دو رابطه (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم و شتاب را به دست می‌آوریم:

$$200a = -600 \Rightarrow a = -3 \text{ m/s}^2$$

B ۴۸۲ ۱

۱) $t = 2 \text{ s}$ رأس سهمی است و سرعت در این لحظه صفر است از این رو:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 2 + v_0 \Rightarrow v_0 = -2a$$

۲) نمودار مکان - زمان است و حرکت دارای شتاب ثابت است مختصات هر نقطه از نمودار باید در معادله مکان زمان صدق کند از این رو در لحظه $t = 2 \text{ s}$ مکان $x = -3 \text{ m}$ و در لحظه $t = 5 \text{ s}$ مکان $x = +15 \text{ m}$ است.

$$\begin{cases} t = 2 \text{ s} \Rightarrow -3 = \frac{1}{2}a \times 4 + (-2a) \times 2 + x_0 \\ \Rightarrow -3 = -2a + x_0 \quad (1) \\ t = 5 \text{ s} \Rightarrow 15 = \frac{1}{2}a \times 25 + (-2a) \times 5 + x_0 \\ \Rightarrow 15 = 2/5a + x_0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{دو معادله را از هم کم می‌کنیم} \rightarrow 18 = 4/5a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

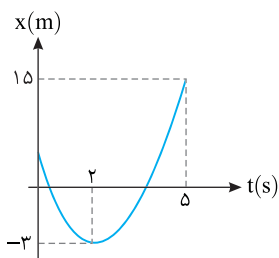
۳) شتاب را در معادله (۱) جای گذاری می‌کنیم: $x_0 = 5 \text{ m}$ $-3 = -2 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = 5 \text{ m}$

راه حل پیشنهادی یک دانش آموز: در بازه ۵s تا ۵s خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} x &= \frac{v+v_0}{2}t + x_0 \Rightarrow 15 = \frac{v+0}{2} \times 3 - 3 \Rightarrow v = 12 \text{ m/s} \\ a &= \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{12-0}{3} = 4 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

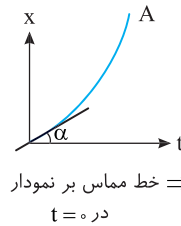
به دلیل تقارن سهمی مکان در $t = 0$ و $t = 4 \text{ s}$ یکی است از این رو برای یافتن x_0 از لحظه $t = 2 \text{ s}$ که سرعت صفر و مکان -3 m است تا لحظه $t = 4 \text{ s}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4 \times (4-2)^2 - 3 \Rightarrow x = 5 \text{ m} \Rightarrow x_0 = 5 \text{ m}$$



A ۴۷۷ ۳

راه حل اول: چون نمودار مکان- زمان بخشی از سهمی است، پس حرکت با شتاب ثابت است. در لحظه $t = 0$ منحنی بر محور t مماس نبوده، پس سرعت اولیه صفر نیست بلکه $v_0 > 0$ است. جهت تقعر منحنی رو به بالا است، پس شتاب مثبت است و چون سرعت اولیه و سرعت در لحظات بعد از آن مثبت است حرکت تندشونده است.

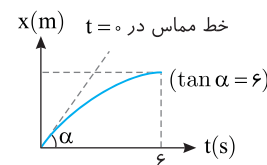


$v_0 \neq 0 \Rightarrow$ خط مماس بر نمودار در $t = 0$

راه حل دوم: اگر بر منحنی چند مماس در لحظه‌های مختلف رسم کنید، مشاهده می‌کنید که با گذشت زمان، شیب این خط‌های مماس در حال افزایش است، پس سرعت در حال زیاد شدن بوده و حرکت تندشونده است.

A ۴۷۸ ۱

نکته: شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر سرعت لحظه‌ای است.



خط مماس در $t = 0$

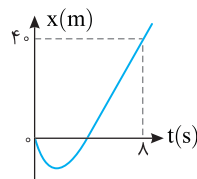
با توجه به نمودار شیب خط مماس بر نمودار در $t = 0$ ($\tan \alpha = 6$) سرعت اولیه متحرک 6 m/s و در لحظه $t = 6 \text{ s}$ که خط مماس بر نمودار موازی محور زمان است سرعت صفر است.

بنابراین به کمک معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) مسئله قابل حل است.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{0+6}{2} \times 6 \Rightarrow \Delta x = 18 \text{ m}$$

A ۴۷۹ ۲

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر سرعت در آن لحظه‌ای است در صورت مسئله بیان شده که در لحظه $t = 8 \text{ s}$ ، شیب خط مماس 20 واحد SI است یعنی سرعت $v = 20 \text{ m/s}$ است. در بازه صفر تا 8 s جابه‌جایی 40 m بوده و به کمک معادله مستقل از شتاب، سرعت اولیه را می‌توان حساب کرد.



$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 40 = \frac{20+v_0}{2} \times 8 \Rightarrow v_0 = -10 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{20-(-10)}{8} = 3/2 \text{ m/s}^2$$

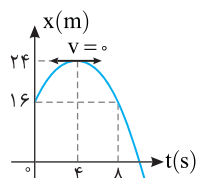
شتاب را به دست می‌آوریم.

B ۴۸۰ ۱

خط فکری

نمودار مکان - زمان سهمی است و سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس متقارن است. به نمودار دقت کنید در لحظه $t = 0$ و $t = 8 \text{ s}$ مکان $x = 16 \text{ m}$ است. بنابراین لحظه رأس سهمی $t = 4 \text{ s}$ خواهد بود و در این لحظه سرعت صفر است. اکنون می‌توانید با این اطلاعات مسئله را حل کنید.

۱) نمودار مکان - زمان سهمی است و حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. در لحظه $t = 4 \text{ s}$ سرعت صفر می‌شود بنابراین سرعت اولیه خواهد شد:



$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{v+v_0}{2} \Delta t \\ \Rightarrow (24-16) &= \frac{0+v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = 4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

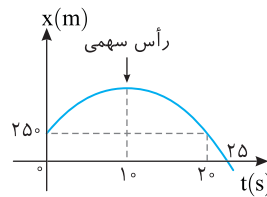
۲) سرعت در لحظه $t = 8 \text{ s}$ به دلیل تقارن سهمی برابر -4 m/s است. از این رو:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{-4-4}{8} = +1 \text{ m/s}^2$$

۳) متحرک در بازه صفر تا 8 s از مکان $+16 \text{ m}$ به همان مکان برگشته است از این رو سرعت متوسط صفر است. $\Delta x = 0 \Rightarrow v_{av} = 0$

۱ ۴۸۳ C

۱ نمودار $x-t$ حرکت با شتاب ثابت به صورت سهمی می‌باشد و می‌دانیم که سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس آن تقارن دارد. بنابراین لحظه رأس سهمی خواهد شد: $t = \frac{0+20}{2} = 10\text{s}$



۲ در رأس سهمی یعنی در نقطه بیشینه نمودار مکان - زمان سرعت صفر است. به کمک معادله سرعت - زمان سرعت اولیه را بر حسب a به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 10 + v_0 \Rightarrow v_0 = -10a \quad (1)$$

۳ در لحظه $t = 25\text{s}$ مکان متحرک $x = 0$ است که باید در معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت صدق کند.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{(1)} 0 = \frac{1}{2}a(25)^2 + (-10a)(25) + 250$$

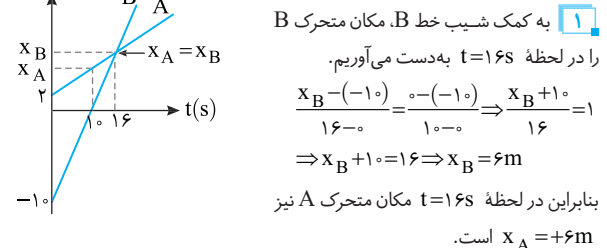
$$\Rightarrow a = -4\text{m/s}^2 \Rightarrow v_0 = -10a = +40\text{m/s}$$

۴ در $t = 10\text{s}$ سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد مکان تغییر جهت را به کمک معادله مکان - زمان به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(-4)(10)^2 + 40 \times 10 + 250 \Rightarrow x = 450\text{m}$$

۱ ۴۸۴ B

به نمودار نگاه کنید. متحرک B در لحظه $t = 10\text{s}$ از مبدأ مکان می‌گذرد و در لحظه $t = 16\text{s}$ مکان هر دو متحرک یکسان است ($x_A = x_B$).



۱ به کمک شیب خط B، مکان متحرک B را در لحظه $t = 16\text{s}$ به دست می‌آوریم.

$$\frac{x_B - (-10)}{16 - 0} = \frac{0 - (-10)}{10 - 0} \Rightarrow \frac{x_B + 10}{16} = 1$$

$$\Rightarrow x_B + 10 = 16 \Rightarrow x_B = 6\text{m}$$

بنابراین در لحظه $t = 16\text{s}$ مکان متحرک A نیز $x_A = +6\text{m}$ است.

۲ به کمک شیب خط A، مکان متحرک A را در لحظه $t = 10\text{s}$ یعنی لحظه عبور متحرک B از مبدأ مکان را به دست می‌آوریم.

$$\frac{6 - 2}{16 - 0} = \frac{x_A - 2}{10 - 0} \Rightarrow \frac{4}{16} = \frac{x_A - 2}{10} \Rightarrow 20 = 16x_A - 16 \Rightarrow 36 = 16x_A \Rightarrow x_A = 4\text{m}$$

۴ ۴۸۵ A

۱ سرعت حرکت هر متحرک را از روی نمودار به کمک شیب خط به دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{0 - (-5)}{2/5 - 0} \Rightarrow v_A = 2\text{m/s}, v_B = \frac{-3}{6-0} \Rightarrow v_B = -0.5\text{m/s}$$

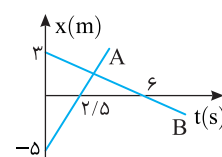
۲ معادله حرکت هر متحرک را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x_A = 2t - 5, x_B = -0.5t + 3$$

۳ با توجه به صورت مسئله قرار است فاصله دو متحرک از هم 5m باشد از این رو خواهیم داشت:

$$|x_A - x_B| = 5 \Rightarrow |2t - 5 + 0.5t - 3| = 5$$

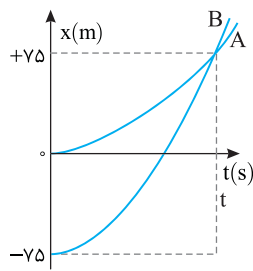
$$\Rightarrow \begin{cases} 2/5t - 8 = 5 \Rightarrow t = \frac{13}{2/5} \Rightarrow t = 5/2\text{s} \\ 2/5t - 8 = -5 \Rightarrow t = \frac{3}{2/5} \Rightarrow t = 1/2\text{s} \end{cases}$$



دقت کنید فاصله دو متحرک از هم ابتدا $(3+5=8\text{m})$ بوده و دو متحرک در حال نزدیک شدن به هم هستند و برای اولین بار هنگام نزدیک شدن یعنی در لحظه $t = 1/2\text{s}$ فاصله آن‌ها از هم 5m می‌شود سپس دو متحرک از کنار هم می‌گذرند و از هم دور می‌شوند و دوباره در لحظه $t = 5/2\text{s}$ فاصله آن‌ها از هم 5m می‌شود.

۲ ۴۸۶ A

خط فکری نمودار داده شده نمودار مکان - زمان است و جابه‌جایی در مدت t برای هر دو متحرک A و B مشخص است از طرفی سرعت اولیه هر دو متحرک صفر است. شتاب متحرک A را در اختیار داریم می‌توانیم به کمک آن زمان t یعنی زمانی که دو متحرک به هم می‌رسند (زمان سبقت) را حساب کرده و سرانجام به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت هر دو متحرک را هنگام سبقت حساب کرد.



۱ جابه‌جایی متحرک A در مدت t ، 75m و شتاب آن ثابت و برابر $1/5\text{m/s}^2$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_A=75, v_0=0} 75 = \frac{1}{2}(1/5)t^2 \Rightarrow t = 10\text{s}$$

۲ متحرک B در مدت 10s از مکان $x_0 = -75\text{m}$ به مکان $x = 75\text{m}$ رفته است از این رو خواهیم داشت:

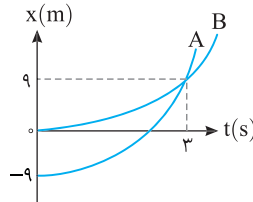
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{v_B=0} 75 = \frac{1}{2}a(10)^2 + 0 - 75 \Rightarrow a = 3\text{m/s}^2$$

زمان سبقت دو متحرک $t = 10\text{s}$ است، در این لحظه به کمک معادله سرعت زمان، سرعت هر یک را حساب می‌کنیم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \Rightarrow v_A = (1/5)(10) \Rightarrow v_A = 10\text{m/s} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{3}{10} = 2$$

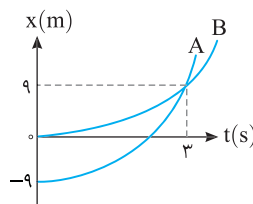
$$v_B = a_B t + v_{0B} \Rightarrow v_B = (3)(10) \Rightarrow v_B = 30\text{m/s}$$

پاسخ با سؤال نمودار مکان - زمان دو متحرک که از حال سکون و با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل روبه‌رو است. در لحظه $t = 10\text{s}$ متحرک A چندمتر جلوتر از B قرار دارد؟



- ۹۱ (۱)
- ۱۰۰ (۲)
- ۱۰۹ (۳)
- ۲۰۰ (۴)

پاسخ حرکت با شتاب ثابت است. به کمک رابطه مستقل از شتاب مسئله را حل می‌کنیم:



$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t, B: 9 = \frac{v_B+0}{2} \times 3$$

$$\Rightarrow v_B = 6\text{m/s}$$

$$A: 9 - (-9) = \frac{v_A+0}{2} \times 3$$

$$\Rightarrow v_A = 12\text{m/s}$$

شتاب را برای هر متحرک به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_A = \frac{12-0}{3} = 4\text{m/s}^2, a_B = \frac{6-0}{3} = 2\text{m/s}^2$$

مکان هر متحرک را در $t = 10\text{s}$ به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 + 0 + (-9) = 191\text{m} \\ x_B = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 + 0 + 0 = 100\text{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_A - x_B = 91\text{m}$$

گزینۀ ۱

نکته ۱: در نمودارهایی شبیه نمودار سؤال، شیب خط A (سرعت متحرک A)

با شیب خط مماس بر سهمی در لحظه وسط بازه زمانی تقاطع دو نمودار برابر است.

نکته ۲: در حرکت با شتاب ثابت در هر بازه زمانی، سرعت در وسط بازه برابر

میانگین سرعت‌ها در لحظات ابتدایی و انتهایی بازه است.
$$v = v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

با توجه به نکات بیان شده باید سرعت متحرک A با سرعت B در لحظه $\frac{t^+ + t^-}{2}$

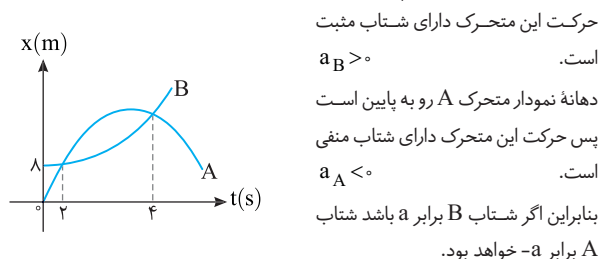
وسط بازه برابر شود از این رو:
$$v_A = \frac{v_{Bt^+} + v_{Bt^-}}{2} \Rightarrow v_A = \frac{v_{Bt}}{2} \Rightarrow v_{Bt} = 2v_A$$

۲ ۴۸۹ C

خط فکری: دقت کنید در اصل در این مسئله نمی‌توانید سرعت اولیه A (v_{0A}) و

سرعت اولیه B (v_{0B}) را جداگانه حساب کرده و سپس اختلاف آن‌ها را به دست بیاورید به همین دلیل باید به کمک معادله مکان-زمان و مختصات نقاط روی نمودار مسئله را حل کنید.

۱: شتاب دو متحرک هم اندازه است اما دهانه نمودار متحرک B رو به بالاست پس



حرکت این متحرک دارای شتاب مثبت است. $a_B > 0$

دهانه نمودار متحرک A رو به پایین است پس حرکت این متحرک دارای شتاب منفی است. $a_A < 0$

بنابراین اگر شتاب B برابر a باشد شتاب A برابر -a خواهد بود.

۲: معادله مکان-زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_{0B}t + \lambda, \quad x_A = -\frac{1}{2}at^2 + v_{0A}t$$

۳: در دو لحظه $t = 4s$ و $t = 2s$ مکان دو متحرک یکسان است. بنابراین در این دو

لحظه مکان متحرک A و B را به دست می‌آوریم و برابر قرار می‌دهیم.

$$x_B = x_A \Rightarrow \begin{cases} t = 2s \Rightarrow 2a + 2v_{0B} + \lambda = -2a + 2v_{0A} \\ \Rightarrow 4a + \lambda = 2(v_{0A} - v_{0B}) \Rightarrow 2a + 4 = v_{0A} - v_{0B} \quad (1) \\ t = 4s \Rightarrow \lambda + 4v_{0B} + \lambda = -\lambda a + 4v_{0A} \\ \Rightarrow 16a + \lambda = 4(v_{0A} - v_{0B}) \quad (2) \end{cases}$$

۴: در رابطه (۲) به جای $v_{0A} - v_{0B}$ از رابطه (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$16a + \lambda = \lambda a + 16 \Rightarrow \lambda a = \lambda \Rightarrow a = 1 m/s^2$$

۵: با جای‌گذاری $a = 1 m/s^2$ در معادله (۱). اختلاف سرعت اولیه دو متحرک را

به دست می‌آوریم:
$$2a + 4 = v_{0A} - v_{0B} \xrightarrow{a=1 m/s^2} v_{0A} - v_{0B} = 6 m/s$$

۱ ۴۹۰ B

خط فکری: حرکت خودروی A شتابدار و با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه است

بنابراین نمودار A سهمی بوده که در $t = 0$ بر نمودار t مماس است که ۴۲ متر عقب‌تر از A است. برای آنکه نمودار درست را تشخیص بدهید باید ابتدا لحظه‌ای که دو متحرک از کنار هم می‌گذرند را حساب کنید و اگر محل حرکت خودروی A را مبدأ مکان بگیرید باید مکان اولیه B ($x_{0B} = -42m$) شود.

زمان رسیدن دو خودرو به هم را به دست می‌آوریم. برای این منظور، معادله مکان-زمان هر دو را نوشته و برابر قرار می‌دهیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 + v_{0A}t + x_{0A} = v_{0B}t + x_{0B}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 0 + 0 = 17t - 42 \Rightarrow t^2 - 17t + 42 = 0$$

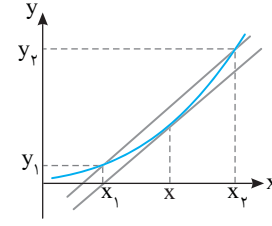
$$\Rightarrow (t-3)(t-14) = 0 \Rightarrow t = 3s, t = 14s$$

با توجه به این که متحرک A از حال سکون شروع به حرکت کرده و این که مکان اولیه B منفی است، گزینه (۱) درست است.

۲ ۴۸۷ A

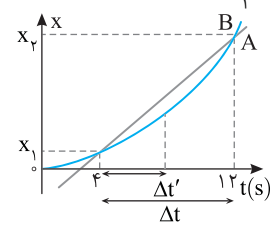
روش اول: با توجه به آنچه در کتاب

حسابان برای شکل شبیه نمودار مقابل بیان می‌شود، شیب خط تقاطع بین دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) با شیب خط مماس گذرنده از نقطه $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ برابر است از این رو در



نمودارهای A و B نیز شیب خط مماس بر نمودار سهمی (B) در لحظه $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ با

شیب خط تقاطع A برابر می‌شود. بنابراین
$$t = \frac{4+12}{2} = 8s$$



روش دوم: جابه‌جایی متحرک A و B در بازه $t = 4s$ و $t = 12s$ یکسان است. متحرک A حرکت سرعت ثابت داشته و سرعت لحظه‌ای و متوسط آن همواره با هم برابر است:

$$v_{avA} = v_A \xrightarrow{v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}} \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = v_A$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v\Delta t$$

$$v_A = \frac{\frac{1}{2}a\Delta t^2 + v\Delta t}{\Delta t} = \frac{1}{2}a\Delta t + v \Rightarrow v_A = a\frac{\Delta t}{2} + v$$

برای متحرک B معادله سرعت به صورت $v_B = a\Delta t' + v$ است و چون سرعت A

B با هم برابر است.
$$a\frac{\Delta t}{2} + v = a\Delta t' + v \Rightarrow \Delta t' = \frac{\Delta t}{2} \Rightarrow \Delta t' = \frac{12-4}{2} = 4s$$

بنابراین لحظه مورد نظر خواهد شد:
$$4+4=8s$$

روش سوم:

نکته: در نمودار x-t شیب خط تقاطع بین دو لحظه برابر سرعت متوسط متحرک است.

شیب نمودار A از طرفی برابر سرعت این متحرک است و از طرف دیگر چون خط تقاطع

بین دو لحظه $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 12s$ متحرک B بوده برابر سرعت متوسط متحرک B در این بازه خواهد بود:

$$v_{avB}(4s \text{ تا } 12s) = v_A \quad (I)$$

نکته: در حرکت شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 با سرعت در

وسط بازه برابر است:
$$v_{av}(t_1 \text{ تا } t_2) = v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$

سرعت متوسط متحرک B که دارای حرکت شتاب ثابت است (چون نمودار x-t آن به صورت سهمی بوده) برابر سرعت در وسط آن بازه خواهد بود:

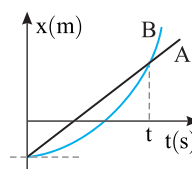
$$v_{avB}(4s \text{ تا } 12s) = v_B\left(t = \frac{4+12}{2}\right) \Rightarrow v_{avB}(4s \text{ تا } 12s) = v_B(8s) \quad (II)$$

با توجه به روابط (I) و (II) داریم:

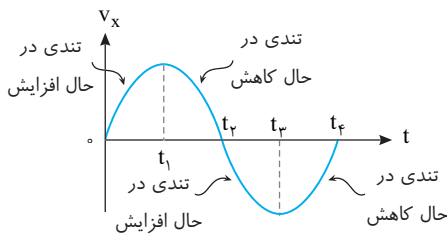
$$\begin{cases} v_{avB}(4s \text{ تا } 12s) = v_A \\ v_{avB}(4s \text{ تا } 12s) = v_B(8s) \end{cases} \Rightarrow v_A = v_B(8s)$$

۲ ۴۸۸ B

سرعت اولیه متحرک B، صفر است ($v_{0B} = 0$)



بنابراین سرعت مثبت و حرکت متحرک در جهت محور Xها است.



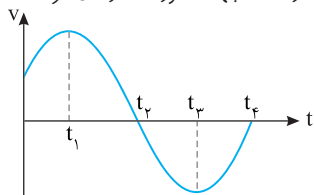
۱ ۴۹۶ B

خط فکری در نمودار $v-t$ مطابق شکل زیر به نکات زیر دقت کنید:

(الف) در بازه t_1 تا t_2 سرعت متحرک مثبت بوده و متحرک در جهت مثبت محور Xها

در حال حرکت است و در مدت t_2 تا t_3 سرعت منفی شده و جهت حرکت متحرک

تغییر کرده و متحرک در خلاف جهت محور Xها در حال حرکت است.



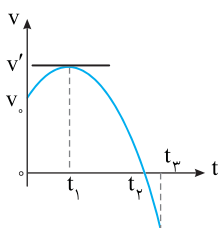
نکته جهت حرکت با جهت سرعت مشخص می‌شود و اگر سرعت مثبت باشد، متحرک در جهت محور Xها حرکت می‌کند و بالعکس.

(ب) شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در هر لحظه برابر شتاب حرکت است. در بازه t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4 نمودار صعودی با شیب مثبت بوده و شتاب مثبت است و در بازه t_2 تا t_3 نمودار نزولی بوده و شتاب منفی است.

(پ) در بازه t_1 تا t_2 نمودار از محور زمان در حال دور شدن بوده و تندی در حال افزایش و حرکت تندشونده است و از طرف دیگر در بازه t_2 تا t_3 نمودار به محور زمان در حال نزدیک شدن بوده و تندی در حال کاهش و حرکت کندشونده است.

(ت) در لحظه t_2 سرعت صفر شده و پس از آن تغییر علامت می‌دهد، پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد و در بیشینه و کمینه نمودار یعنی لحظه‌های t_1 و t_3 شیب

خط مماس صفر بوده و در نتیجه شتاب صفر می‌شود و علامت شتاب تغییر می‌کند.



با توجه به این نکات به بررسی تک‌تک گزاره‌ها می‌پردازیم:

(الف) در لحظه t_1 شیب خط نمودار افقی و صفر شده پس در این لحظه تنها شتاب صفر شده و تغییر علامت می‌دهد اما سرعت v' بوده و تغییر علامت نمی‌دهد، بنابراین گزاره (الف) نادرست است.

(ب) در بازه t_1 تا t_2 سرعت مثبت بوده پس متحرک در جهت مثبت محور Xها در حال حرکت است و گزاره (ب) درست است.

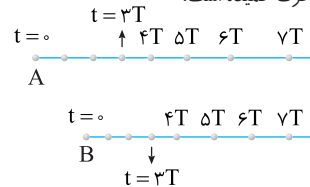
(پ) در بازه t_1 نمودار از محور افقی زمان در حال دور شدن است، پس حرکت متحرک تندشونده بوده و تندی آن از v_0 تا v' افزایش می‌یابد و گزاره (پ) نادرست است.

(ت) در بازه t_1 تا t_2 نمودار صعودی با شیب مثبت بوده و شتاب آن مثبت است (شتاب در جهت محور X است) و در بازه t_2 تا t_3 نمودار نزولی با شیب منفی بوده و شتاب آن منفی است (شتاب خلاف جهت محور X است) بنابراین گزاره (ت) نادرست است و تنها گزاره (ب) درست است.

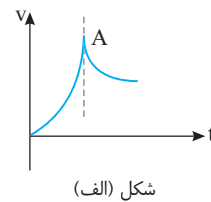
نکته البته می‌توانیم کمی حرفه‌ای‌تر باشیم، با توجه به گزینه‌ها گزاره (ب) و (ت) دو بار در گزینه‌ها تکرار شده‌اند، پس تنها همین دو گزاره را بررسی کنیم و چون گزاره (ب) درست و گزاره (ت) نادرست است، پس پاسخ گزینه (۱) می‌شود.

۴ ۴۹۱ A

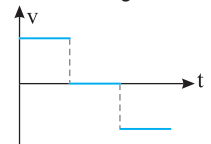
با توجه به شکل مسیر، متحرک A از مکان عقب‌تر از B شروع به حرکت کرده و سرعت ابتدایی A بیشتر از سرعت B است ($v_A > v_B$)، زیرا در مدت $3T$ مسیر طولانی‌تری را طی کرده است. جابه‌جایی هر دو در مدت $3T$ با تندی ثابت انجام شده زیرا مسافت طی شده در بازه‌های T یکسان است. در ادامه مسیر شتاب B بیشتر از A است و بر تندی B مقدار بیشتری اضافه می‌شود زیرا جابه‌جایی‌ها در بازه‌های $3T$ و $7T$ برای B بزرگ‌تر از A بوده و در $7T$ دو متحرک کنار یکدیگرند. در این صورت در بازه صفر تا $3T$ نمودار A و B خط راست مایل بوده که شیب خط A بیشتر از شیب خط B است و در ادامه نمودار هر دو متحرک خمیده است.



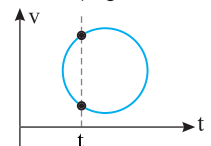
۱ ۴۹۲ A



شکل (الف)



شکل (ب)



شکل (پ)

در شکل (الف) اگر در نقطه A خط مماس بر نمودار را رسم کنید این خط بر محور افقی عمود است بنابراین شتاب که برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است بی‌نهایت (∞) خواهد شد که ممکن نیست و شکل (الف) نادرست است. نمودار $v-t$ یک نمودار پیوسته است یعنی نمی‌توان در یک لحظه از سرعت $+v$ به صفر رسید، پس نمودار (ب) نیز نادرست است.

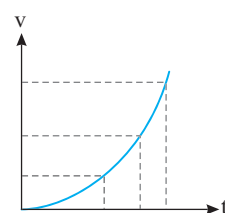
در شکل (پ) نمودار یک دایره است در این صورت در یک لحظه مانند t_1 متحرک دو سرعت مختلف دارد

که این ممکن نیست و شکل (پ) نادرست است. بنابراین شکل (ت) تنها شکل درست است.

۱ ۴۹۳ B

حرکت تندشونده یعنی حرکتی که در آن بزرگی سرعت (تندی) در حال افزایش است. در نمودار گزینه (۱) در بازه t_1 تا t_2 بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده است و گزینه (۱) درست است. در نمودار گزینه‌های (۲) و (۴) بزرگی سرعت در حال کاهش است پس در بازه t_1 تا t_2 حرکت کندشونده است و گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند. در نمودار گزینه (۳) ابتدا تندی (اندازه سرعت) در حال کاهش بوده و صفر می‌شود و سپس افزایش می‌یابد، بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و گزینه (۳) نادرست است.

۴ ۴۹۴ A



نمودار سرعت - زمان است و در $t=0$ سرعت صفر است. با گذشت زمان، سرعت در حال افزایش است. پس حرکت تندشونده است. نمودار سهمی بوده و اما شتاب متغیر است زیرا اگر شتاب ثابت بود بنا به معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت ($v=at+v_0$) باید

نمودار سرعت - زمان خط راست می‌شد که چنین نیست و گزینه (۴) درست است.

۱ ۴۹۵ B

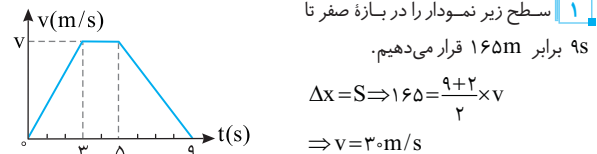
هرگاه تندی متحرک (اندازه سرعت) کاهش یابد حرکت کندشونده است، با توجه به شکل در بازه t_1 تا t_2 تندی کاهش یافته و در لحظه t_2 صفر می‌شود، بنابراین در این بازه حرکت کندشونده است. از طرفی در بازه t_1 تا t_2 نمودار بالای محور زمان است.

سرعت در لحظه $t=5s$: $\frac{3-1}{1-0} = \frac{v'-1}{5-0} \Rightarrow v'=20m/s$

سرعت در لحظه $t=8s$: $\frac{0-3}{15-10} = \frac{v''-0}{15-12} \Rightarrow v''=18m/s$

بقیه حل مسئله همان محاسبه سطح S_1 و S_2 است.

۱ ۵۰۱ A

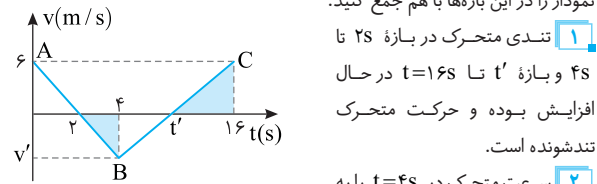


۲ اندازه شتاب در قسمت کندشونده حرکت خواهد بود:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow |a| = \left| \frac{0-30}{9-5} \right| = 7.5m/s^2$$

۴ ۵۰۲ A

خط فکری قرار است مسافت طی شده در بازه زمانی که حرکت تندشونده است را حساب کنیم در این بازه زمانی باید تندی متحرک (اندازه سرعت آن) در حال افزایش باشد. بنابراین شما ابتدا باید این بازه‌های زمانی را شناسایی کرده سپس اندازه سطح زیر نمودار را در این بازه‌ها با هم جمع کنید.



کمک شیب خط AB به دست می‌آوریم: $\frac{v'-6}{4-0} = \frac{0-6}{2-0} \Rightarrow v' = -6m/s$

۳ لحظه t' را به کمک شیب خط BC حساب می‌کنیم.

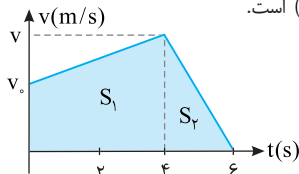
$$\frac{6-(-6)}{16-4} = \frac{6-0}{16-t'} \Rightarrow 16-t' = 6 \Rightarrow t' = 10s$$

۴ حال مساحت زیر نمودار را در این دو بازه که حرکت تندشونده است، به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم.

$$\begin{cases} t=2s \text{ تا } t=4s & : |L_1| = \frac{2 \times 6}{2} = 6m \\ & \Rightarrow L = 6 + 18 = 24m \\ t=10s \text{ تا } t=16s & : |L_2| = \frac{6 \times 6}{2} = 18m \end{cases}$$

۳ ۵۰۳ A

در بازه صفر تا ۴s شیب نمودار مثبت بنابراین شتاب حرکت مثبت ($a_1 = +2\Delta m/s^2$) و در بازه زمانی ۴s تا ۶s شیب نمودار منفی و شتاب حرکت نیز منفی است. ($a_2 = -7\Delta m/s^2$)



۱ ابتدا به کمک شتاب در بازه $t=4s$ تا $t=6s$. سرعت را در لحظه $t=4s$

به دست می‌آوریم: $a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow -7/2 = \frac{0-v}{6-4} \Rightarrow v = 14m/s$

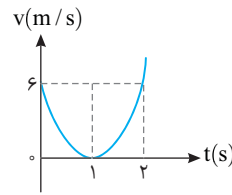
۲ سرعت اولیه متحرک را از قسمت اول حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow 2/5 = \frac{14-v_0}{4-0} \Rightarrow v_0 = 6m/s$$

۳ جابه‌جایی برابر سطح زیر نمودار است از این رو خواهیم داشت:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{15+5}{2} \times 4 + \frac{15 \times 2}{2} \Rightarrow \Delta x = 55m$$

۲ ۴۹۷ B

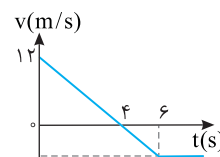


نمودار سهمی است و سهمی نسبت به خط قائم گذرنده از رأس دارای تقارن است. لحظه $t=1s$ رأس سهمی است بنابراین سرعت متحرک در لحظه $t=0$ و $t=2s$ یکسان و برابر $6m/s$ است. از طرفی در لحظه $t=1s$ سرعت صفر است بنابراین شتاب متوسط در ثانیه دوم یعنی در بازه $t=1s$ تا $t=2s$ خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{6-0}{2-1} \Rightarrow a = 6m/s^2$$

۲ ۴۹۸ B

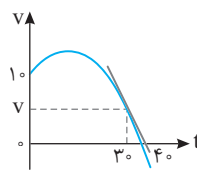
یادآوری شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است وقتی نمودار سرعت - زمان خط راست مایل باشد. شیب نمودار ثابت یعنی شتاب حرکت ثابت است.



در بازه صفر تا ۶s حرکت دارای شتاب ثابت است یعنی در تمام بازه‌های زمانی بین صفر تا ۶s شتاب متحرک یکسان و برابر شیب خط است از این رو کافی است شیب نمودار را در بازه صفر تا ۴s از روی نمودار حساب کنیم.

$$a = \frac{v-v_0}{t-t_0} = \frac{0-12}{4-0} = -3m/s^2 \Rightarrow |a| = 3m/s^2$$

۴ ۴۹۹ B



۱ در نمودار $v-t$ شیب خط مماس در هر لحظه برابر شتاب لحظه‌ای است بنابراین شتاب متحرک در لحظه $t=3s$ را به کمک شیب خط مماس بر نمودار به دست می‌آوریم

$$a_{t=3s} = \frac{0-v}{4-3} = \frac{-v}{1} \quad (1)$$

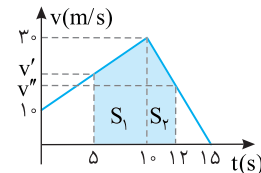
۲ شتاب متوسط در مدت ۳s اول یعنی در بازه $t=0$ تا $t=3s$ خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{v_{t=3s} - v_0}{3-0} = \frac{v-0}{3} \quad (2)$$

۳ در صورت مسئله بیان شده شتاب در لحظه $t=3s$ با شتاب متوسط در ۳s اول برابر است بنابراین رابطه (۱) و (۲) را برابر قرار می‌دهیم:

$$a_{av} = a_{t=3s} \Rightarrow \frac{v-0}{3} = \frac{-v}{1} \Rightarrow v-0 = -3v \Rightarrow 4v = 0 \Rightarrow v = 0m/s$$

۲ ۵۰۰ B



۱ شتاب حرکت در قسمت اول برابر است با:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_1 = \frac{3-1}{1} = 2m/s^2$$

۲ سرعت در لحظه $t=5s$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v' = 2 \times 5 + 1 = 11m/s$$

۳ شتاب حرکت در قسمت دوم (۱s تا ۱۵s) برابر است با:

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_2 = \frac{0-11}{15-10} \Rightarrow a_2 = -2.2m/s^2$$

۴ سرعت در لحظه $t=12s$ (لحظه ۲s این قسمت) برابر خواهد شد با:

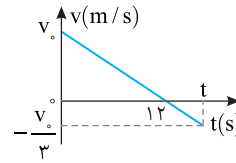
$$v = at + v_0 \Rightarrow v'' = -2.2 \times (12-10) + 11 = 6.6m/s$$

۵ مساحت سطح رنگی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = S = S_1 + S_2 = \frac{2+3}{2} \times 5 + \frac{11+6.6}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta x = 12.5 + 17.2 = 29.7m$$

روش استفاده از شیب نمودار برای یافتن سرعت در لحظه $t=5s$ و $t=12s$:

B ۴ ۵۰۴



۱ نمودار $v-t$ خط راست است. پس حرکت با شتاب ثابت بوده و در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط در یک بازه زمانی برابر $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ است. با توجه

به فرض مسئله سرعت متوسط قرار است $\frac{1}{3}v_0$ باشد از این رو:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{1}{3}v_0 \Rightarrow v_0 + v = \frac{2}{3}v_0 \Rightarrow v = -\frac{1}{3}v_0$$

۲ سرعت متحرک از $t=0$ تا $t=12s$ از v_0 به صفر می‌رسد. شتاب حرکت

$$\text{متحرک را برحسب } v_0 \text{ به دست می‌آوریم. } v = at + v_0 \Rightarrow -v_0 = 12a \Rightarrow a = \frac{-v_0}{12}$$

۳ اکنون لحظه‌ای که سرعت متحرک به $-\frac{1}{3}v_0$ می‌رسد را حساب می‌کنیم (نگران

v_0 نباشید از رابطه حذف می‌شود)

$$v = at + v_0 \Rightarrow -\frac{1}{3}v_0 = \frac{-v_0}{12}t + v_0 \Rightarrow \frac{-4}{3}v_0 = \frac{-v_0}{12}t \Rightarrow t = 16s$$

روش دیگر استفاده از شیب نمودار $v-t$ که در آن نیازی نیست که شتاب را حساب

$$\frac{v_0 - 0}{0 - 12} = \frac{-\frac{1}{3}v_0 - 0}{t - 12} \Rightarrow t - 12 = 4 \Rightarrow t = 16s$$

کنیم.

C ۱ ۵۰۵

خط فکری متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان ($x_0 = 0$) گذشته تا لحظه

$t = 3s$ با سرعت منفی در جهت منفی به حرکت ادامه می‌دهد تا سرعتش صفر شده و با همان شتاب مسیر را برمی‌گردد و از لحظه $t = 3s$ تا $t = 6s$ در جهت مثبت

محور در حال حرکت است و به مبدأ نزدیک

می‌شود. اگر به نمودار دقت کنید. با توجه به

اینکه قاعده دو مثلث در بازه صفر تا $3s$ برابر

قاعده دو مثلث در بازه $3s$ تا $6s$ است (طول هر

دو قاعده $3s$) بنابراین این دو مثلث هم‌نهشت

بوده و دارای مساحت‌های یکسانی‌اند:

بنابراین جمع جابه‌جایی‌های متحرک در این بازه‌ها

برابر $S + S'$ بوده که با هم برابراند اما جابه‌جایی در بازه صفر تا $3s$ منفی است و جابه‌جایی

کل برابر صفر می‌شود. یعنی متحرک در $t = 6s$ مجدداً به مبدأ مکان می‌رسد پس نتیجه

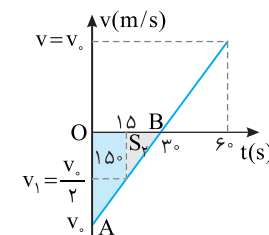
می‌گیریم بیشترین فاصله از مبدأ در لحظه تغییر جهت $t = 3s$ اتفاق می‌افتد و در این مدت

شما باید مساحت مثلث OAB را به دست بیاورید.

ابتدا سرعت منفی



یادداشت ریاضی در تشابه دو مثلث نسبت مساحت‌ها با مربع نسبت تشابه اضلاع برابر است.



در بازه صفر تا $15s$ مکان متحرک از

$x=0$ به $x=-150m$ رسیده است

یعنی جابه‌جایی متحرک $-150m$

است. بنابراین اندازه سطح زیر نمودار در

بازه صفر تا $15s$ برابر $150m$ است.

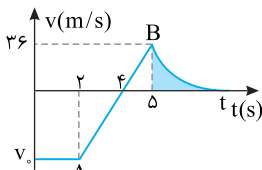
نسبت مساحت‌ها را می‌نویسیم.

$$\frac{S_{OAB}}{S_T} = \left(\frac{3}{15}\right)^2 \Rightarrow \frac{150 + S_T}{S_T} = \left(\frac{3}{15}\right)^2 \Rightarrow 150 + S_T = 4S_T \Rightarrow S_T = 50m$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = 150 + 50 = 200m$$

بنابراین بیشترین فاصله متحرک از مبدأ $200m$ متر است.

B ۱ ۵۰۶



۱ با توجه به شیب خط AB ، سرعت اولیه حرکت را به دست می‌آوریم.

$$\frac{36 - v_0}{5 - 0} = \frac{36 - 0}{5 - 2} \Rightarrow 3 \times 36 = 36 - v_0 \Rightarrow v_0 = -72m/s$$

۲ با توجه به صورت مسئله مساحت قسمت هاشورخورده برابر 30 واحد SI است

یعنی متحرک در بازه $5s$ تا t جابه‌جایی $+30m$ را در جهت مثبت محور x ‌ها می‌پیماید.

۳ جابه‌جایی کل متحرک برابر سطح زیر نمودار سرعت - زمان است بنابراین:

$$\Delta x = S = (4+2) \times \frac{-72}{2} + \frac{36 \times 1}{2} + 30 \Rightarrow \Delta x = -216 + 18 + 30 \Rightarrow \Delta x = -168m$$

۴ مکان اولیه بنا به فرض مسئله $x_0 = +150m$ است بنابراین مکان نهایی خواهد

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow -168 = x - (150) \Rightarrow x = -18m$$

شد:

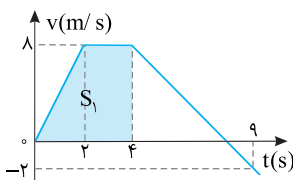
C ۲ ۵۰۷

خط فکری متحرک از مکان $x_0 = -36m$ شروع به حرکت کرده است و برای

اینکه متحرک از مبدأ مکان بگذرد باید جابه‌جایی برابر $+36m$ انجام دهد. سطح

محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. بنابراین

باید شما لحظه‌ای را به دست بیاورید که سطح زیر نمودار برابر 36 واحد SI شود.



۱ ابتدا سطح زیر نمودار را در

مدت $4s$ به دست می‌آوریم:

$$0 \rightarrow 4s \Rightarrow S_1 = \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{4+2}{2} \times 8 = 24m$$

۲ در مدت $4s$ متحرک $24m$ حرکت کرده و به مکان $-36 + 24 = -12m$ می‌رسد و

هنوز از مبدأ مکان عبور نکرده بنابراین لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) می‌گذرد. بعد

از $t=4s$ رخ می‌دهد و از لحظه $t=4s$ باید متحرک $12m$ جابه‌جا شود تا به مبدأ برسد.

۳ شتاب را در بازه $4s$ تا $9s$ به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{-2 - 8}{9 - 4} = -2m/s^2$$

۴ مدت زمانی که طول می‌کشد متحرک با شتاب $-2m/s^2$ و سرعت اولیه

$8m/s$ با اندازه $12m$ جابه‌جا شود را به دست می‌آوریم.

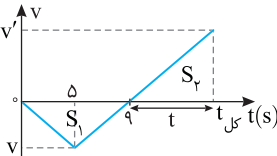
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 12 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 8t \Rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t-6) = 0 \Rightarrow t = 2s, t = 6s$$

۵ لحظه گذر از مبدأ برای اولین بار $2+4=6s$ است. لحظه $6+4=10s$ مربوط به

لحظه‌ای است که متحرک پس از توقف و در برگشت برای دومین بار از مبدأ مکان می‌گذرد.

B ۱ ۵۰۸



خط فکری برای آنکه متحرک به

جای اول بازگردد باید جابه‌جایی آن صفر

شود، یعنی جمع جبری سطح‌های محصور

بین نمودار $v-t$ با محور زمان صفر

می‌شود. از این رو باید $|S_1| = |S_2|$ باشد.

دو مثلث هاشورخورده در شکل مقابل با هم متشابه‌اند، بنابراین:

$$\frac{v'}{v} = \frac{t}{4} \Rightarrow v' = v \frac{t}{4}$$

با توجه به خط فکری باید سطح زیر نمودار قسمت اول نمودار (S_1) با سطح زیر نمودار قسمت دوم (S_2) برابر باشد.

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{9 \times v}{2} = \frac{v' \times t}{2} \Rightarrow \frac{9 \times v}{2} = \frac{v \frac{t}{4} \times t}{2} \Rightarrow t^2 = 36 \Rightarrow t = 6s$$

$$t_{\text{کل}} = 6 + 9 = 15s$$

۳ ۵۱۱ B

ابتدا سرعت را در لحظه‌های $t_1 = 4s$ و $t_2 = 12s$ به دست می‌آوریم:

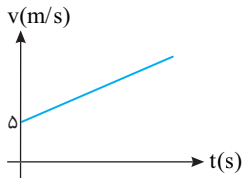
$$v_1 = at_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = 5 \times 4 + 5 = 25 \text{ m/s}$$

$$v_2 = at_2 + v_0 \Rightarrow v_2 = 5 \times 12 + 5 = 65 \text{ m/s}$$

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط در یک بازه زمانی میانگین سرعت

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{65 + 25}{2} = 45 \text{ m/s}$$

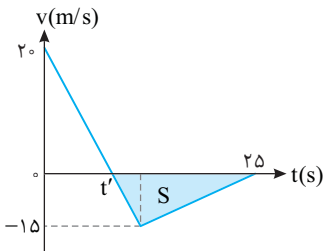
ابتدا و انتهای بازه است از این رو خواهیم داشت:



۳ ۵۱۲ A

خط فکری جهت حرکت و جهت سرعت یکی است بنابراین وقتی متحرک در خلاف جهت محور در حرکت است یعنی سرعت آن منفی است. در بازه t' تا $25s$ سرعت متحرک منفی است در این بازه سطح زیر نمودار (S) را بر حسب t' حساب کنید نگران

مقدار t' نباشید زیرا در محاسبه سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ حذف خواهد شد.



۱ جابه‌جایی یا سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم.

$$|\Delta x| = S = \frac{|-15 \times (25 - t')|}{2}$$

۲ اندازه سرعت متوسط خواهد شد:

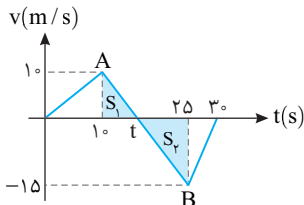
$$v_{av} = \frac{15(25 - t')}{25 - t'} = 7.5 \text{ m/s}$$

۲ ۵۱۳ B

نکته شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است، هرگاه شیب منفی باشد شتاب منفی و اگر شیب مثبت باشد شتاب مثبت است.

۱ در بازه $t = 10s$ تا $t = 25s$ شیب خط نمودار $v-t$ منفی بنابراین در این بازه شتاب منفی است. به کمک شیب خط AB، لحظه t را به دست می‌آوریم.

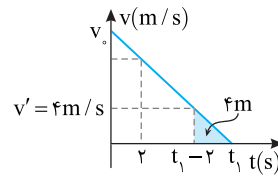
$$\frac{10 - 0}{10 - t} = \frac{-15}{t - 25} \Rightarrow 2t - 50 = 30 - 3t \Rightarrow t = 16s$$



۲ مجموع سطح‌های S_1 و S_2 برابر مسافت طی شده است از این رو تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{\Delta t} = \frac{10 \times 6 + 9 \times 15}{25 - 10} \Rightarrow s_{av} = \frac{30 + 67.5}{15} \Rightarrow s_{av} = \frac{97.5}{15} \Rightarrow s_{av} = 6.5 \text{ m/s}$$

۲ ۵۰۹ B



۱ نمودار $v-t$ به صورت خط راست است پس حرکت با شتاب ثابت است. در $2s$ آخر متحرک با شتاب ثابت جابه‌جایی $4m$ را طی می‌کند و سرعتش از v' به صفر می‌رسد. مقدار v' را به کمک معادله مستقل از شتاب

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} t \Rightarrow 4 = \frac{v'}{2} \times 2 \Rightarrow v' = 4 \text{ m/s}$$

به دست می‌آوریم.

۲ در $2s$ آخر سرعت از $4m/s$ به صفر رسیده است بنابراین شتاب خواهد شد:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

۳ متحرک در مدت $2s$ آغازین با سرعت اولیه v_0 و شتاب $-2m/s^2$ جابه‌جایی

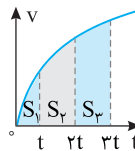
36 متر را طی می‌کند بنابراین می‌توان به کمک معادله جابه‌جایی - زمان، سرعت اولیه را

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 36 = \frac{1}{2} (-2) (2)^2 + v_0 \times 2 \Rightarrow v_0 = 20 \text{ m/s}$$

۴ اکنون با معادله سرعت - زمان، t_1 را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t + 20 \Rightarrow t = 10s$$

۳ ۵۱۰ B

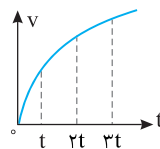


سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ است. از طرفی

سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی است. بازه‌های زمانی در گزینه‌ها یکسان است از این رو باید جابه‌جایی یعنی سطح زیر نمودارها را در این بازه‌های زمانی با هم مقایسه کرد.

$$S_3 > S_2 > S_1 \Rightarrow v_{av_3} > v_{av_2} > v_{av_1}$$

بنابراین در بازه $2t$ تا $3t$ ، سرعت متوسط از بقیه گزینه‌ها بزرگ‌تر است.



باز به سوال نمودار سرعت - زمان

متحرکی که روی خط راست در حرکت است، مطابق شکل روبه‌رو است، در کدام بازه زمانی سرعت متوسط متحرک بزرگ‌تر است؟

- ۱ صفر تا $3t$ ۲ صفر تا $2t$ ۳ $2t$ تا $3t$ ۴ t تا $2t$

پاسخ سرعت متوسط در بازه صفر تا $3t$:

$$v_{av_1} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{3t}$$

سرعت متوسط در بازه صفر تا $2t$:

$$v_{av_2} = \frac{S_1 + S_2}{2t}$$

سرعت متوسط در بازه $2t$ تا $3t$:

$$v_{av_3} = \frac{S_3}{t}$$

سرعت متوسط در بازه t تا $2t$:

$$v_{av_4} = \frac{S_2}{t}$$

با توجه به اینکه $S_3 > S_2 > S_1$ است، داریم:

$$3t \text{ تا } 3t \Rightarrow v_{av} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{3t} \rightarrow v_{av_1} < \frac{3S_3}{3t} \Rightarrow v_{av_1} < v_{av_3}$$

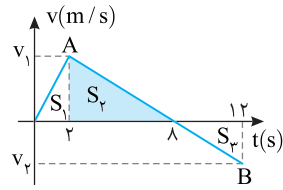
$$\Rightarrow v_{av_1} < \frac{S_3}{t} \Rightarrow v_{av_1} < v_{av_3}$$

$$2t \text{ تا } 3t \Rightarrow v_{av} = \frac{S_1 + S_2}{2t} \rightarrow v_{av_2} < \frac{S_1 + S_2 + S_3}{2t} \Rightarrow v_{av_2} < v_{av_3}$$

$$2t \text{ تا } t \Rightarrow v_{av} = \frac{S_2}{t} \rightarrow v_{av_4} < v_{av_3}$$

گزینه ۳

۴ ۵۱۴ B



در بازه ۲۵ تا ۱۲ سرعت جسم در حال کاهش و حرکت کندشونده است و برای به دست آوردن شتاب در این بازه شما باید سرعت در لحظه $t=25$ را حساب کنید.

۱. سرعت در لحظه $t=25$ را v_1 و سرعت در لحظه $t=12$ را v_2 می‌نامیم، حال به کمک شیب خط AB یک رابطه ریاضی بین v_1 و v_2 به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_1 - 0}{2 - 8} = \frac{v_2}{12 - 8} \Rightarrow v_1 = -\frac{3}{2}v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{3}{2}(v_2)$$

۲. تندی متوسط در بازه صفر تا ۱۲، $\frac{1}{3} \text{ m/s}$ بنابراین مسافت طی شده خواهد شد.

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{\ell}{3} \Rightarrow \ell = 1 \text{ m}$$

۳. با توجه به مسافت طی شده که برابر قدرمطلق مساحت زیر نمودار است داریم:

$$\ell = |S_1| + |S_2| + |S_3| = \frac{2 \times v_1}{2} + \frac{6 \times v_1}{2} + \frac{4 \times |v_2|}{2} = 4v_1 + 2|v_2|$$

$$\Rightarrow 4 = 4v_1 + 2|v_2| \xrightarrow{v_1 = \frac{3}{2}v_2} 8|v_2| = 4 \Rightarrow |v_2| = 0.5 \text{ m/s}$$

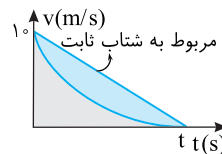
۴. مقدار v_1 خواهد شد: $v_1 = \frac{3}{2}|v_2| = \frac{3}{2} \times 0.5 = 0.75 \text{ m/s}$

۵. شتاب در قسمت کندشونده خواهد شد: $|a| = \frac{-v/\Delta t}{\Delta t} \Rightarrow |a| = 1/2 \text{ m/s}^2$

۴ ۵۱۵ B

فکر کن ← سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ است و جابه‌جایی (Δx) برابر

سطح زیر نمودار سرعت - زمان است. اما نمودار $v-t$ داده شده منحنی (خمیده) است و یافتن سطح زیر آن ممکن نیست بنابراین چگونه باید به مسئله پاسخ داده شود. به گزینه‌ها نگاه کنید برای سرعت متوسط محدوده ارائه شده شما بهتر است در بازه صفر تا t یک خط راست رسم کنید این خط مربوط به حرکت با شتاب ثابت است و مقدار سرعت متوسط این حرکت برابر $\frac{1^0 + 0}{2} = 0.5 \text{ m/s}$ است. با مقایسه سطح زیر نمودار منحنی با سطح زیر نمودار خط راست (مربوط به حرکت با شتاب ثابت) می‌تواند در مورد سرعت متوسط اظهار نظر کرد.

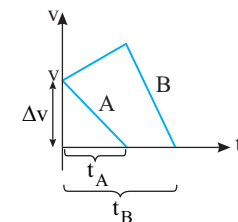


سطح زیر نمودار سرعت - زمان برای شتاب ثابت از سطح زیر نمودار سرعت - زمان برای شتاب متغیر بیشتر است.

$$S_{\text{منحنی}} < S_{\text{شتاب ثابت}} \Rightarrow \Delta x_{\text{منحنی}} < \Delta x_{\text{شتاب ثابت}} \xrightarrow{v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}} v_{av_{\text{منحنی}}} < v_{av_{\text{ثابت}}}$$

$$\Rightarrow v_{av_{\text{منحنی}}} < \frac{0+1}{2} \Rightarrow v_{av} < 0.5 \text{ m/s}$$

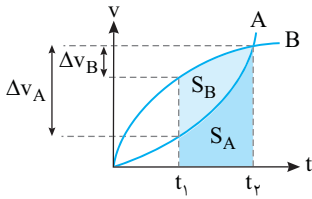
۱ ۵۱۶ B



شتاب متوسط برابر $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ است. به نمودار نگاه کنید، تغییر سرعت دو متحرک A و B در بازه صفر تا لحظه توقف آن‌ها یکسان است $\Delta v_A = \Delta v_B$. اما بازه زمانی این تغییر برای متحرک A از متحرک B کمتر در نتیجه شتاب متوسط A از شتاب متوسط B بیشتر است.

$$a_{av_A} = \frac{\Delta v}{\Delta t_A}, a_{av_B} = \frac{\Delta v}{\Delta t_B} \xrightarrow{\Delta t_A < \Delta t_B} a_{av_A} > a_{av_B}$$

۲ ۵۱۷ B



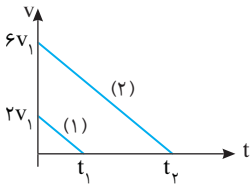
به نمودار دقت کنید. در بازه t_1 تا t_2 ، تغییرات سرعت متحرک A از تغییرات سرعت متحرک B بیشتر است بنابراین شتاب متوسط A از شتاب متوسط B بزرگ‌تر است.

$$\begin{cases} a_{av_A} = \frac{\Delta v_A}{t_2 - t_1} \\ a_{av_B} = \frac{\Delta v_B}{t_2 - t_1} \end{cases} \xrightarrow{\Delta v_A > \Delta v_B} a_{av_A} > a_{av_B}$$

اکنون به سراغ بررسی و مقایسه سرعت متوسط دو متحرک می‌رویم. در بازه زمانی t_1 تا t_2 سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برای متحرک A کمتر از متحرک B است، بنابراین سرعت متوسط A کمتر از سرعت متوسط B است.

$$\begin{cases} v_{av_A} = \frac{\Delta x_A}{t_2 - t_1} = \frac{S_A}{t_2 - t_1} \\ v_{av_B} = \frac{\Delta x_B}{t_2 - t_1} = \frac{S_B}{t_2 - t_1} \end{cases} \xrightarrow{S_A < S_B} v_{av_A} < v_{av_B}$$

۳ ۵۱۸ B



۱. شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است در صورت مسئله بیان شده که شتاب دو متحرک یکسان است بنابراین شیب این دو نمودار باید با هم برابر باشد. شیب دو نمودار را با هم برابر قرار می‌دهیم و یک رابطه ریاضی بین t_1 و t_2 به دست می‌آوریم.

$$\frac{0 - 2v_1}{t_1 - 0} = \frac{0 - 6v_1}{t_2 - 0} \Rightarrow t_2 = 3t_1 \quad (1)$$

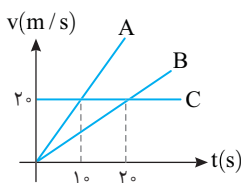
۲. سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی متحرک است سطح زیر نمودار متحرک اول را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_1 = S_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{2v_1 \times t_1}{2} \Rightarrow \Delta x_1 = v_1 t_1 \Rightarrow v_1 t_1 = 10 \quad (2)$$

۳. اکنون سطح زیر نمودار دوم را به دست آورده و از رابطه (۱) و (۲) در آن جایگذاری می‌کنیم:

$$S_2 = \Delta x_2 = \frac{6v_1 \times t_2}{2} = \frac{6v_1 \times 3t_1}{2} = 9v_1 t_1 \Rightarrow \Delta x_2 = 90 \text{ m}$$

۳ ۵۱۹ A



با توجه به نمودار متحرک‌های A و B دارای حرکت با شتاب ثابت و متحرک C دارای حرکت با سرعت ثابت 2 m/s است. شتاب متحرک A را به دست می‌آوریم.

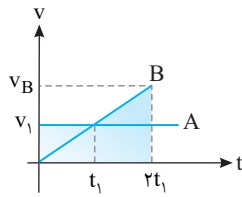
$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a_A = \frac{2 - 0}{1} = 2 \text{ m/s}^2$$

به کمک رابطه مستقل از زمان، سرعت متحرک A را پس از جابه‌جایی 40 m حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_A^2 - 0 = 2 \times 2 \times 40 \Rightarrow v_A = 40 \text{ m/s}$$

شتاب متحرک B را حساب می‌کنیم:

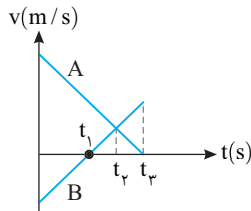
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_B^2 - 0 = 2 \times 1 \times 40 \Rightarrow v_B = 20 \sqrt{2} \text{ m/s}$$



۲ ۵۲۳ B

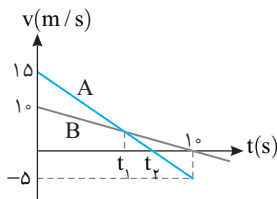
نکته هرگاه متحرک B به دنبال متحرک A در حرکت باشد تا لحظه‌ای که $v_B < v_A$ است، فاصله دو متحرک در حال افزایش است و اگر $v_B = v_A$ شود فاصله دو متحرک ثابت می‌ماند اما اگر $v_B > v_A$ شود فاصله متحرک B از A شروع به کاهش می‌کند.

دو متحرک A و B با سرعت مثبت و B با سرعت منفی هم‌زمان به راه می‌افتند و از هم دور می‌شوند. در لحظه t_1 متحرک B سرعتش صفر شده و تغییر جهت می‌دهد و به دنبال متحرک A می‌رود، اما از لحظه t_1 تا t_2 هم‌چنان سرعت A بیشتر از سرعت B است و تا لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر شود یعنی تا لحظه t_2 فاصله دو متحرک، در حال افزایش است، از این لحظه به بعد $(t > t_2)$ سرعت B از سرعت A بیشتر شده و متحرک B فاصله‌اش از متحرک A شروع به کم شدن می‌کند بنابراین بیشترین فاصله دو متحرک از هم در لحظه t_2 رخ می‌دهد.



۴ ۵۲۴ C

خط فکری سرعت اولیه متحرک A، 15 m/s و سرعت اولیه متحرک B، 10 m/s است از این رو متحرک A از متحرک B جلو می‌افتد و تا لحظه‌ای که سرعت متحرک B از A کمتر است فاصله A و B در حال افزایش است تا لحظه‌ای که $v_A = v_B$ می‌شود بنابراین بیشترین فاصله دو متحرک از هم در 10 s نخست حرکت لحظه‌ای است که سرعت‌ها برابر می‌شوند، یعنی لحظه t_1 . بنابراین شما باید لحظه t_1 را از روی نمودار به دست بیاورید. سپس جابه‌جایی A و B را حساب کنید.



۱ شتاب حرکت هر متحرک را به دست می‌آوریم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow \begin{cases} a_A = \frac{-5 - 15}{10} = -2 \text{ m/s}^2 \\ a_B = \frac{-10 - 0}{10} = -1 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

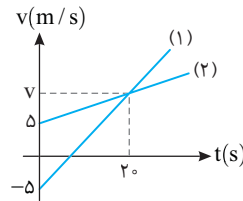
۲ در لحظه t_1 سرعت دو متحرک را برابر قرار می‌دهیم.

$$v_A = v_B \Rightarrow \frac{v = at + v_0}{-2t_1 + 15} = -t_1 + 10 \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s}$$

۳ مکان دو متحرک را در این لحظه به دست آورده از هم کم می‌کنیم

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + 15 \times 5 = 50 \text{ m} \\ x_B = \frac{1}{2}(-1)(5)^2 + 10 \times 5 = 37.5 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = 12.5 \text{ m}$$

۲ ۵۲۰ B



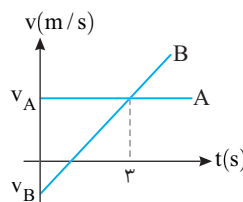
هر دو متحرک از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده‌اند. با توجه به نمودار، سرعت ابتدایی و انتهایی هر دو حرکت را داریم در این مسئله بهترین روش استفاده از معادله مستقل از شتاب (فرمول طلایی) است.

$$x = \frac{v + v_0}{2}t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + v}{2} \times t_0 = 10(-5 + v) \\ x_2 = \frac{5 + v}{2} \times t_0 = 10(5 + v) \end{cases}$$

فاصله دو متحرک برابر است با:

$$|x_1 - x_2| = 10(5 + v) - 10(-5 + v) = 50 + 10v + 50 - 10v = 100 \text{ m}$$

۲ ۵۲۱ A



۱ سرعت متحرک A ثابت و متحرک B دارای شتاب ثابت است، می‌دانیم شیب خط نمودار $v-t$ برابر شتاب ثابت است پس شتاب متحرک A خواهد شد:

$$a_B = \frac{v_A - v_B}{t_3}$$

۲ هر دو هم‌زمان از یک نقطه که آن را مبدأ مکان می‌گیریم شروع به حرکت کرده‌اند $(x_{0A} = x_{0B})$.

۳ معادله حرکت هر دو را می‌نویسیم:

$$\text{معادله حرکت A: } x = vt + x_0 \Rightarrow x_A = v_A t$$

$$\text{معادله حرکت B: } x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}\left(\frac{v_A - v_B}{t_3}\right)t^2 + v_B t$$

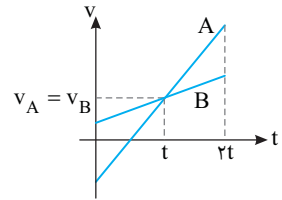
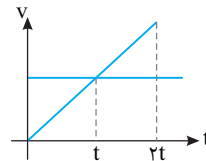
۴ اگر در لحظه t_1 از کنار هم بگذرند، مکان آنها در این لحظه برابر است.

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{v_A - v_B}{t_3}\right)t_1^2 + v_B t_1 = v_A t_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{v_A - v_B}{t_3}\right)t_1^2 = (v_A - v_B)t_1 \Rightarrow t_1 = 6 \text{ s}$$

میانبر

اثر پروانه‌ای: هرگاه دو متحرک که از یک نقطه شروع به حرکت کنند و در لحظه t دارای سرعت یکسان باشند، دو متحرک در لحظه $2t$ از کنار هم می‌گذرند.



۳ ۵۲۲ B

۱ دو متحرک هم‌زمان از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند $(x_{0A} = x_{0B})$.

۲ سرعت متحرک B را در لحظه $2t_1$ به کمک شیب نمودار B به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_B - 0}{2t_1 - 0} = \frac{v_1 - 0}{t_1 - 0} \Rightarrow v_B = 2v_1$$

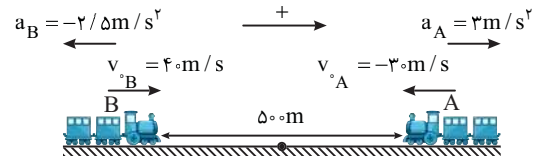
۳ برای مقایسه سرعت متوسط دو متحرک $(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t})$ چون Δt برای هر دو

یکسان است باید جابه‌جایی دو متحرک را در بازه صفر تا $2t_1$ مقایسه کنیم.

$$\Delta x_A = S = v_1(2t_1) = 2v_1 t_1, \quad \Delta x_B = S = \frac{(2v_1)(2t_1)}{2} = 2v_1 t_1$$

۴ بنابراین جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان برابر بوده و سرعت متوسط آنها یکی است.

۲ ۵۲۵ C



۱ نمودار $v-t$ هر دو قطار خط راست و حرکت هر دو با شتاب ثابت می باشد. شتاب هر یک را حساب می کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow \begin{cases} a_A = \frac{0 - (-3)}{1} = 3 \text{ m/s}^2 \\ a_B = \frac{0 - 4}{16} = -2/5 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

۲ محل قطار A را در $t=0$ مبدأ اختیار کرده و معادله حرکت آن را می نویسیم و در لحظه $t=10$ s مکان A را حساب می کنیم.

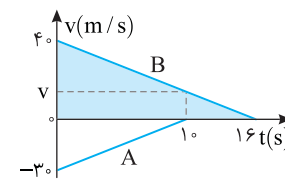
$$x_A = \frac{1}{2} \times 3 \times t^2 - 3 \times t \xrightarrow{t=10 \text{ s}} x_A = 150 - 30 = 120 \text{ m}$$

۳ معادله حرکت قطار B را می نویسیم و مکان آن را در $t=10$ s به دست می آوریم:

$$x_B = \frac{1}{2} \times (-2/5) \times t^2 + 4 \times t - 50 \xrightarrow{t=10 \text{ s}} x_B = -125 + 40 - 50 = -135 \text{ m}$$

۴ فاصله دو متحرک از هم خواهد شد:

$$d = |x_A - x_B| = 75 \text{ m}$$



روش دیگر: در لحظه $t=10$ s متحرک A می ایستد. به کمک شیب خط B سرعت متحرک B را در لحظه $t=10$ s به دست می آوریم.

$$\frac{0 - 4}{16 - 10} = \frac{v - 4}{10 - 10} \Rightarrow \frac{0 - 4}{6} = \frac{v - 4}{0} \Rightarrow v = 15 \text{ m/s}$$

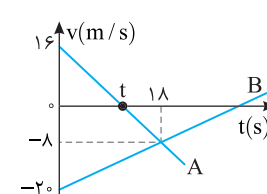
اکنون سطح زیر دو نمودار را در بازه صفر تا 10s به دست می آوریم.

$$\Delta x_A = \frac{-3 \times 10}{2} = -15 \text{ m}, \Delta x_B = \frac{4 + 15}{2} \times 10 = 275 \text{ m}$$

متحرک A، 150m و متحرک B، 275 متر به سمت هم حرکت کرده اند و در ابتدا فاصله آن ها از هم 50m بوده، بنابراین در این لحظه فاصله آن ها از هم خواهد شد: $50 - (150 + 275) = 75 \text{ m}$

۲ ۵۲۶ B

جهت حرکت همان جهت سرعت متحرک است، بنابراین در مدتی که متحرک A در جهت محور X حرکت می کند، سرعت A مثبت است و این بازه زمانی از لحظه صفر تا t (محل برخورد نمودار با محور زمان) است.



۱ لحظه t را به کمک شیب نمودار A به دست می آوریم.

$$\frac{16 - (-8)}{18 - 0} = \frac{16 - 0}{0 - t} \Rightarrow \frac{24}{18} = \frac{16}{-t} \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

۲ شتاب حرکت B را حساب می کنیم:

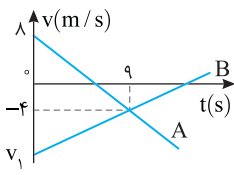
$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a_B = \frac{-8 - (16)}{18} = \frac{-24}{18} = \frac{2}{3} \text{ m/s}^2$$

۳ جابه جایی B در مدت $t = 12$ s خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times (12)^2 + (-20) \times 12 \Rightarrow \Delta x_B = 48 - 240 = -192 \text{ m}$$

بنابراین بزرگی جابه جایی B برابر 192 متر است.

باز، با سؤال - نمودار سرعت -

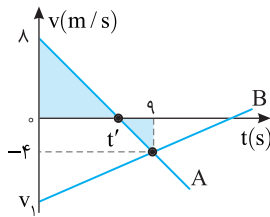


زمان دو متحرک A و B که روی محور X حرکت می کنند مطابق شکل روبه رو است. در مدتی که حرکت متحرک A کندشونده است متحرک B به اندازه 96m مسافت طی می کند. بزرگی v_1 برابر چند متر بر ثانیه است؟

مشابه ریاضی - 95

- ۲۲ (۱) ۱۱ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴)

۱ پاسخ هنگامی که نمودار $v-t$ متحرکی به محور زمانها نزدیک می شود حرکت آن کندشونده است. مطابق نمودار از $t=0$ تا $t=t'$ حرکت متحرک A کندشونده است. با استفاده از تشابه مثلث داریم: $\frac{9-t'}{4} = \frac{t'}{18} \Rightarrow 18-2t' = t' \Rightarrow t' = 6$ s



بنابراین در بازه $t=0$ تا $t=6$ حرکت متحرک A کندشونده است و در این بازه مسافت طی شده توسط متحرک B برابر 96m است. شتاب متحرک B را به دست می آوریم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a_B = \frac{-4 - v_1}{9}$$

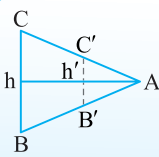
معادله مکان زمان را برای متحرک B می نویسیم. دقت کنید جابه جایی متحرک در بازه صفر تا 6s که سرعت منفی است برابر 96m است.

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_1 t \Rightarrow -96 = \frac{1}{2} \left(\frac{-4 - v_1}{9} \right) \times 36 + 6v_1 \Rightarrow -96 = -8 - 2v_1 + 6v_1 \Rightarrow -88 = 4v_1 \Rightarrow v_1 = -22 \text{ m/s}$$

گزینة ۱

۲ ۵۲۷ B

با یک مسئله ریاضی در میحث تشابه مثلثها سروکار داریم.

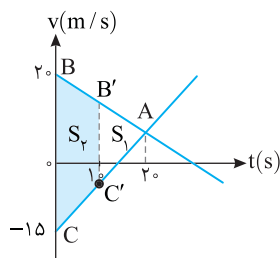


۱ یادداشت ریاضی در مثلث روبهرو نسبت مساحت ABC به مساحت A'B'C' با مجذور نسبت ارتفاع Ah/Ah' برابر است.

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{Ah'}{Ah} \right)^2$$

مسئله در واقع مساحت S_p را می خواهد، بنابراین با توجه به یادداشت ریاضی می توان نوشت:

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_p} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_1 = \frac{1}{4} S_{ABC} \xrightarrow{S_{ABC} = S_1 + S_2} S_p = \frac{3}{4} S_{ABC}$$



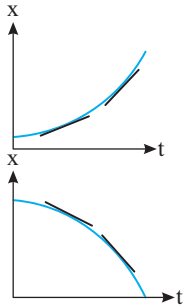
برای به دست آوردن مساحت مثلث ABC دقت کنید که ارتفاع آن 20 و قاعده آن $S_p = \frac{3}{4} (30 \times 20) \Rightarrow S_p = 225 \text{ m}$ است. از این رومی خواهیم داشت: $20 + 15 = 35$

۴ ۵۳۱ A



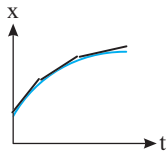
به شکل نگاه کنید، بردار سرعت و بردار شتاب در خلاف جهت هم هستند، بنابراین حرکت کندشونده است.

در گزینه (۱)، شتاب مثبت است و سرعت مثبت است و اگر در نمودار مکان - زمان چند مماس رسم کنیم، شیب خط مماس در حال افزایش است بنابراین حرکت تندشونده و این گزینه نادرست است.



گزینه (۲): نمودار مکان - زمان مربوط به حرکت تندشونده است، زیرا با رسم چند مماس مشخص است که خط مماس به حالت قائم نزدیک می‌شود و تندی در حال افزایش است. از طرفی سرعت و شتاب هر دو منفی هستند بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

گزینه (۳): با اینکه سرعت مثبت و شتاب منفی است اما نمودار مکان زمان مانند گزینه (۲) مربوط به حرکت تندشونده است و این گزینه نادرست است.



گزینه (۴): در نمودار مکان - زمان اگر چند مماس رسم کنیم خط مماس به حالت افقی نزدیک می‌شود یعنی شیب خط مماس به سمت صفر می‌رود و حرکت کندشونده است. از طرفی سرعت مثبت و شتاب منفی است و این گزینه درست است.

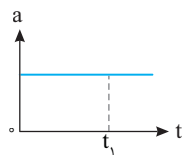
۳ ۵۳۲ A

هرگاه متحرک از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت کند، جسم در جهت شتاب حرکت کرده و تالظه‌ای که شتاب تغییر جهت ندهد حرکت آن تندشونده است. در گزینه (۱) شتاب تغییر علامت و تغییر جهت داده است یعنی ابتدا شتاب منفی و سپس شتاب مثبت می‌شود، بنابراین ابتدا حرکت کندشونده و با تغییر جهت بردار شتاب، حرکت کندشونده می‌شود.

در گزینه (۲) نیز ابتدا شتاب مثبت و سپس منفی است، بنابراین حرکت متحرک که از حال سکون شروع به حرکت کرده ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است و گزینه (۲) نادرست است. متحرک در جهت مثبت از حال سکون شروع به حرکت کرده بنابراین شتاب حرکت آن مثبت است و حرکت همواره تندشونده است یعنی جهت شتاب تغییر نکرده از این رو گزینه (۳) درست است و گزینه (۴) نادرست است. زیرا در گزینه (۴) شتاب منفی است.

۴ ۵۳۳ B

هرگاه سرعت اولیه متحرک مشخص نباشد و تنها نمودار شتاب زمان را در اختیار داشته باشیم، در مورد چگونگی حرکت نمی‌توانیم اظهار نظر کنیم.



فرض کنید متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد در این صورت چون شتاب ثابت بوده و تغییر جهت نمی‌دهد حرکت همواره تندشونده است و گزینه (۱) می‌تواند درست باشد. اگر از ابتدا سرعت اولیه متحرک منفی باشد چون شتاب مثبت است می‌تواند حرکت کندشونده باشد و متحرک در لحظه t_1 متوقف شود و گزینه (۲) می‌تواند درست باشد. البته ممکن است ابتدا حرکت کندشونده باشد و قبل از t_1 متحرک متوقف شده و برگردد و سپس حرکت تندشونده باشد بنابراین گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد.

برگرد و سپس حرکت تندشونده باشد بنابراین گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد.

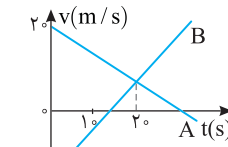
فرض کنید متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد در این صورت چون شتاب ثابت بوده و تغییر جهت نمی‌دهد حرکت همواره تندشونده است و گزینه (۱) می‌تواند درست باشد. اگر از ابتدا سرعت اولیه متحرک منفی باشد چون شتاب مثبت است می‌تواند حرکت کندشونده باشد و متحرک در لحظه t_1 متوقف شود و گزینه (۲) می‌تواند درست باشد. البته ممکن است ابتدا حرکت کندشونده باشد و قبل از t_1 متحرک متوقف شده و برگردد و سپس حرکت تندشونده باشد بنابراین گزینه (۳) نیز می‌تواند درست باشد.



تندشونده (۱) کندشونده (۲) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده (۳) بستیگی به v_0 دارد. (۴)

نمودار شتاب - زمان نوع حرکت را مشخص نمی‌کند مگر آن که سرعت اولیه مشخص باشد.

گزینه ۴



باز با سؤال نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در مبدأ زمان از مبدأ مکان روی محور xها می‌گذرند به صورت شکل روبه‌رو است، فاصله دو متحرک در لحظه $t=10$ s چند متر است؟

- ۱) ۳۵۰
- ۲) ۲۶۲/۵
- ۳) ۳۵۰
- ۴) ۱۲۵/۵

حله: این مسئله دقیقاً شبیه مسئله اصلی است. گزینه ۳

۳ ۵۲۸ B

دو متحرک A و B در مبدأ زمان سرعت مثبت در یک جهت از یک نقطه می‌گذرند. در تمام مدت ۲۸s، سرعت متحرک B از سرعت متحرک A بیشتر است بنابراین فاصله دو متحرک در تمام مدت ۲۸s در حال افزایش است.

۳ ۵۲۹ B

شتاب حرکت A و B را در اختیار داریم بنابراین سرعت ثابت هر دو متحرک را می‌توانیم به‌دست بیاوریم.

$$v = at + v_0 \begin{cases} a_A = 1 \text{ m/s}^2 \rightarrow v_A = 1 \times 45 = 45 \text{ m/s} \\ a_B = 3 \text{ m/s}^2 \rightarrow v_B = 3 \times 12 = 36 \text{ m/s} \end{cases}$$

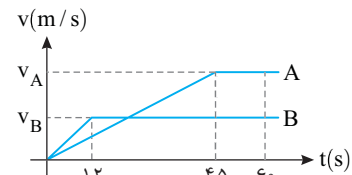
۲) سطح زیر نمودار A از لحظه صفر تا ۶۰s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_A = S_A \Rightarrow \Delta x_A = (60 + 15) \times \frac{45}{2} = 1687.5 \text{ m}$$

۳) سطح زیر نمودار B از لحظه صفر تا ۶۰s را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x_B = S_B \Rightarrow \Delta x_B = (60 + 36) \times \frac{36}{2} = 1944 \text{ m}$$

۴) فاصله دو متحرک در $t=60$ s خواهد شد: $1944 - 1687.5 = 256.5 \text{ m}$



۳ ۵۳۰ B

برای حل این پرسش در لحظه‌های بیان شده در گزینه‌ها، سطح زیر نمودارها را با هم مقایسه می‌کنیم. در هر لحظه‌ای که سطح زیر نمودارها یکی شود، دو متحرک از کنار هم می‌گذرند.

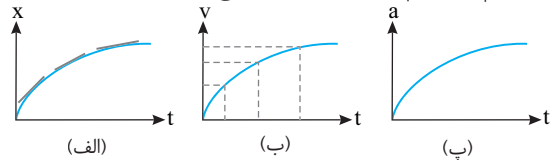
$$v \begin{cases} t = 5s \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_A = S_A = \frac{5 \times 10}{2} = 25 \text{ m} \\ x_B = S_B = 5 \times 10 = 50 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A \neq x_B \\ t = 10s \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_A = S_A = \frac{10 \times 10}{2} = 50 \text{ m} \\ x_B = S_B = 10 \times 10 = 100 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A \neq x_B \\ t = 20s \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_A = S_A = 100 + \frac{10 + 0}{2} \times 10 = 150 \text{ m} \\ x_B = S_B = 10 \times 20 = 200 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A \neq x_B \\ t = 30s \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_A = S_A = \frac{30 \times 20}{2} = 300 \text{ m} \\ x_B = S_B = 10 \times 30 = 300 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A = x_B \end{cases}$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

B ۵۳۴ ۳

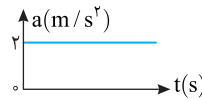
به کلمه می‌تواند در صورت مسئله دقت کنید. از طرفی قرار است که حرکت تندشونده باشد. نمودار الف نمودار مکان - زمان فرض شده. اگر شما چند خط مماس بر نمودار رسم کنید شیب خط مماس به حالت افقی نزدیک شده یعنی تندی در حال کاهش است و حرکت کندشونده است. بنابراین محور b نمی‌تواند محور مکان باشد و گزینه (۱) نادرست است.

اگر محور b محور سرعت باشد، حرکت قطعاً تندشونده است. (نمودار (ب))
اگر محور b محور شتاب باشد و سرعت اولیه صفر یا مثبت باشد، حرکت تندشونده است و اگر سرعت اولیه منفی باشد، حرکت ابتدا کندشونده است. (نمودار (پ))
بنابراین محور b می‌تواند سرعت یا شتاب باشد. اما اگر در صورت مسئله بیان می‌کرد که محور قائم الزاماً کدام کمیت می‌تواند باشد، پاسخ فقط کمیت سرعت بود.



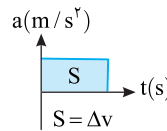
B ۵۳۵ ۳

سرعت اولیه $+5 \text{ m/s}$ و شتاب مثبت است یعنی بردار سرعت و بردار شتاب همواره هم‌جهت بوده و حرکت همواره تندشونده است.



B ۵۳۶ ۳

نکته: سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییر سرعت متحرک است.



خط‌نگری ← سرعت اولیه متحرک $+14 \text{ m/s}$ به شما داده شده همچنین نمودار شتاب - زمان را در اختیار دارید بنابراین به کمک سطح زیر نمودار شتاب - زمان، تغییر سرعت را به دست آورید و به کمک این تغییر سرعت و سرعت اولیه درباره نوع حرکت اظهار نظر کنید.

۱ ابتدا سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان که بیانگر تغییر سرعت متحرک است را به دست می‌آوریم:
 $\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = \frac{-4 \times 5}{2} \Rightarrow \Delta v = -10 \text{ m/s}$

۲ اکنون سرعت نهایی متحرک را به دست می‌آوریم:
 $\Delta v = v - v_0 \Rightarrow -10 = v - 14 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$

۳ بنابراین در بازه زمانی صفر تا 5 s ، سرعت متحرک از $+14 \text{ m/s}$ به $+4 \text{ m/s}$ کاهش یافته است و حرکت کندشونده است.

B ۵۳۷ ۴

خط‌نگری ← نکته‌ای که شما باید به آن دقت کنید این است که اگر سرعت جسم مثلاً از -5 m/s به $+8 \text{ m/s}$ برسد یعنی تندی متحرک از -5 m/s ابتدا به صفر رسیده و حرکت کندشونده و سپس تندی از صفر به 8 m/s رسیده و حرکت تندشونده است. بنابراین شما باید در به دست آوردن سرعت نهایی به این نکته دقت کنید سپس درباره نوع حرکت اظهار نظر کنید.

۱ ابتدا سطح زیر نمودار شتاب - زمان را که بیانگر تغییر سرعت است به دست می‌آوریم:
 $\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = \frac{7 \times (-3)}{2} = -10.5 \text{ m/s}$

۲ بنابراین سرعت نهایی در لحظه $t = 7 \text{ s}$ برابر است با:
 $\Delta v = v - v_0 \Rightarrow -10.5 = v - 4 \Rightarrow v = -6.5 \text{ m/s}$

۳ در نتیجه ابتدا تندی از $+4 \text{ m/s}$ به صفر کاهش یافته و حرکت کندشونده بوده سپس تندی از صفر به -6.5 m/s در جهت منفی محور افزایش یافته است و حرکت تندشونده است.

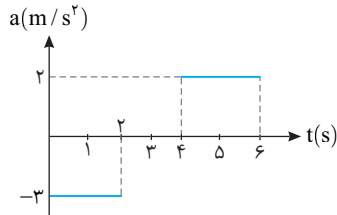
B ۵۳۸ ۲

خط‌نگری ← برای آنکه بتوان تشخیص داد در یک لحظه حرکت تندشونده و یا کندشونده است، باید علامت سرعت و علامت شتاب را در آن لحظه تعیین کرد. در لحظه $t = 1 \text{ s}$ و $t = 4/5 \text{ s}$ علامت سرعت را به دست بیاورید و نوع حرکت در این لحظه‌ها مشخص کنید.

۱ سرعت در لحظه $t = 1 \text{ s}$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=1} v = -3 \times 1 + 4 \Rightarrow v = +1 \text{ m/s}$$

۲ در لحظه $t = 1 \text{ s}$ سرعت مثبت ($v = +1 \text{ m/s}$) و شتاب منفی ($a = -3 \text{ m/s}^2$) بوده و حرکت کندشونده ($av < 0$) است.



۳ سرعت در لحظه $t = 2 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 = -3 \times 2 + 4 = -2 \text{ m/s}$$

۴ از لحظه $t = 2 \text{ s}$ تا $t = 4 \text{ s}$ ، شتاب صفر است و حرکت دارای سرعت ثابت بوده از این‌رو در لحظه $t = 4 \text{ s}$ سرعت همچنان برابر -2 m/s است.

۵ اکنون سرعت در لحظه $t = 4/5 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times (4/5 - 4) + (-2) \Rightarrow v = -1 \text{ m/s}$$

۶ در لحظه $t = 4/5 \text{ s}$ سرعت منفی (-1 m/s) و شتاب مثبت ($a = 2 \text{ m/s}^2$) است بنابراین حرکت کندشونده ($av < 0$) است.

B ۵۳۹ ۱

یادآوری: شتاب متوسط برابر $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ بوده، از طرفی مساحت سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییرات سرعت است.

۱ ابتدا سطح زیر نمودار در بازه AS را به دست می‌آوریم.

$$\Delta v = S \times t$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 1/2 = \frac{3t}{\lambda} \Rightarrow t = 2/3 \text{ s}$$

۲ بنابه فرض مسئله خواهیم داشت:

B ۵۴۰ ۳

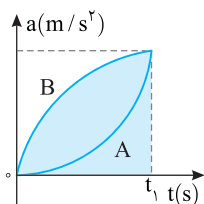
شتاب متوسط برابر تغییر سرعت در یکای زمان است و تغییر سرعت برابر سطح زیر نمودار شتاب - زمان است.

$$S = \Delta v = 2 \times 4 + 2 \times 2 = 12 \text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12}{10} \Rightarrow a_{av} = 1.2 \text{ m/s}^2$$

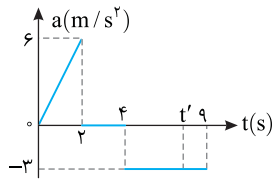
A ۵۴۱ ۳

مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییر سرعت است. با توجه به نمودار، مساحت زیر نمودار $a-t$ متحرک B بزرگتر از مساحت زیر نمودار $a-t$ متحرک A است بنابراین تغییرات سرعت B بیشتر از A است و در یک مدت زمان یکسان شتاب متوسط B بزرگتر از شتاب متوسط A می‌باشد.



$$\Delta v_B > \Delta v_A \Rightarrow \frac{\Delta v_B}{\Delta t} > \frac{\Delta v_A}{\Delta t} \xrightarrow{a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}} a_{av_B} > a_{av_A}$$

پایسج مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت می‌باشد. بنابراین:



$$\Delta v_{t=0 \rightarrow t=2s} = \frac{6 \times 2}{2} = 6 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \Delta v = v - v_0$$

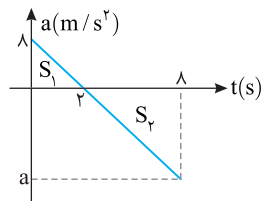
$$\Rightarrow 6 = v - 3 \Rightarrow v_{t=2s} = 9 \text{ m/s}$$

در بازه $t=2s$ تا $t=4s$ شتاب صفر است پس سرعت تغییر نمی‌کند. از بازه $4s$ تا t' که سرعت در t' برابر 3 m/s می‌شود، حرکت با شتاب ثابت -3 m/s^2 است از این رو:

گزینه ۳

۲ ۵۴۵ B

خط فکری در لحظه $t=8s$ جهت حرکت عوض شده بنابراین در این لحظه قطعاً سرعت صفر شده است. به کمک شیب نمودار شتاب در لحظه $8s$ را به دست آورده سطح زیر نمودار را حساب کنید تا تغییر سرعت را به دست آورده باشید سپس به سراغ سرعت اولیه بروید.



۱ شتاب در لحظه $t=8s$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{0-8}{2-0} = \frac{a-0}{8-2} \Rightarrow a = -24 \text{ m/s}^2$$

۲ سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم:

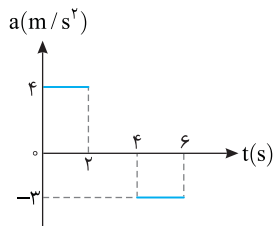
$$\Delta v = S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta v = 8 + \left(\frac{-24 \times 6}{2}\right) = -64 \text{ m/s}$$

۳ در $t=8s$ جهت حرکت تغییر کرده بنابراین $v_{t=8s} = 0$ است:

$$\Delta v = v_{t=8s} - v_{t=0} = -64 \Rightarrow 0 - v_{t=0} = -64 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=0} = 64 \text{ m/s}$$

۳ ۵۴۶ B

خط فکری سرعت در لحظه‌های $t=2s$ ، $t=4s$ و $t=6s$ را به دست بیاورید. حرکت در بازه 0 تا $2s$ با شتاب ثابت مثبت، در بازه $2s$ تا $4s$ با سرعت ثابت و در بازه $4s$ تا $6s$ با شتاب ثابت منفی بوده است. در نمودار سرعت - زمان در هر نقطه‌ای که نمودار محور زمان را قطع کند، متحرک تغییر داده است.



۱ سرعت در لحظه $t=2s$ خواهد شد:

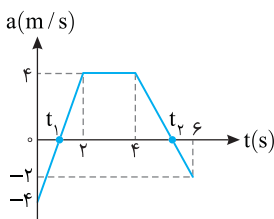
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 2 + (-4) \Rightarrow v = +4 \text{ m/s}$$

۲ در لحظه $t=4s$ همچنان سرعت 4 m/s است.

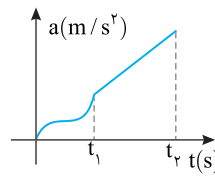
۳ سرعت در لحظه $t=6s$ را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -4 \times 2 + 4 \Rightarrow v = -4 \text{ m/s}$$

۴ نمودار را رسم می‌کنیم، در دو لحظه t_1 و t_2 متحرک تغییر جهت داده است.



۲ ۵۴۲ B



بررسی این مسئله به کمک سطح زیر نمودار راه به جایی نمی‌برد اما می‌توان این گونه استدلال کرد که در بازه t_1 تا t_2 شتاب در تمام لحظات از شتاب در لحظات مختلف بازه صفر تا t_1 بیشتر بوده بنابراین شتاب متوسط در بازه t_1 تا t_2 بزرگ‌تر از شتاب متوسط در بازه صفر تا t_1 است.

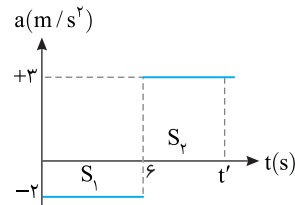
۳ ۵۴۳ B

نکته هرگاه در مسئله خواسته شود که بزرگی سرعت به بزرگی سرعت اولیه برسد یعنی تغییر سرعت صفر شود.

سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییر سرعت متحرک است از این رو سطح زیر نمودار را در مدت t' برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\Delta v = S \Rightarrow S_1 + S_2 = 0$$

$$\Rightarrow -2 \times 6 + 3 \times (t' - 6) = 0 \Rightarrow -30 = -3t' \Rightarrow t' = 10 \text{ s}$$



۱ ۵۴۴ B

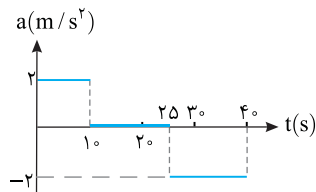
در حل این پرسش کافی است از معادله سرعت - زمان در هر مرحله استفاده کنیم:

$$v = at + v_0$$

$$0 \rightarrow 10 \text{ s} : \quad v = 2 \times 10 + 4 \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

$$10 \text{ s} \rightarrow 25 \text{ s} : \quad a = 0 \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

$$25 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s} : \quad v = -2 \times (30 - 25) + 24 \Rightarrow v = 14 \text{ m/s}$$



حل به کمک سطح زیر نمودار شتاب - زمان

سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta v = S = 2 \times 10 + (-2) \times (30 - 25) \Rightarrow \Delta v = +10 \text{ m/s}$$

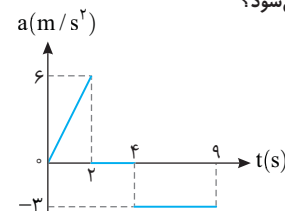
سرعت اولیه $v_0 = +4 \text{ m/s}$ است. از این رو خواهیم داشت:

$$\Delta v = v - v_0 \Rightarrow 10 = v - 4 \Rightarrow v = 14 \text{ m/s}$$

دقت کنید که سرعت در لحظه $t=30 \text{ s}$ از شما خواسته شده نه لحظه $t=40 \text{ s}$.

بازی با سوال سرعت اولیه متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند برابر 3 m/s و نمودار شتاب - زمان آن به شکل روبه‌رو است. در چه لحظه‌ای

سرعت این متحرک برابر $v = -3 \text{ m/s}$ می‌شود؟



$$t = 3 \text{ s} \quad (1)$$

$$t = 6 \text{ s} \quad (2)$$

$$t = 8 \text{ s} \quad (3)$$

$$t = 12 \text{ s} \quad (4)$$

A ۵۴۷ ۳

باید نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم. در هر قسمت که تندی در حال کاهش باشد حرکت کندشونده و در هر قسمت که تندی در حال افزایش باشد حرکت تندشونده است. ابتدا سرعت جسم را در لحظه $t_1 = 20s$ و $t_2 = 35s$ حساب می‌کنیم. با توجه به نمودار سؤال در بازه صفر تا $10s$ حرکت دارای شتاب ثابت $-2m/s^2$ است از این رو:

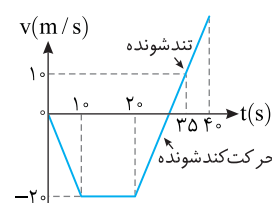
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 10 + 0 \Rightarrow v = -20 m/s$$

در بازه $10s$ تا $20s$ شتاب صفر و حرکت یکنواخت بوده و سرعت همچنان $-20m/s$ است. در بازه $20s$ تا $35s$ حرکت دارای شتاب ثابت $2m/s^2$ است. در نتیجه:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2(35 - 20) + (-20) \Rightarrow v = 10 m/s$$

نمودار را رسم می‌کنیم (متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و سرعت اولیه صفر است).

در بازه $20s$ تا $35s$ تندی ابتدا در حال کاهش و حرکت کندشونده است و سپس افزایش یافته و به $10m/s$ می‌رسد. پس گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. نمودار سرعت - زمان در این بازه محور زمان را قطع کرده و سرعت صفر شده و تغییر علامت داده بنابراین یک بار متحرک تغییر جهت می‌دهد و گزینه (۳) درست است. در ابتدا سرعت منفی بوده یعنی متحرک در ابتدا در جهت منفی محور در حرکت است و گزینه (۴) نادرست است.



B ۵۴۸ ۳

حرکت دارای شتاب ثابت است و معادله حرکت به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = t^2 - 4t + 3$$

معادله سرعت - زمان را می‌نویسیم تا مشخص کنیم در بازه صفر تا $3s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه:

$$v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} t = 2s$$

متحرک در $t = 2s$ تغییر جهت می‌دهد. حال مکان را در لحظه $t = 2s$ و $t = 3s$ مشخص می‌کنیم.

$$t = 2s \Rightarrow x = 4 - 8 + 3 \Rightarrow x = -1m$$

$$t = 3s \Rightarrow x = 9 - 12 + 3 \Rightarrow x = 0$$

مسافت طی شده برابر است با:

$$d = 3 + 1 + 1 = 5m$$

حل با استفاده از رسم نمودار سرعت - زمان

متحرک از مکان اولیه $x_0 = +3m$ با سرعت اولیه $v_0 = -4m/s$ با شتاب $2m/s^2$ می‌گذرد. معادله سرعت - زمان آن را می‌نویسیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4$$

نمودار سرعت - زمان آن را رسم می‌کنیم.

$$v = 0 \Rightarrow 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

$$t = 3s \Rightarrow v = 2 \times 3 - 4 = 2m/s$$

حال به کمک مجموع مساحت‌های S_1 و S_2 مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:

$$l = |S_1| + |S_2| = \frac{4 \times 2}{2} + \frac{1 \times 2}{2} = 5m$$

B ۵۴۹ ۳

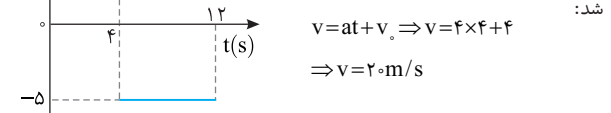
خط فکر: سرعت در $t = 0$ برابر $v_0 = 4m/s$ است. سرعت را در $t = 4s$ و $t = 12s$ به دست می‌آوریم. نمودار سرعت - زمان را رسم کرده و به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان مسافت طی شده را حساب می‌کنیم.

در بازه صفر تا $4s$ شتاب حرکت $4m/s^2$ است و سرعت در $t = 4s$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 4 + 4$$

$$\Rightarrow v = 20m/s$$

نمودار را رسم می‌کنیم:



در بازه $4s$ تا $12s$ شتاب حرکت $-5m/s^2$ بوده و سرعت اولیه این قسمت همان سرعت انتهای بازه قبلی یعنی $20m/s$ است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -5(12 - 4) + 20 \Rightarrow v = -5 \times 8 + 20 \Rightarrow v = -20 m/s$$

لحظه‌ای که نمودار محور زمان را قطع می‌کند و سرعت صفر می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$0 = -5(t - 4) + 20 \Rightarrow -5t + 20 + 20 = 0 \Rightarrow t = 8s$$

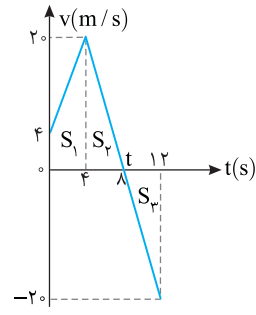
۴ اکنون می‌توانیم نمودار را رسم کنیم.

۵ با محاسبه مساحت‌های S_1 ، S_2 و S_3 مسافت در بازه صفر تا $12s$ را حساب می‌کنیم:

$$d = |S_1| + |S_2| + |S_3|$$

$$d = \frac{20 \times 4}{2} + \frac{20 \times 4}{2} + \frac{20 \times 4}{2}$$

$$d = 4 \times 20 = 80m$$



B ۵۵۰ ۱

خط فکر: نمودار شتاب - زمان به شما اطلاعات زیادی نمی‌دهد. در نمودار شتاب - زمان مسئله، متحرک در بازه صفر تا $15s$ دارای شتاب ثابت $2m/s^2$ و در بازه زمانی $15s$ تا $30s$ دارای شتاب ثابت $-3m/s^2$ است از این رو شما می‌توانید از روابط حرکت با شتاب ثابت استفاده کنید. ابتدا به کمک معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی در $5s$ اول را حساب کنید. سپس سرعت متحرک را در لحظه $t = 15s$ به کمک معادله سرعت زمان ($v = at + v_0$) به دست بیاورید و فراموش نکنید سرعت در این لحظه، سرعت اولیه قسمت بعدی حرکت است. اما 5 ثانیه ششم یعنی چه؟ یعنی بازه زمانی بین $t = 25s$ تا $t = 30s$ به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت متحرک را در این لحظه‌ها حساب کنید و سپس به کمک فرمول مستقل از شتاب ($\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} t$) جابه‌جایی در این بازه را به دست بیاورید. اکنون به سراغ حل مسئله بروید.

ابتدا در 5 ثانیه اول جابه‌جایی را حساب می‌کنیم. حرکت دارای شتاب ثابت $2m/s^2$ و سرعت اولیه $-10m/s$ است. از این رو در پنج ثانیه اول جابه‌جایی خواهد شد:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 25 - 10 \times 5 \Rightarrow |\Delta x_1| = 25m$$

برای به دست آوردن جابه‌جایی در پنج ثانیه ششم (یعنی بازه $25s$ تا $30s$) مراحل زیر را باید طی کنیم.

۱ سرعت در لحظه $t = 15s$ را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 15 - 10 = 20m/s$$

۲ سرعت در لحظه‌های $t = 25s$ و $t = 30s$ را حساب می‌کنیم.

$$t = 25s, v_1 = -3(25 - 15) + 20 \Rightarrow v_1 = -10m/s$$

$$t = 30s, v_2 = -3(30 - 15) + 20 \Rightarrow v_2 = -25m/s$$

۳ اندازه جابه‌جایی در بازه 5 ثانیه ششم خواهد شد:

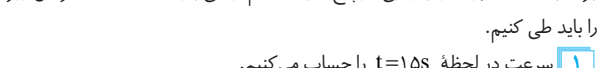
$$|\Delta x_2| = \frac{v_1 + v_2}{2} |\Delta t| \Rightarrow |\Delta x_2| = \frac{-10 + (-25)}{2} \times 5 = 87.5m$$

اکنون نسبت اندازه جابه‌جایی‌ها را به دست می‌آوریم.

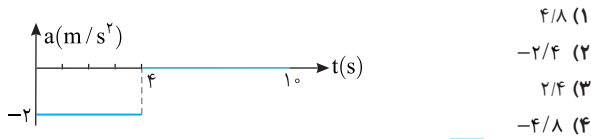
$$\frac{|\Delta x_2|}{|\Delta x_1|} = \frac{87.5}{25} = 3.5$$

البته شما می‌توانید این مسئله را به کمک رسم نمودار سرعت زمان نیز حل کنید اما فراموش نکنید برای رسم نمودار $v-t$ نیز باید تمام محاسبات بالا را انجام دهید.

نمودار شتاب - زمان را رسم می‌کنیم:



باز با سوال نمودار شتاب- زمان ذره‌ای که با سرعت اولیه 4 m/s در جهت مثبت محور x شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط متحرک تا پایان ثانیه دهم چند متر بر ثانیه است؟



پاسخ ۱ جابه‌جایی متحرک در بازه صفر تا 4 s برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (4)^2 + 4 \times 4 \Rightarrow \Delta x_1 = 0$$

در انتهای این بازه سرعت متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2 \times 4 + 4 \Rightarrow v = -4\text{ m/s}$$

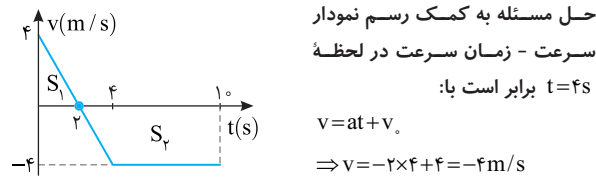
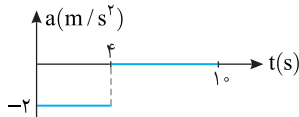
۳ بعد از $t = 4\text{ s}$ شتاب صفر و حرکت با سرعت ثابت -4 m/s است.

جابه‌جایی در مدت 4 s تا 10 s را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_2 = vt \Rightarrow \Delta x_2 = -4 \times 6 \Rightarrow \Delta x_2 = -24\text{ m}$$

۴ سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{0 + (-24)}{10} \Rightarrow v_{av} = -2.4\text{ m/s}$$



لحظه صفر شدن سرعت را حساب می‌کنیم:
از لحظه $t = 4\text{ s}$ به بعد حرکت با سرعت ثابت -4 m/s است. نمودار را رسم کرده، سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = S = S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta x = \frac{4 \times 4}{2} + (4 + (-4)) \times \left(-\frac{4}{2}\right) = 8 + (-8) \Rightarrow \Delta x = 0\text{ m}$$

سرعت متوسط خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{10} \Rightarrow v_{av} = 0\text{ m/s}$$

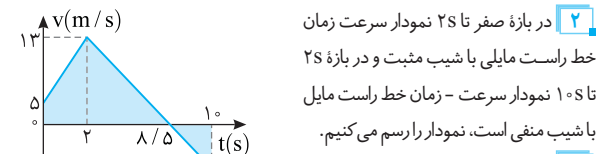
گزینه ۲

۱ برای رسم نمودار سرعت - زمان، سرعت را در لحظه‌های نشان داده شده روی نمودار شتاب - زمان و لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود به‌دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2\text{s}} v_1 = 4 \times 2 + 5 = 13\text{ m/s}$$

$$v = a(t-2) + v_1 \xrightarrow{v=0} 0 = -2(t-2) + 13 \Rightarrow t-2 = 6/2 \Rightarrow t = 8/2 = 4\text{ s}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=8\text{s}} v_2 = -2 \times 8 + 13 \Rightarrow v_2 = -3\text{ m/s}$$



$$l = \frac{5+13}{2} \times 2 + \left| \frac{13 \times 6}{2} \right| + \left| \frac{-3 \times 4}{2} \right| = 18 + \frac{18 \times 6}{2} + \frac{4 \times 6}{2}$$

$$l = 18 + 42 + 12 = 62\text{ m}$$

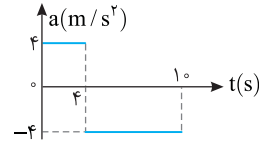
$$l = 18 + 42 + 12 = 62\text{ m}$$

تندی متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{62}{10} = 6.2\text{ m/s}$$

B ۵۵۱ ۳

حرکت از دو مرحله با شتاب ثابت تشکیل شده است.



$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 4 \times 4 + v_0 = 16 + v_0$$

۱ جابه‌جایی متحرک در قسمت اول مسیر را برحسب v_0 به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 16 + 4v_0 \Rightarrow \Delta x_1 = 32 + 4v_0$$

۲ سرعت انتهایی مرحله اول برابر سرعت اولیه مرحله دوم حرکت است و جابه‌جایی متحرک در این قسمت را حساب می‌کنیم و به جای سرعت اولیه از روی شکل مقدار $16 + v_0$ را قرار می‌دهیم.

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_1t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-4) \times 36 + 6v_1 \Rightarrow \Delta x_2 = -72 + 6(16 + v_0)$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = 24 + 6v_0$$

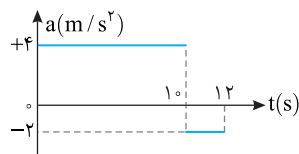
۳ بنا به فرض مسئله باید جمع Δx_1 و Δx_2 را برابر 156 m قرار داده و v_0 را حساب کنیم:

جابه‌جایی کل برابر 156 متر است از این رو:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow 156 = 32 + 4v_0 + 24 + 6v_0 \Rightarrow v_0 = 10\text{ m/s}$$

B ۵۵۲ ۴

۱ جابه‌جایی را در بازه زمانی صفر تا 10 ثانیه برابر است با:



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 100 + 5 \times 10 = 250\text{ m}$$

۲ سرعت در لحظه $t = 10\text{ s}$ را حساب می‌کنیم:

$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 4 \times 10 + 5 = 45\text{ m/s}$$

این سرعت، سرعت اولیه قسمت بعدی است، از این رو جابه‌جایی در بازه $t = 10\text{ s}$ تا $t = 12\text{ s}$ برابر است با:

$$10\text{ s} \rightarrow 12\text{ s}: \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-2) \times 4 + 45 \times 2 = 86\text{ m}$$

۳ سرعت متوسط برابر خواهد شد با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{250 + 86}{12} = \frac{336}{12} = 28\text{ m/s}$$

حل به کمک رسم نمودار سرعت - زمان:

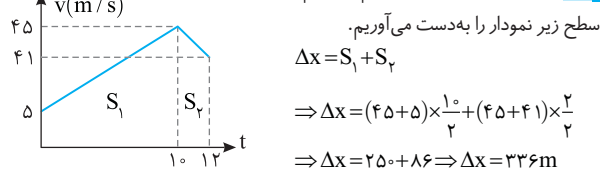
۱ سرعت در لحظه $t = 10\text{ s}$ را به‌دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 10 + 5 = 45\text{ m/s}$$

۲ سرعت در لحظه $t = 12\text{ s}$ را حساب می‌کنیم.

$$v = -2(12 - 10) + 45 \Rightarrow v = 41\text{ m/s}$$

۳ نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم و سطح زیر نمودار را به‌دست می‌آوریم.



سرعت متوسط خواهد شد:

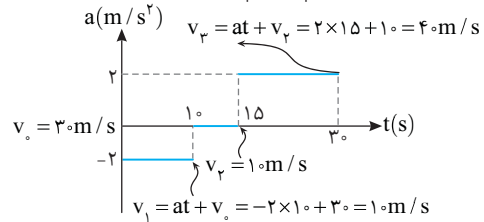
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28\text{ m/s}$$

B ۳ ۵۵۴

خط فکری نمودار شتاب - زمان اطلاعات زیادی در مورد حرکت به ما نمی‌دهد اما می‌توانیم از روی آن، سرعت در هر لحظه را البته با داشتن سرعت اولیه به دست بیاوریم. برای به دست آوردن سرعت متوسط در بازه ۱۰s تا ۳۰s باید جابه‌جایی متحرک را حساب کنید. برای این کار می‌توانید نمودار سرعت زمان را رسم کرده و سطح زیر نمودار را حساب کنید و یا از معادلات حرکت با شتاب ثابت و حرکت با سرعت ثابت استفاده کنید. هر دو روش را برای شما به کار می‌بریم.

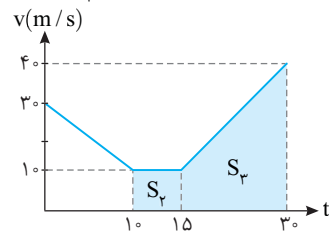
روش اول:

۱) سرعت در هر لحظه را روی نمودار شتاب زمان به کمک رابطه $v = at + v_0$ نوشته، سپس نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم.



۲) جابه‌جایی متحرک در بازه ۱۰s تا ۳۰s برابر مجموع S_p و S_r است.

$$\Delta x = S_p + S_r = 10 \times 5 + \frac{10 + 40}{2} \times 15 \Rightarrow \Delta x = 425 \text{ m}$$



۳) سرعت متوسط خواهد شد: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{425}{30-10} = 21.25 \text{ m/s}$

روش دوم:

نیازی به رسم شکل $v-t$ نیست.

۴) در بازه ۱۰s، ۱۰s حرکت با سرعت ثابت ۱۰m/s بوده و جابه‌جایی برابر است با: $\Delta x_1 = vt = 10 \times 5 = 50 \text{ m}$

۵) در بازه ۱۵s تا ۳۰s حرکت با شتاب ثابت، 2 m/s^2 و سرعت اولیه 10 m/s است بنابراین جابه‌جایی خواهد شد:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (15)^2 + 10 \times 15 = 225 + 150 \Rightarrow \Delta x_2 = 375 \text{ m}$$

۶) جابه‌جایی کل و سرعت متوسط خواهد شد: $v_{av} = \frac{375 + 50}{30-10} = 21.25 \text{ m/s}$

B ۳ ۵۵۵

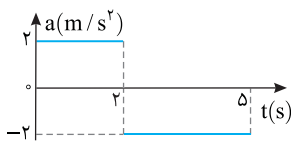
در بازه $t > 6s$ حرکت یکنواخت است ($a=0$) پس سرعت در لحظه $t=6s$ برابر سرعت در لحظه $t=8s$ یعنی برابر 12 m/s است. به کمک معادله سرعت-زمان، سرعت در لحظه $t=4s$ را به دست می‌آوریم: $v = at + v_1 \Rightarrow 12 = -2 \times 2 + v_1 \Rightarrow v_1 = 16 \text{ m/s}$

در بازه $t > 6s$ تا $4s$ حرکت دارای شتاب ثابت a_1 بوده و سرعت متوسط در $4s$ نخست برابر 8 m/s است برای سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_0}{2} \Rightarrow 8 = \frac{16 + v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 0$$

و شتاب a_1 برابر خواهد شد با: $a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t} = \frac{16 - 0}{4} = 4 \text{ m/s}^2$

B ۲ ۵۵۶



یادآوری سرعت متوسط برابر جابه‌جایی در یکای زمان است. $(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t})$

۱) جابه‌جایی در مدت $5s$ را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av} = 6 \text{ m/s}} 6/4 = \frac{\Delta x}{5} \Rightarrow \Delta x = 32 \text{ m}$$

۲) حرکت این متحرک از دو قسمت با دو شتاب مختلف تشکیل شده است و جابه‌جایی متحرک در مدت 5 ثانیه برابر مجموع جابه‌جایی در بازه صفر تا $2s$ با شتاب 2 m/s^2 و جابه‌جایی در بازه $2s$ تا $5s$ با شتاب -2 m/s^2 است. جابه‌جایی در بازه صفر تا $2s$ را برحسب v_0 می‌نویسیم.

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} (2) (2)^2 + 2v_0 \Rightarrow \Delta x_1 = 4 + 2v_0$$

۳) سرعت در لحظه $t=2s$ را برحسب v_0 به دست می‌آوریم:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = 4 + v_0$$

۴) جابه‌جایی در بازه $5s$ تا $2s$ را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_1 t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (3)^2 + (4 + v_0) \times 3 \Rightarrow \Delta x_2 = -9 + 12 + 3v_0 \Rightarrow \Delta x_2 = 3 + 3v_0$$

۵) جابه‌جایی متحرک در مدت $5s$ برابر 32 m است. بنابراین مجموع Δx_1 و Δx_2

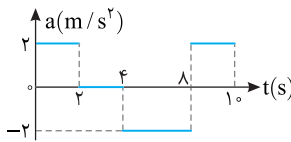
را برابر 32 قرار داده مسئله را حل می‌کنیم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow 32 = 4 + 2v_0 + 3 + 3v_0 \Rightarrow 25 = 5v_0 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

دنبال راه حل ساده‌تری نگردید، وجود ندارد!

B ۴ ۵۵۷

خط فکری متحرک از حال سکون با شتاب 2 m/s^2 در جهت مثبت محور x ها از مبدأ ($x_0=0$) شروع به حرکت کرده به کمک نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان را رسم کنید. تا لحظه‌ای که مجموع سطح‌های زیر نمودار $v-t$ مثبت است، مکان متحرک مثبت بوده یعنی جهت بردار مکان در جهت مثبت محور x ها است.



سرعت را در لحظه‌های روی نمودار به دست آورده سپس به کمک آن‌ها نمودار سرعت زمان را رسم می‌کنیم: $v = at + v_0$

$$t = 2s \Rightarrow v_1 = 2 \times 2 = 4 \text{ m/s}, \quad t = 4s \Rightarrow v_2 = 4 \text{ m/s}$$

$$t = 8s \Rightarrow v_3 = -2 \times 4 + 4 = -4 \text{ m/s}, \quad t = 10s \Rightarrow v_4 = 2 \times 2 + (-4) = 0$$

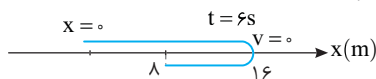
در بازه صفر تا $6s$ سطح زیر نمودار مثبت و برابر است با:

$$\Delta x_1 = S_1 = (6+2) \times \left(\frac{4}{2}\right) = 16 \text{ m}$$

در بازه $6s$ تا $10s$ سطح زیر نمودار منفی و برابر است با:

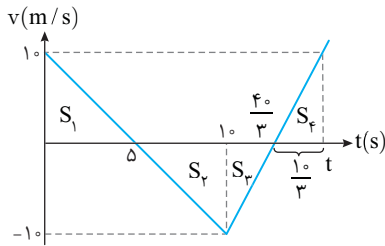
$$\Delta x_2 = S_2 = \frac{-4 \times (10-6)}{2} = -8 \text{ m}$$

بنابراین در مدت $6s$ تا $10s$ متحرک از مبدأ به مکان $+16 \text{ m}$ رفته و در بازه $6s$ تا $10s$ به اندازه 8 m برگشته و به مکان $+8 \text{ m}$ رسیده یعنی در تمام مدت $10s$ بردار مکان متحرک مثبت ($x > 0$) بوده است.



البته با نگاه کردن به نمودار سرعت - زمان می‌توان بدون محاسبه این‌گونه استدلال کرد که در بازه صفر تا $6s$ سطح زیر نمودار مثبت بوده و مکان متحرک که از مبدأ شروع به حرکت کرده مثبت است. با مقایسه سطح زیر نمودار از صفر تا $6s$ و $6s$ تا $10s$ کاملاً مشخص است که متحرک در بازه $6s$ تا $10s$ در خلاف جهت محور جابه‌جا شده است اما هم‌چنان مکان مثبت است و متحرک به مبدأ برنمی‌گردد پس در مدت $10s$ مکان متحرک مثبت است.

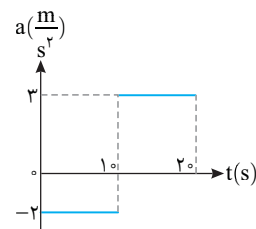
۳ نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم.



۴ هرگاه متحرک به مکان اولیه‌اش باز گردد یعنی جابه‌جایی آن صفر باشد، باید سطح زیر نمودار سرعت زمان صفر شود.

۵ در بازه ۰ تا ۱۰s سطح S_1 و S_5 هم‌اندازه و قرینه هستند و جابه‌جایی صفر است یعنی در لحظه $t=10s$ برای بار دوم متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد. (بار اول در $t=0$ از مبدأ مکان گذشته است.)

۶ برای آنکه برای بار سوم از مبدأ بگذرد باید سطح S_2 و S_4 هم‌اندازه و قرینه هم باشند. برای همنهشتی این دو مثلث که شیب وتر آنها یکی است باید ارتفاع هر دو $10m/s$ و قاعده هر دو $\frac{10}{3}s$ باشد. در این صورت t خواهد شد: $t = \frac{4}{3} + \frac{10}{3} = \frac{14}{3}s$

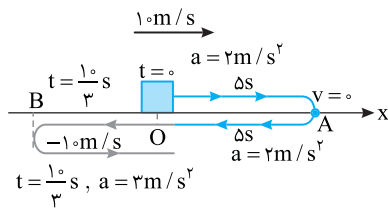


روش دوم: سؤال سختی برای جلسه کنکور است. اما با توجه به رفتار متحرک در حرکت با شتاب ثابت می‌توان آن را حل کرد. متحرک در لحظه $t=0$ برای اولین بار با سرعت $10m/s$ از مبدأ می‌گذرد سپس با شتاب $-2m/s^2$ بعد از $5s$ متوقف می‌شود و در لحظه $t=10s$ یعنی

بعد از توقف در نقطه A از نقطه O مبدأ می‌گذرد و در این لحظه سرعتش $10m/s$ است و با شتاب $3m/s^2$ بعد از مدت $t = \frac{v}{a} = \frac{10}{3}s$ در نقطه B متوقف

می‌شود و پس از $\frac{10}{3}s$ برای بار سوم به مبدأ می‌رسد و برای همیشه از آن دور می‌شود.

بنابراین در لحظه $t = 5 + 5 + \frac{10}{3} + \frac{10}{3} = \frac{20}{3}s$ برای سومین بار از مبدأ می‌گذرد.



۴ ۵۶۰

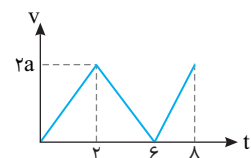
خط فکری متحرک از حال سکون در جهت مثبت محور شروع به حرکت کرده و تا لحظه‌ای که سرعت آن مثبت است متحرک در حال دور شدن از مبدأ بوده و بیشترین فاصله از مبدأ لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر شده و علامت سرعت منفی شده و متحرک به سوی مبدأ بازمی‌گردد، بنابراین تکلیف شتاب مشخص است. شما باید لحظه‌ای را بیابید که متحرک بازمی‌گردد.

در لحظه $t=2s$ سرعت خواهد شد: $v = at + v_0 \xrightarrow{t=2s} v_1 = 2a$

در لحظه $t=6s$ سرعت را حساب می‌کنیم. $v_2 = -\frac{a}{3}(4) + 2a = 0$

در لحظه $t=8s$ سرعت برابر است با: $v_3 = a(2) + 0 = 2a$

بنابراین در تمام لحظات سرعت مثبت است و متحرک هرگز بازمی‌گردد. در نتیجه بیشترین فاصله از مبدأ در لحظه $t=8s$ اتفاق می‌افتد.



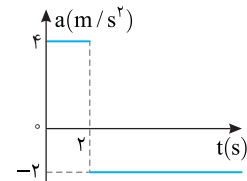
۲ ۵۵۸

خط فکری لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان

($x=0$) می‌گذرد. متحرک در مبدأ زمان از مکان $+2m$ شروع به حرکت کرده باید در مرحله اول مشخص کنید مکان متحرک کجاست. سپس در بازه‌ای که شتاب منفی شده است تعیین کنید در چه لحظه‌ای مکان متحرک صفر می‌شود.

۱ مکان متحرک در لحظه $t=2s$ را به دست می‌آوریم.

$$x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} \times 4 \times 4 + 0 + 2 \Rightarrow x = 10m$$



۲ سرعت در لحظه $t=2s$ برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4 \times 2 = 8m/s$$

در قسمت دوم سرعت اولیه $8m/s$ است و لحظه تغییر بردار مکان هنگامی است که $x=0$ می‌شود.

$$x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}(-2)t^2 + 8t + 10 = 0 \Rightarrow t^2 - 8t - 10 = 0$$

$$\Rightarrow t = 4 \pm \sqrt{16+10} \Rightarrow t = 4 \pm \sqrt{26} \Rightarrow t \approx 4 + 5 \approx 9s$$

۴ ۵۵۹

روش اول: خط فکری در لحظه $t=0$ متحرک برای اولین بار در جهت مثبت

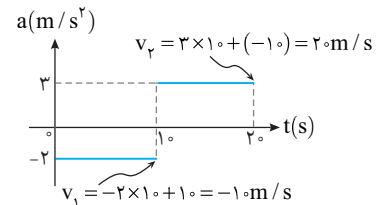
محور با سرعت $10m/s$ از مبدأ می‌گذرد.

شما باید در لحظه $t=10s$ و $t=20s$ سرعت جسم را به کمک رابطه سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت ($v = at + v_0$) به دست بیاورید. سرعت در لحظه $t=10s$ که جهت شتاب عوض می‌شود برابر سرعت اولیه قسمت دوم است. لحظه‌هایی که سرعت متحرک صفر می‌شود و تغییر جهت می‌دهد را نیز باید حساب کنید.

۱ سرعت در لحظه $t=10s$ و $t=20s$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_1 = -2 \times 10 + 10 \Rightarrow v_1 = -10m/s$$

$$\Rightarrow v_2 = 3 \times 10 + (-10) \Rightarrow v_2 = 20m/s$$



۲ لحظه‌هایی که سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد یک بار در بازه

صفر تا $10s$ و بار دیگر در بازه $10s$ تا $20s$ رخ می‌دهد از این‌رو:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0, v_0=10m/s} 0 = -2t + 10 \Rightarrow t_1 = 5s$$

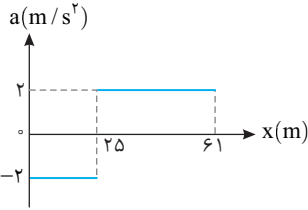
$$v = at + v_1 \xrightarrow{v=0, v_1=-10m/s} 0 = 3t + (-10) \Rightarrow t = \frac{10}{3}s$$

دقت کنید این $\frac{10}{3}s$ بعد از $10s$ رخ داده یعنی لحظه‌ای که سرعت برای بار دوم صفر

می‌شود $10 + \frac{10}{3} = \frac{40}{3}s$ است.

۲ ۵۶۲ A

خط فکری نمودار داده شده نمودار شتاب - مکان است و از زمان خبری نیست، بنابراین استفاده از معادله مستقل از زمان در حل مسئله اولین راهی است که باید به ذهن شما برسد.
سرعت متحرک را به کمک معادله مستقل از زمان در مکان $x = 25m$ به دست می آوریم:



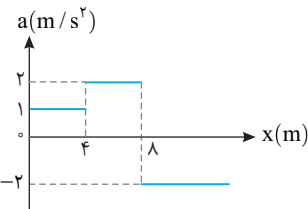
$$x = 25m: v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \xrightarrow{x_0=0} v_1^2 - 0 = 2(-2)(25) \Rightarrow v_1^2 = 0 \Rightarrow v_1 = 0$$

اکنون سرعت در مکان $x = 61m$ را به دست می آوریم:

$$x = 61m: v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow v_2^2 - 0 = 2(2)(61 - 25) \Rightarrow v_2^2 = 4 \times 36 \Rightarrow v_2 = 2 \times 6 = 12m/s$$

۳ ۵۶۳ B

خط فکری نمودار شتاب - مکان بوده بنابراین باید به سراغ معادله مستقل از زمان برویم. در صورت مسئله بیان شده که متحرک تا چند متری مبدأ در جهت مثبت محور x می رود، بنابراین مکانی را باید به دست بیاورید که متحرک متوقف شده و برمی گردد.
سرعت در مکان $x = +4m$ را به کمک رابطه مستقل از زمان به دست می آوریم.
 $v_1^2 - v_0^2 = 2a(x_1 - x_0) \Rightarrow v_1^2 - 0 = 2 \times 1 \times 4 \Rightarrow v_1 = 2\sqrt{2}m/s$



۲ سرعت در مکان $+8m$ را حساب می کنیم البته سرعت انتهایی هر مرحله سرعت اولیه مرحله بعدی است.

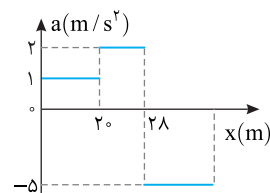
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 \Delta x_2 \Rightarrow v_2^2 - (2\sqrt{2})^2 = 2 \times (-2) \times (8 - 4) \Rightarrow v_2^2 = 24 \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{6}m/s$$

۳ اکنون متحرک در مکان $x = +8m$ دارای سرعت $2\sqrt{6}m/s$ است و باید بررسی کنیم در چه مکانی با شتاب $-2m/s^2$ ، سرعت صفر می شود.

$$v_3^2 - v_2^2 = 2a_3(x_3 - x_2) \Rightarrow 0 - 24 = 2(-2)(x_3 - 8) \Rightarrow x_3 = 14m$$

در مکان $x = 14m$ متحرک تغییر جهت می دهد و در خلاف جهت شروع به حرکت می کند.

۱ ۵۶۴ B



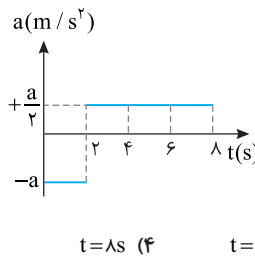
۱ با استفاده از معادله مستقل از

زمان سرعت در مکان $x = 20m$ را به دست می آوریم:

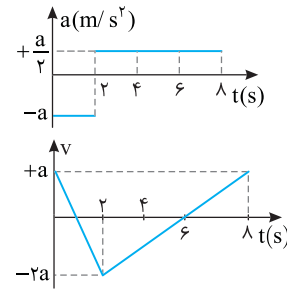
$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1(x_1 - x_0) \xrightarrow{v_0=3m/s} v_1^2 - 9 = 4 \Rightarrow v_1^2 = 49 \Rightarrow v_1 = 7m/s$$

پایز یا سوال متحرکی در مبدأ

زمان از مبدأ مکان روی محور x ها از حال سکون شروع به حرکت می کند. نمودار شتاب- زمان این متحرک مطابق شکل روبه رو است. در کدام لحظه فاصله متحرک از مبدأ از بقیه لحظه ها بیشتر است؟



پایز متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) از مبدأ مکان ($x = 0$) در مبدأ زمان ($t = 0$) شروع به حرکت کرده و شتاب ابتدایی حرکت منفی است، بنابراین متحرک در جهت منفی محور حرکت می کند تا سرعتش به $v_1 = -2a$ می رسد. در $t = 2s$ شتاب مثبت می شود اما سرعت همچنان منفی بوده و متحرک در حال دور شدن از مبدأ است در لحظه $t = 6s$ سرعت متحرک $v_2 = \frac{a}{2}(6-2) + (-2a) = 0$ می شود.



در این لحظه متحرک دارای بیشترین فاصله از مبدأ مکان است از این لحظه به بعد سرعت مثبت شده و متحرک به سوی مبدأ باز می گردد و فاصله متحرک از مبدأ کم می شود اما در $t = 8s$ به مبدأ نمی رسد. بنابراین گزینه **۳** درست است.

۳ ۵۶۱ C

سرعت اولیه متحرک $v_0 = -10m/s$ و در ابتدا شتاب مثبت و متحرک در حال حرکت در جهت منفی محور است، تا لحظه ای که سرعت آن صفر می شود و تغییر جهت می دهد. نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم برای این منظور سرعت در لحظه های $t = 10s$ و $t = 15s$ را به دست می آوریم:

$$v_0 = -10m/s, v_1 = a_1 \Delta t_1 + v_0 = 2 \times 10 + (-10) = 10m/s$$

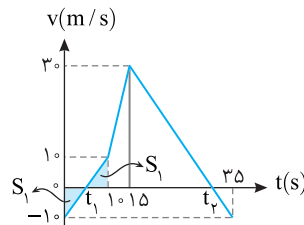
$$v_2 = a_2 \Delta t_2 + v_1 = 4 \times 5 + 10 = 30m/s$$

$$v_3 = a_3 \Delta t_3 + v_2 = -2 \times 20 + 30 = -10m/s$$

لحظه هایی را که سرعت صفر است را مشخص می کنیم:

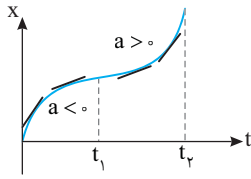
$$v = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow 0 = 2t_1 + (-10) \Rightarrow t_1 = 5s$$

$$v = a_2 t_2 + v_1 \Rightarrow 0 = 4(t_2 - 15) + 30 \Rightarrow 0 = -2t_2 + 30 + 30 \Rightarrow t_2 = 30s$$



با توجه به نمودار سرعت - زمان، در لحظه $t = 10s$ متحرک به مکان اولیه باز می گردد ($S_1 = S_2$) یعنی در مبدأ است و از این لحظه ($t = 10s$) تا لحظه $t_3 = 30s$ متحرک در حال دور شدن از مبدأ است و باید این جابه جایی را حساب کرد:

$$\Delta x = \frac{10+30}{2} \times 5 + \frac{30 \times 15}{2} \Rightarrow \Delta x = 100 + 225 = 325m$$



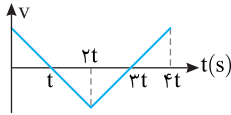
۲ شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب است. در نمودار گزینه‌های (۱) و (۲) شیب ثابت بوده یعنی این نمودارها مربوط به حرکت با شتاب ثابت است اما در نمودار داده شده شتاب تغییر می‌کند و گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند.

۳ شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت متحرک است. در تمام بازه صفر تا t_2 شیب خط مماس مثبت است، بنابراین در تمام بازه صفر تا t_2 سرعت مثبت است. از این‌رو گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست است.

۲ ۵۶۹ A

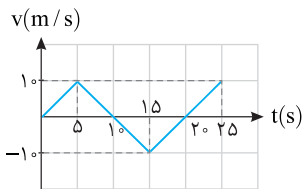
خط فکری

نمودار ارائه شده نمودار سرعت زمان است و هر گاه نمودار سرعت - زمان خط راست مایل باشد حرکت دارای شتاب ثابت است و نمودار آن قسمتی از یک سهمی است. از طرفی هر گاه شتاب مثبت باشد جهت تقعر (دهانه) نمودار مکان زمان رو به بالا و هر گاه شتاب منفی باشد تقعر (دهانه) نمودار مکان - زمان رو به پایین است. اکنون شما گزینه‌ها را بررسی کنید تا مشخص شود کدام گزینه دارای شرایط بیان شده است. در بازه صفر تا $2t$ نمودار سرعت زمان خط راست بوده و شیب آن یعنی شتاب حرکت منفی است بنابراین نمودار مکان زمان سهمی است که دهانه آن باید رو به پایین باشد در بازه $2t$ تا $4t$ شیب نمودار سرعت - زمان مثبت است بنابراین دهانه تقعر (نمودار مکان زمان نیز باید رو به بالا باشد. در نتیجه گزینه (۲) جواب مسئله است.



۲ ۵۷۰ A

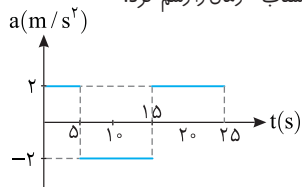
در بازه 0 تا $5s$ شتاب حرکت خواهد شد: $a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a_1 = \frac{10-0}{5-0} = 2m/s^2$



شتاب در بازه $5s$ تا $15s$ ثابت و برابر است با: $a_p = \frac{-10-10}{15-5} = -2m/s^2$

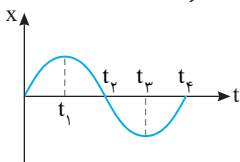
شتاب در بازه $15s$ تا $25s$ را به دست می‌آوریم: $a_p = \frac{10-(-10)}{25-15} = 2m/s^2$

اکنون می‌توان نمودار شتاب - زمان را رسم کرد.



۲ ۵۷۱ B

لحظه‌های t_1 و t_3 نقاط بیشینه و کمینه نمودار است و در نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان - زمان، سرعت لحظه‌ای صفر است. در حالی که در گزینه‌های (۳) و (۴) در این لحظات سرعت صفر نیست و این دو نمودار نادرست هستند. شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در بازه صفر تا t_1 مثبت است یعنی در این بازه سرعت مثبت است، بنابراین گزینه (۱) نادرست و گزینه (۲) درست است.



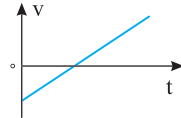
۲ سرعت در مکان $+28m$ را حساب می‌کنیم. سرعت اولیه این قسمت همان سرعت انتهایی در مکان $+20m$ یعنی $v_1 = 7m/s$ است. بنابراین:

$$v_2^2 - 49 = 2a_p \Delta x_p \Rightarrow v_2^2 - 49 = 2 \times 2 \times (28 - 20) \Rightarrow v_2^2 = 81 \Rightarrow v_2 = 9m/s$$

۳ در قسمت آخر حرکت شتاب $-5m/s^2$ و سرعت ابتدایی آن همان سرعت نهایی قسمت قبل است. در این بازه متحرک تا زمان تغییر جهت $v=0$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. $0 - 81 = 2 \times (-5)(x - 28) \Rightarrow 81/10 = x - 28 \Rightarrow x = 36/10m$

۱ ۵۶۵ B

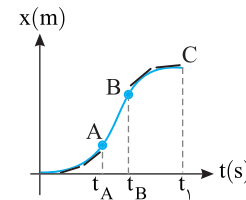
۱ شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است شیب این نمودار مثبت است. بنابراین شتاب حرکت مثبت است.



۲ اگر جهت تقعر (دهانه) نمودار مکان - زمان رو به بالا باشد، شتاب مثبت است. بنابراین دهانه تقعر (نمودار مکان - زمان این متحرک باید رو به بالا باشد، در نتیجه گزینه (۱) درست است.

۳ ۵۶۶ B

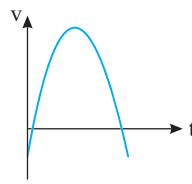
اتوبوس از ایستگاهی شروع به حرکت کرده و در ایستگاه بعد متوقف می‌شود پس در $t=0$ و $t=t_1$ سرعت صفر است. هم‌چنین شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در بازه 0 تا t_A مثبت و در حال افزایش و در بازه t_B تا t_1 نیز مثبت اما در حال کاهش است. یعنی در این دو بازه سرعت مثبت است و نمودار باید بالای محور زمان باشد، بنابراین گزینه (۳) درست است.



۱ ۵۶۷ B

خط فکری باید این نکات را یادآوری کنید.

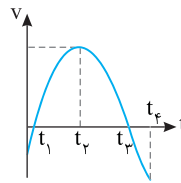
۱ شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر شتاب است و جهت تقعر نمودار مکان - زمان علامت شتاب را مشخص می‌کند.



۲ هرگاه سرعت متحرک منفی باشد شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان باید منفی باشد.

۳ لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود یعنی در نمودار مکان - زمان، در نقاط بیشینه و کمینه نمودار هستیم. ابتدا سرعت منفی است، بنابراین شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان باید منفی باشد در نتیجه گزینه (۴) نادرست است.

از لحظه صفر تا t_2 شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان داده شده مثبت و پس از آن منفی است، بنابراین دهانه تقعر (نمودار مکان - زمان باید ابتدا رو به بالا و سپس رو به پایین باشد، گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند.



در دو لحظه t_1 و t_3 سرعت صفر شده یعنی نمودار مکان - زمان باید دارای دو نقطه بیشینه و کمینه باشد. گزینه (۱) دارای تمام شرایط بیان شده بوده و درست است.

۳ ۵۶۸ B

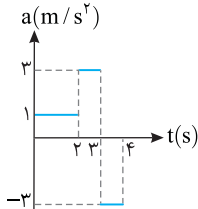
۱ در بازه صفر تا t_1 دهانه تقعر (نمودار مکان - زمان رو به پایین است، بنابراین شتاب منفی و در بازه t_1 تا t_2 که جهت تقعر رو به بالاست شتاب مثبت است.

۴ از $\Delta t = 5 \text{ s}$ تا 9 m متحرک با شتاب -3 m/s^2 از سرعت v_1 به سرعت v_2 خواهد رسید بنابراین:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ax \Rightarrow v_2^2 - 21 = -21 \Rightarrow v_2 = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow 3/5 = \frac{21 + v_2}{2} \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 1 \text{ s}$$

۵ اکنون نمودار شتاب - زمان را می‌توان رسم کرد.



B ۳ ۵۷۶

خط فکری تنها راه حل این مسئله رسم نمودار $x-t$ است.

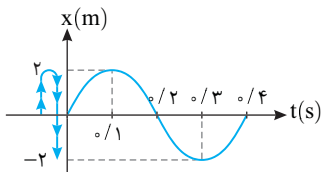
یادآوری ریاضی در تابع‌های $y = A \cos ax$ و $y = A \sin ax$ دوره تناوب

برابر $T = \frac{2\pi}{|a|}$ است و مقدار بیشینه تابع همان ضریب \sin (یا \cos) یعنی A است.

۱ دوره تابع $y = 2 \sin 5\pi t$ را به دست می‌آوریم.

$$T = \frac{2\pi}{5\pi} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

۲ نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم.



۳ در بازه $t = 0$ تا $t = 0.3 \text{ s}$ مسافت طی شده را از روی نمودار به دست می‌آوریم.

$$\ell = 2 + 2 + 2 = 6 \text{ m}$$

۴ تندی متوسط را حساب می‌کنیم.

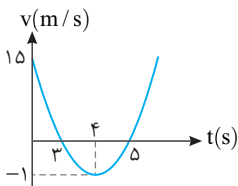
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{6}{3} \Rightarrow s_{av} = 2 \text{ m/s}$$

C ۲ ۵۷۷

کافی است نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم. برای این منظور باید مختصات رأس سهمی و همچنین محل تلاقی نمودار با محور زمان را به دست بیاوریم:

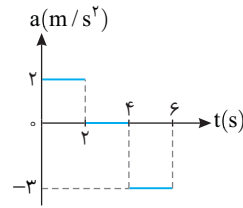
$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = 4 \text{ s} \Rightarrow v = 16 - 3 \times 4 + 15 \Rightarrow v = -1 \text{ m/s}$$

$$v = 0 \Rightarrow t^2 - 8t + 15 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-5) = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s}, t = 5 \text{ s}$$



با توجه به نمودار در بازه صفر تا 3 s سرعت از 15 m/s تا صفر در حال کاهش و حرکت کندشونده است. همچنین در بازه 4 s تا 5 s به مدت 1 s تندی متحرک از 1 m/s به صفر کاهش می‌یابد و حرکت کندشونده است. بنابراین جمعاً 4 s حرکت کندشونده است.

A ۳ ۵۷۲

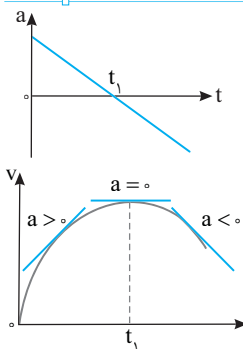


در بازه صفر تا 2 s متحرک با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت کرده و سرعتش به $v = 2 \times 2 + 0 = 4 \text{ m/s}$ می‌رسد در بازه 2 s تا 4 s شتاب صفر و حرکت یکنواخت با سرعت ثابت 4 m/s است. پس از آن شتاب -3 m/s^2 است و سرعت متحرک در $t = 6 \text{ s}$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow -3 \times (6-4) + 4 = -2 \text{ m/s}$$

بنابراین نمودار گزینه (۳) درست است.

A ۲ ۵۷۳



ابتدا شتاب مثبت بوده و شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان باید مثبت باشد. سپس شتاب صفر می‌شود و سرانجام شتاب منفی بوده و شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان باید منفی شود. بنابراین نمودار سرعت - زمان مطابق شکل روبه‌رو یعنی گزینه (۲) است.

A ۲ ۵۷۴

متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. بنابراین نمودار مکان - زمان در مبدأ زمان باید به محور زمان مماس شود. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست هستند. باید بین گزینه‌های (۲) و (۴) یکی را انتخاب کنیم. سرعت در لحظه‌های $t = 1 \text{ s}$ ، $t = 2 \text{ s}$ و $t = 3 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \begin{cases} t = 1 \text{ s} \rightarrow v_1 = -1 \times 1 + 0 = -1 \text{ m/s} \\ t = 2 \text{ s} \rightarrow v_2 = 1 \times (2 - 1) + (-1) = 0 \\ t = 3 \text{ s} \rightarrow v_3 = 1 \times (3 - 2) + 0 = 1 \text{ m/s} \end{cases}$$

بنابراین ابتدا سرعت به -1 m/s می‌رسد سپس در $t = 2 \text{ s}$ سرعت صفر شده و تغییر علامت می‌دهد در نتیجه گزینه (۲) پاسخ درست است. در گزینه (۴) نمودار پس از $v = 0$ ادامه پیدا نکرده و این گزینه نادرست است.

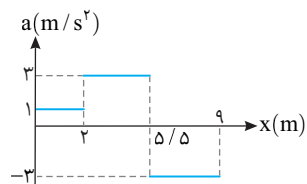
B ۲ ۵۷۵

خط فکری می‌خواهیم از روی نمودار شتاب - مکان، نمودار شتاب - زمان را رسم کنیم. بنابراین برای هر بازه مکانی روی نمودار باید بازه زمانی آن را مشخص کرد.

۱ متحرک از حال سکون ($v_0 = 0$) شروع به حرکت کرده است. سرعت در مکان

$$v_1^2 - v_0^2 = 2ax \Rightarrow v_1^2 = 4 \Rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s}$$

را به دست آوریم.



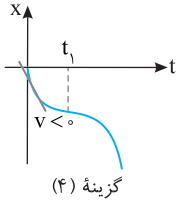
۲ بازه زمانی که در آن متحرک 2 m را طی کرده سرعت متحرک به 2 m/s رسیده است را به کمک معادله مستقل از شتاب حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_1}{2} \Delta t_1 \Rightarrow 2 = \frac{0 + 2}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = 2 \text{ s}$$

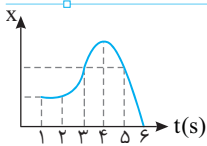
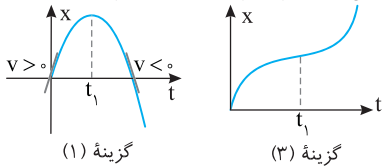
۳ از 2 m تا 5 m متحرک با شتاب 3 m/s^2 از سرعت $v_1 = 2 \text{ m/s}$ به

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ax \Rightarrow v_2^2 - 4 = 21 \Rightarrow v_2 = 5 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 1 \text{ s}$$



۲ متحرک در t_1 متوقف شده بنابراین سرعت در این لحظه صفر است و شیب خط مماس در نمودار $x-t$ در لحظه t_1 باید افقی باشد. متحرک با اینکه در t_1 متوقف شده اما تغییر جهت نداده یعنی علامت سرعت قبل و بعد از t_1 تغییر نمی کند و متحرک در جهت مثبت محور به حرکت خود ادامه می دهد. بنابراین گزینه (۳) درست و گزینه (۱) نادرست است.

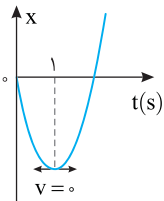


دقت کنید نمودار از لحظه $t=1s$ شروع شده است.

در بازه $1s$ تا $2s$ متحرک ساکن است، پس سرعت صفر است.

در بازه $2s$ تا $3s$ حرکت با شتاب ثابت و مثبت است، پس نمودار سرعت- زمان خط راستی است که شیب آن مثبت است و با محور زمان زاویه حاده می سازد.

در بازه $3s$ تا $5s$ چون منحنی یک سهمی است و جهت تقعر آن رو به پایین است، شتاب ثابت و منفی است و چون شیب نمودار سرعت- زمان، علامت شتاب را نشان می دهد، در این بازه باید شیب نمودار سرعت- زمان منفی باشد و با محور زمان زاویه منفرجه بسازد. با توجه به فرض مسئله در بازه $5s$ تا $6s$ نمودار خط راست بوده حرکت دارای سرعت ثابت است.



۱ شتاب حرکت ثابت و برابر $2m/s^2$ است و

در لحظه $t=1s$ سرعت صفر شده است. از این رو می توان سرعت اولیه را به دست آورد.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow 2 = \frac{0 - v_0}{1} \Rightarrow v_0 = -2m/s$$

یادآوری هر جابه جایی در ثانیه t ام در حرکت با شتاب ثابت a و سرعت اولیه v_0 از رابطه زیر به دست می آید.

$$\Delta x(t) = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0$$

۲ در رابطه بالا جای گذاری می کنیم.

$$\Delta x_{(r)} = \frac{1}{2} \times 2 (2 \times 3 - 1) + (-2) \Rightarrow \Delta x_{(r)} = 3m$$

خط فکری اولاً شما باید متوجه باشید که اندازه شتاب دو متحرک یکی است اما چون جهت تقعر نمودار مکان زمان A رو به بالاست، شتاب آن مثبت $(a_A = +a)$ و شتاب متحرک B که جهت تقعر نمودار آن رو به پایین است منفی $(a_B = -a)$ است. ثانیاً در $t=2s$ مکان دو متحرک برابر $+4m$ بوده و در این نقطه دو نمودار بر هم مماس هستند. یعنی شیب خط مماس در این لحظه یکسان بوده پس سرعت لحظه ای این دو متحرک با هم برابر است. اکنون سرعت در لحظه $t=2s$ و مکان در این لحظه را برای دو متحرک برابر قرار دهید.

۱ سرعت دو متحرک در $t=2s$ برابر است، از این رو:

$$v_A = v_B \xrightarrow[t=2s]{v=at+v_0} a \times 2 + v_{0A} = (-a) \times 2 + v_{0B} \Rightarrow v_{0B} - v_{0A} = 4a \quad (I)$$

۲ مکان متحرک در $t=2s$ را برابر قرار می دهیم.

$$x_A = x_B \xrightarrow[t=2s]{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0} \frac{1}{2} a \times 4 + 2v_{0A} + \lambda = \frac{1}{2} (-a) \times 4 + 2v_{0B}$$

$$\Rightarrow 4a + 2(v_{0A} - v_{0B}) + \lambda = 0 \quad (II)$$

۳ از رابطه (I) در رابطه (II) جایگذاری می کنیم.

$$4a - 2(4a) + \lambda = 0 \Rightarrow -4a = -\lambda \Rightarrow a = 2m/s^2$$

B ۵۷۸ ۲

یادآوری شتاب متوسط برابر $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ و سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر

تغییر سرعت متحرک است.

خط فکری باید نمودار شتاب - زمان معادله $a = -2t + 5$ را رسم کنید و در بازه $t=2s$ تا $t=4s$ سطح زیر نمودار را به دست بیاورید سپس شتاب متوسط را حساب کنید.

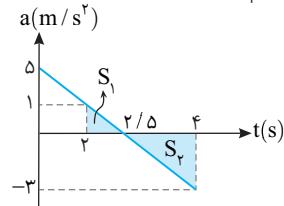
۱ شتاب را در لحظه $t=2s$ و $t=4s$ حساب می کنیم.

$$a = -2t + 5 \Rightarrow \begin{cases} t=2s \rightarrow a = -2 \times 2 + 5 = 1m/s^2 \\ t=4s \rightarrow a = -2 \times 4 + 5 = -3m/s^2 \end{cases}$$

۲ لحظه صفر شدن شتاب را به دست می آوریم.

$$a = 0 \Rightarrow -2t + 5 = 0 \Rightarrow t = 2.5s$$

۳ نمودار را رسم می کنیم.



۴ تغییرات سرعت برابر مجموع مساحت های S_1 و S_2 است بنابراین:

$$\Delta v = S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta v = \frac{0.5 \times 1}{2} + \frac{-3 \times 1.5}{2} = 0.25 - 2.25 = -2m/s$$

۵ شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-2}{2} = -1m/s^2$$

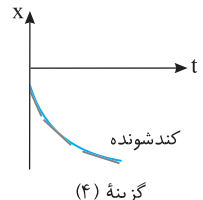
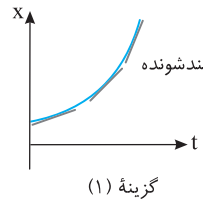
B ۵۷۹ ۱

نکته هرگاه حاصل ضرب سرعت در مکان متحرک مثبت $(vx > 0)$ باشد، متحرک در حال دور شدن از مبدأ و هرگاه منفی $(vx < 0)$ باشد، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

نکته هرگاه $av > 0$ باشد، حرکت تندشونده است و تند یعنی شیب خط مماس بر نمودار مکان زمان در حال افزایش و هرگاه $av < 0$ باشد حرکت کندشونده است و تند یعنی خط مماس بر نمودار مکان - زمان در حال کاهش است.

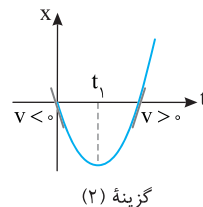
با توجه به فرض مسئله نموداری که در آن متحرک در حال دور شدن از مبدأ بوده و دارای حرکت تندشونده است را باید پیدا کنیم. در گزینه (۲) و گزینه (۳) در ابتدا متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ $(x=0)$ است و این نمودارها نادرست هستند.

در گزینه (۱) و (۴)، متحرکها در حال دور شدن از مبدأ هستند اما مطابق شکل در گزینه (۴) حرکت کند شونده بوده و نمودار گزینه (۴) نادرست است. اما در نمودار گزینه (۱) متحرک دارای حرکت تند شونده است و این گزینه درست است.



B ۵۸۰ ۳

۱ متحرک در ابتدا دارای سرعت اولیه مثبت است. بنابراین شیب خط مماس بر نمودار باید در لحظه $t=0$ مثبت باشد. (یعنی خط مماس با جهت مثبت محور زمان زاویه حاده بسازد. از این رو مطابق شکل گزینه (۲) و (۴) نادرست هستند.



۱ شتاب متحرک A برابر است با:

$$a_A = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a_A = \frac{\lambda - 2}{3} = 2 \text{ m/s}^2$$

۲ معادله حرکت B را نوشته و مکان آن را در $t = 3 \text{ s}$ به دست می آوریم.

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x_B = \lambda t - 15 \xrightarrow{t=3\text{s}} x_B = 24 - 15 \Rightarrow x_B = 9 \text{ m}$$

۳ معادله حرکت A را نوشته و مکان آن را در $t = 3 \text{ s}$ به دست می آوریم.

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

$$\Rightarrow x_A = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 + 2 \times 3 + 15 \xrightarrow{t=3\text{s}} x_A = 9 + 6 + 15 = 30 \text{ m}$$

۴ کمترین فاصله دو متحرک خواهد شد.

$$x_A - x_B = 30 - 9 = 21 \text{ m}$$

۴ ۵۸۷ B

خط فکری

دو متحرک از مبدأ شروع به حرکت کرده اند. متحرک (۱) جلو می افتد.

چرا؟ چون زودتر سرعتش افزایش می یابد و در لحظه $t = 2 \text{ s}$ سرعتش ثابت و برابر

v_1 می شود متحرک (۲) شتاب کمتری دارد اما در لحظه $t = 3 \text{ s}$ سرعتش از v_1

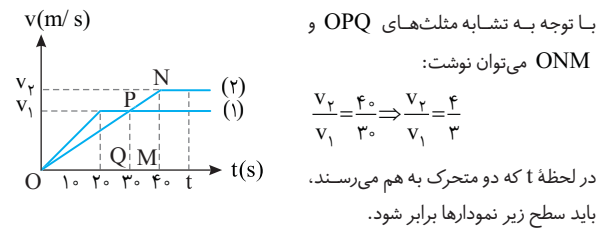
بیشتر می شود. بنابراین می تواند عقب افتادگی خود را جبران کند. وقتی متحرک (۲) به

متحرک (۱) می رسد که جابه جایی دو متحرک یکسان بوده و از این رو تا لحظه t که دو

متحرک به هم می رسند باید سطح زیر نمودار دو متحرک برابر باشد. سطح زیر نمودارها

را برابر قرار دهید. البته باید ابتدا یک رابطه ریاضی بین v_1 و v_2 پیدا کنید. مقدار

600 m در حل مسئله نقشی ندارد.



$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{t + t - 2 \cdot 0}{2} v_1 = \frac{t + t - 4 \cdot 0}{2} v_2$$

$$\Rightarrow (2t - 2 \cdot 0) v_1 = (2t - 4 \cdot 0) \times \frac{4}{3} v_1 \Rightarrow 2t - 2 \cdot 0 = \frac{4}{3} (2t - 4 \cdot 0) \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

۲ ۵۸۸ B

۱ به نمودار نگاه کنید. در لحظه $t_1 = 1 \text{ s}$ ، سرعت متحرک $v_1 = 10 \text{ m/s}$ و در

لحظه $t_2 = 3 \text{ s}$ سرعت متحرک $v_2 = -10 \text{ m/s}$ است. از این روش شتاب متوسط خواهد

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{-10 - 10}{3 - 1} \Rightarrow a_{av} = -10 \text{ m/s}^2$$

شد:

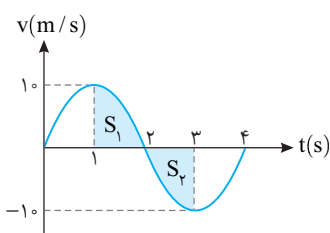
۲ برای به دست آوردن سرعت متوسط باید جابه جایی در بازه 1 s تا 3 s را حساب

کرد. البته برای جابه جایی باید به سراغ سطح زیر نمودار $v-t$ برویم. دوباره به نمودار

نگاه کنید. مساحت سطح زیر نمودار در بازه 1 s تا 3 s مجموع S_1 و S_2 است که S_1

و S_2 هم اندازه و قریب هم بوده. بنابراین مجموع آن ها یعنی جابه جایی متحرک صفر

است. $(\Delta x = 0)$ بنابراین سرعت متوسط $(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t})$ صفر است.



۳ ۵۸۴ B

خط فکری

متحرک از مکان -5 m با

سرعت -2 m/s عبور کرده است، یعنی اولین

بار که فاصله آن از مبدأ 5 m متر است لحظه $t = 0$

است. متحرک ابتدا در جهت منفی محور حرکت می کند. در لحظه $t = 4 \text{ s}$ با توجه به

نمودار سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می دهد. باید بررسی کنیم در چه

لحظه ای مجدداً از مکان -5 m می گذرد و در چه لحظه ای به مکان $+5 \text{ m}$ می رسد.

۱ مساحت سطح زیر نمودار را در بازه 0 تا 4 s حساب می کنیم، یعنی جابه جایی

متحرک را در این بازه مشخص می کنیم.

$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{-2 + (-2)}{2} \times 4 + \frac{(-2) \times 2}{2} = -10 + (-2) = -12 \text{ m}$$

۲ مکان متحرک در $t = 4 \text{ s}$ برابر است با:

$$\Delta x = x_1 - x_0 \Rightarrow -12 = x_1 - (-5) \Rightarrow x_1 = -17 \text{ m}$$

۳ اگر متحرک به مکان $x = +5 \text{ m}$ برسد، برای سومین بار فاصله متحرک از مبدأ 5

متر می شود. بنابراین متحرک باید از مکان -23 m به مکان $+5 \text{ m}$ برود. یعنی

جابه جایی متحرک در بازه 4 تا t ثانیه باید $+28 \text{ m}$ باشد.

۴ به کمک شیب خط AB سرعت در لحظه $t = 5 \text{ s}$ را به دست می آوریم.

$$\frac{0 - (-2)}{4 - 2} = \frac{v' - 0}{5 - 4} \Rightarrow v' = 4 \text{ m/s}$$

۵ اکنون سطح زیر نمودار را از $t = 4 \text{ s}$ تا لحظه t حساب کرده و برابر $+28 \text{ m}$ قرار

داده و t را به دست آورید.

$$\Delta x = S \Rightarrow (t - 4 + t - 5) \times \frac{4}{2} = 28 \Rightarrow 4t - 18 = 28 \Rightarrow 4t = 46 \Rightarrow t = 11/2 \text{ s}$$

۳ ۵۸۵ B

خط فکری

مسئله مسافت طی

شده در بازه t_1 تا t_2 را از شما خواسته

است. یعنی باید سطح S را به دست بیاورید،

ارتفاع مثلث معلوم و برابر 20 واحد است،

اما قاعده آن یعنی $t_2 - t_1$ را باید حساب

کنید. چگونه؟ با تشابه مثلث های ABC و

DBE. پس حل را شروع کنید.

با توجه به شکل و تشابه دو مثلث رنگی بازه t_1 تا t_2 را به دست می آوریم.

$$\frac{20}{t_2 - t_1} = \frac{30 + 20}{20} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{400}{50} = 8 \text{ s}$$

مسافت طی شده در بازه t_1 تا t_2 برابر مساحت زیر نمودار در این بازه است و آن را

$$\Delta x = \frac{20 \times 8}{2} = 80 \text{ m}$$

حساب می کنیم.

۳ ۵۸۶ B

خط فکری

متحرک A از مکان $+15 \text{ m}$ و متحرک B از مکان -15 m در جهت

مثبت محور در حرکت هستند. یعنی در $t = 0$ فاصله آن ها از هم 30 متر است. سرعت متحرک

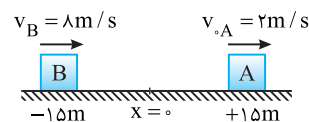
B ثابت و برابر 8 m/s و سرعت متحرک A $v_{A0} = 2 \text{ m/s}$ است. بنابراین متحرک B در

حال نزدیک شدن به متحرک A است. اما تا کی؟ تا لحظه ای که سرعت B از سرعت A بیشتر

است و لحظه ای که سرعت A از 8 m/s بیشتر می شود، فاصله دو متحرک از هم افزایش

می یابد. لحظه ای را که متحرک A سرعتش به 8 m/s می رسد طبق نمودار $t = 3 \text{ s}$ است.

در این لحظه مکان دو متحرک A و B را حساب کرده فاصله دو متحرک را به دست آورید.



۱ لحظه‌ای که سرعت متحرک B، 20 m/s می‌شود را حساب می‌کنیم.

از $t=0$ تا $t=15\text{ s}$ شیب خط حرکت ثابت می‌ماند:

$$\frac{v_1 - v_2}{t'} = \frac{v_1 - v_2}{t} \Rightarrow \frac{40 - 10}{15} = \frac{40 - 20}{t'} \Rightarrow t' = 10\text{ s}$$

۲ سرعت متحرک A ثابت بوده و جابه‌جایی آن برابر $\Delta x_A = v_A t$ است و در این مدت متحرک A به اندازه $\Delta x_A = v_A t = 20 \times 10 = 200\text{ m}$ و متحرک B به اندازه

$$\Delta x_B = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t = \frac{40 + 20}{2} \times 10 = 300\text{ m}$$

متحرک B، 100 m جلو می‌افتد.

۳ از $t=10\text{ s}$ متحرک A به B نزدیک می‌شود و ممکن است از آن جلو بیفتد. اکنون جابه‌جایی دو متحرک از $t=0$ تا 25 s را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_A = 20 \times 25 = 500\text{ m}$$

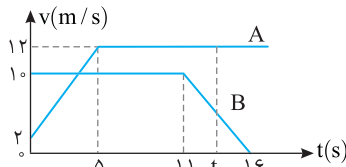
$$\Delta x_B = \frac{40 + 10}{2} \times 15 + \frac{10}{2} \times 10 = 475\text{ m}$$

$$\Rightarrow 500 - 475 = 25\text{ m}$$

۴ یعنی در انتهای زمان، A تنها 25 m بیشتر از B جابه‌جا شده و در $t=25\text{ s}$ فاصله‌ی دو متحرک از هم 25 m است پس بیشترین فاصله‌ی آن‌ها در همان $t=10\text{ s}$ رخ داده که متحرک B، 100 m جلوتر از متحرک A است.

۳ ۵۹۲ **خط فکری**

این مسئله با روش‌هایی که می‌شناسیم و به آن‌ها عادت کردیم حل نمی‌شود. شما باید مرحله به مرحله جابه‌جایی دو متحرک (یعنی سطح زیر نمودار دو متحرک) را با هم مقایسه کنید تا مشخص شود دو متحرک در چه لحظه‌ای به هم می‌رسند.



۱ ابتدا بررسی می‌کنیم که در لحظه‌های کلیدی مانند $t=5\text{ s}$ و $t=11\text{ s}$ دو متحرک در کنار یکدیگر هستند یا خیر؟ سطح زیر نمودار سرعت-زمان برابر با جابه‌جایی است و هر دو متحرک از مکان $x=0$ به حرکت درآمده‌اند. بنابراین سطح زیر نمودار در این حالت بیانگر مکان هر متحرک نیز هست.

$$t=5\text{ s} \Rightarrow x_A = \frac{2+12}{2} \times 5 = 35\text{ m}, \quad x_B = 10 \times 5 = 50\text{ m}$$

۲ با توجه به عددهای به دست آمده متحرک B، در لحظه $t=5\text{ s}$ ، 15 m جلوتر از متحرک A است.

۳ مکان دو متحرک در $t=11\text{ s}$ را حساب می‌کنیم.

$$t=11\text{ s} \Rightarrow x_A = \frac{2+12}{2} \times 5 + 12 \times (11-5) = 107\text{ m}, \quad x_B = 10 \times 11 = 110\text{ m}$$

۴ در لحظه $t=11\text{ s}$ همچنان متحرک B، 3 m جلوتر از متحرک A است و با توجه به سرعت متحرک A در این لحظه ($v_A = 12\text{ m/s}$) متحرک A پس از زمان $t=11\text{ s}$ می‌تواند به متحرک B برسد.

۵ معادله حرکت دو متحرک را پس از $t=11\text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$x_A = 12(t-11) + 107$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2} (0-10)(t-11)^2 + 10(t-11) + 110$$

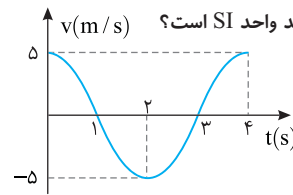
۶ معادله‌های مکان A و B را برابر قرار می‌دهیم.

$$12(t-11) + 107 = -5(t-11)^2 + 10(t-11) + 110 \Rightarrow (t-11)^2 + 2(t-11) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 9\text{ s} & \text{غ ق} \\ t = 12\text{ s} & \text{جواب} \end{cases}$$

پایه سوالی نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست

حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط و سرعت متوسط در بازه زمانی



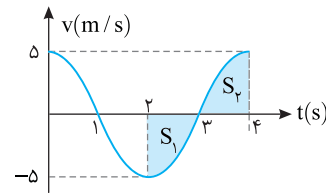
- ۱) صفر، صفر
- ۲) $+5$ ، صفر
- ۳) صفر، -5
- ۴) -5 ، -5

پاسخ شتاب متوسط خواهد شد:

$$a_{av} = \frac{v_T - v_1}{t_T - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{5 - (-5)}{4 - 2} \Rightarrow a_{av} = 5\text{ m/s}$$

سطح زیر نمودار سرعت - زمان در بازه 2 s تا 4 s برابر مجموع S_1 و S_2 است.

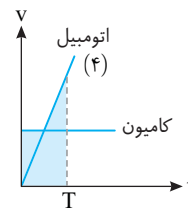
$$\Delta x = S = S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta x = 0 \Rightarrow v_{av} = 0$$



۲ گزینه

۴ ۵۸۹ **B**

برای آن که اتومبیل بتواند به کامیون برسد باید سرعتش از کامیون بیشتر شود. در مدت T در نمودار (۱) و (۲) سرعت اتومبیل از کامیون کمتر است. بنابراین اتومبیل و کامیون



به هم نمی‌رسد و این نمودارها نادرست هستند. از طرفی باید جابه‌جایی اتومبیل و کامیون یکسان شود تا اتومبیل به کامیون برسد. یعنی مساحت سطح زیر نمودار دو متحرک باید یکی شود. سطح زیر نمودار (۳) از سطح زیر نمودار کامیون کمتر است. بنابراین این نمودار نیز درست نیست و مطابق شکل نمودار (۴) جواب مسئله است.

۳ ۵۹۰ **B**

نمودار داده شده، نمودار سرعت مکان است. آن را با نمودار سرعت زمان اشتباه نگیرید.

۱ در مکان $x_1 = 2\text{ m}$ سرعت متحرک

$$v_1 = 2\text{ m/s} \quad \text{و در مکان} \quad x_2 = \frac{1}{3}\text{ m}$$

سرعت متحرک صفر ($v_2 = 0$) است.

به کمک معادله مستقل از زمان شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 0 - 4 = 2(a)(\frac{1}{3} - 2) \Rightarrow -2 = a(\frac{1}{3}) \Rightarrow a = -3\text{ m/s}^2$$

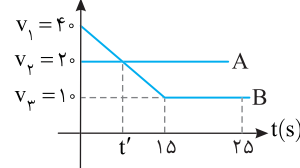
۲ مجدداً معادله مستقل از زمان را نوشته و سرعت اولیه را حساب می‌کنیم.

$$v_1^2 - v_2^2 = 2a(x_1 - x_0) \xrightarrow{x_0=0} 2^2 - 0 = 2(-3)(2 - 0)$$

$$4 - 0 = -12 \Rightarrow v_2^2 = 16 \Rightarrow v_2 = 4\text{ m/s}$$

۲ ۵۹۱ **B**

خط فکری سرعت متحرک A



ثابت و برابر 20 m/s است و سرعت اولیه متحرک B برابر 40 m/s است. بنابراین B از A جلو می‌افتد و تا لحظه‌ای که سرعت B از 20 m/s بیشتر است، متحرک B در حال دور شدن از A

می‌باشد و پس از این لحظه سرعت متحرک A از سرعت متحرک B بیشتر می‌شود و شروع به کم کردن فاصله خود از متحرک B می‌کند و ممکن است از متحرک B سبقت بگیرد.

برای درک بهتر موضوع سرعت‌ها را در لحظه ۱s، ۲s، ۳s و ۴s به دست می‌آوریم.

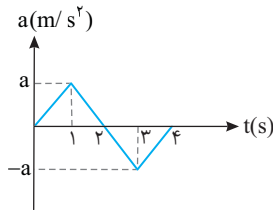
$$t=0 \Rightarrow v_0=0$$

$$t=1s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{a \times 1}{2} \xrightarrow{\Delta v = v - v_0} v_1 = \frac{a}{2}$$

$$t=2s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{a \times 2}{2} = a \xrightarrow{v_2 - v_1 = \frac{a}{2}} v_2 = a$$

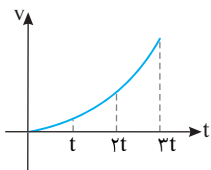
$$t=3s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{-a \times 1}{2} = -\frac{a}{2} \xrightarrow{v_3 - v_2 = -\frac{a}{2}} v_3 = \frac{a}{2}$$

$$t=4s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{-a \times 1}{2} = -\frac{a}{2} \xrightarrow{v_4 - v_3 = -\frac{a}{2}} v_4 = 0$$



کاملاً مشخص است که در هر لحظه در بازه صفر تا ۴s سرعت مثبت است. یعنی در تمام این مدت متحرک در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده بنابراین گزینه (۱) درست است.

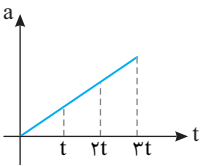
۳ ۵۹۷ B



اندازه شتاب مثبت و در حال افزایش است. پس شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ باید مثبت و در حال افزایش باشد. همچنین متحرک از حال سکون ($v_0=0$) شروع به حرکت می‌کند بنابراین نمودار

سرعت - زمان آن به شکل روبه‌رو است. با توجه به نمودار، سرعت در تمام لحظات ۲t تا ۳t از

سرعت در تمام لحظات دو بازه دیگر بیشتر است و سرعت متوسط از ۲t تا ۳t از بقیه بازه‌ها بزرگ‌تر است.



پایه سوال: نمودار شتاب - زمان

متحرکی که از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت کرده است، مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط در کدام بازه

زمانی از بقیه بزرگ‌تر است؟

(۱) صفر تا ۲t (۲) ۲t تا ۳t

(۳) ۳t تا ۲t (۴) اظهار نظر قطعی ممکن نیست.

پاسخ: متحرک از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت کرده بنابراین حرکت آن تندشونده است. در تمام مدت شتاب در حال افزایش است و

علامت آن مثبت است. بنابراین سرعت متحرک در حال افزایش است.

در حرکت تندشونده هرچه زمان می‌گذرد، سرعت بیشتر شده و در بازه‌های زمانی یکسان متحرک جابه‌جایی‌های بزرگتری را طی می‌کند و از این رو در بازه ۲t تا ۳t

چون جابه‌جایی بیشتر است، سرعت متوسط ($v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$) بزرگتر است.

$$\begin{array}{c} \circ \quad t \quad t \quad t \quad 2t \quad t \quad 3t \\ \Delta x_1 \quad \Delta x_2 \quad \Delta x_3 \\ v_{av_1} = \frac{\Delta x_1}{t} \quad v_{av_2} = \frac{\Delta x_2}{t} \quad v_{av_3} = \frac{\Delta x_3}{t} \end{array}$$

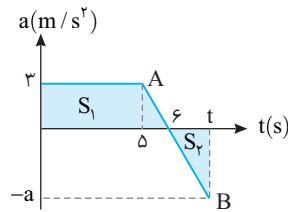
گزینه ۳

۳ ۵۹۳ B

هر دو متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند، بنابراین حرکت هر دو تندشونده بوده و متحرک A که دارای شتاب مثبت است در جهت مثبت محور شروع به حرکت کرده و متحرک B که دارای شتاب منفی است، در جهت منفی محور شروع به حرکت کرده است. **نکته:** هرگاه متحرکی از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت کند، جهت حرکت آن در جهت شتاب بوده و تا لحظه‌ای که شتاب تغییر جهت ندهد، متحرک دارای حرکت تندشونده است.

۲ ۵۹۴ B

سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است. متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده، پس سرعت اولیه $v_0=0$ است. لحظه‌ای که مجدداً متحرک متوقف می‌شود را با حرف t نمایش می‌دهیم.



۱ شتاب حرکت در لحظه t را به کمک شیب خط AB به دست می‌آوریم.

$$\frac{0-a}{6-t} = \frac{-a-3}{t-6} \Rightarrow a = 3(t-6) \quad (I)$$

۲ برای آن که سرعت متحرک مجدداً صفر شود، باید تغییرات سرعت در بازه صفر تا t صفر شود. یعنی در این بازه باید سطح زیر نمودار شتاب - زمان صفر شود. بنابراین خواهیم داشت.

$$\Delta v = 0 \Rightarrow S_1 + S_2 = 0 \Rightarrow \frac{6+6}{2} \times 3 = \frac{a \times (t-6)}{2} \Rightarrow a(t-6) = 33 \quad (II)$$

۳ شتاب را از رابطه (I) در رابطه (II) قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} 3(t-6)(t-6) &= 33 \\ \Rightarrow (t-6)(t-6) &= 11 \Rightarrow (t-6)^2 = 11 \Rightarrow t-6 = \sqrt{11} \Rightarrow t = 6 + \sqrt{11} \text{ s} \end{aligned}$$

۱ ۵۹۵ B

در ابتدا با توجه به فرض پرسش، سرعت منفی و برابر $v_0 = -8 \text{ m/s}$ است. از طرفی سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییر سرعت متحرک است. بنابراین به کمک سطح زیر نمودار اندازه سرعت در لحظه‌های $t=2s$ ، $t=4s$ و $t=5s$ را به دست می‌آوریم و با هم مقایسه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow 2s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{2+1}{2} \times 2 = 3 \text{ m/s} \xrightarrow{\Delta v = v - v_0} 3 = v - (-8) \\ \Rightarrow v = -5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2s \rightarrow 4s \Rightarrow \Delta v = S = \frac{2+1}{2} \times 2 = 3 \text{ m/s} \xrightarrow{\Delta v = v' - v} 3 = v' - (-5) \\ \Rightarrow v' = -2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4s \rightarrow 5s \Rightarrow \Delta v = S = (-2 \times 1) \times \frac{1}{2} = -1 \text{ m/s} \xrightarrow{\Delta v = v'' - v'} -1 = v'' - (-2) \\ \Rightarrow v'' = -3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

بنابراین اندازه سرعت اولیه از بقیه لحظه‌های بیان شده بیشتر است.

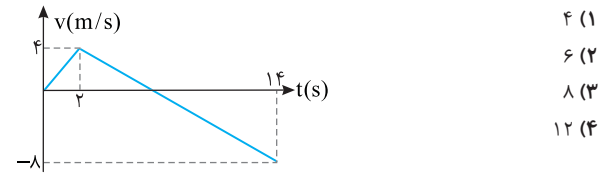
۱ ۵۹۶ B

متحرک از حال سکون با شتاب مثبت شروع به حرکت کرده، پس ابتدا در جهت مثبت محور در حال حرکت بوده است. در مدت ۲ ثانیه اول بر سرعتش افزوده می‌شود زیرا در این مدت شتاب و سرعت هر دو مثبت بوده و حرکت تندشونده است. سپس در بازه ۲ تا ۴ ثانیه شتاب منفی، اما سرعت همچنان مثبت بوده و حرکت در جهت مثبت محور کندشونده است تا لحظه $t=4s$ که متحرک متوقف می‌شود.

بازی با سؤال - متحرکی روی محور X حرکت می کند و نمودار سرعت -

زمان آن مطابق شکل زیر است. متحرک در ۱۴ ثانیه اول، چند ثانیه در سوی مخالف محور X حرکت کرده است؟

ریاضی - ۸۹

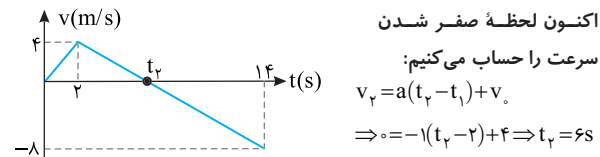


- ۴ (۱)
- ۶ (۲)
- ۸ (۳)
- ۱۲ (۴)

پاسخ - در بازه زمانی که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور X در حرکت بوده است. ابتدا در بازه $t=2s$ تا $t=14s$ شتاب حرکت

$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{-8-4}{14-2} = -1m/s^2$$

را به دست می آوریم:



بنابراین در بازه بین ۶s تا ۱۴s یعنی به مدت ۸s، متحرک در خلاف جهت محور X در حرکت است.

مسئله را می توانید به کمک شیب خط نیز حل کنید. گزینه ۳

۳ ۵۹۸ A

به نمودار $v-t$ دقت کنید. هر دو متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده اند، بنابراین در لحظه $t=0$ باید هر دو نمودار $x-t$ متحرک A و B بر محور زمان مماس باشند، بنابراین گزینه (۱) و (۲) نادرست هستند.

سرعت متحرک A در هر لحظه از سرعت متحرک B بیشتر است، بنابراین در هر لحظه A از B جلوتر است ($x_A > x_B$). در نتیجه گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست است.

نمای ۴۳

۱ ۵۹۸ A

مسئله ساده ای است. قطار در مدت $10s$ به اندازه l با شتاب $1m/s^2$ و سرعت اولیه $20m/s$ جابه جا شده است بنابراین از معادله حرکت با شتاب ثابت L را حساب می کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow l = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2 + 20 \times 10 \Rightarrow l = 250m$$

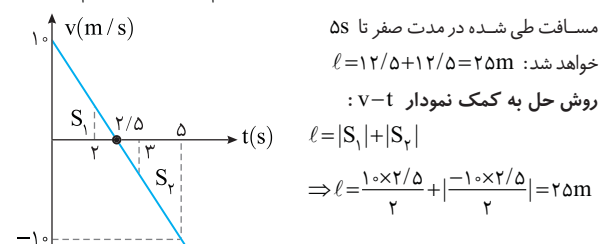
نمای ۲۲

۳ ۵۹۸ C

خط فکری - حرکت دارای شتاب ثابت است و در ثانیه سوم حرکت یعنی در بازه $t=2s$ تا $t=3s$ جابه جایی متحرک صفر است. در این بازه سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت داده است. به دلیل تقارن حرکت با شتاب ثابت در دو طرف لحظه تغییر جهت، باید لحظه تغییر جهت $t=2.5s$ باشد و در مدت $2/5s$ سرعت متحرک از $10m/s$ به صفر رسیده است. با این دانسته ها اکنون شما می توانید برای یافتن مسافت طی شده در $5s$ ، ابتدا جابه جایی در بازه 0 تا $2/5s$ را حساب کرده سپس آن را دو برابر کنید.

جابه جایی متحرک در بازه صفر تا $2/5s$ را از معادله مستقل از شتاب حساب می کنیم.

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{0+10}{2} \times 2/5 = 2m$$

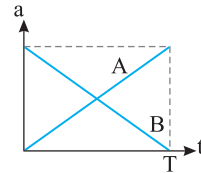


نمای ۳۲

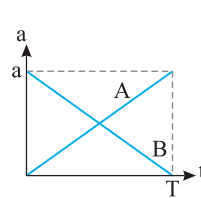
۳ ۵۹۸ B

۱ - دو متحرک از حال سکون ($v_0=0$) شروع به حرکت کرده اند و در مدت صفر تا T شتاب آن ها تغییر علامت نداده. بنابراین تغییرات سرعت برای هر دو متحرک مثبت است و چون $v_0=0$ بوده پس تندی در حال افزایش بوده و حرکت آن ها در کل مدت T، تندشونده است. البته چون در هر لحظه شتاب A در حال افزایش و شتاب B در حال کاهش است، چنانچه نمودار سرعت زمان این دو متحرک را رسم کنیم در هر لحظه شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ که معرف شتاب متحرک است برای متحرک A رفته رفته افزایش می یابد اما برای متحرک B رفته رفته شیب کاهش یافته و کندتر می شود.

۲ - سطح زیر نمودار شتاب زمان برابر تغییرات سرعت متحرک است. در این جا هر دو متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده اند و تغییرات سرعت برابر سرعت نهایی متحرک است و گزینه (۴) نادرست است.



۳ - سطح زیر نمودار A و سطح زیر نمودار B برابر است. از این رو:



$$\Delta v = S \Rightarrow S_A = \frac{aT}{2}$$

$$S_B = \frac{aT}{2} \Rightarrow \Delta v_A = \Delta v_B = v_A = v_B$$

۴ - اگر نمودار سرعت زمان A را رسم کنیم چون شتاب A در حال افزایش است، باید نمودار به گونه ای باشد که شیب خط مماس بر آن در حال افزایش باشد. اما در مورد نمودار سرعت زمان B برعکس است. بنابراین نمودار سرعت زمان این دو متحرک باید شبیه شکل روبرو باشد.

۵ - سطح زیر نمودار سرعت زمان برابر جابه جایی متحرک است و سطح زیر نمودار A از سطح زیر نمودار A بزرگتر است و گزینه (۱) نادرست است.

۶ - جابه جایی متحرک از جابه جایی متحرک A در مدت T بیشتر است. بنابراین سرعت متوسط از سرعت متوسط A بزرگتر بوده و گزینه (۳) درست است.

پنجره ۴ روبه روی ۵

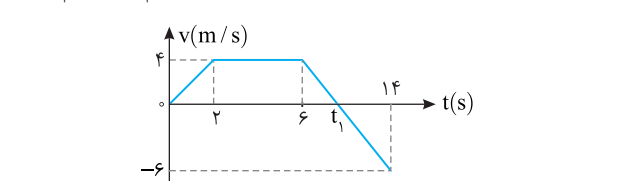
۲ ۵۹۸ B

خط فکری - جهت حرکت همان جهت سرعت است. بنابراین وقتی که متحرک در خلاف جهت محور در حرکت است یعنی سرعت منفی است، بنابراین از لحظه t_1 تا $14s$ متحرک در خلاف جهت محور در حرکت بوده است. باید t_1 را به دست بیاوریم.

به کمک شیب خط AB، t_1 را حساب می کنیم.

$$\frac{-6-4}{14-t_1} = \frac{-6-0}{14-t_1} \Rightarrow -10 = -6 \Rightarrow -4 = -6 \Rightarrow -10 + 5t_1 = -24$$

$$\Rightarrow 5t_1 = -14 \Rightarrow t_1 = 2.8s$$



بنابراین متحرک به مدت $14-9/2=4/5s$ در خلاف جهت محور در حال حرکت بوده است.

نمای ۴۰

۴ ۵۹۸ B

۱ ۵

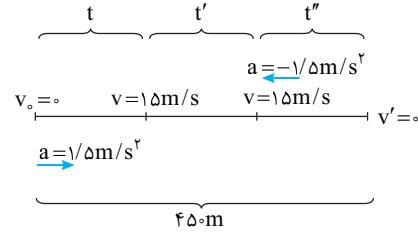
ابتدا باید سرعت خودرو به 15 m/s برسد. بنابراین زمان و جابه‌جایی متحرک را تا رسیدن به سرعت 15 m/s را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 15 = 1/5 t \Rightarrow t = 10\text{ s}, \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 1/5 \times 10^2 = 75\text{ m}$$

سپس با سرعت 15 m/s با حرکت یکنواخت پیش می‌رود و سرانجام با شتاب $-1/5\text{ m/s}^2$ می‌ایستد. مدت زمان حرکت کندشونده و جابه‌جایی در این مدت را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1/5 t + 15 \Rightarrow t = 10\text{ s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (t')^2 + v t' \Rightarrow \Delta x = 75\text{ m}$$



در قسمت تندشونده و کندشونده جمعاً $75 + 75 = 150\text{ m}$ جابه‌جایی صورت گرفته است. در حالی که تمام مسیر 450 m است. پس این متحرک 300 m را با سرعت 15 m/s پیموده است. حال زمان حرکت با سرعت ثابت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = v t' \Rightarrow 300 = 15 t' \Rightarrow t' = 20\text{ s}$$

حداقل زمان حرکت $t = 10 + 20 + 10 = 40\text{ s}$ است. نمای ۳۳

ایستگاه دیگری در فاصله 3 km از حال سکون به راه می‌افتد. ابتدا در $\frac{2}{3}t$ با

شتاب ثابت 3 m/s^2 بر سرعت خود می‌افزاید و سپس t ثانیه با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و در نهایت با شتاب ثابت 2 m/s^2 ترمز می‌کند و در ایستگاه مقصد متوقف می‌شود. t به کدام گزینه بر حسب ثانیه نزدیک‌تر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲۸ (۳) ۱۸ (۴) ۳۲

با توجه به شکل زیر، برای هر قسمت سرعت در انتهای هر قست و جابه‌جایی در آن قسمت را بر حسب پارامتر t حساب می‌کنیم.

$$\text{قسمت اول: } v = at + v_0 \Rightarrow v = 3 \times \frac{2}{3} t \Rightarrow v = 2t$$

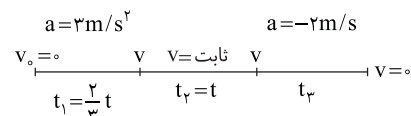
$$\Delta x_1 = \frac{v + v_0}{2} t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{2t + 0}{2} \times \frac{2t}{3} \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{2t^2}{3}$$

$$\text{قسمت دوم: } \Delta x_2 = v t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 2t(t) = 2t^2$$

$$\text{قسمت سوم: } v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -2t_3 + v$$

$$\Rightarrow t_3 = \frac{v}{2} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} t_3 = \frac{2t}{2} = t$$

$$\Delta x_3 = \frac{v + v_0}{2} t_3 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{0 + v}{2} t \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{0 + 2t}{2} t = t^2$$



با توجه به صورت سؤال فاصله دو ایستگاه از هم 3 کیلومتر است، از این رو باید جمع جابه‌جایی‌ها برابر 3000 m شود.

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 3000\text{ m}$$

$$\frac{2t^2}{3} + 2t^2 + t^2 = 3000 \Rightarrow \frac{2t^2 + 6t^2 + 3t^2}{3} = 3000 \Rightarrow t^2 = \frac{9000}{11} \Rightarrow t \approx 28\text{ s}$$

گزینه ۲

۲ ۵۹۸ B

۶

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌ها در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی T دنباله حسابی تشکیل می‌دهند.

در دنباله حسابی، جمله وسط میانگین دو جمله دیگر است. از چهار گزینه، گزینه‌های (۳) و (۴)، دنباله حسابی نبوده و نادرست هستند. اما بین گزینه‌های (۱) و (۲) کدام را باید انتخاب کرد؟ با توجه به صورت مسئله حرکت تندشونده است. در این صورت با گذشت زمان متحرک جابه‌جایی بزرگتری طی می‌کند، بنابراین گزینه (۲) $(10\text{ m}, 30\text{ m})$ و 50 m درست است.

نمای ۳۷

خودرویی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند. این خودرو در ثانیه پنجم حرکت خود 56 m و در ثانیه ششم حرکت خود 59 m را می‌پیماید. در این صورت شتاب و سرعت اولیه خودرو به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI می‌باشند؟

- (۱) $42/5, 29.6$ (۲) $29.6, 3$ (۳) $3, 42/5$ (۴) $29.6, -3$

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی در ثانیه t ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_{(t)} = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t=5\text{ s} \Rightarrow 56 = \frac{1}{2} a(9) + v_0 \\ t=6\text{ s} \Rightarrow 59 = \frac{1}{2} a(11) + v_0 \end{cases}$$

$$\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم} \rightarrow 59 - 56 = \frac{1}{2} a(11-9) \Rightarrow a = 3\text{ m/s}^2$$

اکنون با قرار دادن شتاب در یکی از معادله‌ها، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

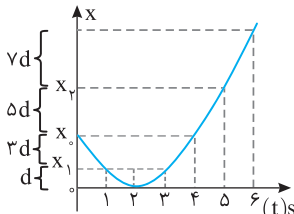
$$56 = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 + v_0 \Rightarrow v_0 = 42/5\text{ m/s}$$

روش دیگر: در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های متوالی به اندازه شتاب باهم فرق دارند، یعنی اگر در ثانیه t و $t+1$ جابه‌جایی‌ها را از هم کم کنیم شتاب به دست می‌آید. از این رو کافی است جابه‌جایی در ثانیه پنجم و ششم را از هم کم کرده و شتاب را به دست آورد:

$$a = 59 - 56 = 3\text{ m/s}^2$$

۴ ۵۹۸ B

۷



هرگاه سهمی باشد یعنی حرکت دارای شتاب ثابت است. در حرکت با شتاب ثابت اگر در لحظه t سرعت صفر شود و جابه‌جایی در مدت 1 s پس از t را با حرف d نمایش دهیم خواهیم داشت:

شما باید در بازه‌هایی که مسئله بیان می‌کند، مسافت‌ها را حساب کنید.

گزینه (۱): مسافت طی شده در 3 s اول یعنی از صفر تا 3 s برابر است با: $L = 3d + d + d = 5d$ مسافت طی شده در 3 s دوم یعنی از 3 s تا 6 s برابر است با: $L' = 3d + 5d + 7d = 15d$ بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

هر گاه متحرک در یک بازه زمان سرعتش صفر شده و تغییر جهت دهد همواره مسافت طی شده از جابه‌جایی بزرگ‌تر است.

گزینه (۲): در بازه صفر تا 3 s سرعت در لحظه $t = 2\text{ s}$ صفر می‌شود یعنی متحرک می‌ایستد و برمی‌گردد، بنابراین مسافت طی شده در 3 s اول از جابه‌جایی متحرک در 3 s اول بیشتر است و گزینه (۲) نادرست است.

گزینه (۳): $t = 2\text{ s}$ رأس سهمی است و نمودار نسبت به محور گذرنده از $t = 2\text{ s}$ دارای تقارن است یعنی اگر متحرک در $t = 0$ در مکان X_0 باشد در $t = 4\text{ s}$ نیز در مکان X_0 است و جابه‌جایی و سرعت متوسط در بازه 0 تا 4 s صفر است، در حالی که جابه‌جایی در بازه 1 s تا 5 s برابر $X_5 - X_1$ است و مخالف صفر است و گزینه (۳) نادرست است.

گزینه (۴): به نموداری که رسم کرده‌ایم به دقت نگاه کنید جابه‌جایی متحرک در 3 s اول یعنی در بازه $t = 0$ تا $t = 3\text{ s}$ برابر $3d$ است همچنین در بازه $t = 1\text{ s}$ تا $t = 4\text{ s}$ جابه‌جایی $3d$ است بنابراین در هر دو حالت سرعت متوسط $v_{av} = \frac{3d}{3}$ خواهد شد و سرعت متوسط در این دو بازه با هم برابر است و گزینه (۴) درست است.

نمای ۳۹

۲ سرعت در لحظه $t=1.0s$ را حساب می‌کنیم

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_p = 2 \times (1.0 - 3) + 1 \Rightarrow v_p = 15 \text{ m/s}$$

۳ جابه‌جایی را در بازه $1s$ تا $3s$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t_1 = \frac{15 + 9}{2} \times (1.0 - 3) = 36 \text{ m}$$

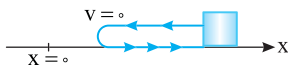
۴ سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{36}{1.0 - 3} \Rightarrow v_{av} = 12 \text{ m/s}$$

نمای ۴۲

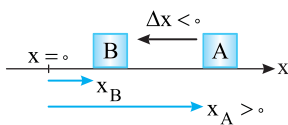
پنجره تو در تو

۴ ۵۹۹ B



۱ مطابق شکل روبه‌رو ممکن است متحرک در مکان‌های مثبت ($x > 0$)

در حال حرکت باشد و در همان جا تغییر جهت دهد و علامت بردار مکان هم‌چنان مثبت باشد، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.



در شکل روبه‌رو متحرک از نقطه A به نقطه B رفته، جابه‌جایی منفی ($\Delta x < 0$) است اما بردار مکان در

نقاط A و B هر دو مثبت است و گزینه (۲) نادرست است. سرعت

متوسط، برابر است با $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ بنابراین بردار سرعت متوسط همواره هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است، در نتیجه گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.

نمای ۲

۱ با تغییر مبدأ مکان، چه تعداد از پارامترهای حرکتی زیر

تغییر می‌کند؟

«بردار جابه‌جایی - سرعت - شتاب متوسط - بردار مکان - مسافت طی شده»

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

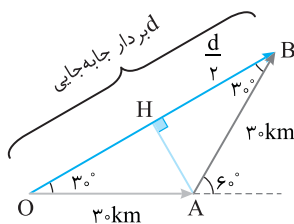
۱ پاسخ نکته: جابه‌جایی، سرعت، شتاب و مسافت طی شده به محل مبدأ مکان اختیاری بستگی ندارد و تنها بردار مکان تابعی از محل مبدأ مکان است.

گزینه ۱

۲ ۵۹۹ B

۲ باید شکل مسیر حرکت را رسم کنیم. مطابق شکل متحرک از نقطه O به نقطه A و سپس به نقطه B می‌رود. جابه‌جایی دوچرخه‌سوار برداری است که از O به B رسم می‌شود. بنابراین باید به کمک ریاضی طول بردار جابه‌جایی (d) را حساب کنیم. با توجه به شکل روبه‌رو خط عمود AH را رسم می‌کنیم. در مثلث AHB می‌توان نوشت:

$$\cos 30^\circ = \frac{HB}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{30} \Rightarrow d = 30\sqrt{3} \text{ m}$$



نمای ۱

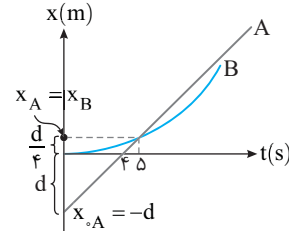
۲ ۵۹۸ C

۸ خط فکری در حل این مسئله دقت کنید که ما پارامتری به نام d را معرفی می‌کنیم

و به کمک آن مسئله را حل می‌کنیم. مکان اولیه متحرک A، $x_0 = -d$ است و با توجه به شیب خط، مکان متحرک A در $t = 5s$ را به دست می‌آوریم و بقیه ماجرا را دنبال کنید.

۱ محل ملاقات A و B در لحظه $t = 5s$ را به کمک شیب نمودار A به دست می‌آوریم.

$$\frac{d - 0}{4 - 0} = \frac{x_A}{5 - 4} \Rightarrow x_A = \frac{d}{4} \Rightarrow x_B = \frac{d}{4}$$



۲ متحرک B در بازه صفر تا 5s با شتاب ثابت جابه‌جایی $\frac{d}{4}$ را طی کرده است، شتاب حرکت B را بر حسب d به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \frac{d}{4} = \frac{1}{2} a_B \times 5^2 \Rightarrow a_B = \frac{d}{50} \quad (I)$$

۳ متحرک A دارای سرعت ثابت است، مقدار آن را بر حسب d حساب می‌کنیم.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = \frac{d}{4}} v = \frac{\frac{d}{4}}{5 - 4} \Rightarrow v_A = \frac{d}{4}$$

۴ معادله سرعت زمان B را می‌نویسیم: $v_B = a_B t + v_0 \xrightarrow{(I)} v_B = \frac{d}{50} t$

۵ اکنون لحظه‌ای که سرعت A و B برابر است را می‌توان حساب کرد.

$$v_A = v_B \Rightarrow \frac{d}{4} = \frac{d}{50} t \Rightarrow t = 12.5 \text{ s}$$

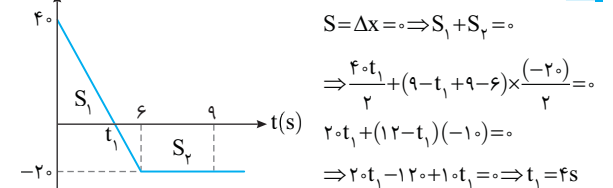
نمای ۳۹

۳ ۵۹۸ B

۹ خط فکری وقتی به شما نمودار سرعت زمان متحرکی را می‌دهند و به شما می‌گویند

متحرک در مدت t به مکان اولیه خود باز می‌گردد یعنی سطح زیر نمودار $v-t$ در این مدت باید صفر شود. با توجه به این مطالب باید جمع S_1 و S_2 صفر شود.

۱ جابه‌جایی در مدت 9s صفر شده است بنابراین



۲ اکنون با توجه به نمودار در بازه صفر تا $t_1 = 4s$ تندی متحرک در حال کاهش و حرکت کندشونده است.

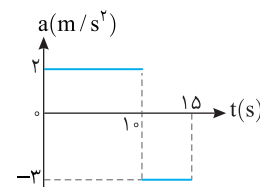
نمای ۴۰

۳ ۵۹۸ B

۱ سرعت در لحظه $t = 3s$ ، $+1 \text{ m/s}$ است، بنابراین سرعت در لحظه $t_1 = 3s$ خواهد

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times (3 - 3) + 1 \Rightarrow v_1 = 9 \text{ m/s}$$

شد:



B ۵۹۹ ۳

۳

با توجه به معادله مستقل از زمان سرعت در انتهای هر مرحله را به دست آورده و درباره نوع حرکت اظهار نظر می کنیم:

$$\bar{v} = \frac{v+v_0}{2} \Rightarrow 4 = \frac{v+0}{2} \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

بنابراین در t ثانیه اول، سرعت از صفر به 8 m/s رسیده و حرکت تندشونده است.

$$v_{av} = \frac{v'+v}{2} \Rightarrow 6 = \frac{v'+8}{2} \Rightarrow v' = 4 \text{ m/s}$$

در این مرحله سرعت از 8 m/s به 4 m/s رسیده و حرکت کندشونده است.

$$v_{av} = \frac{v''+v'}{2} \Rightarrow 6 = \frac{v''+4}{2} \Rightarrow v'' = 8 \text{ m/s}$$

در t ثانیه سوم، در این مرحله سرعت از 4 m/s به 8 m/s رسیده و حرکت تندشونده است.

$$v_0 = 0 \quad t \quad v = 8 \text{ m/s} \quad t \quad v' = 4 \text{ m/s} \quad t \quad v'' = 8 \text{ m/s}$$

نمای ۲۵

A ۵۹۹ ۳

۴

خط فکری جهت حرکت همان جهت سرعت متحرک است، بنابراین مدت زمانی که متحرک در جهت منفی محور در حرکت است یعنی مدت زمانی که سرعت منفی است. بنابراین شما باید ریشه‌های معادله سرعت - زمان $v = t^2 - 2t - 3$ را به دست آورده، تابع را تعیین علامت کنید.

پادآور ریاضی در تابع درجه دو $y = ax^2 + bx + c$ ، علامت تابع بین دو ریشه مخالف علامت a و بیرون دو ریشه موافق علامت a است. ابتدا ریشه‌های معادله را به دست می آوریم.

$$t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t-3)(t+1) = 0 \Rightarrow t = -1, t = 3s$$

t	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
v	+	0	-	0	+
		غ	ق		

تغییر جهت

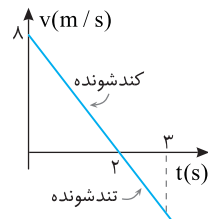
به کمک جدول روبه‌رو علامت سرعت را مشخص می کنیم. بنابراین در بازه صفر تا $3s$ سرعت منفی است. دقت کنید قسمت رنگی جدول به دلیل منفی بودن زمان ($t < 0$) است.

نمای ۱۶

A ۵۹۹ ۱

۵

راه حل اول: با استفاده از معادله مکان - زمان، معادله سرعت - زمان و شتاب - زمان را به دست آورده، تعیین علامت می کنیم.



$$\begin{cases} x = -2t^2 + 8t + 10 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -4 \text{ m/s}^2, v_0 = 8 \text{ m/s} \Rightarrow v = at + v_0$$

$$\Rightarrow v = -4t + 8 \xrightarrow{v=0} t = 2s$$

سرعت در بازه زمانی صفر تا $2s$ مثبت و در بازه $2s$ تا $3s$ منفی است، بنابراین ابتدا حرکت کندشونده ($av < 0$) و سپس حرکت تندشونده ($av > 0$) است.

راه حل دوم: کافی است نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم. مشخص است که در بازه صفر تا $2s$ سرعت کاهش یافته و صفر شده سپس از $2s$ تا $3s$ بزرگی سرعت افزایش می یابد و گزینه (۱) درست است.

میانبر هر گاه در معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت روی خط راست ضرب t^2 و ضرب t ناهمنام باشند، حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. نمای ۲۴

بازر، با سوال معادله حرکت جسمی که روی خط راست در حرکت است در SI به صورت $x = 2t^2 - 3t - 8$ می باشد. کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

(۱) متحرک همواره در جهت مثبت محور در حرکت است.

(۲) بردار مکان حتماً تغییر جهت می دهد.

(۳) متحرک در ابتدا در حال حرکت به سمت مبدأ است.

(۴) متحرک در مکان های مثبت تغییر جهت می دهد.

پایسج معادله حرکت $x = 2t^2 - 3t - 8$ را با معادله حرکت با شتاب ثابت

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

آورده و معادله سرعت زمان را می نویسیم.

شتاب حرکت $a = +4 \text{ m/s}^2$ سرعت اولیه $v_0 = -3 \text{ m/s}$ و مکان اولیه $x_0 = -8 \text{ m}$ است.

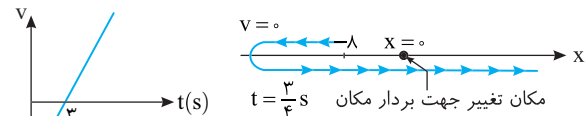
معادله سرعت - زمان و لحظه تغییر جهت حرکت را به دست می آوریم:

$$v = 4t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{4} \text{ s}$$

بنابراین مطابق نمودار سرعت زمان رسم شده متحرک ابتدا در جهت منفی محور

در حرکت است و در لحظه $t = \frac{3}{4} \text{ s}$ متوقف شده و در جهت مثبت محور حرکت

می کند سپس از مبدأ می گذرد پس بردار مکان تغییر جهت می دهد.



گزینه ۲

B ۵۹۹ ۴

۶

خط فکری در حرکت با شتاب ثابت بهترین روش برای به دست آوردن مسافت طی شده از روی معادله حرکت این است که ابتدا معادله سرعت - زمان را به دست آورده سپس نمودار را رسم کرده و سرانجام در بازه زمانی بیان شده مسافت را به کمک سطح زیر نمودار $v-t$ حساب کنید.

۱ معادله حرکت $x = -t^2 + 4t + 5$ را با معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت

مقایسه می کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0, \quad x = -t^2 + 4t + 5$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2, v_0 = 4 \text{ m/s}, x_0 = 5 \text{ m}$$

۲ معادله سرعت - زمان را می نویسیم.

۳ نمودار سرعت زمان را رسم می کنیم.

البته باید بعضی از نقاط را مشخص کرد.

$$t = 0 \Rightarrow v_0 = 4 \text{ m/s}$$

$$v = 0 \Rightarrow -2t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

$$t = 5s \Rightarrow v = -2 \times 5 + 4 = -6 \text{ m/s}$$

۴ قدرمطلق سطح های محصور بین نمودار و محور زمان را جمع کنیم.

$$L = |S_1| + |S_2|$$

$$L = \left| \frac{4 \times 2}{2} \right| + \left| \frac{-6 \times 3}{2} \right| = 13 \text{ m}$$

$$L = \frac{4 \times 2}{2} + \left| \frac{-6 \times 3}{2} \right| = 13 \text{ m}$$

نمای ۳۲

B ۵۹۹ ۱

۷

۱ به کمک شیب نمودار B مکان

متحرک A و B را در لحظه $t = 5s$

به دست می آوریم.

$$\frac{x_B - (-10)}{8 - 0} = \frac{0 - (-10)}{5 - 0}$$

$$\Rightarrow \frac{x_B + 10}{8} = 2 \Rightarrow x_B = 6 \text{ m}$$

در این لحظه $x_A = x_B = 6$ نیز $x_A = x_B = 6$ است.

۲ لحظه گذر B از مبدأ $t = 5s$ است. به کمک شیب نمودار A در این لحظه مکان

متحرک A را که روی شکل با x'_A نشان داده ایم حساب می کنیم.

$$\frac{6 - 2}{8 - 0} = \frac{x'_A - 2}{5 - 0} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{x'_A - 2}{5} \Rightarrow 2/5 = x'_A - 2 \Rightarrow x'_A = 4/5 \text{ m}$$

نمای ۱۴

۲ در ثانیه چهارم یعنی بازه زمانی $t=3s$ تا $t=4s$ ، سرعت متوسط $16m/s$ شده است یعنی سرعت در لحظه $\frac{3+4}{2}=3.5$ برابر $16m/s$ است.

۳ شتاب حرکت را در بازه $1/5s$ تا $3/5s$ حساب می‌کنیم که شتاب کل مسیر حرکت است. نمای ۲۵ و ۳۷

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{16 - 8}{3/5 - 1/5} = 4m/s^2$$

۱ در قسمت اول حرکت متحرک با شتاب ثابت $2m/s^2$ به سرعت $10m/s$ می‌رسد. مدت زمان حرکت با این شتاب و جابه‌جایی در این مدت را حساب می‌کنیم.

$$v_1 = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} 10 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 5s, \Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1$$

$$\xrightarrow{t_1=5s} \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times (5)^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 25m$$

۲ در قسمت دوم متحرک $3s$ با سرعت ثابت $10m/s$ حرکت می‌کند و جابه‌جایی آن خواهد شد: $\Delta x_2 = vt_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 10 \times (3) \Rightarrow \Delta x_2 = 30m$

۳ در قسمت سوم متحرک با شتاب $a = -2m/s^2$ سرعتش از $10m/s$ کاهش می‌یابد تا به صفر برسد $v = at_3 + v_0 \Rightarrow 0 = -2t_3 + 10 \Rightarrow t_3 = 5s$ مدت زمان و جابه‌جایی در قسمت کندشونده را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_3 = \frac{1}{2}at_3^2 + v_0t_3 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + 10(5) \Rightarrow \Delta x_3 = 25m$$

۴ اکنون می‌توان تندی متوسط را به دست آورد.

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{25 + 30 + 25}{5 + 3 + 5} = \frac{80}{13} m/s$$

نمای ۳۵

۱۴ متحرک اول دارای حرکت با شتاب ثابت $2m/s^2$ است و بدون سرعت اولیه به راه می‌افتد. معادله حرکت آن را می‌نویسیم:

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 2t_1^2 \Rightarrow x_1 = t_1^2$$

متحرک دوم $5s$ بعد از متحرک اول به راه می‌افتد. یعنی اگر مدت زمان حرکت متحرک اول t_1 باشد مدت زمان حرکت متحرک دوم $t_2 = t_1 - 5$ خواهد بود. از این‌رو معادله حرکت متحرک دوم خواهد شد:

$$x_2 = vt_2 \Rightarrow x_2 = 5(t_1 - 5)$$

معادله دو متحرک را با هم قرار می‌دهیم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow t_1^2 = 5t_1 - 25 \Rightarrow t_1^2 - 5t_1 + 25 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 - 100 < 0$$

معادله بدون جواب است یعنی دو متحرک هرگز به هم نمی‌رسند. نمای ۳۴

۱۵ **بازی با سوال** متحرک A با شتاب ثابت $1m/s^2$ از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. هم‌زمان با آن متحرک B از 100 متر عقب‌تر در همان جهت با سرعت ثابت $54km/h$ به دنبال A به راه می‌افتد. دو متحرک در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه از کنار هم می‌گذرند؟

$$25 \text{ و } 15 \quad (4 \quad 3 \text{ و } 20 \quad 30 \quad 10 \quad 2) \quad 20 \text{ و } 10$$

۱۶ **پایان** معادله حرکت دو متحرک را نوشته و برابر قرار می‌دهیم: معادله حرکت متحرک A را می‌نویسیم محل شروع حرکت متحرک A مبدأ مکان فرض می‌کنیم.

متحرک B از 100 متر عقب‌تر هم‌زمان با سرعت $54km/h$ به راه می‌افتد. سرعت B را بر حسب m/s به دست می‌آوریم.

$$v_B = 54km/h = 54 \times \frac{1000m}{3600s} \Rightarrow v_B = 15m/s$$

معادله حرکت B را نوشته و با معادله حرکت A برابر قرار می‌دهیم.

$$x_B = vt + x_0 \Rightarrow x_B = 15t - 100, x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 = 15t - 100$$

$$t^2 - 30t + 200 = 0 \Rightarrow (t-10)(t-20) = 0 \Rightarrow t=10s, t=20s$$

گزینه ۱

۱ ۵۹۹ A

۸ متحرک از حال سکون $4s$ با شتاب ثابت حرکت کرده و سرعتش در حال افزایش است یعنی در هر ثانیه جابه‌جایی آن از ثانیه قبلی باید بیشتر باشد. از لحظه $t=4s$ تا لحظه $t=7s$ باید جابه‌جایی یکسان باشند زیرا سرعت ثابت است بعد از $t=7s$ ، با شتاب ثابت قرینه شتاب قسمت اول از سرعت خود می‌کاهد بنابراین در هر ثانیه جابه‌جایی آن کوچک‌تر از ثانیه قبل است این مشخصات با گزینه (۱) هماهنگی دارد. نمای ۳۵

۲ ۵۹۹ A

۹ کافی است لحظه گذر از مکان $x_0 = -3m$ با تندی $v_0 = 10m/s$ را مبدأ زمان ($t=0$) بگیریم و سپس به کمک معادله حرکت مکان متحرک را در $t=4s$ به دست بیاوریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 + 10 \times 4 + (-3) = 16 + 40 - 3 = x = 57m$$

نمای ۲۲

۲ ۵۹۹ B

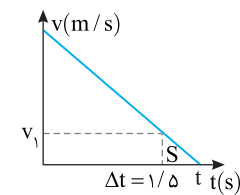
۱۰ **راه حل اول:** استفاده از معادله مستقل از شتاب:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow 9 = \frac{0 + v_0}{2} \times 1/5 \Rightarrow v_0 = 12m/s$$

بنابراین شتاب خواهد شد: $a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 12}{1/5} \Rightarrow a = -60m/s^2 \Rightarrow |a| = 60m/s^2$

۱۱ **راه حل دوم:** کافی است متحرکی را فرض کنیم که از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت در آمده است و در مدت $1/5s$ جابه‌جایی 9 متر را طی کرده است.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 9 = \frac{1}{2}a(1/5)^2 \Rightarrow a = 60m/s^2$$



۱۲ **راه حل سوم:** نمودار سرعت زمان با توجه به صورت مسئله سطح S برابر 9 واحد است از این‌رو می‌توان نوشت:

$$S = \Delta x = \frac{v_1 \Delta t}{2} \Rightarrow 9 = \frac{v_1 \times 1/5}{2} \Rightarrow v_1 = 12m/s$$

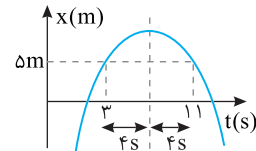
شتاب ثابت را از هر قسمت از حرکت می‌توان حساب کرد. از این‌رو:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{0 - 12}{1/5} = -60m/s^2 \Rightarrow |a| = 60m/s^2$$

نمای ۲۶

۲ ۵۹۹ A

۱۱ متحرک دارای شتاب ثابت است و در حال حرکت در جهت مثبت حرکت بود و در لحظه $t=7s$ بیشترین فاصله مثبت از مبدأ را داشته یعنی در این لحظه سرعت متحرک صفر شده و جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.



در حرکت با شتاب ثابت معادله مکان-زمان تابع درجه ۲ است $(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0)$ و نمودار سهمی است و خط گذرنده از رأس سهمی خط تقارن سهمی است.

در $t=7s$ مکان بیشینه است یعنی $t=7s$ رأس سهمی است و در فاصله‌های زمانی یکسان از $t=7s$ مکان‌ها یکسان است. پس در $t=3s$ و $t=11s$ مکان $5m$ است (به شکل سهمی دقت کنید).

۳ ۵۹۹ B

۱۲ **نکته:** در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست در بازه زمانی t_1 تا t_2 سرعت

$$v_{\frac{t_1+t_2}{2}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

متوسط متحرک با سرعت در لحظه وسط بازه زمانی برابر است.

۱ در ثانیه دوم سرعت متوسط $8m/s$ شده است. ثانیه دوم یعنی بازه زمانی بین $1s$ تا $2s$ است و لحظه وسط این بازه برابر $t=1.5s$ است و سرعت در این لحظه برابر سرعت متوسط یعنی $v_{1.5s} = 8m/s$ است.

روش استفاده از سطح زیر نمودار:

۱ ابتدا سرعت در لحظه $t = 10s$ را به کمک شیب خط حساب می‌کنیم:

$$\frac{v-10}{10-0} = \frac{0-10}{4-0} \Rightarrow v = -15 \text{ m/s}$$

۲ سطح زیر نمودار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = S \Rightarrow x - x_0 = \frac{10 \times 4}{2} + \frac{(-15 \times 4)}{2} \Rightarrow x_0 = 2m$$

$$x - 2 = 20 + (-45) \Rightarrow x = -23m$$

نمای ۴۰

۳ ۵۹۹ B

۱ سرعت از صفر در مدت t_1 با شتاب 2 m/s^2 به v می‌رسد، سپس در مدت t_2 با شتاب -3 m/s^2 ، از v به صفر می‌رسد. بنابراین شما می‌توانید به کمک معادله سرعت زمان رابطه بین t_1 و t_2 به دست بیاورید.

$$v = at + v_0 \begin{cases} a = 2 \text{ m/s}^2 \rightarrow v = 2t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v}{2} \\ a = -3 \text{ m/s}^2 \rightarrow 0 = -3t_2 + v \Rightarrow t_2 = \frac{v}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{2} \quad (1)$$

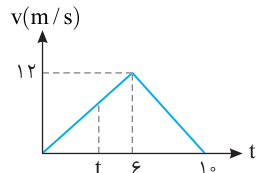
۲ کل مدت حرکت $10s$ است بنابراین:

$$t_1 + t_2 = 10 \xrightarrow{(1)} \frac{3}{2}t_2 + t_2 = 10 \Rightarrow t_2 = 4s, t_1 = 6s$$

۳ سرعت در لحظه $t_1 = 6s$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 6 = 12 \text{ m/s}$$

۴ جابه‌جایی کل برابر سطح زیر نمودار سرعت زمان شکل روبه‌روست:



$$\Delta x = \frac{12 \times 10}{2} \Rightarrow \Delta x = 60m$$

۵ بنا به فرض مسئله جابه‌جایی در

$$\Delta x_1 = \frac{\Delta}{12} \times 60 = 25m \quad \frac{\Delta}{12}$$

نسبت مساحت‌ها با مربع نسبت تشابه مثلث برابر است، از این‌رو:

$$\frac{25}{36} = \left(\frac{t}{6}\right)^2 \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{t}{6} \Rightarrow t = 5s$$

۷ سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25}{5} \Rightarrow v_{av} = 5 \text{ m/s}$$

۸ میانبر هر گاه متحرک با شتاب a_1 از حال سکون به راه بیافتد و در مدت t_1 جابه‌جایی Δx_1 را طی کند سپس ترمز کرده با شتاب a_2 در مدت t_2 و جابه‌جایی

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \quad \Delta x_2 \text{ متوقف شود خواهیم داشت:}$$

بنابراین نسبت $\frac{t_1}{t_2} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{2}$ خواهد بود. نمای ۳۵

۲ ۵۹۹ B

چون نمودار منحنی است، پس حرکت با شتاب

$$v_{av} \neq \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{متغیر می‌باشد. بنابراین}$$

خواهد بود. زیرا فقط در حرکت با شتاب ثابت که نمودار سرعت - زمان آن خط راست بوده سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ است. از طرفی

سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر تغییر مکان متحرک است و سطح زیر نمودار (۲) در بازه t_1 تا t_2 از سطح زیر نمودار یک حرکت فرضی با شتاب ثابت مانند نمودار (۱) کمتر است.

پس سرعت متوسط در نمودار (۲) از سرعت متوسط در نمودار (۱) کمتر خواهد بود.

$$S_2 < S_1 \Rightarrow \Delta x_2 < \Delta x_1 \Rightarrow v_{av,2} < v_{av,1} \Rightarrow v_{av} < \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{نمای ۴۰}$$

۳ ۵۹۹ B

۱۵ خط فکری

شما خواسته نشده بلکه سرعت متحرک اول در لحظه رسیدن به متحرک دوم از شما خواسته شده بنابراین برای متحرک اول از معادله مستقل از شتاب و برای متحرک دوم معادله حرکت با سرعت ثابت را بنویسید و برابر قرار دهید.

جابه‌جایی دو متحرک یکسان است. متحرک اول دارای حرکت با شتاب ثابت با تندی اولیه $\frac{v}{2}$ و متحرک دوم دارای حرکت با تندی ثابت v است، بنابراین:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v' + v}{2} \Delta t \\ \Delta x_2 = v \Delta t \end{cases}$$

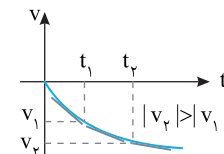
$$\Rightarrow \Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v \Delta t = \frac{v' + v}{2} \Delta t \Rightarrow v' = \frac{2v}{2}$$

نمای ۳۴

۲ ۵۹۹ B

۱۶

به نمودار دقت کنید. تندی متحرک در حال افزایش است و حرکت تندشونده است. از طرفی نمودار سرعت زمان سهمی است بنابراین قطعاً حرکت دارای شتاب ثابت نیست زیرا نمودار $v-t$ حرکت با شتاب ثابت خط راست مایل است بنابراین شتاب این متحرک متغیر است.

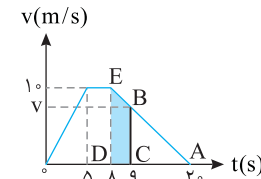


نمای ۱۸

۳ ۵۹۹ B

۱۷

باید مساحت سطح رنگی را به دست آورید. قاعده بزرگ این دوزنقه $ED=10$ است. باید قاعده کوچک آن (BC) یعنی سرعت v را به کمک شیب خط AE به دست آورد.



$$\frac{0-10}{20-8} = \frac{0-v}{20-9} \Rightarrow v = \frac{110}{12} \text{ m/s}$$

اکنون جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = S \Rightarrow S = \frac{10 + \frac{110}{12}}{2} \times 10 = \frac{230}{24} \times 10 = \frac{115}{12} \text{ m}$$

نمای ۴۰

۲ ۵۹۹ B

۱۸

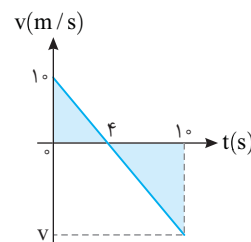
شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

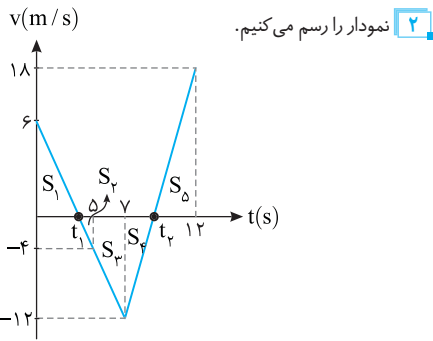
$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 10}{4} = -2.5 \text{ m/s}^2$$

مکان را حساب می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

$$x = \frac{1}{2} (-2.5) (10)^2 + 10 \times 10 + 2 \Rightarrow x = -12.5 + 100 + 2 \Rightarrow x = -23m$$





۲ نمودار را رسم می‌کنیم.

$$\frac{6 - (-4)}{5 - 0} = \frac{6 - 0}{t_1 - 0} \Rightarrow t_1 = 3s$$

$$\frac{18 - (-12)}{12 - 7} = \frac{18 - 0}{12 - t_2} \Rightarrow 12 - t_2 = 3 \Rightarrow t_2 = 9s$$

۳ لحظه‌های t_1 و t_2 را به کمک شیب خط مشخص می‌کنیم.

$$t = 3s : S_1 = \Delta x_1 \Rightarrow \frac{6 \times 3}{2} = x_1 - 4 \Rightarrow x_1 = 13m$$

$$t = 5s : S_2 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{(0 - 3) \times (-4)}{2} = x_2 - 13 \Rightarrow x_2 = 9m$$

$$t = 7s : S_3 = \Delta x_3 \Rightarrow \frac{-4 + (-12)}{2} \times 2 = x_3 - 9 \Rightarrow x_3 = -7m$$

$$t = 9s : S_4 = \Delta x_4 \Rightarrow \frac{-12 \times (9 - 7)}{2} = x_4 - (-7) \Rightarrow x_4 = -19m$$

$$t = 12s : S_5 = \Delta x_5 \Rightarrow \frac{18 \times (12 - 9)}{2} = x_5 - (-19) \Rightarrow x_5 = 18m$$

۴ مکان در لحظه‌های ۳s، ۵s، ۷s، ۹s و ۱۲s را به دست می‌آوریم.

۵ بنابراین در لحظه $t = 9s$ دورترین فاصله از مبدأ ۱۹m است. نمای ۴۲

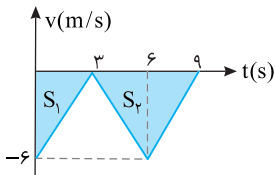
۲ ۵۹۹ B تندی در لحظه‌های $t = 0$ ، $t = 3s$ ، $t = 6s$ و $t = 9s$ را به دست آورده و نمودار سرعت-زمان را رسم می‌کنیم:

$$t = 0 \Rightarrow v_0 = -6m/s$$

$$t = 3s \Rightarrow v = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 3 + (-6) = 0$$

$$t = 6s \Rightarrow v = (-2 \times 3) + 0 = -6m/s$$

$$t = 9s \Rightarrow v = (2 \times 3) + (-6) = 0$$



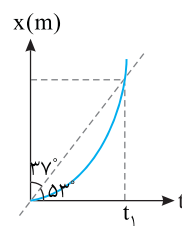
مسافت طی شده برابر است با:

$$d = |S_1| + |S_2| \Rightarrow d = \left| \frac{(-6) \times 3}{2} \right| + \left| \frac{6 \times (-6)}{2} \right| \Rightarrow d = 9 + 18 = 27m$$

۳ ۵۹۹ C متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است.

۲۴ در بازه زمانی صفر تا ۲s در جهت منفی محور، با شتاب منفی بر تندی آن افزوده می‌شود. دقت کنید شتاب منفی به معنی حرکت کندشونده نیست. اگر مطابق شکل، متحرک از مبدأ و خلاف جهت محور، شروع به حرکت کند، با شتاب منفی دارای حرکت تندشونده است زیرا بردار سرعت و شتاب هم‌جهت است. در لحظه $t = 2s$ ، شتاب تغییر جهت (علامت) داده است یعنی شتاب مثبت است اما همچنان سرعت منفی است و حرکت بعد از $t = 2s$ کندشونده است، پس بیشترین سرعت در $t = 2s$ است.

نمای ۴۲



۲ ۵۹۹ A شیب خط قاطع نمودار $x-t$ برابر سرعت متوسط است از این‌رو:

$$v_{av} = \tan \alpha = \tan 53^\circ$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3} m/s$$

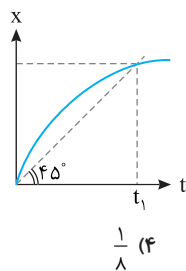
از طرفی نمودار مکان-زمان سهمی است، یعنی حرکت

$$دارای شتاب ثابت است، از این‌رو: $v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$$$

در لحظه $t = 0$ سرعت اولیه صفر است. بنابراین سرعت در لحظه t_1 خواهد شد:

$$\frac{4}{3} = \frac{v + 0}{2} \Rightarrow v = \frac{8}{3} m/s$$

نمای ۳۸



۱ بازی، با سؤال در شکل روبه‌رو نمودار

مکان-زمان متحرکی که بخشی از یک سهمی

است، رسم شده است. در لحظه $t = \frac{t_1}{2}$ سرعت

متحرک چند متر بر ثانیه است؟ (مقیاس روی هر محور معادل یکای کمیت است.)

۱ پاسخ شیب خط قاطع نمودار مکان-زمان برابر سرعت متوسط در آن

بازه زمانی است. پس سرعت متوسط در بازه صفر تا t_1 را به کمک شیب خط

$$v_{av} = \tan 45^\circ \Rightarrow v_{av} = 1m/s$$

قاطع به دست می‌آوریم.

نمودار سهمی است و حرکت دارای شتاب ثابت است و سرعت متوسط برابر

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \text{ بوده و در واقع سرعت متوسط میانگین سرعت ابتدایی و انتهایی}$$

بوده و برابر سرعت در وسط بازه زمانی است. بنابراین در لحظه $t = \frac{t_1}{2}$ سرعت

$$v = 1m/s$$

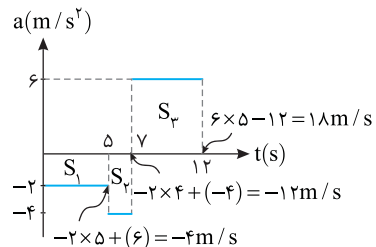
برابر است با:

۱ گزینه

۴ ۵۹۹ B یک مسئله محاسباتی ریاضی در اختیار داریم. باید نمودار سرعت-

زمان را با دقت رسم کنید و جابه‌جایی و مکان متحرک را از سطح زیر نمودار حساب کرده

و مشخص کنید که دورترین فاصله متحرک از مبدأ چند متر است.



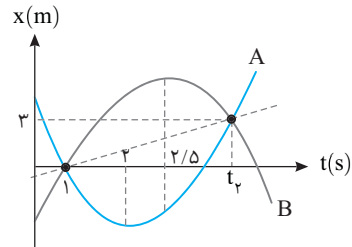
۱ سرعت در لحظه‌های $t = 5s$ ، $t = 7s$ و $t = 12s$ را حساب می‌کنیم.

$$t = 5s : S_1 = \Delta v \Rightarrow -2 \times 5 = v_1 - 0 \Rightarrow v_1 = -4m/s$$

$$t = 7s : S_2 = \Delta v_2 \Rightarrow -4 \times (7 - 5) = v_2 - (-4) \Rightarrow -8 = v_2 + 4 \Rightarrow v_2 = -12m/s$$

$$t = 12s : S_3 = \Delta v_3 \Rightarrow 6 \times (12 - 7) = v_3 - (-12) \Rightarrow 30 = v_3 + 12 \Rightarrow v_3 = 18m/s$$

هرگاه دو متحرک دارای حرکت با شتاب ثابت، یکبار در لحظه t_1 از کنار هم بگذرند و مجدداً در لحظه t_2 نیز از کنار هم بگذرند در لحظه $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ ، سرعت آنها با هم برابر است.



به نمودار نگاه کنید در لحظه $t_1 = 1s$ و در لحظه t_2 دو متحرک از کنار هم می‌گذرند و در لحظه $t = 2/5s$ سرعت آنها با هم برابر است. از این رو لحظه t_2 خواهد شد:

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} \Rightarrow 2/5 = \frac{1 + t_2}{2} \Rightarrow t_2 = 4s$$

با توجه به نمودار متحرک A باید نقاط $(1, 0)$ و $(4, 3)$ در معادله حرکت صدق کند.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{t=1s} 0 = \frac{1}{2}a + v_0 + x_0 \quad (1)$$

$$\xrightarrow{t=4s} 3 = \frac{1}{2}a \times 4^2 + 4v_0 + x_0 \Rightarrow 3 = 8a + 4v_0 + x_0 \quad (2)$$

برای رأس سهمی $t = 2s$ می‌توان نوشت:

$$t = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 2 = \frac{-v_0}{2(\frac{1}{2}a)} \Rightarrow v_0 = -2a \quad (3)$$

دو رابطه (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$3 = 8a + 4v_0 + x_0$$

$$0 = \frac{1}{2}a + v_0 + x_0$$

$$3 = 7/5a + 3v_0$$

از رابطه (۳) در رابطه بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$3 = 7/5a + 3(-2a) \Rightarrow 3 = 1/5a \Rightarrow a = 2m/s^2$$

فصل دوم

دینامیک



B ۴ ۶۰۶

در پاسخ به این پرسش باید به مفهوم لختی بپردازیم. جسم بنا به قانون اول نیوتون در مقابل تغییر سرعت از خود مقاومت نشان می‌دهد، یعنی جسم تمایل دارد وضع موجود خود را حفظ کند. به این مقاومت، لختی گویند.

اگر نخ پایینی را به سرعت بکشیم، لختی وزنه مانع حرکت کردن وزنه شده و نخ از پایین وزنه پاره می‌شود. اما اگر نخ پایینی را به آرامی بکشیم، نیروی F و وزن وزنه با هم جمع شده و نخ از قسمت بین وزنه و سقف یعنی از قسمت بالایی پاره می‌شود.

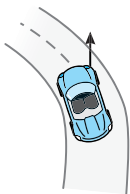
A ۲ ۶۰۷

اتومبیل B ساکن است و می‌خواهد حالت خود را حفظ کند هنگامی که A ناگهان شروع به حرکت کند مقاومت اتومبیل B در مقابل تغییر حالت (لختی B) سبب پاره شدن سیم بکسل می‌شود.

به‌طور مثال: اگر یک نایلکس را پر از سیب‌زمینی کرده و شما دسته نایلکس را بگیرید و بخواهید ناگهان آن را از سطح زمین بلند کنید، به دلیل لختی، امکان دارد دسته نایلکس پاره شود.

A ۲ ۶۰۸

نکته: اگر در خودرو نشسته باشید و خودرو با تندی ثابت دور میدانی به سمت چپ بچرخد شما به سمت خارج پیچ (به سمت راست) منحرف می‌شوید که این پدیده شاهدهی بر قانون اول نیوتون است.



عروسکی که از نخ آویزان است اگر اتومبیل ترمز کند، عروسک به حرکت خودرو به جلو ادامه می‌دهد و گزینه (۱) نادرست است.

اگر اتومبیل به سمت چپ در حال پیچیدن باشد از دید شخص درون اتومبیل عروسک به سمت راست منحرف می‌شود. زیرا می‌خواهد مطابق شکل بنا به قانون اول نیوتون به حرکت خود ادامه دهد و گزینه (۲) درست و گزینه (۳) نادرست است.

وقتی تندی اتومبیل (بزرگی سرعت آن) ثابت باشد، ممکن است جهت سرعت آن تغییر کند و گزینه (۴) نادرست است.

B ۲ ۶۰۹

نکته مهم در حل این مسئله این است که آیا وزن وزنه m در کشیدگی و پاره شدن ریسمان پایینی مؤثر است؟ فرض کنید که وزنه m روی سطح زمین قرار دارد و ریسمان پایینی به آن متصل است اگر نیروی F را به تدریج و یا ناگهانی به ریسمان وارد کنیم در هر دو حالت نیرو ریسمان بالایی را می‌کشد و می‌تواند آن را پاره کند.

اگر مطابق شکل نیروی F وزنه را از سطح زمین بلند کند و ریسمان پایینی را بکشد همواره کشیدگی ریسمان پایینی از کشیدگی ریسمان بالایی کمتر بوده و احتمال پاره شدن ریسمان بالایی بیشتر است.

A ۴ ۶۱۰

یادآوری: قانون دوم نیوتون: هرگاه بر جسمی نیرو وارد شود، جسم در جهت نیرو، شتابی می‌گیرد که با نیرو متناسب و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

ممکن است نیروی خالص وارد بر جسم در خلاف جهت حرکت جسم باشد و باعث توقف جسم شود بنابراین گزینه (۱) و (۳) نادرست است.

اگر نیروی خالص وارد بر جسم ثابت باشد، شتاب جسم نیز ثابت است و گزینه (۲) نادرست است.

وقتی بر جسم نیروی خارجی خالص وارد شود، بنابه قانون دوم نیوتون $(\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m})$ جسم

شتاب می‌گیرد و گزینه (۴) درست است.

پنجره ۱

A ۴ ۶۰۰

اثر نیرو بر یک جسم به شکل‌های مختلف مانند شروع به حرکت، توقف، کم و زیاد شدن تندی، تغییر جهت سرعت و تغییر شکل جسم، خود را نشان می‌دهد. به‌طور خلاصه «نیروی وارد بر جسم می‌تواند سبب تغییر سرعت جسم یا تغییر شکل آن شود» بنابراین هر سه گزینه درست است.

A ۱ ۶۰۱

یادآوری: یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند مگر آنکه نیروی خالصی (غیر صفر) به آن وارد شود. «قانون اول نیوتون» به عبارت بهتر وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند وقتی که جسم در حال حرکت باشد سرعت جسم تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

بازی با سوال: هنگامی که بر ایند نیروهای وارد بر جسم صفر است، کدام گزاره زیر درست است؟

(۱) جسم الزاماً ساکن است.

(۲) جسم الزاماً در حال حرکت است.

(۳) جسم ممکن است ساکن یا متحرک باشد.

(۴) جسم الزاماً دارای حرکت با سرعت ثابت است.

پایان: بنابر قانون اول نیوتون، هرگاه بر جسمی نیرو وارد نشود، اگر جسم ساکن است، ساکن می‌ماند (تعادل ایستا)، اگر در حال حرکت است، به حرکت با سرعت ثابت ادامه می‌دهد (تعادل جنبشی).

A ۱ ۶۰۲

آزمایش گالیله بیانگر قانون اول نیوتون می‌باشد که هرگاه جسمی در حال حرکت با سرعت ثابت باشد و به آن نیروی خالصی وارد نشود به حرکت با همان سرعت ادامه خواهد داد.

A ۳ ۶۰۳

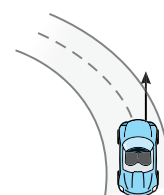
با توجه به قانون اول جسم درون واگن قطار تمایل دارد حرکت خود را حفظ کند. بنابراین می‌توان گفت هنگامی که شخص درون واگن قرار دارد همواره از تغییر حرکت لحظه‌ای قطار جا می‌ماند. یعنی هنگامی که قطار ترمز می‌کند شخص با همان سرعت قبلی در حال حرکت می‌باشد، پس به سمت جلو منحرف می‌شود و هنگامی که حرکت قطار تندشونده می‌شود و ناگهان سرعت قطار افزایش یابد، شخص با همان سرعت کم در حال حرکت است پس شخص به سمت عقب منحرف می‌شود. در پاسخ این تست‌ها همواره به زندگی روزمره خود دقت کنید. اگر در اتوبوس ایستاده باشید و اتوبوس ناگهان ترمز کند رو به جلو منحرف می‌شود و اگر از حال سکون ناگهان به راه بیفتد به سمت عقب منحرف می‌شوید.

A ۲ ۶۰۴



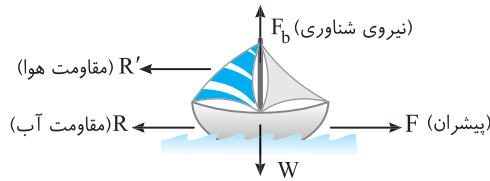
بناهای ساختمانی وقتی سر چکش آن‌ها مقداری شل می‌شود، دسته آن را محکم به سطح زمین می‌کوبند. زیرا آن‌ها به‌طور تجربی می‌دانند با این حرکت، دسته چکش که رو به پایین در حرکت است ناگهان متوقف می‌شود. اما سرچکش به حرکت خود رو به پایین (بنا به قانون اول) ادامه می‌دهد. در چکش‌ها معمولاً ضخامت دسته چکش از سر تا ته آن افزایش می‌یابد. بنابراین با پایین رفتن سر چکش، درگیری سر چکش با دسته بیشتر می‌شود و دسته در سر چکش سفت می‌شود.

B ۴ ۶۰۵

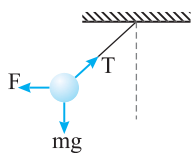


تمایل اجسام به حفظ وضع موجود را لختی جسم می‌گوییم. در واقع وقتی خودرو با سرعت v روی خط راست در حرکت است، شما نیز روی خط راست با سرعت v در حرکت هستید. وقتی خودرو دور می‌زند، شما بنابر قانون اول نیوتون تمایل دارید بر مسیر مستقیم حرکت کنید و به سمت خارج پیچ تمایل می‌شوید. قانون اول نیوتون را اصل اینرسی (لختی) نیز می‌گویند.

- ۱ نیروی شناوری
۲ نیروی وزن
۳ نیروی پیشران (F)
۴ نیروی مقاومت آب R (و هوا R')



۳ ۶۱۶ A



برای آن که یک گلوله متصل به نخ را از راستای قائم منحرف کرده و ثابت نگه دارید قطعاً باید بر آن نیرویی مانند F وارد کنید. بنابراین حداقل تعداد نیروهای وارد بر گلوله که باعث می‌شود گلوله در این وضعیت ساکن بماند، سه نیروی نشان داده شده در شکل است.

۱ ۶۱۷ B



گلوله در حال سقوط آزاد است و به آن نیروی وزن mg وارد می‌شود. برای آن که حرکت آن کندشونده شود و متوقف گردد باید نیروی F رو به بالا بر آن وارد شود که این نیرو باید از W بزرگتر باشد تا نیروی خالص وارد بر گلوله رو به بالا و خلاف جهت حرکت بوده سبب کاهش سرعت شده و گلوله متوقف شود.

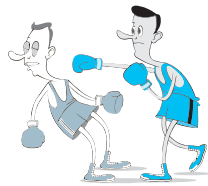
۴ ۶۱۸ A

بنابر قانون سوم نیوتون، هرگاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیروی -F را وارد می‌کند. بنابراین نقطه اثر نیروهای کنش و واکنش متفاوت است. به همین علت بررسی بر ایند آن‌ها اصولاً مفهوم فیزیکی ندارد. دقت کنید در گزینه (۳) بیان شده است که بر ایند نیروی کنش و واکنش صفر نیست درحالی که این دو نیرو، بر دو جسم وارد می‌شود و بر ایند فیزیکی ندارند که صفر و یا غیرصفر باشد.

۳ ۶۱۹ A

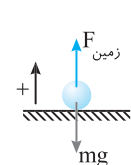
اندازه نیروی کنش و واکنش یکسان است و گزاره (الف) درست است. نیروهای کنش و واکنش در خلاف جهت هم بوده و جهت آن‌ها یکسان نیست پس گزاره (ب) نادرست است. نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند و هم نوع‌اند، جنس نیروهای کنش و واکنش یکسان است و گزاره (پ) درست است.

۳ ۶۲۰ A



بنابر قانون سوم نیوتون نیروهای کنش و واکنش بین دو جسم یکسان و در خلاف جهت یکدیگر است. از این رو نیرویی که صورت شما بر دست تایسون وارد می‌کند با نیرویی که تایسون به صورت شما وارد می‌کند دقیقاً هم اندازه و در خلاف جهت هم هستند.

۲ ۶۲۱ B

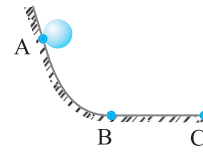


هنگام برخورد توپ با زمین ابتدا توپ با سرعت v به سمت پایین به زمین برخورد می‌کند تا به طور لحظه‌ای متوقف شود یعنی در این حالت حرکت متحرک کندشونده است و سرعت و شتاب خلاف جهت هم‌اند پس جهت شتاب به سمت بالا است. می‌دانیم شتاب در جهت نیروی بر ایند قرار دارد پس نیروی بر ایند وارد بر جسم به سمت بالا می‌باشد.

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{a>0} F_{\text{net}} > 0 \Rightarrow F_{\text{زمین}} - mg > 0 \Rightarrow F_{\text{زمین}} > mg$$

هنگام بلند شدن توپ از زمین سرعت از $v=0$ به سرعت v' به سمت بالا خواهد رسید، پس حرکت تندشونده و جهت شتاب و سرعت یکسان است، پس شتاب به سمت بالا و بر ایند نیروها مجدداً به سمت بالا است که مشابه محاسبات بالا $F_{\text{زمین}} > mg$ است.

۳ ۶۱۱ A



جسم در نقطه A رها شده و شروع به حرکت کرده بنابراین حرکتش شتاب‌دار است و نیروی خالص وارد بر جسم قطعاً صفر نیست. $F_{\text{net}} \neq 0$

جسم در مسیر BC روی سطح افقی کاملاً صیقلی قرار دارد و نیرویی در جهت حرکت و یا در خلاف جهت حرکت بر آن وارد نمی‌شود و با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن بوده و $F_{\text{net}} = 0$ است.

۴ ۶۱۲ B

نکته: چگونگی حرکت جسم پس از وارد آمدن نیرو، به سرعت اولیه جسم و زاویه‌ای که نیرو با راستای سرعت اولیه می‌سازد، بستگی دارد.

اگر جسم ساکن باشد و بر آن یک نیرو وارد شود، جسم در راستای نیرو شروع به حرکت می‌کند و اگر نیرو تغییر جهت ندهد، حرکت جسم روی خط راست است. بنابراین گزینه (۱) درست است.

اگر جسم دارای سرعت اولیه باشد، مثلاً گلوله‌ای که در شرایط خلأ مطابق شکل، پرتاب شود، در تمام مسیر نیروی وارد بر جسم نیروی گرانشی و رو به پایین است، اما مسیر حرکت خمیده است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

اگر یک اتوبوس دور یک میدان با تنددی ثابت در حال حرکت باشد چون مسیر آن خمیده است حرکت آن شتاب‌دار است و نیروی خالص وارد بر آن صفر نیست بنابراین ممکن است که بر جسم نیرو وارد شود و بزرگی سرعت (تندی) آن ثابت بماند. پس گزینه (۳) نیز درست است.

۴ ۶۱۳ A

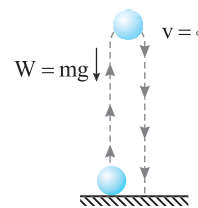
نکته: بر ایند نیروهای وارد بر جسم، تنها شتاب حرکت را مشخص می‌کند و در مورد جهت حرکت جسم به تنهایی اطلاعاتی نمی‌دهد.

نیروی خاص وارد بر جسم رو به شمال است، بنابراین شتاب حرکت بنا به قانون دوم نیوتون ($\vec{F} = m\vec{a}$) رو به شمال است. حرکت متحرک کندشونده باشد، جهت سرعت در خلاف جهت شتاب و رو به جنوب است و گزینه (۱) درست است.

اگر حرکت تندشونده باشد، جهت سرعت باید در جهت شتاب باشد یعنی متحرک رو به شمال در حرکت است و گزینه (۲) درست است.

اگر مسیر خمیده باشد، نیروی وارد بر جسم و سرعت جسم با هم زاویه می‌سازند، بنابراین گزینه (۴) درست است.

۲ ۶۱۴ B



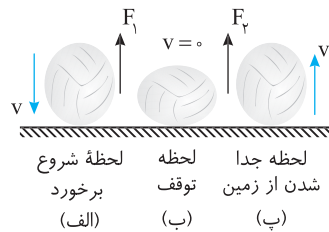
اگر نیروهای وارد بر جسم در بالاترین نقطه مسیر متوازن باشند بنا به قانون اول نیوتون جسم باید ساکن باقی بماند اما جسم به سوی پایین برمی‌گردد بنابراین در بالاترین نقطه مسیر نیروها متوازن نیستند و در طول مسیر رفت و برگشت به جسم نیروی وزن رو به پایین وارد می‌شود. بنابراین جسم در بالاترین نقطه مسیر به طور لحظه‌ای ساکن است اما در تعادل نیست. ($F_{\text{net}} \neq 0$)

۴ ۶۱۵ B

پدآوری: اگر جسمی درون مایعی قرار گیرد از طرف مایع بر آن نیرویی رو به بالا وارد می‌شود که منشأ این نیرو اختلاف فشار مایع در عمق‌های مختلف است و همین نیرو است که کشتی‌ها را بر سطح آب شناور نگه می‌دارد که به آن نیروی شناوری (F_b) گویند. منظور از نیروی پیشران نیز همان نیروی موتور قایق یا نیرویی که باد بر بادبان‌ها وارد می‌کند یا نیرویی است که در اثر پارو زدن باعث پیشروی قایق می‌شود. قایق با سرعت ثابت در حال حرکت روی سطح دریاچه آرام است، بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن هستند و بر آن چهار نیرو وارد می‌شود:

B ۴ ۶۲۲

به جمله‌ها و عبارات‌های تست دقت کنید. «در تماس توپ با زمین» نه قبل و نه بعد از تماس توپ با زمین و «نیروی وارد بر توپ» نه نیروی وارد بر سطح، بنابراین از لحظه شروع تماس توپ با زمین (شکل الف) بر توپ نیروی رو به بالا وارد شده و آنرا از حرکت می‌اندازد (شکل ب) و سپس این نیروی رو به بالا، توپ را مجدداً رو به بالا هل می‌دهد. شکل (پ)



بنابراین F_1 و F_3 هر دو رو به بالا هستند.

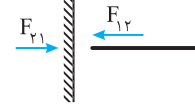
B ۴ ۶۲۳

خط فکری در بررسی نیروی واکنش باید شما مشخص کنید که بر جسم از طرف کدام جسم نیرو وارد می‌شود تا بتوانید درباره نیروی واکنش اظهار نظر کنید. بنا به قانون سوم نیوتون، اگر جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز به جسم A نیروی -F را وارد می‌کند. نیروی وزن نیرویی است که کره زمین بر جسم وارد می‌کند پس واکنش آن نیرویی است که جسم بر مرکز کره زمین وارد می‌کند.



A ۳ ۶۲۴

خط فکری در بررسی نیروی واکنش ابتدا باید دو جسمی که به هم نیرو وارد می‌کنند و مورد پرسش است را مشخص کنید. در این تست، یک جسم، دست شخص و جسم دیگر طناب است بنابراین کنش بر یکی و واکنش بر دیگری وارد می‌شود و نیرویی که دیوار به طناب وارد می‌کند و بالعکس نقشی در کنش و واکنش بین دست و طناب ندارد. نیرویی که طناب بر دیوار وارد می‌کند واکنش نیرویی است که دیوار بر طناب وارد می‌کند و گزینه (۱) و (۲) نادرست است. واکنش نیرویی که دست بر طناب وارد می‌کند توسط طناب بر دست وارد می‌شود. گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست است.



B ۱ ۶۲۵

پاسخ گزینه (۴) دقیقاً تعریف قانون سوم نیوتون در مورد نیروهای کنش و واکنش است.

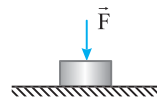
۱) نیروی عمودی تکیه‌گاه F_N

۲) نیرویی که توسط سطح بر جسم وارد می‌شود.

۳) نیروی وزن جسم منهای نیروی عمودی تکیه‌گاه

۴) نیرویی که توسط جسم بر عامل به وجود آورنده F وارد می‌شود.

پاسخ گزینه (۴) دقیقاً تعریف قانون سوم نیوتون در مورد نیروهای کنش و واکنش است.



B ۱ ۶۲۵

با توجه به قانون سوم نیوتون واکنش نیروی F بر عامل به وجود آورنده‌اش وارد می‌شود. بنابراین گزینه (۱) درست است. نیروی W نیرویی است که توسط کره زمین بر جسم وارد می‌شود و واکنش آن توسط جسم بر کره زمین وارد می‌شود و گزینه (۲) نادرست است. نیروی عمودی تکیه‌گاه (F_N) نیرویی است که توسط سطح بر جسم وارد می‌شود و واکنش آن توسط جسم بر سطح وارد می‌شود بنابراین F_N و W واکنش یکدیگر نیستند و گزینه (۳) نادرست است.

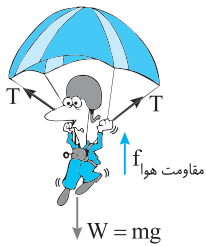
نیروی F نیرویی است که سبب حرکت جسم می‌شود و واکنش آن بر عاملی که F را وارد می‌کند وارد می‌شود و نیروی f نیروی اصطکاکی است که از طرف سطح بر جسم وارد می‌شود و واکنش آن نیرویی است که از طرف جسم بر سطح وارد می‌شود یعنی F و f ارتباط به هم نداشته و واکنش هم نیستند و گزینه (۴) نادرست است.

A ۲ ۶۲۶

یادآوری قانون سوم نیوتون: هرگاه جسم A بر جسم B نیروی F را وارد کند، جسم B نیز بر جسم A نیروی -F را وارد می‌کند. هنگام پرتاب موشک، موشک بر گازهای خروجی اش نیرویی رو به عقب (رو به پایین) وارد می‌کند. بنابه قانون سوم نیوتون گازهای خروجی به موشک نیرویی رو به جلو (رو به بالا) وارد می‌کنند که سبب حرکت موشک می‌شود.

A ۲ ۶۲۷

خط فکری واکنش نیروهای وارد بر چتر باز از شما خواسته شده است بنابراین ابتدا شما باید مشخص کنید چه اجسامی، چه نیروهایی به چتر باز وارد می‌کنند. آن‌گاه می‌توانید بگویید که واکنش نیروها به چه اجسامی وارد می‌شود. نیروهای وارد بر چتر باز عبارتند از: ۱) نیروی وزن که توسط کره زمین بر شخص وارد می‌شود. ۲) نیرویی که طناب‌های چترنجات بر شخص وارد می‌کنند. ۳) نیروی مقاومت هوا که توسط هوا بر چتر باز وارد می‌شود بنابراین واکنش این نیروها بر کره زمین، طناب‌ها و هوا وارد می‌شود.



A ۳ ۶۲۸

مطابق شکل شخص درون قایق نشسته و از طرف کره زمین نیروی وزن بر شخص وارد می‌شود که واکنش آن توسط شخص بر کره زمین وارد می‌شود. از طرفی کف قایق بر شخص نیروی F_N رو به بالا وارد می‌کند که واکنش آن توسط شخص بر کف قایق رو به پایین وارد می‌شود. نیرویی که شخص بر پارو و پارو بر شخص وارد می‌کند نیز نیروی کنش و واکنش یکدیگرند، بنابراین واکنش نیروهای وارد به شخص توسط شخص به قایق، پارو و زمین وارد می‌شود.



A ۲ ۶۲۹

قانون دوم نیوتون را برای هر جسم به‌طور جداگانه نوشته و طرفین روابط را با هم مساوی قرار می‌دهیم:

$$F = m_1 a_1, F = m_2 a_2 \xrightarrow{F=F} m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}$$

A ۱ ۶۳۰

رابطه $F = ma$ را یک بار برای حالت اول و بار دیگر برای حالت دوم می‌نویسیم و سپس طرفین تساوی‌ها را با هم مساوی قرار می‌دهیم.

$$F = m \times 2 \quad (1), F = (m + \Delta) / 8 \quad (2) \Rightarrow 2m = 1/8 m + 9 \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

$$\text{در (۱) قرار می‌دهیم} \rightarrow F = m \times 2 \Rightarrow F = 9 \text{ N}$$

A ۱ ۶۳۱

۱) با توجه به شتاب و جرم واگن‌ها نیروی پیشران لوکوموتیو را به دست می‌آوریم: $F_{\text{پیشران}} = m_1 a = 5(200) \times 2 = 2000 \text{ N}$

۲) در حالت دوم یک واگن از لوکوموتیو جدا شده و جرم کل قطار کاهش پیدا کرده و چون نیروی پیشران تغییر نکرده شتاب حرکت افزایش یافته و برابر خواهد شد با: $F_{\text{پیشران}} = m_2 a' \Rightarrow 2000 = 4(200) a' \Rightarrow a' = 2/5 \text{ m/s}^2$

۳) بنابراین شتاب از $a = 2 \text{ m/s}^2$ به $a' = 2/5 \text{ m/s}^2$ رسیده است:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta a}{a} \times 100 = \frac{2/5 - 2}{2} \times 100 = -25\%$$

۲ ۶۳۶ A

خط فکری ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون نیروهای F_x و F_y را برحسب M به دست می آوریم. در حالت دوم این نیروها بر هم عمود هستند و نیروی خالص را می توان به کمک رابطه فیثاغورس به دست آورده و شتاب را در حالت جدید حساب کرد. **۱** با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$F_x = Ma_x \xrightarrow{a_x = 4 \text{ m/s}^2} F_x = 4M$$

$$F_y = Ma_y \xrightarrow{a_y = 3 \text{ m/s}^2} F_y = 3M$$

۲ نیروی خالص را به دست می آوریم:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{16M^2 + 9M^2} = 5M$$

۳ شتاب حرکت خواهد شد: $F_{\text{net}} = 2Ma \Rightarrow 5M = 2Ma \Rightarrow a = 2.5 \text{ m/s}^2$

۱ ۶۳۷ A

یادآوری ریاضی جمع برداری دو بردار $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}$ و $\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j}$ خواهد شد: $\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \vec{i} + (A_y + B_y) \vec{j}$

۱ نیروی خالص وارد بر جسم را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می کنیم.

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 2(2\vec{i} + 4\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 4\vec{i} + 8\vec{j} \quad (I)$$

۲ نیروی خالص را از جمع دو بردار \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به دست می آوریم.

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 13\vec{i} + \alpha\vec{j} + \beta\vec{i} + \delta\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = (13 + \beta)\vec{i} + (\delta + \alpha)\vec{j} \quad (II)$$

۳ در رابطه (I) و (II) با هم برابرند از این رو می توان نوشت:

$$13 + \beta = 4 \Rightarrow \beta = -9, \quad \delta + \alpha = 8 \Rightarrow \alpha = 8 - \delta$$

بازی با سؤال فرض کنید بر جسمی به جرم 5 kg دو نیروی

$$\vec{F}_1 = -6\vec{i} + 8\vec{j} \text{ و } \vec{F}_2 = -\frac{8}{5}\vec{j}$$

است؟ (تمام مقادیر در SI هستند.)

مشابه کنکور دهه های گذشته

۲/۵ (۴)	۷/۵ (۳)	۱۰ (۲)	۵ (۱)
---------	---------	--------	-------

پایان ابتدا بردار نیروی F_y را به دست می آوریم: $\vec{F}_y = -\frac{8}{5}\vec{j} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$

برایند نیروها خواهد شد: $\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 2\vec{i} - 4\vec{j} = -4\vec{i} + 4\vec{j}$

اندازه نیروی وارد بر جسم برابر است با: $F_{\text{net}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ N}$

گزینه **۲** $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 5 = 5a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$

۴ ۶۳۸ A

هرگاه سرعت جسم ثابت باشد نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند و نیروی خالص وارد بر جسم صفر است از این رو می توان نوشت:

$$\vec{F}_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \xrightarrow{\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 6\vec{j}} \vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -2\vec{i} + 6\vec{j}$$

۳ ۶۳۹ A

۱ ابتدا نیروی خالص جسم را از جمع بردارهای نیرو به دست می آوریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (2\vec{i} - 5\vec{j}) + (1\vec{i} + 2\vec{j}) + (-1\vec{j}) = 3\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$$

۲ اندازه نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می کنیم.

$$F_{\text{net}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F_{\text{net}} = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow F_{\text{net}} = 5 \text{ N}$$

۳ شتاب حرکت جسم خواهد شد: $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{5}{5} = 1 \text{ m/s}^2$

۳ ۶۳۲ A

به نیروی وارد بر جسم 20% افزوده شده پس نیروی وارد بر جسم خواهد شد: $F_y = F_1 + 0.2F_1 \Rightarrow F_y = 1.2F_1$

بنا به قانون دوم نیوتون $F = ma$ خواهیم داشت:

$$F_y = 1.2F_1 \Rightarrow ma_y = 1.2ma_1 \Rightarrow a_y = 1.2a_1$$

۲ ۶۳۳ A

خط فکری به کمک قانون دوم نیوتون $F = ma$ با توجه به ثابت بودن F جرم m_1 و m_2 را برحسب F به دست بیاورید سپس شتاب حرکت را برای جسمی به جرم $m_1 + m_2$ حساب کرده بر هم تقسیم کنید.

۱ با توجه به شتابی که نیروی F به جسم m_1 و m_2 می دهد داریم:

$$\begin{cases} F = m_1 a_1 \xrightarrow{a_1 = 10 \text{ m/s}^2} F = 10 m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{F}{10} \\ F = m_2 a_2 \xrightarrow{a_2 = 6 \text{ m/s}^2} F = 6 m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{F}{6} \end{cases}$$

۲ حال شتاب داده شده به جسمی به جرم $m_1 + m_2$ و $m_1 - m_2$ را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} F = (m_1 - m_2) a' \Rightarrow F = \left(\frac{F}{10} - \frac{F}{6}\right) a' \Rightarrow F = \left(\frac{6F - 10F}{30}\right) a' \\ \Rightarrow a' = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ m/s}^2 \\ F = (m_1 + m_2) a'' \Rightarrow F = \left(\frac{F}{10} + \frac{F}{6}\right) a'' \Rightarrow F = \left(\frac{6F + 10F}{30}\right) a'' \\ \Rightarrow F = \frac{16F}{30} a'' \Rightarrow a'' = \frac{30}{16} = 1.875 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

۳ نسبت شتابها خواهد شد: $\frac{a'}{a''} = \frac{15}{4} = 3.75$

۱ ۶۳۴ A

نکته هرگاه دو نیرو هم جهت باشند، اندازه نیروی خالص از جمع اندازه دو نیرو به دست می آید: $F_{\text{net}} = F_1 + F_2$

شتاب وقتی دو نیرو هم جهت هستند خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 3 + 4 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = 3.5 \text{ m/s}^2$$

نکته هرگاه دو نیرو در خلاف جهت هم باشد، اندازه نیروی خالص از تفاضل اندازه دو نیرو به دست می آید. $F_{\text{net}} = |F_1| - |F_2|$

شتاب وقتی دو نیرو خلاف جهت هم هستند خواهد شد

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 4 - 3 = 2a_2 \Rightarrow a_2 = 0.5 \text{ m/s}^2$$

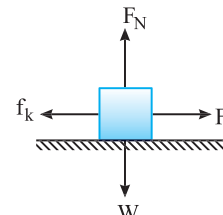
نیروی خالص وقتی دو نیرو عمود بر هم هستند از رابطه فیثاغورس به دست می آید.

$$F_{\text{net}} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ N}$$

شتاب حرکت خواهد شد: $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 5 = 2a_3 \Rightarrow a_3 = 2.5 \text{ m/s}^2$

۴ ۶۳۵ A

خط فکری وقتی که جسم روی خط راست با سرعت ثابت در حرکت است نیروهای وارد بر آن متوازن است. نیروهای وارد بر جسم را به شکل ساده ای رسم کنید. به کمک متوازن بودن نیروها نیروی اصطکاک را حساب کنید سپس شتاب حرکت در حال جدید را به دست بیاورید.



۱ نیروی $F = 5 \text{ N}$ و نیروی اصطکاک متوازن هستند از این رو:

$$f_k = F \xrightarrow{F = 5 \text{ N}} f_k = 5 \text{ N}$$

۲ وقتی نیروی $F = 6 \text{ N}$ می شود، بنا به قانون دوم نیوتون:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 6 - 5 = 1a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

۱ ۶۴۳ A

نکته اندازه برابری دو بردار عمود بر هم همواره از اندازه تک تک آن‌ها بیشتر است. اگر برابری نیروهای وارد بر جسم را F_{net} بگیریم:

$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow F_{net} > F_1, F_{net} > F_2$$

بنابراین اگر یکی از نیروها حذف شود تنها یک نیرو باقی می‌ماند که با توجه به اینکه مقدار این نیرو از F_{net} کمتر است پس شتاب جسم از 4 m/s^2 کمتر خواهد شد.

۲ ۶۴۴ A

خط فکری نکته مهمی که در حل این گونه مسایل وجود دارد این است که وقتی n نیرو متوازن هستند یعنی برابری آن‌ها صفر است همواره برابری $n-1$ بردار دلخواه از این بردارها هم اندازه بردار n ام است.

در صورت مسئله برابری سه نیروی 8 N ، 6 N و 12 N صفر است و مفهوم آن این است در این مسئله سه نیرو به گونه‌ای قرار دارند که اندازه برابری 8 N و 12 N و اندازه برابری 8 N و 6 N برابر 12 N و 6 N برابر 12 N و 8 N برابر 6 N است. یعنی هرگاه نیروی 6 N حذف شود، برابری دو نیروی 8 N و 12 N باقی می‌ماند همان $F_{net} = 6 \text{ N}$ خواهد بود. با توجه به این مفهوم مسئله به راحتی قابل حل است و کافی است بعد از حذف نیروی 6 N شما نیروی خالص را برابر 6 N قرار دهید. سه نیرو متوازن می‌باشد. بنابراین:

$$\begin{cases} |\vec{F}_1| = 8 \text{ N} \\ |\vec{F}_2| = 6 \text{ N} \\ |\vec{F}_3| = 12 \text{ N} \end{cases} \xrightarrow{\text{نیرو متوازن}} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \quad (1)$$

هنگامی که نیروی \vec{F}_3 حذف می‌شود به جسم تنها دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 وارد خواهد شد:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = m|\vec{a}| \xrightarrow{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 6 \text{ N}} \rightarrow 6 = 4a \Rightarrow a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

بازی با سوال به یک جسم 2 کیلوگرمی، هم‌زمان چهار نیرو به اندازه‌های 20 ، 15 ، 10 ، 8 نیوتون وارد می‌شود و جسم به حالت تعادل قرار می‌گیرد. اگر فقط نیروی 15 نیوتونی حذف شود و دیگر نیروها با همان اندازه و جهت اثرگذار باشند، تغییر سرعت جسم بعد از 2 ثانیه، چند متر بر ثانیه خواهد شد؟

خارج تجربی - ۸۵

۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)

پایسج جسم در تعادل است و برابری چهار نیروی 10 N ، 15 N و 8 N صفر است. از این رو هر نیرو هم‌اندازه برابری سه نیروی دیگر است. با حذف نیروی 15 N ، سه نیروی 10 N ، 8 N و 10 N باقی می‌ماند که برابری آن‌ها 15 N است. بنابراین:

$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow 15 = 2a \Rightarrow a = 7.5 \text{ m/s}^2$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 7.5 = \frac{\Delta v}{2} \Rightarrow \Delta v = 15 \text{ m/s}$$

۳ ۶۴۵ B

خط فکری دقت کنید سه نیرو در حال تعادل هستند یعنی برابری آن‌ها صفر است. حال اگر هر نیرویی اضافه شود برابری دقیقاً برابر همان مقدار اضافه شده است. وقتی جسم در تعادل است برابری نیروهای 5 و 7 و 10 نیوتونی صفر است. وقتی به نیروی 7 نیوتونی، 3 نیوتون اضافه شود، یعنی برابری نیروها برابر 3 N می‌شود. بنابراین:

$$F = ma \Rightarrow 3 = 2a \Rightarrow a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

۳ ۶۴۶ A

خط فکری هرگاه در مسئله زمان داده شود یا از شما زمان خواسته شود یعنی شما باید به سراغ روابط حرکت‌شناسی بروید. بنابراین شتاب را به کمک قانون دوم نیوتون به دست بیاورید سپس به کمک معادله سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت، زمانی که سرعت 15 m/s می‌شود را به دست بیاورید.

۱ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$F = ma \xrightarrow{m=4 \text{ kg}, F=8 \text{ N}} \rightarrow 8 = 4 \cdot a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

۲ زمان را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 15 = 2t + 0 \Rightarrow t = 7.5 \text{ s}$$

بازی با سوال جسمی به جرم 5 kg تحت تأثیر سه نیروی

$$\vec{F}_1 = -15\vec{i} + 8\vec{j}, \vec{F}_2 = -21\vec{i} + 19\vec{j}, \vec{F}_3 \text{ قرار گرفته و شتاب } \vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$$

را پیدا کرده است. اندازه نیروی \vec{F}_3 کدام است؟

ریاضی - ۸۹

۴ (۱) ۲۰ (۲) ۲۸ (۳) ۴۸ (۴)

پایسج با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$\vec{F}_T = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_T = 5(-4\vec{i} + 3\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_T = -20\vec{i} + 15\vec{j}$$

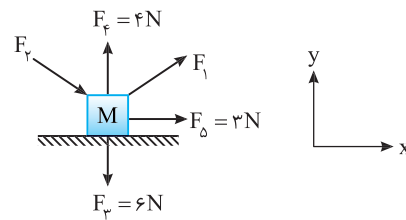
$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow -20\vec{i} + 15\vec{j} = -15\vec{i} + 8\vec{j} - 21\vec{i} + 19\vec{j} + \vec{F}_3$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = 16\vec{i} - 12\vec{j} \Rightarrow F_3 = \sqrt{16^2 + 12^2} = 4\sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow F_3 = 4 \times 5 = 20 \text{ N}$$

گزینه ۲

۳ ۶۴۰ A

جسم در تعادل است و نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند و برابری آن‌ها صفر است. با توجه به شکل نیروی $\vec{F}_3 = 4\vec{j}$ ، نیروی $\vec{F}_2 = -6\vec{j}$ و نیروی $\vec{F}_1 = 3\vec{i}$ است.



برابری نیروها را برابر صفر قرار می‌دهیم.

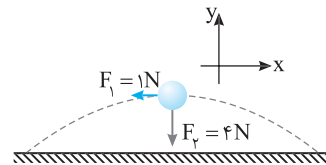
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + 3\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{j} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -3\vec{i} + 2\vec{j}$$

۲ ۶۴۱ A

خط فکری به شکل نگاه کنید. بر جسم دو نیرو یکی نیروی $F_1 = 1 \text{ N}$ در خلاف

جهت محور x ($\vec{F}_1 = -1\vec{i}$) و دیگری نیروی وزن $F_2 = 4 \text{ N}$ در خلاف جهت محور y ($\vec{F}_2 = -4\vec{j}$) وارد می‌شود بنابراین کافی است نیروی خالص را برحسب i و j به دست

بیاورید سپس، شتاب را حساب کنید.



۱ ابتدا بردار نیروها را برحسب بردارهای یک‌ه می‌نویسیم:

$$\vec{F} = -1\vec{i} - 4\vec{j}$$

۲ با توجه به قانون دوم نیوتون $\vec{F} = m\vec{a}$ داریم:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -1\vec{i} - 4\vec{j} = 0.4\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -2.5\vec{i} - 10\vec{j}$$

۴ ۶۴۲ A

نکته برابری دو نیرو وقتی بیشینه است که دو نیرو هم‌جهت باشند.

$$F_{\text{max}} = F_1 + F_2$$

نکته برابری دو نیرو وقتی کمینه است که دو نیرو در خلاف جهت هم باشند.

$$F_{\text{min}} = F_1 - F_2$$

بیشینه شتاب را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{max}} = F_1 + F_2 = 10 \text{ N}, F_{\text{max}} = ma \Rightarrow 10 = 4a \Rightarrow a_{\text{max}} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

کمینه شتاب را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{min}} = F_2 - F_1 = 6 - 4 = 2 \text{ N}, F_{\text{min}} = ma \Rightarrow 2 = 4a \Rightarrow a_{\text{min}} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

شتاب جسم می‌تواند بین این دو مقدار باشد. $0.5 \leq a \leq 2.5$

تنها گزینه (۴) که در آن $a = 1 \text{ m/s}^2$ است در این بازه قرار دارد.

۲ چون نیرو ثابت است، با توجه به رابطه $F=ma$ شتاب نیز همان $a=\Delta m/s^2$ خواهد شد. بنابراین: $v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 400 - 100 = 2 \times 5 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 30m$

۲ ۶۵۲ A

خط فکری تندى اولیه هر دو هنگام ترمز v است و قرار است هر دو متحرک در جابه‌جایی یکسان d متوقف شوند. با توجه به معادله مستقل از زمان $(v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x)$ باید شتاب توقف موتور و خودرو یکسان باشد. بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{\text{موتور}} = m_{\text{موتور}} a \\ F_{\text{خودرو}} = m_{\text{خودرو}} a \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{\text{موتور}}}{m_{\text{موتور}}} = \frac{F_{\text{خودرو}}}{m_{\text{خودرو}}} \Rightarrow \frac{F_{\text{موتور}}}{3/5} = \frac{F_{\text{خودرو}}}{1} \Rightarrow F_{\text{موتور}} = \frac{3}{5} F_{\text{خودرو}}$$

۴ ۶۵۳ A

خط فکری دقت کنید در مسئله t_1 و t_2 داده شده است. بنابراین باید به سراغ فرمول‌های حرکت‌شناسی در حرکت با شتاب ثابت برویم. شتاب حرکت را در هر حالت برحسب Δx و t حساب کنید و نیرو را برحسب قانون دوم بنویسید. شتاب حرکت هر متحرک را حساب می‌کنیم.

۱ $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a_1 = \frac{2\Delta x_1}{t_1^2}, a_2 = \frac{2\Delta x_2}{t_2^2}$

۲ اکنون شتاب‌ها را در قانون دوم نیوتون قرار می‌دهیم.

$$\begin{cases} F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow F_1 = m_1 \frac{2\Delta x_1}{t_1^2} \\ F_2 = m_2 a_2 \Rightarrow F_2 = m_2 \frac{2\Delta x_2}{t_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{m_1 t_1^2} = \frac{F_2}{m_2 t_2^2}$$

۲ ۶۵۴ A

۱ جرم میخ نسبت به چکش کم است. وقتی با چکش به میخ ضربه می‌زنیم و میخ $5mm$ در چوب فرو می‌رود یعنی سرعت چکش طی مسافت $5mm$ از $4m/s$ به صفر می‌رسد. بنابراین شتاب توقف چکش خواهد شد:

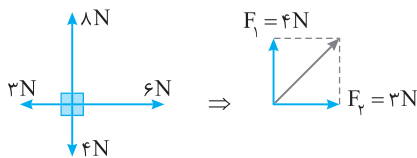
۲ $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 16 = 2a(5 \times 10^{-3}) \Rightarrow a = -1600m/s^2$

نیروی که سبب توقف چکش شده همان نیروی مقاومت متوسط چوب در مقابل حرکت میخ و چکش است. از این رو می‌توان نوشت:

$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{m=0.25kg} |F| = 0.25 \times 1600 \Rightarrow F_{\text{net}} = 400N$

۲ ۶۵۵ A

۱ ابتدا برابری نیروها را مشخص می‌کنیم: $F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{16 + 9} = 5N$



۲ حال با توجه به نیروی برابری، شتاب جسم را به دست می‌آوریم:

$F_T = ma \Rightarrow 5 = 2a \Rightarrow a = 2.5m/s^2$

۳ جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده از این رو:

$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2.5 \times 5 + 0 \Rightarrow v = 12.5m/s$

نکته جسمی که از حال سکون تحت تأثیر نیروی خالص و ثابتی شروع به حرکت کند همواره حرکت آن روی خط راست با شتاب ثابت و در جهت نیروی خالص وارد بر جسم است.

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و جهت حرکت (سرعت) در جهت نیرو است و می‌دانیم جهت شتاب نیز در جهت برابری نیروها قرار دارد بنابراین جهت سرعت، \nearrow است.

۴ ۶۴۷ B

۱ سرعت خودرو را برحسب m/s می‌نویسیم.

$v = 36 \frac{km}{h} \times \frac{1h}{3600s} \times \frac{1000m}{1km} \Rightarrow v = \frac{36}{3.6} \Rightarrow v = 10m/s$

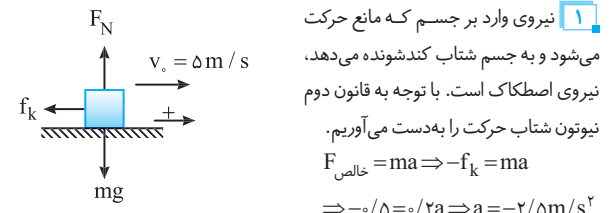
۲ شتاب توقف جسم را به کمک حرکت‌شناسی از رابطه مستقل از زمان به دست می‌آوریم.

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, \Delta x=4m} 0 - 10^2 = 2a \times 4 \Rightarrow a = -12.5m/s^2$

۳ نیروی خالصی که سبب توقف خودرو شده نیروی اصطکاک است و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = 2000 \times -12.5 \Rightarrow f_k = 25000N$

۴ ۶۴۸ A



۱ نیروی وارد بر جسم که مانع حرکت می‌شود و به جسم شتاب کندشونده می‌دهد، نیروی اصطکاک است. با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم. $F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -0.5 = 0.2a \Rightarrow a = -2.5m/s^2$

۲ اکنون جابه‌جایی را در ثانیه اول به کمک معادله حرکت با شتاب ثابت حساب می‌کنیم:

$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} (-2.5)(1) + 5(1) = 3.75m$

بازی با سؤال اتومبیلی به جرم 4 تن با سرعت $20m/s$ روی سطح افقی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. این اتومبیل در اثر ترمز با شتاب ثابت در مدت $4s$ متوقف می‌شود. نیروی ترمز چند نیوتون است؟

- ۱) ۲۰۰۰
- ۲) ۱۰۰۰۰
- ۳) ۸۰۰۰
- ۴) ۴۰۰۰

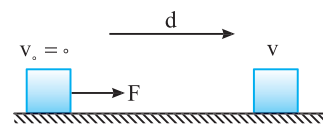
پاسخ ابتدا شتاب ترمز اتومبیل را محاسبه می‌کنیم:

$v_t = at + v_0 \Rightarrow a = -5m/s^2 \xrightarrow{F_{\text{net}} = ma} F_{\text{ترمز}} = ma \Rightarrow 4 \times 10^3 \times 5 = 2 \times 10^4 = 20000N$

۱ گزینه ۱

۱ ۶۴۹ B

نیروی خالص وارد بر جسم نیروی افقی F است.



۱ بنا به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را حساب می‌کنیم: $F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$

۲ به کمک رابطه مستقل از زمان، v را به دست می‌آوریم:

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2(\frac{F}{m})d \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2Fd}{m}}$

۱ ۶۵۰ A

نیروی وارد بر جسم ثابت است بنابراین شتاب حرکت نیز ثابت است. جسم از حال سکون $v_0 = 0$ در مدت t سرعتهش به v رسیده است. چون شتاب ثابت است پس تغییر سرعت در بازه‌های زمانی یکسان t ثابت است. بنابراین همین مدت طول می‌کشد تا سرعت از v به $2v$ برسد.

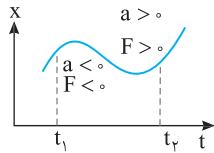
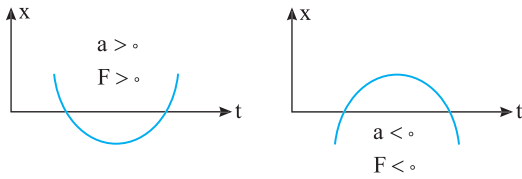
$$F_{\text{ثابت}} = ma \Rightarrow \begin{cases} v = at + 0 \Rightarrow t = \frac{v}{a} \\ 2v = at' + v \Rightarrow t' = \frac{v}{a} \end{cases} \Rightarrow t' = t$$

۳ ۶۵۱ A

۱ ابتدا با توجه به مسافت طی شده و تندى نهایی شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_1 \Rightarrow 100 - 0 = 2a \times (10) \Rightarrow a = 5m/s^2$

اگر جهت دهانه منحنی مکان - زمان رو به بالا باشد شتاب جسم و در نتیجه نیروی وارد بر جسم مثبت است و اگر جهت دهانه منحنی مکان - زمان رو به پایین باشد شتاب جسم و در نتیجه نیروی وارد بر جسم منفی است.



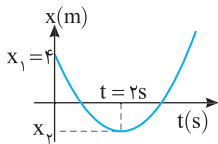
اکنون به نمودار مکان - زمان تست دقت کنید. ابتدا دهانه رو به پایین بوده و بنابراین شتاب و در نتیجه نیروی وارد بر جسم منفی است و سپس دهانه (تقعر) نمودار رو به بالا بوده، شتاب و در نتیجه نیرو مثبت می‌شود، بنابراین نیروی وارد بر جسم یک بار تغییر جهت داده است.

۲ ۶۶۲ B

۱ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$F = ma \xrightarrow{F=12N, m=4kg} 12 = 4a \Rightarrow a = 3m/s^2$$

۲ در نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان زمان سرعت صفر است.



۲ در لحظه $t = 2s$ سرعت متحرک صفر

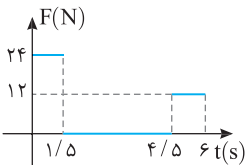
می‌شود (خط مماس بر نمودار $x-t$ به صورت افقی می‌باشد).

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 3 \times 2 + v_0 \Rightarrow v_0 = -6m/s$$

حال با توجه به سرعت اولیه مکان، x را به دست می‌آوریم:

$$x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times (2)^2 - 6(2) + 4 \Rightarrow x_2 = -2m$$

۴ ۶۶۳ A



خط فکری به نمودار دقت کنید. در

بازه صفر تا $1/5s$ نیروی وارد بر جسم $24N$

است و از $1/5s$ تا $4/5s$ نیروی خالص وارد

بر جسم صفر است. یعنی از $1/5s$ تا $4/5s$

سرعت متحرک ثابت و برابر سرعت در لحظه

$t = 1/5s$ است. بنابراین کافی است شما سرعت را در $t = 1/5s$ حساب کنید.

۱ شتاب حرکت جسم را در بازه صفر تا $1/5s$ به دست می‌آوریم.

$$F = ma \xrightarrow{m=3kg} 24 = 3a \Rightarrow a = 8m/s^2$$

۲ سرعت در لحظه $t = 1/5s$ را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = 8 \times 1/5 + 0 \Rightarrow v = 1.2m/s$$

بنابراین در لحظه $t = 3s$ سرعت $1.2m/s$ است.

۱ ۶۶۴ B

خط فکری برای آن که نمودار نیرو - زمان را از روی نمودار سرعت - زمان رسم کنید کافی است شتاب در هر بازه را حساب کرده و با ضرب جرم در شتاب، نیرو را به دست آورده ($F = ma$) نمودار نیرو زمان را رسم کنید.

۱ در بازه زمانی صفر تا ۳ ثانیه شتاب ثابت است، پس نیرو ثابت و برابر است با:

$$F = ma = m \frac{v - v_0}{t} = 2 \times \frac{3 - (-6)}{3} = 6N$$

۲ در بازه زمانی ۳ تا ۵ ثانیه حرکت یکنواخت پس نیرو صفر است. ($F = 0$)

۳ در بازه زمانی ۵ تا ۷ ثانیه نیز شتاب ثابت پس نیرو ثابت و برابر است با:

$$F = ma = 2 \times \frac{0 - 3}{7 - 5} = -3N$$

بنابراین گزینه (۱) پاسخ مسئله است.

۱ ۶۵۶ B

خط فکری وقتی نیروهای وارد بر جسم متوازن باشد ($F_{net} = 0$) در این صورت

شتاب جسم نیز صفر است. بنابراین کافی است معادله شتاب زمان را برابر صفر قرار دهید و اولین باری که شتاب بعد از $t = 0$ صفر می‌شود را به کمک حل معادله مثلثاتی به دست بیاورید. ریشه معادله شتاب را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma \xrightarrow{F_{net}=0} a = 0 \xrightarrow{a = -16\pi^2 \sin^2 \pi t} 0 = -16\pi^2 \sin^2 \pi t \\ \Rightarrow 4\pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{4} \quad k = 1, 2, \dots$$

بنابراین اولین لحظه بعد از $t = 0$ برابر است با $t = \frac{1}{4}s$.

۳ ۶۵۷ A

یادآوری در حرکت روی خط راست، لحظه‌ای جهت سرعت تغییر می‌کند که سرعت

به طور لحظه‌ای صفر شده و تغییر علامت دهد.

خط فکری معادله مکان زمان درجه ۲ یعنی حرکت با شتاب ثابت بنابراین وقتی

شتاب ثابت باشد، نیروی خالص وارد بر جسم در همه نقاط مسیر از جمله در لحظه تغییر جهت سرعت ثابت است. با مقایسه معادله حرکت داده شده با معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب را حساب کرده و نیروی خالص وارد بر جسم را به دست بیاورید.

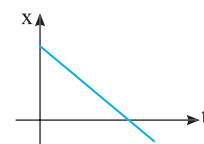
معادله مکان - زمان متحرک درجه دوم می‌باشد یعنی حرکت با شتاب ثابت می‌باشد.

شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 6t + 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2m/s^2$$

نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد: $F_{net} = ma = 2 \times 4 = 8N$

۲ ۶۵۸ A



نمودار $x-t$ به صورت خطی می‌باشد بنابراین

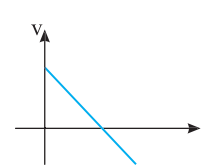
حرکت متحرک با سرعت ثابت و شتاب صفر است،

با توجه به قانون دوم نیوتون $F_{net} = ma$ ، برآیند

نیروها صفر می‌باشد و نیروها متوازن هستند.

۱ ۶۵۹ B

یادآوری شیب نمودار سرعت - زمان برابر است با شتاب متحرک.



شیب نمودار ثابت است بنابراین این حرکت دارای

شتاب ثابت بوده و نیروی خالص ($F_{net} = ma$)

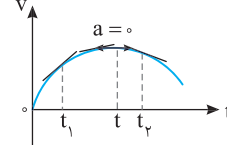
وارد بر آن نیز ثابت است.

دقت کنید که در لحظه قطع نمودار علامت (یا

جهت) سرعت عوض شده است ولی شتاب و نیرو

تغییر نکرده است.

۴ ۶۶۰ B



خط فکری هرگاه به شما نمودار مکان -

زمان، سرعت - زمان و ... داده شود و از شما

درباره چگونگی تغییر نیرو سؤال شود شما باید

به سراغ چگونگی تغییر شتاب بروید.

نکته در نمودار سرعت - زمان شیب خط مماس بر نمودار برابر شتاب

لحظه‌ای است. شیب خط مماس بر نمودار از لحظه t_1 تا t_2 در حال کاهش و از لحظه t_2

تا t_3 اندازه شیب خط مماس در حال افزایش است و بنا به قانون دوم نیوتون

($F = ma$) بزرگی نیروی خالص وارد بر جسم ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۱ ۶۶۱ A

یادآوری بنا به قانون دوم نیوتون $F = ma$ ، همواره نیرو و شتاب حاصل از آن هم جهت

هستند. از طرفی دهانه منحنی مکان - زمان بیان گر علامت شتاب (مشتق دوم مکان) است.

۴ ۶۶۸ A

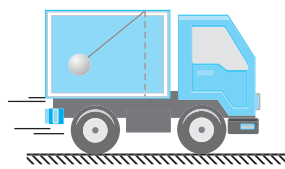
هرگاه جسم ساکن و یا دارای حرکت با سرعت ثابت باشد، نیروهای وارد بر جسم متوازن بوده ($F_{net} = 0$) یعنی جسم در حال تعادل به سر می‌برد. بنابراین از نگاه قانون اول نیوتون حالت سکون و یا حرکت با سرعت ثابت هم‌ارز هستند و گزینه (۱) درست است. بنا به قانون اول نیوتون اگر نیروی خالصی بر جسم وارد نشود اگر جسم ساکن است ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است به حرکت روی خط راست با سرعت ثابت ادامه می‌دهد یعنی جسم تمایل دارد وضع موجود را حفظ کند، بنابراین گزینه‌های (۲) و (۳) نیز درست است.

۱ ۶۶۹ A

در قانون اول نیوتون بیان می‌شود که اگر جسم در حال حرکت است برای ادامه حرکت نیاز به نیرو ندارد و اگر بر آن نیرو وارد نشود، جسم به حرکت خود ادامه می‌دهد و برای ادامه حرکتش به ارائه دلیل نیازی نیست. اما اگر حرکتش تغییر کند، باید برای این تغییر به دنبال علت بود و گزینه (۱) درست است.

بنابر قانون دوم نیوتون، نیرو با آهنگ تغییر سرعت یعنی شتاب متناسب است نه با خود تغییر سرعت ($\vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$) و گزینه (۲) نادرست است. بنابر قانون سوم نیوتون نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم وارد شده، بنابراین نمی‌توان گفت یکدیگر را خنثی می‌کنند و گزینه (۳) نیز نادرست است.

۱ ۶۷۰ A



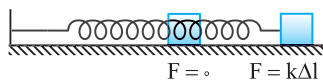
طبق قانون اول اجسام تمایل دارند که وضعیت حرکت خود را حفظ کنند. بنابراین می‌توان گفت هنگامی جسم درون کامیون قرار دارد همواره از تغییر حرکت لحظه‌ای کامیون جا می‌ماند.

یعنی اگر کامیون ترمز کند (حرکت کندشونده) آونگ طبق سرعت قبلی به حرکت خود ادامه می‌دهد، پس به جلو پرتاب می‌شود و اگر کامیون تندشونده به سمت جلو حرکت کند آونگ با همان سرعت کمتر قبلی در حال حرکت است، پس از حرکت کامیون عقب می‌ماند و به سمت عقب پرتاب می‌شود و با توجه به شکل که در آن آونگ به سمت عقب منحرف شده است نتیجه می‌گیریم که کامیون با حرکت تندشونده رو به جلو در حرکت است.

۳ ۶۷۱ C



گزینه (۱): اگر جسمی را در راستای قائم رو به بالا پرتاب کنیم، سرعت گلوله در اوج، صفر است و جسم به‌طور لحظه‌ای در حال سکون است، اما نیروی وزن همچنان به جسم وارد می‌شود و شتاب حرکت برابر g است، پس گزینه (۱) نادرست است. / گزینه (۲): هرگاه قطاری با سرعت ثابت یک مسیر خمیده را دور بزند، چون جهت بردار سرعت در حال تغییر است، حرکت شتابدار است و برآیند نیروی وارد بر جسم صفر نیست. در این صورت گزینه (۲) نادرست است، زیرا کلمه الزاماً را به کار برده است. / گزینه (۳): به وزنه و فنر روبه‌رو دقت کنید، اگر وزنه را به راست بکشیم و رها کنیم، هرچه وزنه به محل اولیه (تعادلش) نزدیک می‌شود تغییر طول فنر کمتر شده و نیروی کشسانی فنر کمتر می‌شود، در حالی که تا رسیدن وزنه به محل تعادل، سرعت آن در حال افزایش است، بنابراین گزینه (۳) درست است.



در مورد گزینه (۴): اگر گلوله‌ای را در شرایط خلأ تحت زاویه α مطابق شکل پرتاب کنیم، نیروی وارد بر جسم در تمام مسیر ثابت و برابر mg است. اما حرکت روی مسیر خمیده است، بنابراین گزینه (۴) نادرست است، زیرا کلمه الزاماً در آن به کار رفته است.



۳ ۶۶۵ A

نیرویی که شخص اول بر دوم وارد می‌کند به شخص دوم شتابی در جهت محور x می‌دهد:

$$\vec{F}_{12} = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow 100 \vec{i} = 50 \vec{a}_2 \Rightarrow \vec{a}_2 = 2 \vec{i}$$

بنا به قانون سوم نیوتون همین مقدار نیرو توسط شخص دوم بر شخص اول در خلاف جهت محور x ها وارد می‌شود و به شخص اول شتابی در خلاف جهت محور x خواهد داد:

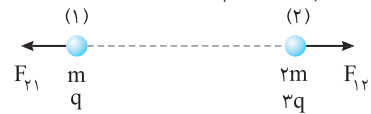
$$\vec{F}_{21} = m_1 \vec{a}_1 \Rightarrow -100 \vec{i} = 75 \vec{a}_1 \Rightarrow \vec{a}_1 = -\frac{4}{3} \vec{i}$$

۳ ۶۶۶ A

با توجه به قانون سوم نیوتون نیروی الکتریکی که ذره m با بار الکتریکی q به ذره $2m$ با بار الکتریکی $3q$ وارد می‌کند برابر نیرویی است که بار $3q$ به بار q وارد کرده است. بنابراین:

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = F$$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$\begin{cases} (1) \Rightarrow F = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m} \\ (2) \Rightarrow F = 2ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F}{2m} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2$$

۳ ۶۶۷ A

خط فکری: بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که شخص (۱) بر شخص (۲) وارد می‌کند هم‌اندازه و در خلاف جهت نیرویی است که شخص (۲) بر شخص (۱) وارد می‌کند. نیروها یکسان است بنابراین شخصی که دارای جرم کمتری است بنا به قانون دوم نیوتون شتاب بیشتری خواهد داشت و زودتر به نقطه O می‌رسد و از آن عبور می‌کند. حال به حل مسئله دقت کنید.

نیرویی که توسط طناب به هر دو شخص وارد می‌شود یکسان است:

$$\begin{cases} F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F_1}{m_1} \\ F_2 = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F_2}{m_2} \end{cases} \xrightarrow{F_1 = F_2, m_1 > m_2} a_1 < a_2$$

دو جسم در ابتدا ساکن هستند و $a_1 < a_2$ است پس متحرک (۲) سریع‌تر حرکت می‌کند و هنگام رسیدن دو متحرک به هم متحرک (۲) جابه‌جایی بیشتری انجام می‌دهد بنابراین دو متحرک بین O و A به یکدیگر می‌رسند.

یازدهم با سوال

دو شخص A و B هم‌قد با کفش‌های چرخ‌دار در حالت ایستاده در یک سالن مسطح و صاف دو سر طنابی را گرفته و هر یک دیگری را به سوی خود می‌کشند. کدام یک زودتر به خط پایان که وسط فاصله میان آن‌ها است می‌رسد؟ (جرم شخص A بیشتر از جرم شخص B است.)

(۱) شخص A (۲) شخص B

(۳) هر دو با هم می‌رسند. (۴) نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

پاسخ: با توجه به قانون سوم نیوتون نیرویی که شخص A به B وارد می‌کند برابر نیرویی است که شخص B به A وارد می‌کند. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

حال با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F}{m} \quad |F_{AB}| = |F_{BA}|, m_A > m_B \rightarrow a_B > a_A$$

پس شتاب B از شتاب A بیشتر است. بنابراین شخص B زودتر از شخص A به وسط طناب می‌رسد.

گزینه ۲

A ۶۷۲ ۳

یادآوری در سال دهم در کتاب فیزیک (۱) خوانده‌اید که یکاها باید در دو طرف یک رابطه فیزیکی دارای سازگاری باشند یعنی در دو طرف یکاها باید یکسان باشند. در رابطه $v = \alpha Ft$ ، یکای سرعت m/s ، یکای نیرو نیوتون (N) و یکای t ثانیه است. اما در گزینه‌ها خبری از نیوتون (N) نیست. بنابراین باید یکای فرعی نیرو یعنی kgm/s^2 را در بررسی خود استفاده کنید.

$$v = \alpha Ft \Rightarrow [m/s] = \alpha [kg m/s^2] [s] \Rightarrow \alpha = \left[\frac{1}{kg} \right]$$

A ۶۷۳ ۲

۱) جرم هر جسم را بر حسب نیرو و شتاب به دست می‌آوریم.

$$F = m_1 a_1 \Rightarrow m_1 = \frac{F}{a_1} \quad \text{جسم (۱)}$$

$$F = m_2 a_2 \Rightarrow m_2 = \frac{F}{a_2} \quad \text{جسم (۲)}$$

۲) شتاب نیروی F وارد بر جسمی به جرم $(m_1 + m_2)$ خواهد شد:

$$F = (m_1 + m_2) a' \Rightarrow F = \left(\frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} \right) a' \Rightarrow F = F \left(\frac{a_1 + a_2}{a_1 a_2} \right) a' \Rightarrow a' = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}$$

A ۶۷۴ ۱

در حالت اول دو نیرو هم جهت و مساوی هستند، آن‌ها را با حرف F نمایش می‌دهیم. نیروی خالص خواهد شد:

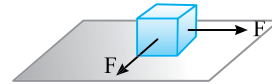
$$F_{net} = F + F \Rightarrow F_{net} = 2F$$

بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 2F = ma \xrightarrow{a = 6m/s^2} 2F = m \times 6 \Rightarrow F = 3m \quad (I)$$

در حالت دوم دو نیروی افقی بر هم عمودند و نیروی خالص را از رابطه فیثاغورس حساب می‌کنیم.

$$F'_{net} = \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{2}F \xrightarrow{(I)} F'_{net} = 3\sqrt{2}m$$



شتاب در این حالت را به دست می‌آوریم.

$$F'_{net} = ma' \Rightarrow 3\sqrt{2}m = ma' \Rightarrow a' = 3\sqrt{2}m/s^2$$

B ۶۷۵ ۲

خط فکری نمودار داده شده، نمودار نیرو - مکان است. در صورت مسئله نیز از زمان حرفی زده نشده بنابراین فرمولی که از حرکت‌شناسی برای حل این مسئله باید کاندید کنیم رابطه مستقل از زمان است. شتاب را در هر قسمت به کمک قانون دوم نیوتون حساب کنید (برحسب جرم جسم m) سپس به کمک رابطه مستقل از زمان مسئله را حل کنید.

۱) طبق قانون دوم نیوتون $F = ma$ است. پس شتاب در قسمت اول حرکت برابر

$$a_1 = \frac{10}{m} \quad \text{و در قسمت دوم حرکت } a_2 = -\frac{10}{m} \text{ است.}$$

۲) برای قسمت اول حرکت به کمک معادله سرعت - مکان (مستقل از زمان) خواهیم

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x \Rightarrow v_1^2 - 0 = 2 \times \frac{10}{m} \times 20 \Rightarrow v_1^2 = \frac{400}{m} \quad \text{داشت:}$$

۳) برای قسمت دوم حرکت نیز می‌توان نوشت:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2 \Delta x \Rightarrow 100 - \frac{400}{m} = 2 \times \left(-\frac{10}{m} \right) \times 10 \Rightarrow 100 - \frac{400}{m} = -\frac{200}{m} \Rightarrow 100 = \frac{200}{m} \Rightarrow m = 2kg$$

B ۶۷۶ ۳

بنا به قانون سوم هنگام شلیک، نیرویی که گلوله و ارابه توپ بر هم وارد می‌کنند برابر و در خلاف جهت هم است. برای نیروهای وارد بر ارابه توپ و گلوله می‌توان نوشت:

$$F_1 = -F_2 \xrightarrow{F=ma} m_1 a_1 = -m_2 a_2 \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$\Rightarrow m_1 \left(\frac{v_1 - 0}{t} \right) = -m_2 \left(\frac{v_2 - 0}{t} \right) \Rightarrow m_1 v_1 = -m_2 v_2$$

$$\Rightarrow |0.5 \times 2000| = |-80 \times v_2| \Rightarrow v_2 = 12.5 m/s$$

B ۶۷۷ ۱

خط فکری در قانون سوم نیوتون برای بررسی نیروی واکنش شما باید ابتدا مشخص کنید نیروی وارد بر جسم توسط کدام جسم بر جسم مورد نظر اعمال می‌شود به‌طور مثال برای یافتن واکنش نیروی وزن ابتدا باید از خود پرسید نیروی وزن توسط چه جسمی بر جسم مورد نظر وارد شده تا بتوانید واکنش نیروی وزن را بیان کنید. نیروی وزن (mg) نیرویی است که کره زمین بر جسم وارد می‌کند و واکنش آن توسط جسم بر کره زمین وارد می‌شود از این رو گزاره (الف) نادرست است. در شکل T_1 نیروی کشش نخ است که توسط نخ بر m_2 وارد می‌شود در نتیجه واکنش T_1 نیرویی است که جسم m_2 بر نخ وارد می‌کند، بنابراین گزاره (ب) نادرست است. در شکل T_2 نیروی کششی است که نخ بر دیوار وارد می‌کند، واکنش آن توسط دیوار بر نخ وارد می‌شود و گزاره (پ) درست است. T_2 بر m_2 و T_2 بر دیوار وارد می‌شوند و نمی‌توانند واکنش هم باشند و گزاره (ت) نادرست است.

C ۶۷۸ ۲

اکنون باید به ذهن خود فشار آورید تا قانون سوم را بهتر درک کنید. نیروهای وارد بر جسم را بررسی می‌کنیم. ۱) نیروی وزن W_2 که توسط کره زمین بر جسم رو به پایین وارد می‌شود. ۲) نیرویی که توسط مایع بر جسم رو به بالا وارد می‌شود که آن را حرف F نمایش داده‌ایم.

قطعاً نیروی F از W_2 کوچک‌تر است ($F < W_2$) زیرا جسم با شتاب ثابت رو به پایین

در حرکت است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم رو به پایین است.

۳) بنا به قانون سوم نیوتون وقتی مایع به جسم نیروی F را رو به بالا وارد می‌کند

جسم همان نیروی F را رو به پایین بر مایع وارد می‌کند.

۴) به مایع درون ظرف دو نیرو یکی وزن مایع W و دیگری F رو به پایین وارد می‌شود.

۵) عددی که نیروسنج نشان می‌دهد مجموع نیروی وزن مایع و ظرف (W_1) و

نیروی واکنش F است از این رو خواهیم داشت.

$$W_2 = W_1 + F \xrightarrow{F < W_2} W_2 < W_1 + W_2 \Rightarrow W_1 + W_2 > W_2$$

پنجره ۲

A ۶۷۹ ۲

یادآوری نیروی وزن، نیرویی است که توسط کره زمین بر جسم وارد می‌شود. این

نیرو همواره در امتداد قائم و رو به پایین است.

نیروی وزن را رسم می‌کنیم و آن را امتداد

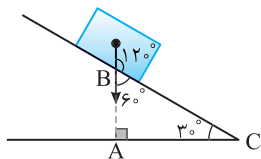
می‌دهیم تا خط افقی را قطع کند و مثلث

قائم‌الزاویه ABC را تشکیل می‌دهیم. در

این صورت اندازه \hat{B} ، زاویه بین نیروی

وزن و امتداد سطح شیبدار مطابق شکل

60° است.



۲ جرم دو جسم یکسان است، بنابراین نیروی وزن وارد بر دو جسم یکی است.

$$W_A = W_B$$

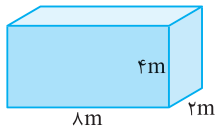
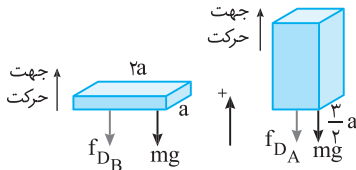
۳ نیروی خالص وارد بر هر جسم $(F_{net} = -(W + f_{D}))$ است.

$$-(mg + f_{D_B}) = ma_B \Rightarrow a_B = -g - \frac{f_{D_B}}{m}$$

$$-(mg + f_{D_A}) = ma_A \Rightarrow a_A = -g - \frac{f_{D_A}}{m}$$

نیروی مقاومت f_{D_B} بیشتر از f_{D_A} است، بنابراین شتاب کندشونده جسم B بیشتر

از جسم A بوده و زودتر متوقف می‌شود.



بازی با سوال - مکعب مستطیل روبه‌رو

را از ارتفاعی مشخص در هوا به سمت زمین رها می‌کنیم. اگر فرض شود در طول سقوط مکعب مستطیل در هوا نمی‌چرخد، آن را از طرف کدام وجه رها کنیم که با سرعت کمتری به زمین برسد؟

$$2 \times 8 \quad (1) \quad 2 \times 8 \quad (1)$$

$$4 \times 8 \quad (2) \quad 2 \times 4 \quad (3)$$

۴ سرعت رسیدن به زمین در هر سه حالت یکسان است.

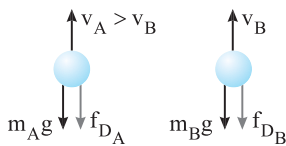
تایسج - هرچه مساحت سطح جلوی جسم بیشتر باشد برخورد مولکول‌های

هوا با جسم بیشتری می‌شود پس نیروی مقاومت بیشتری به جسم وارد شده و سرعت رسیدن آن به زمین کمتر است. بنابراین کمترین تندی برای زمانی است که مکعب را از وجه 8×4 به سمت پایین رها کنیم. **گزینه ۲**

B ۶۸۶ ۲

هر چه تندی جسم بیشتر باشد نیروی مقاومت شماره (هوا) وارد بر آن بیشتر است.

خط‌فکری ابتدا نیروی وارد بر هر جسم را در یک شکل ساده نشان دهید سپس برابند نیروهای وارد بر هر جسم را بررسی کنید.



۱ در لحظه‌ای که $v_A > v_B$ است نیروی مقاومت هوا وارد بر A از نیروی مقاومت هوا وارد بر B بزرگتر است.

$$f_{D_A} > f_{D_B}$$

۲ قانون دوم نیوتون را برای هر جسم می‌نویسیم و شتاب هریک را به دست می‌آوریم

و به کمک نیروی خالص وارد بر آن‌ها شتاب‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.

$$f_{net} = ma \begin{cases} \text{A} \rightarrow |m_A g + f_{D_A}| = m |a_A| \Rightarrow |a_A| = |g + \frac{f_{D_A}}{m}| \\ \text{B} \rightarrow |m_B g + f_{D_B}| = m |a_B| \Rightarrow |a_B| = |g + \frac{f_{D_B}}{m}| \end{cases}$$

۳ $f_{D_A} > f_{D_B}$ است بنابراین $|a_A| > |a_B|$ خواهد بود.

A ۶۸۰ ۴

جرم از ویژگی‌های ذاتی جسم بوده و در مکان‌های مختلف تغییر نمی‌کند بنابراین اختلاف جرم ثابت می‌ماند و برابر 4 kg است. اما نیروی وزن برابر $W = mg$ است یعنی نیروی وزن وارد بر جسم به شتاب گرانش سیاره‌ای که جسم روی سطح آن قرار دارد بستگی دارد. از این رو اختلاف وزن آن بر سطح سیاره برابر است با:

$$\Delta W_{\text{سیاره}} = |m_A - m_B| g_{\text{سیاره}} \xrightarrow{g_{\text{سیاره}} = \frac{v^2}{r} = \frac{7^2}{4} = 1.225 \text{ m/s}^2} \Delta W_{\text{سیاره}} = 4 \times 7 = 28 \text{ N}$$

A ۶۸۱ ۴

۱ جرم جسم ثابت است بنابراین تغییر وزن مربوط به شتاب گرانش است، از این رو تغییر وزن را حساب می‌کنیم:

$$W_{\text{مریخ}} - W_{\text{ماه}} = m g_{\text{مریخ}} - m g_{\text{ماه}} \xrightarrow{(g_{\text{ماه}} = 1.6 \text{ N/kg}, g_{\text{مریخ}} = 3.7 \text{ N/kg})} W_{\text{مریخ}} - W_{\text{ماه}} = 3.7m - 1.6m = 2.1m$$

۲ درصد تغییرات برابر است با: $\frac{W_{\text{مریخ}} - W_{\text{ماه}}}{W_{\text{ماه}}} \times 100 = \frac{2.1m}{1.6m} \times 100 = 131.25\%$

بنابراین نیروی وزن 131.25% افزایش می‌یابد.

A ۶۸۲ ۲

بادآوری بنا به تعریف چگالی یک جسم برابر $\rho = \frac{m}{V}$ است. حجم مکعب برابر

$$V = a^3$$

طول یک ضلع به توان ۳ است.

$$V = 2^3 \Rightarrow V = 8 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

۱ حجم مکعب برابر است با:

۲ جرم جسم را به کمک چگالی حساب می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 4 \times 10^3 \text{ g} \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

$$W = mg \Rightarrow W = 4 \times 10 = 40 \text{ N}$$

۳ وزن جسم خواهد شد:

A ۶۸۳ ۲

به کمک رابطه مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

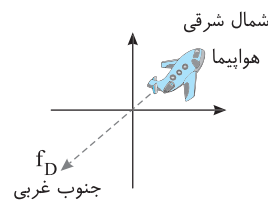
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow{v = 15 \text{ m/s}, \Delta y = 20 \text{ m}} 225 - 0 = 2a \times 20 \Rightarrow a = 5.625 \text{ m/s}^2$$

اگر جسم تنها تحت تأثیر نیروی وزن سقوط می‌کرد شتاب حرکت آن برابر شتاب گرانش $(g \sim 10 \text{ m/s}^2)$ بود اما اکنون شتاب از شتاب گرانش کمتر است $(a < g)$ بنابراین حداقل یک نیروی روبه بالا در خلاف جهت حرکت جسم مطابق شکل باید بر جسم وارد شده باشد. در نتیجه تعداد نیروهای وارد بر جسم حداقل دو نیرو است.

A ۶۸۴ ۳

نکته - نیروی مقاومت هوا همواره

خلاف جهت حرکت بر جسم وارد می‌شود. هواپیما در حال حرکت به سمت شمال شرقی است، نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت هواپیما بر آن وارد می‌شود. از این رو جهت نیروی مقاومت هوا در جهت جنوب غربی است.



B ۶۸۵ ۲

نکته - نیروی مقاومت شماره (هوا) به تندی جسم و ابعاد و شکل جسم بستگی دارد.

۱ مساحت وجهی از جسم که مقاومت هوا بر آن وارد می‌شود را حساب می‌کنیم.

$$A_A = \frac{2}{3} a \times \frac{3}{2} a = a^2, \quad A_B = 2a \times a = 2a^2$$

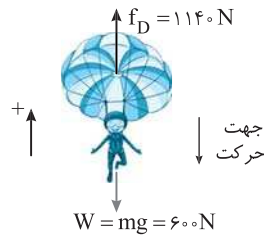
سطح $A_B > A_A$ است از این رو نیروی مقاومت شماره وارد بر جسم B بزرگتر است.

$$f_{D_B} > f_{D_A}$$

۴ ۶۸۷ A

۱ نیروی وزن چترباز را حساب می‌کنیم:

$$W = mg \xrightarrow{m=60\text{kg}} W = 60 \times 10 = 600\text{N}$$



۲ در لحظه مورد نظر نیروی مقاومت هوا $f_D = 1140\text{N}$ رو به بالا است. این نیرو از نیروی وزن بزرگتر است. $(f_D > W)$ و نیروی خالص رو به بالا خواهد بود در حالی که جهت حرکت رو به پایین است بنابراین حرکت در این لحظه کندشونده است.

۳ اندازه شتاب را به کمک قانون دوم به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow 1140 - 600 = 60a \Rightarrow a = 9\text{m/s}^2$$

۳ ۶۸۸ A

۱ به جسم دو نیروی f_D و W عمود بر هم وارد می‌شود بنابراین نیروی خالص

$$F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + W^2} \Rightarrow F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + (4/8)^2} \quad (\text{I})$$

۲ با توجه به وزن داده شده و شتاب گرانش، جرم را به دست می‌آوریم:

$$W = mg \xrightarrow{\frac{g=10\text{m/s}^2}{W=4/8\text{N}}} 4/8 = m \times 10 \Rightarrow m = 0.4/8\text{kg}$$

۳ با توجه به قانون دوم نیوتون، نیروی خالص برابر است:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 0.4/8 \times \frac{65}{6} = 5/2\text{N} \quad (\text{II})$$

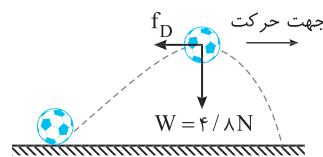
۴ با توجه به دو معادله (I) و (II) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 5/2 &= \sqrt{f_D^2 + (4/8)^2} \Rightarrow (5/2)^2 = f_D^2 + (4/8)^2 \\ \Rightarrow f_D^2 &= (5/2)^2 - (4/8)^2 \end{aligned}$$

یادداشت ریاضی: یک اتحاد پرکاربرد که محاسبات را برای ما ساده می‌کند، اتحاد مزدوج است:

۵ با توجه به اتحاد مزدوج معادله را حل می‌کنیم:

$$f_D^2 = (5/2 - 4/8)(5/2 + 4/8) \Rightarrow f_D^2 = 0.4 \times 10 \Rightarrow f_D^2 = 4 \Rightarrow f_D = 2\text{N}$$



میانبر: بهتر است اعداد فیثاغورسی «۵ و ۴ و ۳» و «۱۳ و ۱۲ و ۵» را به خاطر بسپارید.

$$\begin{aligned} 5/2 &= \sqrt{f_D^2 + (4/8)^2} \Rightarrow f_D = 5 \times 0.4 = 2\text{N} \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\quad 13 \times 0.4 \quad 5 \times 0.4 \quad 12 \times 0.4 \end{aligned}$$

بازی با سوال: توپیی به جرم $1/2\text{kg}$ را تحت زاویه α به سمت بالا

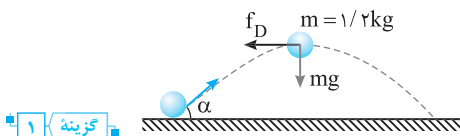
پرتاب می‌کنیم. اگر در بیشینه ارتفاع توپ از زمین اندازه شتاب حرکت توپ $12/5\text{m/s}^2$ باشد، در این نقطه نیروی مقاومت هوای وارد بر توپ چند نیوتون است؟ ($g=10\text{N/kg}$)

$$15 \quad (4) \quad 8 \quad (3) \quad 10 \quad (2) \quad 9 \quad (1)$$

پایان: در نقطه بیشینه مطابق شکل دو نیروی وزن (رو به پایین) و مقاومت هوا (خلاف جهت حرکت) به جسم وارد می‌شوند.

$$|\vec{F}_{\text{net}}| = |\vec{m}\vec{a}| \Rightarrow F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + mg^2} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + (12)^2} = 12/5 \times 1/2 = 15$$

$$f_D^2 + 144 = 225 \Rightarrow f_D = 9\text{N}$$

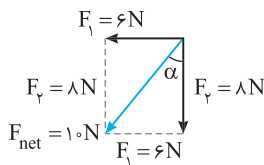


گزینه ۱

۲ ۶۸۹ A

نیروی مقاومت هوا، خلاف جهت حرکت است و نیروی وزن رو به پایین وارد می‌شود. بنابراین بنا به قانون دوم نیوتون همواره جهت بردار شتاب جسم در جهت نیروی خالص وارد بر جسم $(\vec{F} = m\vec{a})$ است. بنابراین کافی است شما نیروی برآیند را رسم کنید و زاویه این نیرو با راستای قائم را به دست بیاورید. مطابق شکل زاویه بین نیروی خالص و محور قائم (α) خواهد شد:

$$\tan \alpha = \frac{F_x}{F_y} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{6}{8} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$



۱ ۶۹۰ A

خط فکری: سؤال زیبایی است. مهم ترین نکته آن عبارت «اثر مقاومت هوا قابل ملاحظه باشد» بنابراین شما برای هر گلوله باید نیروهای وارد بر آن یعنی نیروی وزن را رو به پایین و نیروی مقاومت هوا را در خلاف جهت حرکت رسم کنید. نیروی خالص را به دست بیاورید و به کمک آن شتاب گلوله‌ها را با هم مقایسه کنید.

۱ جسم A: نیروی وزن و مقاومت شاره (هوا) وارد بر A هر دو رو به پایین است از این رو:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow |a| = \frac{|F_{\text{net}}|}{m} \Rightarrow |a| = \frac{|f_D + W|}{m}$$

۲ جسم B:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a_B = \frac{\sqrt{f_D^2 + W^2}}{m}$$

۳ جسم C:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a_C = \frac{W - f_D}{m}$$

۴ بنابراین بزرگی شتاب A از بزرگی شتاب‌های B و C بزرگتر است.

$$|a_A| > |a_B| > |a_C|$$

۴ ۶۹۱ B

نکته: نیروی مقاومت شاره (هوا) در خلاف جهت حرکت جسم است.

۱ نیروهای وارد بر گلوله (۲) را رسم می‌کنیم.

۲ نیروی خالص وارد بر گلوله (۲) را به کمک رابطه

فیثاغورس می‌نویسیم:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + mg^2} \xrightarrow{\frac{m=1\text{kg}}{F_{\text{net}}=4\sqrt{41\text{N}}}} 4\sqrt{41} = \sqrt{f_D^2 + 20^2}$$

$$\Rightarrow 16 \times 41 = f_D^2 + 400 \Rightarrow f_D^2 = 656 - 400 = 256 \Rightarrow f_D = 16\text{N}$$

۳ نیروهای وارد بر گلوله (۱) را رسم می‌کنیم و به کمک قانون

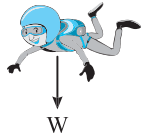
دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}_1} = ma \Rightarrow W - f_D = ma \Rightarrow 20 - 16 = 1a \Rightarrow a = 4\text{m/s}^2$$

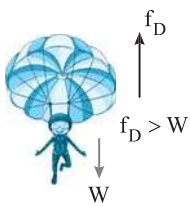
$$W = mg$$

۴ ۶۹۵ A

چترباز از ارتفاع نسبتاً زیادی بیرون می‌پرد و چتر خود را باز می‌کند. بنابراین در ابتدا تندی چترباز افزایش می‌یابد. با افزایش تندی مقاومت هوا نیز زیاد شده تا وقتی که نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر می‌شود ($W = f_D$) بعد از این لحظه نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند ($F_{net} = 0$) و حرکت جسم با سرعت ثابت ادامه پیدا می‌کند، بنابراین گزینه (۴) درست است.



۱ چترباز بعد از پریدن از بالگرد تا مدتی با چتر بسته سقوط می‌کند و تقریباً با شتاب گرانشی ناشی از نیروی وزن پایین می‌آید ($g = 10 \text{ m/s}^2$) و در هر ثانیه تقریباً به اندازه 10 m/s بر سرعتش افزوده می‌شود و نمودار سرعت - زمان باید با گذشت زمان صعودی باشد.



۲ هنگامی که چترباز چتر خود را باز می‌کند، به دلیل ابعاد بزرگ چتر، نیروی مقاومت هوا (f_D) به شدت افزایش می‌یابد به گونه‌ای که f_D از نیروی وزن (W) چترباز بزرگتر است ($f_D > W$) و مانند ترمز، سرعت چترباز را کاهش می‌دهد. بنابراین نمودار سرعت - زمان، نزولی می‌شود.

۳ هرچه از سرعت چترباز کاسته می‌شود، نیروی مقاومت هوا کاهش می‌یابد تا لحظه‌ای فرا می‌رسد که نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر می‌شود ($f_D = W$) و نیروهای وارد بر چترباز متوازن شده و چترباز با سرعت ثابت پایین می‌آید بنابراین سرعت چترباز ثابت می‌ماند و نمودار سرعت - زمان خط راست افقی می‌شود. بنابراین گزینه (۴) درست است.

۳ ۶۹۷ A

یادآوری هرگاه هنگام سقوط جسم در هوا، نیروی وزن برابر نیروی مقاومت هوا شود نیروهای وارد بر جسم متوازن شده و جسم با تندی ثابت که به آن تندی حدی می‌گویند پایین می‌آید. نیروی وزن را با نیروی مقاومت هوا برابر قرار می‌دهیم و تندی جسم را به دست می‌آوریم.

$$f_D = W \xrightarrow{f_D = 150 \text{ N}} 150 \text{ N} = mg \xrightarrow{m = 6 \text{ kg}} 150 \text{ N} = 6 \times 10 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

باز، با سؤال قطعه سنگی به جرم $7/5 \text{ kg}$ از ارتفاع زیادی رها می‌شود و پس از طی مسافتی با تندی حدی $2/5 \text{ m/s}$ به زمین می‌رسد. اگر رابطه بین اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر سنگ برحسب تندی در SI به صورت $f_D = bv^2$ باشد، b کدام است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- ۱/۲ (۱) ۶ (۲) ۰/۶ (۳) ۱۲ (۴)

پاسخ در تندی حدی، نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا با هم برابر است:

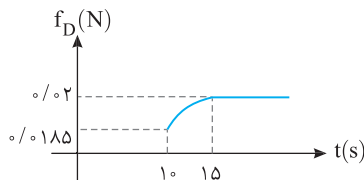
$$f_D = mg \Rightarrow f_D = 75 \text{ N}$$

$$f_D = bv^2 \xrightarrow{f_D = 75 \text{ N}, v = 2/5 \text{ m/s}} 75 = b(2/5)^2 \Rightarrow b = 12$$

گزینه (۴)

۱ ۶۹۸ B

با توجه به نمودار نیز از لحظه $t = 15 \text{ s}$ به بعد نیروی مقاومت هوا ثابت شده پس از $t = 15 \text{ s}$ به بعد قطره به تندی خود رسیده است و نیروی وزن و مقاومت آن با هم برابر است.



۲ ۶۹۲ B

نکته نیروی مقاومت هوا (f_D) به تندی جسم بستگی دارد و هرچه تندی بیشتر شود، نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد.



هنگامی که چترباز سقوط می‌کند، تندی آن افزایش می‌یابد. یعنی در ابتدا سرعت ثابت نیست و گزینه (۳) نادرست است. با افزایش تندی، نیروی مقاومت هوای وارد بر چترباز نیز افزایش می‌یابد. بنابراین نیروی خالص وارد بر چترباز ($F_{net} = W - f_D$) متغیر است و شتاب متغیر ثابت

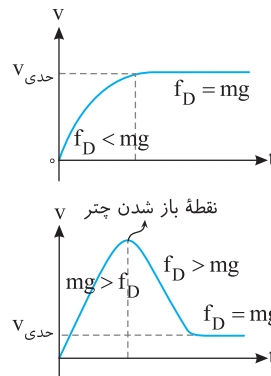
حاصل از آن نیز متغیر است. بنابراین گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست است. هنگامی که جسم به تندی حدی خود می‌رسد نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن هم‌اندازه می‌شوند و چون در خلاف جهت هم هستند برآیند نیروهای وارد بر چترباز صفر می‌شود و حرکت با سرعت ثابت ادامه پیدا می‌کند. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۲ ۶۹۳ A

وقتی یک چترباز بلافاصله بعد از سقوط چترش را باز می‌کند، ابتدا تندی اش افزایش می‌یابد پس در ابتدا حرکت تندشونده است در نتیجه نیروی مقاومت هوا نیز افزایش می‌یابد تا لحظه‌ای که نیروی مقاومت هوا با وزن چترباز هم‌اندازه شود، در این هنگام نیروی خالص صفر شده و چترباز با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

۲ ۶۹۴ B

خط فکری در موضوع مقاومت شاره و حرکت چترباز به دو حالت زیر دقت کنید:



(الف) اگر چترباز در همان ابتدا با چتر باز پریده باشد، رفته‌رفته تندی آن افزایش یافته تا به تندی حدی برسد و پس از آن با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد:

(ب) اگر چترباز بپرد و پس از مدتی چتر خود را باز کند، در لحظه باز شدن چتر تندی حرکت متحرک بیشینه بوده و با باز شدن چتر تندی چترباز شروع به کم شدن می‌کند تا به تندی حدی برسد:

نکته مقاومت هوا به تندی جسم بستگی دارد و با افزایش و یا کاهش تندی

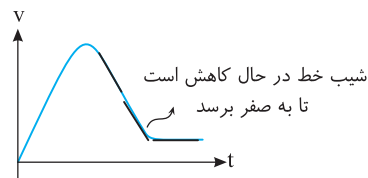
جسم مقاومت هوا به ترتیب افزایش و یا کاهش می‌یابد.

با توجه به سؤال چترباز بعد از مدتی چتر خود را باز کرده یعنی حرکت چترباز مانند حالت (ب) خط فکری است. بعد از باز شدن چتر تندی چترباز شروع به کاهش می‌کند بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) و (۴) که در آن‌ها بیان شده تندی جسم افزایش می‌یابد نادرست بوده و تنها گزینه (۲) درست است.

اما بررسی شتاب حرکت: جهت حرکت چترباز به سمت پایین است و پس از باز کردن چتر حرکت چترباز کندشونده بوده و نیروی مقاومت هوا (f_D) به سمت بالا و بزرگ‌تر از W است و نیروی خالص وارد بر چترباز $f_D - W$ ، خواهد شد. در اصل $F_{net} = ma \Rightarrow f_D - W = ma$ است و با کم شدن تندی جسم f_D کاهش می‌یابد

در نتیجه شتاب کاهش می‌یابد و در تندی حدی که $f_D = mg$ می‌شود شتاب صفر است یعنی شتاب بعد از باز شدن چتر در حال کاهش است.

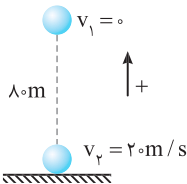
البته می‌توانستیم از روی نمودار $v - t$ و شیب خط مماس که شتاب را به ما می‌دهد نیز این موضوع را متوجه شویم:



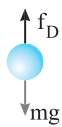
B ۷۰۲ ۳

۱ جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده ($v_0 = 0$) و بعد از جابه‌جایی $d = ۸۰\text{m}$ سرعت آن به $v = ۲۰\text{m/s}$ رسیده بنابراین می‌توانیم که به کمک رابطه مستقل از زمان برای حرکت با شتاب ثابت، شتاب را حساب کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2ad \Rightarrow 20^2 - 0 = 2a(80) \Rightarrow a = 2.5 \text{ m/s}^2$$



۲ نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و برابری نیروها را مساوی ma قرار می‌دهیم.



$$f_{\text{net}} = ma \quad m = 2\text{kg} \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow 20 - f_D = 2 \times 2.5 / 5 \Rightarrow f_D = 15\text{N}$$

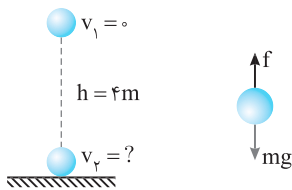
۱ بازی با سوال: جسمی به جرم 2kg از ارتفاع 4m سطح زمین رها می‌شود. اگر نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم ثابت و برابر $f_D = 12\text{N}$ فرض

$$\text{شود، سرعت جسم هنگام رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه است؟}$$

$$2(1) \quad 4(2) \quad 3(3) \quad 4(4) \quad 2\sqrt{3}(4)$$

۲ پاسخ: ابتدا با توجه به نیروهای وارد بر جسم شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$mg - f = ma \Rightarrow 20 - 12 = 2a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$



جسم با شتاب 4m/s^2 از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت کرده و در جابه‌جایی $d = 4\text{m}$ سرعت آن خواهد شد:

$$v^2 - v_0^2 = 2ad \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times 4 \times 4 \Rightarrow v = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$$

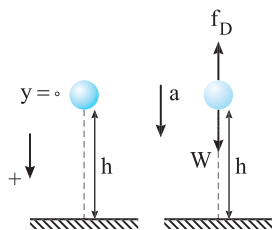
گزینه ۳

B ۷۰۳ ۲

۱ خط فکری: به گزینه‌ها این گونه با تعجب نگاه نکنید مسئله ساده‌تر از این حرف‌هاست. شکل ساده‌ای رسم کنید، نیروهای وارد بر جسم را روی آن نشان دهید. نیروی خالص را به دست بیاورید تا بتوانید شتاب را حساب کنید. در مسئله از شما زمان خواسته شده بنابراین باید به سراغ حرکت‌شناسی بروید و زمان را حساب کنید.

۲ ابتدا با توجه به نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا شتاب را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$



۳ با استفاده از معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت، زمان را حساب می‌کنیم:

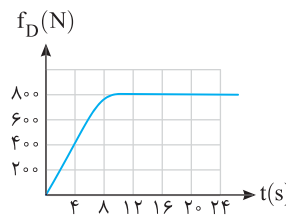
$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow -h = \frac{1}{2}\left(-\left(g - \frac{f_D}{m}\right)\right)t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}\left(g - \frac{f_D}{m}\right)t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{2hm}{mg - f_D} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2hm}{mg - f_D}}$$

B ۶۹۹ ۲

۱ در لحظه‌ای که نیروی مقاومت هوا $f_D = ۸۰۰\text{N}$ شده است، این نیرو ثابت مانده است یعنی در این لحظه تنیدی چتر باز به تنیدی حدی رسیده است و نیروی وزن با نیروی مقاومت هوا برابر شده است.

$$F_{\text{net}} = 0 = f_D = ۸۰۰\text{N}$$



۲ جرم جسم را حساب می‌کنیم.

$$W = mg \Rightarrow ۸۰۰ = m \times ۱۰ \Rightarrow m = ۸۰\text{kg}$$

۳ در لحظه $t = ۴\text{s}$ نیروی مقاومت هوا وارد بر جسم برابر ۴۰۰N است از این رو شتاب حرکت خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow W - f_D = ma \Rightarrow ۸۰۰ - ۴۰۰ = ۸۰a \Rightarrow a = ۵\text{m/s}^2$$

B ۷۰۰ ۴

۱ هنگامی که جسم در خلأ پرتاب می‌شود تنها نیروی وزن رو به پایین به آن وارد می‌شود $|a| = g$. بنابراین با شتاب g از تنیدی جسم کاسته می‌شود تا گلوله متوقف شود.

۲ اما در هوا علاوه بر نیروی وزن، نیروی مقاومت هوا نیز خلاف جهت حرکت یعنی رو به پایین به جسم وارد می‌شود و بزرگی شتاب حرکت جسم خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow |mg + f_D| = ma' \Rightarrow a' = g + \frac{f_D}{m} > g$$

۳ شتاب توقف جسم وقتی در هوا رو به بالا پرتاب می‌شود بیشتر از g است. بنابراین گلوله سریع‌تر متوقف می‌شود در نتیجه، زمان توقف و ارتفاع اوج گلوله هنگام پرتاب در هوا کوچکتر از پرتاب در شرایط خلأ است.

۴ به محاسبات زیر دقت کنید.

$$v = at + v_0 \begin{cases} \text{خلأ} \rightarrow 0 = -gt + v_0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} \\ \text{هوا} \rightarrow 0 = \left(-g - \frac{f_D}{m}\right)t + v_0 \Rightarrow t' = \frac{v_0}{g + \frac{f_D}{m}} \Rightarrow t' < t \end{cases}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \begin{cases} \text{خلأ} \rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-g)H \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g} \\ \text{هوا} \rightarrow 0 - v_0^2 = 2\left(-g - \frac{f_D}{m}\right)H' \Rightarrow H' = \frac{v_0^2}{2\left(g + \frac{f_D}{m}\right)} \Rightarrow H' < H \end{cases}$$

A ۷۰۱ ۲

۱ خط فکری: شکل ساده‌ای از مسئله در دو حالت رسم می‌کنیم نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نمایش می‌دهیم سپس به کمک قانون دوم نیوتون شتاب جسم را در مسیر رفت و در مسیر برگشت حساب می‌کنیم.

۲ هنگام پرتاب توپ به سمت بالا نیروی مقاومت هوا که مخالف جهت حرکت است، به سمت پایین است. نیروی وزن نیز به سمت پایین است. بنابراین شتاب حرکت خواهد شد.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -50 - 2 = 5a \Rightarrow a = -10.4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 10.4 \text{ m/s}^2$$

۳ در مسیر برگشت، جهت حرکت رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالا است. نیروی وزن نیز به سمت پایین است.

$$F_{\text{net}} = ma' \Rightarrow -50 + 2 = 5a' \Rightarrow a' = -9.6 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a'| = 9.6 \text{ m/s}^2$$


$$\frac{|a|}{|a'|} = \frac{10.4}{9.6} = \frac{13}{12}$$

بنابراین:

۱ ۷۰۷ B

خط فکری برای هر جسم نیروها را رسم کرده و برابری نیروها را مشخص کرده، سپس شتاب حرکت هر جسم را به دست بیاورید و سرانجام به کمک رابطه مستقل از زمان نسبت تندی دو متحرک را در برخورد به زمین حساب کنید.

۱ شتاب حرکت هر جسم را به دست می آوریم:



$$\begin{aligned} \text{جسم A: } m_A g - f_{D_A} &= m_A a_A \xrightarrow{f_{D_A} = \frac{1}{3} m_A g} \\ m_A g - \frac{1}{3} m_A g &= m_A a_A \Rightarrow a_A = \frac{2}{3} g \\ \text{جسم B: } m_B g - f_{D_B} &= m_B a_B \xrightarrow{f_{D_B} = \frac{1}{6} m_B g} \\ m_B g - \frac{1}{6} m_B g &= m_B a_B \Rightarrow a_B = \frac{5}{6} g \end{aligned}$$

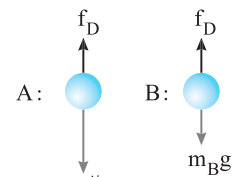
۲ باتوجه به رابطه مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow \begin{cases} v_A^2 = 2a_A h \\ v_B^2 = 2a_B h \end{cases} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{a_A}{a_B}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3}g}{\frac{5}{6}g}} = \sqrt{\frac{12}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

۱ ۷۰۸ B

۱ شکل ساده‌ای رسم می‌کنیم و نیروهای وارد بر گوی‌ها را روی آن نمایش می‌دهیم و نیروی خالص وارد بر هر جسم را به دست می‌آوریم و به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت دو گوی را با هم مقایسه می‌کنیم:



$$\begin{cases} F_{net} = m_A a \Rightarrow 2m_B g - f = 2m_B a \Rightarrow a_A = g - \frac{f}{2m_B} \\ F_{net} = m_B a \Rightarrow m_B g - f = m_B a_B \Rightarrow a_B = g - \frac{f}{m_B} \end{cases} \Rightarrow a_A > a_B$$

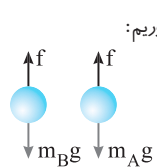
۲ با توجه به رابطه $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$ و اینکه $v_0 = 0$ است:

$$v^2 - 0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta y} \begin{cases} \text{A: } \rightarrow v_A = \sqrt{2a_A h} \\ \text{B: } \rightarrow v_B = \sqrt{2a_B h} \end{cases} \xrightarrow{a_A > a_B} v_A > v_B$$

بنابراین تندی گوی A هنگام رسیدن به زمین از تندی گوی B بیشتر است.

۳ ۷۰۹ B

۱ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتابها را به دست می‌آوریم:



$$F_{خالص} = ma \Rightarrow \begin{cases} m_B g - f = m_B a_B \Rightarrow a_B = g - \frac{f}{m_B} \\ m_A g - f = m_A a_A \Rightarrow a_A = g - \frac{f}{m_A} \end{cases}$$

۲ جرم دو جسم یکسان بوده ($m_A = m_B$) بنابراین شتاب a_B و a_A با هم برابر است.

۳ به کمک رابطه شتاب ثابت $\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ زمان سقوط هر گوی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \begin{cases} \text{A: } \rightarrow h_A = \frac{1}{2}a_A t_A^2 \Rightarrow t_A = \sqrt{\frac{2h_A}{a_A}} \\ \text{B: } \rightarrow h_B = \frac{1}{2}a_B t_B^2 \Rightarrow t_B = \sqrt{\frac{2h_B}{a_B}} \end{cases}$$

اکنون نسبت زمانها را به دست می‌آوریم.

$$\frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{h_A a_B}{h_B a_A}} \xrightarrow{h_A = 2h_B, a_A = a_B} \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{2h_B}{h_B}} = \sqrt{2}$$

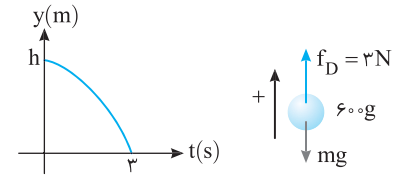
۲ ۷۰۴ B

۱ نیروهای وارد بر جسم نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا هستند. نیروها را روی یک شکل ساده نمایش می‌دهیم. در نمودار جهت مثبت رو به بالا اختیار شده بنابراین f_D مثبت و W منفی شده و نیروی خالص وارد بر جسم $F_{net} = -mg + f_D$ خواهد شد. با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg + f_D = ma \Rightarrow -6 + 3 = 0/6a \Rightarrow -3 = 0/6a \Rightarrow a = -\Delta m/s^2$$

۲ حال با توجه به معادله مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت داریم:

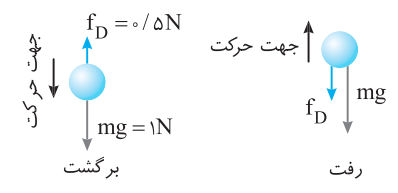
$$\Delta y = -\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow -h = -\frac{1}{2} \times 5 \times 9 \Rightarrow h = 22/5 m$$



۳ ۷۰۵ B

هم در مسیر رفت و هم در مسیر برگشت با توجه به ثابت بودن نیروها (نیروی وزن و مقاومت هوا) شتاب حرکت ثابت است. به کمک قانون دوم نیوتون در مسیر رفت که نیروی وزن و مقاومت هوا هم جهت اند f_D را حساب می‌کنیم. جهت مثبت رو به بالا انتخاب شده است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg - f_D = ma \Rightarrow -1 - f_D = -1/5 \Rightarrow f_D = 0/5 N$$



اکنون در مسیر برگشت با توجه به این که نیروی وزن و نیروی f_D خلاف جهت هستند، شتاب را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg + f_D = ma' \Rightarrow -1 + 0/5 = 0/1a' \Rightarrow a' = -\Delta m/s^2$$

۳ ۷۰۶ B

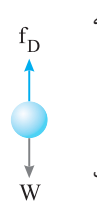
در ابتدا نمودار (۲) و (۴) را کنار می‌گذاریم زیرا در صورت مسئله جهت رو به بالا مثبت در نظر گرفته شده بنابراین سرعت اولیه در لحظه پرتاب رو به بالا باید مثبت باشد که در نمودار گزینه‌های (۲) و (۴) منفی است.

یادآوری شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است.

۱ در مسیر رفت نیروهای وارد بر جسم یعنی نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا رو به پایین است و با هم جمع می‌شوند و اندازه نیروی خالص وارد بر جسم از جمع W و f_D به دست می‌آید و شتاب حرکت خواهد شد:

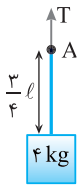
$$|F_{net}| = ma \Rightarrow f_D + W = ma \Rightarrow a_{رفت} = \frac{W + f_D}{m}$$

۲ در مسیر برگشت نیروی وزن رو به پایین و نیروی مقاومت هوا رو به بالا و شتاب حرکت خواهد شد:



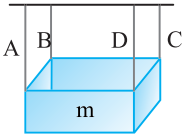
$$|F_{net}| = ma' \Rightarrow W - f_D = ma' \Rightarrow a' = \frac{W - f_D}{m}$$

شیب a و a' هر دو رو به پایین هستند پس منفی هستند، بنابراین شیب نمودار $v-t$ باید منفی باشد از طرفی بزرگی شتاب در مسیر رفت از بزرگی شتاب در مسیر برگشت بزرگتر و اندازه شیب در مسیر رفت از اندازه شیب در مسیر برگشت بیشتر بوده و گزینه (۳) درست است.

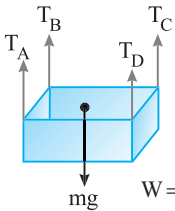


کشش در نقطه A برابر وزن قسمت زیر نقطه A است.

$$T_A = m_{\text{جسم}}g + \frac{3}{4}m_{\text{طناب}}g \Rightarrow T_A = 40 + 3/75 = 43/75 \text{ N}$$



نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. نیروی وزن به‌طور یکنواخت بین چهار ریسمان تقسیم شده است و هر ریسمان $\frac{1}{4}$ وزن جسم را تحمل می‌کند. برای آنکه



هیچ‌یک از ریسمان پاره نشود نیروی کشش هر یک از آن‌ها باید برابر کمینه نیروی کشش ریسمان‌ها یعنی 10 N باشد. در این صورت:

$$T_A = T_B = T_C = T_D = 10 \text{ N}$$

جسم در تعادل است بنابراین:

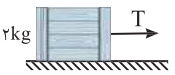
$$W = T_A + T_B + T_C + T_D = 10 + 10 + 10 + 10 \Rightarrow W = 40 \text{ N}$$

$$W = mg \Rightarrow 40 = m \times 10 \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

جرم جسم خواهد شد:

۱ ۷۱۵ A

نکته در یک طناب سبک و همگن با جرم ناچیز کشش در تمام نقاط طناب یکسان است.



به جای نیروی کشش در محل M، نیروی کشش در محل اتصال طناب به جعبه را حساب می‌کنیم، سطح بدون اصطکاک است بنابراین نیروی خالص وارد بر جعبه همان نیروی کشش طناب است.

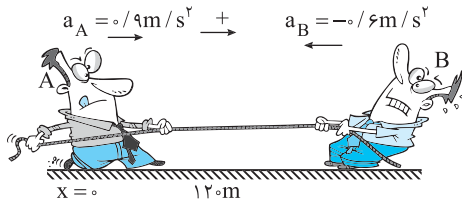
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T = 2 \times 2 = 4 \text{ N}$$

۲ ۷۱۶ B

اندازه نیروی وارد بر شخص A و شخص B برابر نیروی کشش طناب است. شتاب هر یک را به دست می‌آوریم:

$$A: F = ma \Rightarrow 36 = 40 a_A \Rightarrow a_A = 0.9 \text{ m/s}^2$$

$$B: F = ma \Rightarrow 36 = 60 a_B \Rightarrow a_B = 0.6 \text{ m/s}^2$$



از این جا به بعد باید به سراغ مسائل حرکت‌شناسی بروید. یعنی معادله حرکت هر یک از آن‌ها را بنویسید و با هم برابر قرار دهید تا لحظه رسیدن A و B به هم را بیابید. مکان اولیه A را مبدأ می‌گیریم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} A: & x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + 0 + 0 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2}(0.9)t^2 \\ B: & x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + 0 + 12 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}(-0.6)t^2 + 12 \end{cases}$$

مکان‌ها را مساوی قرار می‌دهیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}(0.9)t^2 = \frac{1}{2}(-0.6)t^2 + 12 \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 = 12 \Rightarrow t^2 = 16$$

$$\Rightarrow t = 4\sqrt{10} \text{ s}$$

سرعت A و B را به کمک معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم.

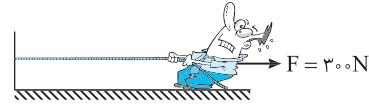
$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_A = 0.9 \times 4\sqrt{10} = 3.6\sqrt{10} \text{ m/s} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{3.6\sqrt{10}}{2.4\sqrt{10}} = \frac{3}{2} \\ v_B = 0.6 \times 4\sqrt{10} = 2.4\sqrt{10} \text{ m/s} \end{cases}$$

۳ ۷۱۰ A

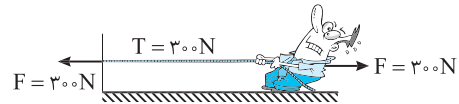
نکته هرگاه دو سر طناب سبکی را با نیروهای یکسان F در خلاف جهت هم بکشیم نیروی کشش طناب برابر F خواهد بود.

$$F = 300 \text{ N} \quad T = 300 \text{ N} \quad F = 300 \text{ N}$$

برای توجیه نکته بالا به جای دو نفر، یک نفر را در نظر بگیرید که با نیروی $F = 300 \text{ N}$ طناب متصل به دیواری را می‌کشد. اگر در این حالت از شما پرسیده شود نیروی کشش طناب چند نیوتون است شما به راحتی پاسخ خواهید داد « 300 N »



اما به شکل دقت کنید طناب ساکن است بنابراین باید نیروهای وارد بر آن متوازن باشند یعنی دیوار نیروی 300 N به سمت چپ به طناب وارد می‌کند و این حالت با حالتی که دو نفر دو سر طناب را با 300 N می‌کشند فرقی نمی‌کند.



در این مسئله نیروی کشش نخ 300 N است که از بیشینه نیروی قابل تحمل طناب (400 N) کمتر است و طناب پاره نمی‌شود.

۱ ۷۱۱ B

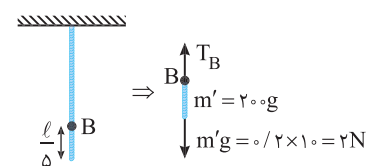
نکته هرگاه یک طناب سنگین از سقف آویزان شود، هر نقطه از طناب وزن قسمت پایینی طناب را تحمل می‌کند.

در نقطه A، کشش نخ برابر وزن قسمت پایین طناب یعنی برابر وزن یک نیمه طناب است.

$$\begin{aligned} T_A &= \frac{W}{2} = \frac{mg}{2} \\ m &= 1 \text{ kg} \Rightarrow T_A = 5 \text{ N} \\ mg &= 10 \text{ N} \end{aligned}$$

در نقطه B، کشش نخ وزن $\frac{1}{5}$ طناب یعنی $\frac{W}{5}$ را تحمل می‌کند. از این‌رو:

$$T_B = \frac{1}{5}W \Rightarrow T_B = \frac{1}{5} \times 10 \Rightarrow T_B = 2 \text{ N}$$



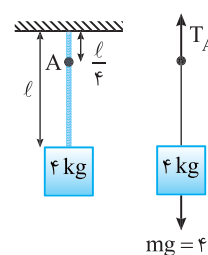
تفاضل دو نیروی کشش خواهد شد: $T_A - T_B = 5 - 2 \Rightarrow T_A - T_B = 3 \text{ N}$

۴ ۷۱۲ A

نکته هرگاه جرم ریسمان ناچیز باشد، نیروی کشش در تمام طول آن یکسان است.

فواصل داده شده روی شکل مهم نیست و کشش در نقطه A یا هر نقطه از ریسمان برابر وزن جسم متصل به ریسمان است.

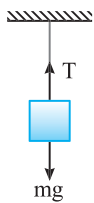
$$T_A = mg \Rightarrow T_A = 40 \text{ N}$$



۲ ۷۱۳ A

خط‌فکری هرگاه طناب دارای جرم باشد و در امتداد قائم به سقف آویزان شود، کشش از نقاط بالا به پایین کاهش می‌یابد و هر نقطه از طناب وزن قسمت زیرین خود را تحمل می‌کند.

۲ ۷۲۲ A

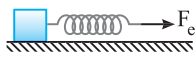


در حالت اول جسم ساکن است و نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند، بنابراین نیروی وزن جسم با نیروی کششی طناب برابر است.
 $W = T = 30 \text{ N}$

در حالت دوم اگر به جای طناب، فنر هم قرار دهیم باید فنر وزن جسم را تحمل کند یعنی نیروی وارد بر فنر نیز 30 N است.

$$F_e = kx \Rightarrow 30 = 75 \cdot x \Rightarrow x = \frac{1}{25} m = 4 \text{ cm}$$

۳ ۷۲۳ A



نیروی خالص وارد بر جسم نیروی کشسانی فنر است و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F = ma \Rightarrow kx = ma \Rightarrow 35 \cdot x = 2 \times 1 / 75 \Rightarrow 35 \cdot x = 2 / 5 \Rightarrow x = \frac{1}{100} m = 1 \text{ cm}$$

۴ ۷۲۴ B

۱ طول فنر در حالت دوم $\frac{4}{3}$ برابر طول فنر در حالت اول است یعنی طول اولیه که با

وزنه 100 گرمی ، 15 cm بوده است با وزنه 50 g خواهد شد: $x'_p = \frac{4}{3} \times 15 = 20 \text{ cm}$

۲ در هر دو حالت نیروی وزن برابر نیروی کشسانی فنر است، از این رو خواهیم داشت:

$$F_e = k\Delta x \begin{cases} x_p = 15 \text{ cm}, F = mg \xrightarrow{m=1 \text{ kg}} k(\frac{15}{100} - x_0) = 0 / 1 \times 10 \\ \Rightarrow k(\frac{15}{100} - x_0) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{15}{100} k - kx_0 \quad (1) \\ x'_p = 20 \text{ cm}, F = m'g \xrightarrow{m_p=50 \text{ kg}} k(\frac{20}{100} - x_0) = 0 / 5 \times 10 \\ \Rightarrow 5 = \frac{20}{100} k - kx_0 \quad (2) \end{cases}$$

۳ دو رابطه (۱) و (۲) را از هم کم می کنیم و ثابت فنر را به دست می آوریم.

$$5 - 1 = \frac{20}{100} k - kx_0 - \frac{15}{100} k + kx_0 \Rightarrow 4 = \frac{5k}{100} \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$

میانبر: به ازای افزایش $50 - 100 = 40 \text{ g}$ بر جرم وزنه طول فنر به اندازه $x = \frac{1}{3} \times 15 = 5 \text{ cm}$ افزایش یافته از این رو:

$$F_e = k\Delta l \Rightarrow 0 / 4 \times 10 = k(0 / 5) \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$

بازی با سوال: اگر به انتهای فنر قائم با جرم ناچیز، وزنه 20 نیوتونی آویزان کنیم، طول آن به 10 cm می رسد. اگر وزنه را دو برابر کنیم، طول آن به

11 cm می رسد، ضریب ثابت این فنر در SI کدام است؟

- ۲۰۰ (۱) ۱۵۰۰ (۲) ۲۰۰۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴)

پاسخ: با استفاده از میانبر:

$$k = \frac{W_2 - W_1}{l_2 - l_1} = \frac{W_2 - 2W_1}{0 / 11 - 0 / 10} \Rightarrow k = \frac{20}{0 / 1} = 2000 \text{ N/m}$$

۴ ۷۲۵ A

خط فکری: دقت کنید که کفه دارای جرم است و وقتی روی کفه وزنه قرار می دهیم جرم متصل به فنر مجموع جرم وزنه و کفه است. در دو حالت مسئله نیروی کشسانی فنر را با نیروی وزن برابر قرار دهید و یک دستگاه دو معادله و دو مجهول به دست بیاورید و با حل آن جرم کفه را معین کنید.

۱ حالت اول: $F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow (m + m_1)g = k(\Delta l) \Rightarrow (m + 0 / 1) \times g = k(\frac{6}{100})$

۲ حالت دوم: $F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow (m + m_2)g = k(\Delta l') \Rightarrow (m + 0 / 2) \times g = k(\frac{10}{100})$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می کنیم.

$$\frac{m + 0 / 1}{m + 0 / 2} = \frac{6}{10} \Rightarrow 10m + 10 = 6m + 6 \Rightarrow 4m = -4 \Rightarrow m = -1 \text{ kg} = -1000 \text{ g} \Rightarrow m = 50 \text{ g}$$

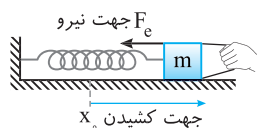
۳ ۷۱۷ A

یادآوری: نیروی کشسانی فنر از رابطه $F = k\Delta l$ به دست می آید که در آن x تغییر طول فنر از حالت طبیعی آن است و k ثابت فنر بوده و به ویژگی های ساختمانی فنر بستگی دارد.

نکته: نیروی کشسانی فنر همواره به سمت حالت طبیعی فنر است.

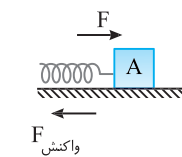
نیروی کشسانی فنر با تغییر طول فنر رابطه خطی دارد نه با طول فنر مثلاً اگر طول اولیه فنری 15 cm باشد یک بار طول آن را 17 cm و بار دیگر 34 cm کنیم، با اینکه طول فنر دو برابر شده (از 17 cm به 34 cm) رسیده اما نیروی کشسانی دو برابر نمی شود ($F_2 = k \times \frac{34 - 15}{100}$, $F_1 = k \times \frac{17 - 15}{100}$)، بنابراین گزینه (۱) نادرست است. ثابت فنر

از ویژگی های ساختمانی فنر است و به جرم متصل آن بستگی ندارد، بنابراین گزینه (۲) نادرست است. جهت نیروی فنر همواره خلاف جهت تغییر طول فنر است. به شکل روبه رو دقت کنید: بنابراین گزینه (۳) درست است.



۳ ۷۱۸ B

به شکل باید دقت کنید. نیرویی که وزنه A را هل می دهد و به سمت راست می راند نیروی کشسانی فنر است. بنا به قانون سوم نیوتون جسم A همان نیرو را به فنر رو به چپ وارد می کند. وقتی با نیروی F جسم B را به سمت راست هل می دهیم، فنر به وزنه B به سمت چپ نیرو وارد می کند و بنا به قانون سوم نیوتون توسط وزنه B نیرویی به سمت راست به فنر وارد می شود. بنابراین نیروهای وارد بر فنر به شکل روبه رو هستند.



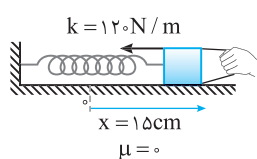
۳ ۷۱۹ A

نکته: هرگاه فنری را از دو طرف با نیروی یکسان F بکشیم و یا فشرده کنیم نیروی کشسانی برابر F خواهد بود. نیرویی که فنر بر هر یک از دست های ورزشکار وارد می کنند برابر نیروی کشسانی فنر است بنابراین می توان نوشت:

$$F = F_e = kx \xrightarrow{k=250 \text{ N/m}, x=0 / 4 \text{ m}} F_e = 250 \times 0 / 4 \Rightarrow F = 100 \text{ N}$$

۴ ۷۲۰ A

نکته: نیروی کشسانی فنر همواره در خلاف جهت تغییر طول فنر از طول طبیعی است.



در لحظه رها شدن جسم تنها نیروی مؤثر وارد بر آن نیروی کشسانی فنر است.

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = 120 \times \frac{15}{100} \Rightarrow F_e = 18 \text{ N}$$

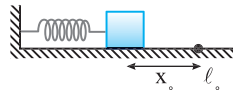
فنر از طول طبیعی به سمت راست کشیده

شده بنابراین نیروی کشسانی فنر به سمت چپ و در خلاف جهت محور x ها است. $\vec{F}_e = -18 \hat{i}$ نیروی کشسانی فنر در لحظه رها شدن خواهد شد:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -18 \hat{i} = 2\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -9 \hat{i}$$

۲ ۷۲۱ B

از لحظه رها شدن جعبه ($v_0 = 0$) تا لحظه گذر از طول طبیعی نیروی کشسانی فنر به سمت راست بر جسم وارد می شود و سبب می گردد تندی جسم همواره در حال افزایش باشد یعنی حرکت پیوسته تندشونده است و گزاره (الف) نادرست است. هرچه جعبه به l_0 نزدیک می شود طول طبیعی فنر به حالت طبیعی خود نزدیک شده و نیروی کشسانی فنر کاهش می یابد. از این رو بزرگی شتاب آن نیز کاهش می یابد و گزاره (ب) درست است. تا لحظه گذر از طول طبیعی حرکت پیوسته تندشونده است یعنی در لحظه گذر از طول طبیعی تندی بیشینه است و گزاره (پ) نادرست است.



۳ ۷۲۶ A

۱ نیروی وزن وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.
 $W = mg \xrightarrow{m=4\text{kg}} W = 4 \times 10 = 40\text{N}$
 ۲ نیروی کشسانی فنر وقتی که طول آن ۱ cm افزایش می‌یابد را به دست می‌آوریم.

$$F_e = kx \xrightarrow{k=20\text{N/cm} \Rightarrow 200\text{N/m}} F_e = 200 \times \frac{1}{100} = 2\text{N}$$

۳ نیروی خالص وارد بر وزنه را برابر ma قرار داده، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.
 $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow W - F_e = ma \Rightarrow 40 - 2 = 4a \Rightarrow a = 9\text{m/s}^2$

۴ شتاب در جهت نیروی برابری است و در این سؤال چون در لحظه مورد نظر $mg > F_e$ پس شتاب در جهت mg به سمت پایین است.

۲ ۷۲۷ C

در حالت اول دو نیروی وزن و کشسانی فنر بر جسم وارد می‌شود که چون جسم ساکن است این نیروها متوازن هستند.
 $W = F_e \Rightarrow W = k(\ell_1 - \ell_0)$ (I)

در حالت دوم سه نیرو بر جسم وارد می‌شوند. نیروی وزن، نیروی کشسانی فنر و نیروی شناوری توسط مایع و این نیرو نیز متوازن هستند.
 $W = F_{e_f} + F_b = k(\ell_2 - \ell_0) + F_b$ (II)

دو رابطه (I) و (II) را با هم برابر قرار می‌دهیم.
 $k(\ell_1 - \ell_0) = k(\ell_2 - \ell_0) + F_b \Rightarrow k\ell_1 = k\ell_2 + F_b \Rightarrow F_b = k(\ell_1 - \ell_2)$

با توجه به صورت مسئله، فاصله جسم تا کف ظرف از ۶ cm به ۱۰ cm افزایش یافته یعنی تغییر طول فنر $|\ell_1 - \ell_2| = 2\text{cm}$ است، بنابراین:
 $F_b = 100 \times \frac{2}{100} = 2\text{N}$

۳ ۷۲۸ A

۱ وقتی طول فنر ۴ cm است نیروی کشسانی آن صفر است بنابراین طول طبیعی فنر $\ell_0 = 4\text{cm}$ است.

۲ با توجه به نمودار با تغییر طول از ۴ cm به ۱۰ cm نیروی فنر ۱۰ N می‌شود، بنابراین:
 $F_e = kx \Rightarrow 10 = k \times \frac{6}{100} \Rightarrow k = 200\text{N/m}$

۱ ۷۲۹ A

نمودار $F-\ell$ خطی هستند، شیب این خطها با توجه به رابطه $F = k\Delta\ell = k\ell - k\ell_0$ برابر ثابت فنر است.
 $k_A > k_B > k_C$

۴ ۷۳۰ B

با توجه به شکل نسبت ثابت فنرها را به دست می‌آوریم:

$$(1) \text{ فنر } 1: F = k_1(3x) \Rightarrow k_1 = \frac{F}{3x} \quad (2) \text{ فنر } 2: 3F = k_2(4x) \Rightarrow k_2 = \frac{3F}{4x}$$

$$(3) \text{ فنر } 3: 4F = k_3(4x) \Rightarrow k_3 = \frac{F}{x}$$

بنابراین $\frac{k_2}{k_1} = \frac{x}{3} = \frac{1}{3}$ ، $\frac{k_1}{k_3} = \frac{3x}{x} = 3$ است. در سؤال گفته شده نیروی ۳۰ N طول فنر S_p را ۴ cm تغییر داده.

$$F_e = k\Delta x \Rightarrow \begin{cases} 30 = k_2 \times \frac{4}{100} \Rightarrow k_2 = 750 \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ 30 = k_1 \times \Delta x_1 \xrightarrow{k_1 = \frac{100}{9} k_2 = \frac{1000}{3} \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Delta x_1 = \frac{30}{\frac{1000}{3}} = 9\text{cm} \\ 30 = k_3 \times \Delta x_3 \xrightarrow{k_3 = \frac{100}{4} k_2 = 4500 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Delta x_3 = \frac{30}{4500} = 0.0067\text{m} = 0.67\text{cm} \end{cases}$$

۲ ۷۳۱ B

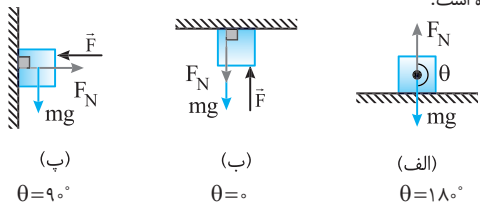
تابع نیرو برحسب طول فنر به صورت $F_e = 100x - 20$ است. وقتی فنر دارای طول طبیعی است نیروی کشسانی فنر صفر است بنابراین اگر به جای F_e صفر قرار دهیم باید به جای x ، ℓ_0 را قرار داده و طول طبیعی فنر را به دست بیاوریم.
 $0 = 100\ell_0 - 20 \Rightarrow \ell_0 = 0.2\text{m}$
 با توجه به رابطه $F = k(x - x_0)$ همان ثابت است بنابراین $k = 100\text{N/m}$ است.

۴ ۷۳۲ A

خط فکری نیرویی که یک سطح بدون اصطکاک بر جسمی که به آن تکیه داده وارد می‌کند بر سطح عمود است که به آن نیروی عمودی تکیه‌گاه (سطح) گویند. گزینه (۴) نیروهایی که دو سطح بر چوب وارد می‌کنند را درست نمایش می‌دهد.

۴ ۷۳۳ A

نیروی عمودی سطح و نیروی وزن را در هر سه شکل رسم می‌کنیم (دقت کنید که نیروی عمودی سطح همواره بر تکیه‌گاه عمود می‌باشد). بنابراین در هر سه شکل θ به درستی بیان شده است.



۲ ۷۳۴ A

نیروی عمودی سطح همواره بر دیواری که جسم بر آن تکیه دارد عمود می‌باشد. نیرویی که سطح (۱) بر گوی وارد می‌کند را رسم کرده امتداد می‌دهیم تا سطح افقی را قطع کند. در این صورت در مثلث ABC زاویه بین امتداد افق AC با امتداد نیروی F_N یعنی ضلع BC برابر 53° است.

۱ ۷۳۵ A

نیروهای وارد بر جسم در امتداد قائم عبارتند از نیروی وزن، F_p و نیروی عمودی تکیه‌گاه. هر سه نیرو را رسم می‌کنیم. نیروهای وارد بر جسم در امتداد قائم متوازن هستند بنابراین:
 $F_p + F_N = mg \Rightarrow F_N = mg - F_p$

۳ ۷۳۶ A

با توجه به نیروی F ، به جسم در راستای y علاوه بر نیروی وزن و نیروی عمودی سطح، نیرویی دیگر به سمت بالا وارد می‌شود. بنابراین:
 $F_N + F_y = mg \Rightarrow F_N + F \sin 30^\circ = 30 \Rightarrow F_N < 30\text{N}$

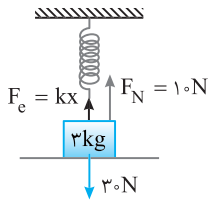
در واقع مؤلفه قائم نیروی F سبب کاهش نیروی عمودی سطح شده است.

بازی با سؤال در شکل روبه‌رو نیروی عمودی سطح چند نیوتون است؟
 (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۱۵ (۴) ۳۵

پاسخ به کمک تجزیه نیروها که در فیزیک (۱) در سال دهم خوانده‌اید مسئله را حل می‌کنیم. ابتدا تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروی F تجزیه می‌کنیم.

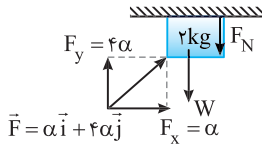
گزینه ۲ $F_{y_{\text{net}}} = 0 \Rightarrow F_N = F \sin 30^\circ + W \Rightarrow F_N = 10 \times \frac{1}{2} + 20 = 25\text{N}$

* این نوع مسائل در برنامه رسمی کتاب درسی نیست اما یادگیری این مسئله ساده برای شما که به دانشگاه می‌روید بسیار مفید است.



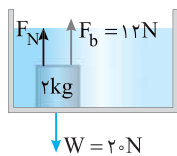
۳ اندازه تغییر طول فنر را حساب می‌کنیم.
 $F_e + F_N = mg \Rightarrow F_e = 30 - 10 = 20\text{N}$
 $\Rightarrow kx = 20\text{N} \Rightarrow 200 \times x = 20 \Rightarrow x = 0.1\text{m}$

۴ نیروی کشسانی فنر همواره به سمت طول طبیعی فنر است، از طرفی F_e رو به بالاست یعنی باید فنر کشیده شده و از حالت طبیعی طولش بیشتر شده باشد.

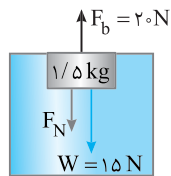


۱ نیروهای وارد بر جسم در امتداد قائم را رسم کرده و بررسی می‌کنیم.
 ۲ در امتداد افقی جسم تحت تأثیر F_x شتاب 4m/s^2 دارد بنابراین به کمک قانون دوم نیوتون می‌توان F_x را به دست آورد (سقف بدون اصطکاک است).
 $F_{\text{net}_x} = ma_x \xrightarrow{F_x = \alpha} \alpha = 2 \times 4 \Rightarrow \alpha = 8\text{N}$
 $F_y = \alpha = 4 \times 8 = 32\text{N}$

۳ مؤلفه قائم نیروی F خواهد شد:
 ۴ در امتداد قائم جسم حرکتی ندارد و نیروها در این امتداد متوازن هستند از این رو خواهیم داشت:
 $F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N + W = F_y \Rightarrow F_N + 20 = 32 \Rightarrow F_N = 12\text{N}$



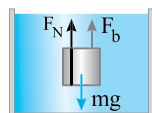
نیروهای وارد بر جسم عبارتند از:
 نیروی وزن رو به پایین، نیروی عمودی تکیه‌گاه رو به بالا، نیروی شناوری رو به بالا
 جسم ساکن است نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروی خالص را مساوی صفر قرار می‌دهیم.
 $F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_N + F_b = W \Rightarrow F_N + 12 = 20 \Rightarrow F_N = 8\text{N}$



هرگاه جسم در شماره‌ای قرار گیرد به اندازه وزن شماره‌ی جابه‌جاشده به آن نیرویی رو به بالا وارد می‌شود که به آن نیروی شناوری (F_b) می‌گویند. نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل روبه‌رو است:
 ۱ نیروی وزن جسم را حساب می‌کنیم:
 $W = mg \xrightarrow{m=1/5\text{kg}} W = 1/5 \times 10 = 15\text{N}$
 ۲ نیروی شناوری رو به بالا بر جسم وارد می‌شود. این نیرو بنا به فرض مسئله $F_b = 20\text{N}$ است. بنابراین خواهیم داشت:
 $F_N + W = F_b \Rightarrow F_N + 15 = 20 \Rightarrow F_N = 5\text{N}$
 ۳ نیرویی که دیواره به جسم وارد می‌کند $F_N = 5\text{N}$ است که برابر نیرویی است که جسم به دیواره رو به بالا وارد می‌کند.



۱۲ (۴) ۱۵ (۳) ۲۰ (۲) ۱۰ (۱)



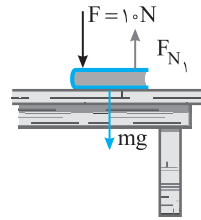
گزینه ۱

بازی با سوال - مطابق شکل جسمی به جرم ۲kg درون ظرف حاوی آب روی کفه‌ای قرار گرفته است. اگر از طرف آب به جسم نیروی شناوری ۱۰N وارد شود نیروی عمودی سطح از طرف کفه که به جسم وارد می‌شود چند نیوتون است؟

۱ نیروهای وارد بر جسم عبارت است از:
 $F_N + F_b = mg \Rightarrow F_N = 20 - 10 = 10\text{N}$

۳ ۷۳۷ A

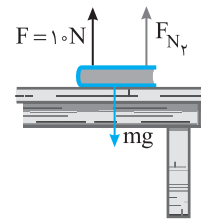
نیروی‌های وارد بر کتاب را در دو حالت رسم می‌کنیم و نیروی خالص در امتداد قائم را برابر صفر قرار می‌دهیم و نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.
 حالت اول:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F + mg = F_{N_1}$$

$$\Rightarrow F_{N_1} = 10 + 2 \times 10 \Rightarrow F_{N_1} = 30\text{N}$$

حالت دوم:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F + F_{N_2} = mg$$

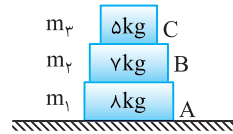
$$\Rightarrow F_{N_2} = mg - F = 20 - 10 \Rightarrow F_{N_2} = 10\text{N}$$

$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{30}{10} = 3$$

بنابراین:

۳ ۷۳۸ A

هرگاه چند جسم روی سطح افقی روی هم قرار داشته باشند، نیرویی که بین سطح مشترک هر دو جسم است هم‌اندازه مجموع نیروی وزن تمام اجسام بالای آن سطح است. نیرویی که سطح افقی تحمل می‌کند برابر وزن سه جسم است:



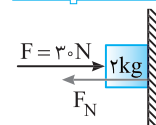
$$F_{N_A} = W_1 + W_2 + W_3$$

$$= 80 + 70 + 50 = 200\text{N}$$

نیرویی که سطح مشترک B تحمل می‌کند (نیروی عمودی سطح B) برابر مجموع وزن m_B و m_C است.
 $F_{N_B} = W_2 + W_3 = 70 + 50 = 120\text{N}$

نیرویی که سطح C تحمل می‌کند (نیروی عمودی سطح C) برابر وزن m_C است.
 $F_{N_C} = W_3 = 50\text{N}$

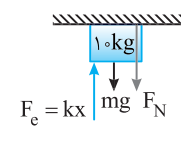
۲ ۷۳۹ A



جسم بر دیوار تکیه داده شده است پس براینده نیروها در راستای افقی صفر است و نیروهای خلاف جهت با هم برابر هستند.
 $F_N = F = 30\text{N}$

۳ ۷۴۰ A

خط فکری - باید تمام نیروهای وارد بر وزنه را رسم کنید (نیروی وزن، نیروی عمودی سقف و نیروی کشسانی فنر) نیروهای W و F_N رو به پایین است بنابراین F_e رو به بالا بوده و باید اندازه آن با مجموع نیروی W و F_N برابر باشد تا جسم ساکن بماند. بنابراین کافی است F_e را با $W + F_N$ برابر قرار داده و مسئله را حل کنید.



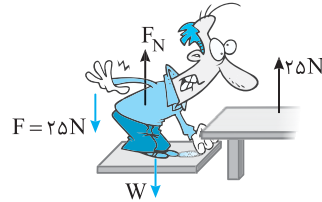
جسم در حال تعادل است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن می‌باشد:
 $mg + F_N = F_e \Rightarrow 100 + 50 = 300 \times x \Rightarrow x = \frac{1}{2}\text{m}$
 $\Rightarrow x = 50\text{cm}$

۱ ۷۴۱ B

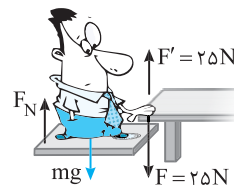
۱ نیروی وزن جسم را حساب می‌کنیم:
 $W = mg \Rightarrow W = 3 \times 10 = 30\text{N}$
 ۲ نیروی عمودی سطح رو به بالا و برابر ۱۰N است و نیروی وزن ۳۰N رو به پایین. از طرفی جسم روی سطح ساکن است بنابراین باید نیروی کشسانی فنر رو به بالا باشد.

۳ ۷۴۵ B

شخصی به میز نیروی 25 N رو به بالا وارد می‌کند و بنا به قانون سوم نیوتون میز نیز نیرویی برابر 25 N رو به پایین بر شخص وارد می‌کند. برای آنکه شخص ساکن بماند نیروسنج باید به شخص مجموع نیروی وزن شخص و نیروی 25 N را نشان دهد.

$$F_N = mg + F \Rightarrow F_N = 750 + 25 \Rightarrow F_N = 775\text{ N}$$


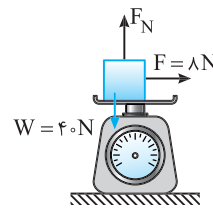
۲ ۷۴۶ B



شخص نیروی 25 N به سمت پایین به میز وارد کرده پس میز نیروی 25 N نیوتونی به سمت بالا به شخص وارد خواهد کرد و سبب می‌گردد که ترازوی فنری عدد کمتری را نشان دهد. نیروهای وارد بر شخص عبارتند از: F_N و W ، F'

بنابراین می‌توان نوشت: $mg = F' + F_N \Rightarrow 750 = 25 + F_N \Rightarrow F_N = 725\text{ N}$

۱ ۷۴۷ A

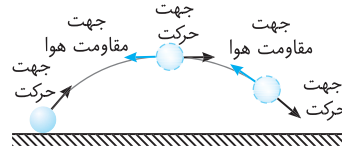


نیروها در راستای قائم متوازن است و ترازوی فنری مقدار F_N را نشان می‌دهد که برابر وزن جسم است.

$$F_N = mg \Rightarrow F_N = 40\text{ N}$$

۲ ۷۴۸ A

نکته مقاومت شاره (هوا) به تندی جسم بستگی دارد و با افزایش تندی جسم افزایش می‌یابد و با کاهش تندی، مقاومت هوا کاهش می‌یابد. با گذشت زمان تا رسیدن به نقطه اوج تندی جسم در حال کاهش و پس از اوج تندی در حال افزایش است پس اندازه مقاومت هوا نیز ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است و گزاره (الف) نادرست است. در هر لحظه مقاومت هوا خلاف جهت حرکت است و چون جهت حرکت در حال تغییر است پس جهت مقاومت هوا نیز تغییر می‌کند، بنابراین گزاره (ب) نادرست است. اندازه نیروی وزن همواره برابر mg و جهت آن همواره در امتداد قائم به سمت پایین است در نزدیکی سطح زمین مقدار آن ثابت است. پس گزاره (پ) درست است.



۴ ۷۴۹ B

چتر باز بلافاصله بعد از پرش آزاد چتر خود را باز کرده پس حرکت چتر باز ابتدا تندشونده است تا به تندی حدی برسد و سپس ادامه حرکت را با همین تندی طی می‌کند. در تندی حدی، نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا با هم برابر می‌شوند:

$$f_D = mg \xrightarrow{m=70\text{ kg}} f_D = 700\text{ N} \xrightarrow{f_D=40v} 700 = 140v \Rightarrow v = 5\text{ m/s}$$

بنابراین در این حرکت بیشینه تندی چتر باز همان 5 m/s می‌باشد و تندی نمی‌تواند از 5 m/s بیشتر شود.

یادآوری با افزایش تندی سقوط چتر باز لحظه‌ای فرا می‌رسد که نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا برابر شده و سرعت چتر باز ثابت می‌ماند که به آن تندی حدی گویند.

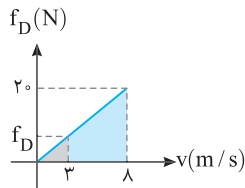
۲ ۷۵۰ B

۱ آخرین سرعتی که جسم در طول مسیر به آن رسیده 8 m/s است یعنی تندی حدی این جسم 8 m/s است و در این تندی نیروی وزن و مقاومت هوا با هم برابر است، بنابراین:

$$f = mg \Rightarrow 20 = m \times 10 \Rightarrow m = 2\text{ kg}$$

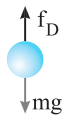
۲ برای به دست آوردن شتاب در تندی 3 m/s ابتدا نیروی مقاومت هوا را به کمک شیب نمودار در این لحظه به دست می‌آوریم.

$$\frac{20-0}{8-0} = \frac{f_D-0}{3-0} \Rightarrow f_D = 7.5\text{ N}$$



۳ به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب را در این لحظه حساب می‌کنیم.

$$f_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow 20 - 7.5 = 2a \Rightarrow a = \frac{12.5}{2} \Rightarrow a = 6.25\text{ m/s}^2$$



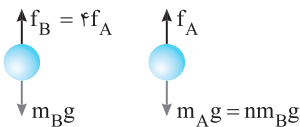
۴ ۷۵۱ B

خط فکری نیروی مقاومت هوا ثابت فرض شده، نیروی وزن هم ثابت است. بنابراین نیروی خالص وارد بر گوی A و گوی B ثابت است و نوع حرکت آن‌ها حرکت با شتاب ثابت است و می‌توان از روابط حرکت با شتاب ثابت استفاده کرد. برای هر گوی یک شکل ساده شامل نیروهای وارد بر آن را رسم کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون شتاب آن‌ها را به دست بیاوریم.

۱ دو گوی از ارتفاع یکسان ($h_A = h_B$) رها شده ($v_0 = 0$) و با تندی یکسان ($v_A = v_B$) به زمین برخورد کرده‌اند. با توجه به رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت خواهیم داشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v_A^2 = 2a_A h_A \\ v_B^2 = 2a_B h_B \end{cases} \xrightarrow{v_A=v_B, h_A=h_B} a_A = a_B$$

۲ شتاب‌ها را به کمک قانون دوم به دست آورده و با هم برابر قرار می‌دهیم:



$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow \begin{cases} m_B g - 4f_A = m_B a_B \Rightarrow a_B = g - \frac{4f_A}{m_B} \\ nm_B g - f_A = nm_B a_A \Rightarrow a_A = g - \frac{f_A}{nm_B} \end{cases}$$

$$a_B = a_A \Rightarrow g - \frac{4f_A}{m_B} = g - \frac{f_A}{nm_B} \Rightarrow n = \frac{1}{4}$$

۲ ۷۵۲ C

خط فکری طول مسیر رفت و برگشت جسم برابر است. از طرفی سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی جسم است. از این رو سطح زیر نمودار در بازه صفر تا t و تا $4s$ باید برابر باشند، S_1 و S_2 را با هم برابر قرار دهید و t را حساب کنید سپس به کمک شتاب در مسیر رفت و یا برگشت را به دست آورده تا بتوانید f_D را حساب کنید.

۳ ۷۵۶ A

خط فکری

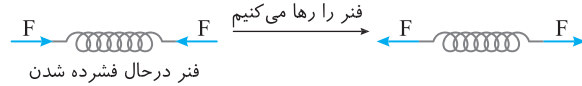
سؤال زیبایی است، اگر خاطرتان باشد یک فنر نیرویی که به اجسام دو طرف خود وارد می کند یکسان است. با رها کردن فنر نیروی وارد بر گلوله A و B یکسان بوده و این مطلب، نکته حل مسئله است.

هنگام باز شدن فنر نیرویی که فنر به دو طرف خود وارد می کند با هم برابر است، بنابراین نیروی وارد بر هر دو گوی یکسان می باشد.

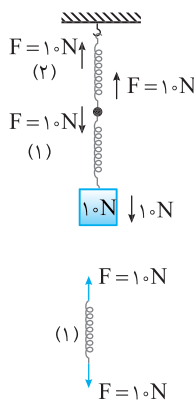
$$F = m_A a_A \Rightarrow F = \frac{2}{3} m_A a_A$$

$$F = m_B a_B \Rightarrow F = m_B a_B$$

$$\Rightarrow m_B = \frac{2}{3} m_A \approx 666g$$

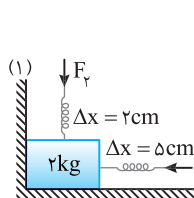


۲ ۷۵۷ A



هنگامی که نیروی کشش بدون جرم فرض شود، نیروی کشسانی در طول فنر هر دو نیروی کشش و برابر ۱۰N است، پس هر نیروی کشش ۱۰N را نشان می دهد. اما برای توضیح بیشتر به فنر (۱) نگاه کنید که ساکن است و چه نیروهایی به آن وارد می شود: نیروی ۱۰N توسط وزنه اما چرا فنر ثابت مانده است؟ قطعاً در محل اتصال دو فنر، فنر (۲) به فنر (۱) نیروی ۱۰N وارد کرده تا نیروها متوازن شده و فنر ثابت بماند یعنی فنری داریم که بر دو سرش نیروی یکسان ۱۰N وارد می شود، بنابراین کشش آن نیز ۱۰N است. همین مطلب در مورد فنر (۲)، نیز صدق می کند.

۳ ۷۵۸ B



نیروهای وارد بر جسم را کامل می کنیم.
نیروهای F_1 و F_2 از طرف فنر وارد می شود، پس:
 $F_1 = k \Delta x_1 \Rightarrow F_1 = 2 \times \frac{N}{cm} \times 2cm \Rightarrow F_1 = 4N$
 $F_2 = k \Delta x_2 \Rightarrow F_2 = 2 \times \frac{N}{cm} \times 2cm \Rightarrow F_2 = 4N$

نیروهای وارد بر جسم متوازن است، پس اندازه نیروهای در خلاف جهت باید با هم برابر باشند.
 $F_{x_{net}} = 0 \Rightarrow F_1 = F_{N1} \Rightarrow F_{N1} = 10N$

$$F_{y_{net}} = 0 \Rightarrow F_y + mg = F_{N2} \Rightarrow F_{N2} = 24N$$

نیروی خالصی که دیوارها بر جسم وارد می کنند را به کمک رابطه فیثاغورس حساب می کنیم.

$$F_{N_{net}} = \sqrt{F_{N1}^2 + F_{N2}^2} = \sqrt{10^2 + 24^2}$$

$$= 2\sqrt{5^2 + 12^2} = 2\sqrt{25 + 144} = 2\sqrt{169} = 26N$$

۱ ۷۵۹ A

در حل مسائل دینامیک گام اول رسم تمام نیروهای وارد بر جسم است تا بتوانیم به راحتی مسئله را حل کنیم. نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم.

جسم ساکن است بنابراین نیروهای وارد بر جسم متوازن بوده از این رو در امتداد افقی و قائم می توان نوشت:

$$F_{x_{net}} = 0 \Rightarrow F_1 = F_{N1} \Rightarrow F_{N1} = 10N$$

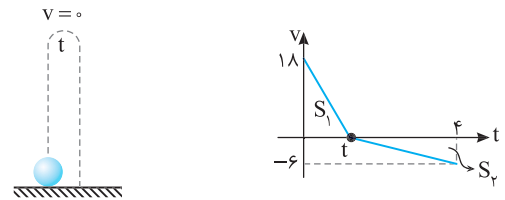
$$F_{y_{net}} = 0 \Rightarrow F_{N2} + mg = F_y \Rightarrow F_{N2} + 10 = 20$$

$$\Rightarrow F_{N2} = 10N$$

نسبت نیروهای دو دیواره وارد بر جسم خواهد شد:
 $\frac{F_{N2}}{F_{N1}} = \frac{10}{10} = 1$

اندازه جابه جایی متحرک در مسیر رفت و برگشت با هم برابر است و می دانیم جابه جایی برابر است با مساحت زیر نمودار $v-t$ بنابراین:

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{18 \times t}{2} = \frac{6(f-t)}{2} \Rightarrow 3t = f - t \Rightarrow 4t = f \Rightarrow t = 1s$$



شیب خط در نمودار $v-t$ برابر شتاب است. شتاب در مسیر رفت خواهد شد:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-18}{1} = -18 \frac{m}{s^2}$$

نیروهای وارد بر جسم در مسیر رفت را در یک شکل ساده نمایش داده و به کمک قانون دوم f_D را حساب می کنیم.

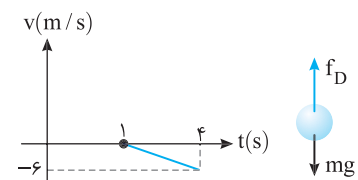
$$F_{net} = ma \Rightarrow -mg - f_D = m(-18) \Rightarrow -2 - f_D = -36 \Rightarrow f_D = 1/6N$$

البته می توان در مسیر برگشت نیز f_D را با توجه به معادلات مسیر برگشت به دست آورد:

$$a = -\frac{6}{3} = -2m/s^2$$

$$-mg + f_D = ma$$

$$\Rightarrow -2 + f_D = -2 \Rightarrow f_D = 0$$



۴ ۷۵۳ C

خط فکری

وقتی چتر باز، چتر خود را باز می کند، تندی اش $40m/s$ است و قرار است با باز کردن چتر تندی آن به $5m/s$ برسد. با توجه به فرض مسئله مقدار متوسط نیروی مقاومت هوا $1000N$ است بنابراین شما می توانید شتاب کند شدن حرکت را بیابید سپس به کمک رابطه مستقل از زمان حداقل ارتفاعی که باید چتر باز شود را حساب کنید.

ابتدا شتاب حرکت چتر باز پس از باز شدن چتر را به دست می آوریم. دقت کنید که مقدار متوسط نیروی مقاومت هوا در بازه تغییر سرعت $1000N$ فرض شده است.

$$mg - f_D = ma \Rightarrow 800 - 1000 = 80a \Rightarrow a = -\frac{200}{80} = -2.5m/s^2$$

اکنون جابه جایی برای رسیدن سرعت از $40m/s$ تا $5m/s$ را به دست می آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 25 - 1600 = 2(-2.5)h \Rightarrow h = \frac{1575}{5} = 315m$$

۳ ۷۵۴ B

نکته

هرگاه یک طناب دارای جرم از سقف آویزان کنیم، هر نقطه از طناب باید وزن قسمت زیرین خود را تحمل کند و در نقطه آویز کشش بیشترین و در انتهای طناب کشش صفر است.

با فاصله گرفتن از انتهای آزاد، هر نقطه از طناب باید وزن بیشتری را تحمل کند. به طور مثال در نقاط A و B کشش طناب برابر است با:

$$T_B = \frac{mg}{4}, T_A = \frac{3mg}{4}$$

یعنی کشش طناب با فاصله از انتهای آزاد رابطه مستقیم و خطی دارد و نمودار آن خط راست مایل با شیب ثابت است و گزینه (۳) درست است.

۱ ۷۵۵ A

نکته

در یک طناب سبک (با جرم ناچیز) کشش در تمام نقاط یکسان است. در این مسئله طناب سبک بوده بنابراین T ثابت است و گزینه (۱) نمودار درست است.

نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow |F_{\text{net}}| = |150 \times (-5)| \Rightarrow F_{\text{net}} = 750 \text{ N}$$

نمای ۱

۱ ۷۶۰ B

بنا به قانون سوم نیوتون:

نیروی که شخص A بر شخص B وارد می‌کند، هم اندازه و در خلاف جهت نیرویی است که شخص B بر شخص A وارد می‌کند. بنابراین:

$$F_A = -F_B \Rightarrow m_A a_A = -m_B a_B \xrightarrow{m_A=50 \text{ kg}, m_B=80 \text{ kg}} \xrightarrow{a_A=2 \text{ m/s}^2}$$

$$50 \times 2 = -80 \times a_B \Rightarrow a_B = -1/25 \text{ m/s}^2$$

۲ سرعت A و سرعت B را بعد از Δt به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \begin{cases} \text{A: } v_A = 2 \times 5 / 5 = 1 \text{ m/s} \\ \text{B: } v_B = -1/25 \times 5 / 5 = -0/625 \text{ m/s} \end{cases}$$

۳ اختلاف بزرگی سرعت‌ها برابر است با:

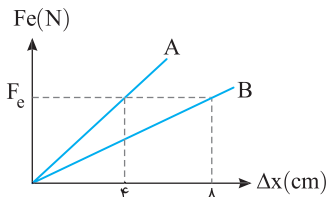
$$|v_A| - |v_B| = |1 - 0/625| = 0/375 \text{ m/s}$$

نمای ۲

۲ ۷۶۰ B

شیب نمودار اندازه نیروی کشسانی بر حسب تغییر طول فنر برابر ثابت فنر است. با توجه به نمودارها می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{eA} = k_A \Delta x_A = 4 k_A \\ F_{eB} = k_B \Delta x_B = 8 k_B \end{cases} \xrightarrow{F_{eA} = F_{eB}} 4 k_A = 8 k_B \Rightarrow k_A = 2 k_B \quad (I)$$



وقتی وزنه را به فنر آویزان می‌کنیم، نیروی وزن و نیروی کشسانی فنر متوازن شده و وزنه ساکن می‌ماند.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow$$

$$F_e = W \begin{cases} \text{A: } k_A \Delta x_A = 40 \\ \text{B: } k_B \Delta x_B = 40 \end{cases} \Rightarrow k_A \Delta x_A = k_B \Delta x_B$$

با توجه به رابطه (I) خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{k_A = 2k_B} 2k_B \Delta x_A = k_B \Delta x_B \Rightarrow \Delta x_B = 2 \Delta x_A$$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\Delta x_B - \Delta x_A = 4 \Rightarrow 2 \Delta x_A - \Delta x_A = 4 \text{ cm} \Rightarrow \Delta x_A = 4 \text{ cm}$$

ثابت فنر A خواهد شد:

$$F_{eA} = k_A \Delta x_A \Rightarrow 40 = k_A \times \frac{4}{100} \Rightarrow k_A = 1000 \text{ N/m}$$

میانبر \leftarrow البته از همان ابتدا با توجه به نمودار مشخص است که برای یک نیروی ثابت تغییر طول فنر A نصف تغییر طول فنر B است.

از طرفی بنا به فرض مسئله:

$$\Delta x_B - \Delta x_A = 4 \Rightarrow 2 \Delta x_A - \Delta x_A = 4 \Rightarrow \Delta x_A = 4 \text{ cm}$$

به فنر A وزنه 4 kg آویزان کرده‌ایم، بنابراین:

$$F_{eA} = k_A \Delta x_A \xrightarrow{F_{eA} = W} k_A \Delta x_A = 40 \Rightarrow k_A = \frac{40}{0/04} \Rightarrow k_A = 1000 \text{ N/m}$$

نمای ۱۱

۱ ۷۶۰ A

اگر شما روی یک نیروسنج بایستید، نیروسنج وزن شما را نشان می‌دهد حال اگر یک قطعه سنگ را در دست بگیرید و روی نیروسنج بایستید، نیروسنج مجموع وزن شما و قطعه سنگ را نشان می‌دهد. به طور کلی یک نیروسنج، همواره مجموع وزن اجسام ساکن که روی نیروسنج قرار دارند را نشان می‌دهد و به نحوه قرار گرفتن آن‌ها بستگی ندارد. بنابراین هر دو ترازوی فنری یک عدد را نشان خواهند داد و اختلاف عددهای نشان داده شده صفر است.

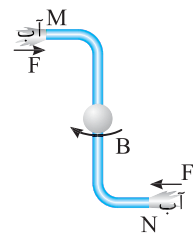
پنجره ۱ روبه‌روی ۲

۲ ۷۶۰ A

وقتی مقوا را به آرامی می‌کشیم، نیروی اصطکاک بین سکه و مقوا باعث حرکت سکه به همراه مقوا می‌شود. اما اگر مقوا را خیلی سریع بکشیم به دلیل لختی سکه، سکه جا مانده و در لیوان می‌افتد.

نمای ۲

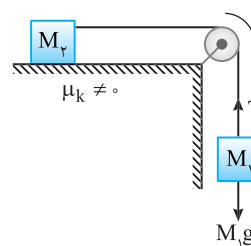
۴ ۷۶۰ A



فواره به آب رو به خارج نیرو وارد می‌کند و بنا به قانون سوم نیوتون واکنش نیروی وارد بر آب به فواره وارد می‌شود یعنی در دهانه M مطابق شکل به آب نیرو به جهت چپ برای خروج آب وارد می‌شود پس آب نیز نیرویی به سمت راست به فواره وارد می‌کند. هم‌چنین در دهانه N به آب به سمت راست نیرو وارد می‌شود پس آب نیز به سمت چپ به فواره نیرو وارد می‌کند. مطابق شکل جهت نیروهای وارد به فواره و جهت چرخش آن نشان داده شده است.

نمای ۳

۱ ۷۶۰ B



دستگاه در حال حرکت است و وزنه M_1 رو به پایین حرکت می‌کند. بر وزنه M_1 نیروی وزن $M_1 g$ و نیروی کشش T وارد می‌شود و بر ایند نیروهای وارد بر M_1 رو به پایین است یعنی نیروی کشش وارد بر M_1 از نیروی وزن آن کمتر است.

نیروی کشش نخ (T) توسط نخ بر وزنه M_1 وارد می‌شود بنا بر قانون سوم نیوتون M_1 نیز نیرویی هم‌اندازه T بر نخ رو به پایین وارد می‌کند. نیروی کشش T از وزن $M_1 g$ کمتر است بنابراین واکنش آن که توسط M_1 بر نخ وارد می‌شود از $M_1 g$ کوچک‌تر است و گزینه (۱) درست است.

گزینه‌های (۲) و (۳) نیز با استدلال بالا نادرست هستند.

دقت کنید وزنه M_1 بر وزنه M_2 نیرو وارد نمی‌کند و گزینه (۴) نادرست است.

نمای ۳

۲ ۷۶۰ B

در Δt اول که راننده هنوز ترمز نگرفته است، تقریباً سرعت خودرو ثابت بوده و نیروی خالص وارد بر خودرو صفر است.

۲ برای به‌دست آوردن نیروی خالص وارد بر خودرو که در تمام مدت توقف بر جسم وارد می‌شود باید شتاب حرکت در این قسمت را حساب کنیم. ابتدا پیشروی خودرو در مدت زمان واکنش را به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x_1 = vt \Rightarrow \Delta x_1 = 20 \times 0/5 = 10 \text{ m}$$

جابه‌جایی خودرو در بازه ترمز گرفتن $50 - 10 = 40 \text{ m}$ است. به کمک معادله مستقل از زمان شتاب را حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_1^2 = 2a \Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2a(40) \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

پنجره ۳

۴ ۷۶۱ A

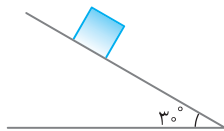
هنگامی که ما راه می‌رویم، عامل حرکت رو به جلوی ما، اصطکاک بین کف کفش ما و سطح زمین است یعنی ما زمین را رو به عقب هل می‌دهیم و زمین همان نیرو را رو به جلو به ما وارد می‌کند. همچنین هنگام به راه افتادن و حرکت اتومبیل، اصطکاک بین لاستیک و جاده سبب حرکت اتومبیل می‌شود. هنگامی که بین لاستیک و جاده اصطکاک وجود نداشته باشد، اتومبیل تغییر مکان نمی‌دهد. به‌طور مثال روی یخ، چرخ خودرو بکس باد می‌کند (یعنی درجا می‌چرخد) و خودرو جلو نمی‌رود.

۱ ۷۶۲ A

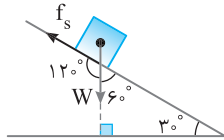
نیروهای وارد بر جسم به ترتیب: (۱) نیروی وزن در امتداد قائم رو به پایین، (۲) نیروی عمودی سطح در امتداد عمود بر سطح، (۳) نیروی اصطکاک که با حرکت جسم رو به پایین مخالف است.

باز با سوال در شکل روبه‌رو جسم در حال سکون است. زاویه‌ای که

نیروی اصطکاک با نیروی وزن می‌سازد چند درجه است؟



- ۳۰ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۱۲۰ (۳)
- ۱۵۰ (۴)



پاسخ نیروی اصطکاک همواره مماس بر مسیر حرکت بوده و در خلاف جهت لغزش است، هم‌چنین نیروی وزن نیز همواره در امتداد قائم به سمت پایین است. از این‌رو مطابق شکل زاویه بین نیروی اصطکاک ایستایی و نیروی وزن 120° می‌شود.

گزینه ۳

۴ ۷۶۳ A

تمام داده‌های مسئله بیهوده است. چرا؟ چون جسم ساکن است و در راستای افقی به آن نیرویی وارد نمی‌شود، پس نیروی اصطکاک بین جسم و سطح ایجاد نمی‌شود و اصطکاک صفر است.

۳ ۷۶۴ B

خط فکری در حل مسائل اصطکاک، که در آن جسم ساکنی تحت تأثیر نیرویی قرار می‌گیرد، در گام اول باید با به‌دست آوردن نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت ($f_{s,max}$) مشخص کنید که جسم شروع به حرکت می‌کند یا نه؟ اگر $F < f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و اصطکاک بین جسم و سطح اصطکاک ایستایی است که همواره با نیرویی که می‌خواهد جسم را در امتداد اصطکاک حرکت دهد برابر است.

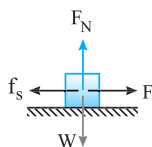
۱ ابتدا اصطکاک ایستایی جسم در آستانه حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s,max} = 0.4 \times 5 \times 10 = 20 \text{ N}$$

۲ چون نیروی افقی $F = 15 \text{ N}$ از اصطکاک ایستایی بیشینه، کمتر است، جسم روی سطح افقی ساکن می‌ماند.

۳ برآیند نیروهای وارد بر جسم در این حالت صفر است و نیروی اصطکاک ایستایی با نیروی F برابر است.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow f_s = F = 15 \text{ N}$$



۱ ۷۶۰ B

۱ هنگام سقوط در شرایط خلأ تنها نیروی وارد بر جسم، نیروی وزن است و شتاب حرکت جسم در این مدت برابر شتاب گرانش است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow W = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

۲ ارتفاع h خواهد شد:

$$h = \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{t=2s} h = \frac{1}{2} \times 10 \times (2)^2 \Rightarrow h = 20 \text{ m}$$

۳ گلوله در هوا از ارتفاع $h' = h - 5 = 15 \text{ m}$ رها شده است. شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم.

$$h' = \frac{1}{2} a' t'^2 \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} a' (2)^2 \Rightarrow a' = 7.5 \text{ m/s}^2$$

۴ بنا به قانون دوم نیوتون نیروی مقاومت هوا خواهد شد:

$$F_{net} = ma' \Rightarrow w - f_D = ma' \xrightarrow{m=0.3 \text{ kg}}$$

$$0.3 \times 10 - f_D = 0.3 \times 7.5 \Rightarrow$$

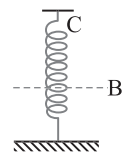
$$f_D = 0.3 \times 2.5 \Rightarrow f_D = 0.75 \text{ N}$$

نمای ۹



۲ ۷۶۰ B

۱ از A تا C جسم تحت تأثیر نیروی وزن دارای حرکت تندشونده است. در لحظه برخورد به C، شتاب حرکت کم می‌شود زیرا بر



جسم نیروی کشسانی فنر وارد می‌شود اما تا لحظه‌ای که نیروی کشسانی از نیروی وزن کمتر است، حرکت همچنان تندشونده است. بعد از آن که F_c بزرگ‌تر از W می‌شود، حرکت کندشونده شده تا لحظه‌ای که در B متوقف می‌شود، بنابراین در مسیر C تا B نوع حرکت از تندشونده به کندشونده تغییر می‌کند.

نمای ۱۱

۲ ۷۶۰ B

۱ در لحظه باز شدن چتر نیروی مقاومت هوا f_D بنا به رابطه مسئله خواهد شد:

$$f_D = 4v^2 \Rightarrow f_D = 4 \times 15^2 \Rightarrow f_D = 4 \times 225 \Rightarrow f_D = 900 \text{ N}$$

۲ شتاب در لحظه باز شدن چتر را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow W - f_D = ma \xrightarrow{m=50 \text{ kg}}$$

$$500 - 900 = 50a \Rightarrow -400 = 50a$$

$$\Rightarrow a = -8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 8 \text{ m/s}^2$$

۳ تندی حدی وقتی اتفاق می‌افتد که نیروی مقاومت هوا برابر نیروی وزن می‌شود.

$$f_D = W \Rightarrow 4v^2 = mg \Rightarrow 4v^2 = 500 \Rightarrow v^2 = \frac{500}{4} \Rightarrow v = 5\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

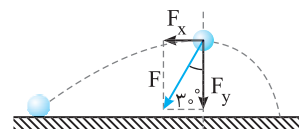
نمای ۹

۱ ۷۶۰ B

۱۰ نیروی خالص وارد بر جسم از دو مؤلفه F_x و F_y تشکیل شده که به جسم دو شتاب

یکی در راستای قائم (a_y) و دیگری در راستای افقی (a_x) می‌دهد. با توجه به شکل خواهیم داشت:

$$\cot 30^\circ = \frac{F_y}{F_x} \xrightarrow{F=ma} \cot 30^\circ = \frac{ma_y}{ma_x} \Rightarrow \frac{a_y}{a_x} = \sqrt{3}$$



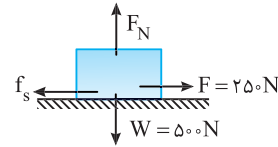
نمای ۸

A ۱ ۷۶۵

خط فکری

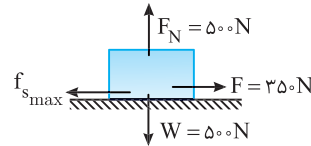
هر گاه در صورت مسئله با اعمال نیرو، جسم همچنان ساکن باشد شما باید بالای کلمه ساکن بنویسید ($F_{net} = 0$). از طرفی در آستانه حرکت همچنان نیروی خالص وارد بر جسم صفر است ($F_{net} = 0$) شما باید نیروهای وارد بر جسم را در هر دو حالت رسم کنید و برابری نیروها را مساوی صفر قرار دهید.

در حالت اول، جسم ساکن است بنابراین اصطکاک ایستایی جسم با نیروی افقی وارد بر آن برابر می‌شود. $F_{net} = 0 \Rightarrow F - f_s = 0 \Rightarrow F = f_s \Rightarrow f_s = 250 \text{ N}$



حالت دوم در آستانه حرکت نیروی اصطکاک وارد بر جسم بیشینه است اما چون جسم همچنان ساکن است خواهیم داشت: $f_{s \max} = 350 \text{ N}$ $F_{net} = 0 \Rightarrow F - f_{s \max} = 0 \Rightarrow f_{s \max} = 350 \text{ N}$ اکنون ضریب اصطکاک ایستایی را حساب می‌کنیم:

$$f_{s \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = W = 500 \text{ N}} 350 = \mu_s \times 500 \Rightarrow \mu_s = 0.7$$

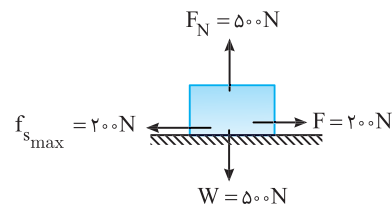


بازری با سوال جسمی به جرم 50 kg روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $\mu_k = 0.2$ و $\mu_s = 0.4$ یکبار با نیروی افقی $F = 200 \text{ N}$ و بار دیگر با نیروی افقی $F = 400 \text{ N}$ جسم را هل می‌دهیم، شتاب حرکت جسم در هر حالت به ترتیب از راست به چپ چند m/s^2 است؟

۱) ۰.۲، ۲) صفر، ۳) صفر، ۴) ۰.۲، ۴

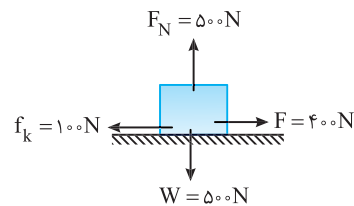
پاسخ ابتدا باید نیروی اصطکاک در آستانه حرکت را به دست بیاورید.

$$f_{s \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = W = 500 \text{ N}} f_{s \max} = 0.4 \times 500 = 200 \text{ N}$$



ابتدا نیروی افقی $F = 200 \text{ N}$ بر جسم وارد شده است که این نیرو با اصطکاک آستانه حرکت برابر است بنابراین جسم ساکن می‌ماند و شتاب آن صفر است.

در حالت دوم بر جسم نیروی افقی $F = 400 \text{ N}$ وارد شده است و جسم شروع به حرکت می‌کند. در این حالت نیروی اصطکاک بین جسم و سطح، اصطکاک جنبشی است از این رو می‌توان نوشت: $f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.2 \times 500 \Rightarrow f_k = 100 \text{ N}$



به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 400 - 100 = 50 \cdot a \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

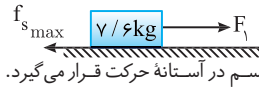
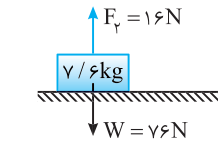
گزینه ۲

B ۴ ۷۶۶

با توجه به نیروی F_p ، نیروی عمودی سطح را به دست می‌آوریم.

$$mg - F_p = F_N \Rightarrow 76 - 16 = F_N \Rightarrow F_N = 60 \text{ N}$$

وقتی نیروی F_1 برابر 12 N شده است با ضربه کوچکی جسم به حرکت درآمده است یعنی در حالتی که $F_1 = 12 \text{ N}$ می‌شود جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. بنابراین:



$$F_1 = f_{s \max} = \mu_s F_N \Rightarrow 12 = \mu_s \times 60 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{5}$$

A ۳ ۷۶۷

نکته

اصطکاک بین دو جسم، به چگونگی سطوح تماس و نیروی عمودی بستگی دارد و به ابعاد ظاهری سطح تماس دو جسم بستگی ندارد.

در دو حالت، جسم به حرکت درآمده است و اصطکاک بین جسم و سطح $f_k = \mu_k mg$ است، بنابراین اصطکاک در دو حالت یکسان بوده و گزینه (۳) درست است.

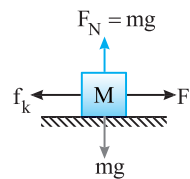
B ۳ ۷۶۸

نکته

ضریب اصطکاک بین دو سطح به چگونگی و ویژگی‌های دو سطح بستگی دارد و اگر سطحها تغییر نکنند ضریب اصطکاک ثابت می‌ماند.

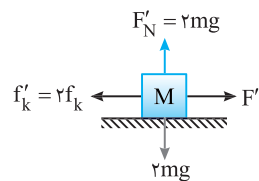
۴ جنس قطعه چوب و سطح تغییر نکرده

بنابراین ضریب اصطکاک تغییر نمی‌کند ($\mu'_k = \mu_k$) جسم M با سرعت ثابت در حرکت و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند بنابراین نیروی F با نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح برابر است. ($F = f_k$)



۵ وقتی جرم قطعه چوب دو برابر می‌شود، ($M' = 2M$) نیروی عمودی

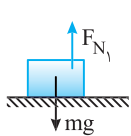
تکیه‌گاه $F'_N = 2mg$ می‌شود بنابراین نیروی اصطکاک $f'_k = \mu_k F'_N$ نیز دو برابر می‌شود و اگر بخواهیم جسم با سرعت ثابت حرکت کند باید $F' = 2F$ شود.



B ۲ ۷۶۹

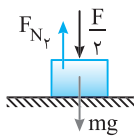
خط فکری

جسمها در حال حرکت هستند، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر آنها برابر $f_k = \mu_k N$ می‌باشد و با توجه به صورت مسأله μ_k در تمام سطوح مقایسه یکسان است پس نیروی اصطکاک جسمی بیشتر است که نیروی عمودی سطح بیشتری بر آن وارد شود. بنابراین نیروی عمودی هر سطح را حساب می‌کنیم و با هم مقایسه می‌کنیم، نیروی عمودی سطحها خواهد شد:



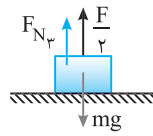
$$F_{N_1} = mg$$

گزینه (۱)



$$F_{N_2} = mg + \frac{F}{2}$$

گزینه (۲)



$$F_{N_3} = mg - \frac{F}{2}$$

گزینه (۳)

بنابراین F_{N_2} از همه بیشتر بوده و نیروی اصطکاک جنبشی در گزینه (۲) از سایر گزینهها بیشتر می‌باشد.

۱. جسم در امتداد قائم حرکتی ندارد، بنابراین نیروهای F_N و W متوازن هستند.

$$F_N = W \xrightarrow{W=mg} F_N = 160 \times 10 \Rightarrow F_N = 1600 \text{ N}$$

۲. اندازه نیروی اصطکاک جنبشی را در این حالت به دست می آوریم:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.2 \times 1600 \Rightarrow f_k = 320 \text{ N}$$

۳. به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی F را حساب می کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{a=0.25 \text{ m/s}^2}$$

$$F - 320 = 160 \times 0.25 \Rightarrow F - 320 = 40 \Rightarrow F = 360 \text{ N}$$

۴. قرار است که با برداشتن مقداری از محتویات صندوق شتاب حرکت دو برابر یعنی 0.5 m/s^2 شود. البته باید دقت کنید که با کاهش محتویات صندوق،

نیروی اصطکاک نیز تغییر می کند، بنابراین خواهیم داشت:

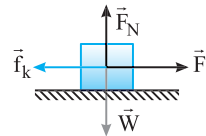
$$F'_{\text{net}} = m'a' \Rightarrow F - f'_k = m'a' \xrightarrow{f'_k = \mu_k m'g}$$

$$360 - 0.2m' \times 10 = m' \times 0.5 \Rightarrow 360 = 0.2m' + 0.5m' \Rightarrow m' = 128 \text{ kg}$$

۵. جرم محتویات خارج شده از صندوق برابر است با:

$$\Delta m = 160 - 128 = 32 \text{ kg}$$

۳ ۷۷۴ B



۱. به کمک قانون دوم نیوتون در هر حالت

شکل ساده‌ای از مسئله رسم می کنیم و نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نمایش می دهیم.

۲. به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت

جعبه را در دو حالت به دست می آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \begin{cases} F - f_k = ma \Rightarrow a = \frac{F - f_k}{m} \\ 2F - f_k = ma' \Rightarrow a' = \frac{2F - f_k}{m} \end{cases}$$

۳. برای مقایسه a و a' به صورت کسر a' مقدار f_k را اضافه و کم می کنیم.

$$a' = \frac{2F - f_k - f_k + f_k}{m} = \frac{2F - 2f_k}{m} + \frac{f_k}{m} \Rightarrow a' = 2\left(\frac{F - f_k}{m}\right) + \frac{f_k}{m}$$

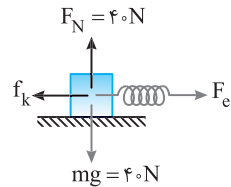
$$\Rightarrow a' = 2a + \frac{f_k}{m} \Rightarrow a' > 2a$$

برای سادگی یک مثال عددی می زنیم. فرض کنید $F = 5 \text{ N}$ ، $f_k = 2 \text{ N}$ و جرم m

برابر 1 kg است. در این صورت:

$$a = \frac{5 - 2}{1} = 3 \text{ m/s}^2, \quad a' = \frac{2 \times 5 - 2}{1} = 8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow 8 > 2 \times 3$$

۲ ۷۷۵ A



۱. شکل مسئله را با رسم نیروهای وارد بر

جسم کامل می کنیم.

۲. نیروی عمودی تکیه گاه برابر نیروی وزن

جسم است.

$$F_N = W \Rightarrow F_N = 40 \text{ N}$$

۳. اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح خواهد شد:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.25} f_k = 0.25 \times 40 = 10 \text{ N}$$

۴. قانون دوم را می نویسیم و نیروی کشسانی فنر را به دست می آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - f_k = ma \xrightarrow{a = 1/5 \text{ m/s}^2} F_e - 10 = 4 \times 1/5 \Rightarrow F_e = 16 \text{ N}$$

۵. افزایش طول فنر را حساب می کنیم:

$$F_e = kx \xrightarrow{k = 80 \text{ N/m}} 16 = 80 \times x \Rightarrow x = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

۳ ۷۷۰ A

خط فکری

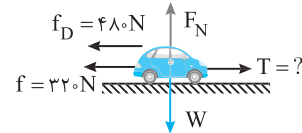
در حل مسائل دینامیک، باید نیروهای وارد بر جسمی که در مسئله از

آن سؤال شده را رسم کرده سپس به سراغ قانون دوم نیوتون برویم.

به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی کشش طناب را به دست می آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - (f_D + f) = ma \xrightarrow{m = 50 \text{ kg}, a = 2 \text{ m/s}^2}$$

$$T - (480 + 320) = 1500 \times 2 \Rightarrow T - 800 = 3000 \Rightarrow T = 3800 \text{ N}$$



۳ ۷۷۱ B

خط فکری

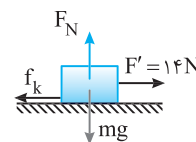
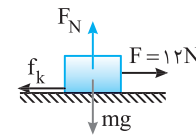
ابتدا برای هر حالتی نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم سپس برای هر

حالت قانون دوم نیوتون را می نویسیم تا یک دستگاه دو معادله با دو مجهول f_k و m به دست

بیاوریم. با حل این دستگاه و یافتن نیروی اصطکاک، ضریب اصطکاک قابل محاسبه است.

در هر دو حالت با توجه به قانون دوم نیوتون

می توان نوشت:



$$\begin{cases} F - f_k = ma_1 \Rightarrow 12 - f_k = 0.4m \\ F' - f_k = ma_2 \Rightarrow 14 - f_k = 0.8m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (12 - f_k = 0.4m) \times 2 \\ 14 - f_k = 0.8m \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_k = 10 \text{ N}, \quad m = 5 \text{ kg}$$

نیروی اصطکاک $f_k = \mu_k F_N$ می باشد:

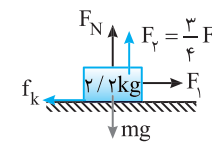
$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 10 \Rightarrow \mu_k (50) = 10 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

۳ ۷۷۲ B

۱. نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم.

۲. نیروی عمودی تکیه گاه وارد بر جسم

خواهد شد:



$$F_N + F_y = W \Rightarrow F_N = mg - F_y$$

$$\Rightarrow F_N = 22 - F_y$$

۳. نیروی اصطکاک بین جسم و سطح را حساب می کنیم.

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k (22 - F_y) \quad (I)$$

۴. جسم دارای تندی ثابت است و نیروهای وارد بر آن متوازن است از این رو باید

نیروی F_1 و f_k هم اندازه باشند بنابراین:

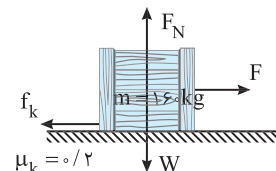
$$F_1 = f_k \xrightarrow{(I)} F_1 = \mu_k (22 - F_y) \xrightarrow{\mu_k = 0.5} F_1 = 0.5(22 - \frac{3}{4}F_1) \Rightarrow F_1 = 11 - \frac{3}{8}F_1 \Rightarrow \frac{11}{8}F_1 = 11 \Rightarrow F_1 = 8 \text{ N}$$

۵. با توجه به $F_y = \frac{3}{4}F_1$ اندازه F_y برابر $\frac{3}{4} \times 8 = 6 \text{ N}$ است.

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_y^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ N}$$

۲ ۷۷۳ A

شکل مسئله را مدل سازی می کنیم و نیروهای وارد بر صندوق را رسم می کنیم.



A ۷۷۶ ۲

در حالت اول جسم ساکن است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند از این رو:
در حالت اول خواهیم داشت:

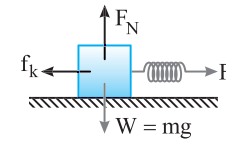
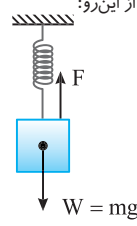
$$F = W \Rightarrow k\Delta l = mg \Rightarrow k\left(\frac{F}{100}\right) = mg \quad (1)$$

در حالت دوم جسم با سرعت ثابت در حرکت بوده و مجدداً نیروهای وارد بر آن متوازن بوده و خواهیم داشت:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow k\Delta x = \mu_k W$$

$$\Rightarrow k\left(\frac{F}{100}\right) = 0.2Mg \quad (2)$$

از تقسیم رابطه (۱) بر رابطه (۲) نسبت جرم‌ها را حساب می‌کنیم:

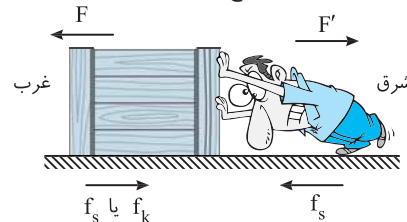
$$2 = \frac{m}{0.2M} \Rightarrow \frac{M}{m} = 2/5$$


B ۷۷۷ ۱

یادآوری هر گاه دو جسم که باهم در تماس هستند بخواهند نسبت به هم حرکت کنند بین آن‌ها یک نیروی تماسی به وجود می‌آید که می‌خواهد مانع لغزش این دو جسم نسبت به هم شود که به آن نیروی اصطکاک گویند بنابراین نیروی اصطکاک در خلاف جهت لغزش جسم است.



به شکل زیر به دقت نگاه کنید. شخصی جعبه را با نیروی F به سمت غرب هل می‌دهد و جعبه روی سطح افقی به سمت غرب می‌خواهد بلغزد بنابراین نیروی اصطکاک که زمین به جعبه وارد می‌کند به سمت شرق بوده تا مانع لغزش شود. اما بنا به قانون سوم نیوتون وقتی که شخص بر جعبه نیروی F را وارد می‌کند جعبه نیز نیروی F' هم اندازه F را بر شخص به سوی شرق وارد می‌کند که این نیرو می‌خواهد شخص را به سوی شرق براند. بنابراین اصطکاک ایستایی که سطح زمین بر پای شخص وارد می‌کند، به سمت غرب است تا مانع لغزش پا به سمت شرق شود.



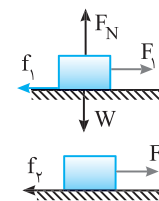
B ۷۷۸ ۲

خط فکری ابتدا نیروی اصطکاک در آستانه حرکت ($f_{s,max}$) را به دست می‌آوریم. اگر نیروی F از این اصطکاک کمتر باشد جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر نیروی F است و اگر نیروی F از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت بیشتر باشد نیروی اصطکاک برابر نیروی اصطکاک جنبشی ($f_k = \mu_k F_N$) می‌شود. اصطکاک آستانه حرکت برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s,max} = \mu_s mg \xrightarrow{\mu_s = 0.25, m = 4kg} f_{s,max} = 0.25 \times 40 = 10N$$

۲) اکنون نیروهای F_1 و F_2 با $f_{s,max}$ جسم ساکن می‌ماند

مقایسه می‌کنیم.



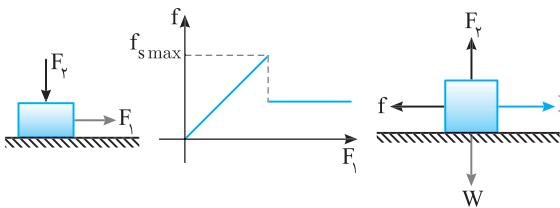
جسم ساکن می‌ماند

$$F_1, F_2 < f_{s,max} \begin{cases} F_1 = 4N \rightarrow f_1 = F_1 = 4N \\ F_2 = 8N \rightarrow f_2 = F_2 = 8N \end{cases}$$

۳) نیروی $F_3 = 12N$ از $f_{s,max} = 10$ بزرگ‌تر است بنابراین اصطکاک بین جسم و سطح، اصطکاک جنبشی است. $f_3 = f_k = F_N \mu_k = mg \mu_k = 40 \times 0.2 = 8N$
در نتیجه: $f_1 < f_2 = f_3$

A ۷۷۹ ۴

جسم ساکن است، نیروی F_1 بر جسم وارد می‌شود و تا لحظه‌ای که جسم ساکن است نیروها متوازن هستند و نیروی اصطکاک ایستایی با نیروی F_1 برابر است ($F_1 = f_s$) با افزایش F_1 ، نیروی اصطکاک F_s افزایش می‌یابد تا به مقدار پیشینه آستانه حرکت $f_{s,max}$ برسد. از لحظه‌ای که نیروی F_1 از نیروی اصطکاک $f_{s,max}$ بیشتر شده، جسم به حرکت درمی‌آید اصطکاک ناگهان کاهش می‌یابد و برابر اصطکاک جنبشی $f_k = \mu_k F_N$ می‌شود. (معمولاً اصطکاک جنبشی از اصطکاک آستانه حرکت کم‌تر است.) بنابراین ابتدا اصطکاک افزایش و سپس کاهش می‌یابد.



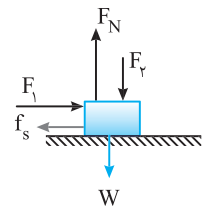
B ۷۸۰ ۲

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. دقت کنید که جسم ساکن است. با افزایش F_2 نیروی عمودی سطح افزایش می‌یابد

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow \uparrow F_N = F_2 \uparrow + W$$

و (الف) درست است.

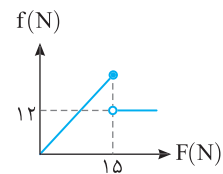
جسم ساکن است و با افزایش نیروی F_2 تغییری در نیروی جلوبر F_1 ایجاد نمی‌شود و جسم هم‌چنان ساکن می‌ماند و نیروی خالص وارد بر جسم صفر



می‌ماند و گزاره (ت) نادرست است. نیروهای وارد بر جسم ساکن متوازن هستند و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح با نیروی F_1 برابر است. $f_s = F_1 = 10N$ و هرچه F_2 را افزایش دهیم f_s همچنان $10N$ باقی می‌ماند و عبارت (ب) نادرست است. با افزایش نیروی عمودی سطح، نیروی اصطکاک آستانه حرکت یعنی نیروی اصطکاک ایستایی پیشینه $f_{s,max} = \mu_s F_N \uparrow$ افزایش می‌یابد. بنابراین، گزاره (پ) درست است.

B ۷۸۱ ۱

خط فکری به شکل با دقت نگاه کنید، نیروی اصطکاک جنبشی مقدار ثابت $f_k = 12N$ است. وقتی نیروی افقی $F = 15N$ است، اصطکاک پیشینه مقدار را دارد یعنی جسم در این لحظه در آستانه حرکت بوده و اصطکاک آستانه حرکت $f_{s,max} = 15N$ است. اکنون می‌توانید مسئله را حل کنید.



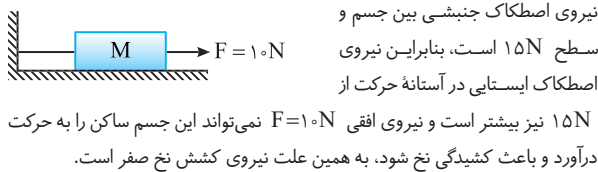
۱) ضریب اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم. $f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{12}{F_N}$

۲) ضریب اصطکاک ایستایی خواهد شد: $f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow \mu_s = \frac{15}{F_N}$

۳) نسبت ضریب اصطکاک‌ها خواهد شد: $\frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{F_N}{15} = \frac{4}{5}$

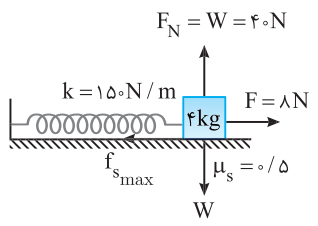
۱ ۷۸۵ B

خط فکری دقت کنید که در ابتدا نخ کشیدگی ندارد و نیروی کشش نخ صفر است و اگر نیروی F نتواند سبب حرکت جسم شود، نیروی کشش نخ همچنان صفر است.



۲ ۷۸۶ B

۱ نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به دست می‌آوریم.
 $f_{s\max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg = 40\text{ N}} f_{s\max} = 0.5 \times 40 \Rightarrow f_{s\max} = 20\text{ N}$



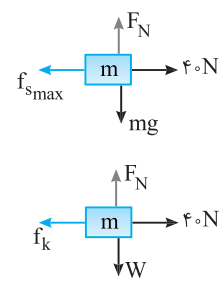
۲ جسم در آستانه حرکت به سمت راست است یعنی نیروی اصطکاک $f_{s\max} = 20\text{ N}$ به سمت چپ است.

۳ جسم ساکن است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند و برای آن که جسم در آستانه حرکت به سمت راست باشد باید نیروی کشسانی فنر برابر $F_e = 20 - 8 = 12\text{ N}$ به سوی راست باشد، بنابراین باید فنر فشرده شده باشد تا نیروی کشسانی آن رو به راست باشد.

۴ اندازه تغییر طول فنر برابر است با:
 $F_e = kx \Rightarrow 12 = 150 \cdot x \Rightarrow x = \frac{12}{150} = \frac{4}{50} = 0.08 \Rightarrow x = 8\text{ cm}$

۳ ۷۸۷ C

۱ جسم در آستانه حرکت است بنابراین نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند و می‌توان از این مطلب استفاده کرد و جرم جسم را به دست آورد.



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow 40 - f_{s\max} = 0$$

$$\Rightarrow f_{s\max} = 40 \Rightarrow \mu_s mg = 40$$

$$\Rightarrow 0.4 \times m \times 10 = 40 \Rightarrow m = 10\text{ kg}$$

۲ جسم در حال حرکت است و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح نیروی اصطکاک جنبشی $(f_k = \mu_k F_N)$ است. قانون دوم نیوتون را نوشته شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 40 - f_k = 10 \cdot a \Rightarrow 40 - \mu_k mg = 10 \cdot a$$

$$\Rightarrow 40 - (0.2 \times 10 \times 10) = 10 \cdot a \Rightarrow a = 2\text{ m/s}^2$$

۱ ۷۸۸ B

خط فکری با یک مسئله زیبا مربوط به قانون دوم و قانون سوم سروکار دارید. نیرویی که شخص را به جلو می‌راند نیروی اصطکاک ایستایی بین پای شخص و سطح پیست است، در واقع شخص سطح را به عقب می‌راند و بنا به قانون سوم نیوتون، واکنش آن نیرو توسط سطح به شخص وارد می‌شود و شخص را به جلو می‌راند. بیشینه شتاب وقتی است که نیروی اصطکاک بیشینه $(f_{s\max})$ باشد.

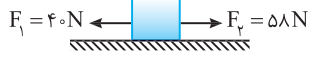
برای یافتن شتاب حرکت کافی است از قانون دوم نیوتون استفاده کنیم و به جای نیروی خالص وارد بر شخص نیروی $f_{s\max}$ را قرار دهیم.
 $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a = \mu_s g = 0.95 \times 10 = 9.5\text{ m/s}^2$

۳ ۷۸۲ B

خط فکری گام اول، یافتن اصطکاک آستانه حرکت جسم $f_{s\max}$ است. گام بعدی، یافتن برآیند دو نیروی F_1 و F_2 و مقایسه آن با $f_{s\max}$ است تا بتوانیم تشخیص بدهیم که جسم ساکن می‌ماند یا به حرکت درمی‌آید. آنگاه اصطکاک قابل محاسبه می‌شود.
۱ نیروی اصطکاک آستانه حرکت را حساب می‌کنیم.

$$f_{s\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow f_{s\max} = 0.4 \times 50 \times 10 = 200\text{ N}$$

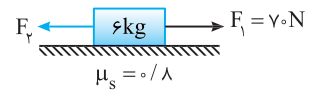
۲ برآیند دو نیروی $F_1 = 40\text{ N}$ و $F_2 = 58\text{ N}$ برابر $58 - 40 = 18\text{ N}$ است.



۳ برآیند F_1 و F_2 از $f_{s\max}$ کمتر است بنابراین جسم ساکن می‌ماند.
۴ وقتی جسم ساکن می‌ماند نیروی اصطکاک ایستایی با نیرویی که می‌خواهد جسم را به حرکت درآورد برابر است:
 $f_s = 18\text{ N}$

۴ ۷۸۳ B

خط فکری می‌خواهیم جسم در آستانه حرکت قرار گیرد. بنابراین دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد. اگر $F_1 > F_2$ باشد و برآیند آن‌ها برابر $f_{s\max}$ شود جسم در آستانه حرکت به سمت راست قرار می‌گیرد و اگر $F_1 < F_2$ و برآیند آن‌ها $(F_2 - F_1 = f_{s\max})$ باشد، جسم در آستانه حرکت به سمت چپ قرار می‌گیرد بنابراین باید دو حالت را بررسی کنیم.
 اگر $F_1 > F_2$ باشد جسم در آستانه حرکت به سمت راست قرار خواهد داشت:



نیروی اصطکاک آستانه حرکت خواهد شد:
 $f_{s\max} = \mu_s N = 0.8 \times 60 = 48\text{ N}$

بنابراین:

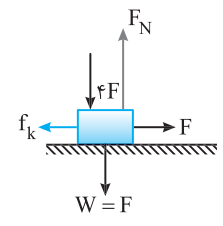
$$F_1 - F_2 - f_{s\max} = 0 \Rightarrow 70 - F_2 - 48 = 0 \Rightarrow F_2 = 22\text{ N}$$

اگر $F_1 < F_2$ باشد جسم در آستانه حرکت به سمت چپ قرار خواهد داشت بنابراین:

$$F_2 - F_1 - f_{s\max} = 0 \Rightarrow F_2 - 70 - 48 = 0 \Rightarrow F_2 = 118\text{ N}$$

۴ ۷۸۴ B

۱ نیروهای وارد بر جسم را کامل رسم می‌کنیم.



۲ نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.
 $F_N = 4F + W \xrightarrow{W=F} F_N = 5F$
۳ نیروی اصطکاک بیشینه $(f_{s\max})$ را به دست می‌آوریم.

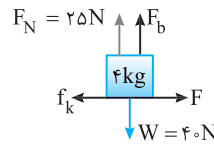
$$f_{s\max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.18} f_{s\max} = 0.18 \times 5F \Rightarrow f_{s\max} = 0.9F$$

۴ نیروی افقی جلوبر F و اصطکاک آستانه حرکت $f_{s\max} = 0.9F$ بوده یعنی $F > f_{s\max}$ است و جسم شروع به حرکت می‌کند. در این حالت جسم دارای اصطکاک جنبشی است که معمولاً از اصطکاک آستانه حرکت $f_{s\max} = 0.9F$ کوچکتر است و تنها گزینه‌ای که چنین است گزینه (۴) درست است.

A ۲ ۷۸۹

۱ شکل ساده‌ای از نیروهای وارد بر جسم

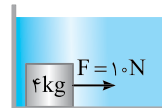
را رسم می‌کنیم.



۲ جسم با سرعت ثابت در حال حرکت

است بنابراین:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow 10 = \mu_k F_N \Rightarrow 10 = 0.4 F_N \Rightarrow F_N = 25 N$$

۳ جسم در امتداد قائم حرکتی ندارد و نیروهای رو به بالا با نیروهای رو به پایین برابر هستند. بر جسم نیروی F_N و نیروی شناوری F_b رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین وارد می‌شود بنابراین خواهیم داشت: $F_N + F_b = W \Rightarrow F_b = 40 - 25 \Rightarrow F_b = 15 N$ 

پایز یا سوال مطابق شکل جسمی به جرم

۴ kg در کف ظرف حاوی مایعی با نیروی $F = 10 N$

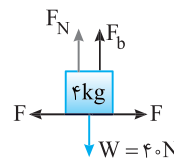
شروع به حرکت می‌کند، نیروی شناوری وارد بر

جسم چند نیوتون می‌تواند باشد؟ ($\mu_k = 0.2, \mu_s = 0.4, g = 10 N/kg$)

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

پایس برای آنکه جسم شروع به حرکت کند، $F > f_{s,max}$ باشد.

$$F > f_{s,max} \Rightarrow 10 > \mu_s F_N \Rightarrow 10 > 0.4 F_N \Rightarrow F_N < 25 N$$



نیروهای در راستای قائم جسم را می‌نویسیم:

$$F_N + F_b = W \Rightarrow F_N = W - F_b$$

$$F_N < 25 \Rightarrow W - F_b < 25$$

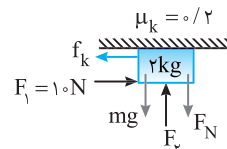
$$\Rightarrow 40 - F_b < 25 \Rightarrow F_b > 15 N$$

گزینه ۴

B ۳ ۷۹۰

۱ تمام نیروهای وارد بر جسم را رسم

می‌کنیم:



۲ جسم با سرعت ثابت در حال حرکت

است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن

می‌باشند و می‌توانیم بنویسیم: $F_1 = f_k \Rightarrow F_1 = \mu_k F_N$ (۱) در راستای افقی

$$\text{در راستای قائم: } F_N + mg = F_p \Rightarrow F_N = F_p - mg \quad (2)$$

۳ اکنون رابطه (۲) را در رابطه (۱) جایگزین می‌کنیم:

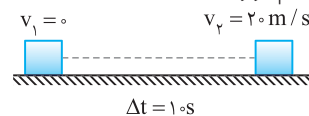
$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow F_1 = \mu_k (F_p - mg) \Rightarrow 10 = 0.2 (F_p - 20) \Rightarrow F_p = 70 N$$

نمونه واقعی این حرکت کشیدن ماله توسط گچ کار روی سقف است.

B ۴ ۷۹۱

خط فکری

حضور زمان در مسئله یعنی رفتن به سراغ روابط حرکت‌شناسی، ابتدا به کمک معادله سرعت - زمان، شتاب را بیابید، سپس نیروهای وارد بر جسم را رسم

کنید و به کمک قانون دوم نیوتون F را به دست بیاورید.۱ در مدت ۱ s سرعت اتومبیل از صفر به $\frac{72}{3.6} = 20 m/s$ رسیده است، بنابراین

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow 20 = 1 \cdot a \Rightarrow a = 20 m/s^2$$

شتاب حرکت خواهد شد:

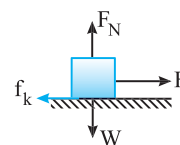
۲ حال با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$f_k = \mu_k mg \Rightarrow F - \mu_k mg = ma$$

$$m = 1500 kg, \mu_k = 0.2$$

$$F - 0.2 \times 15000 = 1500 \times 2 \Rightarrow F = 33000 N$$



A ۱ ۷۹۲

۱ سرعت خودرو را بر حسب m/s به دست می‌آوریم:

$$v = 54 km/h = 54 \times \frac{1000 m}{3600 s} = 15 m/s$$

۲ نیرویی که باعث توقف جسم می‌شود نیروی اصطکاک است و مقدار آن را حساب

$$f_k = \mu_k mg = 0.2 \times m \times 10 = 2m \quad \text{می‌کنیم.}$$

۳ شتاب حرکت جسم را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow -2m = ma \Rightarrow a = -2m/s^2$$

۴ اکنون به کمک معادله مستقل از زمان جابه‌جایی تا لحظه توقف را حساب

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 15^2 = 2 \times (-2) \Delta x \Rightarrow \Delta x \approx 56 m \quad \text{می‌کنیم:}$$

میانبر اندازه شتاب توقف جسم روی سطح افقی در اثر نیروی اصطکاک برابر

$$a = \mu_k g \quad \text{است با:}$$

A ۳ ۷۹۳

یادآوری در مدت زمان تأخیر واکنش راننده یعنی در بازه زمانی دیدن مانع و ترمز

گرفتن، اتومبیل دارای سرعت ثابت است.

$$1 \quad \text{سرعت اتومبیل را بر حسب } m/s \text{ به دست می‌آوریم. } 72 \frac{km}{h} = \frac{72}{3.6} = 20 m/s$$

۲ جابه‌جایی اتومبیل در $0.5 s$ زمان واکنش را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x_1 = 20 \times 0.5 = 10 m$$

در این $10 m$ نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.۳ اتومبیل مماس بر مانع متوقف شده یعنی فاصله $20 m$ اتومبیل تا مانع کاملاً طیشده است. البته $10 m$ اول آن در زمان واکنش و $10 m$ باقی‌مانده با حرکت کندشونده

انجام شده. به کمک رابطه مستقل از زمان شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 400 = 2 \times a \times (10) \Rightarrow a = -20 m/s^2$$

۴ اندازه نیروی خالص وارد بر اتومبیل خواهد شد:

$$|F_{net}| = |m|a \quad m = 1500 kg \Rightarrow F_{net} = 1500 \times 20 \Rightarrow F_{net} = 30000 N$$

B ۲ ۷۹۴

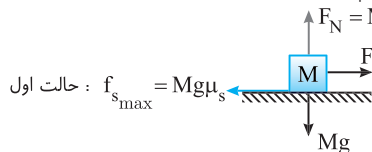
خط فکری

اول باید بدانیم منظور از حداقل نیروی لازم برای به حرکت درآوردن

جسم چیست؟ منظور این است که جسم با نیروی F در آستانه حرکت قرار گیرد و با

یک ضربه کوچک به راه بیافتد. بنابراین اصطکاک آستانه حرکت را در دو حالت به دست

بیاورید و برهم تقسیم کنید.



$$\text{حالت اول: } f_{s,max} = Mg\mu_s$$

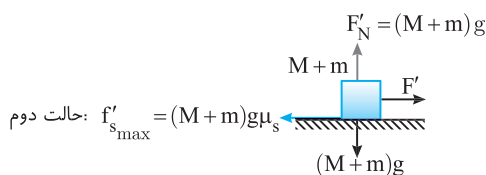
نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه برابر $f_{s,max} = \mu_s N$ می‌باشد و دقت کنید که μ_s

به جرم جسم بستگی ندارد.

$$F = f_{s,max} \Rightarrow F = \mu_s Mg, \quad F' = f'_{s,max} \Rightarrow F' = \mu_s (M+m)g$$

بنابراین:

$$\frac{F'}{F} = \frac{\mu_s (M+m)g}{\mu_s Mg} = \frac{M+m}{M}$$



$$\text{حالت دوم: } f'_{s,max} = (M+m)g\mu_s$$

بدون حل نیز مشخص است که وقتی جرم از M به $M+m$ افزایش یابد F' به همان

نسبت باید زیاد شود.

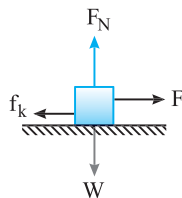
۲ در معادله $F(t) = t^2 + t - 4 = \lambda N$ می‌توان به جای F قرار داد.

$$F(t) = \lambda \Rightarrow t^2 + t - 4 = \lambda \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0$$

$\Rightarrow t = 3, t = -4$ غ ق

با مقایسه معادله سرعت زمان داده شده در مسئله با معادله سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت را مشخص می‌کنیم.

$$v = \lambda t + 3, v = at + v_0 \Rightarrow a = \lambda \text{ m/s}^2$$



نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده، به کمک قانون دوم نیوتون اصطکاک را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 18 - f_k = 4 \times 4$$

$$\Rightarrow f_k = 2 \text{ N}$$

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. نیروی اصطکاک خواهد شد:

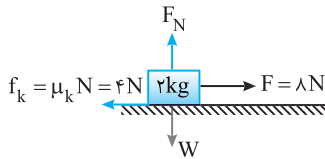
$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow f_k = 0.2 \times 2 \times 10 \Rightarrow f_k = 4 \text{ N}$$

شتاب حرکت جسم را با توجه به نیروهای وارد بر جسم به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow 8 - 4 = 2a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

شتاب حرکت ثابت و برابر 2 m/s^2 است. معادله حرکت مسئله $(x = bt^2 + ct)$ را با

معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت مقایسه می‌کنیم: $b = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \times 2 = 1$



۱ در پرتاب جسم روی سطح افقی، نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک است. بنابراین شتاب حرکت خواهد شد:

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

۲ حال با توجه به ثابت بودن شتاب از رابطه مستقل از شتاب $\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t$

سرعت اولیه را به دست می‌آوریم دقت کنید که در لحظه $t = 2 \text{ s}$ در مکان $x = 4 \text{ m}$

$$4 = \frac{0+v}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 4 \text{ m/s}$$

سرعت صفر است.

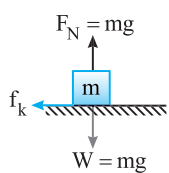
$$a = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0-4}{2} = -2 \text{ m/s}^2$$

۳ شتاب حرکت خواهد شد:

۴ ضرب اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$a = -\mu_k g \Rightarrow -2 = -\mu_k (10) \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

هرگاه جسمی را روی سطحی با سرعت اولیه پرتاب کنیم (شرهیم) نیروی جلوبر آن



صفر بوده و روی سطح افقی نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی است. بنابراین شتاب حرکت خواهد شد:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma$$

$$\xrightarrow{f_k = \mu_k mg} -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

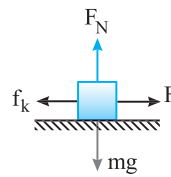
این شتاب به جرم جسم و تندی اولیه جسم بستگی ندارد. بنابراین شتاب حرکت دو جسم یکی است.

$$a_A = a_B$$

۴ ۷۹۵ A

خط فکری

با دیدن گزینه‌ها نگران نشوید کافی است شکل مسئله را رسم کنید نیروهای وارد بر جسم را روی آن نمایش دهید. به کمک قانون دوم نیوتون شتاب را پارامتری به دست بیاورید و با روابط حرکت‌شناسی سرعت جسم را بعد از طی مسافت d حساب کنید و تمام.



۱ ابتدا شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = \frac{F - \mu_k mg}{m}$$

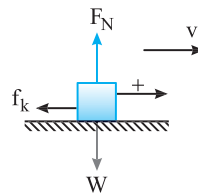
۲ اکنون به کمک رابطه مستقل از زمان، v را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \frac{F - \mu_k mg}{m} d \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(F - \mu_k mg)d}{m}}$$

۱ ۷۹۶ B

نکته

هرگاه در مسئله بیان شود که جسم را با سرعت اولیه پرتاب کرده (یا به حرکت درآورده‌ایم) یعنی نیروی جلوبر صفر است و جسم چون دارای سرعت اولیه است بنا به قانون اول نیوتون به حرکت خود ادامه می‌دهد تا در اثر اصطکاک بایستد.



شکل مسئله را رسم می‌کنیم. تمام نیروهای وارد بر جسم را روی جسم نمایش می‌دهیم. نیرویی که مانع حرکت جسم می‌شود اصطکاک است. شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

بنابراین شتاب حرکت به جرم جسم بستگی ندارد. از طرفی:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g$$

با توجه به رابطه مستقل از زمان، جابه‌جایی تا توقف خواهد شد:

$$v^2 - v_0^2 = 2(-a)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_0^2}{2a}$$

بنابراین مسافت طی شده در دو حالت یکی است و جرم در آن بی‌تأثیر است.

میانبر هر گاه تنها نیروی وارد بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی باشد، شتاب حرکت جسم برابر $a = \mu_k g$ خواهد بود.

بازی با سؤال جسمی به جرم 5 kg با سرعت اولیه v_0 روی سطح افقی

پرتاب می‌شود و پس از طی مسافت 20 m می‌ایستد. اگر جسمی به جرم 15 kg را با همان سرعت اولیه روی همان سطح با همان μ_k پرتاب کنیم، پس از طی چند متر می‌ایستد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- ۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵

۱ پاسخ شتاب حرکت در دو حالت برابر $a = -\mu_k g$ است و بنا به رابطه

مستقل از زمان جابه‌جایی در دو حالت یکسان و برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(-\mu_k g)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

۱ گزینه

یعنی جابه‌جایی همان 20 m خواهد بود.

۲ ۷۹۷ B

خط فکری

تا زمانی که نیروی F بزرگ‌تر یا مساوی اصطکاک آستانه حرکت نشود جسم شروع به حرکت نمی‌کند. البته اگر $F = f_{smax}$ باشد با یک ضربه کوچک جسم به راه می‌افتد. بنابراین لحظه شروع حرکت یعنی شما باید نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به دست آورده و آن را به جای F قرار داده لحظه حرکت را حساب کنید.

۱ جسم هنگامی شروع به حرکت می‌کند که حداقل مقدار F برابر نیروی اصطکاک در آستانه حرکت (f_{smax}) باشد:

$$F = f_{smax} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.4 \times 20 = 8 \text{ N}$$

B ۴ ۸۰۲

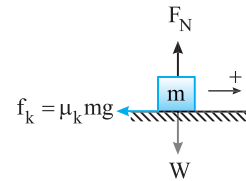
دو جسم روی سطح افقی مماس بر سطح پرتاب شده‌اند، بنابراین نیروی جلوبر صفر است و نیروی خالص وارد بر دو وزنه، نیروی اصطکاک بین وزنه و سطح افقی است. به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت وزنه‌ها در اثر اصطکاک را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow f_k = ma \Rightarrow \begin{cases} -\mu_{kA} m_A g = m_A a_A \Rightarrow a_A = -\mu_{kA} g \\ -\mu_{kB} m_B g = m_B a_B \Rightarrow a_B = -\mu_{kB} g \end{cases}$$

$$\frac{\mu_{kA} = 2\mu_{kB}}{a_B} \rightarrow \frac{a_A}{a_B} = 2$$

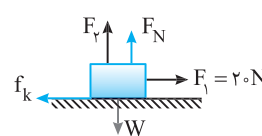
سرعت اولیه هر دو یکسان است. به کمک معادله مستقل از زمان مسأله را حل می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0} \Delta x = \frac{v_0^2}{-2a} \Rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{a_B}{a_A} = \frac{1}{2}$$



B ۲ ۸۰۳

نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نمایش می‌دهیم.



نیروی عمودی سطح در حالت اول برابر است با:

$$F_N + F_v = W \Rightarrow F_N = W - F_v$$

$$\xrightarrow{W=40\text{N}} F_N = 40 - F_v$$

نیروی اصطکاک در حالت اول را به دست می‌آوریم.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k=0.2} f_k = 0.2(40 - F_v)$$

نیروی عمودی سطح در حالت دوم برابر است با:

$$F'_N + 2F_v = W \Rightarrow F'_N = W - 2F_v \Rightarrow F'_N = 40 - 2F_v$$

نیروی اصطکاک در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$f'_k = \mu_k (40 - 2F_v) \Rightarrow f'_k = 0.2(40 - 2F_v)$$

در دو حالت طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_1 - f_k = ma \Rightarrow 20 - \mu_k(40 - F_v) = ma \Rightarrow 20 - 0.2(40 - F_v) = ma \quad (1)$$

$$F_1 - f'_k = ma' \Rightarrow 20 - \mu_k(40 - 2F_v) = m\left(\frac{a}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 20 - 0.2(40 - 2F_v) = m\left(\frac{a}{2}\right) \quad (2)$$

دو رابطه بالا را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{20 - 8 + 0.2F_v}{20 - 8 + 0.4F_v} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{12 + 0.2F_v}{12 + 0.4F_v} = \frac{4}{5} \Rightarrow 60 + F_v = 48 + 0.8F_v$$

$$\Rightarrow 12 = 0.8F_v \Rightarrow F_v = 20\text{N}$$

B ۲ ۸۰۴

در حالت اول سرعت ثابت است و

نیروهای وارد بر جسم متوازن است بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_1 = f_k \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} \Rightarrow 0.8F = \mu_k F_N \quad (I)$$

نیروی عمودی سطح در حالت اول را حساب می‌کنیم:

$$F_N + F_v = W \Rightarrow F_N = W - F_v \Rightarrow F_N = 55 - 0.6F$$

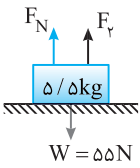
۳ در رابطه (I)، F_N را قرار می‌دهیم و F را به دست

می‌آوریم.

$$0.8F = \mu_k F_N = 0.6 \times (55 - 0.6F) = 27/5 - 0.36F$$

$$\Rightarrow 1.16F = 27/5 \Rightarrow F = 25\text{N}$$

۴ نیروی F_1 و F_2 برابر است با:



$$F_v = 0.6F = 15\text{N} \quad \text{و} \quad F_1 = 0.8F = 20\text{N}$$

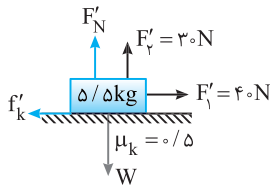
۵ نیروی اصطکاک در حالت اول خواهد شد:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.6(55 - 15) \Rightarrow f_k = 20\text{N}$$

۶ نیروهای F_1 و F_2 دو برابر

شده‌اند یعنی $F_1 = 2F_2 = 40$ و

$F'_2 = 2F_2 = 30\text{N}$ است.



۷ نیروی عمودی سطح در حالت

دوم خواهد شد:

$$F'_N = W - F'_2 \Rightarrow F'_N = 55 - 30 = 25\text{N}$$

۸ نیروی اصطکاک در حالت دوم را حساب می‌کنیم.

$$f'_k = \mu_k F'_N = 0.6 \times 25 = 12/5\text{N}$$

۹ نسبت نیروی اصطکاک در دو حالت برابر است با:

$$\frac{f'_k}{f_k} = \frac{12/5}{20} = \frac{125}{200} \Rightarrow \frac{f'_k}{f_k} = \frac{5}{8}$$

B ۴ ۸۰۵

ابتدا نیروی اصطکاک بیشینه ($f_{s\text{max}}$) را حساب می‌کنیم. اگر نیروی افقی وارد بر جسم ($F = 40\text{N}$) بزرگ‌تر از $f_{s\text{max}}$ باشد جسم به حرکت درمی‌آید:

$$f_{s\text{max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s\text{max}} = 0.6 \times 20 = 12\text{N} < F$$

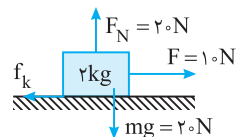
بنابراین جسم به حرکت درمی‌آید و پس از

۵s سرعتش به v می‌رسد. حال 30N از F

کم شده و مقدار آن به 10N می‌رسد. جسم

درحال حرکت بوده پس همچنان به جسم

نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود.



$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.5 \times 20 = 10\text{N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 10 = 2 \times a \Rightarrow a = 0$$

بنابراین جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

C ۴ ۸۰۶

فکر کنید \leftarrow نا لحظه‌ای که نیروی $F \geq f_k$ است بر سرعت جسم افزوده می‌شود.

بنابراین باید نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنید. اگر نیروی $F = 40\text{N}$ را کاهش

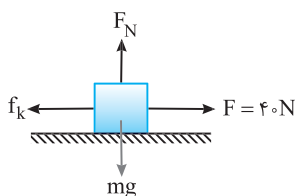
دهیم نا لحظه‌ای که با نیروی اصطکاک برابر شود از تندی جسم کاسته نخواهد شد.

نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k mg \xrightarrow{m=4\text{kg}} f_k = \frac{1}{4} \times 40 = 10\text{N}$$

اگر نیروی F را از 40N تا 10N یعنی $40 - 10 = 30\text{N}$ کاهش دهیم، تندی

جسم کاهش نمی‌یابد.



سرعت v را به کمک رابطه مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v^2 = 2\left(-\frac{9}{4}\right)(9) \Rightarrow v^2 = 81 \Rightarrow v = 9 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 9 = \frac{-9}{4}t + 9 \Rightarrow t = \frac{4}{9} \text{ s}$$

گزینه **ع**

B ۸۰۹ ۴

روش اول:

خط فکری

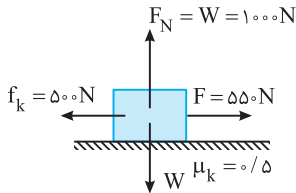
در حل مسائل دینامیک اولین گام رسم نیروهای وارد بر جسم روی شکل است و سپس به کار بردن قانون دوم نیوتون $F_{\text{net}} = ma$.

مطابق شکل نیروهای وارد بر جسم شامل نیروی افقی $F = 550 \text{ N}$ ، نیروی وزن، نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است، اندازه نیروی عمودی سطح برابر است با:

$$F_N = W = mg \Rightarrow F_N = 1000 \text{ N}$$

نیروی اصطکاک جنبشی خواهد شد: $f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.5 \times 1000 = 500 \text{ N}$
اکنون به سراغ حساب کردن شتاب می‌رویم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 550 - 500 = 1000a \Rightarrow a = 0.05 \text{ m/s}^2$$



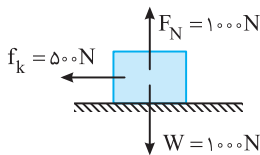
جابه‌جایی و سرعت را تا لحظه پاره شدن طناب حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{t=fs} \Delta x = \frac{1}{2} \times 0.05 \times 16 \Rightarrow \Delta x = 0.4 \text{ m}$$

$$v_1 = at + v_0 \Rightarrow v_1 = 0.05 \times 4 = 0.2 \text{ m/s}$$

اشتباه نکنید پس از پاره شدن طناب جعبه نمی‌ایستد بلکه به دلیل آنکه سرعتش 0.2 m/s است بنا به قانون اول نیوتون به حرکت خود ادامه می‌دهد اما تحت تأثیر نیروی اصطکاک متوقف می‌شود. بنابراین باید شتاب توقف در اثر اصطکاک را حساب کنیم.

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{f_{\text{net}}=f_k} -500 = 1000a \Rightarrow a = -0.5 \text{ m/s}^2$$



اکنون جابه‌جایی از لحظه پاره شدن طناب تا توقف جعبه خواهد شد:

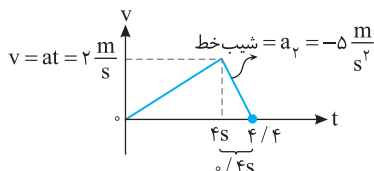
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 0.4^2 = 2(-0.5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 0.16 \text{ m}$$

بنابراین کل جابه‌جایی برابر است با: $0.4 + 0.16 = 0.56 \text{ m}$
روش دوم: ابتدا با توجه به دینامیک، شتاب حالت اول و حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \begin{cases} \text{(۱)} \rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 550 - (1000)(0.5) = 1000a \\ \Rightarrow a_1 = 0.05 \text{ m/s}^2 \\ \text{(۲)} \rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -500 = 1000a_2 \Rightarrow a_2 = -0.5 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

حال نمودار $v-t$ را کشیده و سطح زیر نمودار را که برابر مسافت است، به دست

$$S = \frac{4/4 \times 2}{2} = 1 \text{ m}$$



A ۸۰۷ ۳

۱ در حالت اول نیروهای F و f_k در امتداد افقی بر جسم وارد می‌شوند و بنا به قانون دوم خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \quad (۱)$$

۲ بنا به فرض مسئله پس از حذف F شتاب ۵۰٪ کاهش یافته است.

$$a' = a - \frac{50}{100}a = \frac{a}{2}$$

۳ پس از حذف نیروی F ، تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی اصطکاک است. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$|f_k| = \frac{m|a|}{2} \quad (۲)$$

۴ با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت: $F - \frac{m|a|}{2} = ma \Rightarrow F = \frac{3}{2}ma$

$$\frac{f_k}{F} = \frac{\frac{m|a|}{2}}{\frac{3}{2}ma} = \frac{1}{3} \Rightarrow f_k = \frac{F}{3}$$

بنابراین: **۵**

C ۸۰۸ ۱

خط فکری

ابتدا چون جسم در اثر

اعمال نیروی F در راستای افقی با سرعت ثابت حرکت می‌کند، طبق قانون دوم نیوتون برآیند نیروها در راستای افقی صفر است. بنابراین نیروی F برابر نیروی اصطکاک (f_k) است. بعد از حذف نیروی F تنها

نیروی وارد شده به جسم نیروی اصطکاک

(f_k) است و جسم در اثر این نیرو حرکت کندشونده‌ای را انجام می‌دهد.

قبل از حذف F :

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow f_k = F = 10 \text{ N}$$

بعد از حذف F تنها نیروی مؤثر اصطکاک است. از این رو خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -10 = 5a \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

به کمک رابطه مستقل از زمان سرعت در لحظه حذف F را حساب می‌کنیم.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\Delta x=9\text{m}} 0 - v^2 = 2(-2)(9) \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

لحظه‌ای که سرعت 5 m/s است را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 5 = -2t + 6 \Rightarrow t = 0.5 \text{ s}$$

بازی با سوال در شکل روبه‌رو، جسم

در اثر اعمال نیروی افقی $F = 9 \text{ N}$ با سرعت ثابت v حرکت می‌کند. اگر در یک لحظه نیروی F حذف شود، بعد از آن جسم پس از طی مسافت 9 m متوقف می‌شود. v چند متر بر ثانیه است و در کدام لحظه بر حسب ثانیه پس از قطع F سرعت آن به 5 m/s می‌رسد؟

$$(۱) ۰.۵ \quad (۲) ۳.۱۰ \quad (۳) ۱.۰۴ \quad (۴) ۰.۹ \frac{1}{9}$$

پاسخ سرعت جسم ثابت است بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر

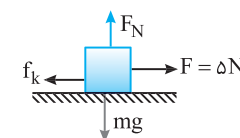
$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow f_k = 9 \text{ N}$$

است.

شتاب توقف را به دست می‌آوریم، نیروی

مؤثر اصطکاک جنبشی است.

$$-f_k = ma \Rightarrow -9 = 2a \Rightarrow a = -\frac{9}{2} \text{ m/s}^2$$



۴ سرعت جسم پس از ۱۲s را به دست می آوریم.

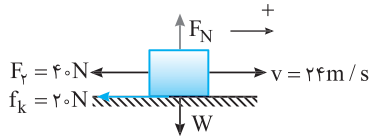
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 12 + 0 \Rightarrow v = 24 \text{ m/s}$$

حالت حذف F_1 :

۵ وقتی نیروی F_1 حذف می شود جسم بلافاصله متوقف نخواهد شد بلکه نیروی

F_f و f_k باعث کندشدن حرکت جسم خواهد شد. شتاب حرکت را در این حالت

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -40 - 20 = 1 \cdot a' \Rightarrow a' = -6 \text{ m/s}^2 \text{ به دست می آوریم.}$$



۶ تندی حرکت جسم بعد از ۵s خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v' = -6 \times 5 + 24 = -6 \text{ m/s}$$

جالب است عدد منفی به دست آمد اما مفهوم آن چیست؟ مفهوم آن این است که جسم قبل از ۵s متوقف شده است. چون نیروی $F_p = 40 \text{ N}$ از بیشینه نیروی اصطکاک

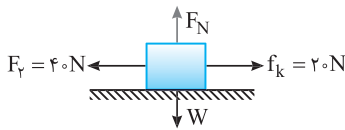
$$f_{s \text{ max}} = 30 \text{ N} \text{ بزرگ تر است. جسم برمی گردد.}$$

حالت برگشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -6t + 24 \Rightarrow t = 4 \text{ s} \text{ زمان توقف جسم را حساب می کنیم.}$$

۸ شتاب برگشت جسم را به دست می آوریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma'' \Rightarrow 40 - 20 = 1 \cdot a'' \Rightarrow a'' = 20 \text{ m/s}^2$$



۹ تندی جسم در بازه ۵s تا ۴s یعنی در مدت ۱s خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 1 = 2 \text{ m/s}$$

آخیش بالاخره تموم شد.

۲ ۸۱۲ A

خط فکری ← جسم ساکن است و تا لحظه ای که جسم ساکن است، نیروی

اصطکاک بین جسم و سطح نیروی اصطکاک ایستایی است و نیروی اصطکاک ایستایی برابر نیرویی است که در راستای اصطکاک بخواهد جسم را حرکت دهد.

در تمام مدتی که کتاب روی سطح دیوار ساکن است نیروهای وارد بر آن متوازن بوده و نیروی اصطکاک بین کتاب و سطح دیوار نیروی اصطکاک ایستایی است که با نیروی وزن جسم برابر است. $f = mg$

۲ ۸۱۳ B

خط فکری ← مشخص نیست که جسم در حال حرکت است یا سکون؟ بنابراین شما

باید ابتدا نیروی اصطکاک آستانه حرکت ($f_{s \text{ max}}$) را به دست بیاورید و آن را با نیروی

وزن جسم $W = 20 \text{ N}$ مقایسه کنید. اگر جسم ساکن بماند نیروی اصطکاک برابر نیروی وزن جسم است و اگر به حرکت درآید باید نیروی اصطکاک جنبشی را حساب

کنید. در راستای افقی: $F - F_N = 0 \Rightarrow F = F_N = 50 \text{ N}$

نیروی عمود سطح را حساب می کنیم.

نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به دست

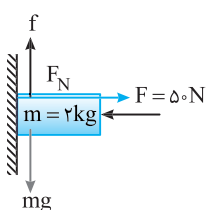
می آوریم: $f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N = 0.5 \times 50 = 25 \text{ N}$

عامل حرکت به سمت پایین جسم نیروی وزن $mg = 20 \text{ N}$ است که از $f_{s \text{ max}}$ کمتر می باشد

پس جسم در جای خود ساکن باقی می ماند و با توجه

به متوازن بودن نیروها نیروی اصطکاک برابر وزن جسم است:

$$f_s = mg = 20 \text{ N}$$



۴ ۸۱۰ B

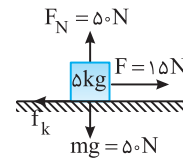
خط فکری ← حرکت مکعبی چوبی شامل یک قسمت تندشونده قبل از پاره شدن

نخ و یک قسمت کندشونده بعد از پاره شدن نخ است. در نتیجه شتاب هر قسمت را به دست آورده و مسافتها را محاسبه می کنیم.

۱ ابتدا برآیند نیروها در ۲s اول را حساب کرده و شتاب حرکت در این بازه را به دست می آوریم:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.2 \times 50 = 10 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 15 - 10 = \Delta a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$



۲ با استفاده از رابطه سرعت - زمان و جابه جایی - زمان، سرعت متحرک در لحظه

$t = 2 \text{ s}$ و مسافت طی شده در این ۲s را حساب می کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=1, t=2s, v_0=0} v = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2 \text{ m}$$

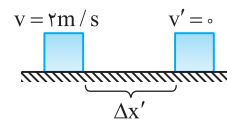
۳ بعد از پاره شدن نخ به جسم تنها نیروی اصطکاک

جنبشی وارد می شود:

$$F_{\text{net}} = ma' \Rightarrow -10 = \Delta a' \Rightarrow a' = -2 \text{ m/s}^2$$

۴ با استفاده از معادله مستقل از زمان جابه جایی در این بازه را حساب می کنیم:

$$v'^2 - v^2 = 2a'\Delta x' \Rightarrow 0 - 4 = -4\Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 1 \text{ m}$$



۵ جابه جایی کل برابر است با: $\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x + \Delta x' \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 2 + 1 = 3 \text{ m}$

میانبر ← اگر جسمی روی سطحی پرتاب شود و

در راستای حرکت تنها نیروی اصطکاک جنبشی به آن وارد شود، خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma$$

$$-\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \text{ نیروی عمودی سطح برابر mg است.}$$

۳ ۸۱۱ C

حالت اول: ۱ نیروی اصطکاک آستانه حرکت را حساب می کنیم و آن را با برآیند

$F_1 - F_p$ مقایسه می کنیم تا مشخص شود که جسم به حرکت درمی آید یا نه؟

$$F_N = W \Rightarrow F_N = 10 \times 10 = 100 \text{ N}$$

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s \text{ max}} = 0.3 \times 100 = 30 \text{ N}$$

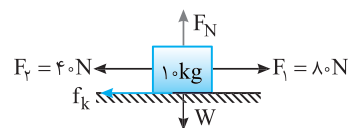
$$F_1 - F_p = 80 - 40 = 40 \text{ N} > 30 \text{ N}$$

بنابراین جسم به حرکت درمی آید و اصطکاک بین جسم و سطح اصطکاک جنبشی است.

۲ اصطکاک جنبشی را حساب می کنیم. $f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 100 \Rightarrow f_k = 20 \text{ N}$

۳ با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_1 - (F_p + f_k) = ma \Rightarrow 80 - (40 + 20) = 10 \cdot a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$



بنابراین جسم به حرکت درمی آید و اصطکاک بین جسم و سطح اصطکاک جنبشی است.

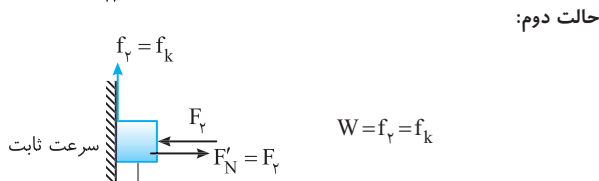
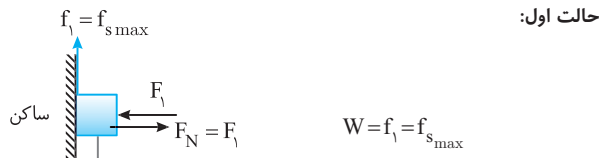
۲ اصطکاک جنبشی را حساب می کنیم. $f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 100 \Rightarrow f_k = 20 \text{ N}$

۳ با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_1 - (F_p + f_k) = ma \Rightarrow 80 - (40 + 20) = 10 \cdot a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

B ۸۱۷ ۳

خط فکری مسئله زیبایی است. زیرا وقتی که جسم در آستانه حرکت قرار دارد و همچنین وقتی که با سرعت ثابت در حرکت است نیروهای وارد بر آن متوازن هستند یعنی در هر دو حالت نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر است. البته یکبار با نیروی اصطکاک آستانه حرکت ($W = f_{s_{max}}$) و بار دیگر نیروی اصطکاک جنبشی ($W = f_k$) یعنی اصطکاک در حالت اول (f_1) با اصطکاک در حالت دوم یعنی (f_2) برابر است. F_2 و F_1 را شما باید تعیین کنید.



بنابراین می توان نوشت:

$$f_1 = f_2 \Rightarrow f_{s_{max}} = f_k \Rightarrow \mu_s F_1 = \mu_k F_2$$

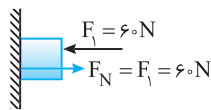
$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\mu_k}{\mu_s} \xrightarrow{\mu_s > \mu_k} \frac{F_1}{F_2} < 1 \Rightarrow F_1 < F_2$$

C ۸۱۸ ۱

خط فکری در حل این مسائل گام اول یافتن نیروی اصطکاک آستانه حرکت ($f_{s_{max}}$) است. بعد از یافتن $f_{s_{max}}$ آن را با نیروهایی که در امتداد اصطکاک هستند مقایسه می کنیم تا بتوانیم تشخیص دهیم جسم به حرکت در می آید یا نه. اگر جسم ساکن بماند، اصطکاک برابر برآیند نیروهایی است که در امتداد اصطکاک هستند.

نیروی اصطکاک در آستانه حرکت جسم را به دست می آوریم.

$$f_{s_{max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s_{max}} = 0.5 \times 60 = 30 \text{ N}$$



نیروی وزن جسم را حساب می کنیم:

$$W = mg = 7 \times 10 = 70 \text{ N}$$

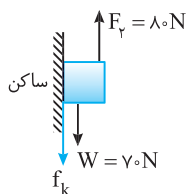
نیروی $F_2 = 80 \text{ N}$ رو به بالا وارد می شود. برآیند F_2 و W برابر است با:

$$80 - 70 = 10 \text{ N}$$

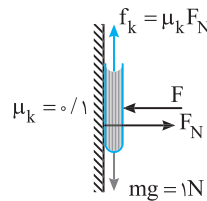
جسم باید با نیروی 10 N به بالا برود اما نیروی اصطکاک آستانه حرکت $f_{s_{max}} = 30 \text{ N}$ است و نیروی 10 N نمی تواند بر آن غلبه کند و جسم ساکن می ماند.

جسم ساکن است بنابراین اصطکاک رو به پایین بوده و با نیروی 10 N برابر است.

$$F_{y_{net}} = 0 \Rightarrow F_2 - W - f_s = 0 \Rightarrow 80 - 70 = f_s \Rightarrow f_s = 10 \text{ N}$$



C ۸۱۴ ۱



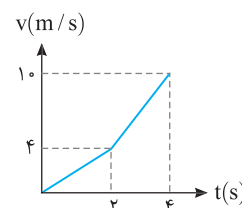
نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم. جسم در راستای افقی حرکت نمی کند و نیروی عمودی سطح خواهد شد: $F_N = F = 4 \text{ N}$

نیروی اصطکاک جنبشی را حساب می کنیم. $f_k = \mu_k F_N = 0.1 \times 4 = 0.4 \text{ N}$

شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow mg - f_k = ma \Rightarrow 1 - 0.4 = 0.1a \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

C ۸۱۵ ۴



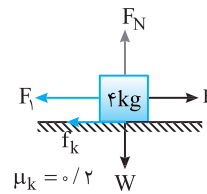
به نمودار دقت کنید. در لحظه $t = 2 \text{ s}$ نیروی F_1 حذف شده و با حذف F_1 ، شیب نمودار $v-t$ افزایش یافته یعنی شتاب افزایش یافته است. چه نتیجه ای می گیریم؟ نیروهای F_1 و F_2 هم امتداد هستند. و باید F_1 در خلاف جهت F_2 باشد، که با حذف F_1 نیروی خالص زیاد شده و شتاب حرکت افزایش یافته است.

نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک در دو حالت یکسان و برابر است با:

$$F_N = W \Rightarrow F_N = 4 \times 10 \Rightarrow F_N = 40 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.2 \times 40 \Rightarrow f_k = 8 \text{ N}$$

حالت اول از لحظه $t = 2 \text{ s}$:



$$a_1 = \frac{4-8}{2-0} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

شتاب را حساب می کنیم.

قانون دوم نیوتون را در این حالت می نویسیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_2 - F_1 - f_k = ma \Rightarrow F_2 - F_1 - 8 = 4 \times 2$$

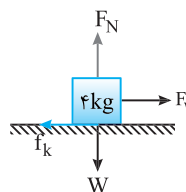
$$\Rightarrow F_2 - F_1 = 16 \text{ N} \quad (I)$$

حالت دوم از لحظه $t = 2 \text{ s}$ تا $t = 4 \text{ s}$:

شتاب در حالت دوم را به دست می آوریم:

$$a_2 = \frac{10-4}{4-2} \Rightarrow a_2 = 3 \text{ m/s}^2$$

بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:



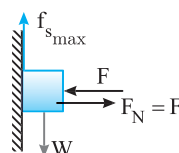
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_2 - f_k = ma \Rightarrow F_2 - 8 = 4 \times 3 \Rightarrow F_2 = 20 \text{ N}$$

با توجه به رابطه (I) خواهیم داشت:

$$F_2 - F_1 = 16 \Rightarrow 20 - F_1 = 16 \Rightarrow F_1 = 4 \text{ N}$$

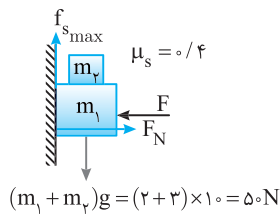
B ۸۱۶ ۱

خط فکری شکل ساده مسئله به همراه نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم. می خواهیم جسم به سمت پایین نلغزد. بنابراین نیروهای وارد بر جسم باید متوازن باشد و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح دیوار باید با وزن جسم برابر باشد ($f_s = W$) اما یک مطلب مهم این است که می خواهیم نیروی افقی F کمترین مقدار باشد، یعنی اگر F از آن کمتر شد جسم به پایین بلغزد بنابراین کمترین مقدار F وقتی است که جسم در آستانه لغزیدن به سمت پایین باشد و در این حالت نیروی اصطکاک برابر $f_{s_{max}}$ است. با برابر قرار دادن وزن با نیروی اصطکاک در آستانه حرکت مسئله را حل می کنیم.



$$W = f_{s_{max}} \Rightarrow W = \mu_s F_N$$

$$\Rightarrow W = \mu_s F \Rightarrow F = \frac{W}{\mu_s}$$



C ۸۲۲ ۴

۱ در حالت اول جسم با تندی ثابت در حال حرکت است. پس نیروهای وارد بر آن متوازن است.

$$(m_A + m_B)g = f_k \Rightarrow f_k = \frac{r}{y} mg \Rightarrow f_k = \frac{r}{y} mg$$

۲ اگر جسم m_B را برداریم نیروی وزن که عامل حرکت به سمت پایین است برابر

$$m_A g = mg \text{ می شود. در حالی که نیروی اصطکاک جنبشی همچنان } f_k = \frac{r}{y} mg \text{ است.}$$

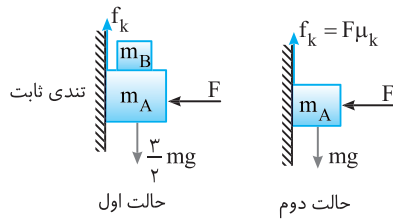
۳ نیروی رو به پایین mg پس از حذف m_B ، $f_k = \frac{r}{y} mg$ رو به بالا خواهد و

بنابر قانون دوم نیوتون شتاب خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - \frac{r}{y} mg = ma \Rightarrow a = -\Delta m / s^2$$

۴ پس با شتاب $\Delta m / s^2$ از تندی جسم کاسته می شود:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -\Delta t + 4 \Rightarrow t = 0.8 \text{ s}$$



B ۸۲۳ ۱

خط فکری جسم M وقتی به پایین می لغزد با سطح دو دیواره اصطکاک دارد و

از هر دیواره بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی رو به بالا وارد می شود و می خواهد مانع لغزیدن جسم به پایین شود.

۱ نیروهای وارد بر جسم را کامل می کنیم.

۲ نیروی عمودی وارد بر هر سطح جسم

برابر $F_N = F = 20 \text{ N}$ است.

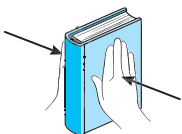
۳ بر جسم نیروی وزن رو به پایین و دو

نیروی اصطکاک رو به بالا وارد می شود و بنا به قانون دوم نیوتون می توانیم بنویسیم:

$$F_{\text{net}} = Ma \Rightarrow Mg - 2f_k = Ma \xrightarrow{M=2\text{kg}} 30 - 2f_k = 3 \times 2 \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$

۴ ضریب اصطکاک را حساب می کنیم.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N=F} 12 = \mu_k \times 20 \Rightarrow \mu_k = 0.6$$



بازی با سؤال مطابق شکل، دانش آموزی

کتابی به جرم 2 kg را بین دو دست خود، قرار

داده است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین

کف هر دست او و کتاب 0.4 باشد، حداقل نیروی

افقی که کف هر دست به کتاب وارد می کند،

چند نیوتون باشد تا کتاب در حال تعادل قرار

گیرد؟ ($g = 9.8 \text{ N/kg}$)

۱۷/۵ (۴)

۲۴/۵ (۳)

۱۲/۷۵ (۲)

۱۵/۶ (۱)

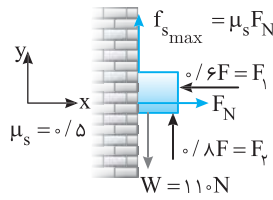
B ۸۱۹ ۴

خط فکری وقتی کمینه مقدار F را می خواهیم یعنی $0.8F$ نیز حداقل باشد، یعنی

نیرو به سمت بالا آتقدر کم باشد تا جسم روی دیوار در آستانه لغزیدن به سمت پایین

باشد. جسم در آستانه لغزیدن به پایین است بنابراین اصطکاک بین جسم و سطح رو به

بالا بوده و برابر $f_{s_{\text{max}}}$ است.



۱ شکل ساده‌ای از مسئله را رسم

می کنیم و نیروهای وارد بر جسم را

روی آن نمایش می دهیم.

۲ نیروی عمودی سطح را حساب

می کنیم:

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = F_1 \Rightarrow F_N = 0.6F$$

۳ بیشینه نیروی اصطکاک را به دست می آوریم.

$$f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 0.5(0.6F) \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 0.3F$$

۴ بر جسم در امتداد قائم سه نیروی وزن، رو به پایین و F_1 و $f_{s_{\text{max}}}$ رو به بالا

وارد می شود. جسم ساکن است بنابراین:

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_1 + f_{s_{\text{max}}} = W \Rightarrow 0.8F + 0.3F = 110 \Rightarrow F = 110 \text{ N}$$

B ۸۲۰ ۳

خط فکری وقتی در مسئله بیان می کند که بیشترین نیروی F چه مقدار باشد تا

جسم ساکن باشد یعنی اگر نیروی F کمی بیشتر شود جسم به حرکت در آید. نیروی F

رو به بالا است در این صورت بیشترین مقدار F برای حالتی است که جسم رو به بالا در

آستانه حرکت قرار گیرد. در این حالت نیروی اصطکاک رو به پایین بوده و به کمک وزن

می آید تا F نتواند جسم را به بالا حرکت دهد.

۱ نیروهای وارد بر جسم را به طور

کامل رسم می کنیم.

۲ نیروی عمودی سطح را حساب

می کنیم:

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = F_1 \Rightarrow F_N = \frac{3}{4} F$$

۳ نیروی اصطکاک آستانه حرکت

را به دست می آوریم: $f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 0.2 \times \frac{3}{4} F \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = \frac{3}{20} F$

۴ نیروهای در امتداد قائم را بررسی می کنیم. نیروی وزن و نیروی اصطکاک رو به

پایین و $F_1 = F$ رو به بالا. جسم ساکن است بنابراین باید برابری این سه نیرو صفر شود.

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_1 - f_{s_{\text{max}}} - W = 0 \Rightarrow F = \frac{3}{20} F + 20$$

$$\Rightarrow \frac{17}{20} F = 20 \Rightarrow F = \frac{400}{17} \text{ N}$$

B ۸۲۱ ۳

خط فکری کمینه اندازه نیروی افقی F یعنی اگر این نیروی افقی از F کمتر شود

جسم رو به پایین شروع به لغزیدن می کند. بنابراین کمینه نیروی F زمانی است که

وزنه‌ها در آستانه حرکت رو به پایین باشند، در این حالت نیروی اصطکاک $f_{s_{\text{max}}}$ رو به

بالا نیروی وزن وزنه‌ها را خنثی کرده، جسم ساکن می ماند. بنابراین شما باید

حساب کرده آن را برابر نیروی وزن قرار دهید.

۱ نیروی عمودی سطح را حساب می کنیم: در راستای افقی جسم ساکن می ماند،

پس: $F_N = F$

۲ جسم ساکن بوده و نیروی خالص وارد بر آن صفر است از این رو:

$$f_{s_{\text{max}}} = (m_1 + m_2)g \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 0.4F = 50 \Rightarrow F = \frac{50}{0.4} = 125 \text{ N}$$

۱ سرعت ثابت است. بنابراین برابری نیروهای وارد بر جسم صفر است. از این رو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح خواهد شد:

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow f_k = F = 60\text{ N}, F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = W = 80\text{ N}$$

۲ نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$F_R = \sqrt{F^2 + W^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = \sqrt{100^2} = 100\text{ N}$$

۸۲۷ B

خط فکری جسم در ابتدا ساکن بوده و باید بررسی کنیم توسط نیروی $F = 250\text{ N}$ جسم حرکت کرده یا ساکن می‌ماند. برای این منظور باید F و $f_{s,max}$ را با هم مقایسه می‌کنیم.

اگر نیروی F بزرگ‌تر از $f_{s,max}$ باشد، متحرک حرکت کرده و نیروی اصطکاک برابر $f_k = \mu_k F_N$ می‌شود و اگر نیروی F کوچک‌تر از $f_{s,max}$ باشد متحرک ساکن مانده و نیروی اصطکاک برابر نیروی F است.

۱ در گام اول $f_{s,max}$ را حساب می‌کنیم:

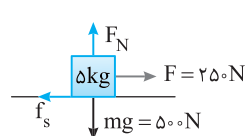
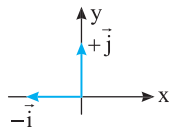
$$F_N = mg \Rightarrow F_N = 500\text{ N}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s,max} = 0.6 \times 500 = 300\text{ N}$$

۲ $f_{s,max}$ بزرگ‌تر از F بوده پس متحرک ساکن باقی مانده و نیروی اصطکاک برابر نیروی F است.

۳ نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک، نیرویی است که سطح به جسم وارد می‌کند:

$$\vec{R} = -f_s \vec{i} + F_N \vec{j} \Rightarrow \vec{R} = -250 \vec{i} + 500 \vec{j}$$



۴ نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند واکنش نیرویی است که سطح به جسم وارد کرده بنابراین:

$$\vec{R}' = 250 \vec{i} - 500 \vec{j}$$

۸۲۸ B

خط فکری در حل مسائل دینامیک اولین کار، پیدا کردن نیروهایی است که به جسم وارد می‌شود، سپس رسم این نیروهاست. در این مسئله مشخص نیست که جسم پس از اعمال نیروی 10 N در حال حرکت خواهد بود یا همچنان ساکن می‌ماند. بنابراین شما باید نیروها را بررسی کنید و نیروی اصطکاک آستانه حرکت را حساب کنید تا مشخص شود که جسم با نیروی 10 N شروع به حرکت می‌کند یا نه؟

۱ نیروی وزن جسم $W = mg = 20\text{ N}$ است و نیروی $F' = 10\text{ N}$ نیز رو به پایین به جسم وارد می‌شود، بنابراین جسم تحت تأثیر نیروی $10 + 20 = 30\text{ N}$ رو به پایین قرار دارد.

۲ نیروی افقی $F = 60\text{ N}$ به جسم وارد می‌شود و نیروی عمودی سطح دیوار وارد بر جسم نیز برابر $F_N = F = 60\text{ N}$ است.

۳ نیروی اصطکاک آستانه حرکت جسم را حساب می‌کنیم.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.6} f_{s,max} = 0.6 \times 60 \Rightarrow f_{s,max} = 36\text{ N} > 30\text{ N}$$

۴ نیروی 30 N نمی‌تواند سبب حرکت جسم رو به پایین شود و جسم همچنان ساکن می‌ماند.

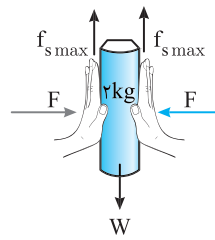
۵ نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر است. از این رو می‌توان نوشت:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow f_s = F' + W \Rightarrow f_s = 10 + 20 \Rightarrow f_s = 30\text{ N}$$

یادآوری نیرویی که جسم بر سطح یا سطح بر جسم وارد می‌کند برابر $R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2}$ است.

$$R = \sqrt{30^2 + 60^2} \Rightarrow R = 30\sqrt{5}\text{ N}$$

۶ نیروی که جسم به دیواره وارد می‌کند، خواهد شد: $R = 30\sqrt{5}\text{ N}$



۱ پاسخ کتاب ساکن است و نیروی خالص وارد بر کتاب صفر است.

بنابراین دو نیروی افقی F که از دو طرف بر کتاب وارد می‌شوند باید با هم برابر باشند.

۲ حداقل نیروی افقی یعنی اگر نیروی دستان شخص کمتر شود کتاب رو به پایین شروع به لغزیدن کند. یعنی کتاب در آستانه حرکت باشد و اصطکاک بین هر دست و کتاب $f_{s,max}$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$W = 2f_{s,max} \xrightarrow{f_{s,max} = \mu_s F, g = 9.8\text{ N/kg}} 2 \times 9.8 = 2 \times 0.4 F$$

$$\Rightarrow F = \frac{9.8}{0.4} = 24.5\text{ N}$$

گزینۀ ۳

۸۲۴ C

نکته اگر نیروی عمودی سطح دو برابر شود، نیروی اصطکاک جنبشی دو برابر می‌شود.

۱ در حالت اول جسم با تندی ثابت در حال حرکت است پس

$$f_k = W = 0.2 \times 10 = 2\text{ N}$$

۲ نیروی F برابر شده، پس نیروی عمودی سطح هم $1/5$ برابر می‌شود و نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح نیز $1/5$ برابر می‌شود.

$$f'_k = 1/5 f_k \Rightarrow f'_k = 1/5 \Delta mg \Rightarrow f'_k = 1/5 \times 2 = 0.4\text{ N}$$

۳ در این حالت نیروی وزن رو به پایین 2 N و اصطکاک بین جسم و دیوار $f'_k = 0.4\text{ N}$ است که سبب می‌گردد حرکت جسم کندشونده شود. شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم.

$$f_{net,y} = ma \Rightarrow mg - f'_k = ma \Rightarrow 2 - 0.4 = 0.2a \Rightarrow a = -0.5\text{ m/s}^2$$

۴ در مسئله زمان داده شده است یعنی باید به سراغ روابط حرکت‌شناسی برویم به کمک معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی را حساب می‌کنیم، البته چون حرکت در امتداد قائم است به جای Δx ، Δy می‌نویسیم:

$$\Delta y = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = 2\text{ m/s}, t = 3\text{ s}} \Delta y = \frac{1}{2} (-0.5) (3)^2 + 3 \times 3$$

$$\Delta y = -2.25 + 9 \Rightarrow \Delta y = 6.75\text{ m}$$

۸۲۵ B

۱ وقتی به جسم ضربه می‌زنیم تا به حرکت در آید نیروی جلوبر صفر خواهد بود و جسم بنا به قانون اول نیوتون به حرکتش ادامه می‌دهد اما اصطکاک (f_k) سبب می‌گردد که جسم متوقف شود.

۲ نیرویی که جسم به سطح (R') وارد می‌کند بنا به قانون سوم واکنش نیرویی است که سطح بر جسم (R) وارد می‌کند.

۳ نیروی R در واقع حاصل برابری f_k و F_N است بنابراین مطابق شکل جهت R' رو به پایین و به سمت راست است.

۴ در طول مسیر R تغییر نمی‌کند البته وقتی جسم متوقف می‌شود f_k وجود ندارد و R به صورت قائم و برابر F_N است. در سؤال در مورد R در طول حرکت سؤال شده است.

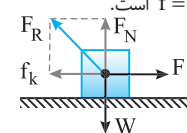
۸۲۶ A

یادآوری نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند دارای دو مؤلفه است، یک مؤلفه نیروی اصطکاک است که سطح بر جسم وارد می‌کند و دیگری نیروی عمودی سطح است. بنابراین نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند خواهد شد:

$$F_R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

اگر جسم ساکن باشد $f = f_s$ و اگر در حال حرکت باشد $f = f_k$ است.

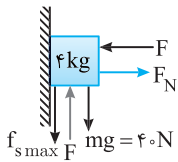
شکل ساده‌ای از مسئله رسم می‌کنیم و نیروهای وارد بر جسم را نمایش می‌دهیم.



C ۸۳۰ ۲

خط فکری مسئله در دو حالت بیان شده است بنابراین شما باید هر حالت را جداگانه بررسی کنید و نیروهای وارد بر جسم را در هر حالت رسم کرده و به کمک قانون دوم نیوتون مسئله را حل کنید.

حالت (۱): در حالت اول جسم در آستانه حرکت به سمت بالا است نیروی اصطکاک باید خلاف جهت لغزش باشد پس نیروی اصطکاک آستانه حرکت ($f_{s \max}$) رو به پایین است.



۱ جسم در راستای افقی ساکن است پس باید F و F_N متوازن باشد:

$$F_N = F$$

۲ اصطکاک در آستانه حرکت را حساب می‌کنیم.

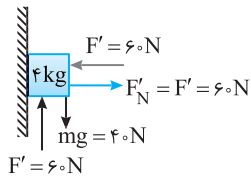
$$f_{s \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = F} \xrightarrow{\mu_s = 0.5} f_{s \max} = 0.5 F$$

۳ جسم ساکن است و نیروها در راستای قائم متوازن بوده بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

نیروهای رو به پایین

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg + f_{s \max} = F \Rightarrow 40 + 0.5 F = F$$

$$\Rightarrow 40 = F - 0.5 F \Rightarrow 40 = 0.5 F \Rightarrow F = 80 \text{ N}$$



حالت (۲): در این حالت نیروی F را

20 N کاهش داده‌ایم یعنی نیروی F'

برابر $80 - 20 = 60 \text{ N}$ است، ابتدا $f'_{s \max}$

را به دست می‌آوریم تا ببینیم جسم شروع

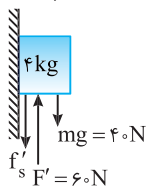
به حرکت می‌کند یا نه؟

$$f'_{s \max} = \mu_s F' \Rightarrow f'_{s \max} = 0.5 \times 60 = 30 \text{ N}$$

نیروی $mg = 40 \text{ N}$ می‌خواهد جسم را به سمت پایین بکشد و نیروی $F' = 60 \text{ N}$

می‌خواهد جسم را به سمت بالا هل دهد پس در واقع نیروی $60 - 40 = 20 \text{ N}$

می‌خواهد جسم را بالا ببرد که این مقدار از $f'_{s \max}$ کمتر است در نتیجه جسم در حال



سکون باقی می‌ماند و به جسم ساکن نیروی اصطکاک

ایستایی وارد می‌شود:

$$mg + f'_s = F'$$

نیروهای رو به پایین

$$\Rightarrow 40 + f'_s = 60 \Rightarrow f'_s = 20 \text{ N}$$

نیروی عمودی سطح و اصطکاک در حالت اول برابر شد با:

$$F_N = 80 \text{ N}, f_{s \max} = \mu_s F_N = 40 \text{ N}$$

نیروی عمودی سطح و اصطکاک در حالت دوم برابر شد با:

$$F'_N = 60 \text{ N}, f'_s = 20 \text{ N}$$

نکته برآیند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح برابر نیروی است که جسم بر سطح یا سطح بر جسم وارد می‌کند.

حالت (۱)

$$R = \sqrt{f_{s \max}^2 + F_N^2}$$

$$R = \sqrt{40^2 + 80^2} = 40\sqrt{1^2 + 2^2}$$

$$R = 40\sqrt{5} \text{ N}$$

حالت (۲)

$$R' = \sqrt{f_s'^2 + F_N'^2}$$

$$R' = \sqrt{20^2 + 60^2} = 20\sqrt{1^2 + 3^2}$$

$$R' = 20\sqrt{10}$$

حال نسبت $\frac{R'}{R}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{40\sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{40\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بازی با سؤال در این مسئله اگر نیروی $F' = 20 \text{ N}$ رو به پایین بر جسم وارد شود، نیرویی که جسم به دیواره وارد می‌کند چند نیوتون است؟ ($\mu_k = 0.4$)

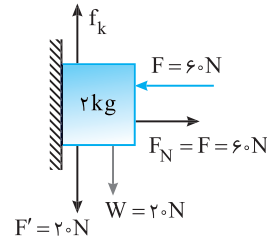
$$15\sqrt{3} \quad (4) \quad 10 \quad (3) \quad 5\sqrt{29} \quad (2) \quad 12\sqrt{29} \quad (1)$$

پایان ۱ بیشینه اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s \max} = \mu_s F_N = 0.6 \times 60 = 36 \text{ N}$$

۲ جمع نیروهای رو به پایین را حساب می‌کنیم.

$$F' + W = 20 + 20 = 40 \text{ N} > 36$$



۳ نیروی 40 N رو به پایین از اصطکاک آستانه حرکت بیشتر است و جسم شروع به حرکت می‌کند. در این حالت نیروی اصطکاک بین جسم و دیواره برابر f_k است. نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.4} f_k = 0.4 \times 60 \Rightarrow f_k = 24 \text{ N}$$

۴ نیرویی که جسم بر سطح وارد می‌کند خواهد شد:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \Rightarrow R = \sqrt{24^2 + 60^2} = \sqrt{12^2(2^2 + 5^2)}$$

$$\Rightarrow R = 12\sqrt{29} \text{ N}$$

گزینه ۱

B ۸۲۹ ۲

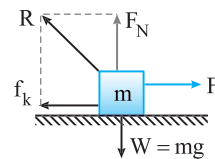
خط فکری هر گاه در مسائل دینامیک، در صورت مسئله، زمان داده شود یعنی شما باید سراغ حرکت‌شناسی بروید زیرا در روابط حرکت‌شناسی، زمان وجود دارد. یعنی به کمک حرکت‌شناسی، شتاب را حساب کنید سپس به کمک قانون دوم نیوتون (البته پس از رسم نیروهای وارد بر جسم) مجهول مسئله را به دست بیاورید.

۱ شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{3 - 0}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4} \text{ m/s}^2$$

۲ به کمک قانون دوم نیوتون نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح را به دست

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 177 - f_k = 36 \times \frac{3}{4} \Rightarrow f_k = 150 \text{ N}$$



۳ جسم روی سطح افقی در حال حرکت است پس باید نیروهای قائم متوازن باشند:

$$F_N = W \Rightarrow F_N = mg \Rightarrow F_N = 360 \text{ N}$$

نکته نیروی عمودی سطح و نیروی

اصطکاک از طرف سطح به جسم وارد می‌شود

بنابراین نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند

برابر برآیند دو نیروی اصطکاک و نیروی

عمودی سطح است که برهم عمودند:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2}$$

۴ نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، برآیند نیروی عمودی سطح و نیروی

اصطکاک است:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{360^2 + 150^2} \Rightarrow R = \sqrt{30^2(12^2 + 5^2)}$$

$$\Rightarrow R = 30\sqrt{169} \Rightarrow R = 30 \times 13 \Rightarrow R = 390 \text{ N}$$

حالت اول: سرعت جسم ثابت است یعنی نیروی اصطکاک f_k با نیروی $F_1 = 10\text{N}$

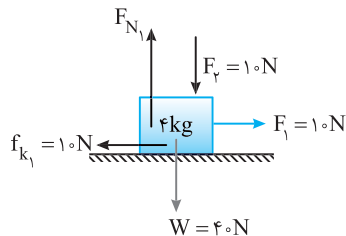
برابر است. $F_{net} = 0 \Rightarrow f_k = F_1 = 10\text{N}$

نیروی عمودی تکیه‌گاه در این حالت خواهد شد:

$$F_{N_1} = F_1 + W = 10 + 40 \Rightarrow F_{N_1} = 50\text{N}$$

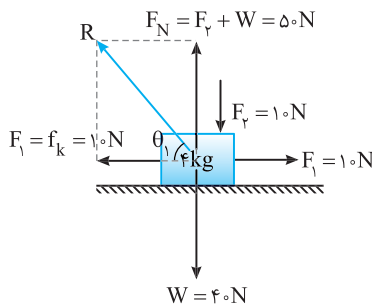
ضریب اصطکاک را حساب می‌کنیم.

$$f_k = \mu_k F_{N_1} \Rightarrow 10 = \mu_k (50) \Rightarrow \mu_k = 0.2$$



تانژانت زاویه θ_1 خواهد شد:

$$\tan \theta_1 = \frac{5}{10} = 0.5$$



حالت دوم: نیروی عمودی سطح مطابق شکل زیر خواهد شد:

$$F'_{N_1} = W - F_1 \Rightarrow F'_{N_1} = 40 - 10 = 30\text{N}$$

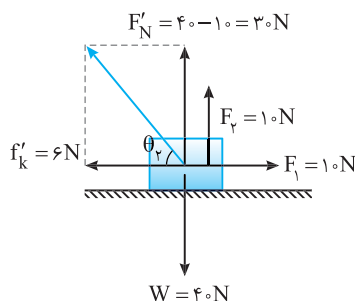
نیروی اصطکاک جدید را حساب می‌کنیم.

$$f'_k = \mu_k F'_{N_1} = 0.2 \times 30 = 6\text{N}$$

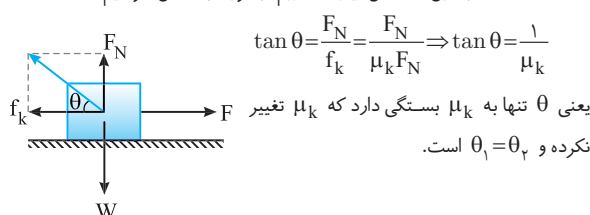
تانژانت زاویه θ_2 خواهد شد:

$$\tan \theta_2 = \frac{3}{6} = 0.5$$

بنابراین $\theta_1 = \theta_2 < 90^\circ$ است.



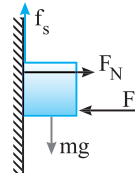
میانبر: به این همه حل نیازی نداریم. با توجه به شکل خواهیم داشت:



B ۸۳۱ ۲

خط فکری

سطح بر جسم نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک وارد می‌کند، بنابراین واکنش این نیروها هم اندازه آن‌ها و خلاف جهتشان توسط جسم بر سطح وارد خواهد شد. به جای نیرویی که جسم بر سطح وارد می‌کند نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند را بررسی می‌کنیم.



جسم ساکن است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند.

$$f_s = W, F_N = F$$

نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند خواهد شد:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \Rightarrow R = \sqrt{F^2 + W^2}$$

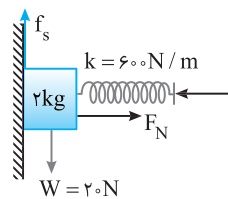
اگر نیروی F دو برابر شود جسم همچنان ساکن می‌ماند. یعنی نیروی اصطکاک f_s همچنان با نیروی وزن (W) برابر است اما با دو برابر شدن F نیروی F_N نیز دو برابر می‌شود و نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$R' = \sqrt{F_N'^2 + f_s'^2} \Rightarrow R' = \sqrt{(2F)^2 + f_s'^2}$$

برای آن که R' دو برابر R باشد باید f_s' نیز دو برابر شده باشد که چنین نیست و $R < R' < 2R$ است یعنی نیرویی که سطح به جسم (یا جسم به سطح) وارد می‌کند افزایش می‌یابد اما دو برابر نمی‌شود.

C ۸۳۲ ۲

شکل ساده‌ای از موضوع مسئله به همراه نیروهای وارد بر آن رسم می‌کنیم. یادمان باشد نخ پاره شده است و کشش نخ وجود ندارد.



نیروی کشسانی فنر را حساب می‌کنیم:

$$F = kx = 60 \times 0.1 \text{ m} = 6\text{N}$$

$$\Rightarrow F = 6\text{N}$$

نیروی عمودی سطح خواهد شد:

$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow F_N = F \Rightarrow F_N = 6\text{N}$$

نیروی وزن را به دست می‌آوریم:

$$W = mg \Rightarrow W = 2 \times 10 = 20\text{N}$$

نیروی اصطکاک آستانه حرکت را حساب می‌کنیم:

$$f_{s_{max}} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.4} f_{s_{max}} = 0.4 \times 60 = 24\text{N}$$

با مقایسه نیروی وزن با نیروی اصطکاک آستانه حرکت مشخص است که جسم همچنان ساکن می‌ماند و اصطکاک بین جسم و سطح $f_s = W = 20\text{N}$ است.

نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند خواهد شد:

$$R = \sqrt{W^2 + f_s^2} \Rightarrow R = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2}\text{N}$$

B ۸۳۳ ۳

جسم ساکن است و نیروهای وارد بر آن متوازن

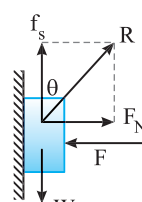
هستند بنابراین هر چقدر بر نیروی F بیافزاییم نیروی اصطکاک همچنان برابر نیروی وزن است $f_s = W$ و نیروی اصطکاک تغییر نمی‌کند.

با افزایش F نیروی عمودی سطح افزایش می‌یابد. با

توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\tan \theta \uparrow = \frac{F_N \uparrow}{f_s}$$

بنابراین با افزایش F_N ، θ افزایش می‌یابد.



B ۸۳۴ ۱

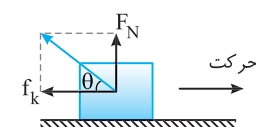
خط فکری

ابتدا باید دقت کنید منظور

از نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند

باید در هر حالت نیروی عمودی سطح F_N

و نیروی اصطکاک را حساب کنید سپس به کمک $\tan \theta$ زاویه θ را بررسی کنید.



B ۸۳۵ ۲

خط فکری

جسم دارای سرعت ثابت است. بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و برابری نیروهای در امتداد محور X و Y را بررسی می‌کنیم و برابری نیروهای در امتداد محور Y را برابر صفر قرار می‌دهیم و نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح را به دست می‌آوریم. نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند $(R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2})$ را حساب می‌کنیم سپس زاویه بین نیروی R و راستای افق را به کمک مثلثات معین می‌کنیم.

۱ مطابق شکل می‌توان نوشت:

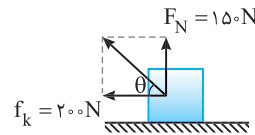
$$\begin{aligned} F_{\text{net } x} = 0 &\Rightarrow f_k = F_x \\ &\Rightarrow f_k = 200 \text{ N} \\ F_{\text{net } y} = 0 &\Rightarrow F_N + F_y = W \\ &\Rightarrow F_N = W - F_y = 400 - 250 \\ &\Rightarrow F_N = 150 \text{ N} \end{aligned}$$

۲ نیروی وارد بر جسم برابر خواهد شد با: $R = \sqrt{200^2 + 150^2} \Rightarrow R = 250 \text{ N}$

۳ زاویه‌ای که نیرو با راستای حرکت

می‌سازد را به دست می‌آوریم:

$$\tan \theta = \frac{F_N}{f_k} = \frac{150}{200} \Rightarrow \theta = 37^\circ$$



C ۸۳۶ ۳

خط فکری

باید ابتدا با هم فکر کنیم. وقتی تریلی ترمز می‌کند، عاملی که سبب توقف جعبه به همراه کامیون می‌شود نیروی اصطکاک بین کف تریلی و جعبه است. از خود می‌پرسیم که حداکثر نیروی اصطکاک چند نیوتون است و بیشترین شتاب جعبه در اثر نیروی اصطکاک چند m/s^2 است؟

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s mg = 0.5 \times 2 \times 10 \Rightarrow f_{s \text{ max}} = 10 \text{ N}$$

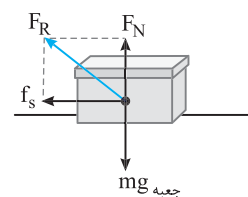
$$f_{s \text{ max}} = m a_{\text{جعبه}} \Rightarrow 10 = 2 a_{\text{max}} \Rightarrow a_{\text{max}} = 5 \text{ m/s}^2$$

بنابراین حداکثر شتاب توقف این جعبه 5 m/s^2 یعنی اگر شتاب کامیون از 5 m/s^2 کمتر باشد، جعبه و کامیون باهم متوقف می‌شوند و اگر شتاب ترمز گرفتن کامیون از 5 m/s^2 بیشتر باشد، جعبه بر کف تریلی رو به جلو می‌لغزد. در این مسئله خوشبختانه شتاب توقف تریلی 4 m/s^2 است و هر دو باهم متوقف می‌شوند. اکنون می‌توان مسئله را حل کرد.

تریلی در حال حرکت است اما جعبه نسبت به تریلی ساکن است، هنگام ترمز نیرویی که جعبه را از حرکت باز می‌دارد نیروی اصطکاک بین کف تریلی و جعبه است. با رسم نیروهای وارد بر جعبه و با توجه به این که تریلی با شتاب 4 m/s^2 ترمز می‌کند، داریم:

نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} F_{\text{net } y} = 0 &\Rightarrow F_N - mg_{\text{جعبه}} = 0 \\ &\Rightarrow F_N = 2 \times 10 = 20 \text{ N} \end{aligned}$$

نیروی اصطکاک به جعبه شتاب 4 m/s^2 داده است بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر

$$F_{\text{net } x} = ma_{\text{جعبه}} \Rightarrow -f_s = 2 \times (-4) = -8 \Rightarrow f_s = 8 \text{ N}$$

جعبه برابر است با: با توجه به این که کف تریلی، دو نیروی F_N و f_s را بر جعبه وارد می‌کند، برابری این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \\ &= \sqrt{20^2 + 8^2} = 4\sqrt{5^2 + 2^2} = 4\sqrt{29} \text{ N} \end{aligned}$$

B ۸۳۷ ۴

خط فکری

وقتی کامیون ترمز می‌کند، عاملی که سبب متوقف کردن صندوق به همراه کامیون می‌شود اصطکاک بین صندوق و کامیون است و اگر اصطکاک نبود، صندوق بنا به قانون اول نیوتون به حرکت خودش بر کف کامیون ادامه می‌داد تا به دیواره اتاق کامیون برخورد کند.

برای آنکه کامیون در کوتاه‌ترین فاصله متوقف شود باید شتاب حرکت کندشونده آن بیشینه باشد و برای آنکه صندوق نیز با این شتاب متوقف شود باید نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر صندوق بیشینه $(f_{s \text{ max}})$ باشد، بنابراین شما باید شتاب بیشینه صندوق حاصل از نیروی اصطکاک را حساب کنید. سپس با نوشتن معادله مستقل از زمان مقدار جابه‌جایی را به دست بیاورید.

۱ عامل توقف صندوق، اصطکاک بین کف کامیون و صندوق است که به صندوق شتاب توقف می‌دهد. $f_{s \text{ max}} = ma \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a = \mu_s g = 0.25 \times 10 = 2.5 \text{ m/s}^2$

۲ شتاب توقف کامیون حداکثر باید 2.5 m/s^2 باشد تا صندوق بر کف کامیون نلغزد

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 225 = 2(-2.5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{225}{5} = 45 \text{ m}$$

از این‌رو: **بازی با سوال** یک محموله 1000 کیلوگرمی درون کامیونی که با سرعت 72 km/h روی سطح افقی در حرکت است قرار دارد. فقط نیروی اصطکاک از لغزیدن محموله به جلو و عقب جلوگیری می‌کند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین محموله و کامیون 0.4 باشد، کمترین فاصله‌ای که کامیون می‌تواند بایستد بدون اینکه محموله در اتاقک به جلو بلغزد، چند متر است؟ $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

$$25 \quad (2) \quad 50 \quad (1)$$

$$100 \quad (3) \quad 4 \quad \text{باید جرم کامیون مشخص باشد.}$$

۱ **پاسخ** محموله کامیون در اثر اصطکاک بین کف کامیون و محموله متوقف می‌شود و حداکثر شتابی که اصطکاک می‌تواند ایجاد کند خواهد شد:

$$f_{s \text{ max}} = ma \Rightarrow -\mu_s mg = ma \Rightarrow a_{\text{max}} = -\mu_s g$$

$$\Rightarrow a_{\text{max}} = -0.4 \times 10 \Rightarrow a_{\text{max}} = -4 \text{ m/s}^2$$

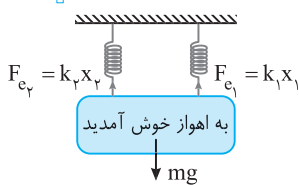
بنابراین حداکثر اندازه شتاب کامیون نیز باید 4 m/s^2 باشد تا محموله کف کامیون نلغزد. به کمک رابطه مستقل از زمان، کمترین جابه‌جایی کامیون را حساب می‌کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_{\text{max}} \Delta x_{\text{min}} \quad v_0 = v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$0 - 400 = 2(-4)\Delta x_{\text{min}} \Rightarrow \Delta x_{\text{min}} = 50 \text{ m}$$

گزینۀ ۱

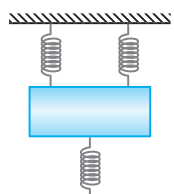
A ۸۳۸ ۲



جسم در حال سکون است. پس نیروهای وارد بر آن متوازن می‌باشد. چون فنرها مشابه‌اند پس کشش آن‌ها با هم برابر است، بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow k_1 x_1 + k_2 x_2 = mg \Rightarrow 2000 x_1 + 2000 x_2 = 1200$$

$$\xrightarrow{\text{فنرها مشابه}} 4000 x = 1200 \Rightarrow x = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$



۱ **بازی با سوال** در شکل روبه‌رو هر سه فنر با

ثابت 3000 N/m به اندازه 10 cm کشیده شده‌اند. جرم تابلو چند کیلوگرم است؟ $(g = 10 \text{ N/kg})$

$$20 \quad (2) \quad 15 \quad (1)$$

$$30 \quad (4) \quad 25 \quad (3)$$

۱ **پاسخ** هر سه فنر بنا به فرض مسئله کشیده شده‌اند و می‌خواهند به حالت اول باز گردند بنابراین

نیروی کشسانی دو فنر بالایی رو به بالا و نیروی کشسانی فنر پایینی رو به پایین و در جهت نیروی وزن است. تابلو ساکن است و نیروهای وارد بر تابلو متوازن هستند. بنابراین:

$$F_1 = kx \quad F_2 = kx$$

$$mg \downarrow \quad F_3 = kx$$

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = F_3 + W \Rightarrow kx + kx = kx + W$$

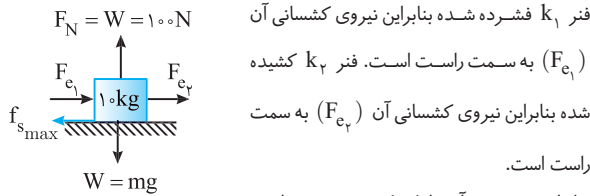
$$\Rightarrow kx = W \quad \xrightarrow{k=3000 \text{ N/m}} \quad 3000 \times 0.1 = m \times 10 \Rightarrow m = 3 \text{ kg}$$

گزینۀ ۴

البته می‌توان به راحتی گفت که فنر (۲) دو وزنه و فنر (۱) یک وزنه را تحمل می‌کند بنابراین افزایش طول فنر (۲) دو برابر افزایش طول فنر (۱) است.

گزینه ۲

نکته: نیروی وارد از طرف فنر همواره خلاف جهت تغییر طول می‌باشد.



بنابراین جسم در آستانه حرکت به سمت راست بوده و نیروی اصطکاک ایستایی $f_{s_{max}}$ به سمت چپ است. نیروهای وارد بر جسم را

رسم کرده براینده آن‌ها را برابر صفر قرار می‌دهیم و ضریب اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_{c1} + F_{c2} = f_{s_{max}} \Rightarrow k_1 \Delta x_1 + k_2 \Delta x_2 = f_{s_{max}}$$

$$200 \times \frac{2}{100} + 400 \times \frac{4}{100} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} 20 = \mu_s \times 100 \Rightarrow \mu_s = 0.2$$

۲ ۸۴۳ B

خط فکری: اگر زنجیر و جسم بر کف نیروسنج قرار داده شوند، نیروسنج جمع وزن آن‌ها را نشان خواهد داد ($40 + 10 = 50 \text{ N}$) حال اگر شما زنجیر را گرفته و به آن نیرویی رو به بالا وارد کنید، نیروسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد که این کاهش برابر نیرویی است که شما رو به بالا به مجموعه وارد کرده‌اید.

۱: نیروسنج به جای 50 N عدد 20 N را نشان می‌دهد بنابراین نیروی F برابر است با:

$$F = 50 - 20 \Rightarrow F = 30 \text{ N}$$

۲: نیروی کشش در وسط زنجیر را باید این گونه در نظر گرفت که اگر وزنه را با نصف زنجیر (5 N) روی ترازو قرار دهیم، ترازو عدد $40 + 5 = 45 \text{ N}$ را نشان می‌دهد. اما نیروسنج 20 N را نشان می‌دهد یعنی در وسط زنجیر نیروی $45 - 20 = 25 \text{ N}$ وارد می‌شود.

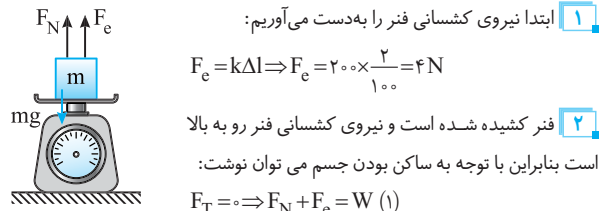
روش دیگر: نیروهای وارد بر نیمه بالای زنجیر را رسم می‌کنیم، این نیروها متوازن هستند.

$$F = 30 \text{ N}$$

$$F = T + \frac{mg}{2} \Rightarrow 30 = T + \frac{10}{2} \Rightarrow T = 25 \text{ N}$$

۳ ۸۴۴ B

نکته: نیروی کشسانی فنر در خلاف جهت تغییر طول آن است.



۱: ابتدا نیروی کشسانی فنر را به دست می‌آوریم:

$$F_e = k \Delta l \Rightarrow F_e = 200 \times \frac{2}{100} = 4 \text{ N}$$

۲: فنر کشیده شده است و نیروی کشسانی فنر رو به بالا است بنابراین با توجه به ساکن بودن جسم می‌توان نوشت:

$$F_T = 0 \Rightarrow F_N + F_e = W \quad (1)$$

نکته: عددی که نیروسنج نشان می‌دهد برابر نیروی عمودی است که کف نیروسنج بر جسم وارد می‌کند. (F_N)

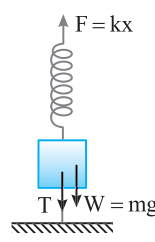
۳: ترازو عدد 4 N را نشان می‌دهد، ترازوی فنی نیروی عمودی سطح را نشان می‌دهد پس $F_N = 4 \text{ N}$ است، از این رو داریم:

$$(1) \Rightarrow 4 + 4 = W \Rightarrow W = 8 \text{ N} \Rightarrow mg = 8 \Rightarrow m = 0.8 \text{ kg}$$

۴ ۸۳۹ B

خط فکری:

نیروی وزن و نیروی کشش نخ هر دو رو به پایین و نیروی کشسانی فنر رو به بالاست و چون جسم در تعادل است باید نیروها متوازن باشند. نیروها را رسم کنید و مسئله را حل کنید.



۱: ثابت فنر 4 N/cm یعنی 40 N/m است. **۲:** نیروی F باید با مجموع نیروی وزن و نیروی کشش نخ برابر باشد.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = T + W \xrightarrow{W = 1 \times 10 = 10 \text{ N}} kx = 8 + 10 \Rightarrow 40 \times x = 18$$

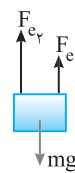
$$\Rightarrow x = \frac{4.5}{100} \Rightarrow x = 4.5 \text{ cm}$$

۳: طول فنر در این حالت برابر است با: $l = 24 + 4.5 \Rightarrow l = 28.5 \text{ cm}$

۳ ۸۴۰ B

نکته:

نیروی کشسانی فنر همواره در خلاف جهت تغییر طول آن است.



فنر k_1 کشیده شده و نیروی آن خلاف جهت جابه‌جایی یعنی رو به بالا به جسم وارد می‌شود. هم‌چنین k_2 نیز فشرده شده پس نیروی آن خلاف جهت جابه‌جایی یعنی رو به بالا به جسم وارد می‌شود. نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و نیروی کشسانی هر فنر را حساب می‌کنیم:

$$F_{c1} = k_1 \Delta x_1 = 5 \times 4 = 20 \text{ N}, \quad F_{c2} = k_2 \Delta x_2 = 200 \times \frac{2}{100} = 40 \text{ N}$$

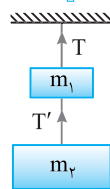
نیروی خالص وارد بر جسم صفر است از این رو می‌توان نوشت:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow mg = F_{c1} + F_{c2} \Rightarrow mg = 60 \text{ N} \Rightarrow m = 6 \text{ kg}$$

۲ ۸۴۱ A

خط فکری:

دقت کنید نخ بالایی وزن هر دو وزنه $m_1 = 2 \text{ kg}$ و $m_2 = 3 \text{ kg}$ را تحمل می‌کند اما نخ بین دو وزنه تنها نیروی وزن m_2 را تحمل می‌کند. حال کشش هر نخ را حساب کرده از هم کم کنید.



۱: نیروی کشش نخ متصل به سقف خواهد شد:

$$T = (m_1 + m_2)g \Rightarrow T = (2 + 3) \times 10 = 50 \text{ N}$$

۲: نیروی کشش نخ بین دو وزنه برابر است با: $T' = m_2 g \Rightarrow T' = 3 \times 10 = 30 \text{ N}$

۳: تفاوت T و T' را به دست می‌آوریم:

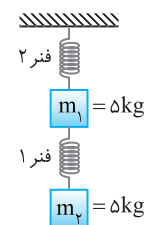
$$T - T' = 50 - 30 = 20 \text{ N}$$

میانبر:

از همان ابتدا مشخص است که اختلاف این دو نیروی کشش برابر وزن، وزنه m_1 یعنی $W_1 = 20 \text{ N}$ است. زیرا T ، به همین اندازه وزن بیشتری را تحمل می‌کند.

بازی با سؤال:

در شکل روبه‌رو مجموعه در حال تعادل می‌باشد و دو فنر مشابه‌اند. تغییر طول فنر (۲) چند برابر تغییر طول فنر (۱) است؟ (جرم فنرها ناچیز و $g = 10 \text{ N/kg}$ است)



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲/۵ (۳)

پایسج:

جسم m_2 توسط کشش فنر (۱) در

حال تعادل است. $F_{c1} = m_2 g \Rightarrow k \Delta x_1 = 50 \text{ N}$

به جسم m_1 نیروی وزن و هم‌چنین F_{c1} به سمت پایین وارد می‌شود:

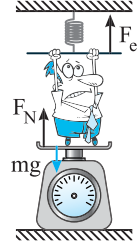
$$F_{c2} = mg + F_{c1} = 50 + 50 \Rightarrow F_{c2} = 100 \text{ N} \Rightarrow k \Delta x_2 = 100 \text{ N}$$

$$\frac{k \Delta x_2}{k \Delta x_1} = \frac{100}{50} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = 2$$

۱ ۸۴۵ B

خط فکری

شخصی فنر را رو به پایین می کشد، بنابراین نیرویی که فنر بر شخص وارد می کند رو به بالاست و سبب می گردد که نیروسنج عدد کمتری نشان دهد. در واقع عددی که نیروسنج نشان خواهد داد تقاضل نیروی وزن شخص و نیروی کشسانی فنر است. نیروها را رسم کنید و نیروی کشسانی فنر را به دست آورید و از وزن کم کنید. شخص فنر را رو به پایین کشیده است بنابراین نیروی کشسانی فنر رو به بالا است.



$$F_e = k\Delta x \Rightarrow F_e = 150 \times 0.1 = 15 \text{ N}$$

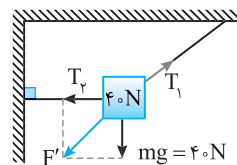
$$W = mg \Rightarrow W = 60 \text{ N}$$

ترازوی فنری نیروی عمودی سطح را نمایش می دهد از این رو:

$$F_N = W - F_e \Rightarrow \text{عدد نیروسنج} = 60 - 15 = 45 \text{ N}$$

۴ ۸۴۶ B

بر وزنه سه نیروی T_1 و T_2 و W وارد می شود. جسم در تعادل است و سه نیروی T_1 و T_2 و وزن متوازنند بنابراین برای T_1 و T_2 که عمود بر هم اند باید هم اندازه و خلاف جهت T_1 باشد. از این رو به کمک قضیه فیثاغورس می توان نوشت:



$$F' = T_1 \Rightarrow \sqrt{T_1^2 + (mg)^2} = T_1 \Rightarrow T_1^2 + (mg)^2 = T_1^2$$

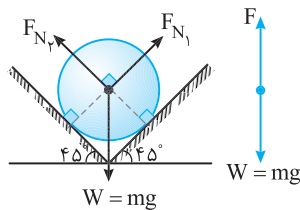
$$\Rightarrow T_1^2 + 1600 = 2500 \Rightarrow T_1^2 = 900 \Rightarrow T_1 = 30 \text{ N}$$

۲ ۸۴۸ B

خط فکری

نیرویی که جسم بر دیواره ها وارد می کند همان نیروی عمودی سطح F_N است که توسط دیواره ها بر جسم وارد می شود، بنابراین باید F_N را حساب کنیم. همچنین چون زاویه دیواره ها با سطح یکسان و 45° است پس با توجه به تقارن، نیرویی که هریک از دیواره ها وارد می کنند، یکسان است. زاویه دیواره ها با سطح یکسان است پس نیروی عمودی سطح دو دیواره یکسان است:

$$F = \sqrt{F_{N1}^2 + F_{N2}^2} \xrightarrow{F_{N1} = F_{N2}} F = F_{N1} \sqrt{2}$$



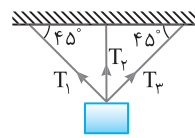
جسم در حال تعادل است پس نیروی وزن و نیروی F هم اندازه و خلاف جهت هم اند:

$$F_{N1} \sqrt{2} = mg \Rightarrow F_{N1} \sqrt{2} = 50$$

$$\Rightarrow F_{N1} = \frac{50}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{2} \Rightarrow F_{N1} = 25\sqrt{2} \text{ N}$$

یازدهم سوال

در شکل روبه رو، وزنه ۲۶ کیلوگرمی توسط سه طناب T_1 ، T_2 و T_3 از سقف آویخته شده و ساکن است. اگر کشش طناب قائم برابر 90 N باشد، اندازه برابند نیروی کشش دو طناب T_1 و T_2 چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

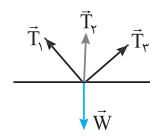


نیروی کشش دو طناب T_1 و T_2 چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- ۳۳۰ (۱) ۱۷۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۸۰ (۴)

یازدهم سوال

چون جسم در تعادل است، بنابراین: $F_{net} = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{W} = 0$
 $\Rightarrow |\vec{T}_1 + \vec{T}_2| = |\vec{T}_3 + \vec{W}|$
 $\Rightarrow |\vec{T}_1 + \vec{T}_2| = |260 - 90| = 170 \text{ N}$

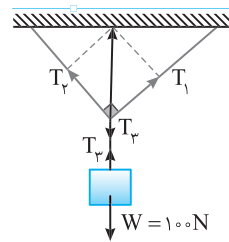


۲ ۸۴۷ B

نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم. به نخ قائم متصل به وزنه دقت کنید نیروی کشش این نخ برابر وزن جسم است.

$$T_3 = W \Rightarrow T_3 = 100 \text{ N}$$

اکنون به نیروهای وارد بر محل اتصال سه نخ دقت کنید. (T_2, T_1, T_3)



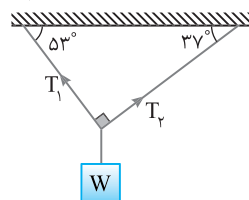
این سه نیرو متوازن هستند و باید اندازه T_3 با اندازه T_1 و T_2 برابر شود.

T_1 و T_2 بر هم عمودند و بنا به رابطه فیثاغورس می توان نوشت:

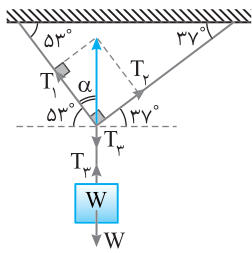
$$\sqrt{T_1^2 + T_2^2} = T_3 \xrightarrow{T_1 = \sqrt{2}T_2} \sqrt{3T_2^2 + T_2^2} = T_3 \Rightarrow 2T_2^2 = T_3^2 \Rightarrow T_2 = 50 \text{ N}$$

یازدهم سوال

در شکل روبه رو وزنه W در حال تعادل است. برای $\frac{T_1}{T_2}$ کدام گزینه است؟ (جرم ریسمان ناچیز است.)



- $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱)



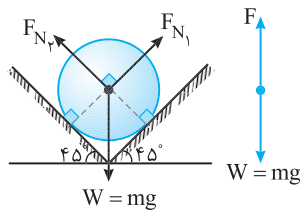
با توجه به اینکه جسم در حال تعادل است پس کشش T_2 برابر می باشد و باید برای T_1 و T_2 هم اندازه T_2 و خلاف جهت آن باشد. زاویه های T_1 و T_2 با راستای افقی می سازند با توجه به خطوط موازی و مورب به ترتیب 53° و 37° است:

$$\tan \alpha = \frac{T_2}{T_1} \xrightarrow{\text{با توجه به شکل}} \tan 37^\circ = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4}$$

۳ ۸۴۸ B

نیرویی که جسم بر دیواره ها وارد می کند همان نیروی عمودی سطح F_N است که توسط دیواره ها بر جسم وارد می شود، بنابراین باید F_N را حساب کنیم. همچنین چون زاویه دیواره ها با سطح یکسان و 45° است پس با توجه به تقارن، نیرویی که هریک از دیواره ها وارد می کنند، یکسان است. زاویه دیواره ها با سطح یکسان است پس نیروی عمودی سطح دو دیواره یکسان است:

$$F = \sqrt{F_{N1}^2 + F_{N2}^2} \xrightarrow{F_{N1} = F_{N2}} F = F_{N1} \sqrt{2}$$



جسم در حال تعادل است پس نیروی وزن و نیروی F هم اندازه و خلاف جهت هم اند:

$$F_{N1} \sqrt{2} = mg \Rightarrow F_{N1} \sqrt{2} = 50$$

$$\Rightarrow F_{N1} = \frac{50}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{50\sqrt{2}}{2} \Rightarrow F_{N1} = 25\sqrt{2} \text{ N}$$

یک کره فلزی به وزن 40 N درون ناوهای با دیواره های صیقلی قرار دارد. اگر نیرویی که دیواره (۱) به کره وارد می کند $\frac{4}{3}$ برابر نیرویی باشد که دیواره (۲) بر کره وارد کرده، نیروی وارد بر کره از طرف دیوار (۲) چند نیوتون است؟

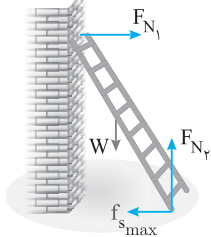
- ۲۴ (۱) ۳۲ (۲) ۴۰ (۳) ۲۶ (۴)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل رسم می کنیم. F_{N1} و F_{N2} بر دیواره ها عمودند. با توجه به شکل زاویه بین F_{N1} و F_{N2} مانند زاویه بین دو دیوار 90° است. با توجه به اینکه جسم در حال تعادل می باشد و سه نیروی F_{N1} ، F_{N2} و mg متوازن هستند و برای دو نیرو عمود بر هم F_{N1} و F_{N2} باید هم اندازه و در خلاف جهت mg باشد:

$$\sqrt{F_{N1}^2 + F_{N2}^2} = mg \Rightarrow \sqrt{F^2 + \frac{16}{9}F^2} = 40 \Rightarrow \frac{5}{3}F = 40 \Rightarrow F = 24 \text{ N}$$

گزینه ۱

رو به بالا و در آخر نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر نردبان که مانع لیز خوردن آن می‌شود. نردبان در آستانه سر خوردن بوده و نیروی اصطکاک بیشینه مقدار $(f_{s,max})$ را دارد.



$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_2} = 0.5 \times 200 = 100 \text{ N}$$

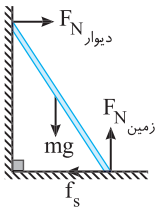
در این صورت نیرویی که سطح زمین وارد می‌کند برابر است با:

$$\vec{F}_{R, \text{زمین}} = -100\hat{i} + 200\hat{j}$$

۲ ۸۵۳ B

نکته: برآیند نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) که از طرف

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$



سطح به جسم وارد می‌شود را نیروی سطح گویند:

توسط دیوار قائم تنها نیروی عمودی سطح و توسط سطح زمین دو نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک به نردبان وارد می‌شود. نیروی اصطکاک مانع لیز خوردن نردبان به سمت راست می‌شود بنابراین جهت f_s به سمت چپ است. نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم و نیروهای افقی را برابر هم و نیروهای قائم را نیز برابر هم قرار می‌دهیم:

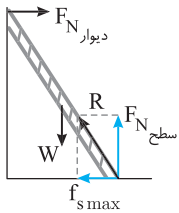
$$\begin{cases} f_s = F_{N, \text{دیوار}} = 300 \text{ N} \\ F_{N, \text{زمین}} = mg = 400 \text{ N} \end{cases}$$

هر دو نیروی $F_{N, \text{زمین}}$ و f_s از زمین به نردبان وارد شده و نیرویی که زمین به نردبان

$$R = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ N}$$

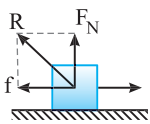
وارد می‌کند برابر است با:

۱ ۸۵۴ B



نکته: هر گاه بر جسمی نیرو وارد شود و جسم در آستانه سر خوردن باشد، یعنی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح بیشینه $(f_{s,max} = \mu_s F_N)$ است.

باید شکل مسئله را رسم کنید و نیروهای وارد بر نردبان را بکشید.



یادآوری: نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، برآیند دو نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

است.

۱: نردبان ساکن است، از این‌رو نیروهایی که در

امتداد قائم هستند، یعنی نیروی وزن (W) و نیروی عمودی سطح (F_N) متوازن بوده

$$F_N = W = mg \xrightarrow{m=16 \text{ kg}} F_N = 16 \times 10 = 160 \text{ N}$$

بنابراین:

۲: نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} \Rightarrow 200^2 = 160^2 + f_{s,max}^2$$

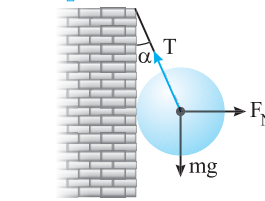
$$\Rightarrow f_{s,max}^2 = 200^2 - 160^2 = (200+160)(200-160) = 360 \times 40$$

$$f_{s,max}^2 = 36 \times 400 \Rightarrow f_{s,max} = 6 \times 20 = 120 \text{ N}$$

۳: ضریب اصطکاک ایستایی خواهد شد:

$$f_{s,max} = \mu_s mg \Rightarrow 120 = \mu_s \times 16 \times 10 \Rightarrow \mu_s = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

۳ ۸۴۹ A



بر جسم سه نیرو وارد می‌شود:

- ۱:** نیروی وزن
- ۲:** نیروی کشش
- ۳:** نیروی عمود بر سطح

ابتدا نیروهایی که به جسم وارد می‌شوند

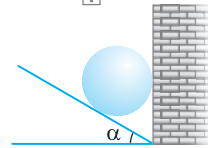
را رسم می‌کنیم. جسم در حال تعادل است پس نیروهای متوازن می‌باشند و باید برآیند نیروهای F_N و mg با T برابر و خلاف جهت آن می‌باشد.

$$T = \sqrt{F_N^2 + (mg)^2} \Rightarrow T = \sqrt{900 + 1600} = 50 \text{ N}$$

یازدهمین سؤال: در شکل زیر نیروی عمودی سطح شیب‌دار وارد بر جسم

کروی برابر 500 N است. نیروی عمودی سطح از طرف دیوار قائم بر جسم کروی و

نیروی وزن کره به ترتیب از راست به چپ کدام گزینه می‌تواند باشد؟ **تجربی - ۹۴**



- (۱) 400 و 300
- (۲) صفر و 300
- (۳) صفر و 400
- (۴) 600 و 300

پاسخ: نیروهای وارد بر جسم متوازن

می‌باشد بنابراین باید برآیند دو نیروی عمود

بر هم F_N و W برابر F'_R در خلاف

جهت آن باشد. $\sqrt{F_N^2 + W^2} = F'_R$

با توجه به معادله بالا تنها گزینه (۱) می‌تواند

درست باشد.

گزینه ۱

۱ ۸۵۰ B

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

۱: نیروی F_N عمود بر سطح و در

امتداد شعاع نیمکره است.

۲: جسم ساکن و در حالت تعادل است و

نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند. از

این‌رو اندازه برآیند نیروی افقی $F = 50 \text{ N}$ و نیروی وزن $W = 120 \text{ N}$ باید هم‌اندازه نیروی F_N باشد. به کمک رابطه فیثاغورس F_N را به دست می‌آوریم.

$$F_N = \sqrt{F^2 + W^2} \Rightarrow F_N = \sqrt{50^2 + 120^2} \Rightarrow F_N = 130 \text{ N}$$

۲ ۸۵۱ A

دیوار و کف بر نردبان نیروی عمودی F_N وارد می‌کنند در شکل (۱) و (۲) نیروی

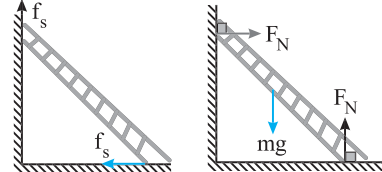
بر سطح عمود نبوده و این شکل‌ها نادرست هستند. اما در مورد شکل (۲) و (۳)، نیروی

اصطکاک خلاف جهت لغزش به نردبان وارد می‌شود. اگر نردبان بخواهد بلغزد به

سمت پایین خواهد لغزید پس روی دیوار قائم روبه پایین می‌لغزد و باید اصطکاک به

سمت بالا به آن وارد شود و روی سطح افقی نیز به سمت راست می‌لغزد پس نیروی

اصطکاک به سمت چپ به آن وارد می‌شود و گزینه (۲) درست است.



۲ ۸۵۲ B

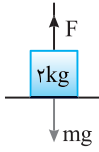
خط فکری: نردبان ساکن است. باید نیروهای وارد بر آن را رسم کنیم اما جالبی مسئله

این است که این نیروها بر خلاف همه مسائل قبلی بر نقاط مختلف جسم باید رسم شوند.

نیروهای وارد بر نردبان عبارتند از نیروی عمودی سطح دیوار بر نردبان (F_{N_1}) که به‌طور افقی

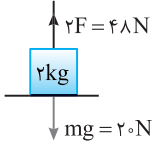
بر نردبان وارد می‌شود. نیروی وزن (W) رو به پایین، نیروی عمودی سطح زمین (F_{N_2})

B ۸۵۹ ۲



در حالت اول نیرویی که در راستای قائم به طناب وارد می‌شود را F در نظر می‌گیریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - mg = ma_1 \\ \Rightarrow F - 20 = 4 \Rightarrow F = 24 \text{ N}$$

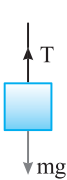


در حالت دوم نیروی F دو برابر شده پس نیروی روبه بالای وارد بر جعبه $2 \times 24 = 48 \text{ N}$ است.

$$F_{\text{net}} = ma_2 \Rightarrow 2F - mg = ma \\ \Rightarrow 48 - 20 = 2a_2 \Rightarrow a_2 = 14 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب حرکت از 2 m/s^2 به 14 m/s^2 رسیده و $\frac{a_2}{a_1} = \frac{14}{2} = 7$ برابر شده است.

بازی با سؤال وزنه m را به وسیله طنابی با شتاب 2 m/s^2 به طور قائم با حرکت تندشونده رو به بالا می‌کشیم. اگر نیروی کشش طناب را دو برابر کنیم، شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه افزایش می‌یابد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$) **کنکور دهه‌های گذشته**



$$12 \quad 4 \quad 8 \quad 3 \quad 4 \quad 2 \quad 2 \quad 1$$

پایسج ابتدا شتاب حرکت 2 m/s^2 است بنابراین:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = 10m + 2m = 12m$$

اگر نیروی کشش طناب دو برابر شود $T' = 2T = 24m$ خواهد شد و داریم:

$$F_{\text{net}} = ma' \Rightarrow T' - mg = ma' \Rightarrow 24m - 10m = ma' \Rightarrow a' = 14 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب از $a = 2 \text{ m/s}^2$ به $a' = 14 \text{ m/s}^2$ رسیده و افزایش یافته است: $(a' - a) = 12 \text{ m/s}^2$

گزینۀ ۴

C ۸۶۰ ۴

خط فکری ابتدا باید نیروی شناوری (F_b) وارد بر بالون را حساب کنید. برای این کار باید نیروهای وارد بر بالون را هنگامی که بالون تندشونده در حال پایین آمدن است را رسم کنید و به کمک قانون دوم نیوتون F_b را حساب کنید. سپس جهت حرکت بالون را رو به بالا در نظر گرفته و نیروی وزن جدید بالون را به دست بیاورید.

۱) نیروی شناوری خواهد شد:

$$mg - F_b = ma \xrightarrow{m=200 \text{ kg}} 2000 - F_b = 200 \times 2 \Rightarrow F_b = 1600 \text{ N}$$

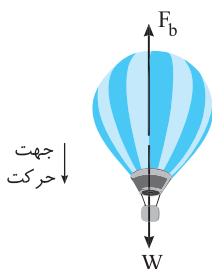
۲) در حالت دوم بالون با همین شتاب 2 m/s^2 با نیروی $F_b = 1600 \text{ N}$ تندشونده رو به بالا می‌رود، بنابراین می‌نویسیم:

$$F_b - m'g = m'a \Rightarrow 1600 - m' \times 10 = m' \times 2$$

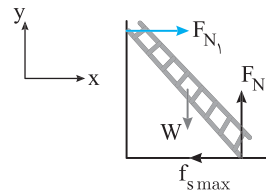
$$1600 = 12m' \Rightarrow m' = \frac{1600}{12} \Rightarrow m' = \frac{400}{3} \text{ kg}$$

۳) کسری از جرم که باید از جرم بالون کاسته شود را حساب می‌کنیم:

$$\frac{m' - m}{m} = \frac{\frac{400}{3} - 200}{200} = \frac{-200}{200} = -\frac{1}{3}$$



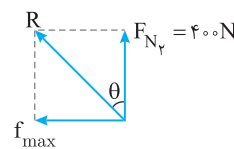
B ۸۵۵ ۱



۱) نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.

۲) نردبان در آستانه لغزیدن است بنابراین نیروی اصطکاک بین نردبان و سطح برابر $f_{s \text{ max}}$ است.

۳) با توجه به شکل نیروهای وارد بر نردبان توسط سطح زمین را می‌توان نوشت:

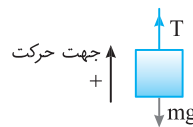


$$\tan \theta = \frac{f_{s \text{ max}}}{F_{N_2}} = \frac{\mu_s F_{N_1}}{F_{N_2}} = \mu_s$$

$$\tan \theta = \mu_s = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

A ۸۵۶ ۴



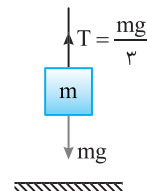
حرکت کندشونده است، اگر جهت حرکت را رو به بالا مثبت بگیریم شتاب منفی و برابر -2 m/s^2 می‌شود. نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و برابری آنها را برابر ma قرار می‌دهیم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 50 = 50(-2) \Rightarrow T = 40 \text{ N}$$

روش دیگر: جسم دارای حرکت کندشونده رو به بالا است، بنابراین نیروی وزن که رو به پایین است از نیروی کشش نخ که رو به بالاست بزرگتر بوده و سبب کندشدن حرکت می‌شود. بنابراین نیروی کشش نخ را از وزن کم می‌کنیم و شتاب قطعاً مثبت اختیار می‌شود.

$$mg > T \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow 50 - T = 50 \times 2 \Rightarrow T = 40 \text{ N}$$

A ۸۵۷ ۳



خط فکری نیروهای وزن بر جسم (کشش نخ T و نیروی وزن W) را رسم می‌کنیم. برای سادگی برای به دست آوردن نیروی خالص نیروی بزرگتر را منهای نیروی کوچکتر می‌کنیم و سپس به کمک قانون دوم نیوتون مسئله را حل می‌کنیم.

در صورت مسئله دقیقاً بیان شده که $T = \frac{1}{3}W$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - T = ma \xrightarrow{T = \frac{mg}{3}} \frac{2}{3}mg = ma \Rightarrow a = \frac{2}{3}g$$

A ۸۵۸ ۱

خط فکری جسم در راستای قائم جابه‌جا می‌شود اما معلوم نیست که بالا می‌رود و یا پایین می‌آید همچنین نوع حرکت مشخص نیست. البته مسئله از ما خواسته است که حالتی که کشش نخ بیشترین مقدار است را مشخص کنیم. تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم. گزینه (۱): حرکت تندشونده رو به بالا: در این حالت باید نیروی کشش طناب از وزن شخص بیشتر باشد.

$$T > mg \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T = mg + ma$$

گزینه (۲): حرکت کندشونده رو به بالا: برای آنکه حرکت رو به بالا کندشونده باشد باید نیروی وزن رو به پایین از نیروی کشش طناب رو به بالا بزرگتر باشد.

$$T < mg \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow T = mg - ma$$

گزینه (۳): حرکت تندشونده رو به پایین: در این حرکت نیز $T < mg$ است و نیروی وزن جسم را به پایین می‌آورد و بر سرعت آن می‌افزاید.

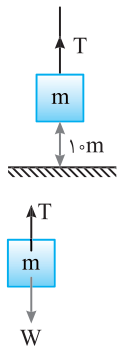
گزینه (۴): حرکت با سرعت ثابت: در این حالت نیروها متوازن بوده و $T = mg$ است. در نتیجه در حالت اول T از همه حالات بیشتر است.

در این تست قدیمی فرض شده در گزینه‌ها بزرگی شتاب یکسان است.

بازی با سوال در شکل روبه‌رو در لحظه نشان

داده شده جسم ساکن است، نیروی کشش T را کاهش می‌دهیم تا برابر نصف نیروی وزن شود، تندی جسم هنگام رسیدن به زمین چند m/s است؟ (g=10N/kg)

- ۵ (۱)
- ۱۵ (۳)
- ۱۰ (۲)
- ۲۰ (۴)



پاسخ **خط فکری** در ابتدا جسم ساکن و

نیروی کشش نخ برابر نیروی وزن است T=mg وقتی

کشش را کاهش دهیم تا T' = mg/2 جسم شروع به حرکت

رو به پایین می‌کند.

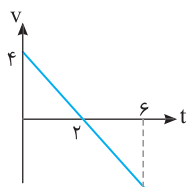
ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T' - mg = ma \Rightarrow \frac{mg}{2} - mg = ma \Rightarrow a = -\frac{g}{2} = -5 \text{ m/s}^2$$

تندی جسم را هنگام رسیدن به زمین از رابطه مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v^2 = 2 \times (-5) \times (1.0) \Rightarrow v^2 = 10 \Rightarrow v = 1.0 \text{ m/s}$$

گزینه ۲



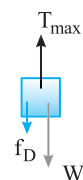
دقت کنید که در تمام مدت حرکت شتاب حرکت ثابت است بنابراین در تمام مدت حرکت نیروی خالص وارد بر جسم ثابت بوده و با توجه به ثابت بودن نیروی وزن، باید نیروی کشش طناب نیز ثابت باشد. بنابراین گزینه (۲) درست است.

خط فکری

حداقل زمان وقتی است که شتاب بالا بردن جسم بیشینه مقدار باشد در این صورت باید نیروی کشش نخ بیشترین مقدار یعنی برابر 10N باشد. با توجه به این موضوع شتاب حرکت جسم را به دست آورده سپس به کمک روابط حرکت‌شناسی حداقل زمان را حساب کنید.

نیروهای وارد بر وزنه را رسم می‌کنیم:

۱ جرم جسم را به دست می‌آوریم:



$$W = mg \Rightarrow 5 = m \times 10 \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg}$$

۲ به کمک قانون دوم نیوتون شتاب را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_{max} - W - f_D = ma$$

$$\Rightarrow 10 - 5 - 1 = 0.5a \Rightarrow a = 8 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 1.6 = \frac{1}{2} \times 8t^2 \Rightarrow t^2 = 0.4 \Rightarrow t = 0.2 \text{ s}$$

بازی با سوال به نخی که می‌تواند حداکثر نیروی کشش 20N را تحمل

کند، وزنه 10N آویزان است. مقاومت هوا در مقابل حرکت وزنه به طور متوسط 2 نیوتون است. حداکثر ارتفاعی که در مدت 1s آغازین حرکت می‌توان وزنه را

بالا برد، چند متر است؟ (g=10N/kg)

- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۳ (۳)
- ۱/۵ (۴)

پاسخ **خط فکری** شکل ساده‌ای از مسئله به

همراه نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

۲ ابتدا جرم وزنه را حساب می‌کنیم:

$$W = mg \Rightarrow 10 = m \times 10 \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

۳ به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت

وزنه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - (f_D + W) = ma \Rightarrow 20 - (2 + 10) = 1a \Rightarrow a = 8 \text{ m/s}^2$$

۴ در مسئله زمان داده شده بنابراین به سراغ روابط حرکت‌شناسی می‌رویم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 8 \times 1 \Rightarrow h = 4 \text{ m}$$

گزینه ۲

خط فکری

جهت حرکت جسم و نوع حرکت مشخص نشده است.

اگر جسم رو به پایین در حرکت باشد، نیروی مقاومت هوا رو به بالا بوده و هم جهت T است و اگر جسم رو به بالا در حرکت باشد، نیروی مقاومت هوا رو به پایین و هم جهت W خواهد بود. نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده، یک‌بار جسم را با حرکت تندشونده رو به پایین و بار دیگر با حرکت کندشونده رو به بالا مسئله را حل کنید.

نیروهای در جهت حرکت را منهای نیروهای خلاف جهت حرکت کنید در این صورت اگر حرکت تندشونده باشد شتاب مثبت و اگر حرکت کندشونده باشد، شتاب منفی به دست می‌آید. اگر جسم در حال حرکت رو به پایین باشد مقاومت هوا رو به بالا بر جسم وارد می‌شود

بنابراین:

$$f_D = 5 \text{ N} \quad T = 20 \text{ N}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T - f_D = ma$$

$$\Rightarrow 10 - 20 - 5 = 1a \Rightarrow 1a = -15$$

$$\Rightarrow a = -15 \text{ m/s}^2$$

همچنین اگر جسم در حال حرکت کندشونده

رو به بالا باشد مقاومت هوا رو به پایین به جسم وارد می‌شود بنابراین:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow 20 - 10 - 5 = 1a$$

$$\Rightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow |a| = 5 \text{ m/s}^2$$

نکته

تا لحظه‌ای که نیروی جلوبر وارد بر یک جسم از نیروهای مقاوم در مقابل حرکت بزرگتر یا مساوی آن باشد، از تندی جسم کاسته نمی‌شود.

تا زمانی که نیروی T از نیروی وزن W بیشتر است تندی در حال افزایش است. با کاهش T نیروی برآیند کاهش می‌یابد و تا زمانی که T=mg=10N شود، سرعت در حال افزایش است و در لحظه T=mg سرعت ثابت می‌ماند از این رو اگر نیروی T را از 10N به 40N کاهش دهیم تندی جسم کاهش نمی‌یابد: $\Delta T = 10 - 40 = -30 \text{ N}$

خط فکری

در حالت اول که به کمک طناب وزنه 90kg را بالا می‌بریم، نیروی کشش طناب خواهد شد:

$$T > mg \Rightarrow T_{max} - mg = ma \Rightarrow T_{max} - 900 = 90a \quad (I)$$

در حالت دوم می‌خواهیم وزنه 110kg را پایین ببریم در این حالت حداکثر نیروی کشش طناب با حالت اول برابر است. اما نیروی وزن جسم جدید از نیروی کشش طناب بزرگتر است از این رو می‌توانیم بنویسیم:

$$m'g > T \Rightarrow m'g - T_{max} = m'a$$

$$\Rightarrow 1100 - T_{max} = 110a \quad (II)$$

رابطه (I) و (II) را برهم تقسیم کرده، بیشینه کشش قابل تحمل طناب را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T_{max} - 900}{1100 - T_{max}} = \frac{9}{11} \Rightarrow 11T_{max} - 9900 = 9900 - 9T_{max}$$

$$\Rightarrow 20T_{max} = 2 \times 9900 \Rightarrow T_{max} = 990 \text{ N}$$

در حالت سوم با این طناب، بار را یکنواخت بالا می‌بریم بنابراین جرم بار خواهد شد:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_{max} = m'g \Rightarrow 990 = m' \times 10 \Rightarrow m' = 99 \text{ kg}$$

خط فکری

۱ زمان داده شده بنابراین باید به کمک روابط حرکت‌شناسی شتاب حرکت جسم را

حساب کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{4 - 0}{2} = 2 \text{ m/s}^2$$

۲ نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده سپس به کمک قانون دوم

نیوتون نیروی کششی را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 20 = 5 \Rightarrow T = 25 \text{ N}$$



۳ ۸۶۷ B

خط فکری

جسم را با نیروی $F = 15\text{N}$ رو به بالا برده‌ایم، سپس این نیرو را حذف کرده‌ایم. مشکل خیلی از دانش‌آموزان از اینجا شروع می‌شود. زیرا تصور می‌کنند که با حذف نیروی F جسم دیگر بالا نمی‌رود در حالی که جسم در مدت 3s سرعت پیدا کرده و وقتی F حذف می‌شود، به دلیل قانون اول نیوتون جسم تمایل دارد وضع موجود خود یعنی حرکت رو به بالا را ادامه دهد. به همین دلیل به بالا رفتن ادامه می‌دهد اما تحت تأثیر نیروی وزن از سرعتش کاسته شده و سرانجام متوقف می‌گردد و به سوی زمین بر می‌گردد. شما یک بار جابه‌جایی در حرکت تندشونده اول مسیر و بار دیگر جابه‌جایی پس از حذف F تا لحظه توقف را باید حساب کرده با هم جمع کنید.

۱ شتاب حرکت جسم با حضور نیروی $F = 15\text{N}$ را حساب می‌کنیم.

۲ جابه‌جایی جسم در مدت 3s خواهد شد:

۳ تندی جسم در پایان این 3s را به دست می‌آوریم:

۴ با حذف نیروی F تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی وزن است بنابراین شتاب

قسمت کندشونده خواهد شد:

۵ در ابتدای حذف F ، سرعت جسم 15m/s است بنابراین به کمک رابطه مستقل از زمان مقدار بالا رفتن جسم را به دست می‌آوریم:

۶ حداکثر ارتفاع بالا رفتن جسم برابر است با:

$\Delta y_{\text{کل}} = \Delta y_1 + \Delta y_2 = 22/5 + 11/25 = 33/5\text{m}$

۳ ۸۶۸ A

بر جسم نیروهای وزن $W = mg$ و نیروی کشسانی فنر $F_e = k\Delta x$ وارد می‌شود.

با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی کشسانی فنر را به دست می‌آوریم:

تغییر طول فنر را حساب می‌کنیم:

$F_e = k\Delta x \xrightarrow{k=400\text{N/m}} 24 = 400 \cdot \Delta x$

$\Rightarrow \Delta x = 0/06\text{m} \Rightarrow \Delta x = 6\text{cm}$

۳ ۸۶۹ B

۱ دوباره حضور حرکت‌شناسی در مسئله را می‌بینید. باید

ابتدا با مقایسه معادله سرعت زمان مسئله $v = 4t + 2$ با معادله سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت شتاب حرکت را

به دست بیاورید. $v = at + v_0$, $v = 4t + 2 \Rightarrow a = 4\text{m/s}^2$

۲ شکل ساده‌ای به همراه نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

۳ قانون دوم نیوتون را نوشته و نیروی کشسانی فنر را به دست می‌آوریم:

تغییر طول فنر را حساب می‌کنیم:

$F_e = kx \xrightarrow{k=2\text{N/cm}=200\text{N/m}} 28 = 200 \cdot x \Rightarrow x = 0/14\text{m} \Rightarrow x = 14\text{cm}$

۴ **پایه سوال** جسمی به جرم 2kg تحت تأثیر نیروی T رو به بالا در حرکت است و معادله سرعت - زمان آن $v = 4t + 10$ است. نیروی T چند نیوتون می‌باشد؟ ($g = 10\text{N/kg}$)

۱۲ (۱) ۲۸ (۲) ۱۵ (۳) ۳۵ (۴)

۵ **پایه** معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت برابر $v = at + v_0$ است، بنابراین شتاب این حرکت 4m/s^2 می‌باشد.

۶ **تجزیه** $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 20 = 8 \Rightarrow T = 28\text{N}$

۳ ۸۷۰ B

خط فکری

ابتدا با نوشتن تعادل در راستای قائم ضریب سختی فنر را به دست می‌آوریم. سپس با نوشتن معادله تعادل افقی مقدار نیروی اصطکاک و در نهایت ضریب اصطکاک جنبشی به دست می‌آید. در مراحل زیر محاسبات لازم را انجام می‌دهیم.

۱ در حالت اول به جسم نیروی کشش فنر به سمت بالا و

نیروی وزن به سمت پایین وارد می‌شود:

۲ در حالت دوم نیروی کشش فنر در جهت حرکت و نیروی اصطکاک خلاف جهت

به جسم وارد می‌شود:

۳ نیروی اصطکاک برابر است با:

۴ در حالت اول جسم در حال تعادل است، بنابراین نیروی کشسانی فنر و نیروی وزن وارد بر وزنه متوازن هستند.

۵ ثابت فنر را حساب می‌کنیم:

۶ در حالت دوم وزنه را با شتاب 3m/s^2 پایین می‌آوریم. در این حالت $mg > F_e$

است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۷ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۸ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۹ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱۰ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱۱ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱۲ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱۳ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱۴ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱۵ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱۶ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱۷ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱۸ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۱۹ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۲۰ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۲۱ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۲۲ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۲۳ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۲۴ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۲۵ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

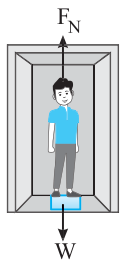
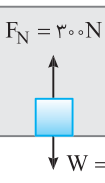
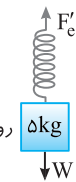
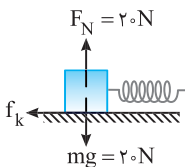
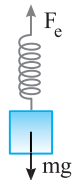
۲۶ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۲۷ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۲۸ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۲۹ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

۳۰ در این حالت $mg > F_e$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



B ۸۷۵ ۴

یادآوری در حرکت شتابدار آسانسور با شتاب ثابت چهار حالت وجود دارد که دو حالت آن‌ها معادل هم هستند.

۱ حرکت تندشونده رو به بالا، با حرکت کندشونده رو به پایین با همان شتاب معادل است. زیرا در این دو حالت نیروی بالا بر وارد بر جسم (F_N) از نیروی وزن جسم (W) بزرگتر است و در هر دو حالت می‌توان نوشت:

$$F_N - W = ma \Rightarrow F_N = mg + ma$$

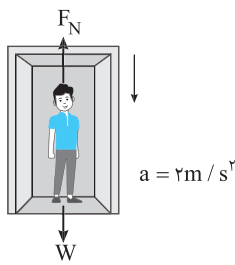
۲ حرکت تندشونده رو به پایین با حرکت کندشونده رو به بالا با همان شتاب معادل است. در این دو حالت یکسان، نیروی F_N از W کوچکتر است و در دو حالت خواهیم داشت:

$$W - F_N = ma \Rightarrow F_N = mg - ma$$

بنابراین حرکت تندشونده رو به بالا با شتاب $3m/s^2$ با حرکت کندشونده رو به پایین با شتاب $3m/s^2$ معادل است و در هر دو حالت نیروی وارد بر جسم توسط کف آسانسور یکسان است و بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که جسم بر تکیه‌گاه وارد می‌کند نیز برابر (F) است.

A ۸۷۶ ۴

خط فکری به جای نیروی شخص وارد بر آسانسور ابتدا نیرویی که آسانسور رو به بالا به شخص وارد می‌کند را حساب کنید.



حرکت تندشونده رو به پایین است از این رو $F_N < W$ خواهد بود. نیروهای وارد بر شخص را رسم کرده به کمک قانون دوم نیوتون نیرویی که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند را حساب می‌کنیم. (F_N)

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$

$$\Rightarrow 80 - F_N = 80 \times 2 \Rightarrow F_N = 640N$$

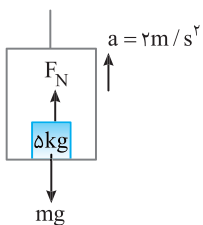
آسانسور بر شخص نیروی $640N$ را رو به بالا وارد می‌کند. بنا به قانون سوم نیوتون شخص نیز بر کف آسانسور نیروی $640N$ را رو به پایین وارد می‌کند.

B ۸۷۷ ۳

خط فکری در حرکت آسانسور که به جسم دو نیروی عمودی سطح F_N و نیروی وزن mg وارد می‌شود برای محاسبهٔ برآیند نیروها (F_{net}) باید نیروی در جهت حرکت را از نیروی خلاف جهت حرکت کم کرد:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} \text{حرکت تندشونده } a > 0 \\ \text{حرکت کندشونده } a < 0 \end{cases}$$

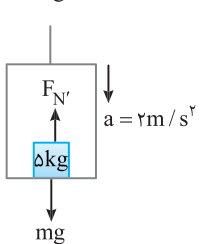
نیروی خلاف جهت حرکت - نیروی در جهت حرکت



در حالت اول داریم:

$$F_{net} = ma \rightarrow \text{جسم رو به بالا حرکت می‌کند}$$

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 50 = 10 \Rightarrow F_N = 60N$$



در حالت دوم داریم:

$$F_{net} = ma \rightarrow \text{جسم رو به پایین حرکت می‌کند}$$

$$mg - F_N' = ma \Rightarrow 50 - F_N' = 10 \Rightarrow F_N' = 40N$$

اختلاف نیروی عمودی سطح برابر است با:

$$F_N - F_N' = 60 - 40 = 20N$$

میانبر هرگاه آسانسور یکبار با شتاب a رو به بالا و بار دیگر با همان شتاب رو به پایین حرکت کند اختلاف نیروی عمودی سطح برابر $2mg$ است (البته باید نوع حرکت (تندشونده یا کندشونده در دو حالت یکسان باشد).

بازی با سؤال

شخصی به جرم m درون آسانسوری که حرکت شتابدار دارد ایستاده است و آسانسور به طرف بالا حرکت می‌کند، نیرویی که کف آسانسور به شخصی وارد می‌کند را F می‌نامیم. کدام گزینه درست است؟

- ۱) الزاماً $F = 0$
- ۲) الزاماً $F < mg$
- ۳) الزاماً $F > mg$

۴) بسته به حرکت آسانسور، هر سه گزینه می‌تواند باشد.

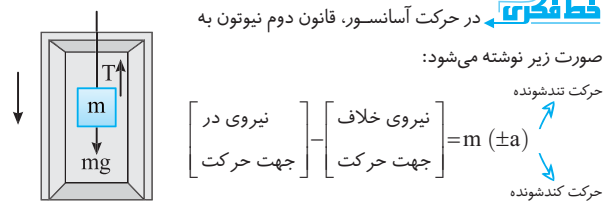
پایسج

جهت حرکت جسم رو به بالا است. اما نوع حرکت مشخص نیست اگر حرکت تندشونده باشد $F > W$ است، اگر حرکت کندشونده باشد $F < W$ است و اگر جسم با حرکت کندشونده با شتاب g رو به بالا حرکت کند، نیروی $F = 0$ خواهد بود.

گزینه ۴

B ۸۷۴ ۳

خط فکری



در حرکت آسانسور، قانون دوم نیوتون به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$m(\pm a) = \begin{cases} \text{نیروی خلاف جهت حرکت} \\ - \\ \text{نیروی در جهت حرکت} \end{cases}$$

$$mg - T = m(\pm a)$$

نکته

عددی که با اسکول نشان می‌دهد برابر نیروی عمودی سطحی است که به شخص وارد می‌شود.

۱

اگر آسانسور به سمت بالا در حال حرکت باشد، نیروی در جهت حرکت F_N و نیروی خلاف جهت حرکت mg است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = m(\pm a)$$

$$\Rightarrow F_N = mg + m(\pm a)$$

برای آن که $F_N > mg$ باشد باید a مثبت باشد تا با mg جمع شود پس طبق خط فکری در حرکت به سمت بالا، حرکت تندشونده است.

۲

اگر آسانسور به سمت پایین در حال حرکت باشد، نیروی در خلاف جهت حرکت F_N و نیروی در جهت حرکت mg است:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = m(\pm a)$$

$$\Rightarrow F_N = mg - m(\pm a)$$

برای آن که $F_N > mg$ باشد باید a منفی باشد تا mg از یک عدد منفی کم شود:

$$F_N = mg - m(-a) \rightarrow F_N = mg + ma$$

پس در حرکت به سمت پایین باید حرکت کندشونده ($a < 0$) باشد.

بنابراین گزینه (۳) درست است.

میانبر

اگر در آسانسور دو نیرو، یکی در جهت حرکت و دیگری خلاف جهت حرکت به جسم وارد شود:

- حرکت تندشونده رو به بالا یا کندشونده رو به پایین: نیروی خلاف جهت حرکت $>$ نیروی در جهت حرکت
- حرکت تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا: نیروی خلاف جهت حرکت $<$ نیروی در جهت حرکت

B ۱ ۸۸۸

بنابراین می‌توان نوشت: $mg - T' = ma \Rightarrow 750 - T' = 750(-2) \Rightarrow T' = 900 \text{ N}$

B ۴ ۸۸۱

۱ در حالت اول آسانسور در حال بالا رفتن است
بنابراین:

$$F_{\text{net}} = Ma \Rightarrow T - Mg = Ma \\ \Rightarrow T = M(a + g)$$

۲ در حالت دوم آسانسور در حال پایین آمدن است بنابراین:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow Mg - T' = Ma \Rightarrow T' = M(g - a)$$

۳ با توجه به صورت سؤال $\frac{T}{T'} = 1/5$ است:

$$\frac{T}{T'} = \frac{M(a + g)}{M(g - a)} = 1/5 \Rightarrow \frac{a + g}{g - a} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a + 2g = 3g - 3a \Rightarrow 5a = g \Rightarrow a = \frac{g}{5}$$

B ۱ ۸۸۲

خط فکری ابتدا کل آسانسور را یک جسم فرض می‌کنیم که توسط نیروی کشش کابل به حرکت درآمده است و شتاب حرکت را حساب می‌کنیم سپس نیروهای وارد بر شخص را رسم کرده و نیروی F_N که از کف آسانسور به شخص وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

۱ شتاب حرکت آسانسور را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \\ \Rightarrow T - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \\ \xrightarrow{m_1 = 60 \text{ kg}, m_2 = 140 \text{ kg}} \\ \xrightarrow{T = 2200 \text{ N}} \\ 2200 - (60 + 140) \times 10 = (60 + 140) \times a \\ \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

۲ نیرویی که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - m_1g = m_1a \\ \Rightarrow F_N - 600 = 60 \times 1 \Rightarrow F_N = 660 \text{ N}$$

۳ بنا به قانون سوم نیوتون، نیرویی که شخص بر کف آسانسور وارد می‌کند، هم‌اندازه و هم‌جهت با F_N است یعنی 440 N و رو به پایین و خلاف جهت محور y است:

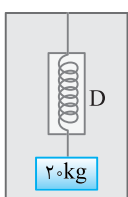
$$\vec{F} = -440 \hat{j}$$

A ۲ ۸۸۳

جسم رو به بالا دارای حرکت کندشونده است بنابراین نیروی کشسانی فنر وارد بر وزنه از نیروی وزن جسم کمتر است.
 $F_e < W \Rightarrow mg - F_e = ma$
 $\Rightarrow 200 - F_e = 20 \times 2/5 \Rightarrow F_e = 150 \text{ N}$
روش دیگر: نیروی در جهت حرکت را

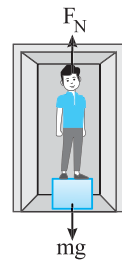
منهای نیروی خلاف جهت حرکت کرده، نیروی خالص را به دست می‌آوریم:

$$F - mg = ma \xrightarrow{\text{حرکت کندشونده}} F - 20 \times 10 = 20 \times (-2/5) \Rightarrow F = 150 \text{ N}$$



بازی با سؤال شکل روبه‌رو اتا‌تک آسانسوری را نشان می‌دهد که در یک فاصله زمانی کوتاه، تندشونده با شتاب $2/5 \text{ m/s}^2$ رو به بالا در حال حرکت است. نیروسنج D در این حالت چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- ۱) ۵۰
۲) ۱۵۰
۳) ۲۰۰
۴) ۲۵۰



نیرویی که ترازو نشان می‌دهد همان نیروی عمودی سطح است که توسط ترازو بر شخص وارد می‌شود. شتاب حرکت را با قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

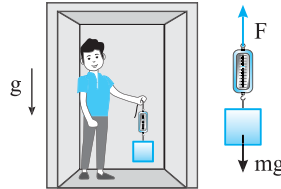
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow 600 - 480 = 60a \\ \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

بنابراین گزینه (۳) و (۴) که در آن‌ها شتاب $\frac{1}{3} \text{ m/s}^2$ است نادرست هستند. اما بین گزینه (۱) و (۲) چون نیروی وزن رو به پایین (600 N) از نیروی عمودی سطح (480 N) بزرگتر بوده بنابراین نیروی خالص وارد بر شخص رو به پایین است. بنا به قانون دوم نیوتون همواره جهت شتاب در جهت نیروی خالص است از این رو جهت شتاب نیرو رو به پایین است.

A ۴ ۸۷۹

خط فکری

سؤال زیبایی است. ابتدا فرض کنید که بر جسم دو نیرو یکی وزن و دیگری نیرو کشسانی نیروسنج وارد می‌شود. سپس با توجه به شتاب رو به پایین حرکت آسانسور نیروی نیروسنج را حساب کنید.



با توجه به نیروهای وارد بر جسم:

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{a = g} \\ mg - F = m(g) \Rightarrow F = 0$$

بنابراین نیروسنج صفر را نشان می‌دهد. این وضعیت را حالت بی‌وزنی گویند. در حالت بی‌وزنی تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم نیروی وزن بوده و شتاب جسم برابر شتاب گرانش g است. البته به آن حالت بی‌وزنی می‌گویند زیرا وزن جسم صفر نیست و جسم، شخص و آسانسور تحت تأثیر نیروی وزن در حال حرکت رو به پایین هستند.

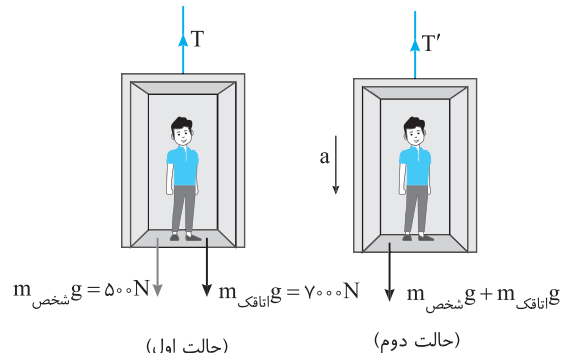
B ۳ ۸۸۰

در حالت اول آسانسور با تندی ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن است و نیروی کشش کابل با مجموع نیروی وزن آسانسور و شخص برابر است.
 $T = m_{\text{شخص}}g + m_{\text{اتا‌تک}}g = 750 \text{ N}$

در حالت دوم می‌خواهیم آسانسور با شتاب 2 m/s^2 کندشونده رو به پایین حرکت کند در این حالت:

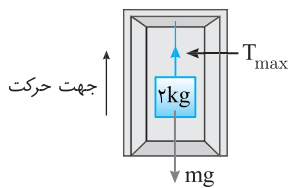
$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{T' > W} T' - (m_{\text{شخص}}g + m_{\text{اتا‌تک}}g) = m_{\text{کل}}a \\ T' - 750 = 750 \times 2 \Rightarrow T' = 900 \text{ N}$$

بنابراین کشش کابل باید به اندازه $T' - T = 900 - 750 = 150 \text{ N}$ افزایش یابد.

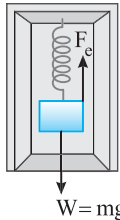


در حل مسائل آسانسور می‌توان این‌گونه عمل کرد که با توجه به جهت حرکت آسانسور و نوع حرکت آن نیروی بزرگتر را تشخیص داده و نیروی بزرگتر را منهای نیروی کوچکتر کرده و شتاب را به دست آورد. در این حالت همواره شتاب مثبت خواهد بود.

روش دیگر این‌گونه است که نیروهای در جهت حرکت را منهای نیروهای خلاف جهت حرکت می‌کنیم. اگر حرکت کندشونده باشد شتاب را مثبت و اگر حرکت کندشونده باشد شتاب را منفی قرار می‌دهیم. به‌طور مثال در حل این مسئله آسانسور رو به پایین در حرکت است نیرویی در جهت حرکت وزن و خلاف آن کشش کابل است و چون حرکت کندشونده است شتاب نیز منفی است



۴ ۸۸۶ B



۱ مطابق شکل روبه‌رو، در یک شکل ساده نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

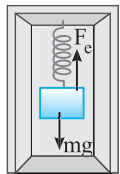
۲ نکته در استفاده از قانون دوم نیوتون به نکات زیر دقت کنید:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} a > 0: \text{حرکت تندشونده} \\ a < 0: \text{حرکت کندشونده} \end{cases}$$

نیرو خلاف جهت حرکت - نیرو در جهت حرکت

۲ آسانسور در حال حرکت به سمت بالا و در حال ترمز بوده ($a = -2m/s^2$)

است، با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma$$

نیرو خلاف جهت حرکت - نیرو در جهت حرکت \rightarrow

$$a = -2m/s^2$$

$$F_e - mg = ma \rightarrow mg = 8N$$

$$m = 0.8kg$$

$$F_e - 8 = 0.8 \times (-2) \Rightarrow F_e - 8 = -1.6 \Rightarrow F_e = 6.4N$$

۳ یادآوری نیروی فنر برابر $F_e = k\Delta x$ است:

۴ نکته در رابطه $F_e = k\Delta x$ اگر یکای ثابت فنر N/m باشد، تغییر طول فنر

نیز برحسب m قرار می‌گیرد و اگر ثابت فنر برحسب N/cm داده شد می‌توان یکای تغییر طول فنر را نیز cm قرار داد.

نیروی وزن (mg) فنر را به سمت پایین می‌کشد و بزرگی شتاب حرکت $2m/s^2$ بوده و از $g = 10m/s^2$ کمتر است پس فنر کشیده خواهد شد:

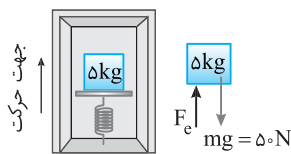
$$x_2 - x_1 = 3/2 \xrightarrow{x_1 = 2cm} x_2 - 2 = 3/2 \Rightarrow x_2 = 23/2cm$$

۴ ۸۸۷ B

آسانسور در حال حرکت کندشونده رو به بالا است، بنابراین نیروهای رو به پایین یعنی وزن از نیروی رو به بالا یعنی F_e بیشتر است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow 50 - F_e = 10 \Rightarrow F_e = 40N$$

$$F_e = k\Delta x \Rightarrow 40 = 20 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{5}m = 20cm$$



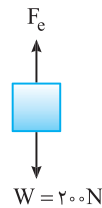
روش دیگر: نیروی کشسانی فنر وارد بر جسم (F_e) در جهت حرکت جسم و نیروی وزن (W) در خلاف جهت حرکت جسم است.

$$ma = \text{نیروهای خلاف جهت حرکت} - \text{نیروهای در جهت حرکت}$$

$$F_e - W = ma \xrightarrow{\text{حرکت کندشونده شتاب منفی}}$$

$$F_e - 50 = 5 \times (-2) \Rightarrow F_e = 40N$$

بقیه حل شبیه روش اول است.



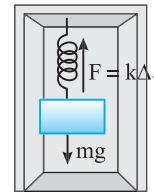
۱ پاسخ نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و به کمک قانون دوم نیوتون عددی که نیروسنج نشان می‌دهد را به دست می‌آوریم:

$$F_e - mg = ma \Rightarrow F_e - 200 = 20 \times 2/5 \Rightarrow F_e = 250N$$

۴ گزینه

۲ ۸۸۴ A

۲ خط فکری نیروهای وارد بر وزنه را رسم کنید. (نیروی وزن و نیروی کشسانی فنر) سپس نیروی خالص وارد بر وزنه را بنا به قانون دوم نیوتون ($F = ma$) حساب کنید.



۱ هنگام بالا رفتن آسانسور با شتاب تندشونده نیروی کشسانی فنر F_1 از نیروی وزن (mg) بزرگ‌تر است و بنا

به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_1 > mg \Rightarrow F_1 - mg = ma \Rightarrow F_1 - mg = m \times 2 \Rightarrow F_1 = 12m \quad (1)$$

۲ هنگام پایین آمدن آسانسور با شتاب تندشونده نیروی وزن (mg) از نیروی کشسانی فنر F_2 بزرگ‌تر است بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_2 < mg \Rightarrow mg - F_2 = ma \Rightarrow mg - F_2 = m \times 2 \Rightarrow F_2 = 8m \quad (2)$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{8m}{12m} = \frac{2}{3}$$

را به دست می‌آوریم:

۳ میانبر تغییر البته بدون حل با توجه به اینکه $F_1 > mg$ و $F_2 < mg$ است قطعاً $F_1 > F_2$ بوده و تنها نسبت کوچک‌تر از ۱، گزینه (۲) است و می‌توان گزینه

درست را انتخاب کرد.

۴ بازی با سوال جسمی به انتهای نیروسنجی درون یک آسانسور آویزان

است. تفاوت نیروی کشسانی فنر وقتی آسانسور با شتاب $2m/s^2$ با حرکت تندشونده بالا می‌رود و هنگامی که با سرعت ثابت $2m/s$ پایین می‌آید، برابر $1N$ است. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟

- ۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۸

۱ پاسخ عددی که نیروسنج نشان می‌دهد برابر نیروی کشسانی فنر نیروسنج است.

۱ هنگامی که آسانسور تندشونده بالا می‌رود:

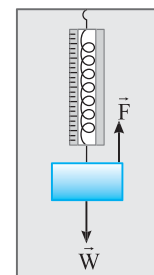
$$F > W \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow F = mg + ma \quad (1)$$

۲ هنگامی که آسانسور با سرعت ثابت پایین می‌آید:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F' = mg \quad (2)$$

۳ با توجه به رابطه (۱) و (۲):

$$F - F' = 1 \Rightarrow mg + ma - mg = 1 \Rightarrow m(0.4) = 1 \Rightarrow m = 2.5kg$$

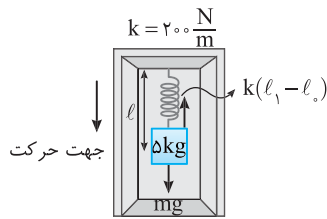


۲ گزینه

۴ ۸۸۵ A

بیشینه شتاب زمانی اتفاق می‌افتد که کشش طناب بیشینه باشد. نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون شتاب را حساب می‌کنیم.

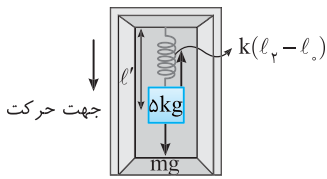
$$T_{max} - mg = ma_{max} \Rightarrow 25 - 20 = 2a_{max} \Rightarrow a_{max} = 2.5m/s^2$$



حالت دوم: آسانسور به سمت پایین در حال حرکت بوده و mg نیرو در جهت است. حرکت کندشونده بوده و شتاب را -1 m/s^2 در نظر می‌گیریم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - k(l_1 - l_0) = ma \Rightarrow 50 - 200(l_1 - l_0) = 50(-1)$$

$$\Rightarrow 200(l_1 - l_0) = 55 \Rightarrow l_1 - l_0 = \frac{55}{200} \text{ m} = 27.5 \text{ cm} \quad (\text{II})$$



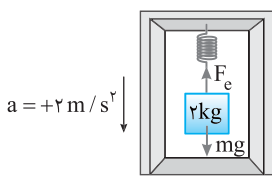
با استفاده از دو معادله (I) و (II) اختلاف l_1 و l_2 به دست می‌آید:

$$\begin{cases} l_1 - l_0 = 20 \text{ cm} \\ l_2 - l_0 = 27.5 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow l_2 - l_1 = 7.5 \text{ cm}$$

باز، با سؤال درون آسانسوری ساکن، جسمی به جرم 2 kg که به فنری قائم آویزان است در حال تعادل قرار دارد. وقتی آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت 2 m/s^2 به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند، طول فنر برابر 14 cm و وقتی از حال سکون با شتاب ثابت 2 m/s^2 به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند طول فنر 16 cm می‌شود. ثابت این فنر چند واحد SI است؟

$$400 \quad (4) \quad 200 \quad (3) \quad 4 \quad (2) \quad 20 \quad (1)$$

پایسج در هر دو حالت آسانسور از حال سکون شروع به حرکت کرده پس حرکت جسم در هر دو حالت تندشونده و در حالت اول $W > F_e$ است.

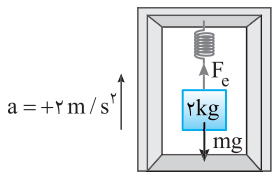


$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma$$

$$\Rightarrow F_e = 20 - 4 \Rightarrow k\Delta x_1 = 16 \text{ N}$$

$$k\left(\frac{14}{100} - x_0\right) = 16 \quad (1)$$

در حالت دوم $W < F_e$ است از این رو:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_e = 20 + 4 \Rightarrow k\Delta x_2 = 24 \text{ N}$$

$$k\left(\frac{16}{100} - x_0\right) = 24 \text{ N} \quad (2)$$

با تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱) داریم:

$$\frac{16 - x_0}{100} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{16}{100} - x_0 = \frac{3}{2} \Rightarrow x_0 = \frac{16}{100} - \frac{3}{2} = \frac{16 - 1500}{1000} = -\frac{1484}{1000} = -1.484 \text{ m}$$

حال با جای گذاری $x_0 = 10 \text{ cm}$ در رابطه (۱) داریم:

$$k\left(\frac{14}{100} - \frac{10}{100}\right) = 16 \Rightarrow k \times \frac{4}{100} = 16 \Rightarrow k = 400 \text{ N/m}$$

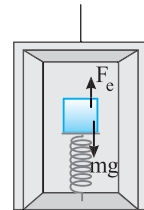
گزینۀ ۴

خط فکری ابتدا با توجه به اینکه آسانسور در ابتدا ساکن بوده، با استفاده از متوازن بودن نیروها، طول طبیعی فنر را حساب می‌کنیم و در گام بعدی به کمک قانون دوم نیوتون تغییر طول فنر در حرکت با شتاب 2 m/s^2 را به دست می‌آوریم. با داشتن طول طبیعی و تغییر طول در حالت دوم می‌توان طول ثانویه را به دست آورد.

نکته در رابطه نیروی فنر $F_e = k\Delta x$:

اگر k برحسب N/m باشد، تغییر طول فنر را برحسب متر قرار می‌دهیم.
اگر k برحسب N/cm باشد، می‌توان تغییر طول فنر را برحسب سانتی‌متر قرار داد.

۱ نیروهای وارد بر جسم را رسم کنیم، در ابتدا آسانسور ساکن است:

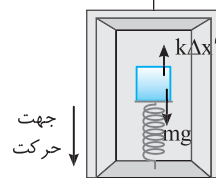


$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow k\Delta x = mg$$

$$\Rightarrow 100 \times \Delta x = 100 \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ cm}$$

طول ثانویه نیز در این حالت 6 cm باشد و می‌دانیم فنر 10 cm فشرده شده چون جسم روی آن قرار گرفته پس طول اولیه باید 7 cm باشد.

۲ در حالت دوم آسانسور با شتاب 2 m/s^2



به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند، نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و برابری نیروها را با توجه به اینکه نیروها در جهت حرکت از نیروهای خلاف جهت حرکت کم می‌شود به دست آورد. در این حالت چون آسانسور شروع به حرکت کرده

و حرکت تندشونده است، در معادله، شتاب را مثبت می‌گیریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - k\Delta x' = ma \Rightarrow 100 - 100\Delta x' = 20 \Rightarrow 100\Delta x' = 80$$

$$\Rightarrow \Delta x' = 8 \text{ cm}$$

نکته نیروی کشسانی فنر در خلاف جهت تغییر طول آن است. در این مسئله نیروی کشسانی فنر رو به بالا بوده بنابراین تغییر طول فنر از حالت طبیعی رو به پایین است یعنی فنر فشرده شده و طول آن خواهد شد:

$$7 - 8 = -1 \text{ cm}$$

میانبر تغییر طول فنر هرگاه حرکت آسانسور تندشونده رو به بالا و یا کندشونده رو به پایین باشد از تغییر طول فنر از حالتی که آسانسور ساکن است بیشتر است. تغییر طول فنر هرگاه حرکت آسانسور کندشونده رو به بالا و یا تندشونده رو به پایین باشد از تغییر طول فنر از حالتی که آسانسور ساکن است کمتر است.

در این سوال در حالت دوم تغییر طول مجدد فنر به دلیل شتاب حرکت است:

$$k\Delta x = ma \Rightarrow 100\Delta x = 20 \Rightarrow \Delta x = 2 \text{ cm}$$

در حالت اول نیروی کشسانی فنر برابر نیروی وزن است.

در حالت دوم نیروی کشسانی فنر از نیروی وزن کمتر است.

با کاهش نیروی کشسانی، تغییر طول فنر 2 cm کاهش یافته یعنی 2 cm فشرده‌گی کمتر شده بنابراین طول آن از 6 cm به $6 + 2 = 8 \text{ cm}$ افزایش می‌یابد.

خط فکری در سؤالاتی مانند مسائل آسانسور که نیروهای وارد بر جسم هم‌راستا هستند، می‌توان قانون دوم نیوتون را به صورت زیر نوشت:

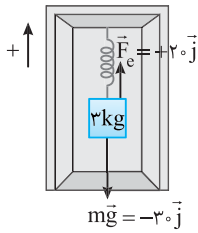
$$F_{\text{net}} = ma$$

$$\Rightarrow ma = \begin{cases} \text{تندشونده: } a > 0 \\ \text{کنندشونده: } a < 0 \end{cases}$$

حالت اول: آسانسور در حال پایین رفتن بوده و mg نیرو در جهت حرکت است. حرکت تندشونده بوده و شتاب $+2 \text{ m/s}^2$ گرفته می‌شود.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - k(l_1 - l_0) = ma \Rightarrow 50 - 200(l_1 - l_0) = 50 \times 2$$

$$\Rightarrow 200(l_1 - l_0) = 40 \Rightarrow l_1 - l_0 = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm} \quad (\text{I})$$



۲ می‌خواهیم طول فنر ۶۰cm شود یعنی نیروی کشسانی فنر برابر شود:

$$F_e = k\Delta L \Rightarrow F_e = ۲۰۰ \times \left(\frac{۶۰-۵۰}{۱۰۰}\right)$$

$$\Rightarrow F_e = ۲۰\text{N}$$

۳ جهت مثبت محور yها را رو به بالا اختیار می‌کنیم.

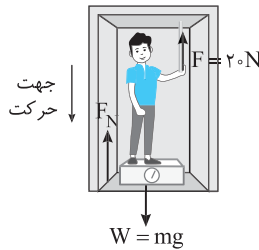
در صورت تست بیان نشده که جهت مثبت را باید رو به بالا و یا رو به پایین اختیار کنیم اما چون همواره در ریاضی جهت مثبت محور yها رو به بالاست ما نیز این مطلب را رعایت می‌کنیم. در این حالت نیروی کشسانی فنر برابر $\vec{F}_e = +۲۰\vec{j}$ و نیروی وزن برابر $\vec{W} = m\vec{g} = -۳۰\vec{j}$ می‌شود و بنا به قانون دوم نیوتون شتاب برابر است با:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_e + \vec{W} = m\vec{a} \Rightarrow ۲۰\vec{j} + (-۳۰\vec{j}) = ۳\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-۱۰}{۳}\vec{j}$$

B ۱ ۸۹۲

آسانسور با شتاب ۳m/s^2 شروع به حرکت کرده است، کافی است تمام نیروهای وارد بر شخص را رسم کنیم، این نیروها عبارتند از:

- ۱ نیروی وزن به شخص رو به پایین وارد می‌شود.
- ۲ نیروی عمودی توسط کف باسکول بر شخص رو به بالا وارد می‌شود.
- ۳ شخص با نیروی ۲۰N بر میله رو به پایین نیرو وارد می‌کند و بنا به قانون سوم نیوتون توسط میله نیرویی برابر ۲۰N بر شخص وارد می‌شود. بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:



$$W - F - F_N = ma \quad m = ۸۰\text{kg} \rightarrow$$

$$۸۰ \times ۱۰ - ۲۰ - F_N = ۸۰ \times ۳ \Rightarrow F_N = ۵۴۰\text{N}$$

نیرویی که باسکول نشان می‌دهد همان نیروی F_N یعنی ۵۴۰N است.

C ۳ ۸۹۳

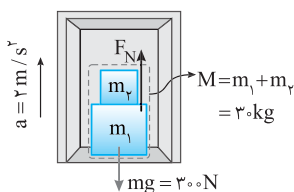
۱ $m_۱$ و $m_۲$ درون آسانسور قرار دارند، پس شتاب $m_۱$ و $m_۲$ نیز برابر ۲m/s^2 رو به بالا می‌باشد.

۲ نیرویی که $m_۱$ بر $m_۲$ وارد می‌کند همان نیروی عمودی تکیه‌گاه بین $m_۱$ و $m_۲$ و رو به بالاست. نیروهای وارد بر $m_۲$ را رسم کرده و نیروی F_{N12} را به دست می‌آوریم:

$$F_{N12} - m_۲g = m_۲a \Rightarrow F_{N12} = m_۲a + m_۲g \Rightarrow F_{N12} = ۱۲۰\text{N}$$

۳ حال دو جسم را یک جسم در نظر می‌گیریم تا نیرویی که از طرف سطح به مجموعه وارد می‌شود را حساب کنیم:

$$F_N - (m_۱ + m_۲)g = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow F_N - ۳۰۰ = ۶۰ \Rightarrow F_N = ۳۶۰\text{N}$$

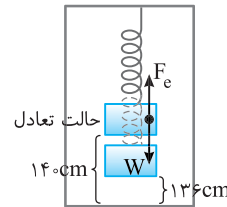


۴ نسبت F_{N12}/F_N خواهد شد:

$$\frac{F_{N12}}{F_N} = \frac{۱۲۰}{۳۶۰} = \frac{۱}{۳}$$

B ۲ ۸۹۰

خط فکری در مرحله اول وقتی آسانسور ساکن است و وزنه به فنر آویزان می‌شود، نیروی خالص وارد بر وزنه صفر است ($F_{net} = 0$) و نیروی کشسانی فنر برابر وزن وزنه است ($W = F_e$). وقتی آسانسور با شتاب ثابت شروع به حرکت رو به بالا می‌کند دیگر نیروی خالص وارد بر وزنه صفر نیست و شما باید نیروی خالص (W و F_e) را بنا به قانون دوم نیوتون مساوی ma قرار دهید و مسئله را حل کنید.



۱ در حالت تعادل نیروی کشسانی فنر برابر نیروی گرانش وزنه است. $W = F_e$

۲ در حالتی که آسانسور با شتاب ۲m/s^2 رو به بالا شروع به حرکت می‌کند نیروی کشسانی فنر از نیروی گرانشی بیشتر است و بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F'_e - W = ma \quad \xrightarrow{W=F_e} F'_e - F_e = ma$$

$$\xrightarrow{F_e=kx} k(x') - kx = ma \Rightarrow k(x' - x) = ma$$

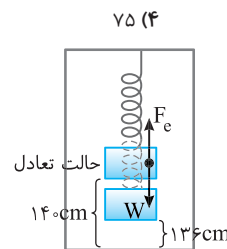
۳ با حرکت آسانسور رو به بالا فاصله وزنه از کف آسانسور که ۱۴۰cm بوده به ۱۳۶cm می‌رسد یعنی طول فنر $۱۴۰ - ۱۳۶ = ۴\text{cm}$ افزایش می‌یابد. ($x' - x = ۴\text{cm}$)

۴ اکنون ثابت فنر را به دست می‌آوریم.

$$k\left(\frac{۴}{۱۰۰}\right) = ۲ \times ۲ \Rightarrow k = ۱۰۰\text{N/m} = ۱\text{N/cm}$$

بازی با سؤال

وزنه‌ای به جرم ۲kg را به فنر سبکی به طول ۴۰cm که از سقف آسانسور ساکنی آویزان است وصل می‌کنیم. اگر آسانسور با سرعت ثابت رو به پایین در حرکت باشد، فاصله وزنه از کف آسانسور ۱۴۰cm است. اگر آسانسور با شتاب ثابت ۲m/s^2 شروع به توقف کند، فاصله وزنه از کف آسانسور ۱۳۶cm می‌شود. ثابت فنر چند N/m است؟ ($g = ۱۰\text{N/kg}$)



۱۰۰ (۱) ۱۵۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۷۵ (۴)

پایسج جالب است بدانید، تست شبیه‌سازی شده از نظر دینامیکی هیچ تفاوتی با مسئله اصلی ندارد.

۱ سرعت ثابت یعنی نیروی خالص وارد بر وزنه صفر است.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = W \quad (I)$$

۲ وقتی سرعت آسانسور در حال حرکت رو به پایین است، کاهش می‌یابد، حرکتش کندشونده می‌شود. در این حالت نیروی خالص وارد بر وزنه صفر نیست و نیروی کشسانی فنر از نیروی وزن وزنه بزرگ‌تر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

از رابطه (I) در رابطه (II) جای‌گذاری می‌کنیم.

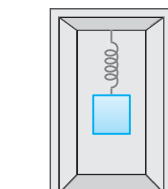
$$F'_e - F_e = ma \Rightarrow kx' - kx = ma \Rightarrow k(x' - x) = ma$$

$$\xrightarrow{x' - x = ۴\text{cm}} k\left(\frac{۴}{۱۰۰}\right) = ۲ \times ۲ \Rightarrow k = ۱۰۰\text{N/m}$$

کزینه ۱

B ۱ ۸۹۱

خط فکری هر گاه در صورت مسئله کلمه ساکن و یا سرعت ثابت مشاهده کردید بلافاصله بالای آن عبارت $F_{net} = 0$ را قرار دهید. در این مسئله با این کار می‌توانید جرم m را حساب کنید.



۱ وقتی آسانسور ساکن است نیروی کشسانی فنر برابر نیروی وزن جسم است.

$$W = F_e \Rightarrow mg = k\Delta x$$

$$\Rightarrow m \times ۱۰ = ۲۰۰ \times \left(\frac{۶۵-۵۰}{۱۰۰}\right) \Rightarrow m = ۳\text{kg}$$



۳ در قسمت دوم حرکت با سرعت ثابت است و شتاب $a=0$ بوده و نیروها متوازن هستند بنابراین:

$$F_{\text{net}}=0 \Rightarrow T_p = mg \Rightarrow T_p = 7000 \text{ N}$$

۴ در قسمت سوم حرکت شتاب حرکت را به دست می آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-4}{4} = -1 \text{ m/s}^2$$

۵ نیروی کشش کابل در این مرحله خواهد شد:

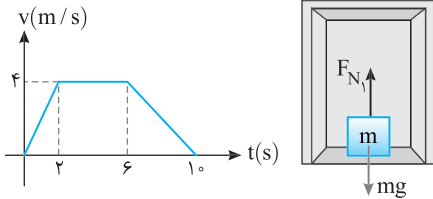
$$F_{\text{net}}=0 \Rightarrow T_p - mg = ma \Rightarrow T_p - 7000 = -7000 \Rightarrow T_p = 6300 \text{ N}$$

۶ بنابراین اختلاف بیشینه و کمینه کشش کامل برابر است با:

$$T_1 - T_p = 7350 - 6300 = 1050 \text{ N}$$

B ۸۹۷ ۴

نکته عددی که ترازوی فیزیکی نشان می دهد اندازه نیروی عمودی سطح است.



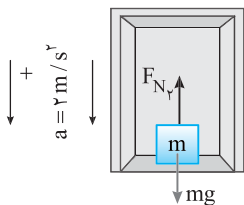
۱ هنگامی که آسانسور با سرعت ثابت حرکت می کند نیروی عمودی سطح و نیروی وزن با هم برابرند پس در بازه ۲s تا ۶s داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{a=0} F_{N_1} = mg = 600 \text{ N}$$

۲ اما کمترین مقدار F_N وقتی است که جسم تندشونده رو به پایین به حرکت درمی آید.

در بازه صفر تا ۲s آسانسور با شتاب تندشونده رو به پایین در حال حرکت است و می دانیم در نمودار $v-t$ شیب نمودار برابر شتاب است:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-0}{2-0} = 2 \text{ m/s}^2$$



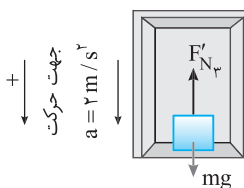
۳ در این بازه، نیروی F_N را حساب می کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_{N_2} = ma \Rightarrow 600 - F_{N_2} = 120 \Rightarrow F_{N_2} = 480 \text{ N}$$

۴ بیشترین مقدار F_N وقتی است که آسانسور در حال متوقف شدن است.

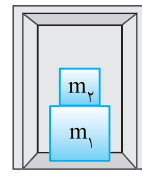
در بازه ۶s تا ۱۰s شتاب حرکت برابر $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-4}{10-6} = -1 \text{ m/s}^2$ است، بنابراین:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_{N_3} = ma \Rightarrow 600 - F_{N_3} = -60 \Rightarrow F_{N_3} = 660 \text{ N}$$



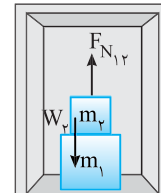
۵ بنابراین اختلاف بیشینه و کمینه نیرو از طرف سطح برابر است با:

$$F_{N_3} - F_{N_2} = 660 - 480 = 180 \text{ N}$$



نیروی که m_2 بر m_1 وارد می کند چند نیوتون است؟ ($g=10 \text{ N/kg}$)

۱) ۴۰/۸ ۲) ۱۸/۲ ۳) ۳۰ ۴) ۸۰



۱ پاسخ ابتدا شتاب توقف را به کمک رابطه

مستقل از زمان به دست می آوریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 36 = 2a(5) \Rightarrow a = -3.6 \text{ m/s}^2$$

نیروهای وارد بر m_2 را بررسی می کنیم. آسانسور

حرکت کندشونده رو به پایین دارد، بنابراین

$F_{N_{12}} > m_2g$ است از این رو:

$$F_{N_{12}} - m_2g = m_2a \Rightarrow F_{N_{12}} = 30 + (3 \times 3.6) \Rightarrow F_{N_{12}} = 30 + 10.8 = 40.8 \text{ N}$$

دقت کنید نیروی بزرگتر را منهای نیروی کوچکتر کرده ایم از این رو شتاب را با علامت مثبت در رابطه قرار داده ایم.

نیرویی که m_1 بر m_2 وارد کرده برابر 40.8 N رو به بالاست و بنا به قانون

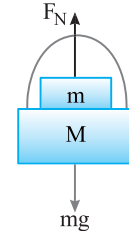
سوم نیوتون نیرویی که m_2 بر m_1 وارد می کند نیز هم اندازه 40.8 N اما رو

پایین است.

B ۸۹۴ ۳

خط فکری دقت کنید که در صورت مسئله نیرویی که M بر m وارد می کند را از

شما خواسته است بنابراین شما نیروهای وارد بر m را باید بررسی کنید.



نیروهای وارد بر جسم m را رسم می کنیم. دو نیرو بر

جسم m وارد می شود، یکی نیروی وزن توسط کره زمین،

دیگری نیروی عمودی تکیه گاه که توسط M بر جسم

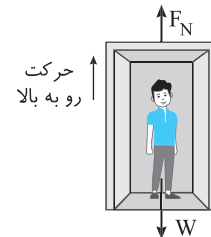
m رو به بالا وارد می شود.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g - a)$$

$$F_N = 0.5 \times 5(10 - 2) \Rightarrow F_N = 0.5 \times 40 = 20 \text{ N}$$

در واقع جرم m مانند جسمی است که در آسانسور قرار دارد.

A ۸۹۵ ۳



ابتدا شتاب حرکت را به کمک رابطه سرعت-مکان

(مستقل از زمان) به دست می آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (4)^2 = 2(a)(5)$$

$$\Rightarrow a = -1.6 \text{ m/s}^2$$

حرکت آسانسور کندشونده رو به بالا است. بنابراین

خواهیم داشت:

ma = نیروهای خلاف جهت حرکت - نیروهای در جهت حرکت

حرکت کندشونده است بنابراین شتاب را در رابطه منفی قرار می دهیم.

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 60 \times 10 = 60 \times (-1.6) \Rightarrow F_N = 50.4 \text{ N}$$

B ۸۹۶ ۳

خط فکری مسئله چند مرحله ای است، در هر مرحله نیروهای وارد بر آسانسور را

بررسی کرده و کشش کابل متصل به آسانسور را به دست آورده با هم مقایسه می کنیم.

جهت مثبت را رو به بالا اختیار می کنیم.

۱ در قسمت اول حرکت، شتاب برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4}{8} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

۲ نیروی کشش کابل را حساب می کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T_1 - 7000 = 350 \Rightarrow T_1 = 7350 \text{ N}$$

۱ ۹۰۰ C

خط فکری ابتدا آسانسور ساکن است و جسم با تندی ثابت بر کف آسانسور در حرکت است. یعنی نیروهای وارد بر جسم متوازن بوده و شما باید با استفاده از این موضوع ضریب اصطکاک بین جسم و کف آسانسور را حساب کنید. با حرکت آسانسور رو به بالا نیروی عمودی سطح افزایش می‌یابد و سبب افزایش نیروی اصطکاک جنبشی می‌شود. نیروی $F=10\text{N}$ ثابت است بنابراین نیروی اصطکاک $(\uparrow f_k = \mu_k F_N \uparrow)$ سبب کندشدن حرکت و توقف جسم می‌شود.

۱ در حالت اول جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است پس نیروهای وارد بر جسم متوازن است:

$$F_{\text{خالص}} = ma \Rightarrow F - f_k = 0 \Rightarrow f_k = 10\text{N}$$

۲ ضریب اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 10 = \mu_k mg \Rightarrow 10 = \mu_k 40 \Rightarrow \mu_k = 0/25$$

۳ در حالت دوم آسانسور با شتاب 2m/s^2 به سمت بالا حرکت می‌کند. نیروی عمودی سطح را در این حالت به دست می‌آوریم:

$$F'_N - mg = ma \Rightarrow F'_N - 40 = 4 \times 2 \Rightarrow F'_N = 48\text{N}$$

۴ در این حالت نیروی اصطکاک برابر خواهد شد با:

$$f_k = \mu_k F'_N = 12\text{N} > 10\text{N}$$

۵ نیروی اصطکاک از نیروی F بزرگ‌تر شده بنا به قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 12 = 4a \Rightarrow a = -0.5\text{m/s}^2$$

۶ به کمک معادله مستقل از زمان، جابه‌جایی جسم تا توقف را به دست می‌آوریم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 4 = 2(-0.5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 4\text{m}$$

۴ ۹۰۱ B

خط فکری در متن تست بیان شده که کتاب نسبت به آسانسور ساکن است و ممکن است شما بلافاصله بنویسید برای جسم ساکن $F_{\text{net}} = 0$ و نیروی وزن کتاب با نیروی اصطکاک بین دیواره آسانسور و کتاب برابر است و $f_s = W = 20\text{N}$ پاسخ است اما این گونه نیست. شما باید این نکته مهم را بدانید که برای کاربرد قوانین نیوتون همواره حرکت جسم مورد نظر را از دید شاهدی بررسی می‌کنیم که روی زمین ساکن است یعنی شما باید خود را خارج آسانسور فرض کنید که به این آسانسور نگاه می‌کنید. در این حالت برای شما مشخص می‌شود که تمام اجسام درون آسانسور با همان شتاب آسانسور (2m/s^2) در حال حرکت روبه بالا هستند. اکنون باید از خود پرسید، عامل حرکت کتاب روبه بالا به همراه آسانسور چیست؟ که پاسخ مشخص است. عامل آن اصطکاک بین کتاب و دیواره آسانسور است. بنابراین نیروهای وارد بر کتاب را رسم کنید و به کمک قانون دوم نیوتون مسئله را حل کنید.

عامل حرکت کتاب به همراه آسانسور رو به بالا نیروی اصطکاک ایستایی بین کتاب و دیواره آسانسور است. نیروهای وارد بر کتاب را رسم می‌کنیم و چون کتاب و آسانسور هر دو با شتاب $a = 2\text{m/s}^2$ به سمت بالا در حال حرکت‌اند، برآیند آن‌ها را مساوی ma قرار می‌دهیم:

$$f_s - W = ma \Rightarrow f_s - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow f_s = 24\text{N}$$

اکنون نیرویی که کتاب به دیواره یا دیواره به کتاب وارد می‌کند برابر است با:

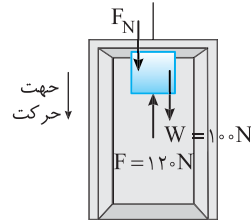
$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{24^2 + 20^2} = 32\text{N}$$

۱ ۸۹۸ B

خط فکری در تمام مسائل دینامیک مراحل زیر باید طی شود.

- ۱ رسم شکل ساده
- ۲ رسم نیروهای وارد بر جسم
- ۳ به‌دست آوردن نیروی خالص
- ۴ برابر قرار دادن نیروی خالص با ma
- ۱ نیروهای وارد بر جسم 10 کیلوگرمی را رسم می‌کنیم.

۲ شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم. $a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 1}{1} \Rightarrow a = -1\text{m/s}^2$



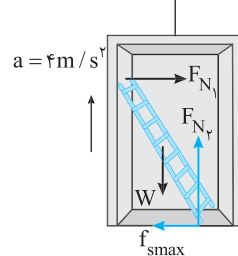
۳ $\Sigma F = ma$ نیروهای مخالف حرکت - نیروهای در جهت حرکت

$$(W + F_N) - F = ma \xrightarrow{m=10\text{kg}} (100 + F_N) - 120 = 10 \times (-1) \Rightarrow F_N = 10\text{N}$$

۲ ۸۹۹ B

۱ نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.
۲ نردبان در امتداد افقی حرکتی ندارد و نیروها در این امتداد متوازن هستند. بنابراین نیروی F_{N1} که دیواره بر نردبان وارد می‌کند با اصطکاک آستانه حرکت $(f_{s_{\text{max}}})$ برابر است:

$$f_{s_{\text{max}}} = F_{N1} \xrightarrow{F_{N1}=20\text{N}} f_{s_{\text{max}}} = 20\text{N}$$



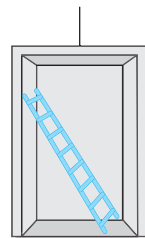
۳ نیروهای عمودی سطح کف آسانسور وارد بر نردبان را حساب می‌کنیم:

$$f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_{N2} \xrightarrow{\mu_s=0.5} 20 = 0.5 F_{N2} \Rightarrow F_{N2} = 40\text{N}$$

۴ نیروهای وارد بر نردبان در امتداد قائم به نردبان شتاب 4m/s^2 رو به بالا می‌دهد. بنابراین نیروی F_{N2} از W بزرگ‌تر است و خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}_y} = ma \Rightarrow F_{N2} - W = ma \Rightarrow 40 - mg = ma$$

$$40 - m \times 10 = m \times 4 \Rightarrow m = \frac{40}{14} = \frac{20}{7}\text{kg}$$



بازی با سؤال در شکل روبه‌رو نردبانی به جرم 4kg درون آسانسور قرار دارد و در آستانه سر خوردن است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی تمام سطوح یکسان و برابر 0.4 باشد، با پاره شدن کابل آسانسور نیروی خالص وارد بر نردبان چند نیوتون می‌شود؟ $(g = 10\text{N/kg})$

- ۱) ۴۰ ۲) صفر ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

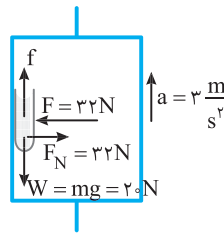
پاسخ وقتی کابل آسانسور پاره می‌شود مجموعه با شتاب $a = g$ رو به پایین سقوط می‌کند. در این حالت تنها نیروی مؤثر وارد بر نردبان نیروی وزن بوده که برابر $W = 4 \times 10 = 40\text{N}$ است.

گزینۀ ۱



بازی با سؤال شخصی درون آسانسور ساکنی با نیروی افقی $F = ۳۲N$ کتابی به جرم $۲kg$ را روی دیواره آسانسور ساکن نگاه داشته است. ضریب اصطکاک بین کتاب و دیواره آسانسور $\mu_s = ۰/۸$ و $\mu_k = ۰/۵$ است. اگر آسانسور با شتاب ثابت $۳m/s^2$ رو به بالا شروع به حرکت کند، کتاب نسبت به آسانسور ...

(۱) ساکن می ماند. (۲) به پایین می لغزد. (۳) به سمت بالا می رود. (۴) هر سه حالت ممکن است.



پایس آسانسور با شتاب $۳m/s^2$ رو به بالا شروع به حرکت کرده است. عامل حرکت کتاب به همراه آسانسور رو به بالا، نیروی اصطکاک بین دیواره آسانسور و کتاب است. باید بررسی کنیم بیشینه شتابی که کتاب می تواند داشته باشد چند m/s^2 است. پس بنابر قانون دوم نیوتون می توانیم بنویسیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_{s \max} - mg = ma \Rightarrow \mu_s F_N - mg = ma$$

$$\mu_s = 0/8, m = 2kg \Rightarrow 0/8 \times 32 - 2 \times 10 = 2a \Rightarrow 2.5 - 20 = 2a \Rightarrow a = \frac{5}{6} = 0/83 m/s^2$$

دقت کنید بیشینه شتاب رو به بالای کتاب در اثر اصطکاک $۲/۸m/s^2$ است اما شتاب حرکت آسانسور رو به بالا $۳m/s^2$ است، بنابراین کتاب نسبت به آسانسور عقب می ماند و به پایین می لغزد.

B ۹۰۲

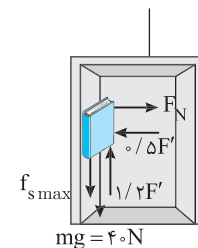
خط فکری

نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم. دقت کنید که جسم در آستانه حرکت رو به بالا و نیروی اصطکاک جسم بیشینه و به سمت پایین است. جسم در راستای افقی حرکت نمی کند و نیروهای افقی متوازن است. اما در راستای قائم آسانسور در حال حرکت به سمت پایین بوده و باید به کمک قانون دوم نیوتون مسئله را حل کنید:

۱. نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم:

۲. نیروها در راستای افقی متوازن اند: $F_N = ۰/۵F'$

۳. در راستای قائم آسانسور با شتاب $۴m/s^2$ تندشونده پایین می آید، نیروی برآیند را حساب می کنیم و نیروهای در جهت حرکت به سمت پایین را از نیروی خلاف جهت به سمت بالا کم کرده و در قانون دوم نیوتون چون حرکت تندشونده بوده شتاب $+۴m/s^2$ قرار می دهیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow 1/2 F' - mg - f_{s \max} = ma \Rightarrow 1/2 F' - 40 - \mu_s F_N = 4 \times 4$$

$$F_N = 0/5 F' \Rightarrow 1/2 F' - 40 - 0/5 \times 2 F' = 16 \Rightarrow F' = 56 N$$

بزرگی بردار نیرویی که با i و j ز تعریف شده برابر است با:

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} \Rightarrow |R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

۴. حال بزرگی نیروی F را به دست می آوریم:

$$\vec{F} = -0/5 \times 56 \vec{i} + 1/2 \times 56 \vec{j} \Rightarrow |F| = \sqrt{(0/5 \times 56)^2 + (1/2 \times 56)^2}$$

$$\text{از } 56^2 \text{ فاکتور گرفته و از زیر رادیکال خارج می کنیم} \Rightarrow |F| = 56 \sqrt{0/25 + 1/4} \Rightarrow |F| = 56 \sqrt{1/69}$$

$$\Rightarrow |F| = 56 \times 1/3 = 72/3 N$$

B ۹۰۳

خط فکری

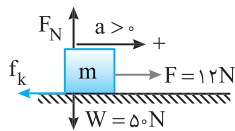
یک پاک کن را در کف دستتان قرار دهید و زاویه کف دست را از حالت افقی به طور آهسته زیاد کنید. تمایل جسم به حرکت بیشتر می شود، بنابراین نیروی وارد بر جسم که می خواهد جسم را به حرکت در آورد با افزایش زاویه کف دست بیشتر می شود و چون پاک کن حرکت نکرده، پس نیروی اصطکاک وارد بر آن افزایش می یابد.

تا لحظه ای که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد اصطکاک در حال افزایش است. البته بعد از آن جسم به حرکت در می آید و اصطکاک از ایستایی به جنبشی تبدیل می شود که مورد پرسش نیست و گزینه (۱) درست است.

C ۹۰۴

خط فکری

آخه چطور ممکنه؟ جعبه با شتاب $۰/۴m/s^2$ در حال حرکت به سمت راست است. در جعبه یک وزنه قرار می دهیم، اصطکاک افزایش می یابد بنابراین باید شتاب کم شود اما اندازه شتاب همچنان $۰/۴m/s^2$ است، یعنی ممکن است؟ بله این بار نیروی اصطکاک به خوبی افزایش یافته که نیروی خالص (برآیند اصطکاک و نیروی F) به سمت چپ است و شتاب جعبه $۰/۴m/s^2$ به سمت چپ است. در نتیجه در حالت اول حرکت تندشونده با شتاب $۰/۴m/s^2$ و در حالت دوم حرکت کندشونده با شتاب $(-۰/۴m/s^2)$ است.

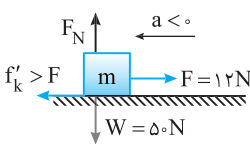


حالت اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و جهت به سمت راست را مثبت در نظر می گیریم و نیروی خالص وارد بر جسم را برابر ma قرار می دهیم و ضریب اصطکاک جنبشی را حساب می کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 12 - \mu_k mg = 0/4m$$

$$\Rightarrow 12 - 50\mu_k = 2 \Rightarrow \mu_k = 0/2$$

حالت دوم: $F_{net} = m'a'$



$$F - f'_k = (m+m')a'$$

$$\Rightarrow 12 - \mu_k(m+m')g = -0/4(m+m')$$

$$\Rightarrow 12 - (5+m') \times 10 \times 0/2 = -0/4(5+m')$$

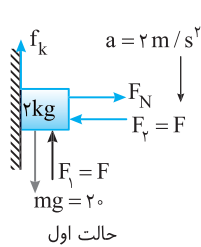
$$\Rightarrow 12 - 10 - 2m' = -0/4m'$$

$$4 = 1/6m' \Rightarrow m' = \frac{4}{1/6} = 24kg$$

B ۹۰۵

خط فکری

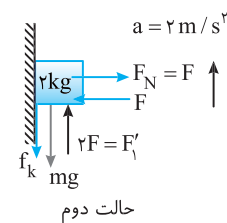
در حالت اول شتاب $۲m/s^2$ رو به پایین است. اگر با دو برابر شدن F_1 باز اندازه شتاب $۲m/s^2$ باشد باید جهت شتاب تغییر کرده باشد، یعنی در حالت دوم شتاب $۲m/s^2$ رو به بالا است. هم چنین چون F_2 تغییر نکرده پس اندازه نیروی اصطکاک جسم با سطح ثابت می ماند.



نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت رسم کرده و نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می آوریم، البته برای راحتی در هر حالت نیروی بزرگ تر در جهت حرکت را منهای نیروی کوچک تر می کنیم. **حالت اول:** جسم از حال سکون رو به پایین حرکت کرده، بنابراین اصطکاک رو به بالاست. نیروی وزن جسم را به پایین می آورد و نیروی F_1 و f_k مانع حرکت است. از این رو:

$$f_{net} = ma \Rightarrow W - F_1 - f_k = ma \Rightarrow 20 - F - f_k = 2 \times 2 \Rightarrow F + f_k = 16 \quad (I)$$

حالت دوم: نیروی F_1 را دو برابر کرده ایم و جسم این بار باید از حال سکون رو به بالا حرکت کرده بنابراین اصطکاک رو به پایین است. نیروی $2F_1$ جسم را بالا می برد. نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد:



$$F_{net} = ma \Rightarrow 2F - W - f_k = ma$$

$$\Rightarrow 2F - 20 - f_k = 2 \times 2 \Rightarrow 2F - f_k = 24 \quad (II)$$

دقت کنید در دو حالت اندازه نیروی اصطکاک برابر $f_k = \mu_k F_1$ است. رابطه (I) و (II) را با هم جمع می کنیم و F را به دست می آوریم.

$$F + f_k + 2F - f_k = 16 + 24 \Rightarrow F = \frac{40}{3} N$$

تا زمانی که $F_c \geq f_k$ تندی جسم کاهش نمی‌یابد، بنابراین باید نیروی کشسانی $F_c = k\Delta l' \Rightarrow 10 = 800 \Delta l' \Rightarrow \Delta l' = 1/25 \text{ cm}$ از 40 N به 10 N برسد. یعنی: 5 cm کشیدگی به $1/25 \text{ cm}$ کشیدگی برسد یعنی بنابراین طول فنر می‌تواند از 5 cm کشیدگی به $3/25 \text{ cm}$ کشیدگی بدون آنکه تندی جسم کاهش یابد.

۱ ۹۰۸

مرحله اول: در ابتدا جسم به سمت راست در حال حرکت است پس نیروی اصطکاک نیز مانند نیروی F به سمت چپ به جسم وارد می‌شود:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = 20 \text{ N}} f_k = 0.4 \times 20 = 8 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 0 - 16 - f_k = ma \Rightarrow 0 - 24 = 2a \Rightarrow a = -12 \text{ m/s}^2$$

این شتاب از سرعت 8 m/s به سمت راست کاسته تا سرعت صفر شود:

$$\begin{cases} v_1 = 8 \text{ m/s} \\ v_2 = 0 \\ a = -12 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow v_2 = at + v_1 \Rightarrow 0 = -12t + 8 \Rightarrow 12t = 8 \Rightarrow t = \frac{2}{3} \text{ s}$$

مرحله دوم: در این حالت باید بررسی کنیم که در $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ که جسم به طور لحظه‌ای متوقف شده آیا مجدداً جسم به حرکت درمی‌آید یا نه، برای این کار ابتدا $f_{s \text{ max}}$ را حساب می‌کنیم. اگر این نیرو، کمتر از 16 N باشد یعنی نیروی 16 N جسم را به حرکت درآورد است:

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s \text{ max}} = 0.5 \times 20 \Rightarrow f_{s \text{ max}} = 10 \text{ N}$$

مرحله سوم: بنابراین جسم پس از توقف با نیروی $F = 16 \text{ N}$ به سمت چپ حرکت کرده و نیروی اصطکاک جنبشی f_k خلاف جهت لغزش یعنی به سمت راست آن وارد می‌شود:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.4 \times 20 = 8 \text{ N}$$

$$F'_{\text{net}} = ma' \Rightarrow 16 - 8 = 2a' \Rightarrow a' = 4 \text{ m/s}^2$$

مدت زمان باقی‌مانده تا $t = 5 \text{ s}$ برابر $t = 5 - \frac{2}{3} = \frac{13}{3} \text{ s}$ است که متحرک از سرعت صفر با شتاب 4 m/s^2 طی می‌کند:

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ v_2 = ? \\ a = 4 \\ t = \frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow v_2 = at + v_1 \Rightarrow v_2 = 4 \times \frac{13}{3} = \frac{52}{3} \text{ m/s}$$

بازی با سؤال: در سؤال قبل اگر جرم جسم $3/2 \text{ kg}$ باشد، تندی جسم در لحظه $t = 5 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

پاسخ: اگر جرم $m = 3/2 \text{ kg}$ باشد پس نیروی عمودی سطح $F_N = mg = 32 \text{ N}$ شده و نیروی اصطکاک ایستایی در مرحله دوم برابر $f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N = 16 \text{ N}$ شده یعنی در مرحله دوم جسم در آستانه حرکت قرار گرفته و برنمی‌گردد در این صورت تندی آن بعد از $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ صفر خواهد شد و در $t = 5 \text{ s}$ نیز تندی صفر است.

۳ ۹۰۶

۱ در حالت اول تندی جسم ثابت است و جسم در حال حرکت رو به پایین است بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی رو به بالاست. نیروی خالص وارد بر جسم صفر است:

در حالت دوم، اگر جسم با شتاب 1 m/s^2 بخواهد به سمت پایین حرکت کند باید نیروی F_p کاهش بیابد تا از مقدار اصطکاک کاسته شود. در این حالت خواهیم داشت:

$$F_p = F_N \Rightarrow F_N = 10 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_p - f_k = 0 \Rightarrow f_k = 12 - 10 = 2$$

$$\mu_k N = 2 \Rightarrow 10 \mu_k = 2 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

در حالت دوم، اگر جسم با شتاب 1 m/s^2 بخواهد به سمت پایین حرکت کند باید نیروی F_p کاهش بیابد تا از مقدار اصطکاک کاسته شود. در این حالت خواهیم داشت:

$$F'_N = F'_p \Rightarrow 12 - 10 - f'_k = 1/2 \times (1) \Rightarrow f'_k = 0.8 \text{ N}$$

$$mg - F_p - f'_k = ma$$

نیروی عمودی سطح در حالت جدید F'_N را حساب می‌کنیم.

$$f'_k = \mu_k F'_N = \mu_k F'_p \Rightarrow 0.8 = 0.2 F'_N \Rightarrow F'_N = 4 \text{ N} \Rightarrow F'_p = F'_N = 4 \text{ N}$$

پس نیروی F_p از 10 N به 4 N رسیده و درصد تغییرات نیرو خواهد شد:

$$\frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{-6}{10} \times 100 = -60\%$$

کاهش

۳ ۹۰۷

نکته مهم: تا لحظه‌ای که نیروی وزن رو به پایین (W) از نیروی اصطکاک (f_k) رو به بالا بزرگ‌تر یا با آن مساوی باشد ($W \geq f_k$) از تندی جسم کاسته نمی‌شود. بیشینه مقدار اصطکاک باید برابر نیروی وزن جسم باشد زیرا اگر اصطکاک از وزن بیشتر شود حرکت جسم کندشونده شده و از سرعت آن کاسته می‌شود. بنابراین باید معادله $W \geq f_k$ را حل کنیم.

۱ اصطکاک را با نیروی $F = 10 \text{ N}$ حساب می‌کنیم.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = F} f_k = 0.4 \times 10 = 4 \text{ N} < W$$

و جسم در حال حرکت تندشونده رو به پایین است.

۲ معادله $mg \geq f_k$ را حل می‌کنیم تا F_{max} را به دست بیاوریم:

$$mg \geq f_k \Rightarrow 20 \geq \mu_k F_{\text{max}} \xrightarrow{\mu_k = 0.4} 20 \geq 0.4 F_{\text{max}} \Rightarrow F_{\text{max}} \geq 50 \text{ N}$$

۳ پس نیروی F را می‌توان از 10 N به 50 N رساند، یعنی نیروی F را می‌توان حداکثر به اندازه $50 - 10 = 40 \text{ N}$ افزایش داد.

بازی با سؤال: جسمی به جرم 5 kg روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = 0.2$ توسط فنری کشیده می‌شود. ضریب ثابت فنر 800 N/m و کشیدگی فنر از طول طبیعی خود 5 سانتی‌متر است. این طول حداکثر چند سانتی‌متر می‌تواند کاهش یابد، بدون آنکه تندی جسم کاهش یابد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

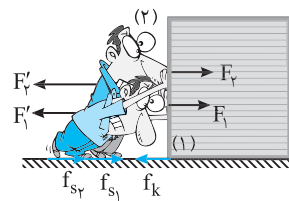
پاسخ: نیروی کشسانی فنر برابر است با:

$$F_c = k\Delta l = 800 \times \frac{5}{100} = 40 \text{ N}$$

نیروی اصطکاک بین جسم و سطح:

$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 50 = 10 \text{ N}$$

۲ ۹۰۹ C



خط فکری

دو نفر به ترتیب با نیروی F_1 و F_2 بسته را هل می‌دهند بنا به قانون سوم نیوتون نیروی F_1' و F_2' به ترتیب توسط بسته به هریک رو به عقب وارد می‌شود اما چرا این دو نفر رو به عقب

لیز نمی‌خورند؟ زیرا بین پای آن‌ها و سطح زمین نیروی اصطکاک ایستایی f_{s_1} و f_{s_2} به سمت راست وجود دارد که مانع لیز خوردن این دو شخص می‌شود. اکنون نیروهای وارد بر بسته و هر شخص را رسم کرده و نیروی خالص وارد بر هریک را به دست می‌آوریم. دقت کنید عبارت «جداقل ضریب اصطکاک ایستایی» یعنی دو نفر در آستانه لیز خوردن قرار بگیرند، در ضمن بسته با تندی ثابت به جلو بلغزد.

- نیروهای وارد بر بسته:
- نیروی وارد بر هر شخص:

$$F_1 + F_2 = f_k \quad (I)$$

$$\begin{cases} F_1' = f_{s_1} & \rightarrow F_1 = f_{s_1} \\ F_2' = f_{s_2} & \rightarrow F_2 = f_{s_2} \end{cases} \Rightarrow F_1 + F_2 = f_{s_1} + f_{s_2} \quad (II)$$

رابطه (I) و (II) را برابر قرار می‌دهیم.

$$f_{s_1} + f_{s_2} = f_k \Rightarrow \mu_s (m_1 g + m_2 g) = \mu_k M g$$

$$\Rightarrow \mu_s (400 + 600) = 0.2 \times 2000 \Rightarrow \mu_s = 0.4$$

۳ ۹۱۰ B

تکته

شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب حرکت است. شما باید شتاب هر قسمت را با توجه به نیروی خالص وارد بر جسم به دست بیاورید و با هم مقایسه کنید تا بتوانید به کمک شیب نمودار $v-t$ نمودار درست را تشخیص دهید.

در قسمت اول مسیر نیروی اصطکاک کمتر از F می‌باشد بنابراین:

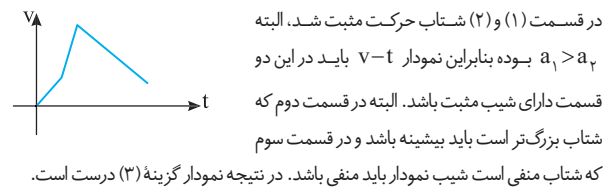
$$F - f_1 = ma \xrightarrow{f_1 < F} a_1 > 0$$

در قسمت دوم مسیر نیروی اصطکاک، صفر است و تنها نیروی مؤثر وارد بر جسم F است:

$$F = ma \Rightarrow a_2 > 0 \text{ و } a_2 > a_1$$

در قسمت سوم مسیر نیروی اصطکاک بیشتر از F می‌باشد، بنابراین:

$$F - f_3 = ma \xrightarrow{f_3 > F} a_3 < 0$$



در قسمت (1) و (2) شتاب حرکت مثبت شد، البته $a_1 > a_2$ بوده بنابراین نمودار $v-t$ باید در این دو قسمت دارای شیب مثبت باشد. البته در قسمت دوم که شتاب بزرگ‌تر است باید بیشینه باشد و در قسمت سوم که شتاب منفی است شیب نمودار باید منفی باشد. در نتیجه نمودار گزینه (3) درست است.

۳ ۹۱۱ B

به کمک آنچه که در ریاضی سال هشتم خوانده‌اید مؤلفه‌های نیروی F را در امتداد افقی و قائم رسم کنید.

نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم.

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow W = F_N + F_y \Rightarrow F_N = mg - F_y$$

نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم.

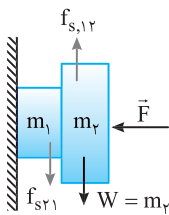
$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = \mu_k (mg - F_y)$$

$$\Rightarrow f_k = \mu_k mg - \mu_k F_y \Rightarrow f < \mu_k mg$$

۴ ۹۱۲ B

خط فکری

عجب شکلی دارد این سوآل!! دو جسم ساکن هستند و نیروهای وارد بر هر جسم متوازن هستند. در صورت سوآل نیروی اصطکاک که وزن m_2 بر وزن m_1 وارد می‌کند مورد پرسش است. اما ما ابتدا نیروهای وارد بر وزن m_2 را بررسی می‌کنیم تا بتوانیم دربارهٔ نیروی اصطکاک بین m_1 و m_2 اظهار نظر کنیم.



به وزن m_2 در راستای قائم دو نیرو وارد می‌شود.

۱ نیروی وزن $W = m_2 g = 40 \text{ N}$ رو به پایین

۲ چرا m_2 به پایین نمی‌آید زیرا از طرف جسم m_1 نیروی اصطکاک ایستایی $f_{s_{2,1}}$ بر آن رو به بالا وارد می‌شود که این نیرو با نیروی وزن m_2 برابر است.

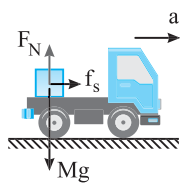
۳ جسم m_1 بر جسم m_2 نیروی اصطکاک 40 N رو به بالا وارد می‌کند و بنا به قانون سوم نیوتون، جسم m_2 نیز نیروی اصطکاک به اندازه 40 N رو به پایین

($f_{s_{2,1}} = 40 \text{ N}$) به m_1 وارد می‌کند.

۴ ۹۱۳ C

خط فکری

سؤال مهم این است که عامل حرکت بار روی کف تریلی در حال حرکت چه نیرویی است؟ عامل حرکت بار نیروی اصطکاک بین کف تریلی و بار است که به بار شتاب می‌دهد. بیشترین شتاب بار وقتی است که نیروی اصطکاک بیشینه باشد ($f_{s_{max}}$) اگر شتاب حرکت تریلی از بیشینه شتابی که می‌تواند اصطکاک به بار بدهد بیشتر باشد، بار از تریلی جا می‌ماند یعنی نسبت به تریلی رو به عقب لیز می‌خورد اما اگر $(a_{تریلی} \leq a_{max})$ باشد بار و تریلی با یک شتاب حرکت می‌کنند.



۱ بیشینه شتاب حرکت بار در اثر اصطکاک را حساب می‌کنیم.

$$F_{net} = Ma \Rightarrow f_{s_{max}} = Ma_{max}$$

$$\Rightarrow \mu_s Mg = Ma_{max} \Rightarrow a_{max} = \mu_s g$$

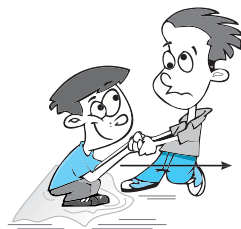
۲ بنا به فرض مسئله، شتاب حرکت تریلی $a > \mu_s g$ است یعنی شتاب حرکت تریلی از بیشینه شتابی که بار می‌تواند به دست بیاورد بیشتر است. بنابراین بار در کف تریلی نسبت به تریلی رو به عقب لیز می‌خورد.

۱ ۹۱۴ C

تکته

هرگاه دو جسم که با هم در تماس هستند بخواهند نسبت به هم حرکت کنند، بین آن‌ها یک نیروی تماس به نام اصطکاک ایجاد می‌شود که با حرکت دو جسم نسبت به هم مخالفت می‌کند.

خط فکری
بیاندازید و روی آن بنشینید و از شخصی بخواهید که دست شما را بگیرد و شما را بکشد خواهید دید که پارچه به همراه شما رو به جلو حرکت می‌کند. عامل حرکت پارچه به همراه شما، اصطکاک بین شما و پارچه است. در شکل مسئله وقتی A را با نیروی F می‌کشیم عامل حرکت B روی سطح بدون اصطکاک نیروی اصطکاک بین A و B است. اکنون این اصطکاک را باید با نیروی $F = 50 \text{ N}$ مقایسه کنید.



نیروی F دو جسم A و B را به حرکت درمی‌آورد اما نیروی اصطکاک بین A و B تنها سبب حرکت جسم B با همان شتاب می‌شود بنابراین $F > f_1$ است. یعنی $f_1 < 50 \text{ N}$ است. به روابط زیر دقت کنید:

$$F = (m_A + m_B)a, \quad f = m_B a \Rightarrow f < F$$

نیروی که باسکول تحمل می کند و توسط باسکول نمایش داده می شود.

$$F = F_N - f \quad (۲)$$

در این صورت:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} F = (W + f) - f \Rightarrow F = W$$

و باسکول F را که با W برابر است یعنی ۶۰۰ N را نشان می دهد.

۱ ۹۱۹

خط فکری

است و اصطکاک بین طناب و سطح میز $f_{s_{max}}$ است. طناب همگن است. کل طناب $4/5 m$ است که $1/5 m$ آن یعنی $1/3$ طناب آویزان و $2/3$ طناب روی سطح میز باقی مانده است. $1/3$ طناب آویزان و $2/3$ طناب روی سطح میز باقی مانده است.

آن می خواهد طناب را پایین بیاورد اما نیروی اصطکاک ایستایی بین طناب روی میز با سطح میز مانع است. از این رو باید اندازه نیروی اصطکاک که مانع حرکت است با اندازه نیروی وزن قسمت آویزان طناب برابر باشد.

نیروی وزن قسمت آویزان طناب را با نیروی اصطکاک ایستایی بین قسمت روی میز با سطح میز برابر قرار می دهیم.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow f_{s_{max}} = W \Rightarrow \mu_s F_N = \frac{1}{3} mg$$

$$\xrightarrow{F_N = \frac{2}{3} mg} \mu_s (\frac{2}{3} mg) = \frac{1}{3} mg \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{2} = 0.5$$

۱ ۹۲۰

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم:

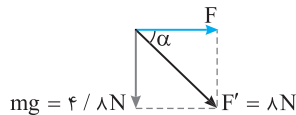
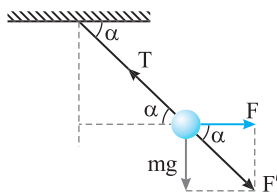
با توجه به اینکه جسم در حال تعادل است پس باید برآیند F و W که با F' نمایش داده ایم هم اندازه با T و در خلاف جهت آن باشد.

$|F'| = 8 N$

هم چنین با توجه به خطوط موازی و مورب زاویه بین F و F' نیز برابر α است. α حساب می کنیم.

$$\sin \alpha = \frac{4/8}{8} = 0.5$$

بنابراین $\alpha = 37^\circ$ است.



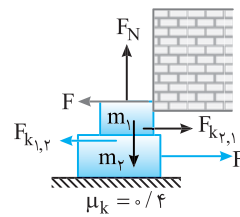
۳ ۹۲۱

نیروهای وارد بر میله در راستای قائم را رسم می کنیم. (۱) نیروی وزن رو به پایین. (۲) مؤلفه قائم نیروی کشش نخ T_y (۳) مؤلفه نیروی قائم لولا رو به بالا

$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_y + T_y = W \Rightarrow F_y = W - T_y \Rightarrow F_{لولا} < W$

در واقع می توان این گونه استدلال کرد که نیروی وزن میله، توسط لولا و نخ تحمل می شود بنابراین نیرویی که لولا در نقطه P بر میله وارد می کند قطعاً از W کمتر است.

۳ ۹۱۵



دوباره شکل مسئله باعث نگرانی شما شد. m_1 به دیوار گیر کرده و ساکن است. اگر دیوار نبود، m_1 تحت تأثیر اصطکاک بین m_1 و m_2 به همراه m_2 حرکت می کرد.

۱ وقتی m_2 به سمت راست در حرکت است توسط سطح زمین و همچنین سطح m_1 نیروهای اصطکاک به سمت چپ وارد می شود. بنا به قانون سوم جسم m_2 نیروی اصطکاک $(f_{k_{2,1}})$ را بر m_1 وارد می کند. این نیرو را حساب می کنیم.

$$f_{k_{2,1}} = \mu_s F_N = \mu_k m_1 g \xrightarrow{\mu_k = 0.4, m_1 = 10 \text{ kg}} f_{k_{2,1}} = 0.4 \times 100 = 40 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_{k_{1,2}} = 40 \text{ N}$$

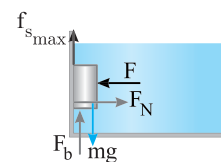
۲ جسم m_1 ساکن مانده است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. بنابراین دیوار نیروی F را بر m_1 وارد می کند.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_{k_{2,1}} \Rightarrow F = 40 \text{ N}$$

۳ دیوار به جسم m_1 نیروی ۴۰ N وارد می کند و بنا به قانون سوم نیوتون جسم m_1 نیز نیروی ۴۰ N را به دیوار وارد می کند.

۱ ۹۱۶

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم و با توجه به توازن نیروها داریم (دقت کنید حداقل نیرو یعنی F آن قدر کم باشد که جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد).



در راستای افقی: $F = F_N$

در راستای قائم: $F_b + f_{s_{max}} = mg$

$$\xrightarrow{F_b = 10 \text{ N}, mg = 20 \text{ N}} 10 + \mu_s F_N = 20$$

$$\mu_s F = 20 \Rightarrow 0.5 \times F = 20 \Rightarrow F = 40 \text{ N}$$

۲ ۹۱۷

نیروهای وارد بر جسم سه نیروی وزن، شناوری و کشش ریسمان است که چون جسم ساکن است این سه نیرو متوازن هستند. نیروی شناوری رو به بالا، نیروی وزن و کشش ریسمان رو به پایین است. از این رو می توان نوشت:

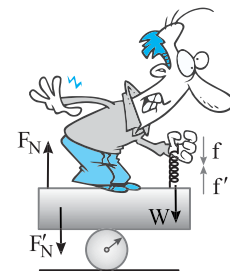
$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_b = mg + T$$

بیشینه نیروی شناوری زمانی است که کشش نخ بیشینه باشد:

$$F_{b_{max}} = mg + T_{max} \Rightarrow F_{b_{max}} = 20 + 4 = 24 \text{ N}$$

۳ ۹۱۸

راه حل عادی: شخصی روی باسکول ایستاده و ساکن است. بنابراین باسکول وزن شخص را نشان می دهد.

$$F_N = W \Rightarrow F_N = 600 \text{ N}$$


راه حل پیچیده:

نیروهای وارد بر شخص:

۱ نیروی وزن که توسط کره زمین رو به پایین وارد می شود.

۲ نیروی عمودی تکیه گاه که توسط کف باسکول رو به بالا وارد می شود.

۳ نیروی واکنش فنر که بر دست شخص رو به پایین وارد می شود.

شخص ساکن است. از این رو:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_N = W + f \quad (۱)$$

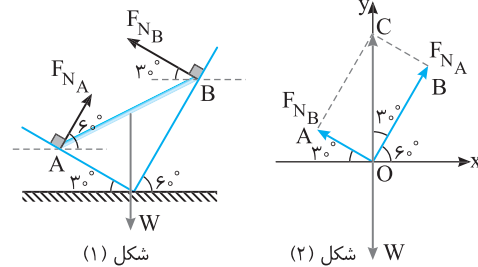
نیروهای وارد بر باسکول:

۱ نیروی واکنش F'_N توسط شخص رو به پایین بر کف باسکول وارد می شود.

۲ نیروی f که برابر f بوده و توسط فنر رو به بالا بر کف باسکول وارد می شود.

۲ ۹۲۲ B

نیروی که سطح بدون اصطکاک بر جسم وارد می کند همان نیروی عمودی سطح است. با توجه به شکل نیروها را رسم می کنیم (شکل (۱)). سپس هر سه نیرو را از یک نقطه رسم می کنیم (شکل (۲)).



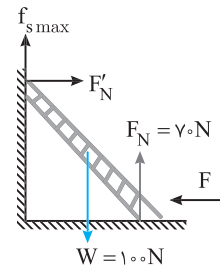
شکل (۱)

شکل (۲)

میله در تعادل است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند و باید برآیند F_{NB} و F_{NA} هم اندازه و در خلاف جهت نیروی وزن باشد. با توجه به شکل زاویه ای که نیروی F_{NA} با محور Y می سازد 30° است. در نتیجه در مثلث OBC می توان نوشت:

$$\tan 30^\circ = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{F_{NB}}{F_{NA}} \Rightarrow F_{NA} = \sqrt{3} F_{NB}$$

۲ ۹۲۳ B



خط فکری جمله «کمیته نیرویی که مانع لیز خوردن نردبان شود» یعنی اگر نیروی F از آن کمتر شود نردبان به پایین می لغزد. در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بین نردبان و دیوار قائم باید رو به بالا باشد. نیروهای وارد بر نردبان را رسم می کنیم. نردبان در آستانه حرکت رو به پایین بوده و نیروهای وارد بر آن متوازن است.

۱ برآیند نیروهای وارد بر نردبان در امتداد قائم را برابر صفر قرار می دهیم و $f_{s \max}$ را به دست می آوریم. $f_{s \max} + F_N = W \Rightarrow f_{s \max} + 70 = 100 \Rightarrow f_{s \max} = 30 \text{ N}$.

$$\text{نیروی عمودی سطح که دیوار قائم بر نردبان وارد می کند را حساب می کنیم.}$$

$$f_{s \max} = \mu_s F'_N \xrightarrow{\mu_s = 0.6} 30 = 0.6 F'_N \Rightarrow F'_N = 50 \text{ N}$$

۲ برآیند نیروهای افقی وارد بر نردبان صفر است از این رو:

$$F = F'_N \Rightarrow F = 50 \text{ N}$$

۲ ۹۲۴ B

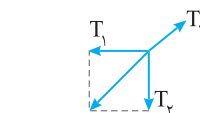
خط فکری قرار است که وزن جسم A بیشینه باشد اما B ساکن بماند یعنی B در آستانه حرکت قرار بگیرد بنابراین نیروی اصطکاک بین جسم B و سطح میز بیشینه $(f_{s \max})$ باشد. نیروهای وارد بر جسم B و جسم A را رسم کنید و برای هر جسم نیروی خالص را مساوی صفر قرار داده و کشش نخ متصل بر هریک از آن ها را حساب کنید و سرانجام کشش نخ متصل دیوار را به دست بیاورید. به مراحل حل مسئله دقت کنید.

۱ جسم B باید ساکن بماند. بنابراین اصطکاک وارد بر آن f_s است و چون وزن جسم A بیشینه است. اصطکاک آستانه حرکت $f_{s \max}$ می باشد.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow T_1 = f_{s \max}$$

$$\Rightarrow T_1 = \mu_s F_{NB}$$

$$\Rightarrow T_1 = 0.5 \times 60 = 30 \text{ N}$$



۲ جسم A ساکن است از این رو کشش نخ متصل به A (T_ψ) با نیروی وزن W برابر است. $T_\psi = W_A \Rightarrow T_\psi = 225 \text{ N}$.

۳ نیروهای T_ψ ، T_ψ ، T_ψ باید با هم متوازن باشند و برآیند T_ψ و T_ψ باید هم اندازه T_ψ و در خلاف جهت آن باشد. به کمک رابطه فیثاغورس T_ψ را حساب می کنیم.

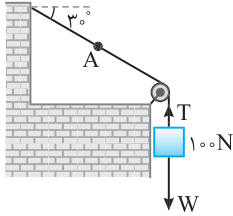
$$T_\psi = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \sqrt{30^2 + 225^2} = 25 \sqrt{12^2 + 9^2} \Rightarrow T_\psi = 25 \times 15 = 375 \text{ N}$$

۲ ۹۲۵ B

نکته در طول یک نخ همگن با جرم ناچیز نیروی کشش مقدار ثابتی است. نیروهای وارد بر وزنه را رسم می کنیم. این نیروها متوازن هستند.

$$T = W \Rightarrow T = 100 \text{ N}$$

کشش در تمام نقاط این نخ از جمله نقطه A یکسان و برابر 100 N است.



۳ ۹۲۶ B

بر فضانورد دو نیرو یکی وزن (W) رو به پایین و دیگری نیروی عمودی تکیه گاه رو به بالا وارد می شود. نیروی خالص وارد بر فضانورد را برابر ma قرار داده. F_N را به دست

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 75 \times 10 = 75 \times 8 \Rightarrow F_N = 6750 \text{ N}$$

۴ ۹۲۷ B

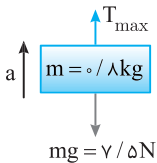


وقتی شخص شروع به بالا رفتن می کند، در لحظاتی، یک دست خود را رها کرده و با دست دیگر خود را بالا می کشد و سپس دست رها شده خود را به طناب می گیرد و دست دیگر خود را رها می کند و با تکرار این عمل بالا می رود. وقتی که شخص خود را به بالا می کشد ابتدا حرکت او تندشونده ($T > W$) است اما وقتی که دست دوم خود را به طناب می رساند و لحظه ای متوقف می شود حرکت او کندشونده است ($T < W$) حتی ممکن است هنگام بالا

رفتن وقتی خود را به بالا می کشد برای لحظه ای هر دو دست او به طناب وصل نباشد و کشش به طور لحظه ای صفر شود ($T = 0$). بنابراین با قاطعیت نمی توان اظهار نظر کرد.

۲ ۹۲۸ C

کشش طناب زمانی بیشترین مقدار است که جسم تندشونده به سمت بالا بیاید یا کندشونده با همان شتاب $T > mg$ به سمت پایین در حال حرکت باشد یعنی $T > mg$ باشد. از این رو می توان شتاب حرکت را در این حالت به دست آورد.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T_{\text{max}} - mg = ma$$

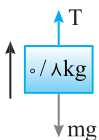
$$\Rightarrow 10 - 8 = a \Rightarrow a = \frac{2}{1} = \frac{2}{1} = 2 \text{ m/s}^2$$

یعنی شتاب حرکت تندشونده رو به بالا یا حرکت کندشونده رو به پایین نباید از 2 m/s^2 بیشتر باشد و گزینه (۲) پاسخ است. یعنی جسم با شتاب 3 m/s^2 با حرکت تندشونده نمی تواند رو به بالا حرکت کند. حال برای اطمینان گزینه (۴) را نیز بررسی می کنیم. حرکت کندشونده رو به بالا یعنی $T < mg$ از این رو:

$$mg - T = ma$$

$$8 - T = 0.8 \times 3 \Rightarrow T = 5.6 \text{ N} < 10 \text{ N}$$

بنابراین جسم می تواند با شتاب 3 m/s^2 با حرکت تندشونده رو به پایین حرکت کند در این حالت نیروی کشش نخ 5.6 N است که از بیشینه نیروی کشش $T = 10 \text{ N}$ کمتر است و نخ پاره نمی شود.






۳ در حالت دوم نیروی T_p به سمت بالا و mg به سمت پایین است. قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_p - mg = ma \Rightarrow T_p = 2/\Delta a + 2\delta$$

۴ خواهد شد: $\frac{T_p}{T_1} = 1 + \frac{2\delta}{2/\Delta a + 5}$



۵ با توجه به فرض مسأله شتاب $a < 6m/s^2$ است اگر $a = 6m/s^2$ باشد نسبت $\frac{T_p}{T_1}$ خواهد شد:

$$\frac{T_p}{T_1} = 1 + \frac{2\delta}{2/\Delta a + 5} \Rightarrow \frac{T_p}{T_1} = 1 + \frac{2\delta}{2/\Delta a + 5} = 2$$

بنابراین اگر شتاب کمتر از $6 \frac{m}{s^2}$ باشد مقدار کسر از $1 > \frac{2\delta}{2/\Delta a + 5}$ می‌شود و $\frac{T_p}{T_1} > 2$ خواهد بود.

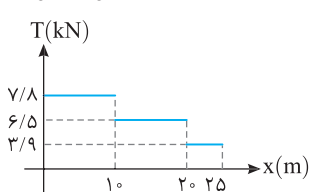
۴ ۹۳۲ B **خط فکری** مفهوم عبارت (مسافران از کف آسانسور جدا نشوند) این است که نیروی عمودی سطح F_N (نیروی که سطح بر مسافران وارد می‌کند) در آن بازه زمانی صفر شود. در این صورت تنها نیروی وزن بر آن‌ها وارد شده و شتاب آسانسور $a = g$ باشد. $F_N = 0 \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g$

در واقع آسانسور در حال حرکت رو به بالا حداکثر با شتاب $(a = 1.0 N/kg)$ ترمز می‌کند. بنابراین حداقل زمان توقف خواهد شد:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1.0t + 8 \Rightarrow t = 8/s$$

اگر ترمز توقف آسانسور از $g = 1.0 N/kg$ بیشتر باشد، مسافران از کف آسانسور برای مدتی جدا می‌شوند زیرا دارای سرعت بوده و طبق قانون اول نیوتون تمایل دارند به حرکت خود ادامه دهند و نیرویی که مانع آن‌ها می‌شود وزن است بنابراین حداکثر شتاب برای توقف مسافران شتاب حاصل از وزن یعنی $a = g$ است و اگر شتاب آسانسور از این بیشتر شود، آسانسور سریع‌تر از مسافران متوقف شده و برای مدت کوتاهی افراد از کف آسانسور جدا می‌شوند.

۲ ۹۳۳ C **۱** در $1.0m$ اول نیروی کشش کابل $T_1 = 7/8 kN = 780.0 N$ است. قانون دوم نیوتون را برای آسانسور نوشته شتاب آن را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - W_{شخص} = m_{شخص} a \Rightarrow 780 - 650 = 650 a \Rightarrow a = 2m/s^2$$


۲ اکنون قانون دوم نیوتون را برای شخص درون آسانسور می‌نویسیم و F_N را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{N_1} - m_{شخص} g = m_{شخص} a_1 \Rightarrow F_{N_1} - 500 = 100 \Rightarrow F_{N_1} = 600 N$$

۳ در بازه $2.0m$ تا $2.25m$ نیروی کشش طناب $T_p = 3/9 kN = 390.0 N$ است. $T_p < W$ بوده قانون دوم نیوتون را برای آسانسور می‌نویسیم:

$$F_{net} = ma_p \Rightarrow W_{شخص} - T_p = m_{شخص} a' \Rightarrow 650 - 390 = 650 a_p \Rightarrow a_p = 4m/s^2$$

۴ با داشتن شتاب نیروی عمودی سطح وارد بر شخص را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow m_{شخص} g - F_{N_p} = m_{شخص} a_p \Rightarrow 500 - F_{N_p} = 50 \times 4 \Rightarrow F_{N_p} = 300 N$$

۵ نسبت $\frac{F_{N_1}}{F_{N_p}}$ خواهد شد:

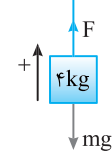
$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_p}} = \frac{600}{300} = 2$$

۳ ۹۲۹ B **خط فکری** در دو حالت ممکن است اندازه شتاب $2m/s^2$ باشد یک بار نیروی F رو به بالا بزرگ‌تر از وزن جسم ($F > mg$) و بار دیگر نیروی F رو به بالا کوچک‌تر از وزن جسم ($F < mg$) باشد در دو حالت قانون دوم نیوتون را نوشته، F را به دست بیاورید. اندازه شتاب $|a| = 2m/s^2$ است، بنابراین:

$$F_{net} = m|a| \begin{cases} F > mg \rightarrow F_1 - mg = ma \\ F < mg \rightarrow mg - F_1 = ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_1 - 40 = 4 \times 2 \Rightarrow F_1 = 48 N \\ F_1 - 40 = 4 \times (-2) \Rightarrow F_1 = 32 N \end{cases}$$

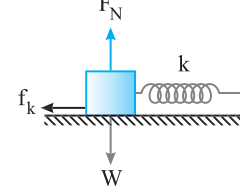
$|F_1 - F_2| = 48 - 32 = 16 N$



اگر در حالت اول $F_1 = 48 N$ و $F_2 = 32 N$ باشد با $16 N$ نیروی F کاهش یابد که گزینه (۳) چنین است. اما حالت دیگر این است که ابتدا $F < mg$ و برابر $32 N$ و سپس $F > mg$ یعنی $48 N$ باشد. در این صورت باید F را افزایش داد که در گزینه‌ها نیست.

۲ ۹۳۰ C **خط فکری** مسئله از شما ضریب اصطکاک را خواسته است یعنی سطح دارای اصطکاک است و نیروی خالص وارد بر جسم برآیند نیروی کشسانی فنر و نیروی اصطکاک جنبشی است.

با توجه به جدول اگر در حالت اول نیروی کشسانی فنر با تغییر طول به اندازه $2cm$ را F_e بنامیم در حالت دوم که تغییر طول $3cm$ یعنی تغییر طول $1/5 = 3/4$ برابر حالت اول است



نیروی کشسانی فنر $1/5 F_e$ می‌شود و در حالت سوم تغییر طول $6cm$ است یعنی تغییر طول فنر $3 = F_e/2$ برابر حالت اول نیروی کشسانی فنر $3 F_e$ می‌شود. اکنون باید برای هر حالت، قانون دوم نیوتون را نوشته و به کمک سه معادله سه مجهول مسئله را حل کنید. حالت اول:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - f_k = m \times 2/5 \quad (I)$$

$$1/5 F_e - f_k = m \times 5 \quad (II)$$

$$3 F_e - f_k = m \times 12/5 \quad (III)$$

رابطه II را بر رابطه I تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{1/5 F_e - f_k}{F_e - f_k} = 2 \Rightarrow 1/5 f_e - f_k = 2 F_e - 2 f_k \Rightarrow f_k = 9/5 F_e \quad (1)$$

به جای f_k در رابطه III مقدار $9/5 F_e$ را قرار می‌دهیم.

$$3 F_e - 9/5 F_e = 12/5 m \Rightarrow 2/5 F_e = 12/5 m \Rightarrow F_e = 6m \quad (2)$$

به جای F_e در رابطه (1) مقدار $6m$ را قرار می‌دهیم.

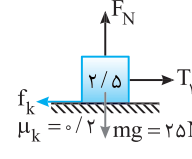
$$f_k = 9/5 \times 6m \Rightarrow f_k = 2/5 m \xrightarrow{f_k = \mu_k mg} \mu_k mg = 2/5 m \Rightarrow \mu_k = 1/25$$

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

۱ نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow f_k = 5 N$$

۲ بنابر قانون دوم نیوتون برآیند نیروها را برابر ma قرار می‌دهیم. در حالت اول:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T_1 - f_k = ma \Rightarrow T_1 - 5 = 2/5 \Delta a \Rightarrow T_1 = 2/5 \Delta a + 5$$


B ۳ ۹۳۴

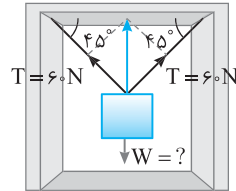
خط فکری

مسئله خاصی نیست، یک وزنه درون آسانسور از دو ریسمان آویزان است و هر ریسمان نیروی کشش 60 N بر وزنه وارد می‌کند. چون دو نیروی کشش برابر هستند برآیند آن‌ها در امتداد قائم رو به بالاست. برآیند آن‌ها را به دست می‌آوریم، سپس به کمک قانون دوم نیوتون، جرم جسم را حساب می‌کنیم.

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. برآیند دو نیروی کشش 60 N که با هم

زاویه 90° می‌سازند، را به کمک رابطه فیثاغورس به دست می‌آوریم:

$$T_{\text{کل}} = \sqrt{T^2 + T^2} = \sqrt{2}T \Rightarrow T_{\text{کل}} = 60\sqrt{2} = 60 \times 1.4 = T_{\text{کل}} = 84\text{ N}$$



قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T_{\text{کل}} - W = ma \Rightarrow 84 - m \times 10 = m \times 2 \Rightarrow m = \frac{84}{12} = 7\text{ kg}$$

C ۲ ۹۳۵

خط فکری

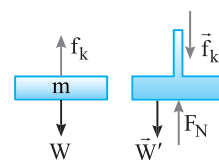
با یک مسئله جالب سروکار داریم. اگر مهره را رها کنید با شتاب گرانش ($g = 10\text{ N/kg}$) سقوط می‌کند اما این مهره وقتی از روی بدنه میله به پایین می‌لغزد، شتابش 2 m/s^2 است. بنابراین حتماً نیرویی رو به بالا مخالف حرکت وجود دارد که قطعاً این نیرو اصطکاک بین مهره و بدنه میله است که شما باید آن را حساب کنید. میله به مهره رو به بالا نیرو وارد می‌کند. بنا به قانون سوم نیوتون مهره هنگام لغزیدن به میله رو به پایین نیرو وارد می‌کند. در این حالت نیروسنج عددی که نشان می‌دهد مجموع وزن پایه و نیرویی است که مهره به میله رو به پایین وارد می‌کند که همان نیروی اصطکاک است.

دو نیرو بر مهره وارد می‌شود اولی نیروی

وزن و دومی نیروی اصطکاک است. بنا به قانون

دوم خواهیم داشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow W - f_k = ma \\ \Rightarrow 0.5 \times 10 - f_k = 0.5 \times 2 \Rightarrow f_k = 4\text{ N}$$



میله بر مهره نیروی اصطکاک f_k را رو به بالا وارد می‌کند و بنابر قانون سوم نیوتون،

مهره نیز بر میله نیروی f_k را رو به پایین وارد می‌کند. چون میله و پایه ساکن هستند، برآیند نیروی وارد بر آن‌ها صفر است. نیروهای وارد بر پایه شامل سه نیرو است:

(۱) نیروی وزن رو به پایین، (۲) نیروی اصطکاک مهره وارد بر میله رو به پایین، (۳) نیروی عمودی سطح نیروسنج که به پایه رو به بالا وارد می‌کند.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow W' + f_k - F_N = 0 \Rightarrow F_N = W' + f_k = 1/5 \times 10 + 4 = 19\text{ N} \\ \Rightarrow F_N = 19\text{ N}$$

عددی است که ترازوی فنری نشان می‌دهد. یعنی ترازوی فنری 19 N را

نشان می‌دهد.

C ۱ ۹۳۶

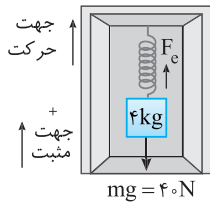
نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. (۱) نیروی وزن (۲) نیروی کشسانی فنر

احساس ما این است که باید نیروی کشسانی فنر رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین باشد

به احساس خود احترام می‌گذاریم و قانون دوم نیوتون را در این حالت می‌نویسیم و F_e را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\frac{a = -12\text{ m/s}^2}{\text{شتاب کندشونده}} \rightarrow F_e - 40 = -48 \Rightarrow F_e = -8\text{ N}$$



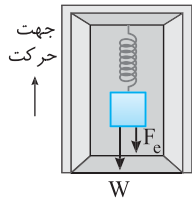
اندازه نیروی F_e منفی شده چگونه چنین چیزی ممکن است؟ جهت مثبت را رو به بالا گرفته‌ایم. بنابراین مفهوم این منفی شدن یعنی F_e بار رو به پایین و در جهت نیروی وزن باشد تا به وزنه شتاب 12 m/s^2 رو به پایین بدهد. در نتیجه تغییر طول فنر خلاف جهت نیروی کشسانی یعنی رو به بالا بوده و فنر در این جابه‌جایی فشرده‌تر شده است. اکنون قانون دوم نیوتون را مجدداً می‌نویسیم و F_e را به دست می‌آوریم.

$$-(F_e + W) = ma \xrightarrow{\text{حرکت کندشونده}} -F_e - 40 = 4 \times (-12) \Rightarrow F_e = 8\text{ N}$$

تغییر طول فنر را به دست می‌آوریم.

$$F_e = k\Delta x \Rightarrow 8 = 200 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{8}{200} = \frac{4}{100} = 4\text{ cm}$$

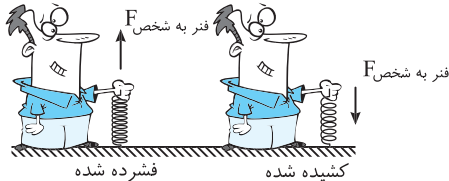
فنر فشرده شده $x_2 = x_1 - \Delta x = 80 - 4 = 76\text{ cm}$



C ۲ ۹۳۷

یادآوری ترازوی فنری و باسکول مقدار نیروی عمودی سطح F_N را نمایش می‌دهند.

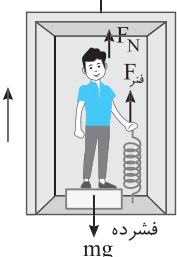
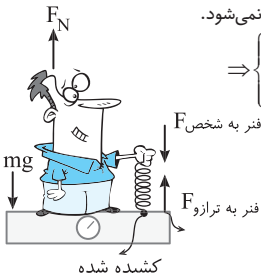
نیروی کشسانی فنر در خلاف جهت تغییر طول آن است.



فنر متصل به باسکول را بررسی می‌کنیم. هر نیرویی که رو به بالا به فنر وارد کنیم، فنر همان نیرو را رو به پایین به ما وارد می‌کند. یعنی فنر کف باسکول را بالا می‌کشد و ما آن را به پایین هل می‌دهیم. بنابراین وقتی فنر متصل به باسکول را تغییر شکل می‌دهیم در عددی که باسکول نشان می‌دهد تغییری حاصل نمی‌شود.

$$\Rightarrow F_N = mg \\ \Rightarrow \begin{cases} \text{فنر به ترازو } F = F_{\text{شخص}} \\ \text{این دو نیرو خلاف جهت هم‌اند} \end{cases}$$

بنابراین فنر متصل به آسانسور مهم است.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N + F_{\text{فنر}} - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N + k\Delta x - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N + 300 \times \frac{2}{100} - 600 = 120$$

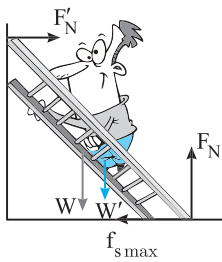
$$\Rightarrow F_N + 600 - 600 = 120 \Rightarrow F_N = 712\text{ N}$$

۱ ۹۳۷ A

دقت کنید که در صورت سؤال برآیند نیروهای وارد بر شخص خواسته شده است و از شما نیروی عمودی سطح خواسته نشده است. بنا به قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد بر شخص (نیروی خالص) برابر ma است.

$$F_{ma} = Ma \Rightarrow F_{max} = 50 \times 2 = 100 \text{ N}$$

نمای ۲۲



نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. نردبان در آستانه سُر خوردن است بنابراین اصطکاک بین نردبان و سطح افقی بیشینه است (f_{smax}) و نیروهای وارد بر نردبان متوازن هستند. **۱** نیروهای وارد بر نردبان در راستای قائم را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = W + W'$$

۲ نیروهای وارد بر نردبان در راستای افقی را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

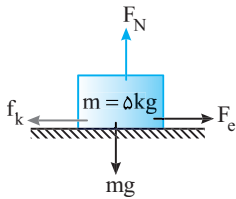
$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F'_N = f_{smax} \Rightarrow F'_N = \mu_s F_N \Rightarrow F'_N = \mu_s (W + W')$$

نمای ۲۱

۶ یادآوری هرگاه جسمی را توسط یک فنر می‌کشیم، نیروی F وارد بر فنر برابر نیروی کشسانی فنر است ($F_e = F$).

خط فکری

سرعت ثابت یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است $F_{net} = 0$. بنابراین شما باید نیروی کشسانی فنر را با نیروی اصطکاک جنبشی برابر قرار دهید و با جای‌گذاری داده‌های مسئله، مسئله را حل کنید. بر جسم چهار نیرو وارد می‌شود. نیروی وزن، نیروی عمودی سطح، نیروی اصطکاک جنبشی و نیروی کشسانی فنر.



$$\begin{aligned} mg - F_N = 0 &\Rightarrow F_N = mg = 50 \text{ N} \\ F_e - f_k = 0 &\Rightarrow F_e = f_k \\ \Rightarrow k \Delta x = \mu_k F_N &\Rightarrow \frac{k = 200 \text{ N/m}}{\Delta x = 5 \text{ cm}} \\ 200 \times \frac{5}{100} = \mu_k (50) &\Rightarrow \mu_k = 0.2 \end{aligned}$$

نمای ۱۶ و ۱۷

بازی با سؤال جسمی به جرم 2 kg روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی 0.2 با یک فنر و با سرعت ثابت در حال حرکت است. فنر افقی و طول آن 5 cm افزایش یافته است. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

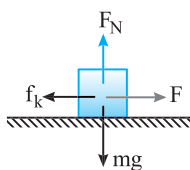
- ۸ (۱)
- ۴ (۲)
- ۸۰ (۳)
- ۴۰ (۴)

پاسخ جسم دارای سرعت ثابت است و برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow k \Delta l = \mu_k mg$$

$$k \left(\frac{5}{100} \right) = 0.2 \times 2 \times 10 \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$



گزینه ۳

پنجره ۲ روبروی ۳

۲ ۹۳۷ B

نیروهای وارد بر وزنه در دو حالت نیروی وزن و نیروی کشسانی فنر هستند. جسم ساکن است و نیروهای وارد بر وزنه متوازن هستند.



حالت اول: ($l_1 = 14 \text{ cm}$ و $m = 4 \text{ kg}$)

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = W \Rightarrow k(l_1 - l_0) = mg \Rightarrow k \left(\frac{14}{100} - l_0 \right) = 40 \quad (I)$$

حالت دوم: ($l_2 = 15 \text{ cm}$ و $m = 5 \text{ kg}$)

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = W \Rightarrow k(l_2 - l_0) = mg \Rightarrow k \left(\frac{15}{100} - l_0 \right) = 50 \quad (II)$$

دو رابطه را از هم کم کرده و k را به دست می‌آوریم.

$$\frac{15}{100} k - k l_0 - \frac{14}{100} k + k l_0 = 50 - 40 \Rightarrow \frac{k}{100} = 10 \Rightarrow k = 1000 \text{ N/m}$$

طول طبیعی خواهد شد:

$$1000 \left(\frac{14}{100} - l_0 \right) = 40 \Rightarrow \frac{14}{100} - l_0 = \frac{4}{100} \Rightarrow l_0 = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

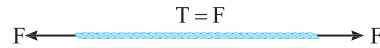
میابری ثابت فنر را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$k = \frac{W_2 - W_1}{l_2 - l_1}$$

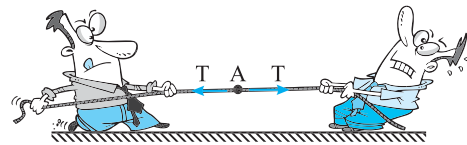
نمای ۱۱

۲ ۹۳۷ A

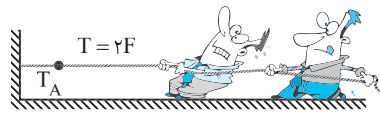
نکته هرگاه مطابق شکل به دو سر طناب نیروهای یکسانی وارد کنیم، نیروی کشش طناب در هر نقطه هم‌اندازه هر یک از نیروهای وارد بر طناب است.



اگر هر کدام یک سر آن طناب را بکشند نیروی کشش طناب برابر نیرویی است که هر یک وارد می‌کنند.



اما اگر یک سر آن را به دیوار بسته و دو نفری از یک طرف بکشند نیروی کشش طناب برابر مجموع نیروی دو نفر است و احتمال پاره شدن طناب بیشتر است. $T = 2F$



نمای ۱۰

۳ ۹۳۷ A

۱ تندی حدی چترباز با چتر باز حدود 5 m/s است.

چترباز از ارتفاع نسبتاً زیاد به بیرون پریده در همان ابتدا در مدت 1 s تندی آن تقریباً $v = at = 10 \times 1 = 10 \text{ m/s}$ می‌شود. یعنی در مدت کوتاهی تندی چترباز از تندی حدی بالاتر می‌رود و در این مدت حرکت چترباز تندشونده است.

۲ با باز شدن چتر، سطح مقابل هوا بزرگ می‌شود و مقاومت هوا به شدت بالا می‌رود و مقاومت شبیه ترمز عمل کرده از تندی چترباز می‌کاهد تا به تندی حدی برسد. در این بازه زمانی حرکت کندشونده است.

۳ پس از آنکه چترباز به تندی حدی رسیده با تندی ثابت پایین می‌آید.

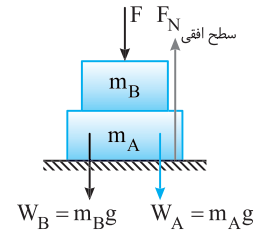
با توجه به گزینه‌ها حالتی که قبل از باز شدن چتر، تندی چترباز به تندی حدی بدون چتر برسد مورد نظر مسئله نیست.

نمای ۹

۳ ۹۳۷ B

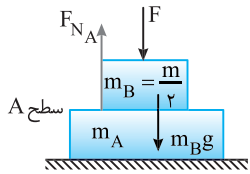
۷ خط نگرین

نیروهایی وارد بر جسم A را رسم می‌کنیم و نیرویی که سطح افقی بر جسم A وارد می‌کند برابر است با:



$F_{y\text{خالص}} = 0$
 $\Rightarrow F_{N\text{سطح افقی}} = F + W_B + W_A$
 $\Rightarrow F_{N\text{سطح افقی}} = F + \frac{m}{2} g + mg$
 $\Rightarrow F_{N\text{سطح افقی}} = F + \frac{3}{2} mg$

نیرویی که سطح A بر جسم B وارد می‌کند برابر است با:



$F_{y\text{خالص}} = 0$
 $\Rightarrow F_{N_A} = m_B g + F = \frac{1}{2} mg + F$

بنا به فرض مسئله می‌توانیم بنویسیم:

$F_{N\text{سطح افقی}} = 2F_{N_A} \Rightarrow F + \frac{3}{2} mg = 2(\frac{1}{2} mg + F)$
 $F + \frac{3}{2} mg = mg + 2F \Rightarrow F = \frac{mg}{2}$

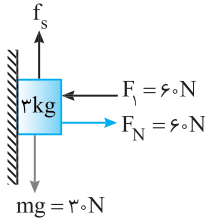
نمای ۱۲

۳ ۹۳۷ A

۷ خط نگرین

ابتدا با نیروی F_1 جسم ساکن است، در این حالت به جسم نیروی $mg = 30N$ رو به پایین وارد می‌شود، اما جسم تکان نمی‌خورد یعنی برای نیروهای مساوی یا کوچک‌تر از $30N$ جسم به حرکت در نمی‌آید.

جسم ساکن است: $f_s = mg \Rightarrow f_s = 30N$
 جسم در راستای افقی حرکت ندارد: $F_1 = F_N \Rightarrow F_N = 60N$



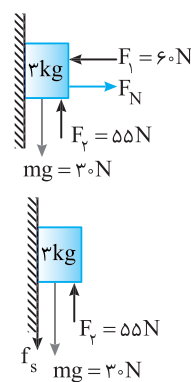
هم بر نیروی وزن و هم بر نیروی اصطکاک غلبه شده است.

مطابق شکل به جسم دو نیروی F_1 و F_N وارد می‌شود:

در راستای افقی جسم حرکت نمی‌کند:

$F_1 = F_N \Rightarrow F_N = 60N$
 دو نیروی $F_N = 60N$ و $F_1 = 60N$ به سمت بالا و

به سمت پایین به جسم وارد می‌شود. در واقع به جسم نیروی خالص $55N$ به سمت بالا وارد می‌شود که چون از $30N$ کمتر است با توجه به خط فکری جسم همچنان ساکن می‌ماند و به آن نیروی اصطکاک ایستایی به سمت پایین وارد می‌شود، چون نیروی F_N به سمت بالا بزرگ‌تر از نیروی mg به سمت پایین است:



$f_s + mg = F_y \Rightarrow f_s + 30 = 55 \Rightarrow f_s = 25N$

از طرف سطح دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک، عمود بر هم به جسم وارد می‌شود بنابراین نیرویی که سطح وارد می‌کند برابر این دو نیروی عمود بر هم

است: $R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2}$

نیروی وارد از طرف سطح را حساب می‌کنیم:

$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \frac{f_s = 25N}{F_N = 60N} \Rightarrow R = \sqrt{(25)^2 + (60)^2} = \sqrt{5^2 + 12^2}$

$R = \sqrt{25 + 144} \Rightarrow R = \sqrt{169} = 13 \Rightarrow R = 65N$

خوب است دو سری عدد فیثاغورسی را بلد باشیم:

$(3, 4, 5), (5, 12, 13)$

دو نیروی عمود بر هم در این سؤال $25 = 5 \times 5$ نیوتون و $60 = 5 \times 12$ است پس برابری آنها $65 = 5 \times 13 = 65$ نیوتون است.

نمای ۱۸

۳ ۹۳۷ A

۸

قبل از پاره شدن به جسم نیروی $5N$ به سمت بالا و $mg = 20N$ به سمت پایین وارد می‌شود.

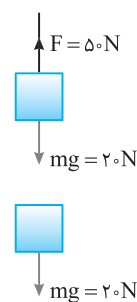
$F_{net} = ma \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow 20 - 5 = 2a$

$\Rightarrow a = 7.5 \text{ m/s}^2$

بعد از پاره شدن طناب، تنها به جسم نیروی وزن وارد می‌شود.

$F_{net} = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g \Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$

نمای ۲۲



پنجره ۴

۱ ۹۳۸ A

بیادآوری: تکانه کمیت برداری است و برابر حاصل ضرب جرم در بردار سرعت جسم است.

تکانه در حالت اول و حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$P = mv$
 $m = 2 \text{ kg}$
 $\begin{cases} \vec{v}_1 = 4\vec{i} \Rightarrow P_1 = 8\vec{i} \\ \vec{v}_2 = -8\vec{i} \Rightarrow P_2 = 2 \times (-8)\vec{i} = -16\vec{i} \end{cases}$

تغییر تکانه خواهد شد: $\Delta P = P_2 - P_1 = -16\vec{i} - 8\vec{i} \Rightarrow \Delta P = -24\vec{i}$



۲ ۹۴۵ A

۱. سرعت جسم در $t_1 = 0$ و $t_2 = 0.5$ را به دست می‌آوریم:

$$v = 2 \sin \Delta \pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 2 \sin \Delta \pi(0) \Rightarrow v_1 = 0 \\ t_2 = 0.5 \Rightarrow v_2 = 2 \sin \Delta \pi(\frac{1}{2}) \\ \Rightarrow v_2 = 2 \sin \frac{\Delta \pi}{2} \Rightarrow v_2 = 2 \text{ m/s} \end{cases}$$

۲. تغییر تکانه خواهد شد:

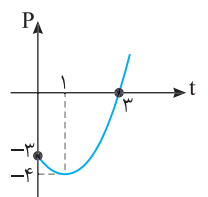
$$\Delta P = m \Delta v \Rightarrow \Delta P = m(v_2 - v_1) \Rightarrow \Delta P = 2 \times 2 = 4 \text{ kgm/s}$$

۴ ۹۴۶ B

نکته هرگاه بزرگی تکانه افزایش یابد یعنی تندی افزایش می‌یابد و حرکت تندشونده است و هرگاه بزرگی تکانه کاهش یابد تندی کاهش می‌یابد و حرکت کندشونده است.

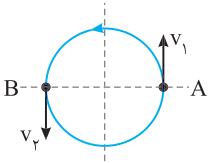
خط فکری برای حل مسئله بهترین روش استفاده از رسم نمودار تکانه - زمان است که یک تابع درجه ۲ است. ابتدا نمودار $P-t$ را رسم می‌کنیم:

$$P = at^2 - 2t - 3 \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \text{ s} \Rightarrow P = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4 \text{ kg.m/s} \\ t = 0 \Rightarrow P = -3 \text{ kg.m/s} \\ P = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ s} \end{cases}$$



در بازه صفر تا ۱ s اندازه تکانه از 3 kg.m/s تا 4 kg.m/s افزایش می‌یابد بنابراین سرعت در حال افزایش است و از ۱ s تا ۳ s، اندازه تکانه از 4 kg.m/s به صفر می‌رسد و سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده است.

۲ ۹۴۷ A

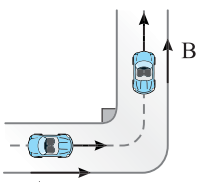


نکته سرعت در هر نقطه از مسیر بر مسیر مماس است. وقتی متحرک مطابق شکل از نقطه A می‌گذرد در مدتی که نصف محیط را طی می‌کند به نقطه B می‌رسد. در این صورت بردار سرعت در نقطه B رو به پایین است، اگر جهت v_1 را مثبت بگیریم ($v_1 = v$) سرعت در نقطه B برابر $v_2 = -v$ است. بنابراین تغییر سرعت خواهد شد:

$$\Delta v = |v_2 - v_1| = |-v - v| = 2v$$

$$\Delta P = m \Delta v \Rightarrow \Delta P = 2mv$$

۲ ۹۴۸ B



اندازه تکانه در نقطه A و B برابر است مقدار آن را به دست می‌آوریم:

$$P = mv = \frac{m = 500 \cdot \text{kg}}{v = 4 \text{ m/s}} \Rightarrow P = 500 \times 4$$

$$\Rightarrow P = 2000 \text{ kgm/s} \Rightarrow P_A = P_B = 2000 \text{ kgm/s}$$

نکته اندازه تفاضل دو بردار \vec{A} و \vec{B} که برهم عمودند از رابطه فیثاغورس به دست می‌آید:

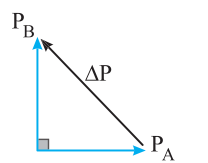
$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2}$$

بردار P_A و P_B برهم عمودند و تغییر تکانه خواهد شد:

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_B - \vec{P}_A \Rightarrow \Delta P = \sqrt{P_A^2 + P_B^2}$$

$$\Rightarrow \Delta P = \sqrt{(2000)^2 + (2000)^2}$$

$$\Rightarrow \Delta P = 2000 \cdot \sqrt{2} \text{ kgm/s}$$



۲ ۹۳۹ B

۱. بردار تکانه جسم را در $t = 2$ s به دست می‌آوریم.

$$\vec{P} = 6t\vec{i} + 4t^2\vec{j} \xrightarrow{t=2\text{s}} \vec{P} = 12\vec{i} + 16\vec{j}$$

۲. تکانه برابر حاصل ضرب جرم جسم در سرعت آن است.

$$\vec{P} = m\vec{v} \xrightarrow{m=0.4\text{kg}} 12\vec{i} + 16\vec{j} = 0.4\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = 30\vec{i} + 40\vec{j}$$

۳. اندازه سرعت جسم خواهد شد:

$$|\vec{v}| = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ m/s}$$

۴ ۹۴۰ A

خط فکری در صورت مسئله تندی جسم داده شده و جهت حرکت جسم مشخص نیست.

بنابراین v_1 می‌تواند $+3 \text{ m/s}$ یا -3 m/s باشد هم چنین v_2 می‌تواند $+4 \text{ m/s}$ یا -4 m/s باشد، بنابراین باید حالت‌های مختلف را بررسی کنید.

۱. اندازه تغییر سرعت جسم می‌تواند برابر مقدارهای زیر باشد.

$$\begin{cases} v_1 = \pm 3 \text{ m/s} \\ v_2 = \pm 4 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow |\Delta v| = 1 \text{ m/s یا } 7 \text{ m/s}$$

۲. اندازه تغییر تکانه خواهد شد.

$$|\Delta P| = m |\Delta v| \Rightarrow \begin{cases} |\Delta P| = 2 \times 1 = 2 \text{ kgm/s} \\ |\Delta P| = 2 \times 7 = 14 \text{ kgm/s} \end{cases}$$

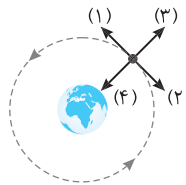
۲ ۹۴۱ A

دقت کنید تندی افزایش یافته بنابراین بزرگی تکانه نیز افزایش می‌یابد.

تکانه برابر جرم در سرعت جسم می‌باشد. تندی جسم در جهت سرعت 4 m/s افزایش یافته بنابراین تکانه نیز 12 kg.m/s افزایش می‌یابد.

$$P = mv \Rightarrow P + 12 = m(v + 4) \Rightarrow P + 12 = mv + 4m \Rightarrow 12 = 4m \Rightarrow m = 3 \text{ kg}$$

۱ ۹۴۲ A



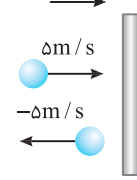
در هر لحظه بردار سرعت بر مسیر حرکت مماس است و جهت آن در سوی چرخش ماهواره است از طرفی تکانه ($\vec{P} = m\vec{v}$) برداری در جهت نیرو است بنابراین جهت درست نشان داده شده روی شکل جهت (۱) است.

۲ ۹۴۳ A

۱. انرژی جنبشی کمیت نرده‌ای است و با مجذور تندی متناسب است از این رو تغییر نمی‌کند.

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 0.5(25 - 25) = 0$$

۲. تکانه کمیته برداری است و همواره در جهت بردار سرعت است و اگر جهت بردار سرعت عوض شود جهت بردار تکانه تغییر می‌کند.



اگر جهت حرکت به سوی دیوار را مثبت فرض کنیم سرعت برخورد به دیوار $+5 \text{ m/s}$ است و وقتی توپ برمی‌گردد سرعت آن -5 m/s خواهد بود. از این رو

$$|\Delta P| = |m \Delta v| = 0.5(-5 - 5) = 5 \text{ kgm/s}$$

می‌توان نوشت:

دقت کنید که هدف طراح یادآوری این نکته است که انرژی جنبشی به جهت حرکت جسم بستگی ندارد اما تکانه بردار بوده و جهت حرکت جسم در مورد تکانه مهم است.

۴ ۹۴۴ A

ابتدا تندی جسم پس از 5 s را به دست می‌آوریم، سپس به کمک تکانه جرم را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0} v = 0.5 \times 5 \Rightarrow v = 2.5 \text{ m/s}$$

$$P = Mv \xrightarrow{P=10 \text{ kgm/s}} 10 = M \times 2.5 \Rightarrow M = 4 \text{ kg}$$

۱ ۹۵۲ A

دو جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و تکانه اولیه آن‌ها صفر است. با توجه به رابطه $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \Delta P_1 = Ft \xrightarrow{P_{1,1}=0} P_1 = Ft \\ \Delta P_2 = \frac{F}{3}(2t) \xrightarrow{P_{2,1}=0} P_2 = \frac{2}{3}Ft \end{cases}$$

نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ خواهد شد: $\frac{P_2}{P_1} = \frac{Ft}{\frac{2}{3}Ft} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{3}{2}$

۳ ۹۵۳ A

۱ با استفاده از رابطه بین نیرو و تکانه، نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می‌آوریم. $F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} = \frac{30 \text{ kgm/s} - 50 \text{ kgm/s}}{2 \text{ s}} = -10 \text{ N}$

۲ شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم. $F = ma \Rightarrow -10 = 2a \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$

۴ ۹۵۴ A

تکانه اولیه چکش برابر است با: $P_1 = mv_1 = 10 \text{ kgm/s} \Rightarrow P_1 = 10 \times 10 = 100 \text{ kgm/s}$

تکانه نهایی چکش صفر است ($v_2 = 0 \Rightarrow P_2 = 0$) بنابراین بزرگی نیروی متوسطی که بر چکش وارد می‌شود خواهد شد: $F_{\text{net}} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} = \frac{0 - 100}{2} = -50 \text{ N}$

۳ ۹۵۵ A

نیروی متوسط وارد بر متحرک در هنگام برخورد برابر آهنگ تغییر تکانه است. نکته مهم این است که اگر P_1 مثبت باشد، P_2 منفی است و تفاضل P_2 و P_1 خواهد شد. $|\Delta P| = |P_1 - (-P_2)| = |P_1 + P_2| \Rightarrow |\Delta P| = |P_1| + |P_2|$

یعنی اندازه تفاضل P_2 و P_1 از اندازه هریک از تکانه‌های P_1 و P_2 بزرگ‌تر است. بنابراین:

$$|F_{\text{av}}| = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow |F_{\text{av}}| = \frac{|P_1| + |P_2|}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} |F_{\text{av}}| > \frac{|P_1|}{\Delta t} \\ |F_{\text{av}}| > \frac{|P_2|}{\Delta t} \end{cases}$$

۳ ۹۵۶ B

۱ سرعت‌ها را بر حسب m/s می‌نویسیم. $v_1 = 54 \text{ km/h} = \frac{54}{3.6} \text{ m/s} = 15 \text{ m/s}$
 $v_2 = 18 \text{ km/h} = \frac{18}{3.6} \text{ m/s} = 5 \text{ m/s}$

۲ سرعت برخورد $\vec{v}_1 = 15\vec{i}$ و سرعت بازگشت $\vec{v}_2 = -5\vec{i}$ است.

۳ تکانه قبل و بعد از برخورد را حساب می‌کنیم ($m = 120 \text{ kg}$). $\vec{P} = m\vec{v} \Rightarrow \vec{P}_1 = 120 \times (15\vec{i}), \vec{P}_2 = 120 \times (-5\vec{i})$

۴ بردار تغییر تکانه را به دست می‌آوریم: $\Delta \vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = 120 \times (-5\vec{i} - 15\vec{i}) = -2400\vec{i} = -24 \times 10^2 \vec{i}$

۵ بردار نیروی متوسط وارد بر خودرو خواهد شد: $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{-2400\vec{i}}{10} = -240\vec{i} \text{ N}$

پازل یا سوال در شکل روبه‌رو، گلوله‌ای به جرم 200 g به مانع برخورد کرده و از آن برمی‌گردد. تغییر تکانه جسم چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

۱) 0.4
 ۲) 0.6
 ۳) 0.8

پایان هم‌سنگ دو بردار را از یک نقطه رسم می‌کنیم:

$v_1 = 8 \text{ m/s}$
 $v_2 = 6 \text{ m/s}$

تغییر تکانه جسم برابر است با: $\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ m/s}$

$\Delta P = m\Delta v = 0.2 \times 10 = 2 \text{ kgm/s}$

گزینه ۲

۳ ۹۴۹ A

۱ تکانه جسم 40 kgm/s شده است، سرعت جسم را به دست می‌آوریم. $P = mv \Rightarrow 40 = 5v \Rightarrow v = 8 \text{ m/s}$

۲ سرعت متحرک در جایگاهی 10 m از صفر به 8 m/s رسیده است به کمک معادله مستقل از شتاب، زمان طی شده را حساب می‌کنیم. $\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 10 = \frac{8+0}{2} \Delta t \Rightarrow \Delta t = 2.5 \text{ s}$

۳ نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد: $F_{\text{net}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{40 - 0}{2.5} = 16 \text{ N}$

۱ ۹۵۰ A

با توجه به رابطه $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ نیروی وارد بر جسم A و B را حساب کرده و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$F_A = \frac{\Delta P_A}{\Delta t_A} = \frac{12 \text{ kgm/s}}{0.5 \text{ s}} = 24 \text{ N}$
 $F_B = \frac{\Delta P_B}{\Delta t_B} = \frac{60 \text{ kgm/s}}{2 \text{ s}} = 30 \text{ N}$

$\Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$

۲ ۹۵۱ A

۱ تکانه جسم 40 درصد افزایش یافته پس $P_2 = 1.4P_1$ است، بنابراین با توجه به رابطه نیرو، تغییر تکانه می‌توان نوشت: $F_{\text{av}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{F = 10 \text{ N}, \Delta t = 4 \text{ s}}{4} = 2.5 \text{ N}$

$\Rightarrow 1.4P_1 - P_1 = (0.4 \times 4) \Rightarrow 0.4P_1 = 4 \Rightarrow P_1 = 10 \text{ kgm/s}$

۲ با توجه به تعریف تکانه، سرعت را حساب می‌کنیم: $P_1 = mv_1 = 10 \text{ kgm/s} \Rightarrow 2 \times v_1 = 10 \text{ kgm/s} \Rightarrow v_1 = 5 \text{ m/s}$

۲ ۹۶۱ A

یادآوری متحرکی که روی خط راست در حرکت است برای آنکه تغییر جهت بدهد ابتدا باید سرعت آن صفر شده و سرعت تغییر علامت دهد.
اگر جهت سرعت جسم را مثبت در نظر بگیریم $v_1 = +10 \text{ m/s}$ و چون نیروی F در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود برابر $F = -\Delta N$ می‌شود بنابراین بازه زمانی که سرعت از $+10 \text{ m/s}$ به صفر می‌رسد خواهد شد:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow -\Delta N = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t} \quad m = 2 \text{ kg} \rightarrow -\Delta N = \frac{2(0 - 10)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s}$$

بازی با سوال به جسمی به جرم 3 kg که با سرعت 5 m/s در جهت مثبت محور حرکت می‌کند، نیروی 6 N در خلاف جهت حرکت آن وارد می‌شود.

پس از چند ثانیه بزرگی تکانه با بزرگی تکانه اولیه آن برابر می‌گردد؟
 ۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

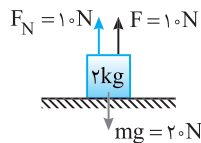
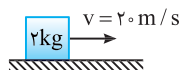
پایسج بزرگی تکانه با حالت اولیه برابر شود، بنابراین اگر $v_1 = 5 \text{ m/s}$ باشد، اندازه سرعت با حالت اولیه برابر شود، بنابراین اگر $v_1 = 5 \text{ m/s}$ باشد، $v_2 = -5 \text{ m/s}$ می‌شود. با توجه به این مطلب مسئله را حل می‌کنیم، البته نیرو خلاف جهت حرکت ($F = -6 \text{ N}$) است.

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = m \left(\frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \right) \quad m = 3 \text{ kg} \rightarrow -6 = 3 \left(\frac{-5 - 5}{\Delta t} \right) \Rightarrow \Delta t = 5 \text{ s}$$

گزینه ۴

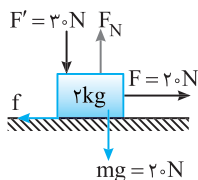
۱ ۹۶۲ A

تکانه در راستای افقی برابر است با: $P_x = mv_x = 40 \text{ kg.m/s}$
نیروی F عمود بر مسیر حرکت (در راستای قائم) وارد شده است و تأثیری روی تکانه جسم ندارد و تکانه همچنان 40 kg.m/s خواهد بود.



۱ ۹۶۳ A

نیروها به جسم ساکن وارد شده پس باید حرکت یا ساکن ماندن جسم بررسی شود. به این منظور لازم است نیروی F را با نیروی اصطکاک بیشینه مقایسه کنیم، اگر $F < f_{s_{\text{max}}}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و اگر $F > f_{s_{\text{max}}}$ باشد جسم شروع به حرکت می‌کند.



۱ جسم در راستای قائم ساکن است:

$$F_N = mg + F' \Rightarrow F_N = 20 + 30 \Rightarrow F_N = 50 \text{ N}$$

۲ بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی را حساب می‌کنیم:

$$f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 0.5 \times 50 \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 25 \text{ N}$$

۳ چون نیروی F کوچک‌تر از $f_{s_{\text{max}}}$ است پس جسم حرکت نکرده و تغییر تکانه

جسم صفر است.

۲ ۹۵۷ A

نیروی متوسطی که به جعبه در مدت 0.2 s وارد می‌شود به راحتی قابل محاسبه است:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(\Delta v)}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{50(10 - 0)}{0.2} \Rightarrow F_{av} = 2500 \text{ N}$$

۲ ۹۵۸ A

سرعت اتومبیل را برحسب m/s به دست می‌آوریم.

$$v_1 = 54 \text{ km/h} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \Rightarrow v_1 = \frac{54}{3.6} = 15 \text{ m/s}$$

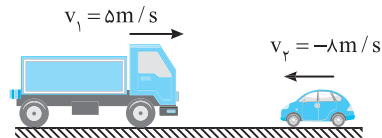
سرعت شخص نیز 15 m/s بوده و هنگام توقف اتومبیل سرعت شخص نیز صفر می‌شود بنابراین نیرویی که کمر بند ایمنی باید به شخص در مدت 0.3 s وارد کند برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(\Delta v)}{\Delta t} \quad m = 60 \text{ kg} \rightarrow F_{av} = \frac{60(15 - 0)}{0.3} \Rightarrow F_{av} = \frac{60 \times 15}{0.3} = 3000 \text{ N}$$

۴ ۹۵۹ A

خط فکری

با دقت زیاد به صورت مسئله توجه کنید. این مسئله نیرویی که بر کامیون و خودرو وارد می‌شود را از شما نمی‌خواهد بلکه نیروی وارد بر راننده‌ها از شما خواسته شده است. شتاب توقف کامیون و خودرو را حساب می‌کنیم، زیرا شتاب توقف راننده‌ها و شتاب حرکت کامیون و خودرو یکی است.
۱ جهت حرکت کامیون را جهت مثبت فرض می‌کنیم.



۲ شتاب حرکت کامیون یا خودرو را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$\text{اتومبیل: } |a'_{av}| = \left| \frac{4 + 8}{0.2} \right| \Rightarrow |a'_{av}| = \frac{12}{0.2} = 60 \text{ m/s}^2$$

$$\text{کامیون: } |a_{av}| = \left| \frac{4 - 5}{0.2} \right| \Rightarrow |a_{av}| = 5 \text{ m/s}^2$$

۳ نیروی وارد بر راننده کامیون برابر است با:

$$F_{av} = ma_{av} \Rightarrow F_{av} = 100 \times 5 = 500 \text{ N}$$

۴ نیروی وارد بر راننده اتومبیل برابر است با:

$$F'_{av} = ma'_{av} \Rightarrow F'_{av} = 100 \times 60 = 6000 \text{ N}$$

۵ نسبت دو نیرو خواهد شد:

$$\frac{F'}{F} = \frac{6000}{500} = 12$$

۳ ۹۶۰ A

۱ شتاب حرکت را به کمک قانون دوم نیوتون حساب می‌کنیم.

$$F = ma \quad F = 3 \text{ N}, m = 2 \text{ kg} \rightarrow 3 = 2a \Rightarrow a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

۲ سرعت جسم در $t = 4 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \quad v_0 = 5 \text{ m/s} \rightarrow v = 1.5 \times 4 + 5 \Rightarrow v = 11 \text{ m/s}$$

۳ تکانه جسم خواهد شد:

$$P = mv \Rightarrow P = 2 \times 11 \Rightarrow P = 22 \text{ kg.m/s}$$

۴ ۹۷۵ A

تکانه کمیت برداری است ($\vec{P} = m\vec{v}$)، بنابراین جهت بردار تکانه می‌تواند تغییر کند در حالی که اندازه تکانه ثابت باشد مثلاً در حرکت یک خودرو با سرعت $\Delta m/s$ به دور یک میدان، بردار سرعت و در نتیجه بردار تکانه در حال تغییر است و گزینه (۱) نادرست است، اما اندازه سرعت و هم‌چنین انرژی جنبشی این خودرو ($K = \frac{1}{2}mv^2$) ثابت است و گزینه (۲) و (۳) نادرست است، بنابراین با تغییر تکانه قطعاً بردار سرعت تغییر کرده اما انرژی جنبشی ممکن است ثابت یا متغیر باشد و گزینه (۴) درست است.

۲ ۹۷۶ B

با توجه به تعریف تکانه $P = mv$ و انرژی جنبشی $K = \frac{1}{2}mv^2$ بین تکانه و انرژی جنبشی جسم رابطه زیر برقرار است.

$$K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow \frac{K'}{K} = \frac{P'^2}{P^2} \Rightarrow 4 = \frac{P'^2}{P^2} \Rightarrow P' = 2P \Rightarrow mv' = 2mv \Rightarrow v' = 2v$$

از طرفی بنا به فرض مسأله $v' = v + \Delta$ است. پس:

$$v' = 2v, v' = v + \Delta \Rightarrow 2v = v + \Delta \Rightarrow v = \Delta m/s$$

$$P = mv \rightarrow P = 2 \times 8 = 16 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

۴ ۹۷۷ A

۱ ابتدا بردار تکانه در $t = 2s$ را به دست می‌آوریم.

$$\vec{P} = 3t^2 \vec{i} + 8t \vec{j} \xrightarrow{t=2s} \vec{P} = 3(2)^2 \vec{i} + 8(2) \vec{j} = 12 \vec{i} + 16 \vec{j} \Rightarrow \vec{P} = 12 \vec{i} + 16 \vec{j}$$

۲ بزرگی تکانه را حساب می‌کنیم.

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \Rightarrow P = \sqrt{12^2 + 16^2} \Rightarrow P = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} \Rightarrow P = 20 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

۳ به کمک رابطه انرژی جنبشی و تکانه، انرژی جنبشی را به دست می‌آوریم.

$$K = \frac{P^2}{2m} \xrightarrow{m=5\text{kg}} K = \frac{20^2}{2 \times 5} \Rightarrow K = 40 \text{ J}$$

بازی با سوال بردار تکانه جسمی در SI به صورت $P = (3t^2)\vec{i} + (2b-6t)\vec{j}$

است. اگر اندازه متوسط نیروهای وارد بر جسم در دو ثانیه اول حرکت برابر با 1.0 N باشد، b برابر کدام گزینه است؟

- ۱) ۷
۲) ۳
۳) ۱-
۴) گزینه (۱) و گزینه (۳) می‌تواند پاسخ باشد.

پاسخ با رابطه $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ بردار نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_2 - \vec{P}_1}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{12 \vec{i} + (2b-6)\vec{j} - 0}{2} \Rightarrow \vec{F} = 6 \vec{i} + (2b-6)\vec{j}$$

بزرگی نیرو برابر است با:

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow |\vec{F}| = 10 = \sqrt{6^2 + (2b-6)^2} \Rightarrow 100 = 36 + (2b-6)^2 \Rightarrow (2b-6)^2 = 64 \Rightarrow \begin{cases} 2b-6=8 \Rightarrow b=7 \\ 2b-6=-8 \Rightarrow b=-1 \end{cases}$$

گزینه ۴

۲ ۹۷۸ A

خط فکری سؤال مفهومی خوبی است. آهنگ تغییر تکانه برابر نیروی خالص وارد بر جسم است ($\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$) و بردار نیروی خالص و بردار تغییر تکانه هم‌جهت هستند، بنابراین برای اینکه مشخص کنید که جهت تغییر تکانه کدام است باید جهت نیروی خالص وارد بر جسم را مشخص کنید.

جسم در شرایط خلأ رو به بالا پرتاب شده است و تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن رو به پایین است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم در امتداد قائم و رو به پایین بوده در نتیجه تغییر تکانه نیز رو به پایین می‌باشد.

۲ ۹۷۱ A

با توجه به فرض مسئله $P_A = P_B$ و $m_B = 3m_A$ است بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} K_A = \frac{P_A^2}{2m_A} \\ K_B = \frac{P_B^2}{2m_B} \end{cases} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2$$

$$\frac{K_A = 18 \text{ J}}{K_B} \rightarrow \frac{18}{K_B} = \frac{3m_A}{m_A} \Rightarrow K_B = 6 \text{ J}$$

۱ ۹۷۲ A

رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی $K = \frac{P^2}{2m}$ است.

با توجه به رابطه انرژی جنبشی و تکانه نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم.

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{P_A^2}{2m_A}}{\frac{P_B^2}{2m_B}} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2$$

$$\frac{m_B = \frac{5}{3}m_A, P_A = \frac{4}{3}P_B \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{5}{3} \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{5}{3} \times \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{10}{9}$$

۳ ۹۷۳ B

۱ انرژی جنبشی ۷۵٪ کاهش یافته است. بنابراین:

$$K_2 = \frac{25}{100} K_1 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{4} K_1$$

۲ با توجه به رابطه تکانه و انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{P_1^2}{2m_1} \\ K_2 = \frac{P_2^2}{2m_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{P_2^2}{P_1^2} \times \frac{m_1}{m_2}$$

$$\frac{m_1 = m_2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{P_2^2}{P_1^2} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{P_2^2}{P_1^2} \Rightarrow P_2 = \frac{1}{2} P_1$$

۳ درصد تغییرات تکانه خواهد شد:

$$\frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{2}P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = -50\%$$

۳ ۹۷۴ A

نکته با توجه به رابطه انرژی جنبشی و رابطه تکانه می‌توانیم K را بر حسب P بنویسیم:

$$\begin{cases} P = mv \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \Rightarrow K = \frac{P^2}{2m}$$

درصد تغییر انرژی جنبشی برابر است با:

$$\frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{P_2^2}{2m} - \frac{P_1^2}{2m}}{\frac{P_1^2}{2m}} \times 100 = \frac{P_2^2 - P_1^2}{P_1^2} \times 100$$

$$\xrightarrow{P_2 = P_1 + 2, P_1 = 20} \frac{(P_1 + 2)^2 - P_1^2}{P_1^2} \times 100 = \frac{P_1^2 + 4 + 4P_1 - P_1^2}{P_1^2} \times 100 = \frac{4 + 4 \times (20)}{(20)^2} \times 100 = \frac{84}{4} \% = 21\%$$

A ۹۷۹ ۴

خط فکری ← نیروی وارد بر جسم برابر آهنگ تغییر تکانه ($\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$) است. یعنی

تغییر تکانه در هر ثانیه برابر نیروی وارد بر جسم است بنابراین در بررسی تغییر تکانه باید به سراغ نیروی وارد بر جسم برویم. جسم در شرایط خلأ رها شده است و تنها نیروی وارد بر آن نیروی وزن ($W = mg$) است بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow mg = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = mg \Delta t \xrightarrow{\Delta t = 1s} \Delta P = mg$$

در نتیجه در هر ثانیه تغییر تکانه به اندازه mg است یعنی در هر ثانیه به اندازه mg به اندازه تکانه اضافه می‌شود و گزینه (۱) و (۲) درست است.

A ۹۸۰ ۱

۱ تکانه اولیه را حساب می‌کنیم.

$$P = mv \xrightarrow{v_1 = 14 \text{ m/s}} P_1 = 5 \times 10^{-2} \times 14 \Rightarrow P_1 = 0.7 \text{ kgm/s}$$

۲ تکانه را یک ثانیه بعد که سرعت برابر 23 m/s می‌شود به دست می‌آوریم.

$$P_2 = mv_2 \Rightarrow P_2 = 5 \times 10^{-2} \times 23 \Rightarrow P_2 = 1.15 \text{ kgm/s}$$

۳ تغییر تکانه خواهد شد:

$$P_2 - P_1 = 1.15 - 0.7 \Rightarrow \Delta P = 0.45 \text{ kgm/s} = \frac{9}{20} \text{ kg.m/s}$$

A ۹۸۱ ۲

نکته هرگاه جسمی به جرم m در شرایط خلأ در مجاورت سطح زمین از ارتفاع h به هر طرفی پرتاب شود، تغییر تکانه آن خواهد شد:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F \Delta t \xrightarrow{F=mg} \Delta P = mg \Delta t$$

بازه زمانی ثانیه دوم حرکت برابر $\Delta t = 1s$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta P = mg \Delta t \xrightarrow{\Delta t = 1, m = 2 \text{ kg}} \Delta P = 2 \text{ kg.m/s}$$

بازی با سؤال پرتابه‌ای به جرم m با سرعت اولیه v_0 تحت زاویه α نسبت به افق پرتاب می‌شود و پس از $3t$ ثانیه به زمین می‌رسد. بزرگی تغییر تکانه پرتابه در t ثانیه اول حرکت، کدام است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود.)

ریاضی - ۹۷

$$2mgt \quad (1) \quad mgt \quad (2) \quad \frac{mv_0}{3} \quad (3) \quad \frac{2mv_0}{3} \quad (4)$$

پاسخ تغییر تکانه برابر است با: $\Delta P = F \Delta t$ ، تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن است، از این‌رو:

گزینه (۲)

A ۹۸۲ ۱

اگر سرعت رو به بالا مثبت بگیریم $v_1 = +5 \text{ m/s}$ ، سرعت آن در برگشت منفی و برابر $v_2 = -5 \text{ m/s}$ است و تنها نیروی وارد بر گلوله نیروی وزن است بنابراین با توجه به رابطه بین نیروی متوسط و تغییرات تکانه داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta P = mg \Delta t \Rightarrow m(\Delta v) = mg \Delta t \Rightarrow m(-5 - (+5)) = m(-10) \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 1s$$

روش دیگر: وقتی تنها نیروی خالص وارد بر جسم وزن است شتاب جسم برابر شتاب گرانش ($a = -g$) است بنابراین:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow -10 = \frac{-5 - 5}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1s$$

B ۹۸۳ ۳

۱ اگر جهت مثبت را رو به بالا در نظر بگیریم
سرعت اولیه $v_1 = -8 \text{ m/s}$ و $v_2 = +6 \text{ m/s}$ خواهد شد.

۲ نیروی خالص متوسط وارد بر توپ را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = m \left(\frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \right)$$

$$\xrightarrow{m = 2 \text{ kg}, \Delta t = 2 \times 10^{-2} \text{ s}} F_{net} = 2 \times \frac{(6 - (-8))}{2 \times 10^{-2}} = \frac{28 \times 10^2}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow F_{net} = 80 \text{ N}$$

۳ نیروی که سطح زمین به توپ وارد می‌کند را حساب می‌کنیم. $F_{net} = F_N - W \Rightarrow 80 = F_N - 20 \Rightarrow F_N = 100 \text{ N}$

۴ نسبت $\frac{F_{net}}{F_N}$ خواهد شد: $\frac{F_{net}}{F_N} = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$

B ۹۸۴ ۳

نکته نیروی خالص متوسط به کمک تکانه از رابطه $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ به دست می‌آید.

۱ تکانه در $t_1 = 3s$ را حساب می‌کنیم:

$$P_1 = 15t_1^2 + 5t_1 \Rightarrow P_1 = 15(3)^2 + 5(3) = 135 + 15 = 150 \text{ kgm/s}$$

۲ تکانه در $t_2 = 6s$ را حساب می‌کنیم:

$$P_2 = 15t_2^2 + 5t_2 \Rightarrow P_2 = 15(6)^2 + 5(6) = 540 + 30 = 570 \text{ kgm/s}$$

۳ در گام آخر با رابطه $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ ، F_{av} را حساب می‌کنیم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow F_{av} = \frac{570 - 150}{6 - 3} = \frac{420}{3} \Rightarrow F_{av} = 140 \text{ N}$$

بازی با سؤال معادله تکانه زمان جسمی به جرم 200 g در SI به صورت $P = t^2 - 2t - 1$ است. نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه $t = 1s$ تا $t = 3s$ چند نیوتون است؟

خارج تجربی - ۹۳

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

پاسخ ۱ تکانه را در دو لحظه $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3s$ به دست می‌آوریم.

$$P = t^2 - 2t - 1 \begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow P_1 = 1 - 2 - 1 \Rightarrow P_1 = -2 \text{ kgm/s} \\ t_2 = 3s \Rightarrow P_2 = 9 - 6 - 1 \Rightarrow P_2 = 2 \text{ kgm/s} \end{cases}$$

۲ نیروی متوسط وارد بر جسم خواهد شد:

$$F_{av} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{2 - (-2)}{3 - 1} \Rightarrow F_{av} = 2 \text{ N}$$

A ۹۸۵ ۲

نیروی متوسط وارد بر جسم برابر با $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ است، بنابراین ابتدا تغییر تکانه از $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ را به دست آوریم:

۱ سرعت جسم را در دو لحظه $t_1 = 2s$ و $t_2 = 4s$ به دست می‌آوریم.

$$v = t^2 - 2t + 3 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = 4 - 4 + 3 \Rightarrow v_1 = 3 \text{ m/s} \\ t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = 16 - 8 + 3 \Rightarrow v_2 = 11 \text{ m/s} \end{cases}$$

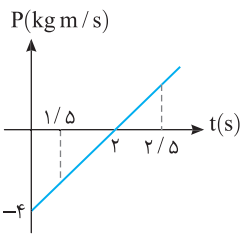
۲ تغییر تکانه جسم خواهد شد:

$$\Delta P = P_2 - P_1 \Rightarrow \Delta P = mv_2 - mv_1 \Rightarrow \Delta P = m(v_2 - v_1)$$

$$\xrightarrow{m = 2 \text{ kg}} \Delta P = 2(v_2 - v_1) = 2(11 - 3) = 16 \text{ kg.m/s}$$

۳ نیروی متوسط وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{16}{2} = 8 \text{ N}$$

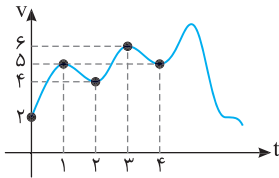


نمودار $P-t$ به صورت روبه‌رو است. می‌دانیم که $P=mv$ است پس هنگامی که نمودار متحرک به سمت محور t حرکت می‌کند یعنی بزرگی تکانه در حال کاهش بوده و بزرگی سرعت در حال کاهش و حرکت کندشونده است و هنگامی که نمودار متحرک از محور t دور می‌شود و بزرگی تکانه افزایش می‌یابد یعنی بزرگی سرعت در حال افزایش است و حرکت تندشونده می‌باشد. تکانه متحرک در $t=2/5$ ، صفر می‌شود پس در $t=1/5$ حرکت متحرک کندشونده و در $t=2/5$ حرکت تندشونده است.

۴ ۹۸۹ A

تکانه ثابت یعنی سرعت حرکت ثابت است بنابراین باید به دنبال نمودارهایی بگردیم که در آن‌ها سرعت ثابت است. نمودار a مربوط به نمودار مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت است. همچنین نمودار C مربوط به حرکت با سرعت ثابت است بنابراین گزینه (۴) درست است. در نمودار b سرعت در حال افزایش است بنابراین تکانه ثابت نمی‌ماند و b نادرست است. در نمودار d ، جسم ساکن است و حرکت نمی‌کند بنابراین نمودار d نادرست است.

۱ ۹۹۰ B



دو ثانیه نخست $t=0$ تا $t=2$ است که در ثانیه‌های $t=0$ و $t=2$ سرعت به ترتیب 2 m/s و 4 m/s است و تغییر تکانه در این بازه خواهد شد:

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta P_1 = m(4-2) = 2m$$

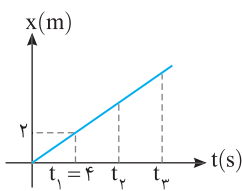
دو ثانیه دوم $t=2$ تا $t=4$ است که در این ثانیه‌ها سرعت به ترتیب 4 m/s و 5 m/s است از این رو:

$$\Delta P_2 = m(5-4) = m$$

نسبت تغییر تکانه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

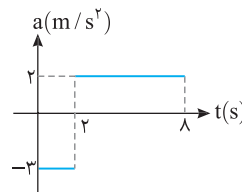
$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{2m}{m} = 2$$

۲ ۹۹۱ A



نمودار مکان - زمان خط راست بوده بنابراین حرکت دارای سرعت ثابت است و تکانه تغییر نمی‌کند.

۴ ۹۹۲ B



یادآوری سطح محصور بین نمودار شتاب و محور زمان برابر تغییر سرعت است. **۱** برای به‌دست آوردن تغییر تکانه باید تغییر سرعت را حساب کنیم بنابراین سطح زیر نمودار شتاب زمان را در بازه صفر تا 8 s به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = -3 \times 2 + (2 \times 6) \Rightarrow \Delta v = 6\text{ m/s}$$

۲ تغییر تکانه جسم خواهد شد:

$$\Delta P = m\Delta v \xrightarrow{m=2\text{kg}} \Delta P = 2 \times 6 \Rightarrow \Delta P = 12\text{ kg m/s} \text{ یا } \text{N.s}$$

در مورد یکای ΔP که در صورت مسئله بیان شده توضیح زیر را لازم می‌دانیم:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F\Delta t \Rightarrow \text{kg.m/s} \equiv \text{N.s}$$

یعنی یکای kg.m/s هم‌ارز N.s است.

۱ ۹۸۶ B

خط فکری کافی است با توجه به جرم $m=4\text{ kg}$ و رابطه تکانه - زمان

$P = \lambda t^2 - 8$ ، ابتدا تکانه در لحظه $t_1=0$ و $t_2=2\text{ s}$ را حساب کرده سپس سرعت جسم را در این لحظات به‌دست آورده و سرانجام به کمک تعریف شتاب، شتاب جسم را حساب کنید.

در لحظه‌های $t=0$ و $t=2\text{ s}$ ، تکانه جسم را به‌دست می‌آوریم، سپس به کمک $P=mv$ ، سرعت‌ها را در این دو لحظه حساب می‌کنیم.

$$t_1=0 \Rightarrow P=0-8=-8\text{ kg.m/s}$$

$$\xrightarrow{P=mv} -8=4v_1 \Rightarrow v_1=-2\text{ m/s}$$

$$t_2=2\text{ s} \Rightarrow P=32-8=24\text{ kg.m/s}$$

$$\xrightarrow{P=mv} 24=4v_2 \Rightarrow v_2=6\text{ m/s}$$

شتاب متوسط جسم خواهد شد: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{6-(-2)}{2} = 4\text{ m/s}^2$

بازی با سؤال معادله تکانه جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند

نسبت به زمان در SI به صورت $P(t) = t^2 - 5t + 6$ است. در چه زمانی برحسب ثانیه جهت شتاب تغییر می‌کند؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ تکانه برابر mv می‌باشد از این رو:

$$P = mv(t) = t^2 - 5t + 6 \Rightarrow v(t) = \frac{1}{m}t^2 - \frac{5}{m}t + \frac{6}{m}$$

معادله v ، درجه دوم (سه‌می) می‌باشد. می‌دانیم در رأس سهمی شیب خط مماس صفر و شیب خط مماس نمودار $v-t$ برابر شتاب است در نتیجه در رأس سهمی نمودار $v-t$ شتاب صفر شده و تغییر جهت می‌دهد.

$$\text{رأس سهمی} = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2} = \frac{5}{2} = 2.5\text{ s}$$

گزینه ۴

۴ ۹۸۷ B

به سراغ حرکت‌شناسی بروید و با مقایسه معادله حرکت داده شده با معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب و سرعت اولیه را تعیین کنید.

۱ معادله $x-t$ درجه دوم می‌باشد و ضریب t^2 برابر $\frac{1}{2}a$ و ضریب t برابر v_0 است، از این رو:

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 4t + 4 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4\text{ m/s}^2, v_0 = -4\text{ m/s}, x_0 = 4\text{ m}$$

۲ معادله سرعت - زمان متحرک را می‌نویسیم و سرعت آن را در لحظه $t=3\text{ s}$ به‌دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4 \xrightarrow{t=3\text{ s}} v = 12 - 4 = 8\text{ m/s}$$

۳ تکانه در لحظه $t=3\text{ s}$ خواهد شد:

$$P = mv \Rightarrow P = 0/2 \times 8 = 1/6\text{ kg.m/s}$$

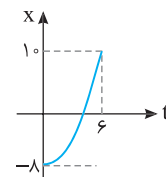
۴ ۹۸۸ B

خط فکری تکانه برابر حاصل ضرب جرم جسم در سرعت جسم است

($P=mv$) هرگاه بزرگی تکانه افزایش یابد یعنی تندی جسم در حال افزایش و حرکت تندشونده است و اگر بزرگی تکانه کاهش یابد یعنی تندی جسم در حال کاهش و حرکت کندشونده است. بنابراین شما باید بررسی کنید که در بازه زمانی $t_1=1/5\text{ s}$ تا $t_2=2/5\text{ s}$ ، بزرگی تکانه در حال افزایش است یا کاهش؟ رسم یک نمودار ساده ($P-t$) مشکل را حل خواهد کرد.

B ۹۹۳ ۳

۱ به سراغ حرکت شناسی می‌رویم. شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است. در لحظه $t=0$ شیب خط مماس صفر است بنابراین سرعت اولیه ($v_0=0$) است به کمک معادله مکان زمان حرکت با شتاب ثابت را به دست می‌آوریم.



۲ حال با توجه به معادله مستقل از زمان، سرعت متحرک هنگام عبور از مبدأ مکان ($x=0$) را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \xrightarrow{x=0} v^2 - 0 = 2 \times 1 \times [0 - (-8)] \Rightarrow v = \pm 4 \text{ m/s}$$

۳ شیب خط در مبدأ مکان مثبت است پس $v = +4 \text{ m/s}$ می‌باشد و تکانه خواهد شد:

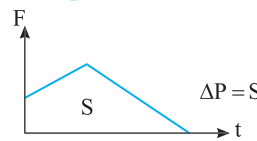
$$P = mv \Rightarrow P = 2 \times 4 = 8 \text{ kg.m/s}$$

B ۹۹۴ ۱

۱ نکته سطح محصور بین نمودار

نیرو - زمان با محور زمان برابر تغییر تکانه جسم است.

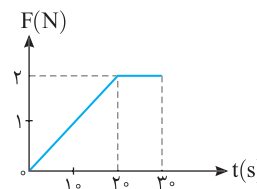
سطح زیر نمودار $F-t$ را حساب می‌کنیم.



$$\Delta P = S = \frac{2 \times 2}{2} \Rightarrow \Delta P = 2 \text{ kgm/s}$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و $P_0=0$ است بنابراین تکانه در لحظه

$t=2\text{s}$ خواهد شد: $\Delta P = P - P_0 \Rightarrow 2 = P - 0 \Rightarrow P = 2 \text{ kgm/s}$

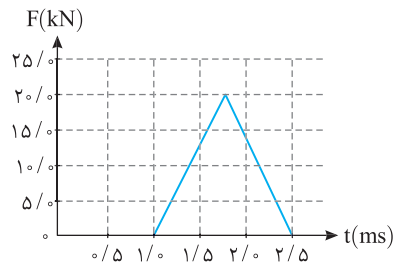


B ۹۹۵ ۱

۱ نکته سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر تغییر تکانه است.

۲ خط فکری نیروی متوسط وارد بر جسم برابر $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ است بنابراین شما باید به

کمک سطح زیر نمودار $F-t$ ، تغییر تکانه را به دست آورده سپس F_{av} را حساب کنید.



۱ تغییر تکانه خواهد شد:

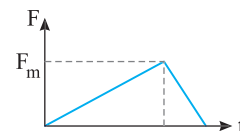
$$\Delta P = S \Rightarrow \Delta P = \frac{20 \times 10^{-3} \times 1/5 \times 10^{-3}}{2} \Rightarrow \Delta P = 15 \text{ kgm/s}$$

۲ نیروی خالص متوسط وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{15}{1/5 \times 10^{-3}} \Rightarrow F_{av} = 10^4 \text{ N}$$

۳ میانبر در نمودارهایی مثلثی شکل مانند شکل روبه‌رو نیروی متوسط نصف بیشینه نیروی وارد بر جسم است.

$$F_{av} = \frac{F_{\max}}{2}$$



B ۹۹۶ ۱

۱ یادآوری ممکن است نیروی وارد بر جسم

متغیر باشد اما هم چنان سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر تغییر تکانه است.

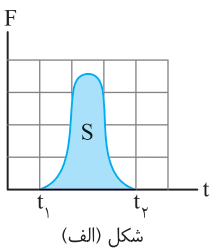
$$S = \Delta P$$

با توجه به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت.

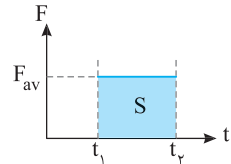
$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F_{av} \Delta t$$

بنابراین نمودار نیروی متوسط بر حسب زمان مطابق شکل روبه‌رو است. در نتیجه سطح این مستطیل نیز برابر تغییر تکانه است.

۲ نتیجه مقدار نیروی متوسط (F_{av}) به گونه‌ای که مساحت مستطیل زیر F_{av} با



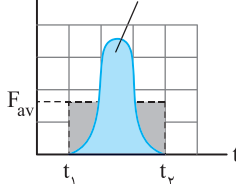
شکل (الف)



شکل (ب)

مساحت سطح زیر نمودار نیروی واقعی متغیر شکل (الف) برابر است. تغییر تکانه ناشی از نیروی متوسط برابر با تغییر

تکانه نیروی واقعی متغیر با زمان است.



شکل (ب)

با توجه به یادآوری، ابتدا مساحت مستطیل F_{av} را حساب می‌کنیم.

$$S_{F_{av}} = 10 \times 2 = 20 \text{ kgm/s}$$

این مساحت با مجموع S_1 و S_2 برابر است از این رو:

$$S_{av} = S_1 + S_2$$

$$20 = 8 + S_2 \Rightarrow S_2 = 12 \text{ kgm/s}$$

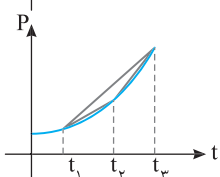
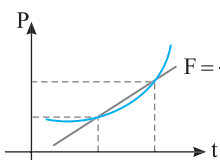
A ۹۹۷ ۳

۱ نکته شیب خط قاطع در نمودار

تکانه - زمان برابر نیروی متوسط وارد بر جسم است.

خطهای قاطع نمودار در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 ، t_1 تا t_3 و t_2 تا t_3 را رسم

می‌کنیم، شیب خط قاطع در بازه t_1 تا t_3 از شیب خطوط قاطع دیگر بیشتر است بنابراین نیروی متوسط وارد بر جسم در این بازه بزرگ‌تر است.



A ۹۹۸ ۲

۱ خط فکری با توجه به تعریف تکانه

($\vec{P} = m\vec{v}$)، چگونگی تغییر تکانه دقیقاً شبیه

چگونگی تغییر سرعت است. یعنی اگر سرعت

صفر باشد تکانه صفر است و بالعکس. اگر

تکانه مثبت باشد سرعت مثبت و اگر تکانه منفی باشد، سرعت منفی است.

اگر تکانه صفر شده و تغییر علامت دهد، سرعت نیز در همان لحظه صفر شده و تغییر علامت می‌دهد، بنابراین برای اینکه مشخص کنیم متحرک چند بار تغییر جهت داده است باید تعداد دفعاتی که تکانه تغییر علامت می‌دهد را بشماریم. در لحظه t_1 و t_2 نمودار تکانه محور زمان را قطع کرده یعنی تکانه تغییر جهت داده است بنابراین در این دو لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد.

۲ نیروی اصطکاک بین سطح و جسم را حساب می‌کنیم.

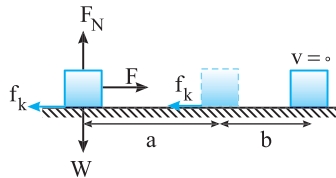
$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\frac{\mu_k = 0.2}{F_N = W = 20\text{N}}} f_k = 0.2 \times 20$$

$$\Rightarrow f_k = 4\text{N}$$

۳ نیروی F خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = F - f_k \Rightarrow 2 = F - 4 \Rightarrow F = 6\text{N}$$

خط فکری به نمودار نگاه کنید بنا به فرض مسئله بعد از لحظه $t = 1.5\text{s}$ نیروی F حذف شده است و بنا به قانون اول نیوتون باید جسم با همان تکانه 3 kgm/s به حرکت خود ادامه دهد اما پس از قطع F در مدت 0.5s جسم متوقف شده است، بنابراین باید سطح افقی دارای اصطکاک باشد و این اصطکاک جسم را متوقف کند. از این رو شما ابتدا در بازه 1.5s تا 2.0s نیروی اصطکاک را به دست آورید سپس در بازه 0.5s به کمک نمودار نیروی خالص (F_{net}) وارد بر جسم را حساب کنید تا بتوانید نیروی F را به دست بیاورید.



۱ نکته شیب نمودار تکانه - زمان برابر نیروی خالص وارد بر جسم است.

۱ در بازه 1.5s تا 2.0s تنها نیروی مؤثر اصطکاک است بنابراین خواهیم داشت:

$$f_k = \frac{0 - 3}{2.0 - 1.5} \Rightarrow f_k = -6\text{N}$$

۲ در بازه صفر تا 1.5s دو نیرو یکی F و دیگری f_k بر جسم وارد می‌شود (W) و F_{net} یکدیگر را خنثی می‌کنند، نیروی خالص را از روی شیب نمودار $P-t$ به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = \frac{3 - 0}{1.5 - 0} \Rightarrow F_{\text{net}} = 2\text{N}$$

۳ نیروی F خواهد شد:

$$F_{\text{net}} = F - f_k \Rightarrow 2 = F - 6 \Rightarrow F = 8\text{N}$$

خط فکری نمودار سهمی است و

سهمی نسبت به محور قائم گذرا از رأس دارای تقارن است و معادله تکانه - زمان تابع درجه ۲ است. باید از این ویژگی سهمی استفاده کرد.

۱ یکی از ریشه‌های معادله تکانه -

زمان $t = 6\text{s}$ است. با توجه به تقارن سهمی باید ریشه دیگر آن $t = -2$ باشد.

۲ معادله سهمی را می‌نویسیم و مختصات رأس سهمی را در آن قرار می‌دهیم.

$$P = A(t - (-2))(t - 6) \xrightarrow{\substack{t = 2\text{s} \\ P = 16\text{ kgm/s}}} 16 = A(2 - (-2))(2 - 6) \Rightarrow A = -1$$

۳ معادله سهمی کامل شد:

$$P = -(t - (-2))(t - 6) \Rightarrow P = -t^2 + 4t + 12$$

۴ تکانه اولیه جسم با توجه به معادله آن $P_0 = 12\text{ kgm/s}$ است بنابراین سرعت اولیه آن خواهد شد.

$$P = mv \xrightarrow{m=2\text{kg}} 12 = 2v \Rightarrow v_0 = 6\text{ m/s}$$

A ۱ ۹۹۹

تکانه حاصل ضرب جرم جسم در سرعت جسم است ($\vec{P} = m\vec{v}$) بنابراین، تغییرات تکانه عیناً شبیه تغییرات سرعت است. یعنی هر جا تکانه در حال کاهش است، سرعت در حال کاهش است و هر جا سرعت تغییر جهت دهد، تکانه تغییر جهت می‌دهد و ... در نتیجه در لحظه t_1 بزرگی تکانه در حال افزایش است و حرکت تندشونده است پس گزینه (۱) درست است. دقت کنید در بازه صفر تا t_1 بزرگی تکانه ابتدا در حال کاهش و سپس در حال افزایش است. پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و گزینه (۴) نادرست است. در لحظه t_2 بزرگی تکانه در حال کاهش است و حرکت کندشونده است، پس گزینه (۲) نادرست است. بین t_1 و t_2 تکانه صفر نشده پس سرعت نیز صفر نشده و گزینه (۳) نادرست است.

بازر با سوال متحرکی به جرم ثابت بر خط راست در حال حرکت است و نمودار تکانه بر حسب زمان آن مطابق شکل روبه‌رو است. کدام گزینه، به ترتیب از راست به چپ، درباره تغییرات سرعت و تغییرات شتاب این متحرک درست است؟

۱ سرعت آن در حال افزایش و شتاب آن ثابت است.

۲ سرعت آن ثابت و شتاب آن در حال افزایش است.

۳ سرعت و شتاب هر دو در حال افزایش هستند.

۴ سرعت و شتاب هر دو ثابت هستند.

پایان نمودار خط راست است و با گذشت زمان تکانه و در نتیجه سرعت افزایش می‌یابد. شیب نمودار ثابت است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم و در نتیجه شتاب جسم ثابت است.

A ۳ ۱۰۰۰

راه حل اول: شتاب متوسط برابر است با $a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ پس در $t = 4\text{s}$ و $t = 2\text{s}$ ابتدا سرعت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$P_1 = mv_1 \Rightarrow 3 = 2 \times v_1 \Rightarrow v_1 = 1.5\text{ m/s}$$

$$P_2 = mv_2 \Rightarrow 0 = 2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 0$$

شتاب را حساب می‌کنیم:

$$a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-1.5}{2} = -0.75\text{ m/s}^2$$

راه حل دوم: شیب خط نمودار تکانه زمان برابر نیروی متوسط وارد بر جسم است، شیب نمودار را در بازه $t = 2\text{s}$ تا $t = 4\text{s}$ به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-3}{2} = -1.5\text{ N}$$

به کمک قانون دوم نیوتون شتاب متوسط را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{av}} = ma_{\text{av}} \Rightarrow -1.5 = 2 \times a_{\text{av}} \Rightarrow a_{\text{av}} = -0.75\text{ m/s}^2$$

B ۱ ۱۰۰۱

نکته شیب نمودار $P-t$ برابر نیروی خالص وارد بر جسم است.

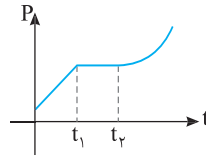
۱ از روی شیب نمودار نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می‌آوریم.

از روی شیب نمودار نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می‌آوریم.

$$F_{\text{net}} = \frac{6 - 0}{3 - 0} \Rightarrow F_{\text{net}} = 2\text{N}$$

۳ ۱۰۰۴ B

نکته: شیب نمودار تکانه - زمان برابر نیروی خالص وارد بر جسم است. باید شیب نمودار را بررسی کنیم.



در بازه صفر تا t_1 نمودار $P-t$ خط راست مایل است بنابراین نیرو مقدار ثابتی است و در بازه t_1 تا t_2 تکانه ثابت بوده و نیروی وارد بر جسم صفر است. سرانجام در $t > t_2$ نمودار $P-t$ منحنی است یعنی شیب خط مماس بر نمودار در حال تغییر است که این توضیحات تنها با شکل (۳) همخوانی دارد.

۳ ۱۰۰۵ B

بنا به قانون سوم نیوتون نیرویی که شخص به زمین و زمین به شخص وارد می کند هم اندازه و خلاف جهت هم اند و زمان اثر این نیروها یکی است. از این رو می توان نوشت:

$$F_1 = -F_2 \xrightarrow{F=ma} m_1 a_1 = -m_2 a_2 \xrightarrow{a = \frac{v-v_0}{t}}$$

$$m_1 \frac{v_1 - v_1^0}{t} = -m_2 \frac{v_2 - v_2^0}{t} \Rightarrow m_1 v_1 = -m_2 v_2 \Rightarrow P_{شخص} = -P_{زمین}$$

بنابراین گزینه (۳) درست است. البته تکانه زمین خلاف جهت تکانه شخص است.

۲ ۱۰۰۶ B

یادآوری: قانون اول نیوتون بیان می کند که هرگاه نیروی خالص بر جسم وارد نشود، اگر جسم ساکن باشد ساکن می ماند و اگر در حال حرکت باشد به حرکت روی خط راست با سرعت ثابت ادامه می دهد.

از دید ناظر، قانون اول نیوتون در مورد جسم صادق بوده است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. از این رو:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \xrightarrow{F=0} \Delta \vec{P} = 0$$

۲ ۱۰۰۷ B

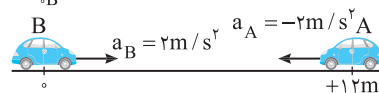
خط فکری: دقیقاً با یک مسئله حرکت شناسی سروکار داریم. باید معادله های حرکت را نوشته برابر قرار دهیم و زمان رسیدن دو خودرو به یکدیگر را بیابیم، سپس به کمک معادله سرعت - زمان، سرعت هریک را در لحظه برخورد حساب کنیم و سرانجام تکانه دو متحرک را به دست بیاوریم.

۱: ابتدا معادله دو متحرک را می نویسیم، مکان B را مبدأ در نظر گرفته و سمت راست را جهت مثبت اختیار می کنیم (به علامت شتابها و سرعت دقت کنید):

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0,B} t + x_{0,B} \Rightarrow x_B = t^2$$

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0,A} t + x_{0,A} \Rightarrow x_A = -t^2 - 10t + 12$$

$$\begin{aligned} &+ & v_{0,A} &= -10 \text{ m/s} \\ &v_{0,B} &= 0 & \leftarrow \end{aligned}$$



۲: هنگام رسیدن دو متحرک به هم $x_A = x_B$ می شود بنابراین:

$$t^2 = -t^2 - 10t + 12 \Rightarrow 2t^2 + 10t - 12 = 0 \Rightarrow t^2 + 5t - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (t+6)(t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ s} \\ t = -6 \text{ s} \quad (\text{غ.ق.ق.}) \end{cases}$$

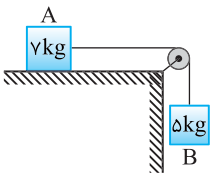
۳: حال سرعت متحرکها را با استفاده از رابطه $v = at + v_0$ به دست می آوریم.

$$\begin{cases} v_A = -2t - 10 \xrightarrow{t=1 \text{ s}} v_A = -12 \text{ m/s} \\ v_B = 2t \xrightarrow{t=1 \text{ s}} v_B = 2 \text{ m/s} \end{cases}$$

۴: تکانه هر متحرک خواهد شد:

$$\begin{cases} P_A = mv_A \Rightarrow P_A = -12 \text{ m} \\ P_B = mv_B \Rightarrow P_B = 2 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{2}{-12} = -\frac{1}{6}$$

۲ ۱۰۰۸ A



خط فکری: نکته مهم در حل این مسئله این است که دو جسم با یک ریسمان به هم متصل هستند و بعد از رها شدن، اگر جسم B، یک متر پایین بیاید همزمان جسم A نیز یک متر جابه جایی می شود یعنی در هر لحظه تندی A با تندی B برابر است ($v_A = v_B$) و این نکته حل مسئله است.

$$\begin{cases} P_A = m_A v \\ P_B = m_B v \end{cases} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = 1/4$$

تکانه هارا نوشته برهم تقسیم می کنیم:

۱ ۱۰۰۹ B

نیروی کشسانی فنر وارد بر دو جسم برابر است و این نیرو بر هر دو جسم A و B در مدت زمان یکسانی وارد می شود. از این رو می توانیم بنویسیم:

$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{\Delta P_A}{\Delta t} = \frac{\Delta P_B}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P_A = \Delta P_B$$

دو جسم از حال سکون رها شده اند و تکانه اولیه آنها صفر است ($P_{0,A} = P_{0,B}$) بنابراین

$$P_A - P_{0,A} = P_B - P_{0,B} \Rightarrow P_A = P_B$$

تکانه نهایی آنها با هم برابر است.

۳ ۱۰۱۰ C

خط فکری: در چه لحظه ای متحرک تغییر جهت می دهد؟ یعنی در چه لحظه ای سرعت صفر شده و تغییر علامت می دهد؟ وقتی که سرعت صفر می شود، تکانه متحرک نیز صفر می شود؛ بنابراین باید دنبال لحظه ای باشیم که تکانه صفر می شود.

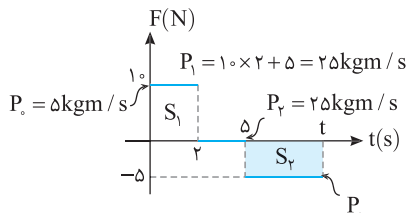
نکته: سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر تغییر تکانه است. تکانه در لحظه $t = 2 \text{ s}$ را حساب می کنیم.

$$\Delta P = S \Rightarrow P - P_0 = 10 \times 2 + 5 \times 2 = 25 \text{ kgm/s} \Rightarrow P_1 - 5 = 25 \Rightarrow P_1 = 25 \text{ kgm/s}$$

۲: در بازه $t = 2 \text{ s}$ تا $t = 5 \text{ s}$ نیرو صفر و تغییر تکانه صفر است و تکانه همچنان $P_2 = 25 \text{ kgm/s}$ است.

۳: بعد از $t = 5 \text{ s}$ باید لحظه ای را پیدا کنیم که تکانه صفر می شود. برای این که این اتفاق بیافتد باید مساحت سطح S_3 برابر -25 kgm/s شود.

$$S_3 = -25 \Rightarrow -5(t-5) = -25 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$



۲ ۱۰۱۱ B

خط فکری: نیرو متغیر است ($F = 4t - 4$) و برای یافتن تغییر تکانه باید نمودار نیرو - زمان را رسم کرده و به کمک سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان با محور زمان تکانه را حساب کنیم.

۱: برای رسم خط $F = 4t - 4$ کافی است یکبار $t = 0$ و یکبار $t = 3 \text{ s}$ را در معادله قرار داد و دو نقطه به دست آمده را روی صفحه به هم وصل کنیم.

$$F = 4t - 4 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow F = -4 \text{ N}, t = 1 \text{ s} \Rightarrow F = 0$$

$$t = 3 \text{ s} \Rightarrow F = 4 \times 3 - 4 = 8 \text{ N}$$

۲: جسم از حال سکون راه افتاده و تکانه اولیه آن صفر است. با محاسبه مساحت، تکانه را به دست می آوریم.

$$\Delta P = S_1 + S_2 = -\frac{4 \times 1}{2} + \frac{8 \times 2}{2} = 6 \text{ kgm/s}$$

$$\Rightarrow P - P_0 = 6 \xrightarrow{v_0=0} P = 6 \text{ kgm/s}$$

پنجره ۳ روبه روی F

۴ ۱۰۱۳ B

در فیزیک (۱) رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ را برای انرژی جنبشی و در فیزیک (۳) رابطه $P = mv$ را برای تکانه یاد گرفته‌اید که از ترکیب این دو رابطه، می‌توان نتیجه گرفت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m} \Rightarrow K = \frac{P^2}{2m}$$

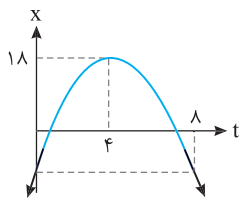
با توجه به فرض مسئله:

$$K_B = \Delta K_A \Rightarrow \frac{P_B^2}{2m_B} = \Delta \frac{P_A^2}{2m_A} \xrightarrow{P_A = P_B} \frac{m_A}{m_B} = \Delta$$

نمای ۲۶

۳ ۱۰۱۳ B

یادآور ریاضی نمودار سهمی نسبت به خط قائم گذرا از رأس سهمی متقارن است مثلاً مکان ۲s قبل از رأس با مکان ۲s بعد از رأس با هم برابر می‌باشد. هم‌چنین شیب خط مماس نیز به همین شکل است یعنی قدرمطلق شیب خط ۲s قبل از رأس با ۲s بعد از رأس یکسان می‌باشد و تنها علامت شیب متفاوت است.



نکته شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت جسم است. به نمودار نگاه کنید. با توجه به رأس سهمی (t=4) لحظات t=0 و t=8s نسبت به رأس تقارن دارند بنابراین شیب خط مماس در این دو نقطه هم‌اندازه و قرینه هم هستند یعنی سرعت متحرک در این دو لحظه یکی است و با توجه به تعریف تکانه (P=mv) اندازه تکانه در t=0 و t=8s برابر است.

نمای ۲۸

۳ ۱۰۱۳ A

بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{4}s$ تا $t_2 = \frac{5}{4}s$ را حساب می‌کنیم.

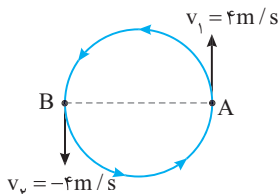
$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t = 1s$$

جسم در هر ۲s یک دور کامل یعنی 2π روی دایره می‌چرخد. بنابراین چرخش جسم در مدت ۱s خواهد شد.

$$\frac{2s}{1s} \mid \frac{2\pi}{?} \Rightarrow ? = \pi$$

متحرک در ۱s نیم‌دایره را می‌چرخد یعنی اگر در لحظه $t_1 = \frac{1}{4}s$ در نقطه A باشد در

لحظه $t_2 = \frac{5}{4}s$ از نقطه B می‌گذرد.



نکته سرعت در هر نقطه از مسیر بر مسیر حرکت مماس است.

بردارهای درست را رسم می‌کنیم. اگر $v_1 = +4m/s$ در نظر بگیریم $v_2 = -4m/s$

خواهد بود بنابراین:

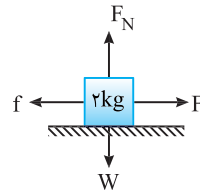
$$|\Delta v| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| = |-4 - 4| = 8m/s$$

$$|\Delta P| = m|\Delta v| \Rightarrow |\Delta P| = 16kgm/s$$

نمای ۲۴

۱ ۱۰۱۲ C

فکر کن باید ابتدا درباره سکون و حرکت



جسم فکر کنیم. برای این منظور نیروی اصطکاک آستانه حرکت را به دست می‌آوریم و تا لحظه‌ای که $F \leq f_{max}$ جسم ساکن می‌ماند و پس از آن لحظه جسم به حرکت درمی‌آید، سپس باید نیروی خالص بر حسب زمان را نوشته و نمودار آن را رسم کنید و مسئله را حل کنید.

۱ نیروی اصطکاک آستانه حرکت خواهد شد:

$$f_{s \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = W = 2 \times 10 = 20N, \mu_s = 0.5} f_{s \max} = 0.5 \times 20 = 10N$$

۲ اکنون باید لحظه‌ای که نیروی F برابر ۱۰N می‌شود را مشخص کنیم.

$$F = 4t + 6 \Rightarrow 10 = 4t + 6 \Rightarrow 4t = 4 \Rightarrow t = 1s$$

بعد از لحظه $t = 1s$ جسم به حرکت در می‌آید.

۳ از لحظه $t = 1s$ به بعد نیروی اصطکاک وارد بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی است.

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.2} f_k = 0.2 \times 20 \Rightarrow f_k = 4N$$

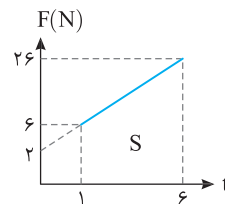
۴ معادله نیروی خالص وارد بر جسم بر حسب زمان خواهد شد.

$$F_{net} = F - f_k \Rightarrow F_{net} = 4t + 6 - 4 \Rightarrow F_{net} = 4t + 2$$

۵ نمودار نیروی خالص بر حسب زمان را رسم می‌کنیم. البته از لحظه $t = 1s$ به بعد

که متحرک به راه می‌افتد.

$$\Delta P = S = (6 + 26) \times \frac{5}{4} \Rightarrow \Delta P = 80kgm/s$$



۶ تکانه در لحظه $t = 6s$ برابر خواهد شد با:

$$\Delta P = P - P_0 \xrightarrow{P_0 = 0} 80 = P - 0 \Rightarrow P = 80kgm/s$$

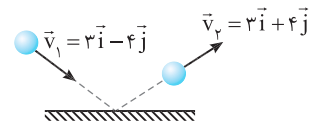
۷ تندی در لحظه $t = 6s$ را به دست می‌آوریم.

$$P = mv \Rightarrow 80 = 2v \Rightarrow v = 40m/s$$

۴ ۱۰۱۳ C

۱ بردار تغییر سرعت جسم را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{i} + 4\vec{j} \Rightarrow \Delta \vec{v} = 8\vec{j}$$



۲ تغییر تکانه جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta \vec{P} = m\Delta \vec{v} \xrightarrow{m = 0.2kg} \Delta \vec{P} = 0.2 \times 8\vec{j} \Rightarrow \Delta \vec{P} = 1.6\vec{j}$$

۳ نیروی خالص وارد بر توپ خواهد شد:

$$F_{net} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 0.1s} \vec{F}_{net} = \frac{1.6\vec{j}}{0.1} \Rightarrow \vec{F}_{net} = 16\vec{j}$$

۴ نیروی وزن رو به پایین است و بر حسب \vec{i} و \vec{j} خواهد شد:

$$W = mg = 0.2 \times 10 = 2N \Rightarrow W = -2\vec{j}$$

۵ نیرویی که سطح بر توپ وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:

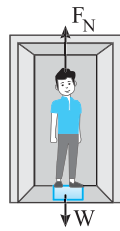
$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_N + \vec{W} \Rightarrow 16\vec{j} = \vec{F}_N - 2\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_N = 18\vec{j}$$

B ۱۰۱۳

B ۱۰۱۳

۴

نکته: عددی که نیروسنج نشان می‌دهد، همان نیروی عمودی سطح F_N است.



حالت اول: نیروهای وارد بر شخص را رسم می‌کنیم.
(۱) نیروی وزن (۲) نیروی عمودی سطح
آسانسور از حال سکون رو به بالا شروع به حرکت می‌کند. بنابراین
 $F_N > W$ بوده و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \xrightarrow{m=60\text{kg}} \\ F_N - 600 = 60a \Rightarrow F_N = 600 + 60a \quad (I)$$

حالت دوم: آسانسور از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت می‌کند، در نتیجه
 $W > F_N$ است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F'_{net} = ma' \xrightarrow{a'=2a} mg - F'_N = m(2a) \Rightarrow F'_N = 600 - 120a \quad (II)$$

با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$F_N - F'_N = 270 \xrightarrow{(I),(II)} 600 + 60a - (600 - 120a) = 270$$

$$180a = 270 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

میانبر: هرگاه آسانسور با شتاب a و a' به ترتیب از حال سکون رو به بالا و رو

به پایین شروع به حرکت کند، اختلاف عددی که ترازو نشان می‌دهد برابر است با:

$$F_N - F'_N = m(|a| + |a'|)$$

نمای ۲۳

B ۱۰۱۳

۵

حل مسئله را از قسمت دوم یعنی حذف نیروی F شروع می‌کنیم:

۱ پس از قطع نیروی F ، جسم تحت تأثیر نیروی اصطکاک می‌ایستد شتاب توقف
جسم را به کمک معادله‌ای مستقل از شتاب به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 25 = 2a(4) \\ \Rightarrow a = -\frac{25}{8} \text{ m/s}^2$$

۲ با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -f_k = 4 \times \left(-\frac{25}{8}\right) \Rightarrow f_k = 12.5 \text{ N}$$

۳ اکنون به قسمت اول مسئله که در آن

سرعت ثابت بوده و نیروها متوازن هستند
برمی‌گردیم و نیروی F را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow F = 12.5 \text{ N}$$

نمای ۱۷

B ۱۰۱۳

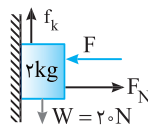
۶

۱ جسم با تندی ثابت رو به پایین می‌لغزد

بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن است.

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow f_k = W \Rightarrow f_k = 20 \text{ N}$$

$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow F_N = F$$



۲ اگر نیروی F ، برابر شود، در این صورت نیروی عمودی سطح نیز $\frac{3}{4}$ برابر
می‌شود.

$$F'_N = \frac{3}{4} F_N$$

۳ نیروی اصطکاک ($f_k = \mu_k F_N$) در حالت جدید نیز $\frac{3}{4}$ برابر حالت اول خواهد

$$f'_k = \frac{3}{4} f_k \Rightarrow f'_k = \frac{3}{4} \times 20 \Rightarrow f'_k = 15 \text{ N}$$

شد:

۴ به کمک قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - f'_k = ma \Rightarrow 20 - 15 = 2a \Rightarrow a = -2.5 \text{ m/s}^2$$

۵ بنابراین با افزایش F ، با شتاب -2.5 m/s^2 از سرعت جسم کاسته می‌شود:

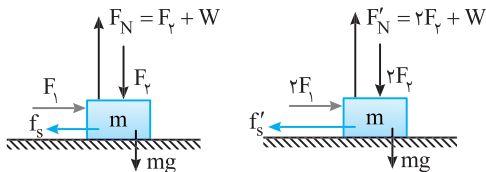
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow 0 - 100 = -10\Delta y \Rightarrow \Delta y = 10 \text{ m}$$

نمای ۱۸

خط فکری

وقتی در صورت تست کلمه «جسم ساکن» یا «سرعت ثابت» دیدید
بلافاصله بالای آن $F_{net} = 0$ را بنویسید سپس به بررسی نیروهای وارد بر جسم
بپردازید. به جسم نیروی افقی وارد شده اما جسم بر سطح افقی ساکن مانده است پس
سطح دارای اصطکاک است و این نکته مهمی است که شما باید به آن دقت کنید.

یادآوری: نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برآیند دو نیروی اصطکاک و نیروی
عمودی سطح است.



حالت اول: بر جسم نیروی افقی F_1 وارد می‌شود اما جسم ساکن بوده و $F_{net} = 0$
است. بر جسم نیروی اصطکاک ایستایی خلاف نیروی F_1 وارد می‌شود که با F_1 برابر
است. در این صورت نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$\begin{cases} F_1 = F_s \\ F_N = F_y + W \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_y + W)^2}$$

حالت دوم: با دو برابر شدن نیروی F_1 و F_y جسم ساکن مانده است بنابراین در این
حالت اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$F'_N = 2F_y + W$$

و نیروی عمودی سطح در این حالت خواهد شد:

نیرویی که سطح در این حالت بر جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$R' = \sqrt{(F'_s)^2 + (F'_N)^2} \Rightarrow R' = \sqrt{(2F_1)^2 + (2F_y + W)^2}$$

$$k = \frac{R'}{R} = \frac{\sqrt{(2F_1)^2 + (2F_y + W)^2}}{\sqrt{(F_1)^2 + (F_y + W)^2}}$$

با توجه به فرض مسئله می‌توان نوشت:

صورت این کسر از مخرج آن بزرگتر است اما دو برابر آن نیست، $1 < k < 2$ و گزینه (۲) درست
است. برای سادگی در ذهن خود $F_1 = 1$ و $F_y = 1$ و $W = 1$ قرار دهید و k را بررسی کنید:

$$k = \frac{\sqrt{(2)^2 + (2+1)^2}}{\sqrt{1+(1+1)^2}} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2.6} < 2 \Rightarrow 1 < k < 2$$

نمای ۱۹

خط فکری

جسم را روی کف آسانسور پرت کرده‌ایم، بنابراین نیروی جلوبر صفر
است. تنها نیروی مؤثر در امتداد افقی، نیروی اصطکاک جنبشی است که بر جسم در
خلاف جهت حرکت اثر کرده و آن را متوقف می‌کند. شما باید ابتدا نیروی عمودی سطح
وارد بر جسم را حساب کنید و سپس اصطکاک را به دست بیاورید تا بتوانید به کمک
قانون دوم نیوتون شتاب را مشخص کنید.

۱ ابتدا نیروی عمودی سطح وارد شده به

جسم را به دست می‌آوریم:

$$F_{net_y} = ma_y \Rightarrow F_N - mg = ma_y$$

$$\Rightarrow F_N - 50 = 20 \Rightarrow F_N = 70 \text{ N}$$

۲ بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر

$$\text{است با: } f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 70 = 14 \text{ N}$$

۳ به کمک قانون دوم نیوتون شتاب توقف جسم روی کف آسانسور را به دست

$$\text{می‌آوریم: } F_{net} = ma_x \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -14 = 5a \Rightarrow a = -2.8 \text{ m/s}^2$$

۴ حال با توجه به رابطه $v = at + v_0$ زمان توقف را به دست می‌آوریم:

$$0 = -2.8t + 7 \Rightarrow t = \frac{7}{2.8} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ s}$$

نمای ۲۳

۲ ۱۰۱۵ A

۱ جرم جسم کروی (۱) را به دست می‌آوریم:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \rightarrow 1 = \frac{m_1}{\frac{4}{3}\pi r_1^3}$$

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 125\pi \text{ cm}^3$$

$$m_1 = \rho_1 V_1 = 1 \times 125\pi = 125\pi \text{ kg}$$

۲ جرم جسم کروی (۲) را به دست می‌آوریم:

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} \rightarrow 16 = \frac{m_2}{\frac{4}{3}\pi r_2^3}$$

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3 = \frac{4}{3}\pi \times 125 = 125\pi \text{ cm}^3$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = 16 \times 125\pi = 2000\pi \text{ kg}$$

۳ حال با توجه به رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ، نیروی گرانش را حساب می‌کنیم:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{125\pi \times 2000\pi}{(0.6)^2} = 3.58 \times 10^{-9} \text{ N}$$

۳ ۱۰۱۶ A

خط فکری با توجه به اینکه نیروی گرانشی از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ به دست

می‌آید، پس نیروی گرانش با جرم دو جسم رابطه مستقیم و با فاصله دو جسم از هم رابطه عکس و مجذوری دارد:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{G \frac{m_1' m_2'}{r'^2}}{G \frac{m_1 m_2}{r^2}} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \left(\frac{m_1' m_2'}{m_1 m_2}\right)$$

برای حل این سؤال ابتدا باید نیروی گرانش در هر دو حالت را به دست آوریم و سپس نسبت آن‌ها را بنویسیم.

۱ جرم دو جسم m و فاصله آن‌ها از هم r می‌گیریم:

$$F_1 = G \frac{m \times m}{r^2} \Rightarrow F_1 = G \frac{m^2}{r^2}$$

۲ اگر از جسم به جرم m ، مقدار x کم شده و به جرم جسم دیگر اضافه شود، جرم یک جسم $m-x$ و جرم دیگری $m+x$ می‌شود:

$$F_2 = G \frac{(m-x)(m+x)}{r^2} \Rightarrow F_2 = G \frac{m^2 - x^2}{r^2}$$

۳ با توجه به سؤال نیروی گرانش ۲۵٪ کاهش یافته است:

$$F_2 = F_1 - \frac{25}{100} F_1 \Rightarrow F_2 = \frac{75}{100} F_1 \Rightarrow F_2 = \frac{3}{4} F_1$$

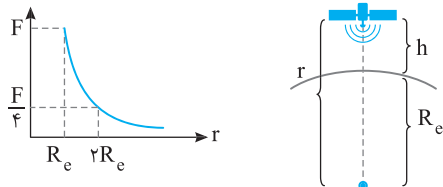
$$\Rightarrow G \frac{m^2 - x^2}{r^2} = \frac{3}{4} \left(G \frac{m^2}{r^2} \right) \Rightarrow m^2 - x^2 = \frac{3}{4} m^2 \Rightarrow \frac{m^2}{4} = x^2 \Rightarrow x = \frac{m}{2}$$

۲ ۱۰۱۷ A

نیروی گرانش بین ماهواره و زمین برابر $F = G \frac{M_e m}{r^2}$ است که r فاصله از مرکز زمین یعنی

$R_e + h$ است، پس هر چه فاصله ماهواره از سطح زمین بیشتر شود یعنی h افزایش یافته و

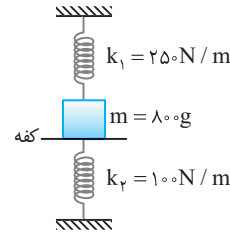
مخرج بزرگتر می‌شود و نیروی گرانش کاهش باید. دقت کنید کمترین فاصله ماهواره زمانی است که این ماهواره روی سطح زمین $h=0$ قرار گرفته و در این حالت r برابر R_e است:



۴ ۱۰۱۲ B

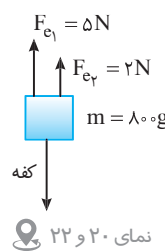
۱ فنر شماره (۱)، با کشیدگی شده و نیروی کشسانی آن رو به بالا است، اندازه این نیرو را حساب می‌کنیم:

$$F_{e1} = kx_1 \Rightarrow F_{e1} = 250 \times \frac{2}{100} \Rightarrow F_{e1} = 5 \text{ N}$$



۲ فنر شماره (۲) با پایین آمدن وزنه فشرده می‌شود بنابراین نیروی کشسانی آن نیز رو به بالاست و اندازه آن خواهد شد:

$$F_{e2} = kx_2 \Rightarrow F_{e2} = 100 \times \frac{2}{100} \Rightarrow F_{e2} = 2 \text{ N}$$



۳ بنابراین بر وزنه، نیروی وزن ($W = 8 \text{ N}$) رو به

پایین و دو نیروی $F_{e1} = 5 \text{ N}$ و $F_{e2} = 2 \text{ N}$ رو به بالا وارد می‌شود در نتیجه شتاب خواهد شد:

$$F_{net} = ma \Rightarrow W - (F_{e1} + F_{e2}) = ma$$

$$\Rightarrow 8 - 7 = 0.8a \Rightarrow a = \frac{1}{0.8} = 1.25 \text{ m/s}^2$$

۳ ۱۰۱۳ A

۱۰ تنها نیروی مؤثر وارد بر گلوله در طول مسیر نیروی وزن است. با توجه به رابطه نیرو با آهنگ تغییر تکانه ابتدا تغییر تکانه جسم را به دست می‌آوریم.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad F_{av} = mg \Rightarrow mg = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow m \times 10 = \frac{\Delta P}{5} \Rightarrow \Delta P = 50 \text{ m}$$

با توجه به تعریف تکانه، تغییر سرعت را به دست می‌آوریم.

$$\Delta P = m \Delta v \Rightarrow 50 = m \Delta v \Rightarrow \Delta v = 50 \text{ m/s}$$

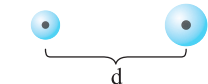
نمای ۲۷

پنجره ۵

۳ ۱۰۱۴ A

نکته با توجه به قانون گرانش عمومی $F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$ ، نیروی گرانشی با

فاصله بین دو جسم رابطه عکس و مجذوری دارد:



$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

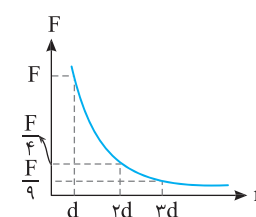


$$F' = G \frac{m_1 m_2}{(2d)^2} = \frac{1}{4} G \frac{m_1 m_2}{d^2} = \frac{F}{4}$$

$$F'' = G \frac{m_1 m_2}{(3d)^2} = \frac{1}{9} G \frac{m_1 m_2}{d^2} = \frac{F}{9}$$

بنابراین نمودار نیروی گرانش برحسب

فاصله به صورت زیر می‌شود:



۲ ۱۰۱۸ A

نکته ۱: نیروی گرانش بین جسم و زمین برابر $F = G \frac{M_e m}{r^2}$ است که در این

رابطه r فاصله از مرکز زمین است.

۱: نیروی گرانش، نیرویی است که بین دو جسم و به واسطه جرم آن‌ها وجود دارد. نیروی گرانش وارد بر جسم

m در سطح زمین برابر است با:

$$F = G \frac{M_e m}{R_e^2}$$

۲: نیروی گرانش در فاصله h از سطح زمین را حساب می‌کنیم، دقت کنید در رابطه نیروی گرانش r فاصله تا مرکز زمین است:

$$F' = G \frac{M_e m}{r^2} \Rightarrow F' = G \frac{M_e m}{(R_e + h)^2}$$

۳: با توجه به سؤال نسبت F' و F داده شده است:

$$\frac{F'}{F} = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{GM_e m}{(R_e + h)^2} = \frac{1}{25} \Rightarrow \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{R_e}{R_e + h} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \Delta R_e = R_e + h \Rightarrow h = 4R_e$$

۲ ۱۰۱۹ A

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره همان نیروی وزن وارد بر ماهواره در فاصله 160 km از سطح زمین است. ابتدا شتاب گرانش در محل ماهواره را حساب می‌کنیم. برای این منظور رابطه g را در سطح زمین و در محل ماهواره نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم. شتاب گرانش از رابطه $g = G \frac{M_e}{R^2}$ به دست می‌آید که R فاصله از مرکز زمین است:

$$\frac{g_{\text{ماهواره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \frac{M_e}{(1600 + 6400)^2}}{G \frac{M_e}{(6400)^2}} \Rightarrow \frac{g_{\text{ماهواره}}}{10} = \frac{(6400)^2}{(8000)^2} = \frac{16}{25}$$

شتاب گرانش در محل ماهواره

$$g_{\text{ماهواره}} = \frac{16}{25} m/s^2$$

مرکزگرای وارد بر ماهواره برابر است با:

$$F_{\text{مرکزگرای ماهواره}} = mg_{\text{ماهواره}}$$

$$\Rightarrow F_{\text{مرکزگرای ماهواره}} = 50 \times \frac{16}{25} = 20 \times 16 = 320 \text{ N}$$

میانبر: می‌توان برای محاسبه شتاب گرانش در محل ماهواره، به جای جایگذاری اندازه 160 km در رابطه به صورت زیر عمل کرد:

$$\frac{h}{R_e} = \frac{1600}{6400} = \frac{1}{4} \Rightarrow h = \frac{1}{4} R_e$$

پس فاصله ماهواره از مرکز زمین $r = R_e + h = R_e + \frac{R_e}{4}$ است:

$$\frac{g_{\text{ماهواره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G M_e}{\left(\frac{1}{4} R_e + R_e\right)^2} = \frac{R_e^2}{\left(\frac{5}{4} R_e\right)^2} = \frac{16}{25}$$

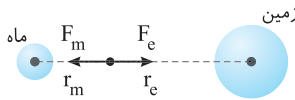
$$\Rightarrow g_{\text{ماهواره}} = \frac{16}{25} g = \frac{16}{25} m/s^2$$

۱ ۱۰۲۰ A

نیروی گرانش بین دو جسم همواره ربابشی است و برای آنکه نیروی خالص وارد بر جسم صفر شود باید نیرویی که زمین به جسم وارد می‌کند با نیرویی که ماه به آن وارد می‌کند هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند. نیروی گرانشی وارد بر جسم توسط کره ماه و کره زمین را نوشته و برابر قرار می‌دهیم.

$$F_m = F_e \Rightarrow G \frac{m M_m}{r_m^2} = G \frac{m M_e}{r_e^2}$$

$$\frac{M_e = 81 M_m}{r_m^2} \Rightarrow \frac{1}{r_m^2} = \frac{81}{r_e^2} \Rightarrow \frac{1}{r_m} = \frac{9}{r_e} \Rightarrow r_e = 9 r_m$$



بازی با سؤال: سیاره A در فاصله r از سیاره B قرار دارد. جرم A

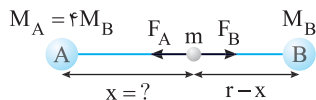
چهار برابر جرم B و شعاع آن‌ها یکی است. سفینه‌ای از سیاره A به سوی سیاره B حرکت می‌کند. در چه فاصله‌ای از سیاره A، نیروی گرانش وارد بر سفینه صفر خواهد بود؟

$$r \quad (1) \quad \frac{r}{2} \quad (2) \quad \frac{r}{3} \quad (3) \quad \frac{2r}{3} \quad (4)$$

پاسخ: با توجه به شکل برای این که نیروی گرانش وارد بر سفینه صفر باشد، باید نیروهای گرانش وارد بر آن از طرف سیاره A و از طرف سیاره B برابر و در خلاف جهت هم باشند.

$$F_A = F_B \Rightarrow G \frac{M_A m}{x^2} = G \frac{M_B m}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{M_A = 4 M_B}{x^2} = \frac{M_B}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{1}{(r-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{1}{r-x} \Rightarrow 2r - 2x = x \Rightarrow x = \frac{2}{3} r$$



۴ گزینه

۳ ۱۰۲۱ B

پداوری: نیروی گرانش نیروی ربابشی بین دو جسم به جرم‌های m_1 و m_2 بوده و

بزرگی این نیرو از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ به دست می‌آید.

۱: نیروهای گرانشی وارد بر جسم m در شکل الف را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F_1 = G \frac{mM}{x^2} \\ F_2 = G \frac{m(2M)}{(2x)^2} \Rightarrow F_2 = G \frac{mM}{2x^2} \end{cases}$$

این دو نیرو خلاف جهت هم اند، پس نیروی خالص گرانشی وارد بر جسم m برابر است

$$F_T = |F_2 - F_1| \Rightarrow F_T = G \frac{mM}{x^2} - G \frac{mM}{2x^2} = G \frac{mM}{2x^2}$$

۲: نیروهای گرانشی وارد بر جسم m در شکل ب را به دست می‌آوریم:

شکل ب را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} F'_1 = G \frac{mM}{x^2} \\ F'_2 = G \frac{m(2M)}{(2x)^2} \Rightarrow F'_2 = G \frac{mM}{2x^2} \end{cases}$$

بازی با سوال قطر زمین دو برابر قطر مریخ و میدان گرانش در سطح

زمین تقریباً سه برابر میدان گرانش در سطح مریخ است. جرم زمین چند برابر

جرم مریخ است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ میدان گرانش، در هر نقطه در اطراف یک سیاره، از رابطه

$$g = G \frac{M}{r^2}$$

تا مرکز سیاره است.

$$g_e = \frac{G \frac{M_e}{R_e^2}}{g_m} = \frac{R_m^2}{R_e^2} \times \frac{M_e}{M_m}$$

$$\frac{R_e = 2R_m}{g_e = 3g_m} \rightarrow 3 = \frac{R_m^2}{(2R_m)^2} \times \frac{M_e}{M_m} \Rightarrow \frac{M_e}{M_m} = 12$$

گزینه ۱

۱۰۲۵ A

شتاب گرانش حاصل از سیاره‌ای به جرم M از رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$ به دست می‌آید، در

این سؤال شتاب گرانش ناشی (حاصل) از خورشید خواسته شده پس در رابطه شتاب

گرانش به جای m، جرم خورشید یعنی M_s را جایگزین می‌کنیم: $g = G \frac{M_s}{r^2}$

۱۰۲۶ A

خط فکری شاید ابتدا فکر کنیم این چگالی که در سؤال داده به چه دردی

می‌خورد، اما اگر رابطه چگالی را به ذهن بیاوریم، $\rho = \frac{m}{V}$ می‌بینیم که با داشتن چگالی

و شعاع که می‌توان با آن حجم را حساب کرده، می‌توانیم نسبت جرم‌ها را به دست آورده

و در رابطه $g = G \frac{m}{r^2}$ از آن استفاده کنیم:

۱ با توجه به نسبت چگالی، نسبت جرم را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_{\text{سیاره}}}{\rho_{\text{زمین}}} = \frac{\frac{m_{\text{سیاره}}}{V_{\text{سیاره}}}}{\frac{m_{\text{زمین}}}{V_{\text{زمین}}}} = \frac{V_{\text{زمین}}}{V_{\text{سیاره}}} \times \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} \rightarrow 1 = \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} \times \frac{4}{3} \pi r_{\text{زمین}}^3}{\frac{4}{3} \pi r_{\text{سیاره}}^3}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} \times \left(\frac{r_{\text{زمین}}}{r_{\text{سیاره}}}\right)^3 \xrightarrow{r_{\text{سیاره}} = 6r_{\text{زمین}}} 1 = \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} \times \frac{1}{6^3} \Rightarrow \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} = 72$$

۲ حال با توجه به رابطه شتاب گرانش، نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \frac{m_{\text{سیاره}}}{r_{\text{سیاره}}^2}}{G \frac{m_{\text{زمین}}}{r_{\text{زمین}}^2}} \Rightarrow \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{m_{\text{سیاره}}}{m_{\text{زمین}}} \times \left(\frac{r_{\text{زمین}}}{r_{\text{سیاره}}}\right)^2$$

$$\xrightarrow{r_{\text{سیاره}} = 6r_{\text{زمین}}} \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = 72 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = 2$$

میانبر شتاب گرانش برحسب چگالی سیاره از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$G = \frac{4}{3} \pi r \rho g$$

چگالی متوسط سیاره

این دو نیرو عمود بر هم اند پس نیروی برآیند آن‌ها برابر است با:

$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow F_T = \sqrt{\left(G \frac{mM}{x^2}\right)^2 + \left(G \frac{mM}{2x^2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow F_T = G \frac{mM}{x^2} \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \Rightarrow F_T = G \frac{mM}{x^2} \sqrt{\frac{5}{4}} \Rightarrow F_T = \frac{\sqrt{5}}{2} G \frac{mM}{x^2}$$

۳ حال نسبت F_T به F_T' خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_T}{F_T'} = \frac{G \frac{mM_e}{2x^2}}{\frac{\sqrt{5}}{2} G \frac{mM_e}{x^2}} \Rightarrow \frac{F_T}{F_T'} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{F_T}{F_T'} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

۱۰۲۲ A

میدان گرانش در نقطه‌ای اطراف یک سیاره از رابطه زیر به دست می‌آید که در آن M

جرم سیاره و r فاصله نقطه موردنظر از مرکز سیاره است.

$$g = G \frac{M}{r^2}$$

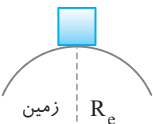
بنابراین میدان گرانش زمین با جرم زمین و وارون مجذور فاصله نقطه از مرکز زمین، متناسب است.

۱۰۲۳ A

خط فکری شتاب گرانش $g = G \frac{M_{\text{سیاره}}}{r^2}$ در سطح هر کدام از سیاره‌ها را

جداگانه حساب کرده و در نهایت نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

۱ شعاع کره زمین را R_e و جرم آن را M می‌گیریم:



$$g = G \frac{M}{R_e^2}$$

۲ سیاره فرضی شعاعی نصف زمین یعنی $\frac{R_e}{2}$ و جرمی $\frac{1}{4}$ زمین یعنی $\frac{M}{4}$ دارد:

$$g' = G \frac{M'}{r'^2} \Rightarrow g' = G \frac{\frac{M}{4}}{\left(\frac{R_e}{2}\right)^2} \Rightarrow g' = G \frac{\frac{M}{4}}{\frac{R_e^2}{4}} \Rightarrow g' = G \frac{M}{R_e^2}$$

۳ حال نسبت g' به g را به دست می‌آوریم:

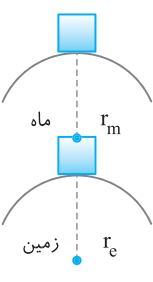
$$\frac{g'}{g} = \frac{G \frac{M}{R_e^2}}{G \frac{M}{R_e^2}} = 1$$

۱۰۲۴ B

جرم کره ماه را m و جرم کره زمین را $M = 80m$ می‌گیریم، حال با توجه به رابطه شتاب

گرانش $g = G \frac{M_{\text{سیاره}}}{r^2}$ ، شتاب گرانش زمین و ماه را به دست می‌آوریم:

۱ شتاب گرانش ماه را حساب می‌کنیم: (r_m شعاع ماه است)



$$g_m = G \frac{M_{\text{ماه}}}{r_m^2} \Rightarrow g_m = G \frac{m}{r_m^2}$$

۲ شتاب گرانش زمین را حساب می‌کنیم: (r_e شعاع زمین است)

$$g_e = G \frac{M_{\text{زمین}}}{r_e^2} \xrightarrow{M_{\text{زمین}} = 80m} g_e = G \frac{80m}{r_e^2}$$

۳ با توجه به سؤال شتاب گرانش زمین g_e ، ۶ برابر شتاب گرانش ماه g_m است:

$$g_e = 6g_m \Rightarrow G \frac{80m}{r_e^2} = 6G \frac{m}{r_m^2} \Rightarrow \left(\frac{r_e}{r_m}\right)^2 = \frac{80}{6} = \frac{40}{3} \approx 13$$

$$\Rightarrow \frac{r_e}{r_m} = \sqrt{13} \approx 3/6$$

شتاب گرانش را در فاصله $2R_e$ از سطح زمین حساب می‌کنیم:

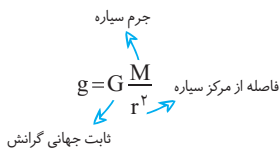
$$g_1 = G \frac{M_e}{(h+R_e)^2} \xrightarrow{h=2R_e} g_1 = \frac{GM_e}{9R_e^2}$$

شتاب گرانش در فاصله h' از سطح زمین $\frac{g_1}{9}$ شده:

$$\frac{g_1}{9} = \frac{GM_e}{(h'+R_e)^2} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{9R_e^2}{(h'+R_e)^2} \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} \frac{1}{3} = \frac{3R_e}{h'+R_e}$$

$$\Rightarrow h'+R_e = 9R_e \Rightarrow h' = 8R_e$$

۳ ۱۰۳۰ A



یادآوری شتاب گرانش یک سیاره با فاصله r از مرکز آن از رابطه مقابل به دست می‌آید.

$$g_e = G \frac{M_e}{R_e^2}$$

۱ شتاب گرانش زمین در سطح آن خواهد شد:

$$g_h = G \frac{M_e}{(R_e+h)^2}$$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{g_h}{g_e} = \frac{R_e^2}{(R_e+h)^2} \xrightarrow{g_e=9.8 \text{ m/s}^2} \frac{g_h}{9.8} = \frac{(6400)^2}{(6400+6400)^2}$$

$$\Rightarrow g_h = \frac{1}{4} \times 9.8 \Rightarrow g_h = 2.45 \text{ m/s}^2$$

۴ نیروی وزن فضاورد خواهد شد:

$$W_h = mg_h \Rightarrow W_h = 80 \times 2.45 \Rightarrow W_h = 196 \text{ N}$$

میانبر البته چون فاصله سفینه از مرکز زمین دو برابر شعاع زمین است بنابراین وزن فضاورد در آن محل $\frac{1}{4}$ وزن فضاورد بر سطح زمین است.

$$W_h = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 \times W \Rightarrow W_h = \frac{1}{4} W = \frac{1}{4} \times 80 \times 9.8 = 196 \text{ N}$$

۲ ۱۰۳۱ B

قبل از حل دقت کنید که x و $x+20$ فاصله از سطح زمین بوده و در رابطه $g = G \frac{M_e}{r^2}$ به جای r فاصله از مرکز زمین باید قرار گیرد:

$$g' = G \frac{M_e}{(R_e+x)^2} \quad \text{حالت ۱:}$$

$$\frac{g'}{9.8} = G \frac{M_e}{(R_e+1/2x)^2} \quad \text{حالت ۲:}$$

نسبت $\frac{g'}{9.8g}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{g'}{9.8g} = \frac{GM_e}{(R_e+x)^2} \times \frac{(R_e+1/2x)^2}{GM_e} \Rightarrow \frac{100}{81} = \frac{(R_e+1/2x)^2}{(R_e+x)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} \frac{10}{9} = \frac{R_e+1/2x}{R_e+x} \Rightarrow 10R_e+10x=9R_e+10/2x$$

$$\Rightarrow R_e = 10/8x \Rightarrow \frac{x}{R_e} = \frac{1}{8} = \frac{10}{80} = \frac{1}{8}$$

B ۱۰۲۷ ۳

خط فکری وزن یک جسم برابر mg است، پس با تغییر فاصله از سطح زمین یا

تغییر سیاره $(g = G \frac{M}{r^2})$ شتاب گرانش تغییر کرده و وزن جسم نیز تغییر می‌کند.

توجه به این نکته مهم است که جرم جسم در هر کجا و در هر سیاره‌ای ثابت است.

۱ با توجه به اینکه وزن جسم در سطح سیاره A ، 12 برابر وزن جسم در سطح سیاره B است، نسبت شتاب گرانش در این دو سیاره را حساب می‌کنیم:

$$\frac{mg_A}{mg_B} = 12 \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = 12 \Rightarrow \frac{G \frac{m_A}{r_A^2}}{G \frac{m_B}{r_B^2}} = 12 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = 12 \quad (I)$$

۲ با توجه به چگالی متوسط سیاره‌ها نسبت جرم به شعاع را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = 6 \Rightarrow \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} = 6 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = 6 \xrightarrow{V = \frac{4}{3}\pi r^3} \frac{m_A}{m_B} \times \frac{r_B^3}{r_A^3} = 6 \quad (II)$$

۳ حال معادله (II) را بر معادله (I) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2}{\frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = 2$$

بازی با سؤال شتاب گرانش در سطح سیاره‌ای که جرم و حجم آن به ترتیب 4 و 27 برابر جرم و حجم کره زمین است، چند برابر شتاب گرانش در سطح زمین می‌باشد؟

$$36 \quad (4) \quad \frac{4}{9} \quad (3) \quad \frac{27}{4} \quad (2) \quad \frac{4}{27} \quad (1)$$

پایسج شتاب گرانش، همان میدان گرانش \vec{g} است. شتاب گرانش در

سطح یک سیاره از رابطه $g = G \frac{M}{R^2}$ به دست می‌آید، که در آن M جرم سیاره

و R شعاع سیاره است.

با توجه به فرض مسأله:

$$V_p = 27V_e \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R_p^3 = 27 \left(\frac{4}{3}\pi R_e^3\right) \Rightarrow R_p = 3R_e$$

$$g_p = G \frac{M_p}{R_p^2} = G \frac{4M_e}{(3R_e)^2} = \frac{4}{9} G \frac{M_e}{R_e^2} \Rightarrow g_p = \frac{4}{9} g_e$$

گزینة

A ۱۰۲۸ ۱

نکته با تغییر فاصله جسم از سطح سیاره یا تغییر سیاره‌ای که جسم در آن قرار

دارد با توجه به رابطه $g = G \frac{M_{\text{سیاره}}}{r^2}$ شتاب گرانش و به تبع آن وزن جسم $W = mg$

تغییر می‌کند، اما جرم جسم تغییر نمی‌کند و ثابت می‌ماند.

با توجه به نکته بالا جرم جسم ثابت مانده و پاسخ گزینة (۱) است.

B ۱۰۲۹ ۴

نکته شتاب گرانش در فاصله h از سطح زمین برابر است با:

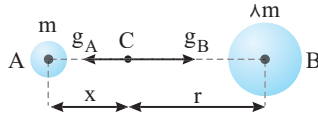
$$g = G \frac{M_e}{r^2} = G \frac{M_e}{(h+R_e)^2}$$

بر مبنای رابطه بالا و با فرض ثابت بودن چگالی، هر چه R (فاصله از مرکز سیاره) کمتر باشد، g کوچکتر است و در نقطه O ، g برابر صفر است.

۲ ۱۰۳۵

میدان گرانش خالص، حاصل از میدان گرانش دو سیاره است. میدان گرانش دو سیاره در نقطه C در خلاف جهت هم هستند و برآیند آن‌ها از تفاضل آن‌ها به دست می‌آید:

$$g_{net} = |g_B - g_A|$$



بنا به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$g_{net} = g_A \Rightarrow g_B - g_A = g_A \Rightarrow g_B = 2g_A$$

اکنون به جای g از رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$ قرار می‌دهیم:

$$G \frac{\lambda m}{r^2} = 2G \frac{m}{x^2} \Rightarrow \frac{x^2}{r^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۲ ۱۰۳۶

هرگاه مجموع دو عدد مقدار ثابتی باشد، حاصل ضرب آن‌ها وقتی بیشینه است که دو عدد با هم برابر باشند.

در رابطه نیروی گرانش $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ با حاصلضرب جرم سر و کار داریم و اینکه قرار

است بخشی از جرم جسم سنگین‌تر به جسم سبک‌تر منتقل شده پس مجموع جرم دو جسم $m_1 + m_2$ ثابت است بنابراین با توجه به این نکته برای اینکه نیروی گرانش بیشینه شود، باید جرم دو جسم m_1 و m_2 با هم برابر شود، پس جرم ثانویه اجسام برابر میانگین جرم اولیه آن‌ها خواهد بود:

$$m'_1 = m'_2 = \frac{m_1 + m_2}{2} \Rightarrow m'_1 = m'_2 = \frac{m + 2m}{2} \Rightarrow m'_1 = m'_2 = 1.5m$$

جرم جسم سنگین‌تر از $2m$ به $1.5m$ رسیده:

$$\frac{\Delta m}{2m} \times 100 = \frac{1.5m - 2m}{2m} \times 100 = -25\%$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات جرم} = -25\%$$

۲۵ درصد از جرم جسم سنگین‌تر کاهش یافته است.

پنجره تودرتو

۳ ۱۰۳۶

نیروی وزن نیرویی است که کره زمین بر سیب وارد می‌کند و واکنش آن نیز نیرویی است که سیب بر کره زمین وارد می‌کند. گزاره (الف) نادرست است. با جدا شدن سیب از درخت علاوه بر نیروی وزن که توسط زمین به سیب وارد می‌شود، مقاومت هوا نیز رو به بالا در خلاف جهت سقوط سیب وارد می‌شود و گزاره (ب) درست است. وقتی که سیب به شاخه متصل و ساکن است نیروهای وارد بر آن متوازن هستند و نیروی خالص وارد بر سیب صفر است و گزاره (پ) درست است.

نمای ۳

۱ ۱۰۳۶

مقاومت شاره (هوا) به ابعاد جسم و همچنین تندی جسم بستگی دارد و هرچه ابعاد جسم در برخورد با هوا بزرگ‌تر باشد و تندی جسم بیشتر باشد، مقاومت هوا نیز بیشتر می‌شود.

نمای ۸

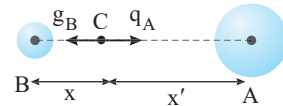
۲ ۱۰۳۲

یادآوری شتاب گرانش یک سیاره از رابطه $g = G \frac{M_{\text{سیاره}}}{r^2}$ به دست می‌آید و جهت آن به سمت سیاره است.

خط فکری

برای آنکه شتاب گرانش خالص در نقطه‌ای صفر شود باید شتاب گرانش حاصل از سیاره‌های A و B در آن نقطه هم اندازه و خلاف جهت هم باشند. برای خلاف جهت شدن شتاب گرانش‌ها، چون این شتاب به سمت مرکز سیاره‌ها است پس باید این نقطه بین دو سیاره قرار گیرد.

در نقطه C : $g_A = g_B$



۱ شتاب گرانش از طرف جسم A را حساب می‌کنیم:

$$g_A = G \frac{M_A}{x'^2} \Rightarrow g_A = G \frac{\lambda m}{x'^2}$$

۲ شتاب گرانش از طرف جسم B را حساب می‌کنیم:

$$g_B = G \frac{M_B}{x^2} \Rightarrow g_B = G \frac{2m}{x^2}$$

۳ باید شتاب گرانش g_B و g_A با هم برابر باشند:

$$g_A = g_B \Rightarrow G \frac{\lambda m}{x'^2} = G \frac{2m}{x^2} \Rightarrow \frac{x^2}{x'^2} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} \frac{x}{x'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x' = \sqrt{2}x$$

۴ مجموع فاصله‌های x و x' برابر فاصله دو سیاره یعنی r می‌شود:

$$r = x + x' \xrightarrow{x' = \sqrt{2}x} r = 3x \Rightarrow x = \frac{r}{3}, x' = \frac{2r}{3}$$

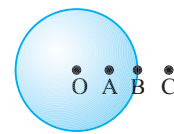
فاصله از سیاره A یعنی x' خواسته شده که برابر $\frac{2r}{3}$ است.

۲ ۱۰۳۲

زمین کره کامل نیست و شعاع استوایی آن از شعاع قطبی‌اش بیشتر است و میدان گرانشی در استوا از میدان گرانشی در قطب کمتر است.

۳ ۱۰۳۴

برای یافتن g در خارج از سیاره، بنا بر رابطه $g = G \frac{M}{r^2}$



هرچه r بزرگ‌تر باشد، g کوچکتر است (r فاصله از مرکز سیاره است)، بنابراین نقطه C پاسخ این پرسش نیست.

اگر با همان رابطه و با فرض آن که تمام جرم سیاره در مرکز

O است، به بررسی مسأله بپردازیم، به خطا خواهیم رفت و میدان گرانش در نقطه A بزرگ‌تر از میدان گرانش در نقطه B خواهد شد. این را بدانید که همواره بزرگی میدان گرانشی در سطح آن از بقیه نقاط بیشتر است و نقطه B پاسخ این پرسش است.

حال با یک ساده‌نگری عمومی برای نقاط درون سیاره، یک رابطه بسیار تقریبی به دست می‌آوریم. می‌دانیم که:

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

اگر صورت و مخرج را در مقدار ثابت $\frac{4}{3} \pi R$ (با فرض کره کامل بودن سیاره) ضرب

کنیم، داریم:

$$g = \frac{4}{3} \pi R \frac{GM}{R^2} = \frac{4}{3} \pi R G \frac{M}{V} \Rightarrow g = \frac{4}{3} \pi R G \rho$$

۱ ۱۰۳۶ B

به چه فکر می‌کنید؟ بر شخص سه نیرو وارد می‌شود یکی وزن و دو تای دیگر کشش نخ. شخص روی طناب ایستاده و ساکن است بنابراین این نیروها متوازن هستند. وقتی برابند سه نیرو صفر می‌شود که برابند دو تا از آنها هم اندازه و مخالف سومی باشد. در نتیجه باید برابند T_1 و T_2 برابر W یعنی 800 باشد:

$$\vec{F}_{net} = 0 \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{W} = 0 \Rightarrow (\vec{T}_1 + \vec{T}_2) = -\vec{W} \Rightarrow |\vec{T}_1 + \vec{T}_2| = |\vec{W}| = 800 \text{ N}$$

نمای ۲۰

۲ ۱۰۳۶ A

نیروی گرانش برابر $W = mg$ است و $g = G \frac{M_e}{r^2}$ که در آن r فاصله از مرکز زمین است. بنابراین نیروی گرانش در سطح زمین خواهد شد:

$$W = G \frac{M_e m}{R_e^2} \quad (I)$$

و در فاصله h از سطح زمین برابر است با:

$$W_h = G \frac{M_e m}{(R_e + h)^2} \quad (II)$$

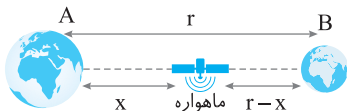
بنا به فرض مسئله نسبت $\frac{W_h}{W} = \frac{4}{9}$ است. رابطه (II) را بر رابطه (I) تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{W_h}{W} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{4}{9} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow 2R_e + 2h = 3R_e \Rightarrow h = \frac{R_e}{2}$$

نمای ۳۰

۴ ۱۰۳۶ B

نیروهای گرانش وارد بر ماهواره متوازن است، یعنی نیروی گرانش A و نیروی گرانش B وارد بر ماهواره هم‌اندازه هستند. اگر فاصله بین سیاره A تا ماهواره را با حرف x نمایش دهیم فاصله ماهواره از سیاره B برابر $r - x$ خواهد شد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F_A = F_B \Rightarrow G \frac{M m}{r^2} = G \frac{M_A m}{x^2} = G \frac{M_B m}{(r-x)^2}$$

$$\frac{m_A = 16m_B}{x^2} \Rightarrow \frac{16}{x^2} = \frac{1}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{1}{r-x} \Rightarrow 4r - 4x = x \Rightarrow 4r = 5x \Rightarrow x = \frac{4}{5}r$$

نمای ۲۹

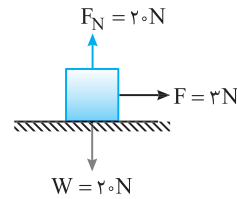
۲ ۱۰۳۶ A

اگر جهت حرکت اولیه جسم را مثبت فرض کنیم، تکانه جسم $P_1 = 45 \text{ kgm/s}$ خواهد بود و وقتی که سرعت جسم $\frac{1}{5}$ مقدار اولیه می‌شود تکانه جسم نیز که با سرعت رابطه مستقیم دارد ($P = mv$) نیز $\frac{1}{5}$ می‌شود و چون در خلاف جهت حرکت اولیه جسم است، در این صورت $P_2 = -\frac{1}{5} \times 45 = -9 \text{ kgm/s}$ خواهد بود. با توجه به رابطه نیرو با آهنگ تغییر تکانه، نیروی F را حساب می‌کنیم.

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad \Delta t = 2 \text{ s} \Rightarrow |F| = \left| \frac{-9 - 45}{2} \right| \Rightarrow |F| = \left| -\frac{54}{2} \right| = 27 \text{ N}$$

نمای ۲۵

۲ ۱۰۳۶ B



ابتدا باید مشخص کنیم نیروی اصطکاک بین جسم و سطح چند نیوتون است. مسئله به ما ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = 0/2$ را داده است، بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می‌آوریم.

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0/2 \times 20 = 4 \text{ N}$$

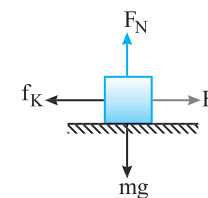
عموماً ضریب اصطکاک آستانه حرکت (μ_s) بزرگ‌تر از ضریب اصطکاک جنبشی (μ_k) است، یعنی اصطکاک آستانه حرکت این جسم روی سطح افقی $f_{s,max} > 4 \text{ N}$ است.

نیروی افقی $F = 3 \text{ N}$ از اصطکاک آستانه حرکت کوچک‌تر است. بنابراین جسم به حرکت در نمی‌آید در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی با نیروی F برابر است.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F = f_s \Rightarrow f_s = 3 \text{ N}$$

نمای ۱۵ و ۱۶ و ۱۷

۲ ۱۰۳۶ B



به جسم نیروی افقی 30 N وارد می‌شود اما سرعت جسم ثابت است یعنی نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. بنابراین سطح دارای اصطکاک است و اصطکاک جنبشی آن برابر است با:

$$f_k = F \Rightarrow f_k = 30 \text{ N}$$

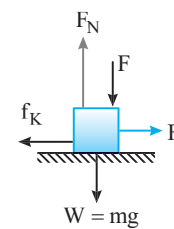
اگر قطعه چوبی مشابه را روی چوب اول قرار

دهید، نیروی عمودی سطح دو برابر حالت اول می‌شود. بنابراین نیروی اصطکاک ($f_k = \mu_k F_N$) نیز دو برابر می‌شود $f_k = 2 \times 30 = 60 \text{ N}$. برای آنکه مجموعه با سرعت ثابت حرکت کند نیرویی که به آن وارد می‌شود برابر است با:

$$F' = f_k' \Rightarrow F' = 60 \text{ N}$$

نمای ۱۵ و ۱۶ و ۱۷

۱ ۱۰۳۶ B



نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. ابتدا جسم دارای سرعت ثابت است و تمام نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند. از این رو می‌توان نوشت:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F + W = F_N$$

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F = f_k$$

نیروی اصطکاک خواهد شد:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = \mu_k (F + W)$$

با افزایش F نیروی عمودی F_N افزایش یافته و سبب افزایش نیروی اصطکاک می‌شود.

$$\uparrow f_k = \mu_k (\uparrow F + W)$$

اما افزایش نیروی افقی F از افزایش f_k بیشتر است که سبب می‌گردد جسم با شتاب بر سرعتش افزوده شود.

برای توضیح بیشتر دقت کنید:

اگر F دو برابر شود، نیروی اصطکاک افزایش می‌یابد اما دو برابر نمی‌شود.

$$\frac{f_k'}{f_k} = \frac{\mu_k (F' + W)}{\mu_k (F + W)} = \frac{(2F + W)}{F + W} = \frac{F + F + W}{F + W} = 1 + \frac{F}{F + W}$$

کوچکتر از ۱ است $\frac{F}{F + W} < 1$

$$\Rightarrow \frac{f_k'}{f_k} < 2$$

بنابراین نیروی حرکت‌دهنده ۲ برابر شده اما نیروی مخالف حرکت کمتر از دو برابر است. یعنی $F' > f_k'$ بوده و جسم با شتاب شروع به حرکت می‌کند.

نمای ۱۵ و ۱۶ و ۱۷

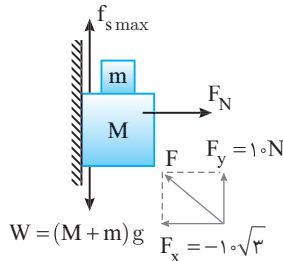
۳ اصطکاک آستانه حرکت را به دست می آوریم.

$$f_{s_{max}} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = \frac{\sqrt{3}}{3}} f_{s_{max}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 10 \times \sqrt{3} \Rightarrow f_{s_{max}} = 10 \text{ N}$$

۴ نیروهای وارد بر جسم در امتداد قائم نیز متوازن هستند. از این رو خواهیم داشت:

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow W - f_{s_{max}} - F_y = 0 \Rightarrow (M+m)g = f_{s_{max}} + F_y$$

$$\Rightarrow (1/5 + m) \times 10 = 10 + 10 \Rightarrow m = 0/5 \text{ kg} \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg}$$

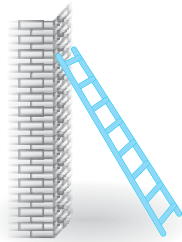


نمای ۱۸

۳ ۱۰۳۶ B

۱۴ نزدیکان در حال سکون است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند و بر آن سه نیرو وارد می شود.

- ۱ نیروی وزن
- ۲ نیرویی از طرف سطح زمین
- ۳ نیرویی از طرف دیوار



برایند این سه نیرو صفر است. از این رو همواره برابند دو نیرو از آن‌ها قرینه نیروی سوم است یعنی:

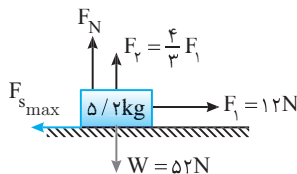
$$|\vec{F}_{net}| = 0 \Rightarrow \vec{F}_{R, زمین} + \vec{F}_{R, دیوار} + \vec{W}$$

نمای ۲۱

۲ ۱۰۳۶ B

- ۱ نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم.
- ۲ وقتی نیروی $F_1 = 12 \text{ N}$ می شود نیروی F_y خواهد شد:

$$F_y = \frac{4}{3} F_1 = \frac{4}{3} \times 12 \Rightarrow F_y = 16 \text{ N}$$



۳ نیروی عمودی سطح را حساب می کنیم.

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow F_N + F_y = W \Rightarrow F_N = W - F_y \Rightarrow F_N = 52 - 16 \Rightarrow F_N = 36 \text{ N}$$

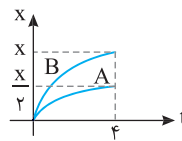
۴ هنگامی که $F = 12 \text{ N}$ می شود، در این حالت جسم شروع به حرکت می کند یعنی $F = f_{s_{max}}$ بنابراین:

$$F = f_{s_{max}} \Rightarrow F = \mu_s F_N \Rightarrow 12 = \mu_s \times 36 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$

نمای ۱۵ و ۱۶ و ۱۷

۲ ۱۰۳۶ B

۱۰ هنگامی که جسم روی سطح افقی پرتاب می شود.



نیروی خالص وارد بر جسم نیروی اصطکاک است بنابراین نیروی وارد بر جسم در دو حالت ثابت و شتاب حرکت ثابت است و به کمک روابط حرکت شناسی می توان نسبت $\frac{v_B}{v_A}$ را به دست آورد.

رابطه مستقل از شتاب را برای دو جسم نوشته و بر هم تقسیم می کنیم.

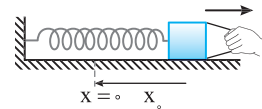
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \begin{cases} \xrightarrow{B} \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{0 + v_B}{2} \times t \Rightarrow v_B = \frac{x}{t} \\ v_B &= 2 \end{aligned} \right. \\ \xrightarrow{A} \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{0 + v_A}{2} \times t \Rightarrow v_A = \frac{x}{t} \\ v_A &= 4 \end{aligned} \right. \end{cases}$$

نمای ۱۷

۱ ۱۰۳۶ A

۱۱ وقتی جعبه رها می شود تنها نیروی وارد بر آن نیروی کشسانی فنر است که بنا به قانون هوک اندازه این نیرو $F = kx$ بوده که در آن x فاصله از طول طبیعی (اولیه) فنر است. بنا به قانون دوم نیوتون می نویسیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow kx = ma \Rightarrow a = \frac{k}{m} x$$



در این صورت شتاب با تغییر طول متناسب است و تابع آن درجه اول بوده و نمودار آن خط راست است. در حالتی که $x = 0$ است شتاب نیز صفر و در حالتی که $x = x_0$ است شتاب بیشترین مقدار است بنابراین گزینه (۱) درست است.

نمای ۱۱

۱ ۱۰۳۶ C

۱۲ خط فکری در دو حالت ممکن است اندازه شتاب حرکت یکسان باشد

یک بار وقتی که $F_e > W$ و بار دیگر $F_e < W$ باشد به گونه ای که $F_e - W$ هم اندازه $W - F_e$ شود. بنابراین شما باید این دو حالت را بررسی کنید.

تغییر طول در هر دو حالت به ترتیب 4 cm و 6 cm شده است. تغییر طول 4 cm برای هنگامی است که نیروی کشسانی فنر از نیروی وزن کمتر است و تغییر طول 6 cm برای هنگامی که نیروی کشسانی فنر از نیروی وزن بیشتر است.

ابتدا $F_e < mg$ و سپس $F_e > mg$ را در نظر می گیریم و قانون دوم نیوتون را می نویسیم:

$$\begin{cases} mg - F_e = ma \\ F_e' - mg = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_e = m(g-a) \\ F_e' = m(g+a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k(0/4) = m(g-a) \\ k(0/6) = m(g+a) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{g-a}{g+a} \Rightarrow 2g + 2a = 3g - 3a \Rightarrow 5a = g \Rightarrow a = \frac{g}{5}$$

نمای ۲۲

۳ ۱۰۳۶ B

۱۳ خط فکری از آخر مسئله شروع کنید. جسم M در آستانه حرکت قرار گیرد یعنی آن

قدر جسم m زیاد شود که جسم M در آستانه حرکت رو به پایین قرار گیرد. بنابراین نیروی اصطکاک $f_{s_{max}}$ رو به بالا بر M وارد می شود. نیروی F را به شکل دو مؤلفه اش نشان می دهیم. نیروهای وارد بر جسم M متوازن هستند. اکنون مسئله را حل می کنیم.

۱ نیروها را رسم می کنیم.

۲ نیروی عمودی سطح را حساب می کنیم.

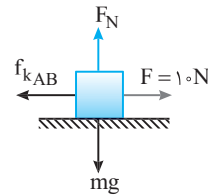
$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow F_N = f_k \Rightarrow F_N = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

B ۱۰۳۶

۱۶ خط فکری

آهنگ تغییر سرعت همان شتاب است. اگر جهت حرکت را مثبت فرض کنیم در مسیر AB شتاب $a_{AB} = +4 \text{ m/s}^2$ و در مسیر BC شتاب $a_{BC} = -2 \text{ m/s}^2$ است. قانون دوم نیوتون را در هر مسیر می نویسیم و ضریب اصطکاک را حساب می کنیم.

در مسیر AB:



$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma_{AB} \Rightarrow F - f_{kAB} = ma_{AB} \\ \Rightarrow 10 - f_{kAB} &= m \times 4 \\ \Rightarrow 10 &= \mu_{kAB} mg + m \times 4 \\ \Rightarrow 10 &= \mu_{kAB} m \times 10 + 4m \\ \Rightarrow 10 &= m(1.0\mu_{kAB} + 4) \quad (I) \end{aligned}$$

در مسیر BC:

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma_{BC} \Rightarrow 10 - f_{kBC} = m \times (-2) \Rightarrow 10 = \mu_{kBC} mg - 2m \\ \Rightarrow 10 &= m(1.0\mu_{kBC} - 2) \quad (II) \end{aligned}$$

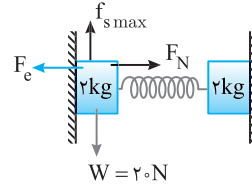
سمت چپ دو رابطه (I) و (II) یکسان است، سمت راست آن‌ها را برابر قرار می دهیم.

$$1.0\mu_{kAB} + 4 = 1.0\mu_{kBC} - 2 \Rightarrow 1.0(\mu_{kBC} - \mu_{kAB}) = 6 \Rightarrow \mu_{kBC} - \mu_{kAB} = 0.6$$

نمای ۱۵ و ۱۶ و ۱۷

B ۱۰۳۶

۱۷ خط فکری



نیازی به بررسی هر دو جسم نیست. یکی از وزنه‌ها را در نظر می گیریم و نیروهای وارد بر آن را رسم می کنیم. جسم ساکن است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند.

یادآوری: یک فنر سبک و همگن نیروی کشسانی یکسانی به دو انتهای خود وارد می کند. قرار است که طول فنر کمینه تغییر را داشته باشد و نیروی کشسانی فنر که به وزنه‌ها وارد می شود کمینه باشد. یعنی اگر نیروی کشسانی کمتر از آن شود، جسم‌ها به پایین بلغزند بنابراین وزنه‌ها در آستانه حرکت رو به پایین بوده و اصطکاک بیشینه $(f_{s_{\text{max}}})$ است. با این اطلاعات مسئله را حل می کنیم.

نیروی وزن و نیروی اصطکاک متوازن هستند.

$$f_{s_{\text{max}}} = W \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 20 \text{ N}$$

نیروی عمودی سطح را به دست می آوریم:

$$f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.4} 20 = 0.4 F_N \Rightarrow F_N = 50 \text{ N}$$

نیروی کشسانی فنر و نیروی عمودی سطح متوازن هستند.

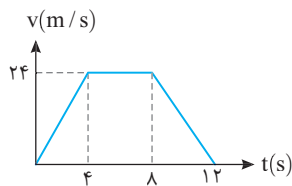
$$F_c = F_N \Rightarrow kx = 50 \xrightarrow{k = 200 \text{ N/m}} 200 \cdot x = 50 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

نمای ۱۸

C ۱۰۳۶

۱۸ خط فکری

اولین سؤالی که از خود می پرسیم این است که چرا با هل دادن دیوار آسانسور شخص باید لیز بخورد؟ زیرا وقتی شخص به دیواره نیروی F وارد می کند، دیواره نیز به شخص نیروی F را در خلاف جهت وارد می کند و این اصطکاک است که مانع سر خوردن شخص می شود. بیشترین نیروی F یعنی اینکه اصطکاک آستانه حرکت نیز بیشترین مقدار را داشته باشد $(f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N)$ بنابراین باید به دنبال بیشترین نیروی عمودی سطح بگردیم. آسانسور از حال سکون رو به بالا حرکت کرده و در 4 s اول که حرکت آن تندشونده رو به بالاست، نیروی عمودی سطح بیشترین مقدار است. این نیرو را حساب می کنیم و نیروی $f_{s_{\text{max}}}$ را به دست می آوریم. با این کار مسئله حل می شود.



۱ نیروهای وارد بر شخص را رسم می کنیم.

۲ از نمودار شتاب حرکت را حساب می کنیم.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{24 - 0}{4 - 0} \Rightarrow a = 6 \text{ m/s}^2$$

۳ نیروی عمودی سطح در این حالت خواهد شد:

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= ma \Rightarrow \\ F_N - mg &= ma \xrightarrow{m=60 \text{ kg}} F_N - 600 = 60 \times 6 \\ \Rightarrow F_N &= 960 \text{ N} \end{aligned}$$

۴ نیروی اصطکاک را حساب می کنیم.

$$f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.5} f_{s_{\text{max}}} = 0.5 \times 960 \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 480 \text{ N}$$

در این صورت بیشینه مقدار F خواهد شد:

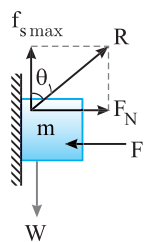
$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_{\text{max}} = f_{s_{\text{max}}} \Rightarrow F_{\text{max}} = 480 \text{ N}$$

نمای ۲۳

C ۱۰۳۶

۱۹

حالت اول: جسم در آستانه حرکت رو به پایین قرار دارد و نیروهای آن متوازن هستند.

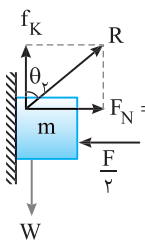


$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_N = F$$

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = W$$

زاویه بین نیرویی که سطح بر جسم وارد می کند با جهت مثبت محور y خواهد شد:

$$\tan \theta_1 = \frac{F_N}{f_{s_{\text{max}}}} \Rightarrow \tan \theta_1 = \frac{F}{W}$$



حالت دوم: جسم با سرعت ثابت به پایین می لغزد و نیروهای آن متوازن هستند.

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F'_N = \frac{F}{2}$$

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow f_k = W$$

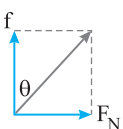
زاویه بین نیرویی که سطح بر جسم وارد می کند با جهت مثبت محور y را به دست می آوریم.

$$\tan \theta_2 = \frac{F'_N}{f_k} = \frac{\frac{F}{2}}{W} \Rightarrow \tan \theta_2 = \frac{1}{2} \frac{F}{W}$$

در نتیجه:

$$\tan \theta_2 < \tan \theta_1 \Rightarrow \theta_2 < \theta_1$$

اگر خوب دقت کنید نیاز به این همه محاسبه نیست، با کوچک شدن F_N قطعاً زاویه θ کوچک می شود.



نمای ۱۹

شتاب حرکت را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-0}{5} = 0.8 \text{ m/s}^2$$

نیروی وارد بر جسم خواهد شد:

$$F = ma \Rightarrow F = 0.8 \times 5 = 4 \text{ N}$$

بازی با سوال جسمی به جرم ۳ kg تحت تأثیر نیروی ۹ N از حال سکون

به حرکت در می‌آید. انرژی جنبشی جسم در $t = 3 \text{ s}$ چند برابر $t = 2 \text{ s}$ است؟

- ۲/۵ (۱) ۲/۲۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۲ (۴)

پاسخ ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم:

$$F = ma \Rightarrow 9 = 3a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس سرعت در $t = 3 \text{ s}$ و $t = 2 \text{ s}$ برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 3t, \quad t = 2 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}, \quad t = 3 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 9 \text{ m/s}$$

اکنون انرژی جنبشی $K = \frac{1}{2}mv^2$ را در دو حالت به دست آورده و بر هم

تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \frac{81}{36} = \frac{9}{4} = 2.25$$

گزینه ۲

۱۰۳۷ A

خط فکری

نیروی وارد بر دو جسم برابر است و از ما نسبت انرژی جنبشی دو جسم خواسته شده است. بنابراین باید ابتدا نسبت سرعت‌های آن‌ها را به دست بیاورید.

۱ نیروی وارد بر دو جسم برابر است و بنا به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_1=4 \text{ kg}, m_2=5 \text{ kg}} 4a_1 = 5a_2 \Rightarrow a_1 = \frac{5}{4}a_2$$

۲ نسبت سرعت دو جسم پس از t ثانیه خواهد شد:

$$\begin{cases} v_1 = a_1 t \\ v_2 = a_2 t \end{cases} \xrightarrow{a_1 = \frac{5}{4}a_2} v_1 = \frac{5}{4}v_2$$

۳ اکنون نسبت انرژی جنبشی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1 v_1^2}{\frac{1}{2}m_2 v_2^2} = \frac{4}{5} \times \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

۱۰۳۷ B

۴

معادله مکان زمان داده شده را با معادله حرکت با شتاب ثابت مقایسه کرده و a و v_0 را به دست آورده معادله سرعت زمان را می‌نویسیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$x = t^2 + 4t + 5 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 = 4 \text{ m/s} \xrightarrow{v = at + v_0} v = 2t + 4$$

سرعت در بازه ثانیه دوم یعنی از $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 2 \text{ s}$ ، بنابراین سرعت را در این لحظه‌ها حساب می‌کنیم.

$$t_1 = 1 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 2 + 4 = 6 \text{ m/s}, \quad t_2 = 2 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 2(2) + 4 = 8 \text{ m/s}$$

بنا به قضیه کار و انرژی:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 2 (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_t = (64 - 36) = 28 \text{ J}$$

۱۰۳۶ B

خط فکری

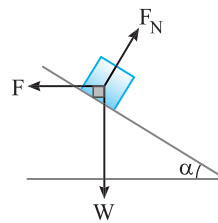
شکل مسئله شما را نگران نکند. کافی است نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید. جسم در تعادل است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند.

بر جسم سه نیرو وارد می‌شود:

۱ نیروی وزن $W = 10 \text{ N}$

۲ نیروی افقی $F = 10 \text{ N}$

۳ نیروی عمودی سطح



نکته هرگاه برآیند سه نیرو صفر شود، برآیند هر دو نیروی دلخواه از آن‌ها هم‌اندازه و در خلاف جهت نیروی سوم است.

نیروی F_N برآیند دو نیروی عمود بر هم F و W بوده و به کمک رابطه فیثاغورس را می‌توان به دست آورد.

$$F_N^2 = F^2 + W^2 \Rightarrow F_N^2 = (10)^2 + (10)^2 \Rightarrow F_N = 10\sqrt{2} \text{ N}$$

نمای ۲۰

پنجره‌های رو به گذشته

۱۰۳۷ B

خط فکری

انرژی جنبشی یک جسم به جرم m که با سرعت v در حرکت است برابر $K = \frac{1}{2}mv^2$ است، بنابراین شما باید سرعت متحرک را در جابه‌جایی 10 m حساب کرده و انرژی جنبشی را به دست بیاورید.

۱ جابه‌جایی جسم تا $x = 10 \text{ m}$ برای $\Delta x = 10 - 0 = 10 \text{ m}$ می‌باشد و شتاب آن برابر 2 m/s^2 است. به کمک معادله مستقل از زمان سرعت را به دست می‌آوریم.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ax \xrightarrow{v_1=0} v_2^2 = 2 \times 2 \times 10 \Rightarrow v_2^2 = 40 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

۲ انرژی جنبشی برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 40 = 80 \text{ J}$$

بازی با سوال جسمی به جرم 5 kg روی سطح افقی با شتاب ثابت

2 m/s^2 از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. پس از چند ثانیه انرژی جنبشی آن به 250 J می‌رسد؟

- ۲/۵ (۱) ۵ (۲) ۷/۵ (۳) ۱۰ (۴)

پاسخ ابتدا سرعت لازم برای آنکه انرژی جنبشی جسم 250 J شود را به دست می‌آوریم.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 250 = \frac{1}{2} \times 5 \times v^2 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

زمان لازم برای آنکه سرعت جسم با شتاب ثابت 2 m/s^2 از صفر به 10 m/s برسد برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 10 = 2t + 0 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

گزینه ۲

۱۰۳۷ A

۲

بادآوری انرژی جنبشی از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می‌آید که در آن m جرم

جسم و v تندی جسم است.

ابتدا تندی جسم در $t = 5 \text{ s}$ را به کمک انرژی جنبشی به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 40 = \frac{1}{2} \times 5 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

بازی با سؤال

معادله حرکت جسمی که بر روی یک مسیر مستقیم حرکت می کند در SI به صورت $x = 2t^2 - 4t + 8$ است. در کدام بازه زمانی

داده شده کار نیروی برابند وارد بر جسم بیشتر است؟

(۱) صفر تا ۱s (۲) ۱s تا ۲s (۳) ۲s تا ۳s (۴) ۳s تا ۴s

با مقایسه معادله حرکت داده شده با معادله حرکت با شتاب ثابت، مکان اولیه، سرعت اولیه و شتاب را مشخص می کنیم.

$$x = 2t^2 - 4t + 8 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 = -4 \text{ m/s} \xrightarrow{v=at+v_0} v = 4t - 4$$

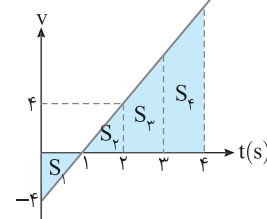
با رسم نمودار سرعت - زمان می بینیم که در بازه صفر تا ۱s تندی در حال کاهش و در حال صفر شدن است. در بازه ۱s تا ۲s سرعت از صفر به $+4 \text{ m/s}$ می رسد و در این دو بازه تغییر انرژی جنبشی یکسان است. در بازه ۲s تا ۴s حرکت تندشونده است و در بازه ۳s تا ۴s چون سرعت بیشتر است، جابه جایی بیشتر و کار نیروی برابند نیز بیشتر است.

$$S_f > S_p \Rightarrow d_f > d_p \xrightarrow{W=Fd} W_f > W_p$$

$$S_f > S_p > S_p = |S_1| \Rightarrow d_f > d_p > d_p = |d_1|$$

$$\xrightarrow{W=Fd} W_f > W_p > W_p = |W_1|$$

دقت کنید حرکت دارای شتاب ثابت است بنابراین بنا به قانون دوم نیوتن $F_{\text{net}} = ma$ نیروی وارد بر جسم نیز ثابت است.



گزینه ۴

B ۱۰۳۷

بازی با سؤال

کار نیروی ثابت F از رابطه $W = Fd \cos \theta$ به دست می آید که در آن θ زاویه بین جهت بردار نیرو (\vec{F}) و جهت بردار جابه جایی (\vec{d}) است. کار کمیت نرده ای است.

ابتدا f_k را به دست می آوریم:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = 0.1 \times 10 = 1 \text{ N}$$

کار نیروی اصطکاک خواهد شد:

$$W_f = f_k d \cos 180^\circ \Rightarrow W_{f_k} = 1 \times 10 \times (-1) = -1 \text{ J}$$

بازی با سؤال جسمی به جرم 50 g روی سطح افقی به وسیله نیروی

افقی F ، به اندازه 10 متر جابه جا می شود. اگر ضریب اصطکاک $\mu_k = \frac{1}{4}$ باشد،

کار انجام شده برای غلبه بر اصطکاک چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

(۱) ۱۲/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۱۲/۵ (۴) ۲۵

با مقایسه به تعریف کار نیروی ثابت:

$$W_f = f_k d \cos \pi$$

$$\Rightarrow W_f = \mu_k mgd (-1)$$

$$\Rightarrow W_f = -\frac{1}{4} \times 0.05 \times 10 \times 10$$

$$\Rightarrow W_f = -12.5 \text{ J}$$

کار انجام شده برای غلبه بر نیروی اصطکاک 12.5 J است.

گزینه ۳

A ۱۰۳۷

بازی با سؤال

انرژی مکانیکی مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است.

$$E = K + U$$

پس از پرتاب روی سطح نیروی اصطکاک به جسم

وارد می شود و باعث کاهش سرعت جسم می شود. شتاب

را به کمک قانون دوم نیوتن حساب می کنیم:

$$-f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma \Rightarrow -0.2 \times 20 = 2a$$

$$\Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

سرعت جسم در لحظه $t = 0$ برابر 8 m/s و در لحظه $t = 2 \text{ s}$ خواهد شد:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=2s} v = -2 \times 2 + 8 = 4 \text{ m/s}$$

جسم روی سطح افقی جابه جا می شود و انرژی پتانسیل آن ثابت است. بنابراین

تغییر انرژی مکانیکی آن در اثر تغییر انرژی جنبشی جسم است از این رو می توان نوشت:

$$E_p - E_1 = K_p - K_1 = \frac{1}{2} m (v_p^2 - v_1^2) = (16 - 64) = -48 \text{ J}$$

B ۱۰۳۷

تکنه

سطح بر جسم دو نیروی F_N و f_k

وارد می کند. کار F_N که بر مسیر حرکت عمود است

صفر است. بنابراین کار نیروی سطح وارد بر جسم همان

کار نیروی اصطکاک است.

با توجه به نکته بیان شده ابتدا به کمک کار نیروی سطح یا همان کار نیروی اصطکاک، نیروی اصطکاک را به دست می آوریم.

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ \Rightarrow -2 = f_k \times 1 \times -1 \Rightarrow f_k = 2 \text{ N}$$

حال با توجه به رابطه $f_k = \mu_k F_N$ داریم:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = mg} 2 = \mu_k \times 20 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

A ۱۰۳۷

بازی با سؤال

جابه جایی جسم در ثانیه ۳ام در حرکت با شتاب ثابت از رابطه

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0$$

ابتدا شتاب حرکت را به دست می آوریم: $F = ma \Rightarrow 4 = \Delta a \Rightarrow a = 0.8 \text{ m/s}^2$

جابه جایی جسم در ثانیه سوم را حساب می کنیم:

$$d = \Delta x = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0 = \frac{1}{2} (0.8) (2 \times 3 - 1) = 2 \text{ m}$$

کار نیروی $F = 4 \text{ N}$ در جابه جایی ۲م خواهد شد:

$$W = Fd \Rightarrow W = 4 \times 2 = 8 \text{ J}$$

B ۱۰۳۷

تکنه

هرگاه جسمی از حال سکون تحت تأثیر چند نیروی ثابت قرار گیرد و به

حرکت درآید، جهت حرکت جسم در جهت نیروی خالص وارد بر آن است.

نیروی خالص را به دست می آوریم.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 2\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{i} - \vec{j} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

اندازه نیروی خالص وارد بر جسم خواهد شد:

$$|\vec{F}_{\text{net}}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow |\vec{F}_{\text{net}}| = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 5 \text{ N}$$

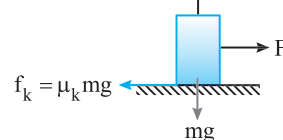
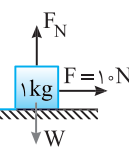
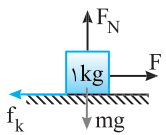
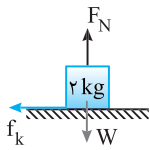
شتاب حرکت را حساب می کنیم.

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{m=2\text{kg}} 5 = 2a \Rightarrow a = 2.5 \text{ m/s}^2$$

جابه جایی در مدت ۴s برابر است با: $d = \Delta x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 16 = 20 \text{ m}$

کار نیروی برابند را به دست می آوریم:

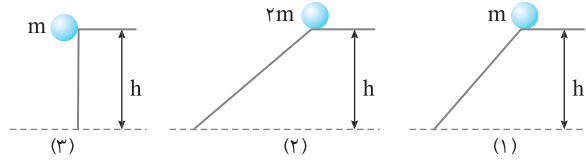
$$W_F = Fd \cos \theta = 5 \times 20 \times \cos 0 = 100 \text{ J}$$



روش دیگر: قانون پایستگی انرژی مکانیکی:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

سرعت‌ها یکسان است.



۱۲ خط فکری

ابتدا به کمک پایستگی انرژی مکانیکی، تندی در مکان B را به دست می‌آوریم. سپس با توجه به تعریف تکانه، P را حساب می‌کنیم.

سطح افقی را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.

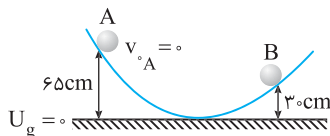
با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow 10 \times \frac{65}{100} = 10 \times \frac{30}{100} + \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow 3/5 = \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{7}m/s$$

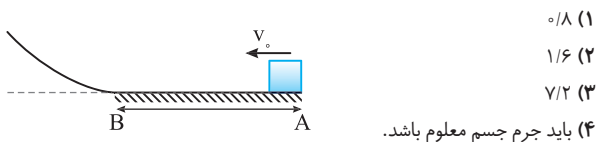
تکانه را حساب می‌کنیم.

$$P = \Delta \times \sqrt{v} \Rightarrow P = \Delta \sqrt{v} kg \cdot m/s$$



بازی با سوال: جسمی را روی سطح افقی با ضریب اصطکاک $\mu_k = 0/2$

با سرعت اولیه $10 m/s$ از نقطه A به حرکت در می‌آوریم. جسم پس از ۳ ثانیه در نقطه B وارد سطح خمیده بدون اصطکاک می‌شود. جسم روی سطح خمیده تا چه ارتفاعی بر حسب متر بالا می‌رود؟ ($g = 10 m/s^2$)



۰/۸ (۱)

۱/۶ (۲)

۷/۲ (۳)

(۴) باید جرم جسم معلوم باشد.

پایسج: شتاب حرکت روی سطح افقی را به دست می‌آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma$$

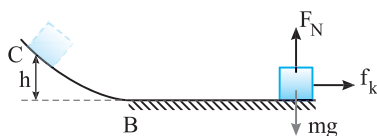
$$\Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -0/2 \times 10 \Rightarrow a = -2 m/s^2$$

سرعت جسم را در لحظه گذر از B به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_B = -2 \times 3 + 10 = 4 m/s$$

اکنون به کمک پایستگی انرژی مکانیکی ارتفاعی که جسم از سطح بالا می‌رود را حساب می‌کنیم:

$$E_B = E_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh \Rightarrow v_B^2 = 2gh \Rightarrow 16 = 20h \Rightarrow h = 0/8 m$$



۱ گزینه

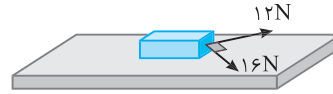
بازی با سوال: مطابق شکل بر جسمی ساکن به جرم $5 kg$ دو نیروی ۱۲ و ۱۶ نیوتونی به صورت عمود بر هم اثر می‌کنند. کار برآیند این نیروها در ثانیه سوم حرکت چند ژول است؟

۲۰۰ (۱)

۱۰۰ (۲)

۱۴۴ (۳)

۶۴ (۴)



پایسج: ابتدا برآیند نیروهای وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 4\sqrt{9+16} = 20 N$$

با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 20 = 5a \Rightarrow a = 4 m/s^2$$

جابه‌جایی در ثانیه سوم برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 4(2 \times 3 - 1) + 0 \Rightarrow \Delta x = 10 m$$

کار نیروی خالص خواهد شد:

$$W_t = F_{net}d = 20 \times 10 = 200 J$$

۱ گزینه

۴ ۱۰۳۷ B

۱ ابتدا سرعت جسم را به دست می‌آوریم: $P = mv \Rightarrow 10 = 2v \Rightarrow v = 5 m/s$

۲ به کمک فرمول مستقل از شتاب، جابه‌جایی را به دست می‌آوریم (چون نیروها ثابت هستند شتاب جسم نیز ثابت است):

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2}t \Rightarrow \Delta x = \frac{5+0}{2} \times 1/2 \Rightarrow \Delta x = 3 m$$

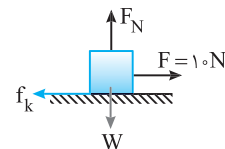
یادآوری: قضیه کار و انرژی جنبشی: تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر مجموع کار

تک‌تک نیروهای وارد بر جسم است. ($W_t = \Delta K$)

۳ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

کار نیروهای F_N و W در این مسیر صفر است. بنابراین:

$$F \times d + W_f = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 10 \times 3 + W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times (5)^2 \Rightarrow W_f = -5 J$$



کار نیروی اصطکاک در این حرکت به گرما تبدیل شده است، بنابراین گرمای تولید شده ۵ ژول است.

۲ ۱۰۳۷ B

۱۱ بر جسم‌ها نیروی اصطکاک و مقاومت هوا وارد نمی‌شود و تنها نیروی وارد بر آن‌ها نیروی وزن است و بنا به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g$$

در نتیجه شتاب حرکت هر سه گلوله یکسان و برابر g است. با توجه به رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت گلوله‌ها را پس از جابه‌جایی یکسان h به دست می‌آوریم.

$$v^2 - v_0^2 = 2ad \Rightarrow v^2 - 0 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

یعنی سرعت هر سه گلوله در لحظه برخورد به زمین یکسان است.

$$v_1 = v_2 = v_3$$

در این صورت انرژی جنبشی ($K = \frac{1}{2}mv^2$) و تکانه ($P = mv$) گلوله‌ای که دارای جرم

بیشتری است از بقیه بزرگ‌تر است. یعنی گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست و گزینه (۲) درست است.

انرژی مکانیکی، سرعت را هنگام برخورد به زمین و در لحظه برگشت از سطح زمین به دست بیاوریم تا بتوانیم به کمک تعریف شتاب $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ شتاب برخورد و از آنجا نیروی خالص وارد بر گلوله را حساب کنیم. دقت کنید که در استفاده از تعریف شتاب باید علامت سرعت را در نظر بگیرید برای این منظور جهت مثبت را رو به بالا اختیار کنید. سرعت هنگام پایین آمدن و برخورد به زمین منفی و هنگام برگشت مثبت خواهد شد.

ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی سرعت برخورد گلوله به زمین و همچنین سرعت برگشت آن از سطح زمین را حساب می‌کنیم. سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.

$$E_p = E_k \xrightarrow{K_1 = U_p} \frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v^2 = 2 \times 1 \times 45 \Rightarrow v = -30 \text{ m/s}$$

علت منفی قرار دادن سرعت برخورد به زمین این است که ما جهت مثبت را رو به بالا اختیار کرده‌ایم. اما پس از برخورد گلوله به زمین ابتدا متوقف می‌شود و سپس با سرعت v' رو به بالا حرکت می‌کند و در این لحظه دارای انرژی جنبشی $\frac{1}{2}mv'^2$ است و تا 20 m بالا می‌رود و سرعتش صفر می‌شود و انرژی جنبشی‌اش به انرژی پتانسیل تبدیل می‌شود.

$$E_p' = E_k' \xrightarrow{K_p = U_p} \frac{1}{2}mv'^2 = mgh' \\ \Rightarrow v'^2 = 2gh' = 2 \times 10 \times 20 \Rightarrow v' = 20 \text{ m/s}$$

v' را مثبت قرار می‌دهیم زیرا جهتش رو به بالا و در جهت مثبت اختیاری ما بود. اکنون شتاب در مدت برخورد و سپس نیروی خالص را حساب می‌کنیم.

$$a = \frac{v' - v}{t} = \frac{20 - (-30)}{2 \times 10^{-3}} = 25 \times 10^3 \text{ m/s}^2$$

با نوشتن قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر گلوله در مدت برخورد قابل محاسبه است.

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 0.2 \times 25 \times 10^3 = 5000 \text{ N}$$

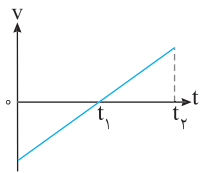
میانبر در شرایط خلأ می‌توانید از رابطه $v = \sqrt{2gh}$ که در آن h مقدار جابه‌جایی در امتداد قائم است استفاده کنید.

چگونه از روی نمودار مکان زمان درباره علامت نیروی خالص وارد بر جسم اظهار نظر کنیم. کافی است مشخص کنیم که در هر بازه زمانی تندی در حال افزایش و یا در حال کاهش است. سپس با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی $W_t = \Delta K$ اگر تندی در حال افزایش باشد $\Delta K > 0$ و کار نیروی خالص مثبت است

و اگر تندی در حال کاهش باشد، $\Delta K < 0$ و کار نیروی خالص منفی است. با توجه به شیب خط مماس بر نمودار در بازه صفر تا t_1 ، ابتدا سرعت افزایش و سپس کاهش می‌یابد تا در لحظه t_1 سرعت صفر می‌شود و در بازه t_1 تا t_2 نیز مجدداً سرعت زیاد و سرانجام کم می‌شود. بنابراین در بازه صفر تا t_1 انرژی جنبشی ابتدا افزایش $(\Delta K > 0)$ و سپس کاهش $(\Delta K < 0)$ می‌یابد و کار نیروی خالص ابتدا مثبت $(W > 0)$ و سپس منفی $(W < 0)$ است و در بازه t_1 و t_2 نیز همین حالت تکرار می‌شود.

باز، پاسوال

نمودار سرعت - زمان ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. کار نیروی خالص وارد بر ذره در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_2 به ترتیب از



راست به چپ چگونه است؟

(۱) مثبت، منفی (۲) مثبت، مثبت (۳) منفی، مثبت (۴) منفی، منفی
پاسخ از صفر تا t_1 اندازه سرعت در حال کاهش و انرژی جنبشی ذره در حال کم شدن است $(\Delta K < 0)$ و بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_t = \Delta K)$ کار نیروی خالص وارد بر ذره منفی است. از t_1 تا t_2 اندازه سرعت در حال افزایش و انرژی جنبشی ذره در حال زیاد شدن است و کار بر ایند نیروهای وارد بر ذره مثبت است.

مغزینة

باید از روی نمودار شتاب و سرعت اولیه را پیدا کنیم، معادله سرعت زمان را بنویسیم تا بتوانیم کار نیروی خالص را به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی $(W_t = \Delta K)$ به دست بیاوریم.

۱ در بازه صفر تا 2 s متحرک از مکان $x_0 = 5 \text{ m}$ به مکان $x = 9 \text{ m}$ می‌رود. به کمک رابطه مستقل از شتاب اولیه را به دست می‌آوریم.

$$x = \frac{v + v_0}{2} t + x_0 \Rightarrow 9 = \frac{v + 0}{2} \times 2 + 5 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

۲ شتاب حرکت خواهد شد:

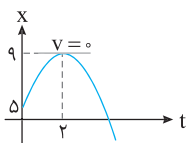
$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{4 - 0}{2} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

۳ معادله سرعت زمان را می‌نویسیم و در لحظه $t = 2 \text{ s}$ سرعت صفر است، در لحظه $t = 4 \text{ s}$ سرعت را حساب می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 4 \xrightarrow{t=4s} v = -2 \times 4 + 4 \Rightarrow v = -4 \text{ m/s}$$

۴ اکنون کار نیروی خالص قابل حساب کردن است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow{m=2\text{kg}} W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (-4)^2 - 0 \\ \Rightarrow W_t = 16 \text{ J}$$



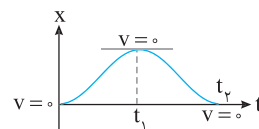
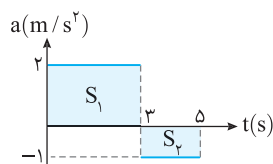
مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر تغییرات سرعت می‌باشد. از این رو خواهیم داشت:

$$\Delta v = S_1 + S_2 \Rightarrow v_2 - v_1 = 6 + (-2) \xrightarrow{v_1=0} \text{ جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده}$$

$$v_2 = 4 \text{ m/s}$$

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

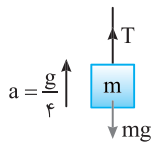
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times (4^2 - 0) \Rightarrow W_t = 16 \text{ J}$$



۱۰۳۷ B

خط فکری

ابتدا نیروی کشش نخ (T) را به کمک دینامیک حساب کنید. سپس کار این نیرو و کار نیروی وزن را به دست آورده بر هم تقسیم کنید.



ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی کشش طناب را به دست می آوریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = \frac{mg}{4} \Rightarrow T = \frac{5}{4}mg$$

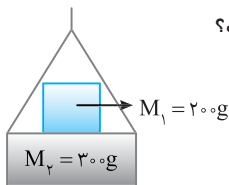
کار نیروی T و mg خواهد شد:

$$W = Fd \cos \theta \begin{cases} W_T \rightarrow W_T = Td \cos 0 = \frac{5}{4}mgd \\ W_{mg} \rightarrow W_{mg} = mgd \cos 18^\circ = -mgd \end{cases}$$

نسبت $\frac{W_T}{W_{mg}}$ برابر است با:

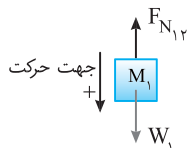
$$\frac{W_T}{W_{mg}} = \frac{\frac{5}{4}mgd}{-mgd} = -\frac{5}{4}$$

در شکل روبه رو دستگاه با شتاب ثابت $2m/s^2$ از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت می کند. کار نیرویی که M_1 بر M_2 وارد می کند در سه ثانیه آغازین حرکت چند ژول است؟



- ۱) ۱۴/۴
- ۲) -۱۴/۴
- ۳) ۷/۲
- ۴) -۷/۲

نیروهای وارد بر M_1 را رسم می کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون نیرویی که M_2 بر M_1 وارد می کند را حساب می کنیم.



$$F_{net} = Ma \Rightarrow M_1g - F_{N_{12}} = M_1a \Rightarrow 2 - F_{N_{12}} = 0/2 \times 2 \Rightarrow F_{N_{12}} = 1/6N$$

جابه جایی دستگاه در مدت ۳ ثانیه را به دست می آوریم:

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 9 \Rightarrow d = 9m$$

کار نیروی $F_{N_{12}}$ برابر است با:

$$W = F_{N_{12}} d \cos 18^\circ \Rightarrow W = 1/6 \times 9 \times (-1) = -14/4J$$

گزینه ۲

۱۰۳۷ A

یادآوری

قضیه کار و انرژی جنبشی: کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم: $W_t = \Delta K$

شتاب حرکت $a = 0/2m/s^2$ است و آسانسور از حال سکون ($v_0 = 0$) به مدت ۵s در حرکت است. بنابراین سرعت در $t = 5s$ را به دست می آوریم و با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی برآیند را حساب می کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 5(0/2) + 0 \Rightarrow v = 1m/s$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 400 \cdot (v^2 - v_0^2) \Rightarrow W_t = 200J$$

وزنه ای به جرم $6kg$ درون آسانسوری قرار دارد و آسانسور با شتاب $2m/s^2$ کندشونده رو به بالا در حرکت است. کار نیروی عمودی سطح پس از $10m$ جابه جایی چند ژول است؟

- ۱) ۴۸۰۰
- ۲) ۲۴۰۰
- ۳) ۵۶۰۰
- ۴) ۷۲۰۰

بازی با سوال: بر جسم ساکنی به جرم $4kg$ نیروی $F = 8t$ وارد شده و جسم شروع به حرکت می کند. کار این نیرو در ۲ ثانیه اول حرکت چند ژول است؟

- ۱) ۱۶
- ۲) ۲۴
- ۳) ۳۲
- ۴) ۴۰

پایسج خط فکری: برای به دست آوردن کار نیروی F در بازه صفر تا ۲s باید سرعت در لحظه $t = 2s$ را به دست بیاوریم. مساحت سطح زیر نمودار شتاب برابر تغییرات سرعت است. بنابراین نمودار a-t را رسم کنید، سطح زیر نمودار آن را به دست بیاورید تا بتوانید v را حساب کرده به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی ($W_t = \Delta K$) کار این نیرو را به دست بیاورید.

با توجه به قانون دوم نیوتون $F = ma$ معادله شتاب - زمان را می نویسیم:

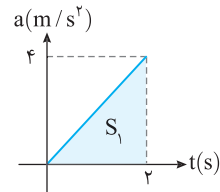
$$\begin{cases} F = ma \\ F = 8t \end{cases} \Rightarrow 4a = 8t \Rightarrow a = 2t$$

نمودار a-t را رسم می کنیم و تا لحظه $t = 2s$ مساحت زیر نمودار آن را حساب کرده و با توجه به اینکه $v_0 = 0$ ، خواهیم داشت:

$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = \frac{4 \times 2}{2} = 4m/s \Rightarrow v - v_0 = 4m/s \Rightarrow v = 4m/s$$

اکنون به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی F را حساب می کنیم.

$$W = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W = \frac{1}{2} \times 4 \times (4^2 - 0) = 32$$

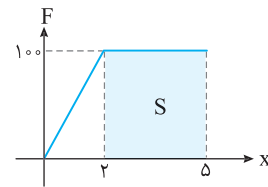


گزینه ۳

۱۰۳۷ B

نکته

مساحت سطح محصور بین نمودار نیرو با محور Xها برابر کار نیروی F است. سطح زیر نمودار F-x را حساب کرده و کار نیروی F را به دست می آوریم.



$$W = S = \frac{100(2+5)}{2} = 400J$$

به کمک قضیه کار و انرژی سرعت در مکان $x = 5m$ خواهد شد:

$$W = \Delta K \Rightarrow W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow 400 = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_2^2 - 0) \Rightarrow v_2 = 20m/s$$

شتاب متوسط را حساب می کنیم: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-0}{2} = 10m/s^2$

۱۰۳۷ B

۱۸

سرعت گلوله هنگام رسیدن به زمین را به کمک رابطه مستقل از زمان به دست می آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad a = 8m/s^2, h = 0.1m \Rightarrow v^2 - 0 = 2 \times 8 \times 0.1 \Rightarrow v = 1.6$$

بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، تغییر انرژی جنبشی برابر مجموع کار تک تک نیروهای وارد بر جسم است. بر این جسم دو نیرو یکی نیروی وزن و دیگری نیروی مقاومت هوا وارد می شود. بنابراین می توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_g + W_{f_D} = K_2 - K_1 \Rightarrow mgh + W_{f_D} = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$m = 2kg \Rightarrow 2 \times 10 \times 10 + W_{f_D} = \frac{1}{2} \times 2 \times (1.6)^2 = 200 + W_{f_D} = 160$$

$$\Rightarrow W_{f_D} = -40J$$

کار نیروی عمودی سطح خواهد شد: $W_{F_N} = F_N d \cos \theta = 24 \times \frac{1}{4} \times \cos 0^\circ = 6 \text{ J}$

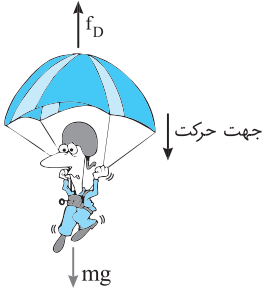
گزینۀ ۴

۱۰۳۷ B

۲۲ در تندی حدی، سرعت ثابت بوده و برابند نیروهای وارد بر چتر باز صفر است. از این رو نیروی مقاومت هوا وارد بر چتر باز برابر نیروی وزن چتر باز است:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg = F_D \Rightarrow F_D = 800 \text{ N}$$

در هر متر سقوط کار نیروی مقاومت هوا برابر است با: $W_{F_D} = F_D d \cos 18^\circ = -800 \text{ J}$



۱۰۳۷ B

۲۳ با توجه به قانون دوم نیوتون کشش T را به دست می آوریم:
 $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow T - 500 = 100$

$$\Rightarrow T = 600 \text{ N}$$

۲ حال جابه جایی آن در مدت ۴s را به دست می آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 \Rightarrow \Delta y = 16 \text{ m}$$

۳ کار نیرویی که طناب به شخص وارد می کند برابر است با:

$$W = Td = 600 \times 16 = 9600 \text{ J}$$

۱۰۳۷ A

۲۴ ابتدا تندی گلوله هنگام رسیدن به توده شنی را به کمک پایستگی انرژی مکانیکی به دست می آوریم:

$$E_1 \quad v_0 = 0 \quad m = 0.2 \text{ kg}$$

$$E_2 \quad v_1 = ?$$

$$\Delta y = 20 \text{ m}$$

$$U = 0$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} mv_0^2 - 0 = mg \Delta y$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 = 10 \times 20 \Rightarrow v_1 = 20 \text{ m/s}$$

۲ گلوله با این سرعت به توده شن برخورد می کند و در مدت ۰/۱s سرعت

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 20}{0.1} \Rightarrow a = -200 \text{ m/s}^2$$

۳ نیروی خالص وارد بر گلوله خواهد شد:

$$F_{\text{av}} = ma \Rightarrow |F_{\text{av}}| = |0.2 \times (-200)| = 40 \text{ N}$$

۱۰۳۷ A

۲۵ هنگام برخورد گلوله به توده شنی بر گلوله دو نیروی یکی نیروی وزن و دیگری نیروی مقاومت توده شن در مقابل حرکت گلوله است. نیروهای وارد بر گلوله را رسم می کنیم و با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی متوسطی که توده شن به گلوله وارد می کند را به دست می آوریم.

نیروی خالص متوسط وارد بر گلوله $F_{\text{av}} = -40 \text{ N}$ است بنابراین

$$mg - F_{\text{av شنی}} = -40$$

$$\Rightarrow 2 - F_{\text{av شنی}} = -40$$

$$\Rightarrow F_{\text{av شنی}} = 42 \text{ N}$$

توده شنی

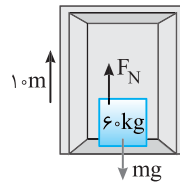
۱۰۳۷ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون F_N را به دست می آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$

$$\Rightarrow 600 - F_N = 120 \Rightarrow F_N = 480 \text{ N}$$

کار نیروی عمودی سطح برابر است:

$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta = 480 \times 10 = 4800 \text{ J}$$

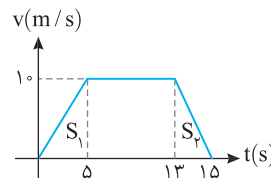


گزینۀ ۱

۱۰۳۷ B

۲۱ در قسمت اول حرکت (۵s) آغازین، شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$



۲۲ نیروی عمودی سطح در این

حالت را حساب می کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N = 600 + 120 = 720 \text{ N}$$

۲۳ هم چنین جابه جایی برابر مساحت زیر نمودار $v-t$ می باشد:

$$d = S_1 = 25 \text{ m}$$

۲۴ کار نیروی عمودی سطح خواهد شد:

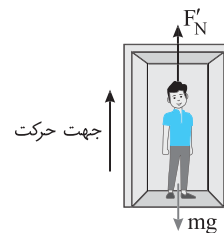
$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta = 720 \times 25 \times 1 = 18000 \text{ J}$$

۲۵ تمام مراحل بالا را برای آخر تکرار می کنیم:

در ۲s آخر حرکت شتاب برابر است با $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10}{2} = -5 \text{ m/s}^2$ و با توجه به

قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases} F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F'_N - mg = -ma \Rightarrow F'_N - 600 = -300 \Rightarrow F'_N = 300 \text{ N} \\ W_{F'_N} = F'_N d \cos \theta \xrightarrow{d_1 = S_2} W_{F'_N} = 300 \times \frac{2 \times 10}{2} = 3000 \text{ J} \end{cases}$$



۲۶ نسبت کار نیروی عمودی سطح در دو حالت خواهد شد: $\frac{W_{F_N}}{W_{F'_N}} = \frac{18000}{3000} = 6$

بازری با سوال ۲ وزنه ای به جرم ۲kg درون آسانسوری قرار دارد.

آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 رو به بالا شروع به حرکت می کند. کار نیروی عمودی سطح در نیم ثانیه اول حرکت چند ژول است؟ $(g = 10 \text{ N/kg})$

- صفر (۱) ۱۲ (۲) ۸۹ (۳) ۶ (۴)

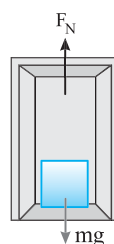
۱۰۳۷ ابتدا نیروی عمودی تکیه گاه را به دست می آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - 20 = 4$$

$$\Rightarrow F_N = 24 \text{ N}$$

سه سیس جابه جایی را در مدت نیم ثانیه حساب می کنیم:

$$d = \Delta x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \times 2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ m}$$



۳ نیروی وارد بر جسم برابر است با:

$$F = ma \Rightarrow F = 3 \times 5 = 15 \text{ N}$$

۴ توان متوسط را به دست می آوریم:

$$P_{av} = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = F v_{av} = 15 \times 7 = 105 \text{ W}$$

۱ بازی با سوال جسمی تحت تأثیر نیروی ثابت F از حال سکون به حرکت درمی آید و پس از مدت t به سرعت v می رسد. توان متوسطی که در این مدت جسم دریافت می کند برابر است با:

$$Fv \quad (1) \quad Fv \quad (2) \quad \frac{1}{2} Fv \quad (3) \quad \frac{1}{2} Fv \quad (4)$$

۱ پاسخ توان متوسط برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = F \frac{d}{t} = F v_{av} \Rightarrow \bar{P} = F v_{av}$$

چون نیروی وارد بر جسم ثابت است و با توجه به رابطه $F = ma$ شتاب حرکت ثابت می باشد. بنابراین $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

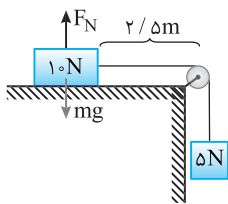
$$\bar{P} = F v_{av} \Rightarrow \bar{P} = F \frac{v_1 + v_2}{2} = F \frac{0 + v}{2} = \frac{1}{2} Fv$$

۱ گزینه

۱ ۱۰۳۷ B

وقتی وزنه‌ها را راه می کنیم و وزنه‌ها ۱/۵ متر جابه‌جا می شوند وزنه 10 N همچنان روی سطح میز است و انرژی پتانسیل آن تغییر نمی کند اما انرژی جنبشی به دست می آورد. در حالی که وزنه 5 N به پایین می آید و انرژی پتانسیل آن کاهش می یابد.

$$\Delta U = -mg\Delta h \Rightarrow \Delta U = -5 \times 1/5 \Rightarrow \Delta U = -1 \text{ J}$$



۲ بنا به قانون پایستگی انرژی، تغییر انرژی مکانیکی سامانه برابر کار نیروهای مقاوم به سامانه است بنابراین:

$$E_p - E_k = W_f \Rightarrow K_p + U_p - (K_f + U_f) = W_f \Rightarrow (K_p - K_f) + (U_p - U_f) = W_f$$

$$\Rightarrow \Delta K + \Delta U = W_f = 6 \text{ J} \Rightarrow 6 + (-1/5) = W_f \Rightarrow W_f = -11/5 \text{ J}$$

۳ نیروی اصطکاک را حساب می کنیم.

$$W_f = -f_k d \xrightarrow{d=1/5 \text{ m}} -11/5 = -f_k (1/5) \Rightarrow f_k = 11 \text{ N}$$

۴ ضریب اصطکاک سطح میز خواهد شد:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N=10 \text{ N}} 11 = \mu_k \times 10 \Rightarrow \mu_k = 1.1$$

روش دیگر به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی:

با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی برای دستگاه می توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_p - K_f \Rightarrow mgd + W_{f_k} = K_p - K_f$$

$$\xrightarrow{\frac{d=1/5 \text{ m}}{K_p=6 \text{ J}}} 7/5 + W_{f_k} = 6$$

$$W_{f_k} = -11/5 \Rightarrow f_k d \cos 180^\circ = -11/5 \xrightarrow{d=1/5 \text{ m}} f_k = 11 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 11 = \mu_k \times 10 \Rightarrow \mu_k = 1.1$$

۳ ۱۰۳۷ B

۲۶ خط فکری

می کند. دقت کنید کار در رابطه $W = Fd \cos \theta$ برای نیروی ثابت تعریف می شود. در حالی که بردار نیروی اصطکاک تغییر کرده است. از این رو شما نمی توانید از جابه‌جایی کل از ابتدا تا انتهای مسیر استفاده کنید. بلکه باید در هر قسمت کار نیروی اصطکاک را جداگانه به دست آورده و با هم جمع کنید.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

کار نیروی اصطکاک در قسمت اول:

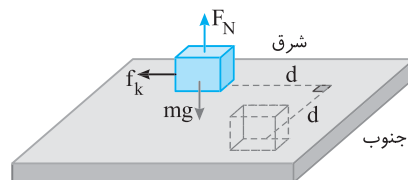
$$W_{f_{k_1}} = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow W_{f_{k_1}} = f_{k_1} d \cos 180^\circ = -\mu_k mgd$$

کار نیروی اصطکاک در قسمت دوم:

$$W_{f_{k_2}} = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow W_{f_{k_2}} = f_{k_2} d \cos 180^\circ = -\mu_k mgd$$

کار نیروی اصطکاک در کل مسیر:

$$W_{f_k} = W_{f_{k_1}} + W_{f_{k_2}} = -\mu_k mgd - \mu_k mgd = -2\mu_k mgd$$

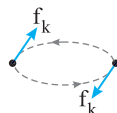


۳ ۱۰۳۷ B

۲۷ نکته

اندازه کار نیروی اصطکاک برابر حاصل ضرب نیروی اصطکاک در مسافت طی شده (طول مسیر) است.

نیروی اصطکاک روی سطح میز افقی برابر است با:



$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_k = \mu_k mg$$

طول مسیر حرکت در یک دور کامل برابر محیط دایره $(2\pi R)$

است. بنابراین کار نیروی اصطکاک در یک دور کامل خواهد شد:

$$W_f = -f_k (2\pi R) = -2\mu_k mg\pi R$$

۲ ۱۰۳۷ B

نیروی خالص متوسط که سبب حرکت اتومبیل می شود خواهد شد:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{m=1200 \text{ kg}, a=4 \text{ m/s}^2} F_{net} = 1200 \times 4 \Rightarrow F_{net} = 4800 \text{ N}$$

۱ جابه‌جایی متحرک با شتاب ثابت در ثانیه دوم حرکت از رابطه

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (2t-1) + v_0$$

جابه‌جایی در ثانیه دوم حرکت را به دست می آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times (2 \times 2 - 1) + 0 \Rightarrow \Delta x = 6 \text{ m}$$

۱ توان: آهنگ انجام کار یا مصرف انرژی است.

$$P = \frac{W}{t} \xrightarrow{W = Fx} P = \frac{4800 \times 6}{2-1} \Rightarrow P = 28800 \text{ W} \Rightarrow P = 28.8 \text{ kW}$$

۴ ۱۰۳۷ A

۱ با تطبیق معادله سرعت - زمان داده شده $(v = 5t + 2)$ با معادله سرعت - زمان حرکت

با شتاب ثابت $(v = at + v_0)$ ، شتاب حرکت 5 m/s^2 و سرعت اولیه 2 m/s است.

۲ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت خواهد شد:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2} at + v_0 \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 + 2 \Rightarrow v_{av} = 7 \text{ m/s}$$

فصل سوم

نوسان و امواج



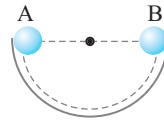


بازرسی

A ۱۰۳۸ ۴

حرکت دوره‌ای به حرکتی گویند که در بازه‌های زمانی یکسان عیناً تکرار می‌شود. چرخش زمین به دور خورشید، ضربان قلب و تاب خوردن دائماً در حال تکرار هستند، از این رو هر سه آن‌ها حرکت دوره‌ای‌اند.

A ۱۰۳۹ ۲



سطح نیمکره بدون اصطکاک است و بارها شدن جسم، جسم از نقطه A تا B می‌رود و این مسیر را بازی می‌گردد. در نتیجه این حرکت، یک نوسان دوره‌ای است اما چون مسیر حرکت خط راست نیست، این حرکت، حرکت هماهنگ ساده نخواهد بود.

A ۱۰۴۰ ۳

نوسان‌های دوره‌ای هرگاه دارای نوسان‌های سینوسی باشند، حرکت هماهنگ ساده هستند و گزینه (۱) نادرست و گزینه (۳) درست است.

نکته به‌طور عمومی به همه تابع‌های سینوسی و کسینوسی، تابع سینوسی گویند. با توجه به نکته بیان شده معادله حرکت هماهنگ ساده می‌تواند به صورت‌های مختلف از جمله $x = A \cos \omega t$ یا $x = A \sin \omega t$ باشد و گزینه (۲) نادرست است.

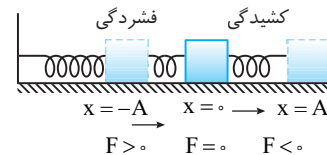
A ۱۰۴۱ ۴

یادآوری به نوسان‌های سینوسی (و کسینوسی) حرکت هماهنگ ساده (SHM) گویند. نمودار (الف) نمودار مکان - زمان یک نوسان دوره‌ای است اما نوسان‌های آن سینوسی نیست و این نمودار مربوط به حرکت هماهنگ ساده نیست. نمودار (ب) نیز با اینکه دوره‌ای است اما سینوسی نبوده و این نمودار نیز مربوط به حرکت هماهنگ ساده نیست.

نمودارهای (ب) و (ت) نمودارهای سینوسی و کسینوسی هستند که به آن‌ها به‌طور عمومی تابع سینوسی می‌گویند و مربوط به حرکت هماهنگ ساده هستند.

A ۱۰۴۲ ۳

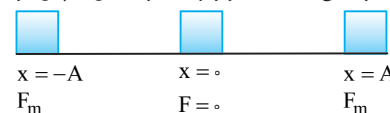
به حرکت هماهنگ ساده این وزنه و فنر دقت کنید. وقتی که فنر دارای فشردگی است (یعنی از $x=0$ تا $x=-A$) قطعاً نیروی فنر می‌خواهد فنر را به حالت طبیعی برگرداند و این نیرو به سمت راست است و در فاصله صفر تا $+A$ که فنر از طول طبیعی کشیدگی دارد، نیروی فنر به سمت چپ است، بنابراین نیروی فنر همواره به سمت نقطه حالت تعادل (طول طبیعی فنر) است یعنی نیرو به سمت مرکز نوسان است.



نکته در حرکت هماهنگ ساده، نیروی برگرداننده نقش اصلی را دارد که جهت بردار این نیرو همواره به سوی مرکز نوسان است.

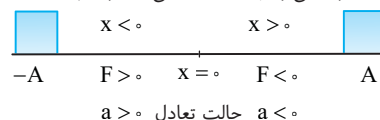
A ۱۰۴۳ ۳

هنگامی که نوسانگر در دو انتهای مسیر است، نیروی خالص وارد بر آن بیشینه است و در مرکز نوسان، نیروی خالص وارد بر نوسانگر صفر است. بنابراین هنگامی که نوسانگر از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر آن می‌رود، ابتدا تا مرکز نوسان نیرو کاهش و سپس افزایش می‌یابد.



A ۱۰۴۴ ۲

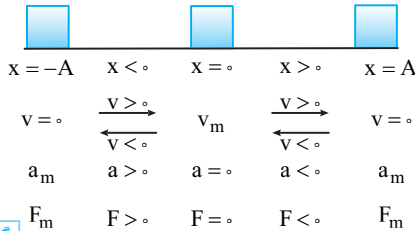
نکته در حرکت هماهنگ ساده، مکان و شتاب هم‌علامت نیستند و در مکان‌های مثبت، شتاب منفی و در مکان‌های منفی، شتاب مثبت است.



نکته در حرکت هماهنگ ساده، علامت سرعت، ارتباطی به علامت مکان ندارد. یعنی در مکان‌های مثبت سرعت می‌تواند مثبت و یا منفی باشد. در صورت تست گفته شده در چه حالتی مکان نوسانگر الزاماً منفی است. بنابراین باید شتاب مثبت باشد.

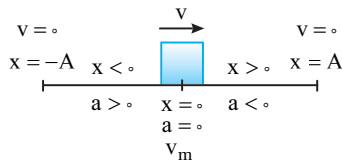
بازی با سؤال در یک حرکت هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که شتاب حرکت مثبت است، الزاماً
 (۱) بردار مکان منفی و بردار سرعت مثبت است.
 (۲) بردار مکان مثبت و بردار سرعت منفی است.
 (۳) بردار مکان منفی و نیروی وارد بر نوسانگر مثبت است.
 (۴) بردار مکان و نیروی وارد بر نوسانگر مثبت است.

تایس در حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل، در لحظه‌ای که بُعد حرکت مثبت است، سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد. اما شتاب و نیرو قطعاً منفی هستند و در لحظه‌ای که بُعد حرکت منفی است، شتاب و نیرو قطعاً مثبت بوده اما سرعت ممکن است مثبت یا منفی باشد. در صورت سؤال بیان شده که شتاب حرکت مثبت است، بنابراین نیرو مثبت، مکان منفی و سرعت می‌تواند مثبت یا منفی باشد.



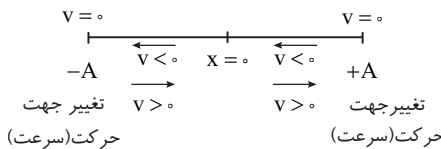
A ۱۰۴۵ ۳

بردار مکان در گذر نوسانگر از مبدأ یعنی در نقطه تعادل تغییر علامت می‌دهد و در این نقطه بردار سرعت تغییر جهت نمی‌دهد، در صورتی که بردار شتاب تغییر جهت می‌دهد. مطابق شکل بردار سرعت در انتهای مسیر (دامنه حرکت) صفر شده و تغییر علامت می‌دهد.



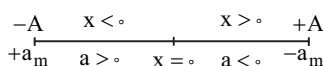
A ۱۰۴۶ ۲

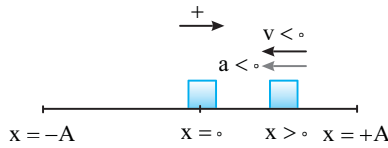
سرعت در دو انتهای مسیر تغییر علامت می‌دهد. وقتی سرعت ابتدا مثبت است و سپس منفی می‌شود، یعنی متحرک در انتهای مسیر و در مکان $x = +A$ بوده و تغییر جهت داده است. در حرکت هماهنگ ساده هرگاه مکان مثبت باشد، شتاب منفی است بنابراین در این لحظه شتاب بیشینه مقدار منفی خود را دارد.



A ۱۰۴۷ ۴

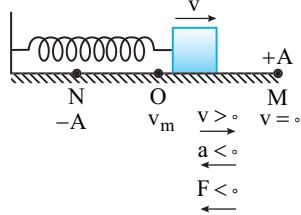
در مرکز نوسان (حالت تعادل) شتاب صفر و در دامنه‌ها شتاب بیشینه است، بنابراین اندازه شتاب در حال تغییر است. در مکان‌های مثبت، شتاب نوسانگر منفی و در مکان‌های منفی شتاب نوسانگر مثبت است و جهت بردار شتاب در لحظه گذر از مبدأ مکان تغییر می‌کند. همچنین جهت سرعت و شتاب مستقل از یکدیگرند، در نتیجه حرکت هماهنگ ساده، یک حرکت شتاب‌دار با شتاب متغیر است که بزرگی و جهت شتاب در حال تغییر است.





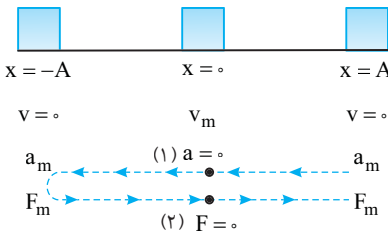
۴ ۱۰۵۲ A

جسم در حال حرکت به سمت نقطه بازگشت است و تندی آن در حال کاهش است، پس حرکت آن کندشونده بوده، از این رو بردار شتاب در خلاف جهت بردار سرعت یعنی در خلاف جهت محور X هاست و با توجه به قانون دوم نیوتون ($\vec{F} = m\vec{a}$) نیروی خالص وارد بر نوسانگر نیز در خلاف جهت محور X هاست.



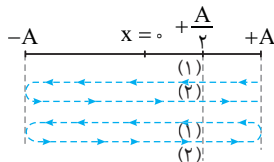
۲ ۱۰۵۳ A

در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان، شتاب و نیروی وارد بر نوسانگر صفر است و در دامنه‌ها سرعت نوسانگر صفر می‌شود و در هر دوره مطابق شکل، نیرو و سرعت دو بار صفر می‌شود.



۲ ۱۰۵۴ A

با توجه به مسیرهای شکل روبه‌رو، متحرک در یک دوره دو بار از مکان $x = +\frac{A}{2}$ می‌گذرد.



۲ ۱۰۵۵ A

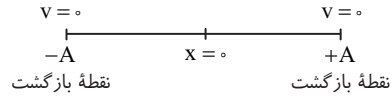
خط فکری فاصله نوسانگر از مرکز نوسان ($x = 0$) می‌تواند در مکان‌های مثبت و

یا در مکان‌های منفی باشد، یعنی وقتی گفته می‌شود فاصله از مرکز نوسان $\frac{A}{2}$ باشد شما باید مکان‌های $+\frac{A}{2}$ و $-\frac{A}{2}$ را در نظر بگیرید.

به شکل نگاه کنید نوسانگر در یک دوره دو بار از مکان $+\frac{A}{2}$ و دو بار از مکان $-\frac{A}{2}$ می‌گذرد یعنی در هر دوره جمعاً ۴ بار فاصله نوسانگر از حالت تعادل (مرکز نوسان $x = 0$) برابر $\frac{A}{2}$ می‌شود.

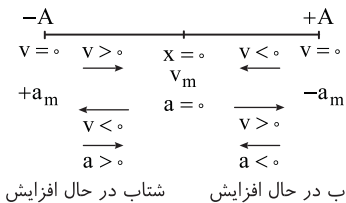
۲ ۱۰۴۸ A

دو انتهای مسیر نوسان ($x = \pm A$) را که در آنجا تندی نوسانگر صفر می‌شود و نوسانگر تغییر جهت می‌دهد نقطه بازگشت می‌گویند. پس گزینه (۳) نادرست است. در این نقاط بازگشت تندی صفر است و گزینه (۲) درست است. اما شتاب نوسانگر بیشینه است زیرا نیروی خالص برگرداننده وارد بر نوسانگر در این نقاط بیشینه است، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.



۴ ۱۰۴۹ A

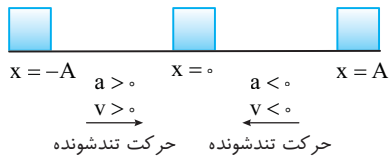
در حرکت هماهنگ ساده، در مرکز نوسان سرعت بیشینه و شتاب صفر است و در دو انتهای مسیر، سرعت صفر و شتاب بیشینه است. بنابراین گزینه (۱) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی مرکز نوسان که حرکت تندشونده است بردار سرعت و شتاب هم جهت هستند، پس گزینه (۲) نادرست است. هنگام حرکت نوسانگر به سوی دو انتهای مسیر، شتاب افزایش می‌یابد و بیشینه می‌شود، در حالی که سرعت کاهش یافته و صفر می‌شود، بنابراین گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.



۴ ۱۰۵۰ A

نکته وقتی نوسانگر به سوی مرکز نوسان می‌رود، تندی آن افزایش می‌یابد و حرکت نوسانگر تندشونده است.

در حرکت تند شونده باید علامت سرعت و شتاب یکسان نباشد. یعنی اگر $v < 0$ باشد $a > 0$ و اگر $v > 0$ باشد، $a < 0$ باشد. بنابراین ممکن است سرعت مثبت و یا منفی بوده و گزینه (۴) درست است.



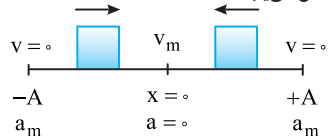
پایه سوال

در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر در حال نزدیک شدن به مبدأ (نقطه تعادل) است. کدام گزینه درست است؟

- (۱) شتاب در حال افزایش و تندی در حال کاهش است.
- (۲) شتاب و تندی در حال افزایش است.
- (۳) شتاب در حال کاهش و تندی در حال افزایش است.
- (۴) شتاب ثابت و تندی در حال افزایش است.

پایه

در حرکت هماهنگ ساده هنگامی که نوسانگر به مبدأ نزدیک می‌شود، تندی در حال افزایش است اما به دلیل کاهش نیروی خالص وارد بر نوسانگر شتاب کاهش می‌یابد.



۳ ۱۰۵۱ A

مکان مثبت است و مطابق شکل برای آن که حرکت تندشونده باشد باید نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز نوسان باشد، یعنی سرعت منفی بوده و چون حرکت تندشونده است شتاب نیز منفی است و گزینه (۳) درست است. البته می‌دانیم که علامت مکان و شتاب خلاف یکدیگر است و هرگاه مکان مثبت باشد، قطعاً شتاب منفی است.

۲ ۱۰۵۶ A

دوره یعنی زمان یک نوسان کامل و نصف دوره یعنی زمانی که نوسانگر نصف نوسان انجام می‌دهد. به شکل دقت کنید در مسیر (۳) حداقل سرعت یک بار بیشینه (max) می‌شود و در مسیر (۴) در مدت نیم نوسان سرعت یکبار صفر می‌شود بنابراین گزینه (۲) درست است.

نکته: در یک حرکت هماهنگ ساده، مطابق شکل زیر، در بازه $\frac{T}{4}$ سرعت، شتاب، نیرو، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل حداقل یک بار صفر و یک بار بیشینه می‌شود.

$$\begin{array}{ccc} a_m & a = 0 & a_m \\ v = 0 & v_m & v = 0 \\ x = -A & x = 0 & x = A \end{array}$$

- مسیر (۱) یک نوسان کامل $\Delta t = T$
- مسیر (۲) یک نوسان کامل $\Delta t = T$
- مسیر (۳) نیم نوسان کامل $\Delta t = \frac{T}{2}$
- مسیر (۴) نیم نوسان کامل $\Delta t = \frac{T}{2}$

بازی با سوال: در یک حرکت هماهنگ روی خط راست، در مدت $\frac{T}{2}$

سرعت به ترتیب حداکثر چند بار صفر و چند بار بیشینه می‌شود؟
 (۱) صفر، ۱ (۲) ۱، ۱ (۳) ۱ و صفر (۴) ۲ و ۲

پایان: در مسیر (۳) سرعت دوبار صفر شده و در مسیر (۴) سرعت دوبار بیشینه می‌شود، بنابراین گزینه (۴) درست است.

۳ ۱۰۵۷ A

تندی در نقاط بازگشت صفر و در نقطه تعادل بیشینه یعنی v است. از این رو تندی بین صفر تا v تغییر می‌کند و مطابق شکل زیر در هر دوره چهار بار تندی برابر $\frac{v}{3}$ می‌شود.

$$\begin{array}{c} \frac{v}{3} \quad \frac{v}{3} \\ v = 0 \quad v \quad v \\ \frac{v}{3} \quad \frac{v}{3} \end{array}$$

میانبر: در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره تندی نوسانگر چهار بار می‌تواند $\frac{1}{n} v_m$ (یعنی کسری از تندی بیشینه) شود.

۱ ۱۰۵۸ A

یادآوری: زمان یک نوسان را دوره (T) می‌گویند.

با یک تناسب ساده مسئله قابل حل است.

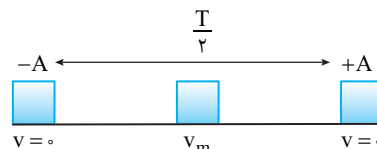
$$\frac{\text{نوسان } N=40}{\text{نوسان } 1} \quad \left| \quad \begin{array}{l} t=20s \\ T=? \end{array} \Rightarrow T = \frac{20}{40} = 0.5s$$

۳ ۱۰۵۹ A

در صورت مسئله بیان شده در بازه‌های زمانی $0.1s$ سرعت صفر می‌شود. یعنی در این مدت مطابق شکل نوسانگر از یک انتهای مسیر به انتهای دیگر رفته است که این مسیر نصف دوره طول می‌کشد، بنابراین می‌توان نوشت:

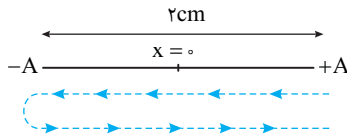
$$\frac{T}{2} = 0.1 \Rightarrow T = 0.2s$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0.2} \Rightarrow f = 5Hz$$



۳ ۱۰۶۰ A

یادآوری: در هر نوسان کامل، نوسانگر دو بار طول پاره‌خط مسیر را طی می‌کند. مسافتی که نوسانگر در هر نوسان طی می‌کند چهار برابر دامنه ($L=4A$) است.



۱ ۱۲۰ بار طی طول پاره‌خط یعنی $\frac{120}{4} = 30$ نوسان.

۲ ۶۰ نوسان در مدت $1 \text{ min} = 60s$ انجام شده است. بنابراین زمان هر نوسان

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{60} = 1s \quad \text{(دوره) خواهد شد.}$$

۳ در هر ثانیه نوسانگر یک نوسان انجام می‌دهد، در این صورت در مدت $4s$ ، نوسانگر، ۴ نوسان انجام می‌دهد. ($N=4$)

۴ در هر نوسان مسافت طی شده $2 \times 2 = 4cm$ است و در مدت ۴ نوسان مسافت طی شده $l = 4 \times 4 = 16cm$ می‌شود.

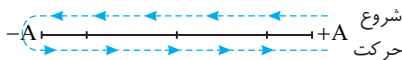
بازی با سوال: نوسانگری از یک سر پاره‌خطی شروع به حرکت کرده و در مدت ۵ ثانیه ۲۰۰ بار از مرکز پاره‌خط (وسط پاره‌خط) می‌گذرد. بسامد نوسانگر چند هرتز است؟

$$100 (1) \quad 200 (2) \quad 500 (3) \quad 1000 (4)$$

پایان: نوسانگر در هر دوره، دو بار از مرکز نوسان می‌گذرد. در این حرکت در مدت ۵s نوسانگر ۲۰۰ بار از مرکز نوسان می‌گذرد، یعنی تعداد نوسانها در مدت $5s$ ، $N=100$ نوسان است. دوره خواهد شد:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{5}{100} \Rightarrow T = 0.05s$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{0.05} \Rightarrow f = 20Hz \quad \text{بسامد را حساب می‌کنیم:}$$



۳ گزینه ۳

۲ ۱۰۶۱ A

خط‌فکری: نوسانگر اول پس از $6s$ ، یک نوسان از نوسانگر دوم جلو می‌افتد، یعنی اگر تعداد نوسان اولی N_1 باشد تعداد نوسان دومی در $6s$ ، $N_2 = N_1 - 1$ است. از این رو شما باید N_1 و سپس N_2 را بیابید تا بتوانید دوره T_2 را به دست بیاورید.

۱ تعداد نوسان‌های اولی را به دست می‌آوریم:

$$N_1 = \frac{t}{T_1} \Rightarrow N_1 = \frac{6}{1/5} = 30$$

۲ تعداد نوسان‌های دومی برابر $N_2 = 30 - 1 = 29$ است و دوره آن برابر است با:

$$N_2 = \frac{t}{T_2} \Rightarrow 29 = \frac{6}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{6}{29}$$

۴ ۱۰۶۲ A

با توجه به رابطه بسامد زاویه‌ای و دوره:

$$\begin{cases} \omega_A = \frac{2\pi}{T_A} \\ \omega_B = \frac{2\pi}{T_B} \end{cases} \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow 4 = \frac{T_B}{T_A} \Rightarrow T_A = \frac{1}{4} T_B$$

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{T_B}{T_A} = 4 \Rightarrow f_A = 4f_B$$

۱۰۶۸ A

معادله حرکت هماهنگ ساده $x = A \cos \omega t$ است. لحظه‌ای که نوسانگر در بیشینه مکان مثبت است را مبدأ زمان فرض می‌کنیم. $\frac{2T}{3}$ بعد از آن یعنی باید در معادله حرکت

به جای t مقدار $\frac{2T}{3}$ را قرار دهیم. $x = A \cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{2T}{3} \Rightarrow x = A \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{A}{2}$

۳ ۱۰۶۹ B

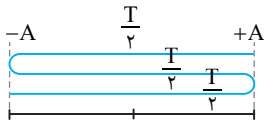
خط فکری انتهای پاره‌خط مسیر نوسان را که در آنجا سرعت صفر شده و نوسانگر تغییر جهت می‌دهد نقطه بازگشت گویند. در صورت مسئله بیان نشده که برای چندمین بار نوسانگر باید به نقطه بازگشت برسد. بنابراین وقتی از مکان $+A$ نوسانگر شروع به حرکت می‌کند، در مدت $\frac{T}{4}$ برای اولین بار به مکان $-A$ (نقطه بازگشت) می‌رسد و در $\frac{T}{2}$ بعدی برای دومین بار به نقطه بازگشت می‌رسد. بنابراین شما باید هر زمان که نوسانگر در نقطه بازگشت است را به دست بیاورید.

ابتدا دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.5s$

نوسانگر با گذشت هر $\frac{T}{4}$ به نقطه بازگشت می‌رسد. لحظه‌هایی که نوسانگر به نقاط بازگشت می‌رسد را حساب می‌کنیم.

$\Delta t_1 = \frac{0.5}{4} = 0.125s, \Delta t_2 = 2 \times \frac{0.5}{4} = 0.25s, \Delta t_3 = 3 \times \frac{0.5}{4} = 0.375s, \Delta t_4 = 4 \times \frac{0.5}{4} = 1s$

تنها گزینه (۳) در این اعداد وجود دارد پس گزینه (۳) درست است.



روش دیگر: اگر نوسانگر از یک انتها شروع به نوسان کند. در هر $\frac{T}{4}$ یک بار نوسانگر به نقطه بازگشت می‌رسد، بنابراین تعداد دفعاتی که در بازه زمانی Δt به نقطه بازگشت می‌رسد خواهد شد: $N = \frac{\Delta t}{\frac{T}{4}}$

حال گزینه‌ها را بر $\frac{T}{4}$ تقسیم می‌کنیم، اگر عدد صحیح به دست آمد، آن زمان درست بوده و اگر عدد صحیح به دست نیاید در آن زمان نوسانگر در نقطه بازگشت قرار ندارد.

گزینه ۱: $\frac{\Delta t}{\frac{T}{4}} = \frac{0.4}{\frac{0.5}{4}} = \frac{1.6}{0.125} = 12.8$ جواب نیست

گزینه ۲: $\frac{\Delta t}{\frac{T}{4}} = \frac{0.6}{\frac{0.5}{4}} = \frac{2.4}{0.125} = 19.2$ جواب نیست

گزینه ۳: $\frac{\Delta t}{\frac{T}{4}} = \frac{1}{\frac{0.5}{4}} = \frac{4}{0.125} = 32$ درست است

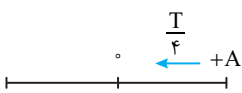
۲ ۱۰۷۰ A

نقطه تعادل یعنی مبدأ $x=0$ ، بنابراین بنا به فرض مسئله در لحظه $t=2s$ مکان متحرک $x=0$ شده است، از این رو:

$x = A \cos \omega t \Rightarrow 0 = A \cos \frac{2\pi}{T} \times 2 \Rightarrow \cos \frac{4\pi}{T} = 0 \Rightarrow \frac{4\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 8s$

روش دیگر: نوسانگر ابتدا در مکان $+A$ بوده و پس از $2s$ به مکان $x=0$ می‌رود. زمان حرکت از A تا صفر برابر $\frac{T}{4}$ است.

بنابراین: $\frac{T}{4} = 2 \Rightarrow T = 8s$



۲ ۱۰۶۳ A

۱. دوره نوسان ۳۶٪ کاهش یافته، بنابراین دوره جدید برابر است با:

$T_2 = T_1 - \frac{36}{100} T_1 = \frac{64}{100} T_1 = \frac{16}{25} T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{16}{25}$

۲. بسامد و دوره با هم نسبت وارون دارند از این رو: $f = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{25}{16}$

۳. حال درصد تغییرات بسامد را حساب می‌کنیم.

درصد تغییر بسامد $= \frac{\Delta f}{f_1} \times 100 = \frac{25 f_1 - f_1}{f_1} \times 100 = \frac{24}{16} \times 100 = 150\%$

۴. بنابراین بسامد ۵۶/۲۵٪ افزایش یافته است.

۵. برای بسامد زاویه‌ای $(\omega = 2\pi f)$ نیز داریم:

درصد تغییر بسامد زاویه‌ای $\frac{\Delta \omega}{\omega_1} \times 100 = \frac{2\pi f_2 - 2\pi f_1}{2\pi f_1} \times 100 = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \times 100 = 56/25\%$

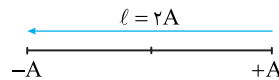
۲ ۱۰۶۴ A

دامنه $A = 0.5m$ و بسامد زاویه‌ای $\omega = 2\pi f = 4\pi rad/s$ است، بنابراین معادله حرکت خواهد شد: $x = 0.5 \cos 4\pi t$

یادآوری معادله حرکت هماهنگ ساده‌ای که در کتاب معرفی شده به صورت $x = A \cos \omega t$ است که در آن A دامنه و ω بسامد زاویه‌ای است.

۲ ۱۰۶۵ A

نکته طول پاره‌خط مسیر نوسان دو برابر دامنه ($2A$) است.



نکته هر ۲ بار طی پاره‌خط مسیر برابر یک نوسان است.

۱. دامنه خواهد شد: $2A = 20 cm \Rightarrow A = 10 cm$

۲. ۲۰ بار طی کردن طول پاره‌خط یعنی $10 = \frac{20}{2}$ نوسان

۳. در مدت $10 \times 0.1s = 1s$ نوسان انجام شده است بنابراین دوره خواهد شد:

$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{1}{10} \Rightarrow T = 0.1s$

۴. بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.1} = 20\pi rad/s$

۵. معادله حرکت را می‌نویسیم $x = 0.1 \cos 20\pi t$

۱ ۱۰۶۶ A

با توجه به معادله حرکت $x = 0.2 \cos 5\pi t$ بسامد زاویه‌ای برابر $5\pi rad/s$ است از این رو دوره خواهد شد:

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4s$

نوسانگر در $0.4s$ یک نوسان انجام می‌دهد و 5 نوسان را در مدت:

$T = \frac{t}{N} \Rightarrow t = NT \Rightarrow t = 5 \times 0.4 = 2s$

۱ ۱۰۶۷ A

کافی است زمان داده شده را در معادله حرکت جای گذاری کنیم، البته باید مثلثات نیز بلد باشیم.

$x = 0.2 \cos 2\pi t \xrightarrow{t=1s} x = 0.2 \cos \frac{2\pi}{6} = 0.2 \cos(\frac{18\pi}{6} + \frac{2\pi}{6})$

$\Rightarrow x = 0.2 \cos(3\pi + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow x = 0.2 \cos(\pi + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow x = -0.2 \cos \frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow x = -0.2 \times \frac{1}{2} = -0.1m = -1cm$

(2π دوره گردش تابع $\cos \theta$ بوده که آن را برمی‌داریم.)

با توجه به فرض مسأله مکان‌ها در لحظه t_1 و $t_2 = 2t_1$ برابر است، از این رو:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \overset{x_2 = x_1}{\rightarrow} A \cos \omega (2t_1) = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \cos 2\omega t_1 = \cos \omega t_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\omega t_1 = 2\pi - \omega t_1 \Rightarrow 3\omega t_1 = 2\pi \Rightarrow 3 \times \frac{2\pi}{T} t_1 = 2\pi \Rightarrow t_1 = \frac{T}{3} \\ \text{غ ق ق} \end{cases}$$

گزینۀ ۲

۲ ۱۰۷۵ A

در نقاط بازگشت ($x = \pm A$) سرعت نوسانگر صفر است.

$$\begin{array}{ccc} x = -A & x = 0 & x = +A \\ \leftarrow v = 0 & v = v_m & \rightarrow v = 0 \end{array}$$

وقتی معادله حرکت به شما داده شده است و از شما خواسته شده که لحظه‌هایی را که سرعت صفر می‌شود به دست آورید، شما باید به جای مکان، $+A$ و یا $-A$ را قرار دهید. متحرک وقتی

اولین بار به مکان $x = -0.3 \text{ m}$ می‌رسد، سرعتش صفر می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

$$x = 0.3 \cos 10\pi t \Rightarrow -0.3 = 0.3 \cos 10\pi t \Rightarrow \cos 10\pi t = -1$$

دقت کنید شما باید تمام زاویه‌های مثلثاتی را در حرکت هماهنگ ساده برحسب رادیان بلد باشید.

زاویه برحسب درجه	۰	۳۰	۴۵	۶۰	۹۰	۱۲۰	۱۵۰	۱۸۰	۲۷۰
رادیان	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
cos	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-۱	۰
sin	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱

۴ ۱۰۷۶ B

یادآوری ریاضی: برای توابع کسینوسی و سینوسی داریم:

$$\cos \alpha = \pm 1 \Rightarrow \alpha = k\pi \quad \sin \alpha = \pm 1 \Rightarrow \alpha = (2k-1)\frac{\pi}{2}$$

نقاط بازگشت مکان‌های $x = \pm A$ هستند. بنابراین شما در معادله حرکت به جای x مقدار $\pm A$ را قرار داده و با توجه به معادله مثلثاتی مسئله را حل کنید.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \pm A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \pm 1 \Rightarrow \omega t = k\pi$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = k\pi \Rightarrow t = k \frac{T}{2}$$

۴ ۱۰۷۷ A

یادآوری: به کمان مثلثاتی در معادله حرکت هماهنگ ساده ($x = A \cos \omega t$) یعنی

ωt ، شناسه تابع کسینوس (و یا فاز) می‌گویند.

تغییر شناسه تابع کسینوس در بازه t_1 تا t_2 را حساب می‌کنیم. $\omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1)$. اکنون اگر $t_2 - t_1$ برابر 1 s باشد آنگاه:

بسامد زاویه‌ای $\omega = 2\pi f$ تغییر شناسه تابع کسینوس

۱ ۱۰۷۸ A

شناسه تابع کسینوس یعنی کمان ωt در حرکت هماهنگ ساده. با توجه به فرض مسئله، شناسه تابع کسینوس (فاز) را در دو حالت نوشته‌ایم که کم کرده و مقدار آن را برابر $\frac{\pi}{10}$ قرار می‌دهیم و

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1) = \frac{\pi}{10} \Rightarrow \omega \times \frac{1}{10} = \frac{\pi}{10} \Rightarrow \omega = 12\pi$$

اکنون بسامد را به دست می‌آوریم $\omega = 2\pi f = 12\pi \Rightarrow f = 6 \text{ Hz}$

۲ ۱۰۷۱ A

خط فکری

مسافت‌های طی شده متوالی هستند، یعنی در مجموع زمان‌های t_1 و t_2 نوسانگر به اندازه مجموع $3/78 \text{ cm}$ و $4/22 \text{ cm}$ مسافت طی کرده است. این مسافت را به دست بیاورید و با دامنه مقایسه کنید.

کل مسافت طی شده در بازه زمانی $t_1 + t_2$ برابر است با: $4/22 + 3/78 = 8 \text{ cm}$
دامنه حرکت 2 cm است و در مدت یک دوره نوسانگر مسافتی برابر $4A = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}$ طی می‌کند از این رو کل مدت حرکت یک دوره بوده است ($t_1 + t_2 = T$).

۴ ۱۰۷۲ A

مسافتی که نوسانگر در هر دوره طی می‌کند چهار برابر دامنه ($4A$) است، این نوسانگر در یک دوره مسافت 16 cm را طی کرده است، بنابراین دامنه حرکت نوسانگر برابر است با:

$$4A = 16 \Rightarrow A = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

مکان ذره در $t = 0.05 \text{ s}$ برابر $x = +2\sqrt{3} \text{ cm}$ است از این رو:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{100} = 0.04 \cos \omega \left(\frac{5}{100}\right) \Rightarrow \cos \frac{\omega}{100} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\omega}{100} = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$$

معادله حرکت خواهد شد:

$$x = 0.04 \cos \frac{10\pi}{3} t$$

۳ ۱۰۷۳ A

خط فکری

دقت کنید که در توابع مثلثاتی در یک دوره دو بار مقدار تابع یکسان است، به طور مثال اگر $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ شود زاویه α می‌تواند $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{5\pi}{3}$ باشد. در این مسئله بیان شده کمترین زمان پس از $t = 0$ ، بنابراین باید شما زاویه کوچکتر را انتخاب کنید.

کافی است در معادله حرکت، مکان را $x = -\frac{A}{2}$ قرار دهیم.

$$-\frac{A}{2} = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{3}, \omega t = \frac{4\pi}{3}$$

در صورت سؤال کمترین زمان پس از $t = 0$ خواسته شده است از این رو:

$$\omega t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{3}$$

۲ ۱۰۷۴ B

خط فکری

ابتدا با قرار دادن مکان نوسانگر در معادله حرکت لحظه t_1 را حساب کرده سپس t_1 را دو برابر کنید و در معادله حرکت قرار دهید و مکان نوسانگر را به دست بیاورید. لحظه t_1 را حساب می‌کنیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{6\omega}$$

لحظه $t_2 = 2t_1$ را در معادله قرار می‌دهیم.

$$x = A \cos \omega \times \frac{2\pi}{6\omega} \Rightarrow x = A \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = +\frac{A}{2}$$

بازری با سؤال: ذره‌ای با دوره T در ابتدا زمان از مکان بیشینه مثبت

شروع به نوسان کرده و در لحظه‌های t_1 و $t_2 = 2t_1$ از یک مکان می‌گذرد. t_1

کدام است؟ ($t_1 < \frac{T}{2}$)

$$\frac{T}{6} \quad (۱) \quad \frac{T}{3} \quad (۲) \quad \frac{T}{4} \quad (۳) \quad \frac{T}{3} \quad (۴)$$

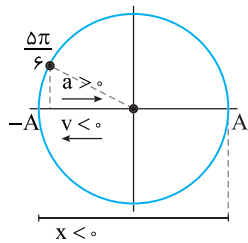
یادآوری: در معادله حرکت هماهنگ ساده ($x = A \cos \omega t$) لحظه‌های t_1

و t_2 را قرار داده در این دو لحظه بنا به فرض مکان‌ها یکسان است، بنابراین مکان‌ها را برابر قرار داده و مسئله را حل کنید.

B ۱۰۸۱

خط فکری در حل این مسئله اگر شما به جای t مقدار $\frac{1}{\sqrt{2}}$ را قرار دهید و مکان را

به دست آورید، هیچ یک از گزاره‌ها را نمی‌توانید بررسی کنید زیرا جهت حرکت نوسانگر مشخص نیست اما اگر فاز حرکت (شناسه تابع کسینوس ωt) را به دست بیاورید مشکل حل می‌شود.



۱ فاز حرکت را در لحظه $t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ حساب می‌کنیم.

$$\theta = \omega t = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

۲ کمان $\frac{\pi}{2}$ در ربع دوم مثلثاتی است بنابراین نوسانگر در حال حرکت از $x = 0$ به سوی $-A$ است. در نتیجه در این لحظه نوسانگر در حال دور شدن از حالت تعادل است و گزاره (الف) نادرست است.

۳ در حرکت به سوی دامنه $-A$ حرکت کندشونده است و گزاره (ب) درست است.

۴ مکان منفی و شتاب که همواره به سوی حالت تعادل است مثبت است و گزاره (پ) درست است.

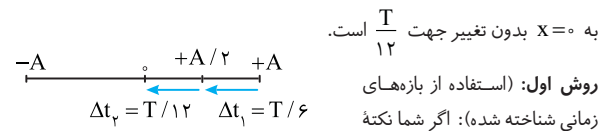
۵ سرعت منفی و در خلاف جهت محور بوده و گزاره (ت) نادرست است.

B ۱۰۸۲

تابع حرکت هماهنگ ساده یک تابع سینوسی (و کسینوسی) است. بنابراین گزینه (۱)، (۲) و (۴) می‌تواند معادله حرکت هماهنگ ساده باشد. اما $x = A \tan \omega t$ نمی‌تواند معادله حرکت هماهنگ ساده باشد، تابع تانژانت در $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ تعریف نشده است و گزینه (۳) نمی‌تواند معادله حرکت هماهنگ ساده باشد.

B ۱۰۸۳

نکته زمان حرکت از $+A$ به $+A$ بدون تغییر جهت برابر $\frac{T}{6}$ و از $\frac{T}{6}$ به $+A$

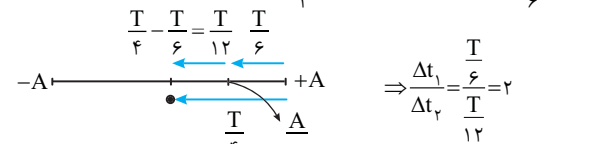


به $x = 0$ بدون تغییر جهت $\frac{T}{12}$ است. روش اول: (استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده): اگر شما نکته

روش دوم: (استفاده از معادله حرکت): معادله حرکت هماهنگ ساده را می‌نویسیم. در معادله به جای x ، $+A$ را قرار می‌دهیم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T} t = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{6} \\ \frac{2\pi}{T} t = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{5T}{6} \end{cases}$$

جواب $\frac{\pi}{6}$ مربوط به دومین بار عبور از $+A$ است که مورد پرسش نیست.



روش سوم: استفاده از فاز حرکت (شناسه تابع کسینوسی) و دایره مثلثاتی (مرجع) است. از $+A$ تا $+A$ فاز حرکت $\frac{\pi}{3}$ رادیان و از $+A$ تا $x = 0$ فاز حرکت $\frac{\pi}{6}$ تغییر می‌کند. از این رو:

$$\Delta \theta = \omega \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{6}, \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{T}{12}$$

B ۱۰۷۹

خط فکری به شکل نگاه کنید. از لحظه $t = 0$ ، طول می‌کشد تا نوسانگر برای اولین

بار به نقطه تعادل رسیده و $\frac{T}{4}$ طول می‌کشد تا برای دومین بار تندی نوسانگر بیشینه شود و

بعد از $\frac{\Delta T}{4}$ برای سومین بار و بعد از $\frac{T}{4}$ برای چهارمین بار و بعد از $\frac{T}{4}(2n-1)$ برای n

امین بار نوسانگر از مبدأ می‌گذرد. یعنی لحظه‌هایی که تندی بیشینه است، مضرب فرد $\frac{T}{4}$ است.

اکنون شما گزینه‌ها را بررسی کنید. هر کدام که مضرب فرد $\frac{T}{4}$ باشد جواب مسئله است.

(الف) $\frac{\Delta t}{\frac{T}{4}} = \frac{2T}{\frac{T}{4}} = 8$ عدد زوج $\rightarrow t_1$ جواب نیست

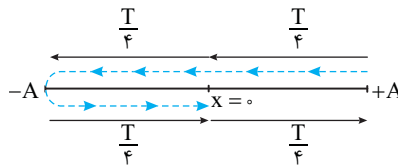
(ب) $t_2 = \frac{3/5 T}{\frac{T}{4}} = 14$ عدد زوج $\rightarrow t_2$ جواب نیست

(پ) $t_3 = \frac{5/2 T}{\frac{T}{4}} = 21$ عدد فرد $\rightarrow t_3$ جواب است

البته به کمک حل معادله مثلثاتی نیز می‌توانستید رابطه $\Delta t = (2n-1) \frac{T}{4}$ را به دست بیاورید.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow 0 = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = 0$$

$$\omega t = (2n-1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = (2n-1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = (2n-1) \frac{T}{4}$$

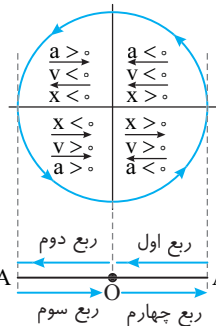


B ۱۰۸۰

یادآوری با یک یادآوری طولانی سر و کار داریم. در معادله حرکت $x = A \cos \omega t$

به کمان ωt کتاب، شناسه تابع کسینوس می‌گوید و ما به اختصار آن را فاز می‌گوییم.

بنابراین منظور ما از فاز مقدار $\theta = \omega t$ است.



به شکل مقابل به دقت نگاه کنید اگر فاز در ربع اول مثلثاتی باشد مطابق شکل نوسانگر

از مکان $+A$ در حال حرکت به حالت تعادل $x = 0$ است و حرکت تندشونده

است. اگر فاز $(\theta = \omega t)$ در ربع دوم مثلثاتی باشد، نوسانگر در حال حرکت از

حالت تعادل به سوی دامنه $-A$ است و حرکت کندشونده است.

اگر فاز $(\theta = \omega t)$ در ربع سوم مثلثاتی

باشد نوسانگر در حال حرکت از $-A$ به سوی حالت تعادل است و حرکت تندشونده است.

اگر فاز $(\theta = \omega t)$ در ربع چهارم مثلثاتی باشد، نوسانگر در حال حرکت از مکان $x = 0$

به سوی $+A$ بوده و حرکت کندشونده است.

به مسئله فاز حرکت $\omega t = \frac{7\pi}{6}$ بیان شده

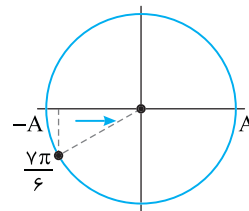
یعنی فاز در ربع سوم است. بنابراین مکان

منفی و گزینه (۱) نادرست است، شتاب

مثبت و گزینه (۲) نادرست است و سرعت

مثبت و گزینه (۳) درست است، حرکت

نیز تندشونده و گزینه (۴) نادرست است.



۲۱۰۸۴

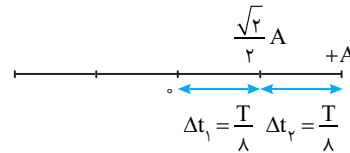
نکته

مدت زمان حرکت از $+A$ تا $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ بدون تغییر جهت $\frac{T}{8}$ و از $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا $x=0$ نیز $\frac{T}{8}$ است.

روش اول: با استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1$$

بنابراین:



روش دوم: استفاده از معادله حرکت

می‌دانیم زمان حرکت از مکان $+A$ تا صفر برابر $\frac{T}{4}$ است. اکنون در معادله حرکت به

جای x مقدار $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ را قرار می‌دهیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow +\frac{\sqrt{2}}{2}A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T}t = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$$

نوسانگر مستقیماً از $+A$ به $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ رفته است یعنی برای اولین بار از مکان

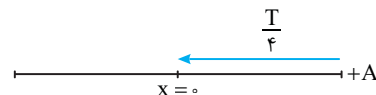
$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می‌گذرد بنابراین کمان $\frac{\pi}{4}$ قابل قبول است.

$$\frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{8} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{8}$$

بنابراین از $+A$ تا $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ ، $\Delta t_1 = \frac{T}{8}$ ، از $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا صفر نیز $\Delta t_2 = \frac{T}{8}$ است.

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1$$

طول می‌کشد.



روش سوم: دایره مثلثاتی (مرجع)

فاز حرکت ($\theta = \omega t$) در مکان $x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A$ برابر $\theta = \omega t_A = \frac{\pi}{4}$ و در مکان

$x = +A$ برابر صفر است، بنابراین زمان حرکت از $+A$ تا $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ خواهد شد:

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\pi}{4} - 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{8}$$

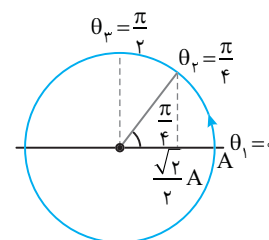
فاز حرکت در مکان $x=0$ برابر $\theta = \omega t = \frac{\pi}{2}$ بنابراین زمان حرکت از $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ تا

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T}{8}$$

$x=0$ خواهد شد.

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1$$

بنابراین:



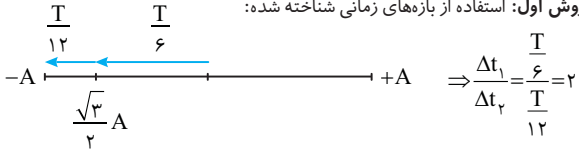
۳۱۰۸۵

نکته

زمان حرکت از مرکز نوسان (حالت تعادل $x=0$) تا مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$

بدون تغییر جهت $\frac{T}{6}$ و از مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ تا $-A$ بدون تغییر جهت برابر $\frac{T}{12}$ است.

روش اول: استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:



روش دوم: استفاده از فاز حرکت (شناسه تابع کسینوسی $\theta = \omega t$) (دایره مرجع):

کمان‌های مثلثاتی معادل $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$ و $x = 0$ را روی دایره مثلثاتی مشخص کرده

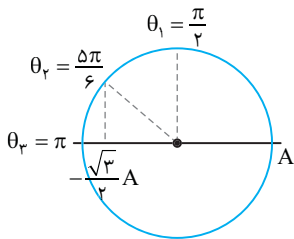
و به کمک تغییر فاز، Δt_1 و Δt_2 را حساب می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T}{6}$$

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \pi - \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t_2 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T}{12}$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{T/6}{T/12} = 2$$

بنابراین نسبت $\Delta t_1/\Delta t_2$ خواهد شد.



روش سوم: استفاده از معادله حرکت

در معادله به جای x ، $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ را قرار می‌دهیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T}t = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$$

متحرک برای بار اول به مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ رسیده است و $\frac{5\pi}{6}$ پاسخ است.

$$\frac{2\pi}{T}t = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{5T}{12}$$

این زمان حرکت از $+A$ تا $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ است و اگر از آن مقدار $\frac{T}{4}$ یعنی زمان حرکت از

$+A$ تا صفر را کم کنیم، Δt_1 به دست می‌آید. $\Delta t_1 = \frac{5T}{12} - \frac{T}{4} = \frac{T}{6}$

$$\Delta t_2 = \frac{T}{4} - \frac{T}{6} = \frac{T}{12}$$

شد:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 2$$

بنابراین:

بازی با سؤال در یک حرکت نوسانی ساده متحرک از دامنه $+A$ بدون

تغییر جهت به مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ در مدت Δt_1 و از $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ نیز بدون تغییر

جهت حرکت به مکان $-A$ در مدت Δt_2 حرکت می‌کند. نسبت $\Delta t_2/\Delta t_1$

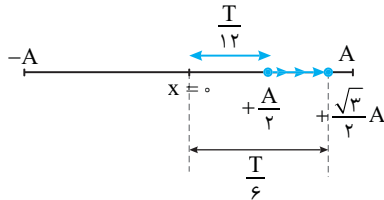
کدام است؟ (A دامنه نوسان است.)

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) 2 (۳) 5 (۴) $\frac{3}{2}$

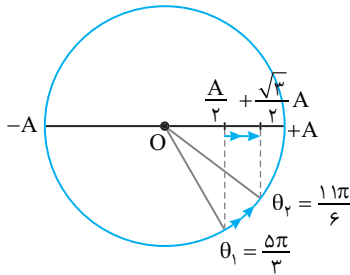
۱۰۸۷ **B**

نکته: مدت زمان حرکت از مکان صفر تا $\frac{A}{2}$ بدون تغییر جهت $\frac{T}{12}$ و از صفر تا $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ بدون تغییر جهت $\frac{T}{6}$ است.

راه حل اول: روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده $\Delta t = \frac{T}{6} - \frac{T}{12} = \frac{T}{12}$



راه حل دوم: روش استفاده از فاز حرکت و دایره مثلثاتی: روی محور کسینوس‌ها مکان‌ها را مشخص کرده و کمان مربوط به هر مکان را مشخص می‌کنیم. مطابق شکل نوسانگر از $\frac{A}{2}$ به $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ رفته یعنی کمان از $\frac{5\pi}{3}$ به $\frac{11\pi}{6}$ تغییر کرده بنابراین تغییر فاز برابر است با: $\theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1 = \frac{11\pi}{6} - \frac{5\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12}$

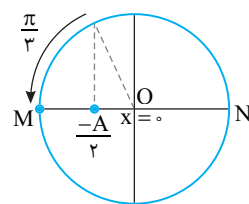
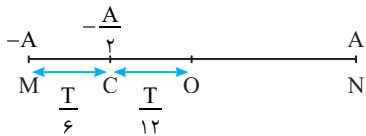


۱۰۸۸ **A**

خط فکری: در حل این نوع مسائل باید مشخص کنید که زمانی که در مسئله داده شده چه کسری از دوره (T) است تا بتواند به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله را حل کنید. مشخص می‌کنیم $\frac{1}{2}S$ چه کسری از دوره (T=1/2S) است.

۱ $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/2}{1/2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$

۲ با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده زمان حرکت از دامنه (-A) تا نصف $(-\frac{A}{2})$ برابر $\frac{T}{6}$ است یعنی نوسانگر فاصله C تا M را در مدت $\frac{T}{6}$ طی کرده، بنابراین نقطه C باید در وسط O و M باشد. بنابراین $MC=OC$.



روش استفاده از تغییر فاز ($\Delta\theta = \omega\Delta t$) و دایره مثلثاتی: بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1/2} \Rightarrow \omega = \frac{4\pi}{1} \text{ rad/s}$ تغییر فاز در مدت $\frac{1}{2}S$ را حساب می‌کنیم: $\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\theta = \frac{4\pi}{1} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{2\pi}{1}$ بنابراین فاز حرکت برای رسیدن نوسانگر به نقطه M، $\frac{\pi}{3}$ تغییر کرده بنابراین مطابق شکل دایره مثلثاتی باید نقطه C در مکان $-\frac{A}{2}$ باشد از این رو $MC=OC$ است.

پایه: راه حل اول: اگر معادله حرکت نوسانگر را $x = A \cos \omega t$ بگیریم مدت زمانی که طول می‌کشد بدون تغییر جهت نوسانگر از $+A$ به $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برسد برابر است با:

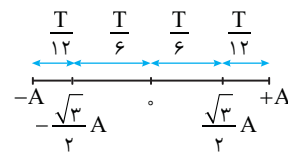
$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos \frac{2\pi}{T} t_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{12}$

مدت زمانی که نوسانگر از $+A$ به $-A$ می‌رسد برابر $\frac{T}{2}$ است، بنابراین مدت

زمانی که نوسانگر از $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ به $-A$ می‌رسد برابر $\frac{T}{2} - t_1 = \frac{T}{2} - \frac{T}{12} = \frac{5T}{12}$

است، پس $\Delta t_1 = \frac{T}{12}$ و $\Delta t_2 = \frac{5T}{12}$ است.

راه حل دوم: با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده داریم:

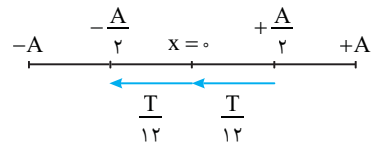


$\Delta t_1 = \frac{T}{12}, \Delta t_2 = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{5T}{12} \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = 5$

گزینه ۳

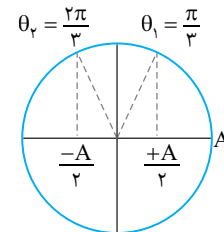
۱۰۸۶ **B**

خط فکری: کمترین زمانی که نوسانگر از مکان $+\frac{A}{2}$ به مکان $-\frac{A}{2}$ برود یعنی متحرک بدون تغییر جهت از $+\frac{A}{2}$ به $-\frac{A}{2}$ می‌رود، اکنون با دانستن این مطلب و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله را حل کنید.



مدت زمان حرکت از $x=0$ به $+\frac{A}{2}$ بدون تغییر جهت $\frac{T}{12}$ و از $x=0$ بدون تغییر جهت تا $-\frac{A}{2}$ نیز $\frac{T}{12}$ است. از این رو: $\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow T = \frac{1}{6}S$

روش استفاده از فاز حرکت (شناسه تابع کسینوس ωt):



فاز حرکت در مکان $+\frac{A}{2}$ مطابق شکل برابر $\frac{\pi}{3}$ و در مکان $-\frac{A}{2}$ برابر $\frac{2\pi}{3}$ است. بنابراین تغییر فاز در این جا به جایی برابر است با:

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

$\omega(t_2 - t_1) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}(\Delta t) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow T = \frac{1}{6}S$

میانبر: کافی است محاسبه کنید $\frac{\pi}{3}$ چه کسری از دایره (2π) است:

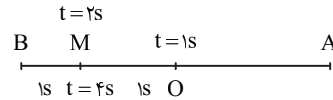
$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\pi}{2\pi} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \Rightarrow T = \frac{1}{6}S$

۱۰۸۹ A

خط فکری

دقت کنید نوسانگر در هر بازه زمانی که از یک نقطه مثلاً M به انتهای مسیر مثلاً نقطه B (-A) برود در همان بازه زمانی از نقطه B به نقطه M بازمی‌گردد. بنابراین اگر در مدت 1s از M به B برود در مدت 1s از B به M می‌رود و یا اگر در مدت 1s از O تا M در همان مدت 1s از M به O برمی‌گردد.

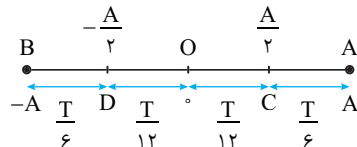
نوسانگر از O تا M در مدت (2-1=1s) و از M تا B را نیز در مدت (4-2=2s) طی کرده است. یعنی از O تا B را در مدت (1+1=2s) طی کرده است. از طرفی بازه زمانی حرکت از مبدأ تا انتهای مسیر (B تا O) $\frac{1}{4}$ دوره طول می‌کشد. بنابراین: $\frac{T}{4} = 2 \Rightarrow T = 8s$



۱۰۹۰ B

راه حل اول: سریع‌ترین راه حل استفاده از بازه‌های زمانی است که در درسنامه گفتیم

به خاطر بسپارید: $t_D = \frac{T}{6} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 1$ از B تا D: $t_2 = \frac{T}{6}$ ، از D تا C: $t_1 = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$



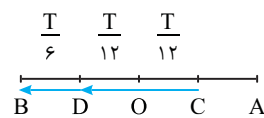
راه حل دوم: معادله مکان - زمان به صورت $x = A \cos \omega t$ می‌باشد. در نقطه C متحرک در فاصله $\frac{A}{2}$ از مرکز تعادل ($x=0$) قرار دارد.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cos \omega t_C$$

$$\Rightarrow \cos \omega t_C = \frac{1}{2} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} t_C = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_C = \frac{T}{6}$$

بنابراین زمان حرکت از A تا C برابر $\frac{T}{6}$ است و زمان حرکت از C تا O خواهد شد:

$$t_{C \rightarrow O} = \frac{T}{4} - \frac{T}{6} = \frac{T}{12}$$



به دلیل تقارن حرکت، زمان از O تا D نیز

$\frac{T}{12}$ و از D تا B نیز $\frac{T}{6}$ خواهد بود از این رو:

$$t_{C \rightarrow D} = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6}, t_{D \rightarrow B} = \frac{T}{6} \Rightarrow \frac{t_{C \rightarrow D}}{t_{D \rightarrow B}} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{6}} = 1$$

راه حل سوم: استفاده از فاز حرکت ($\theta = \omega t$) و دایره مثلثاتی است. کمان متناظر $\frac{A}{2}$

و $-\frac{A}{2}$ را روی دایره مشخص می‌کنیم. اکنون می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \omega t_D - \omega t_C = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \\ \frac{2\pi}{T} (t_1) = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6} \\ \omega t_B - \omega t_D = \pi - \frac{2\pi}{3} \\ \omega(t_2) = \frac{\pi}{3} \\ \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{6} \\ \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 1 \end{cases}$$

دقت کنید تغییر شناسه تابع کسینوسی با زمان رابطه خطی دارد. یعنی شناسه تابع کسینوسی در زمان‌های یکسان، تغییرات یکسانی دارد. در این مسئله در جابه‌جایی از $\frac{A}{2}$ تا $-\frac{A}{2}$ تغییر شناسه $\frac{\pi}{3}$ بوده و در جابه‌جایی از $-\frac{A}{2}$ تا $-A$ نیز تغییر شناسه $\frac{\pi}{3}$ است، بنابراین این دو جابه‌جایی در مدت زمان یکسان طی می‌شود.

بازی با سؤال: در شکل روبه‌رو اگر متحرکی بین دو نقطه A و A' حرکت هماهنگ ساده انجام دهد و فاصله OB را در مدت $\frac{1}{300}$ ثانیه طی کند،

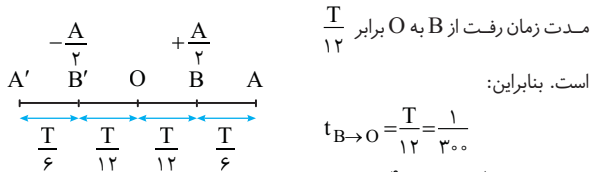


بسامد نوسان چند هرتز است؟

یعنی، نقاط B و B' به ترتیب مکان $+\frac{A}{2}$ و $-\frac{A}{2}$ هستند و با توجه به بازه‌های زمانی

شناخته شده مدت زمان حرکت از A تا $+\frac{A}{2}$ (نقطه B) $\frac{T}{6}$ و از $+\frac{A}{2}$ تا O، $\frac{T}{12}$

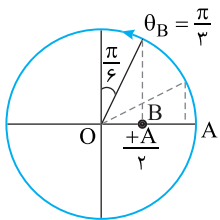
است. با دانستن این مطالب مسئله به راحتی قابل حل است.



$$t_{B \rightarrow O} = \frac{T}{12} = \frac{1}{300}$$

$$\Rightarrow T = \frac{4}{100} s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 25 \text{ Hz}$$

روش استفاده از فاز حرکت (شناسه تابع کسینوس $\theta = \omega t$):



نقطه B در مکان $+\frac{A}{2}$ است و مطابق شکل

دایره مثلثاتی فاز آن $\theta_B = \frac{\pi}{3}$ است. در حرکت

نوسانگر از B تا O تغییر فاز $\frac{\pi}{6}$ است از این رو

خواهیم داشت:

$$\Delta \theta = \omega \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12}$$

$$\frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} \Delta t = \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12}$$

گزینه ۱

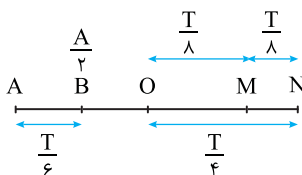
۱۰۹۱ B

بنا به فرض مسئله بازه زمانی حرکت از M تا O و از M تا N برابر است. از این رو M نمی‌تواند

وسط ON باشد. از O تا N طول می‌کشد. بنابراین: $t_{OM} = t_{MN} = \frac{1}{4} \left(\frac{T}{4} \right) = \frac{T}{8}$

نقطه B وسط OA است و با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده بازه زمانی حرکت از

A تا B برابر $\frac{T}{6}$ است.



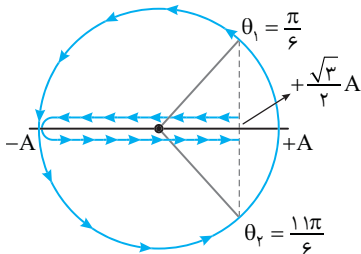
$$\frac{t_{AB}}{t_{MN}} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{8}} = \frac{4}{3}$$

در این صورت خواهیم داشت:

بازه زمانی حرکت از $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ تا $x = 0$ برابر $\frac{T}{6}$ و از صفر تا $-A$ برابر $\frac{T}{6}$ است بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} \xrightarrow{\Delta t = 1s} 1 = \left(\frac{2+3+3+2}{12}\right)T \Rightarrow T = 1/2s$$

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت $(\theta = \omega t)$:



متحرک از مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌گذرد و بعد از رسیدن به مکان $-A$ مجدداً به مکان

$+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ برمی‌گردد. فاز حرکت در حالت اول $\frac{\pi}{6}$ و در حالت دوم در ربع چهارم بوده

و برابر $\frac{11\pi}{6}$ است، بنابراین به کمک تغییر فاز می‌توان دوره را حساب کرد.

$$\omega(t_2 - t_1) = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times (1) = \frac{11\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow T = 1/2s$$

B ۳ ۱۰۹۴

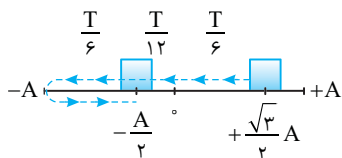
روش اول: در لحظه اول مکان نوسانگر $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ و سرعت منفی است، پس

نوسانگر در حال حرکت به سمت نقطه تعادل می‌باشد و در لحظه دوم نیز مکان نوسانگر $x = -\frac{A}{2}$ بوده و حرکت تندشونده است یعنی نوسانگر از مکان‌های منفی در حال

حرکت به سمت نقطه تعادل است.

با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:

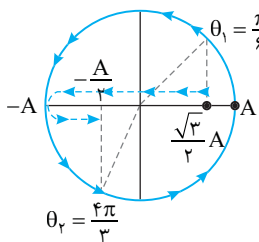
$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{12} + 2\left(\frac{T}{6}\right) = \frac{7T}{12}$$



روش دوم: حل با کمک دایره مثلثاتی: معادله مکان - زمان به صورت $x = A \cos \omega t$ است پس در لحظه t_1 کمان متناظر با $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ برابر $\frac{\pi}{6}$ است و در لحظه دوم

t_2 برای دومین بار نوسانگر از مکان $-\frac{A}{2}$ عبور می‌کند پس کمان متناظر (فاز)

$(\theta = \omega t)$ با مکان در لحظه t_2 برابر $\frac{4\pi}{3} + \pi = \frac{7\pi}{3}$ است.



اکنون به کمک تغییر فاز، مسئله حل است.

$$\theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \omega(t_2 - t_1)$$

$$\Rightarrow \frac{7\pi}{6} = \frac{2\pi}{T}(\Delta t) \Rightarrow \Delta t = \frac{7T}{12}$$

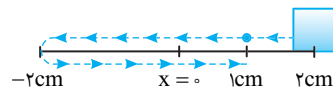
دقت کنید اگر مثلثات شما خوب است و می‌توانید به راحتی کمان (فاز) متناظر با مکان را روی دایره مثلثاتی تشخیص دهید نیازی به فراگیری بازه‌های زمانی شناخته شده ندارید، اما چنانچه با دایره مثلثاتی مشکل دارید بهترین روش برای شما فراگیری و به خاطر سپردن بازه‌های زمانی شناخته شده است.

A ۳ ۱۰۹۲

روش اول: استفاده از معادله حرکت:

۱ طول پاره خط 4cm است بنابراین دامنه مطابق شکل برابر 2cm است. از طرفی بنا به فرض مسئله بسامد زاویه‌ای نوسانگر $\frac{5\pi}{6} \text{ rad/s}$ است بنابراین معادله حرکت خواهد شد:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 2 \cos\left(\frac{5\pi}{6}t\right)$$



۲ حال زمان‌هایی که نوسانگر از $x = 1\text{cm} = 0.5\text{m}$ عبور می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$0.5 = 2 \cos\left(\frac{5\pi}{6}t\right) \Rightarrow \cos\frac{5\pi}{6}t = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5\pi}{6}t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{2}{5}\text{s} \\ \frac{5\pi}{6}t_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_2 = 2\text{s} \end{cases}$$

۳ بنابراین پس از 2s برای دومین بار از $x = 1\text{cm}$ عبور می‌کند.

روش دوم: استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:

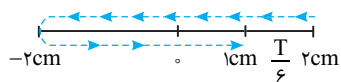
ابتدا دوره را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{5\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{12}{5}\text{s} = 2.4\text{s}$$

مدت زمان حرکت از مکان $1\text{cm} = \frac{A}{2}$ تا مکان $+A = +2\text{cm}$ برابر $\frac{1}{6}$ دوره $\left(\frac{T}{6}\right)$

است بنابراین باید $\frac{T}{6}$ را از کل دوره (T) کم کنیم:

$$\Delta t = T - \frac{T}{6} = \frac{5T}{6} \xrightarrow{T=2.4} \Delta t = \frac{5 \times 2.4}{6} = 2\text{s}$$

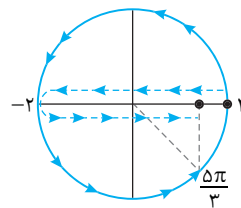


روش سوم: استفاده از فاز (شناسه تابع کسینوس $(\theta = \omega t)$):

فاز (کمان) در مکان $+1$ برای دومین بار در ربع چهارم مثلثاتی قرار می‌گیرد و فاز برابر

است بنابراین:

$$\Delta \theta = \omega t \Rightarrow \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}t \Rightarrow t = 2\text{s}$$



دقت کردید در این مسئله استفاده از دایره مثلثاتی از روش‌های دیگر سریع‌تر بود.

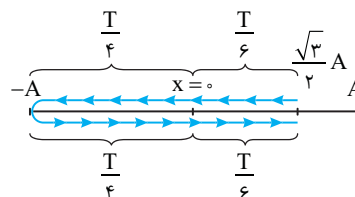
B ۱ ۱۰۹۳

خط فکری

مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و بازه‌های زمانی مسیر را با بازه‌های شناخته شده مقایسه می‌کنیم. نوسانگر از مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ به سمت مرکز رفته سپس

در نقطه بازگشت $x = -A$ تغییر جهت می‌دهد و به مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌رسد. بنابراین

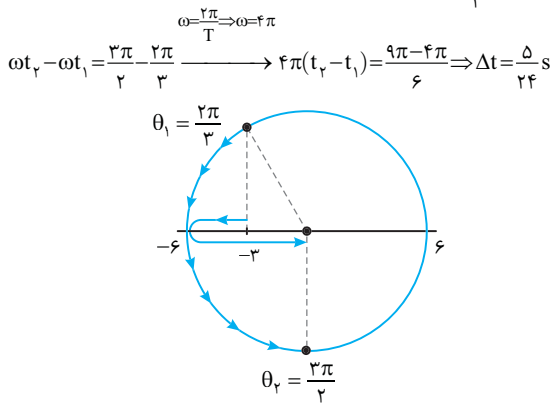
شما باید بازه زمانی را روی شکل نوشته، با هم جمع کنید تا دوره را به دست بیاورید.





روش استفاده از دایرهٔ مثلثاتی و فاز حرکت:

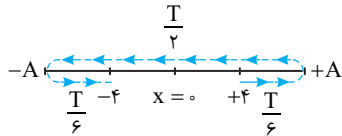
وقتی مکان منفی است فاز در ربع دوم و یا ربع سوم مثلثاتی است چون شتاب در حال افزایش است یعنی نوسانگر به سوی دامنهٔ $-A$ در حال حرکت است بنابراین فاز در ربع دوم مثلثاتی است. یعنی در مکان -3cm در این مسئله فاز برابر $\frac{2\pi}{3}$ و هنگام گذر از نقطهٔ O فاز $\theta_2 = \frac{3\pi}{4}$ رادیان است.



بازی با سؤال ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول 16cm دارای حرکت هماهنگ ساده است. ذره در لحظهٔ t_1 از مکان $+4\text{cm}$ می‌گذرد و از حالت تعادل دور می‌شود. $\frac{5}{8}$ ثانیه بعد از t_1 با گذر از مکان -4cm به سوی حالت تعادل می‌رود. کمینه بسامد این ذره چند هرتز است؟

$$(1) \frac{\Delta}{3} \quad (2) \frac{6}{5} \quad (3) \frac{4}{5} \quad (4) \frac{\Delta}{2}$$

پاسخ فکری ابتدا دامنهٔ حرکت را حساب کنید سپس مشخص کنید که مکان‌های $+4\text{cm}$ و -4cm چه کسری از دامنه هستند تا بتوانید بازه‌های زمانی شناخته شده را استفاده کرده، مسئله را حل کنید.



دامنه برابر 16cm است. با توجه به صورت مسئله مسیر حرکت را رسم کرده.

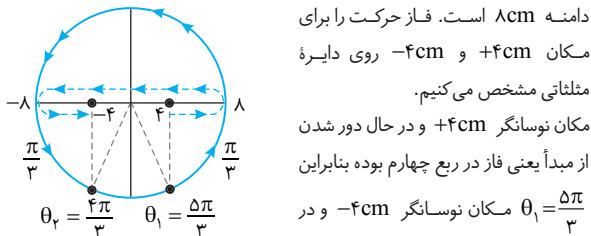
بازه‌های زمانی شناخته شده را روی آن نوشته با هم جمع کرده و دوره را حساب می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{T+3T+T}{6} = \frac{5T}{6} \Rightarrow T = \frac{6}{5}\Delta t$$

بسامد را به دست می‌آوریم:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{6/5} = \frac{5}{6} \text{ Hz}$$

روش استفاده از دایرهٔ مثلثاتی و فاز حرکت (شناسهٔ تابع کسینوس $\theta = \omega t$):



دامنه 8cm است. فاز حرکت را برای مکان $+4\text{cm}$ و -4cm روی دایرهٔ مثلثاتی مشخص می‌کنیم. مکان نوسانگر $+4\text{cm}$ و در حال دور شدن از مبدأ یعنی فاز در ربع چهارم بوده بنابراین $\theta_1 = \frac{5\pi}{4}$ مکان نوسانگر -4cm و در

حال نزدیک شدن به حالت تعادل یعنی فاز در ربع سوم بنابراین $\theta_2 = \frac{4\pi}{3}$. تغییر فاز را از روی دایره بررسی می‌کنیم:

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{3} + \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \quad \Delta\theta = \frac{2\pi}{T} \Delta t \Rightarrow \frac{5\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \times \frac{5}{8} \Rightarrow T = \frac{6}{5}\Delta t$$

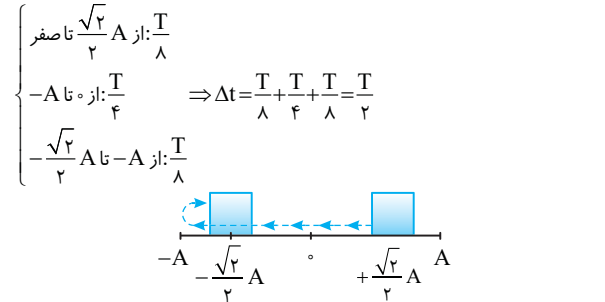
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{6/5} \Rightarrow f = \frac{5}{6} \text{ Hz}$$

بازی با سؤال

ذره‌ای حرکت هماهنگ ساده با دامنه A و دوره T دارد. در یک لحظه مکان ذره $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و سرعت آن منفی است. کمترین زمان لازم برای آنکه مکان ذره $-\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و سرعت آن مثبت شود. کدام است؟

$$(1) \frac{T}{2} \quad (2) \frac{T}{3} \quad (3) \frac{T}{4} \quad (4) T$$

پاسخ روش اول: استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:



روش دوم: در لحظهٔ t_1 مکان متحرک $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و سرعت منفی است پس جهت حرکت خلاف جهت محور x ها می‌باشد و در لحظهٔ t_2 مکان متحرک در قسمت منفی قرار دارد اما جهت حرکت به واسطهٔ مثبت بودن سرعت در جهت محور x ها می‌باشد. بنابراین در لحظهٔ t_1 نوسانگر اولین بار به $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$ رسیده و در t_2 برای دومین بار از $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ عبور می‌کند.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}A = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{8} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}A = A \cos \omega t_2 \Rightarrow \omega t_2 = \pi + \frac{\pi}{4} \\ \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{5T}{8} \end{cases}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{5T}{8} - \frac{T}{8} = \frac{4T}{8} = \frac{T}{2}$$

گزینه ۱

B ۱۰۹۵

یادآوری در هر نوسان، نوسانگر ۲ بار طول پاره‌خط مسیر را طی می‌کند. **یادآوری** هرگاه نوسانگر به سوی دامنه برود اندازهٔ شتاب در حال افزایش است. **یادآوری** هنگامی که نوسانگر از حالت تعادلش می‌گذرد ($x=0$) بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد.

۱ طول پاره‌خط 12cm و دامنه برابر $A = \frac{12}{2} = 6\text{cm}$ است.

۲ ذره در مدت $\Delta t = 0.5\text{s}$ ، 20 بار طول پاره‌خط را طی کرده یعنی 10 نوسان را در مدت Δt انجام داده است و دوره خواهد شد:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{0.5}{10} = 0.05\text{s}$$

۳ ذره در مکان -3cm و شتاب آن در حال افزایش است بنابراین ذره مطابق شکل در لحظه t_1 به سوی انتهای مسیر در حرکت و در لحظهٔ t_2

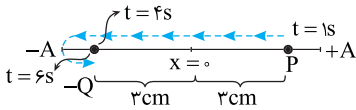
که بردار مکان تغییر جهت می‌دهد از نقطهٔ O می‌گذرد بنابراین بازهٔ زمانی بین t_1 و t_2 برابر است با:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{5T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{12} \times 0.05 \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{24} \text{ s}$$

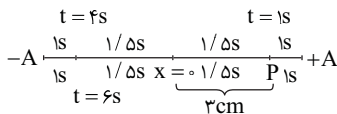
گزینه ۱

۳ ۱۰۹۹ B

خط فکری شکل ساده‌ای از موضوع مسئله بکشید. دقت کنید که در صورت مسئله بیان شده که فاصله از حالت تعادل ۳cm است یعنی مکان نوسانگر می‌تواند +۳cm و -۳cm باشد.



مطلب دیگری که باید به آن دقت کنید، تقارن است یعنی اینکه وقتی در مدت $4-1=3s$ نوسانگر از مکان P به Q می‌رود این بازه به دو قسمت مساوی $1/2s$ تقسیم می‌شود و از P تا $x=0$ ، $1/2s$ و از $x=0$ تا Q نیز $1/2s$ طول می‌کشد و یا در بازه $6s-4s=2s$ در مدت 1s نوسانگر از نقطه Q به انتهای مسیر (-A) رفته و در مدت 1s همین مسیر را برمی‌گردد. اکنون این اطلاعات را روی شکل قرار داده مسئله را حل کنید.
دوره را حساب می‌کنیم: $T=1+1+1/2+1/2+1/2+1/2+1+1=10s$



میانبر چون در لحظه $t=1s$ مکان +۳cm و جهت سرعت منفی و در لحظه $t=6s$ مکان -۳cm و جهت سرعت مثبت شده است، یعنی در این بازه زمانی مکان و سرعت قرینه شده است، بنابراین این بازه زمانی برابر $T/2$ بوده و دوره خواهد

شد: $T/2 = 6-1 \Rightarrow T = 10s$

اما حالا به سراغ دامنه می‌رویم. برای این کار معادله حرکت می‌نویسیم و در لحظه $t=1s$ مکان را +۳cm قرار می‌دهیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos \frac{\pi}{5} t \xrightarrow[t=1s]{x=3cm} 3 = A \cos \frac{\pi}{5} \Rightarrow 3 = A \times 0.8$$

$$\Rightarrow A = \frac{3}{0.8} = 3.75 \text{ cm}$$

۲ ۱۱۰۰ B

خط فکری یک معادله حرکت به شما داده شده و جابه‌جایی متحرک را در یک بازه زمانی از شما می‌خواهد از این رو بنا به آنچه در حرکت‌شناسی یاد گرفته‌ایم تنها باید در معادله حرکت ابتدا و انتهای بازه زمانی را قرار داده و مکان‌های به دست آمده را از هم کم کنیم: کافی است مکان نوسانگر را در لحظه $t=0$ و $t=1/2s$ به دست آورده و از هم کم کنیم:

$$x = 0.2 \cos \pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0.2 \text{ m} \\ t_2 = 1/2 \Rightarrow x_2 = 0.2 \cos \frac{3}{2} \pi \Rightarrow x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = 0 - 0.2 \Rightarrow \Delta x = -0.2 \text{ m}$$

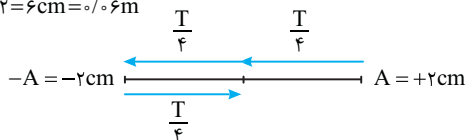
۴ ۱۱۰۱ B

دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s} \Rightarrow T = 2s$

مشخص می‌کنیم که $1/2s$ چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/2}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} T$

در مدت $\frac{3}{4} T$ نوسانگر مطابق شکل از مکان $A = +2 \text{ cm}$ به مکان $A = -2 \text{ cm}$ رفته و به مبدأ $x=0$ برمی‌گردد. بنابراین مسافت طی شده خواهد شد:

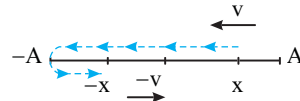
$$\ell = 2 \times 2 = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$



۴ ۱۰۹۶ B

نکته مهم مدت زمانی که طول می‌کشد که مکان و سرعت نوسانگر قرینه شود برابر $T/4$ است.

صورت مسئله به گونه‌ای است که شخص از خیر حل آن می‌گذرد اما نگران نباشید این همه علائم ریاضی یعنی اینکه در لحظه t مکان نوسانگر X بوده و بعد از گذشت T' مکان نوسانگر قرینه شده در ضمن سرعت آن نیز قرینه شده، بنابراین T' همان $T/4$ است.



۳ ۱۰۹۷ B

نکته حداقل زمانی که طی آن مکان و سرعت نوسانگر هر دو قرینه می‌شوند برابر $T/2$ (نصف دوره) است.

با توجه به صورت مسئله طول پاره‌خط ۸cm است در نتیجه دامنه حرکت $A = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$ می‌شود. البته این مطلب در حل مسئله به ما کمکی نمی‌کند فقط برای درک بهتر مسیر حرکت ذره از -1 cm تا $+1 \text{ cm}$ است.

نکته هرگاه نوسانگر از مرکز نوسان به سوی دامنه حرکت می‌کند حرکت آن کندشونده است.

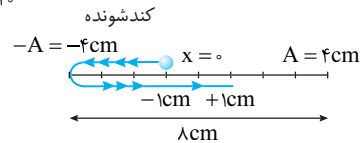
در صورت مسئله بیان شده که نوسانگر از مکان -1 cm با حرکت کندشونده می‌گذرد. نوسانگر در حال حرکت به سوی دامنه منفی (-4 cm) است و سپس از نقطه بازگشت برمی‌گردد و به نقطه $+1 \text{ cm}$ می‌رود. از این رو بازه زمانی که طی می‌کند برابر $T/2$ است.

$$T = \frac{1}{f} \quad f = 5 \text{ Hz} \rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{T}{2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{10} \text{ s}$$

را به دست می‌آوریم.

بنابراین حداقل زمان حرکت از -1 cm تا $+1 \text{ cm}$ در این مسئله $\frac{1}{10} \text{ s}$ است.



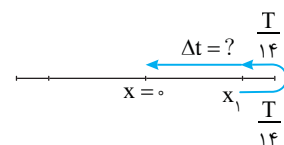
۳ ۱۰۹۸ B

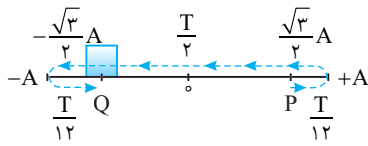
خط فکری حداقل زمان دو بار عبور متوالی از یک مکان یعنی اینکه نوسانگر از آن مکان به یک انتهای مسیر (دامنه) رفته و دوباره به همان مکان بازگردد. بنابراین وقتی گفته شده در مدت $T/4$ نوسانگر از مکان x_1 دو بار عبور کرده، پس نوسانگر از مکان

x_1 تا دامنه به مدت نصف $T/4$ در حال حرکت بوده است یعنی $T/8$. اکنون با دانستن این مطلب مسئله به راحتی حل می‌شود.

نوسانگر از مکان x_1 تا دامنه $T/8$ در حرکت بوده است همچنین از دامنه نیز $T/8$ طول می‌کشد تا نوسانگر به مکان x_1 برسد بنابراین بازه زمانی حرکت از x_1 تا نقطه تعادل خواهد شد:

$$\Delta t = \frac{T}{8} + \frac{T}{8} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{8} = \frac{T}{4}$$



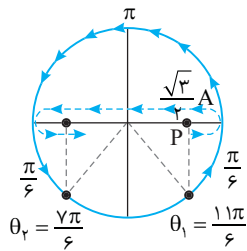


۴ جابه‌جایی متحرک از P تا Q خواهد شد:

$$\Delta x = -\frac{\sqrt{3}}{2}A - (+\frac{\sqrt{3}}{2}A) \Rightarrow \Delta x = -\sqrt{3}A$$

۵ بنا به تعریف، سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-\sqrt{3}A}{\frac{2T}{3}} = -\frac{3\sqrt{3}A}{2T}$$



روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت:

در لحظه t_1 مکان نوسانگر مثبت و سرعت

آن نیز مثبت است، بنابراین فاز در ربع چهارم قرار دارد.

در لحظه t_2 مکان نوسانگر منفی و سرعت

مثبت است بنابراین فاز در ربع سوم قرار دارد. تغییر فاز برابر است با:

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{6} + \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\Delta\theta = \omega(t_2 - t_1) = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{3}$$

سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-\sqrt{3}A}{\frac{2T}{3}} \Rightarrow v_{av} = -\frac{3\sqrt{3}A}{2T}$$

A ۱۱۱۵

خط فکری

متحرک در یک جهت از مکان -5cm به مکان $+10\text{cm}$ می‌رود. برای به‌دست آوردن سرعت متوسط شما باید زمان جابه‌جایی از -5cm تا $+10\text{cm}$ را حساب کنید البته می‌توانید از بازه‌های زمانی شناخته شده و یا از دایره مثلثاتی استفاده کنید.

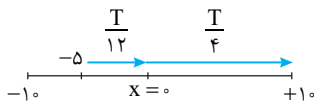
روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:

زمان حرکت از مکان -5cm یعنی $-\frac{A}{2}$ تا مبدأ ($x=0$) برابر $\frac{T}{12}$ و از مبدأ تا مکان

$+10\text{cm}$ یعنی $+A$ برابر $\frac{T}{4}$ است بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{T+3T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{3} = \frac{0.15}{3} = 0.05\text{s}$$

سرعت متوسط برابر است با: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{[10 - (-5)] \times 10^{-2}}{0.05} \Rightarrow v_{av} = 3\text{m/s}$

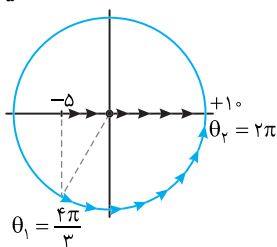


روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت (ωt): کمان متناظر با مکان

$x = -5\text{cm}$ و $x = +10\text{cm}$ را روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = 2\pi - \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \Delta t = 0.05\text{s}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0.15}{0.05} = 3\text{m/s}$$



B ۱۱۱۲

خط فکری

شما ابتدا باید دامنه را پیدا کنید و به کمک آن مشخص کنید که وقتی نوسانگر در مدت $\frac{\omega}{2\pi}$ مسافت 6cm را طی می‌کند به کدام نقطه مسیر می‌رسد و با داشتن مکان می‌توانید از روی معادله حرکت بسامد زاویه‌ای را حساب کرده و معادله حرکت را بنویسید.

۱ دامنه حرکت نصف طول پاره‌خط مسیر است بنابراین: $A = \frac{\Delta}{2} = 4\text{cm}$

۲ متحرک از 4cm شروع به حرکت کرده و پس از $\frac{\omega}{2\pi}$ ثانیه، 6 سانتی‌متر مسافت طی کرده یعنی به مکان $x = -2\text{cm}$ رسیده است.

۳ مکان -2cm را در معادله حرکت هماهنگ ساده قرار می‌دهیم.

$$\ell = 6\text{cm} \quad x = 4\text{cm}$$

$$x = -2\text{cm} \quad x = 0$$

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -2 = 4 \cos \omega \left(\frac{\omega}{2\pi}\right) \Rightarrow \cos \omega \cdot \frac{\omega}{2\omega} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\omega}{2\omega} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1 \cdot \pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$x = 0.4 \cos \frac{1 \cdot \pi}{3} t$$

معادله حرکت را می‌نویسیم:

B ۱۱۱۳

خط فکری

به شکل روبه‌رو نگاه کنید.

در حرکت هماهنگ ساده مسافت طی شده در

بازه‌های زمانی یکسان در دو طرف $x=0$ و

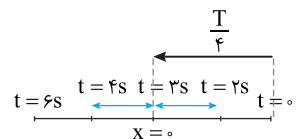
همچنین در دو طرف انتهایی مسیر

($x = \pm A$) تفرار دارد. بنابراین وقتی در

ثانیه سوم و ثانیه چهارم مسافت طی شده برابر است دو حالت وجود دارد، یکی در دو طرف مبدأ و دیگری در دو طرف انتهایی مسیر. با دانستن این مطلب مسئله قابل حل است.

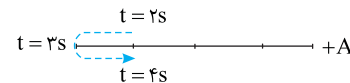
حالت اول: ثانیه سوم قبل از $x=0$ و ثانیه چهارم بعد از $x=0$ است، بنابراین در لحظه $t=3\text{s}$ متحرک از مکان $x=0$ می‌گذرد یعنی در بازه صفر تا 3s متحرک از

$+A$ به مبدأ رسیده است که این بازه برابر $\frac{T}{4}$ است. $\frac{T}{4} = 3 \Rightarrow T = 12\text{s}$



حالت دوم: ثانیه سوم (بازه بین $t=2\text{s}$ تا $t=3\text{s}$) قبل از انتهایی مسیر ($-A$) و

ثانیه چهارم (بازه بین $t=3\text{s}$ تا $t=4\text{s}$) بعد از انتهایی مسیر است:



بنابراین در مدت صفر تا $t=3\text{s}$ نوسانگر از $+A$ به $-A$ رفته که این بازه زمانی برابر

$$\frac{T}{2} = 3 \Rightarrow T = 6\text{s}$$

است، از این‌رو دوره خواهد شد:

B ۱۱۱۴

خط فکری

۱ در لحظه t_1 مکان نوسانگر $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ و سرعت آن مثبت است، یعنی نوسانگر

از مکان P در حال حرکت به سوی دامنه است.

۲ در لحظه t_2 مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ نیز سرعت مثبت است یعنی نوسانگر به سوی

مرکز نوسان در حرکت است.

۳ شکل مسیر را رسم می‌کنیم و بازه‌های زمانی شناخته شده را در طول مسیر نوشته

تا مدت زمان حرکت از P تا Q مشخص شود.

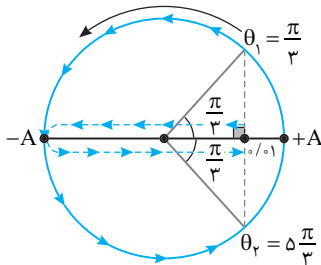
$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{2} + \frac{T}{12} = \frac{2T}{3}$$

روش دوم: استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت $(\theta = \omega t)$:

ابتدا کمان‌های متناظر با t_1 و t_2 را به دست می‌آوریم: $\theta_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{3}$, $\theta_2 = \omega t_2 = \frac{5\pi}{3}$

بنابراین متحرک از $1m$ شروع به حرکت به سمت مرکز کرده و با یک بار تغییر جهت مجدد به $1m$ خواهد رسید:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.6}{\frac{4}{40}} = \frac{9}{40} \text{ m/s}$$



باز با سوال: ذره‌ای روی پاره خطی به طول 24 سانتی‌متر با بسامد 10 هرتز در مبدأ زمان از بیشینه مکان مثبت شروع به نوسان می‌کند. تندی متوسط

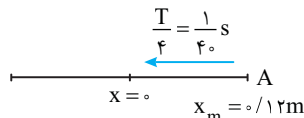
این ذره بین $t = 0$ و $t = \frac{1}{40}$ s چند متر بر ثانیه است؟

۹/۴ (۱) ۴/۸ (۲) ۲/۴ (۳) ۶ (۴)

پاسخ: دامنه حرکت نصف طول پاره خط مسیر نوسان است.

$$T = \frac{1}{f} \xrightarrow{f=10\text{Hz}} T = \frac{1}{10} \text{ s}$$

دوره را حساب می‌کنیم:



$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{40}{10} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

بازه زمانی داده شده را بر حسب دوره به دست می‌آوریم:

در مدت $\frac{T}{4}$ نوسانگر از مکان $+A$ به $x = 0$ می‌رود، بنابراین تندی متوسط

$$s_{av} = \frac{0.12}{\frac{1}{40}} = 4.8 \text{ m/s}$$

خواهد شد:

گزینه ۲

۲ ۱۱۰۸

دوره را حساب می‌کنیم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2\text{s}$

بازه زمانی 1s تا $t_1 = \frac{1}{5}\text{s}$ و $t_2 = \frac{6}{5}\text{s}$ برابر است با:

این بازه زمانی 1s است که برابر نصف دوره این حرکت است و در مدت $\frac{T}{2}$ مسافت

طی شده متحرک برابر $2A$ می‌شود. $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2 \times 0.04}{1} = 0.08 \text{ m/s} = 8 \text{ cm/s}$

۲ ۱۱۰۹

۱ با توجه به معادله حرکت، دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$x = 0.2 \cos \frac{\pi}{2} t, \quad \omega = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4\text{s}$$

۲ بازه زمانی برابر است با: $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{25}{12} - \frac{1}{12} \Rightarrow \Delta t = 2\text{s}$ $T = 4\text{s} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$

نکته: همواره مسافت طی شده در مدت زمان T برابر با $4A$ و در مدت زمان $\frac{T}{2}$ برابر با $2A$ است.

۳ با توجه به نکته در مدت نصف دوره مسافتی که نوسانگر طی می‌کند $2A$ یعنی

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{0.04}{2} = 0.02 \text{ m/s} = 2 \text{ cm/s}$$

۳ ۱۱۰۶

خط فکری

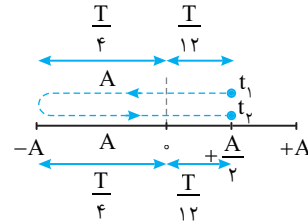
شما باید مسیر حرکت را به کمک اطلاعات مسئله رسم کنید و روی شکل بازه‌های زمانی شناخته شده را نوشته تا بتوانید بازه زمانی حرکت و همچنین مسافت طی شده را حساب کرده و تندی متوسط را به دست بیاورید.

۱ در لحظه t_1 نوسانگر از مکان $+\frac{A}{2}$ می‌گذرد و دارای حرکت تندشونده است

یعنی نوسانگر در حال حرکت به سوی حالت تعادل است.

۲ بعد از لحظه t_1 در لحظه t_2 ، نوسانگر مجدداً از مکان $+\frac{A}{2}$ می‌گذرد، بنابراین

مسیر حرکت مطابق شکل زیر است.



۳ مدت زمان حرکت از $x = \frac{A}{2}$ تا $x = 0$ برابر $\frac{T}{12}$ و از $x = 0$ تا دامنه $-A$ برابر

$\frac{T}{4}$ است. بازه زمانی حرکت نوسانگر در این مسیر رفت و برگشت از $\frac{A}{2}$ تا $\frac{A}{2}$

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{3} \xrightarrow{T = \frac{2\pi}{\omega}} \Delta t = \frac{4\pi}{3\omega}$$

برابر است با:

همچنین در این مدت مسافت طی شده برابر است با: $\ell = \frac{A}{2} + A + A + \frac{A}{2} = 3A$

$$s_{av} = \frac{\ell}{t_2 - t_1} = \frac{3A}{\frac{4\pi}{3\omega}} \Rightarrow s_{av} = \frac{9A\omega}{4\pi}$$

تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

دقت کردید که ما در روابط T را بر حسب بسامد زاویه‌ای ω نوشته‌ایم. چرا؟ برای آنکه در گزینه‌ها خبری از T نبوده بلکه ω در گزینه‌ها وجود دارد.

۲ ۱۱۰۷

روش اول: استفاده از معادله حرکت:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{4}{10} \text{ s}$$

دوره را به دست می‌آوریم:

۲ با توجه به زمان‌های داده شده مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x_1 = 0.2 \cos 5\pi \times \frac{1}{15} \Rightarrow x_1 = 0.1 \text{ m}$$

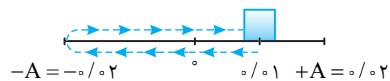
$$x_2 = 0.2 \cos 5\pi \times \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = 0.1 \text{ m}$$

از همین‌جا که نقطه ابتدا و انتهای نوسان یکسان است، می‌توانیم متوجه شویم که سرعت متوسط آن صفر است.

۳ در این صورت متحرک دو بار از مکان $x = 0.1 \text{ m}$ گذشته است که هر دو بار در

بازه زمانی کوچک‌تر از یک دوره $T = \frac{4}{10} \text{ s}$ صورت گرفته و مسیر مطابق شکل زیر

است. مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:



$$\ell = 0.1 + 0.1 + 0.2 + 0.1 = 0.5 \text{ m}$$

تندی متوسط خواهد شد:

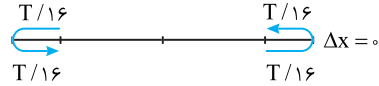
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.5}{\frac{4}{40}} = \frac{9}{40} \text{ m/s}$$

۱۱۱۱۰ B

در هر بازه زمانی دلخواه (مانند $\frac{T}{\lambda}$) که به شما داده می‌شود و از شما کمینه جابه‌جایی

خواسته می‌شود شما اگر این بازه را به دو قسمت مساوی تقسیم کنید $(\frac{T}{\lambda} = \frac{T}{16})$

می‌توانید فرض کنید که نوسانگر در مدت نصف بازه از یک مکان به دامنه رفته و سپس در نیمه دیگر بازه از دامنه به همان مکان برگشته است. در این صورت جابه‌جایی صفر خواهد شد.



میانبر B در هر بازه زمانی دلخواه در حرکت هماهنگ ساده کمینه جابه‌جایی صفر است.

۱۱۱۱۱ B

خط فکری B در مرکز نوسان (نقطه تعادل) تندی نوسانگر بیشینه است و در جایی

که تندی بیشتر است، زمانی طی یک مسافت معین کمتر خواهد شد و در دو انتهای

مسیر (نقاط بازگشت) تندی صفر است و در نزدیکی نقاط بازگشت، زمان طی یک

مسافت معین طولانی‌تر خواهد بود. بنابراین برای کمینه زمان به سراغ تقسیم مسافت

(A) در دو طرف نقطه تعادل می‌رویم و برای بیشینه زمان مسافت طی شده برابر یک

دامنه را به دو قسمت مساوی در دو طرف نقطه بازگشت تقسیم می‌کنیم.

کوچکترین زمان حرکت برای مسافتی برابر دامنه مطابق شکل وقتی است که نوسانگر از $-\frac{A}{2}$

به $\frac{A}{2}$ (ویا بالعکس) می‌رود که این زمان $\Delta t_{min} = \frac{T}{6}$

که نوسانگر از مکان $+\frac{A}{2}$ به $+\frac{A}{2}$ رفته و بر می‌گردد: $\Delta t_{max} = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$

بنابراین $\frac{\Delta t_{min}}{\Delta t_{max}} = \frac{\frac{T}{6}}{\frac{T}{3}} = \frac{1}{2}$



۱۱۱۱۲ B

بیشینه سرعت متوسط وقتی است که در بازه $\frac{2\pi}{3}$ بیشترین جابه‌جایی طی شود، از این رو

باید این جابه‌جایی در دو طرف مرکز نوسان که تندی از بقیه نقاط بیشتر است صورت گیرد.

دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{5}{3}\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{6}{5}$

اکنون بررسی می‌کنیم $\frac{6}{5}$ چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T} = \frac{6/5}{6/5} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$

این بازه را به دو قسمت مساوی در دو طرف مرکز نوسان تقسیم می‌کنیم.

با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده خواهیم داشت:

پس در $\frac{6}{5}$ بیشینه جابه‌جایی برابر A است. $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{6/5}{6/5} = 3 \text{ m/s}$

روش دایره مثلثاتی: در مدت $\frac{6}{5}$ تغییر شناسه تابع کسینوسی (تغییر فاز) برابر

است با: $\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta\theta = \frac{5\pi}{3} \times \frac{6}{5} = \Delta\theta = \frac{\pi}{3}$

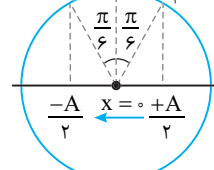
باید به دو قسمت مساوی در دو طرف مبدأ تقسیم شود.

در این صورت $x_1 = +\frac{A}{2}$ و $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$

و $x_2 = -\frac{A}{2}$ و $\theta_2 = \frac{2\pi}{3}$

جابه‌جایی در مدت $\frac{6}{5}$ برابر $+\frac{6}{5}A$

می‌شود. $v_{av} = \frac{6/5}{6/5} = 3 \text{ m/s}$



بازی با سؤال B معادله مکان - زمان یک نوسانگر در SI به صورت

می‌باشد. $x = 0.05 \cos 3\pi t$ بیشینه جابه‌جایی که این نوسانگر در بازه زمانی

$\Delta t = \frac{1}{6}$ s می‌پیماید چند سانتی‌متر است؟

- ۵ (۱) $5\sqrt{2}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) ۱۰

پاسخ B می‌خواهیم در یک مدت معین ($\Delta t = \frac{1}{6}$ s)

نوسانگر بیشینه جابه‌جایی را داشته باشند. برای آنکه یک متحرک در یک مدت

معین جابه‌جایی بیشتری داشته باشد باید سرعتش از لحظه‌های دیگر بیشتر

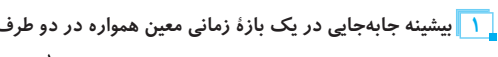
باشد. در حرکت هماهنگ ساده بیشینه سرعت در وسط مسیر اتفاق می‌افتد

بنابراین باید نوسانگر در این بازه زمانی در دو طرف $x = 0$ در حرکت باشد. یعنی

$\frac{1}{6}$ s را باید به دو قسمت تقسیم کنیم و در هر $\frac{1}{12}$ s مشخص کنیم که متحرک

از کجا به کجا می‌رود، البته ابتدا باید دوره را بیابید و سپس معین کنید $\frac{1}{12}$ s چه

کسری از دوره است تا به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله را حل کنید.



بیشینه جابه‌جایی در یک بازه زمانی معین همواره در دو طرف نقطه تعادل

یعنی جایی که تندی بیشینه است رخ می‌دهد، بنابراین $\Delta t = \frac{1}{6}$ s را به دو بازه

زمانی $\frac{1}{12}$ s تقسیم می‌کنیم.

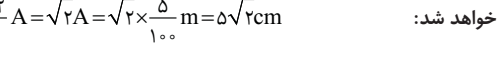
دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 3\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{3}$ s

معین می‌کنیم که $\frac{1}{12}$ s چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/12}{2/3} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$

با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده مسیر را رسم می‌کنیم، مدت

زمان حرکت از مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ به مکان $x = 0$ است. بنابراین جابه‌جایی بیشینه

خواهد شد: $\frac{\sqrt{2}}{2}A + \frac{\sqrt{2}}{2}A = \sqrt{2}A = \sqrt{2} \times \frac{5}{100} \text{ m} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$



روش حل به کمک دایره مثلثاتی و تغییر فاز ($\Delta\theta = \omega\Delta t$):

تغییر فاز را حساب می‌کنیم:

$\Delta\theta = \omega\Delta t = 3\pi \times \frac{1}{6} = \frac{\pi}{2}$

تغییر فاز را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم:

$(\frac{\pi}{2})$

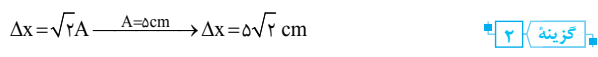
روی دایره مثلثاتی در دو طرف مرکز، $\frac{\pi}{4}$ را نشان داده و مکان متحرک را روی

مسیر مشخص می‌کنیم. بنابراین بیشینه جابه‌جایی وقتی است که نوسانگر از مکان

$+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ به مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می‌رود.

$\Delta x = \sqrt{2}A = 5\sqrt{2} \text{ cm}$

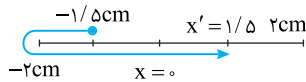
گزینه B



۱ **پاسخ** دامنه برابر نصف طول پاره خط است. $A = \frac{r}{2} \Rightarrow A = 2 \text{cm}$

۲ **سرعت متوسط از رابطه** $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می آید. در صورت مسئله

بیان شده که بیشینه سرعت متوسط، دقت کنید Δx مقادارش ثابت است و برای آنکه v_{av} بیشینه شود باید Δt کمینه باشد. اما کمینه بودن Δt مفهومی چیست؟ یعنی ذره از مکان $-1/5 \text{cm}$ مطابق شکل به مکان $+1/5 \text{cm}$ برود.



۳ با توجه به مسیر حرکت از مکان $-1/5 \text{cm}$ به مکان $+1/5 \text{cm}$ مشخص است که در مدت Δt مکان و سرعت ذره قرینه شده یعنی Δt برابر نصف دوره است. اکنون Δt را به کمک تعریف سرعت متوسط حساب می کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 1/5 = \frac{[1/5 - (-1/5)] \times 10^{-2}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2 \times 10^{-2} \text{ s}$$

بنابراین دوره خواهد شد: $\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 4 \times 10^{-2} \text{ s}$

بسامد را حساب می کنیم. **تجزیة** $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{4 \times 10^{-2}} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$

۱۱۱۳ **B**

خط فکری به عبارت «بیشترین سرعت متوسط» دقت کرده اید. جابه جایی از

مکان $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ تا $+\frac{A}{2}$ مقدار ثابتی است و در رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ثابت وقتی v_{av} بیشینه است که Δt کمترین مقدار باشد و کمترین مقدار Δt وقتی است که متحرک

بدون تغییر جهت مستقیماً از $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ به $+\frac{A}{2}$ برود. شما باید زمان این جابه جایی را به دست بیاورید تا بتوانید سرعت متوسط را حساب کنید.

روش استفاده از بازه های زمانی:

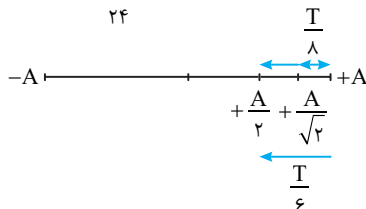
۱ جابه جایی نوسانگر برابر است با:

$$\Delta x = \frac{+A}{2} - \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-2)A}{2\sqrt{2}} \Rightarrow |\Delta x| = \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \right) A = \frac{\sqrt{2}-1}{2} A$$

۲ زمان حرکت از $+\frac{A}{2}$ تا $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ برابر $\frac{T}{8}$ و از $+\frac{A}{2}$ تا $+\frac{A}{2}$ برابر $\frac{T}{6}$ است.

بنابراین زمان حرکت از $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ تا $+\frac{A}{2}$ برابر $\frac{T}{24} = \frac{T}{6} - \frac{T}{8}$ است. بزرگی سرعت

$$\text{متوسط خواهد شد: } |v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{\frac{\sqrt{2}-1}{2} A}{\frac{T}{24}} \Rightarrow |v_{av}| = 12(\sqrt{2}-1) \frac{A}{T}$$



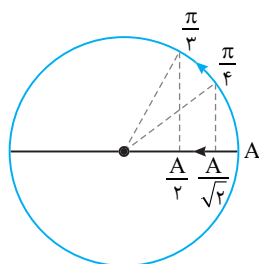
روش مثلثاتی: فاز حرکت در مکان $\frac{A}{\sqrt{2}}$

مطابق شکل $\frac{\pi}{4}$ و در مکان $+\frac{A}{2}$ برابر $\frac{\pi}{3}$

است. بازه زمانی حرکت را حساب می کنیم:

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{24}$$

باقی راه حل شبیه به روش قبل است.

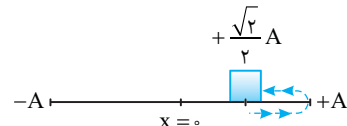


۱۱۱۳ **B**

نکته کمترین جابه جایی و سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه در حرکت هماهنگ ساده صفر است.

۱ کمترین اندازه سرعت متوسط برای زمانی است که نوسانگر از نقطه ای از مسیر حرکت کرده و دوباره به آن نقطه برگردد که در این صورت سرعت متوسط برابر صفر می شود.

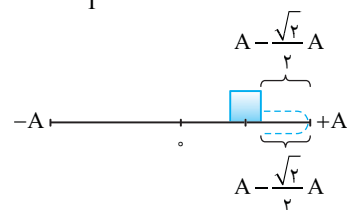
۲ کمترین تندی متوسط در اطراف نقطه بازگشت ($v=0$) اتفاق می افتد، زیرا در این ناحیه سرعت کم و زمان طولانی تر از بقیه مسیر است، بنابراین نصف زمان نوسان را قبل از رسیدن به نقطه بازگشت در نظر گرفته و نصف دیگر زمان را بعد از گذر از نقطه بازگشت در نظر می گیریم. نصف $\frac{T}{4}$ برابر $\frac{T}{8}$ است. مکان در $\frac{T}{8}$ را به کمک معادله به دست می آوریم:



۳ بنابراین مسافت طی شده برابر است با: $x_1 = A \cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{8} \Rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} A$

$$l = 2(A - \frac{\sqrt{2}}{2} A) = A(2 - \sqrt{2})$$

۴ تندی متوسط خواهد شد: $S_{av} = \frac{A(2 - \sqrt{2})}{\frac{T}{4}} = \frac{4A(2 - \sqrt{2})}{T}$



۱۱۱۴ **B**

۱ دوره حرکت را حساب می کنیم. $T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{4} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$

۲ نوسانگر از مکان $+\sqrt{2} \text{cm}$ در جهت محور X می گذرد، بنابراین نوسانگر در حال حرکت از $+\sqrt{2} \text{cm}$

به سوی دامنه $+2 \text{cm}$ است. در نتیجه کمترین بازه زمانی برای رسیدن متحرک به مکان $-\sqrt{2} \text{cm}$ مسیری است که نوسانگر مطابق شکل از مکان $+\sqrt{2} \text{cm}$ به مکان $+2 \text{cm}$ رفته و از آنجا در خلاف جهت محور X خود را به مکان $-\sqrt{2} \text{cm}$ برساند.

نکته در حرکت هماهنگ ساده، کمترین بازه زمانی که طی آن مکان و سرعت نوسانگر قرینه می شود برابر نصف دوره $(\frac{T}{2})$ است.

۳ در بازه مورد نظر مکان از $+\sqrt{2} \text{cm}$ در جهت مثبت محور X به مکان $-\sqrt{2} \text{cm}$ در خلاف جهت محور X رفته یعنی هم مکان و هم سرعت نوسانگر قرینه شده و این بازه برابر $\frac{T}{2}$ است.

$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{4}{2} \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

۴ با توجه به تعریف سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \text{ m/s}$$

بازی با سوال ذره ای روی پاره خطی واقع بر محور Xها به طول 4cm

دارای حرکت هماهنگ ساده است و حالت تعادل آن مبدأ مختصات است. بیشینه سرعت متوسط ذره در بازه ای که از مکان $-1/5 \text{cm}$ در جهت منفی محور می گذرد تا لحظه ای که از مکان $x' = +1/5 \text{cm}$ عبور می کند برابر $+1/5 \text{m/s}$ است. بسامد ذره چند هرتز است؟

- ۴۰ (۴) ۲۰ (۳) ۵۰ (۲) ۲۵ (۱)

B ۱ ۱۱۱۶

خط فکری

در حل این مسائل باید مسیر حرکت را رسم کنید. به تعداد گذر نوسانگر از مبدأ مکان $x=0$ شتاب تغییر علامت می‌دهد و به تعداد رسیدن به نقطه بازگشت و برگشت از آن متحرک تغییر جهت می‌دهد.

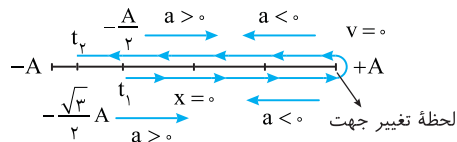
نکته: در لحظه‌ای که نوسانگر از مبدأ مکان $x=0$ می‌گذرد علامت شتاب و نیروی خالص تغییر جهت می‌دهد.

نکته: در لحظه‌ای که نوسانگر به نقطه بازگشت می‌رسد، سرعتش صفر شده و تغییر علامت می‌دهد.

با توجه به صورت مسئله، مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. متحرک در مکان $-\frac{A}{2}$ دارای

حرکت تندشونده است یعنی در حال حرکت به سوی نقطه تعادل است و برای رسیدن به مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2}A$ باید به انتهای مسیر برود $(+A)$ و برگردد بنابراین نوسانگر در مکان

$+A$ یک بار تغییر جهت می‌دهد و چون دو بار از مرکز نوسان می‌گذرد دو بار شتاب تغییر جهت می‌دهد و گزینه (۱) درست است. یادمان باشد با هر بار گذر نوسانگر از مرکز نوسان، شتاب و نیرو تغییر جهت می‌دهد.



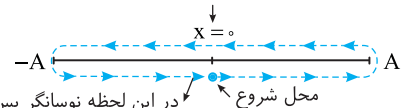
B ۱ ۱۱۱۷

نکته

هرگاه نوسانگر از مبدأ بگذرد شتاب تغییر جهت می‌دهد.

در لحظه مورد نظر که تندی نوسانگر بیشینه است یعنی مطابق شکل نوسانگر در مرکز نوسان است. از این لحظه به بعد در مدت یک دوره نوسانگر تنها یک بار از مبدأ می‌گذرد و شتاب تغییر علامت می‌دهد. دقت کنید در آخر دوره شتاب صفر شده اما از مبدأ نمی‌گذرد بنابراین در آخر دوره هنوز تغییر جهت شتاب رخ نداده است.

لحظه تغییر جهت شتاب



محل شروع در این لحظه نوسانگر پس از یک دوره، هنوز از مرکز نوسان عبور نکرده و شتاب تغییر علامت نمی‌دهد.

پایز با سؤال: ذره‌ای روی پاره‌خطی دارای حرکت هماهنگ ساده است.

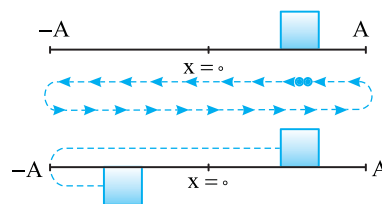
اگر در یک لحظه نوسانگر در مکان‌های مثبت قرار داشته باشد $(x > 0)$ در مدت یک دوره پس از این لحظه شتاب بار تغییر جهت می‌دهد و در مدت نصف دوره پس از این لحظه نوسانگر بار تغییر جهت می‌دهد.

۱. ۲ (۱) ۲. ۲ (۲) ۳. ۲. ۱ (۳) ۴. ۱. ۱ (۴)

پایسج: مکان ابتدایی نوسانگر در لحظه مورد نظر مثبت است. مسیر حرکت

در یک دوره را رسم می‌کنیم. نوسانگر دو بار از مبدأ می‌گذرد بنابراین شتاب دو بار تغییر علامت می‌دهد. در مدت نصف دوره $(\frac{T}{2})$ یکبار به نقطه بازگشت

می‌رود و برمی‌گردد بنابراین جهت حرکت یکبار عوض می‌شود.



B ۱ گزینه ۱

B ۴ ۱۱۱۸

در لحظه‌ای که مکان نوسانگر $x=\pm A$ باشد، نوسانگر تغییر جهت می‌دهد. در معادله حرکت به جای x ، $\pm A$ قرار می‌دهیم و لحظه‌های گذر از این نقاط را بررسی می‌کنیم:

$$x = \frac{0.4}{2} \cos \frac{\pi}{2} t \xrightarrow{x=\pm A} \pm \frac{0.4}{2} = \frac{0.4}{2} \cos \frac{\pi}{2} t$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{2} t = \pm 1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t = k\pi \Rightarrow t = 2k$$

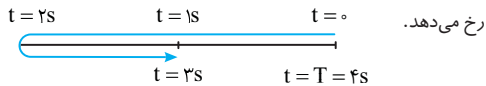
$$\begin{cases} k=0 \rightarrow t=0 \\ k=1 \rightarrow t=2s \\ k=2 \rightarrow t=4s \end{cases}$$

دوره حرکت را حساب می‌کنیم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$

بازه بیان شده $(t = \frac{1}{3}s$ تا $t = \frac{10}{4}s)$ بین صفر تا $4s$ است و یک بار تغییر جهت رخ می‌دهد. اما راه حل ساده‌تری وجود دارد. دوره را به دست می‌آوریم و مسیر را رسم می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$$

بازه زمانی $t = \frac{1}{3}s$ تا $t = \frac{10}{4}s$ بین صفر و $4s$ است و در $t=2s$ یک بار تغییر جهت



روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز $(\theta = \omega t)$:

در لحظه‌های بیان شده فاز حرکت (ωt) را به دست آورده و روی دایره مثلثاتی مشخص

می‌کنید. هر بار که از صفر یا π بگذریم متحرک یک بار تغییر جهت داده و هرگاه از $\frac{\pi}{2}$

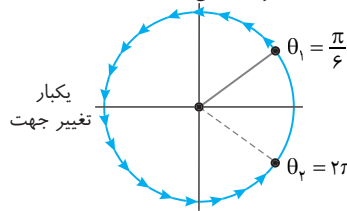
و $\frac{3\pi}{2}$ بگذریم شتاب یک بار تغییر جهت می‌دهد.

۱. بسامد زاویه‌ای $\frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$ است بنابراین:

$$\theta_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{\pi}{6}, \quad \theta_2 = \omega t_2 = \frac{\pi}{2} \times \frac{10}{4} = \frac{5\pi}{4} = 2\pi - \frac{\pi}{4}$$

۲. اکنون در جهت مثلثاتی از θ_1 تا θ_2 می‌چرخیم. مشاهده می‌شود که یکبار از π

می‌گذریم یعنی متحرک یکبار تغییر جهت می‌دهد.



B ۳ ۱۱۱۹

روش استفاده از معادله حرکت:

نکته: شتاب در دو انتهای مسیر یعنی $x=\pm A$ بیشینه است.

بررسی می‌کنیم در بازه $t = \frac{1}{12}s$ تا $t = \frac{1}{4}s$ چند بار مکان‌ها برابر $\pm A$ می‌شود.

$$x = A \cos 4\pi t \Rightarrow \pm A = A \cos 4\pi t \Rightarrow \cos 4\pi t = \pm 1 \Rightarrow 4\pi t = k\pi$$

$$\Rightarrow t = \frac{k}{4}$$

بنابراین: $k=0 \Rightarrow t=0$, $k=1 \Rightarrow t = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}s$ بار اول

$$k=2 \Rightarrow t = \frac{2}{4} = \frac{6}{12}s \text{ بار دوم}$$

$$k=3 \Rightarrow t = \frac{3}{4} = \frac{9}{12}s \text{ بار سوم}$$

$$k=4 \Rightarrow t = \frac{4}{4} = \frac{12}{12}s > \frac{1}{4}s \text{ قابل قبول نیست}$$

روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:

۱ مکان ذره را در ابتدای بازه $t_1 = \frac{1}{15}$ s حساب می‌کنیم.

$$x = 0.2 \cos 10\pi t \Rightarrow x = 0.2 \cos \frac{10\pi}{15} = 0.2 \cos \frac{2\pi}{3} = 0.2 \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{3}$$

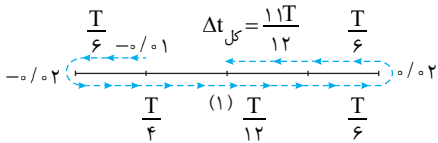
$$x = -0.1 \text{ m} \Rightarrow x = -1 \text{ cm}$$

۲ دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{5}$ s

۳ بازه زمانی داده شده را با دوره مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{5}} = \frac{\frac{5-4}{20}}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{11T}{12}$$

۴ مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و از مکان $x = -0.1$ m به اندازه $\frac{11T}{12}$ جلو می‌رویم. یعنی تکه تکه جلو می‌رویم و بازه‌ها را می‌نویسیم تا جمع آن‌ها $\frac{11T}{12}$ شود.



۵ نوسانگر یک بار از مرکز نوسان (حالت تعادل) می‌گذرد و گزینه (۲) درست است.

B ۱۱۲۱ ۳

نکته هنگام گذر نوسانگر از مبدأ مکان ($x=0$) بردار مکان تغییر جهت می‌دهد. در معادله حرکت به جای x ، صفر قرار می‌دهیم و تمام پاسخ‌های معادله بین $1s$ تا $5s$ جواب مسئله خواهند بود.

$$x = 2 \cos \frac{\pi}{3} t \xrightarrow{x=0} 0 = 2 \cos \frac{\pi}{3} t \Rightarrow \frac{\pi}{3} t = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

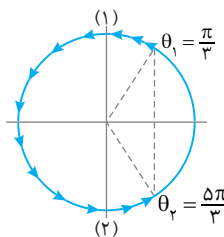
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{3} t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{3}{2} \text{ s} \\ \frac{\pi}{3} t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{9}{2} \text{ s} \\ \frac{\pi}{3} t = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{15}{2} \text{ s} \end{cases}$$

بنابراین $t = \frac{3}{2}$ s و $t = \frac{9}{2}$ s در بازه $1s \leq t \leq 5s$ قرار دارد و در این دو لحظه متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند.

استفاده از روش دایره مثلثاتی و فاز $(\theta = \omega t)$:

۱ فاز حرکت در $t=1s$ و $t=5s$ را حساب کرده و روی دایره مثلثاتی نمایش می‌دهد.

$$\theta = \omega t \Rightarrow \begin{cases} t=1s \rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{3} \times 1 = \frac{\pi}{3} \\ t=5s \rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{3} \times 5 = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

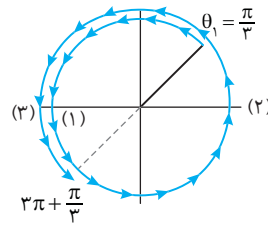


۲ اکنون از $\frac{\pi}{3}$ تا $\frac{5\pi}{3}$ روی دایره می‌چرخیم

و هر بار که از $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ یعنی $x=0$ می‌گذریم

بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

۳ با توجه به دایره مثلثاتی بردار مکان دو بار تغییر جهت می‌دهد. البته شما می‌توانید به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله را حل کنید.



روش استفاده از دایره مثلثاتی:

فاز حرکت (شناسه تابع کسینوس $(\theta = \omega t)$ را در لحظه‌های $t = \frac{1}{12}$ s و

$t = \frac{1}{12}$ s را به دست آورده و روی دایره مثلثاتی نمایش می‌دهد.

$$\theta = \omega t \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{12} \text{ s} \rightarrow \theta_1 = 4\pi \times \frac{1}{12} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{3} \\ t = \frac{1}{12} \text{ s} \rightarrow \theta_2 = 4\pi \times \frac{1}{12} \Rightarrow \theta_2 = \frac{10\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{10\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \Delta\theta = 3\pi$$

از $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$ ، 3π رادیان روی دایره می‌چرخیم. هر بار که از $(\pm A)$ یعنی کمان صفر و π می‌گذریم، نوسانگر یک بار تغییر جهت می‌دهد و شتاب یک بار بیشینه می‌شود.

بنابراین سه بار شتاب بیشینه شده است.

روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:

۱ مکان را در ابتدای بازه به دست بیاورید.

$$x = A \cos 4\pi t \Rightarrow x = A \cos 4\pi \times \frac{1}{12} \Rightarrow x = A \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = +\frac{A}{2}$$

۲ دوره را به دست می‌آوریم:

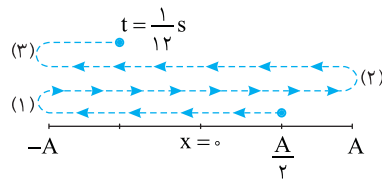
$$\omega = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 4\pi \Rightarrow T = \frac{1}{2}$$
 s

۳ بازه زمانی داده شده را به دست می‌آوریم.

$$\Delta t = \frac{1}{12} - \frac{1}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{10-1}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{9}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4}$$
 s

۴ مشخص می‌کنیم که Δt چه کسری از دوره است. $\frac{\Delta t}{T} = \frac{3/4}{1/2} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{2} T$

۵ اکنون روی مسیر حرکت از $+\frac{A}{2}$ به اندازه $\frac{3T}{2}$ حرکت کرده و هر بار گذر از نقطه بازگشت شتاب بیشینه می‌شود.



B ۱۱۲۰ ۲

روش استفاده از معادله حرکت:

هر بار که ذره از نقطه تعادل (مبدأ) می‌گذرد، نیروی وارد بر نوسانگر تغییر جهت می‌دهد. از این رو:

$$x = 0 \Rightarrow \cos 10\pi t = 0 \Rightarrow 10\pi t = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{k}{10} + \frac{1}{20}$$

قابل قبول $k=0 \Rightarrow t = \frac{1}{20} \text{ s} < \frac{1}{15} \text{ s}$ ، $k=1 \Rightarrow t = \frac{3}{20} \text{ s} > \frac{1}{15} \text{ s}$

$$k=2 \Rightarrow t = \frac{2}{10} + \frac{1}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$
 s

در لحظه $t = \frac{1}{4}$ s نوسانگر در مرکز نوسان است و از آن عبور نکرده و نیرو تغییر علامت نمی‌دهد.

نکته در حرکت هماهنگ ساده هر بار که نوسانگر از مبدأ $x=0$ می‌گذرد بردار نیرو و شتاب تغییر علامت می‌دهد.

B ۱۱۲۲ ۲

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 12\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{6} \text{ s}$$

دوره را حساب می‌کنیم:

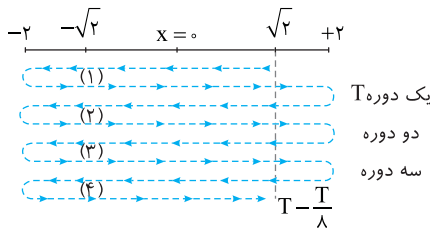
بازه زمانی داده شده را با دوره مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{2 - \frac{1}{6}}{\frac{1}{6}} = \frac{32 - 1}{8} = \frac{31}{8} \Rightarrow \Delta t = 4T - \frac{T}{8}$$

دقت کردید، تعداد دوره‌ها را از شکم Δt بیرون کشیدیم اکنون مسیر را رسم کرده و مسئله را حل می‌کنیم.

به شکل مسیر دقت کنید. در هر قسمت $\frac{T}{4}$ جهت سرعت و جهت تکان مثبت بوده بنابراین به مدت $4 \times \frac{T}{4}$ بردار تکان مثبت است.

$$\Delta t = 4 \times \frac{1}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3} \text{ s}$$



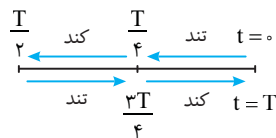
شما نیز با روش مثلثاتی مسئله را حل کنید.

B ۱۱۲۴ ۳

روش بازه‌های زمانی:

با توجه به مسیر حرکت ذره مکان‌هایی با حرکت کندشونده و تندشونده مشخص است. ابتدا دوره را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{10} \text{ s} = \frac{1}{5} \text{ s}$$

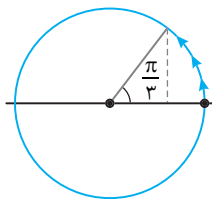


بازه صفر تا $\frac{1}{30} \text{ s}$ از $\frac{1}{20} \text{ s}$ یعنی از $\frac{T}{4}$ کمتر است و متحرک از $+A$ در حال حرکت به سوی $x=0$ است و در تمام بازه حرکت تندشونده می‌باشد.

روش دایره مثلثاتی:

فاز حرکت در ابتدای بازه صفر و در لحظه $t = \frac{1}{30} \text{ s}$ خواهد شد:

$$\theta = \omega t = 10\pi \times \frac{1}{30} = \frac{\pi}{3}$$



یعنی در بازه صفر تا $\frac{1}{30} \text{ s}$ همچنان شناسه تابع کسینوسی (فاز) در ربع اول است و حرکت تندشونده است.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 20\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{10} \text{ s}$$

ابتدا دوره را به دست می‌آوریم.

بازه $t=0$ تا $t = \frac{1}{24} \text{ s}$ قطعاً از یک دوره $T = \frac{1}{10} \text{ s}$ کمتر است.

با توجه به مسیر نوسانگر ساده در بازه $+A$ تا صفر و $-A$ تا صفر شتاب و سرعت هم‌جهت است.

اکنون مکان متحرک را در $t = \frac{1}{24} \text{ s}$ حساب می‌کنیم.

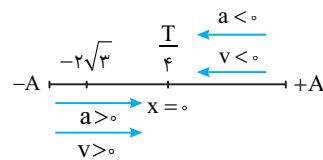
$$x = 0.04 \cos 20\pi t \Rightarrow x = 0.04 \cos 20\pi \times \frac{1}{24} = 0.04 \cos \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = 0.04 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow x = -2\sqrt{3} \text{ cm}$$

از $t=0$ تا $\frac{1}{24} \text{ s}$ نوسانگر از $x=0$ به $x = -2\sqrt{3} \text{ cm}$ می‌رود و در بازه زمانی حرکت

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{40} = \frac{1}{40} \text{ s}$$

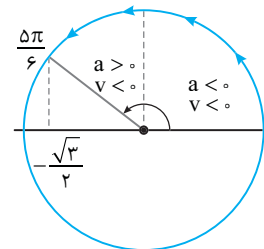
از $+A$ تا $x=0$ بردار شتاب و سرعت هم‌جهت‌اند:



روش استفاده از دایره مثلثاتی:

فاز (شناسه تابع کسینوسی) در لحظه $t = \frac{1}{24} \text{ s}$ را حساب می‌کنیم.

$$\theta = \omega t \Rightarrow \theta = 20\pi \times \frac{1}{24} = \frac{5\pi}{6}$$



در حرکت از صفر تا $\frac{\pi}{4}$ یعنی ربع اول سرعت و شتاب هم‌علامت است در واقع به مدت

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{40} = \frac{1}{40} \text{ s}$$

بردار سرعت و شتاب و هم‌جهت هستند.

C ۱۱۲۳ ۱

یادآوری: تکانه برابر حاصل ضرب جرم در بردار سرعت ($\vec{P} = m\vec{v}$) بوده و تکانه برداری در جهت سرعت است.

خط فکری: هرگاه بردار تکانه مثبت باشد یعنی بردار سرعت مثبت است. در حرکت هماهنگ ساده هرگاه نوسانگر از $-A$ به سوی $+A$ برود سرعت مثبت است یعنی در دایره مثلثاتی هرگاه فاز در ربع سوم و چهارم باشد سرعت مثبت است. اکنون باید شبیه مسائل قبلی، شما بررسی کنید که در بازه زمانی داده شده نوسانگر از کجا به کجا می‌رود تا بتوانید مدت زمانی که بردار تکانه مثبت است را مشخص کنید.

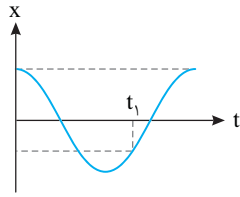
روش استفاده از بازه زمانی شناخته شده:

۱. مکان نوسانگر را در ابتدای بازه به دست می‌آوریم.

$$x = 0.02 \cos 12\pi t \xrightarrow{t_1 = \frac{1}{48} \text{ s}} x_1 = 0.02 \cos \frac{12\pi}{48}$$

$$\Rightarrow x_1 = 0.02 \cos \frac{\pi}{4} = 0.02 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_1 = \sqrt{2} \text{ cm}$$

یادآوری هرگاه جهت تقعر (دهانه) نمودار مکان - زمان رو به بالا باشد، شتاب مثبت است. در لحظه t_1 جهت دهانه رو به بالاست و شتاب و نیرو مثبت است.



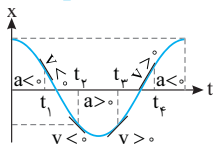
بازی با سوال

نمودار مکان - زمان نوسانگری که روی سطح افقی در امتداد محور x ها در حال نوسان است، به صورت مقابل می باشد. کدام گزینه جهت شتاب و سرعت نوسانگر در لحظه t_1 را به ترتیب از راست به چپ درست بیان می کند؟

- (۱) \rightarrow ، \rightarrow
- (۲) \rightarrow ، \leftarrow
- (۳) \leftarrow ، \rightarrow
- (۴) \leftarrow ، \leftarrow

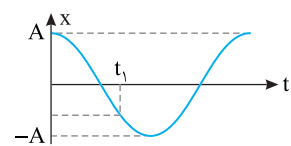
پاسخ در حل این نوع مسائل تمام بحث های حرکت هماهنگ ساده را فراموش کنید و تنها به حرکت شناسی و ویژگی های نمودار مکان زمان دقت کنید. **۱** شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان علامت سرعت را نشان می دهد. **۲** جهت تقعر نمودار مکان - زمان علامت شتاب را نشان می دهد. در لحظه t_1 دهانه نمودار مکان - زمان رو به بالاست و شتاب مثبت و در جهت محور x ها است و شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t_1 مثبت است بنابراین سرعت مثبت و در جهت محور x هاست. بنابراین بردار سرعت و شتاب هر دو در جهت مثبت محور x ها خواهد بود و گزینه (۱) درست است.

۲ ۱۱۲۷ A

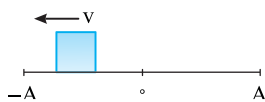


در لحظه t_1 شتاب مثبت و سرعت منفی است. بنابراین حرکت کندشونده است و گزینه (۲) درست است. **روش دیگر:** در لحظه t_2 متحرک به سوی دامنه منفی می رود. بنابراین تندی آن در حال کاهش بوده و حرکت کندشونده است. در مکان های منفی شتاب نوسانگر مثبت است. بنابراین لحظه t_2 جواب مسئله است.

۴ ۱۱۲۸ A

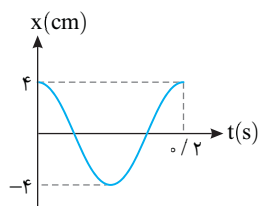
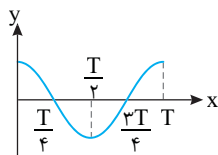


در لحظه t_1 مکان نوسانگر منفی است. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار نیز منفی بوده یعنی سرعت متحرک منفی است، بنابراین در لحظه t_1 نوسانگر از $x=0$ به سوی $x=-A$ در حرکت است و گزینه (۴) درست است.



۲ ۱۱۲۹ A

یادآوری ریاضی در نمودار توابع کسینوسی خواهیم داشت:



با توجه به نمودار $A=4\text{cm}$ و $T=0.2\text{s}$ است.
 $x = A \cos \omega t \Rightarrow x = A \cos \frac{2\pi}{T} t$
 $\Rightarrow x = 0.04 \cos \frac{2\pi}{0.2} t$
 $\Rightarrow x = 0.04 \cos 10\pi t$

۱ ۱۱۲۵ B

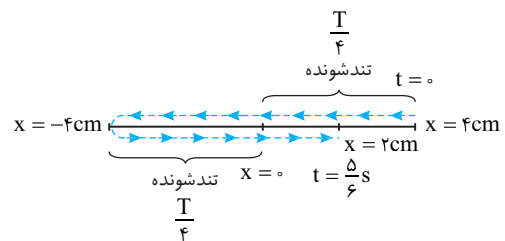
نکته در بازه زمانی که نوسانگر از دامنه $(+A$ یا $-A)$ به سوی مرکز نوسان می رود حرکت تندشونده است. **فکر کن** شما باید مشخص کنید در بازه زمانی داده شده چه مدت نوسانگر در حال حرکت از $+A$ یا $-A$ به سوی حالت تعادل است.

۱ در $t=0$ و $t=\frac{5}{6}T$ مکان نوسانگر را به دست آورده سپس مسیر حرکت را رسم می کنیم.
 $t=0 \Rightarrow x_1 = 0.04\text{m} = 4\text{cm}$

$t = \frac{5}{6}T \Rightarrow x = 0.04 \cos(2\pi \times \frac{5}{6}) = 0.04 \cos \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x_2 = 0.04 \times \frac{1}{2} = 0.02\text{m} = 2\text{cm}$
 $\Rightarrow x_2 = 2\text{cm}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1\text{s}$ دوره را حساب می کنیم:

۲ اکنون مسیر را رسم می کنیم.



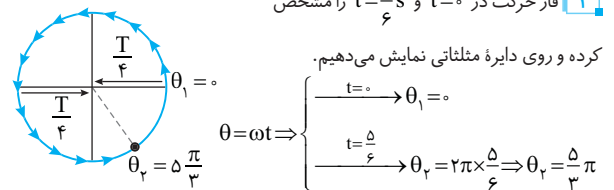
۴ با توجه به شکل در دو بازه $\frac{T}{4}$ یعنی به مدت $\frac{T}{2}$ حرکت تندشونده است.

$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2}\text{s}$

بنابراین در مدت $\frac{T}{2} = \frac{1}{2}\text{s}$ حرکت تندشونده است. اما پرسشی مطرح است ما از کجا متوجه شدیم که متحرک در $t = \frac{5}{6}T$ برای بار دوم به مکان $+2\text{cm}$ می رسد. برای پاسخ به این پرسش باید به شناسه تابع کسینوسی (فاز) دقت کنید که با قرار دادن $t = \frac{5}{6}T$ مقدار آن $\frac{5\pi}{3} = 2\pi - \frac{\pi}{3}$ شده است که کماتی در ربع چهارم است. بنابراین مسیر رسم شده کاملاً درست است.

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت:

۱ فاز حرکت در $t=0$ و $t=\frac{5}{6}T$ را مشخص کرده و روی دایره مثلثاتی نمایش می دهیم.



۲ از θ_1 به سوی θ_2 می رویم در مدتی که فاز در ربع اول و ربع سوم است. حرکت تندشونده است.

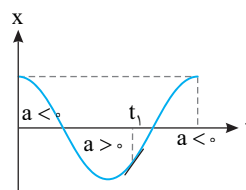
۳ مدت زمانی که حرکت متحرک تندشونده است خواهد شد:

$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{T}{2} = \frac{1}{2}\text{s}$

۴ ۱۱۲۶ A

با توجه به نمودار مکان - زمان در لحظه t_1 مکان منفی است.

یادآوری شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه ای است. در لحظه t_1 شیب خط مماس مثبت بوده بنابراین سرعت و تکانه مثبت است.



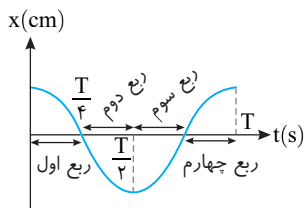
A ۱۱۳۲ ۴

خط فکری مختصات هر نقطه از نمودار باید در معادله $x = A \cos \omega t$ صدق کند. بنابراین معادله حرکت را نوشته به جای زمان $t = 0/3s$ و به جای مکان $-2/5cm$ را قرار دهید. البته باید دقت کنید که در این لحظه نوسانگر برای اولین بار از مکان $-2/5cm$ می‌گذرد.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -2/5 = 5 \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -1/5$$

البته $\cos \alpha = -1/5$ دو جواب دارد، یکی $\frac{2\pi}{3}$ و دیگری $\frac{4\pi}{3}$ است. اما چگونه تشخیص بدهیم که کدام یک را اختیار کنیم؟ برای این منظور به نمودار مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده دقت کنید.

در نمودار مکان - زمان تقسیم‌بندی نمودار با توجه به دایره مثلثاتی به صورت روبه‌راست. در شکل مسئله در $0/3s$ ، کمان در ربع دوم قرار دارد. بنابراین $\omega t = \frac{2\pi}{3}$ قابل قبول است.



با توجه به نمودار $A = 5cm$ است.

$$\omega t = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times \frac{3}{10} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{9}{10} s \Rightarrow x = 5 \cos \frac{2\pi}{9} t$$

B ۱۱۳۳ ۳

۱ به کمک $t = 0/45s$ که روی نمودار مشخص است، دوره قابل محاسبه است.

$$t = 0/45 = \frac{3T}{4} \Rightarrow T = 0/6s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0/6} \Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s} \quad \text{۲} \quad \text{بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم}$$

۳ دامنه حرکت برابر $A = 6cm$ بوده و معادله حرکت خواهد شد:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 6 \cos \frac{10\pi}{3} t$$

۴ مکان در لحظه $t = 1/1s$ را حساب می‌کنیم:

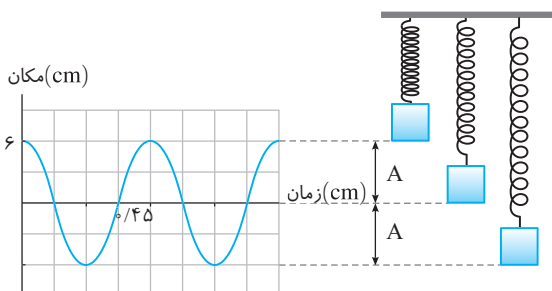
$$x = 6 \cos \frac{10\pi}{3} \times \frac{1}{1} \Rightarrow x = 6 \cos \frac{10\pi}{3} \Rightarrow x = 6 \cos (4\pi - \frac{\pi}{3})$$

4π دوره تابع کسینوسی است از این رو:

$$x = 6 \cos (-\frac{\pi}{3}) \Rightarrow x = 6 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 6 \times \frac{1}{2} = 3cm$$

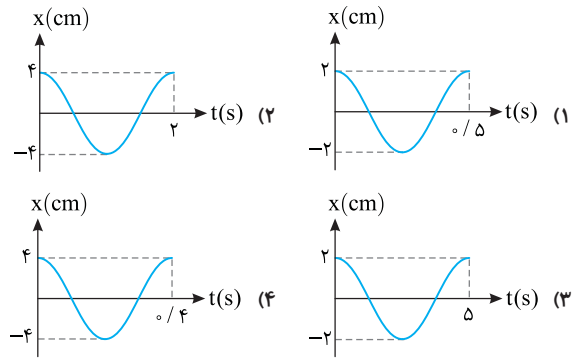
بنابراین نوسانگر در این لحظه در مکان $+3cm$ و در بالای نقطه تعادل قرار دارد.

۵ اما قسمت سخت مسئله در مورد رفتار تندی در این لحظه است. کمان $-\frac{\pi}{3}$ در آخر به دست آوریم در ربع چهارم قرار دارد و در ربع چهارم، نوسانگر از حالت تعادل به سوی $+A$ در حرکت بوده و تندی آن در حال کاهش است.



بازی با سؤال معادله مکان - زمان نوسانگری در SI به صورت

$$x = 0/2 \cos \left(\frac{2\pi}{\Delta} t \right)$$



بیا سنج دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$x = 0/2 \cos \left(\frac{2\pi}{\Delta} t \right) \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi \text{ rad/s}}{\Delta}} \frac{2\pi}{\Delta} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \Delta s$$

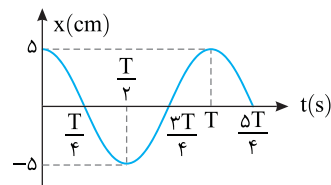
تنها گزینه‌ای که در آن $T = \Delta s$ است، گزینه (۳) می‌باشد. البته دامنه برابر $A = 0/2m = 2cm$ است.

A ۱۱۳۰ ۳

یادآوری مسافتی که نوسانگر در هر دوره طی می‌کند، چهار برابر دامنه (۴A) است.

۱ ابتدا با توجه به نمودار دوره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = \Delta \Rightarrow T = 4s$$



۲ در مدت یک دقیقه تعداد دور کاملی که نوسانگر طی می‌کند برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow 4 = \frac{60}{n} \Rightarrow n = 15$$

۳ نوسانگر ۱۵ نوسان انجام داده بنابراین مسافتی که طی می‌کند خواهد شد:

$$\ell = 15 \times (4A) = 15 \times 4 \times (5) \Rightarrow \ell = 300cm = 3m$$

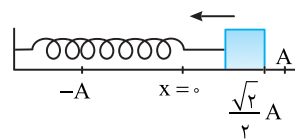
A ۱۱۳۱ ۳

با توجه به نمودار در لحظه t_1 متحرک در مکان مثبت و در حال حرکت به سمت $+A$

می‌باشد. پس مسیر حرکت گزینه (۱) یا گزینه (۳) می‌باشد. مقدار $t = \frac{\sqrt{2}T}{8}$ را در

معادله قرار می‌دهیم و مکان نوسانگر را به دست بیاوریم.

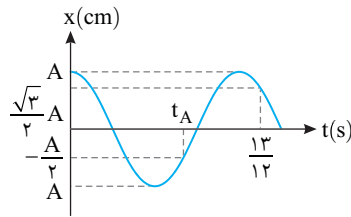
$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = A \cos \frac{2\pi}{T} \times \frac{\sqrt{2}T}{8} \Rightarrow x = A \cos \frac{14\pi}{8} \Rightarrow x = A \cos \frac{7\pi}{4} \Rightarrow x = +\frac{\sqrt{2}}{2} A$$



پس گزینه (۳) درست می‌باشد.

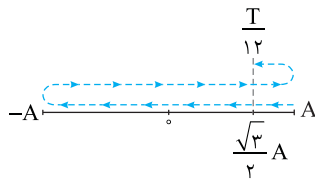
۲ ۱۱۳۶ A

مسیر حرکت را از $t=0$ تا $t=\frac{13}{12}$ s رسم می‌کنیم و بازه‌های زمانی را روی آن نوشته با هم جمع می‌کنیم.



نوسانگر در یک دوره کامل T و از A تا $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ نیز $\frac{T}{12}$ در راه بوده و جمعاً Δt خواهد شد:

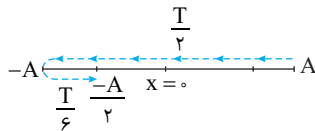
$$\Delta t = T + \frac{T}{12} \Rightarrow \frac{13}{12}T = \frac{13T}{12} \Rightarrow T = 1s$$



اما مسیر از $x=0$ تا $x=-\frac{A}{2}$ را رسم کرده t_A را به دست می‌آوریم.

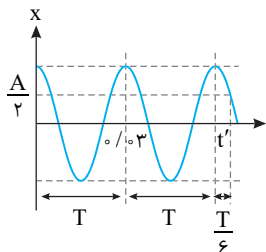
از A تا -A زمان $\frac{T}{2}$ و از -A تا $-\frac{A}{2}$ مدت زمان طی مسیر $\frac{T}{6}$ است. بنابراین

$$t_A = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow t_A = \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}s$$

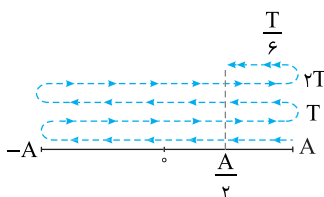


۳ ۱۱۳۷ B

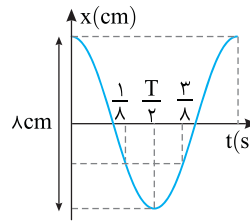
به نمودار دقت کنید. دوره حرکت $T=0.3s$ است. مسیر حرکت را در بازه $t=0$ تا t' رسم می‌کنیم. به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله به راحتی حل می‌شود.



$$t' = 2T + \frac{T}{6} \Rightarrow t' = 2 \times 0.3 + \frac{0.3}{6} \Rightarrow t' = 0.6 + \frac{0.1}{2} \Rightarrow t' = 0.65s = 6/10 \times 10^{-2}s$$



۴ ۱۱۳۴ B



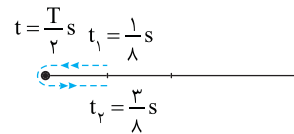
طول مسیر نوسان برابر ۸cm است. از این رو دامنه حرکت خواهد شد.

$$A = \frac{8}{2} = 4cm$$

در لحظه $t = \frac{1}{8}s$ و $t = \frac{3}{4}s$ مکان نوسانگر یکسان است. با توجه به

نمودار $\frac{T}{2}$ وسط این بازه است. بنابراین:

$$\frac{T}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \Rightarrow T = \frac{5}{4}s$$



بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{5/4} \Rightarrow \omega = 4\pi \frac{rad}{s}$$

معادله حرکت خواهد شد:

$$x = 0.4 \cos 4\pi t$$

۳ ۱۱۳۵ B

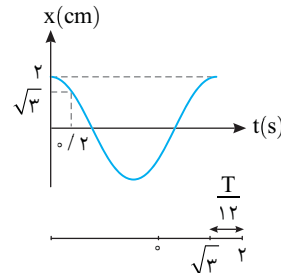
روش استفاده از بازه‌های زمانی

به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده و با توجه به اینکه دامنه $A=2cm$ است و در

لحظه $t=0/2s$ مکان نوسانگر $x=\sqrt{3}cm = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌باشد یعنی نوسانگر در مدت

$0/2s$ از A به $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌رود که بازه زمانی این جابه‌جایی برابر $\frac{T}{12}$ است. از این رو:

$$\frac{T}{12} = 0.2 \Rightarrow T = 2.4s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2.4} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{6} rad/s$$



معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.2 \cos \frac{5\pi}{6} t$$

زمان $t=1s$ را در معادله حرکت قرار داده و مکان را به دست می‌آوریم:

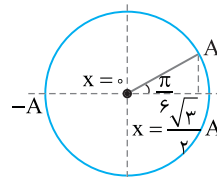
$$x = 0.2 \cos \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 0.2 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{10} m \Rightarrow x = -\sqrt{3}cm$$

روش استفاده از دایره مثلثاتی

در $t=0/2s$ نوسانگر در ربع اول قرار داشته و

مکان آن $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌باشد پس کمان متناظر

مکان نوسانگر $\theta = \frac{\pi}{6}$ است. با توجه به نمودار



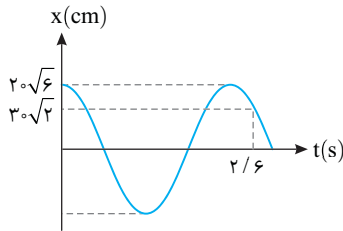
از $\theta_0 = 0$ تا $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$ در مدت $0/2s$ طی می‌شود پس:

$$\theta_1 - \theta_0 = \omega t_1 - \omega t_0 = \omega(\Delta t) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega \times \frac{2}{10} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{6}$$

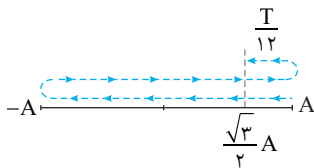
ادامه حل شبیه قسمت اول است.

۱ نسبت $\frac{x}{A}$ را در لحظه $t = 2/6s$ به دست می آوریم.

$$\frac{x}{A} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} \Rightarrow \frac{x}{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$



۲ مسیر حرکت را رسم کرده بازه های زمانی شناخته شده را روی آن می نویسیم.

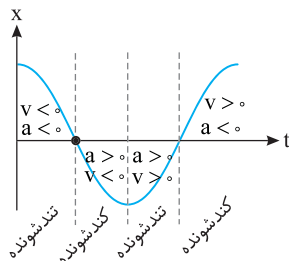


نوسانگر یک نوسان کامل انجام داده (T) سپس به مکان $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ + رفته که زمان

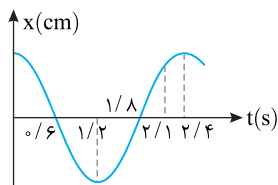
حرکت از +A تا $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ + طول می کشد. بنابراین

$$T + \frac{T}{12} = 2/6 \Rightarrow \frac{13T}{12} = 2/6 \Rightarrow T = 2/4s$$

یادآوری هنگام نزدیک شدن نوسانگر به حالت تعادل حرکت تندشونده و اندازه شتاب در حال کاهش است و هنگام دورشدن نوسانگر از حالت تعادل حرکت کندشونده و شتاب در حال افزایش است.



دوره $2/4s$ به دست آمده است و نمودار مطابق شکل زیر است.



۱ از لحظه ۰ تا $2/6s$ و از لحظه $1/2s$ تا $1/8s$ که نوسانگر به حالت تعادل نزدیک می شود یعنی جمعاً $1/2s$ حرکت تندشونده و گزاره (الف) درست است.

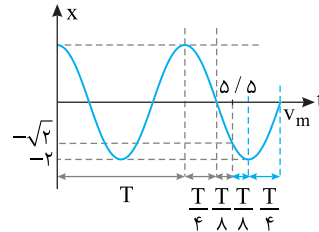
۲ در بازه ۰ تا $2/6s$ و در بازه $1/8s$ تا $2/1s$ شتاب منفی است که جمعاً $2/3s$ خواهد بود و گزاره (ب) نادرست است.

۳ در بازه ۰ تا $1/2s$ سرعت منفی است و گزاره (پ) درست است.

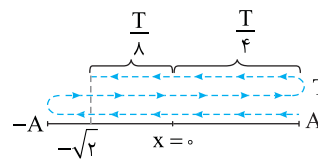
۴ در بازه $2/6s$ تا $1/2s$ ($2/6s = 1/2s$) و در بازه $1/8s$ تا $2/1s$ که نوسانگر به سوی دامنه در حرکت است، اندازه شتاب در حال افزایش است که جمعاً $2/3s$ می شود و گزاره (ت) درست است.

راه حل اول: حل به کمک بازه های زمانی شناخته شده مسیر حرکت را مطابق نمودار رسم کرده و بازه های زمانی را روی آن می نویسیم.

$$T + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = 5/5 \Rightarrow \frac{8T + 2T + T}{8} = 1 \Rightarrow T = 5/5 \Rightarrow T = 1s$$

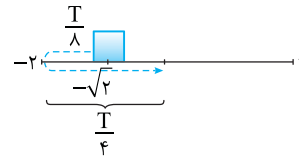


مسیر حرکت را مطابق نمودار رسم کرده و بازه های زمانی را روی آن می نویسیم.



تندی نوسانگر وقتی بیشینه می شود که نوسانگر از مرکز نوسان بگذرد. بنابراین مسیر نوسانگر در بازه t_1 تا گذر از حالت تعادل مطابق شکل روبه روست.

$$\frac{T}{8} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{8} = \frac{3}{8} \times 1 = 3/8s$$



راه حل دوم: حل به کمک معادله مکان - زمان: با توجه به نمودار در $t = 5/5s$ نوسانگر برای سومین بار از $x = -\sqrt{2}cm$ عبور می کند.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -\sqrt{2} = 2 \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

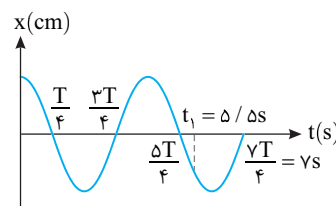
$$\Rightarrow \omega t = (2k-1)\pi \pm \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega t = \frac{3\pi}{4} \text{ یا } \frac{5\pi}{4} \text{ یا } \frac{7\pi}{4}$$

با توجه به توضیح بالا $\omega t_1 = \frac{11\pi}{4}$ می باشد:

$$\omega \times 5/5 = \frac{11\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4s$$

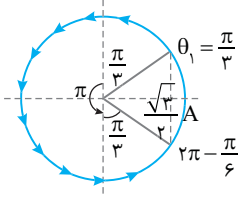
مطابق نمودار در لحظه $\frac{7T}{4} = 7s$ تندی بیشینه است. از این رو از $5/5s$ تا $7s$ طول می کشد تا تندی بیشینه شود. یعنی:

$$\Delta t = 7 - 5/5 = 1/5s$$



خط فکری هرگاه دامنه داده شده و مکان در یک لحظه عجیب غریب باشد، شما نسبت $\frac{x}{A}$ را حساب کنید. سپس به سراغ محاسبه دوره بروید.

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت $(\theta = \omega t)$:



در لحظه‌های t_1 و t_2 مکان نوسانگر $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ بوده اما t_1 در ربع اول و t_2 در ربع چهارم مثلثاتی است. فاز را در لحظه‌های t_1 و t_2 روی دایره مشخص می‌کنیم. $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$ و $\theta_2 = \frac{2\pi}{3}$.

در بازه t_1 تا t_2 تغییر فاز را روی دایره به دست می‌آوریم:

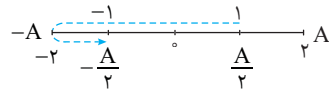
$$\Delta\phi = \frac{\pi}{3} + \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\frac{2\pi}{\Delta t} \times T \Rightarrow \Delta t = \frac{5\pi}{3} \times \frac{T}{2\pi} \Rightarrow \Delta t = \frac{5T}{6}$$

یک تناسب ساده و حل مسئله:

۱۱۴۲

هرگاه در یک بازه زمانی مکان و سرعت نوسانگر قرینه شود، آن بازه زمانی برابر $\frac{T}{2}$ است.

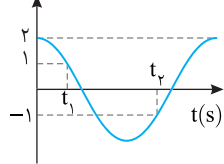


مسیر حرکت از t_1 تا t_2 را رسم کنید. کاملاً مشخص است که مکان و سرعت نوسانگر در بازه

t_1 تا t_2 قرینه شده است و این یعنی $t_2 - t_1 = \frac{T}{2}$ بنابراین $T = \frac{4}{\lambda s} \Rightarrow T = 4 \lambda s$

بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4/\lambda} \Rightarrow \omega = \frac{\lambda \pi}{2} \text{ rad/s}$

معادله حرکت را می‌نویسیم:



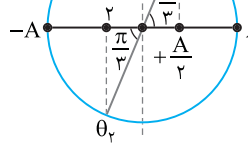
$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 2 \cos \frac{\lambda \pi}{2} t$
 اکنون مشخص می‌کنیم در چه لحظه‌ای نوسانگر برای چهارمین بار از مکان $+\sqrt{2} \text{ cm}$ می‌گذرد.

$$+\sqrt{2} = 2 \cos \frac{\lambda \pi}{2} t \Rightarrow \cos \frac{\lambda \pi}{2} t = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\lambda \pi}{2} t = (\pi \pm \frac{\pi}{4})$$

بار اول: $\frac{\lambda \pi}{2} t = \frac{\pi}{4}$ ، بار دوم: $\frac{\lambda \pi}{2} t = 2\pi - \frac{\pi}{4}$ ، بار سوم: $\frac{\lambda \pi}{2} t = 2\pi + \frac{\pi}{4}$

و بار چهارم: $\frac{\lambda \pi}{2} t = 4\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\lambda \pi}{2} t = \frac{15\pi}{4} \Rightarrow t = 9s$

روش استفاده از دایره مثلثاتی: کمان متناظر با مکان در t_1 و t_2 برابر است با:



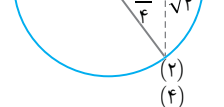
در ربع اول $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$ $1 = 2 \cos \theta_1$

در ربع سوم $\theta_2 = \pi + \frac{\pi}{3}$ $-1 = 2 \cos \theta_2$

با توجه به دایره مثلثاتی داریم:

$$\theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1 \Rightarrow \omega(t_2 - t_1) = \pi \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{t_2 - t_1} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

حال زمانی که نوسانگر برای چهارمین بار از $\sqrt{2} \text{ cm}$ می‌گذرد را به دست می‌آوریم، نوسانگر در نوسان اولش دو بار از $+\sqrt{2}$ می‌گذرد و چهارمین بار در نوسان دوم رخ می‌دهد یعنی:



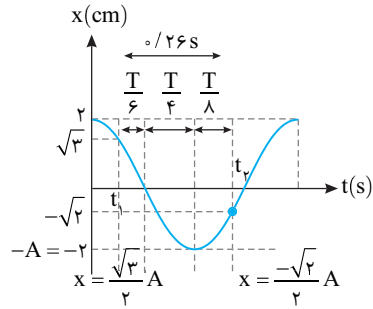
$$\omega t' = 2\pi + (2\pi - \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \frac{\lambda \pi}{2} t' = \frac{15\pi}{4} \Rightarrow t' = 9s$$

۱۱۴۰

دقت کنید با توجه به اینکه دامنه $A = 2 \text{ cm}$ است، مکان‌های $+\sqrt{2} \text{ cm}$ و $-\sqrt{2} \text{ cm}$ به ترتیب برابر $x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ خواهد بود. بنابراین بازه زمانی $\frac{0}{26} \text{ s}$ برابر است با:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{4T + 6T + 3T}{24} \Rightarrow \frac{0}{26} = \frac{13T}{24} \Rightarrow T = \frac{0}{48} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0/48} = \omega = \frac{25}{6} \pi \Rightarrow x = \frac{0}{2} \cos \frac{25\pi}{6} t$$



حل به کمک دایره مثلثاتی و فاز حرکت:

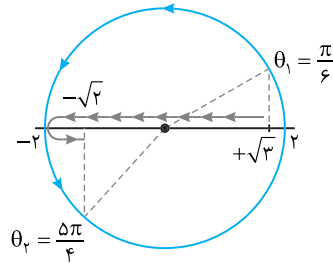
با رسم یک دایره مثلثاتی، کمان معادل مکان‌های $+\sqrt{2} \text{ cm}$ و $-\sqrt{2} \text{ cm}$ را روی دایره مشخص می‌کنیم. سپس به کمک آن مسأله را حل می‌کنیم.

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \omega(\Delta t) = \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega(\frac{26}{100}) = \frac{15\pi - 2\pi}{12}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{25\pi}{6} \text{ rad/s}$$

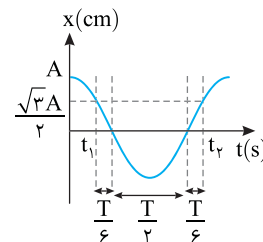
معادله حرکت خواهد شد:

$$x = \frac{0}{2} \cos \frac{25\pi}{6} t$$



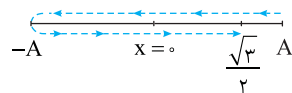
۱۱۴۱

کافی است روی نمودار بازه‌های زمانی شناخته شده از t_1 تا t_2 را مشخص کرده با هم جمع کنیم.



از $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ تا $x = 0$ و از $x = 0$ تا $x = -A$ ، $x = -A$ تا $x = 0$ و از $x = 0$ تا $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ طول می‌کشد، بنابراین:

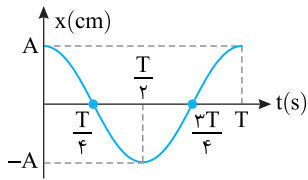
$$t_2 - t_1 = \Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{6}$$



به A و $-A$ نقطه بازگشت گویند. پس با توجه به نمودار روبه‌رو در مدت $\frac{T}{2}$ پس از

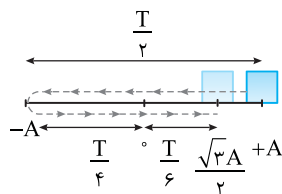
$t=0$ برای اولین بار به نقطه بازگشت می‌رسیم:

$$\frac{T}{2} = \frac{6}{22} s = \frac{3}{11} s$$



راه‌حل دوم: (راه‌حل مورد علاقه ما) با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده نیز می‌توانیم مسیر حرکت را رسم کرده و به کمک بازه‌های زمانی تست را حل کنیم:

$$\Delta t_{\text{کل}} = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{11T}{12} = \frac{6}{11} s \Rightarrow T = \frac{6}{11} s$$



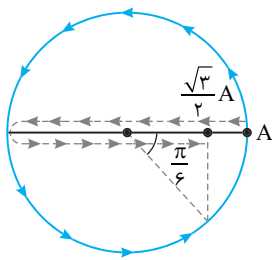
متحرک پس از $\frac{T}{2}$ به نقطه بازگشت خود می‌رسد:

$$\frac{T}{2} = \frac{6}{11} s \Rightarrow T = \frac{11}{6} s$$

راه‌حل سوم:

نسبت $\frac{x}{A}$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{x}{A} = \frac{\Delta \sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$



حال با توجه به دایره مثلثاتی، فاز حرکت خواهد شد:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos \theta \Rightarrow \theta = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

بنابراین از $t_1=0$ تا $t_2=0$ کمان دایره مثلثاتی از $\theta_1=0$ به $\theta_2=\frac{11\pi}{6}$ رسیده

است:

$$\theta_2 - \theta_1 = \omega(t_2 - t_1) = \frac{11\pi}{6} \quad t_2 - t_1 = \frac{6}{11}$$

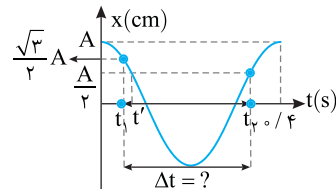
$$\omega = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{11\pi/6} \Rightarrow T = \frac{6}{11} s$$

ادامه حل شبیه روش‌های قبلی است.

هنگام حرکت نوسانگر از مکان $A + \frac{\sqrt{3}}{2} A$ مطابق نمودار برای اولین بار متحرک در لحظه

t' از $\frac{A}{2} +$ می‌گذرد اما در مسأله بیان شده بیشینه زمان در مدت یک دوره، بنابراین

بار دومی که نوسانگر از مکان $\frac{A}{2} +$ می‌گذرد مورد نظر است.



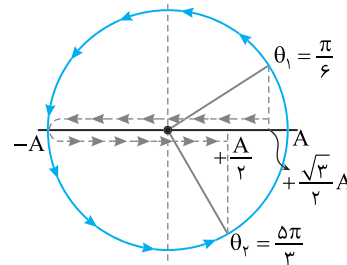
با توجه به بازه‌های زمانی روی شکل می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \\ \Rightarrow \Delta t &= \frac{2T + 3T + 3T + T}{12} \\ \Rightarrow \Delta t &= \frac{9T}{4} \quad T = \frac{6}{11} s \\ \Delta t &= \frac{9}{4} \times \frac{6}{11} s \\ \Delta t &= \frac{27}{11} s \end{aligned}$$

استفاده از دایره مثلثاتی:

کمان معادل مکان‌های $A + \frac{\sqrt{3}}{2} A$ و $\frac{A}{2} +$ را روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم.

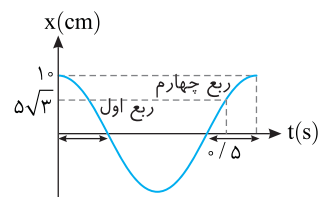
$$\begin{aligned} \omega t_2 - \omega t_1 &= \theta_2 - \theta_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T}(t_2 - t_1) = \frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{9\pi}{6} \\ \Rightarrow \Delta t &= \frac{9}{4} T = \frac{27}{11} s \end{aligned}$$



البته با یک تناسب ساده هم می‌توانستیم دوره را حساب کنیم.

$$\begin{array}{|l} 2\pi \\ \hline \Delta t \end{array} \quad \begin{array}{|l} T = \frac{6}{11} s \\ \hline \Delta t \end{array} \Rightarrow \Delta t = \frac{27}{11} s$$

راه‌حل اول: با توجه به شکل در $t=0$ نوسانگر برای دومین بار از مکان $A + \frac{\sqrt{3}}{2} A$ عبور کرده است و ωt در ربع چهارم مثلثاتی است.



$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \Delta \sqrt{3} = 10 \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \cos \omega t = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \omega t = 2\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega t = \frac{11\pi}{6}$$

$$\omega \times \frac{6}{11} = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{11\pi}{6} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow T = \frac{6}{11} s$$

۳ معادله حرکت را می نویسیم: $x = 0.2 \cos \frac{4\pi}{3} t$

۴ مکان را در لحظه $t = 1/25 s$ به دست می آوریم.

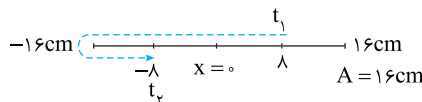
$$x_p = A \cos \omega t \Rightarrow x_p = 2 \cos \left(\frac{4\pi}{3} \times 1/25 \right) \Rightarrow x_p = 2 \cos \frac{\Delta\pi}{3} = 1 \text{ cm}$$

۵ اکنون می توان سرعت متوسط را حساب کرد.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1 - (-1)}{1/25 - 0} = \frac{2}{75} = \frac{2}{3} = \frac{1}{150} \text{ cm/s}$$

۳ ۱۱۴۸ B

مسیر حرکت را از روی نمودار رسم می کنیم. با توجه به نمودار دامنه $A = 16 \text{ cm}$ است.



مسئله ساده ای است. جابه جایی در بازه t_1 تا t_2 برابر $d = -16 \text{ cm}$ و مسافت طی شده برابر است با:

$$l = 16 + 16 = 32 \text{ cm}$$

نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}, v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{d} = \frac{32}{-16} = -2$$

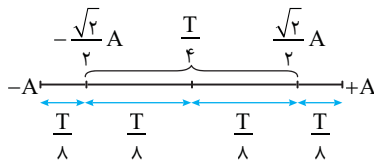
۳ ۱۱۴۹ C

خط فکری: سرعت متوسط در یک بازه زمانی معین هنگامی بیشینه است که جابه جایی در آن بازه بیشینه باشد. جابه جایی بیشینه در یک بازه زمانی معین در دو طرف نقطه تعادل رخ می دهد زیرا در نقطه تعادل سرعت بیشینه است.

بنابراین شما باید با تقسیم بازه زمانی به دو قسمت و یافتن مکان نوسانگر بیشینه جابه جایی آن را حساب کرده و سرعت متوسط بیشینه را به دست آورید.

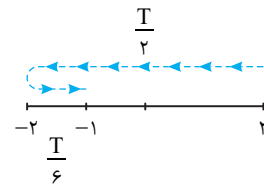
۱ بازه $\frac{T}{4}$ را به دو بازه یکسان $\frac{T}{8}$ در دو طرف نقطه تعادل تقسیم می کنیم. با توجه

به بازه های زمانی شناخته شده مکان در این بازه به صورت زیر است.



۲ در بازه $\frac{T}{4}$ بیشترین اندازه جابه جایی برابر است با:

$$|\Delta x| = \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} A - \frac{\sqrt{2}}{2} A \right| = \sqrt{2} A \Rightarrow |\Delta x| = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$



۳ نوسانگر در مدت $\frac{A}{3} s$ از مکان

$x = -1 = -\frac{A}{2}$ به مکان $A = 2 \text{ cm}$

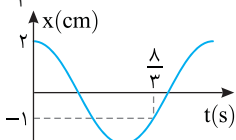
می رود. بازه های زمانی را روی مسیر نوشته، به کمک آن ها دوره را به دست

$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow \frac{2T}{3} = \frac{A}{3} \Rightarrow T = \frac{A}{2} = 1 \text{ s}$$

می آوریم.

۴ اندازه سرعت متوسط خواهد شد:

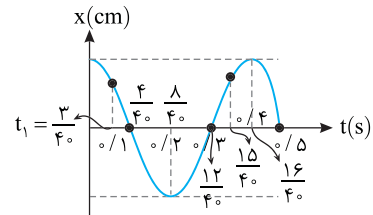
$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{2\sqrt{2}}{2/3} = 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm/s} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{2\sqrt{2}}{100} = \frac{\sqrt{2}}{50} \text{ m/s}$$



۲ ۱۱۴۵ B

۱ دوره حرکت را به دست می آوریم: $\frac{\Delta T}{4} = 0/\Delta \Rightarrow T = 0/4 s$

۲ اکنون اعداد داده شده را روی نمودار نمایش می دهیم.



نکته: هرگاه نمودار مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده محور زمان را قطع کند ($x=0$) تندی بیشینه است.

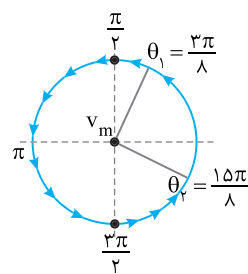
۳ در بازه $t_1 = \frac{3}{4} s$ تا $t_2 = \frac{15}{4} s$ ، نمودار دو بار در لحظه $0/3 s$ و $0/1 s$ محور

زمان را قطع کرده بنابراین دو بار تندی بیشینه می شود.

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت ($\theta = \omega t$)

۱ بسامد زاویه ای را حساب می کنیم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0/4} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$

۲ فاز در لحظه t_1 و t_2 را به دست آورده روی دایره نمایش می دهیم.



$$\theta = \omega t \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = 5\pi \times \frac{3}{4} = \frac{3\pi}{8} \text{ rad} \\ \theta_2 = 5\pi \times \frac{15}{4} = \frac{15\pi}{8} \text{ rad} \end{cases}$$

۳ از θ_1 در جهت مثلثاتی به سوی

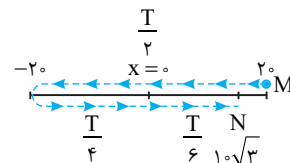
θ_2 می رویم. هرگاه از $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ بگذریم

تندی بیشینه است. بنابراین دو بار تندی بیشینه می شود.

۱ ۱۱۴۶ B

۱ مسیر حرکت را رسم کرده و به کمک بازه های زمانی شناخته شده، مدت زمان حرکت

از M تا N را به دست می آوریم. $\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{11T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{11 \times 12}{12} = 11 \text{ s}$



۲ مسافت طی شده را از روی مسیر حرکت حساب می کنیم:

$$l = 2 \times 0 + 2 \times 0 + 2 \times 0 + 1 \times \sqrt{3} = 6 + 1 \times \sqrt{3} \Rightarrow l = 6 + 1 \times 1.7 = 7.7 \text{ cm}$$

۳ تندی متوسط خواهد شد: $s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{7.7}{11} = 0.7 \text{ cm/s}$

۱ ۱۱۴۷ B

۱ از روی نمودار دامنه حرکت 2 cm است.

۲ با توجه به نمودار در $t = 0/5 s$ برای اولین

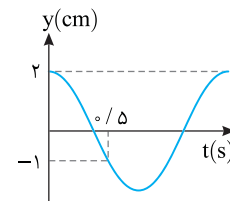
بار متحرک به مکان -1 cm می رسد: در معادله

حرکت زمان را $0/5 s$ و مکان $x = -1 \text{ m}$ قرار

می دهیم و بسامد زاویه ای را حساب می کنیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -1 = 2 \cos \omega \left(\frac{1}{5} \right) \Rightarrow \cos \frac{\omega}{5} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\omega}{5} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$$



دوره حرکت دستگاه جرم - فنر برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است.

$$\begin{cases} T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}} \\ T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m_B}{k}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}}$$

$$\frac{f = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} \Rightarrow f_B = 2f_A \Rightarrow \sqrt{\frac{m_A}{m_B}} = 2 \Rightarrow m_A = 4m_B$$

۳ ۱۱۵۶ A

تکنه هرگاه وزنه را از حالت تعادل کشیده و رها کنیم مقدار کشیدگی برابر دامنه حرکت است.

تکنه دوره حرکت هماهنگ ساده $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ از ویژگی‌های طبیعی نوسانگر است و به دامنه بستگی ندارد. البته به شرط آنکه کشیدگی فنر به حدی نباشد که فنر خاصیت کشسانی خود را از دست بدهد.

در این مسئله جرم و فنرها مشابه بوده بنابراین دوره‌ها یکسان ($T_A = T_B$) است و مدت زمانی که نوسانگر از دامنه به حالت تعادل می‌رسد برابر $\frac{T}{4}$ است از این‌رو زمان برگشت برای هر دو وزنه یکسان است.

$$(t_A = t_B = \frac{T}{4})$$

۲ ۱۱۵۷ A

دوره نوسان دستگاه جرم - فنر ($T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$) تنها به جرم وزنه و ثابت فنر بستگی دارد که هیچ کدام تغییر نکرده است. بنابراین دوره همچنان ۴s است.

۴ ۱۱۵۸ A

۱ دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{6}{3} \Rightarrow T = 2s$$

تکنه دوره نوسان دستگاه جرم - فنر به دامنه بستگی ندارد.

۲ رابطه دوره را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم کرده و دوره را در حالت دوم به دست می‌آوریم:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m'}{m}} \Rightarrow T' = 4s$$

تعداد نوسانات در مدت ۳ دقیقه برابر است با:

$$N' = \frac{t'}{T'} \Rightarrow N' = \frac{3 \times 60}{4} \Rightarrow N' = 45 \text{ نوسان}$$

۳ ۱۱۵۹ B

۱ جرم متصل به فنر ۲kg افزایش یافته:

$$m_2 = m_1 + 2$$

۲ دوره ۵٪ زیاد شده:

$$T_2 = T_1 + \frac{5}{100} T_1$$

۳ رابطه دوره را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم و جرم اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{T_2} &= \frac{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_1 + \frac{5}{100} T_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + 2}} \\ \Rightarrow \frac{T_1}{1/5 T_1} &= \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + 2}} \Rightarrow \frac{5}{1} = \frac{m_1}{m_1 + 2} \Rightarrow 9m_1 = 4m_1 + 8 \\ \Rightarrow 5m_1 &= 8 \Rightarrow m_1 = 1/6 \text{ kg} \end{aligned}$$

۳ ۱۱۵۰ A

دوره نوسان دستگاه جرم - فنر از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آید که در آن m وزن متصل به فنر و k ثابت فنر است. در این صورت دوره با جذر ثابت فنر نسبت وارون دارد و گزینه (۳) درست است.

۴ ۱۱۵۱ A

دوره حرکت هماهنگ ساده جرم - فنر از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آید و بسامد برابر با وارون دوره است، بنابراین:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

۱ ۱۱۵۲ A

به کمک رابطه دوره سامانه جرم - فنر، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{0.5}{k} \Rightarrow k = 8 \text{ N/m}$$

۱ ۱۱۵۳ A

روش اول: دوره نوسان سامانه جرم - فنر برابر است با:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{36}} \Rightarrow T = 2\pi \times \frac{1}{3} \Rightarrow T = 0.2s$$

جسم در هر ۰.۲s یک نوسان انجام می‌دهد و تعداد نوسان‌ها در ۱s خواهد شد:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow \frac{1s}{N} = \frac{0.2}{1} \Rightarrow N = 5$$

روش دوم: تعداد نوسان‌ها در مدت ۱ ثانیه، همان بسامد نوسان است، پس

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.2} = 5 \text{ Hz} \Rightarrow N = 5$$

بازی با سوال جسمی به جرم ۴۰۰g به فنری با ثابت ۹۰N/m متصل است و روی سطح افقی نوسان می‌کند. این جسم در مدت ۴ دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟ ($\pi \approx 3$)

$$300 \quad (4) \quad 30 \quad (3) \quad 600 \quad (2) \quad 60 \quad (1)$$

پایسج با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ دوره را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{90}} = 2\pi \times \frac{0.2}{3} = 0.4s$$

حال با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ تعداد نوسان کامل در مدت ۴ دقیقه را حساب

$$0.4 = \frac{4 \times 60}{N} \Rightarrow N = 600$$

می‌کنیم.

گزینه ۲

۱ ۱۱۵۴ A

تکنه دوره نوسان دستگاه جرم - فنر از رابطه $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ به دست می‌آید و در تمام حالت‌ها T تنها به جرم و ثابت فنر بستگی دارد. یعنی دوره نوسان دستگاه جرم فنر در تمام امتدادها، افقی، قائم و سطح شیبدار و در تمام فواصل از سطح زمین و در تمام سیارات مقدار ثابتی است. با توجه به نکته بیان شده گزینه (۱) پاسخ درست است.

۴ ۱۱۵۵ A

خط فکری در اغلب مسائلی که نسبت خواسته شده است، روابط مورد نیاز را نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم و نسبت‌های داده شده در مسئله را در آن قرار می‌دهیم تا نسبت مورد نظر به دست آید. در این جا نیز رابطه دوره برای A و B نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم و مسئله را حل می‌کنیم.

۱ ۱۱۶۳ A

نکته: بسامد زاویه‌ای دستگاه جرم - فنر از رابطه $\omega = \sqrt{k/m}$ به دست می‌آید که در آن m جرم وزنه و k ثابت فنر است. با توجه به معادله حرکت $x = 0.02 \cos 50\pi t$ ، بسامد زاویه‌ای این نوسانگر برابر $\omega = 50\pi \text{ rad/s}$ است. از این رو خواهیم داشت:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad k = 50 \cdot \pi^2 \text{ N/m} \rightarrow 50 \cdot \pi = \sqrt{\frac{50 \cdot \pi^2}{m}} \rightarrow 2500 \cdot \pi^2 = \frac{5000 \cdot \pi^2}{m}$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{\Delta \pi^2} \rightarrow m = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ kg} = 20 \text{ g}$$

۳ ۱۱۶۴ B

با توجه به فرض مسئله تغییر شناسه تابع کسینوس (تغییر فاز) نوسانگر (ωt) برابر π است از این رو می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} t_1 \text{ در } \rightarrow \omega t_1 \\ t_2 \text{ در } \rightarrow \omega t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \omega t_2 - \omega t_1 = \omega \Delta t = \pi \Rightarrow \omega \times 0.8 = \pi \Rightarrow \omega = \frac{25}{2} \pi \text{ rad/s}$$

با داشتن بسامد زاویه‌ای، ثابت فنر را حساب می‌کنیم:

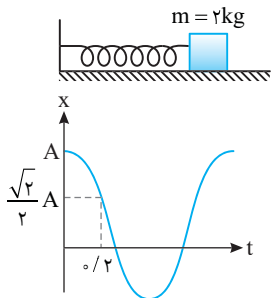
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow \frac{25}{2} \pi = \sqrt{\frac{k}{0.8}} \rightarrow \frac{625}{4} \pi^2 = \frac{k}{0.8} \rightarrow k = 1250 \text{ N/m}$$

۲ ۱۱۶۵ B

راه حل اول: با توجه به معادله مکان - زمان داریم:

$$A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times 0.2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = 1/6 \text{ s}$$

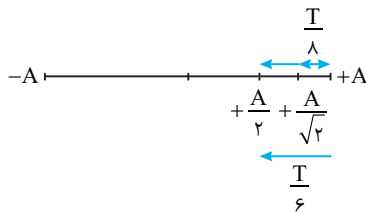


حال با توجه به رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ داریم:

$$1/6 = 2\pi \sqrt{\frac{2}{k}} \Rightarrow \frac{1}{\pi} = \sqrt{\frac{2}{k}} \Rightarrow \frac{1}{\pi^2} = \frac{2}{k} \Rightarrow k = \frac{2\pi^2}{0.64}$$

$$\Rightarrow k = \frac{20}{0.64} = 31.25 \text{ N/m}$$

راه حل دوم: قسمت اول سؤال را می‌توانستیم به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده به دست آوریم.



نوسانگر در مدت 0.2 s از مکان $+A$ به مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ رفته است که بازه زمانی این

جابه‌جایی برابر $\frac{T}{8}$ است بنابراین دوره خواهد شد:

$$\frac{T}{8} = 0.2 \Rightarrow T = 1.6 \text{ s}$$

بقیه مراحل شبیه راه حل اول است.

۴ ۱۱۶۰ B

خط فکری: ابتدا بسامد را بر حسب m و k بنویسیم. سپس در دو حالت رابطه بسامد را نوشته بر هم تقسیم کنید و یک رابطه بین بسامد دو حالت به دست بیاورید. یادتان باشد که جرم کاهش یافته و بسامد افزایش می‌یابد یعنی $f_2 - f_1 = 2/5 \text{ Hz}$ است حال مسئله را حل کنید.

۱ بسامد خواهد شد:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi \sqrt{m/k}} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi \sqrt{m/k}} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

۲ نسبت بسامدها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_2}}}{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1}}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{400}{100}} \Rightarrow f_2 = 2f_1$$

۳ اکنون دو معادله و دو مجهول در اختیار دارید و می‌توانید f_1 را به دست بیاورید.

$$\begin{cases} f_2 - f_1 = 2/5 \\ f_2 = 2f_1 \end{cases} \Rightarrow 2f_1 - f_1 = 2/5 \Rightarrow f_1 = 2/5 \text{ Hz}$$

۴ ثابت فنر را حساب می‌کنیم:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow 2/5 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{0.4}} \Rightarrow 6/25 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{k}{0.4}$$

$$\Rightarrow k = 6/25 \times 4 \times 100 \times 0.4 = k = 100 \text{ N/m} = 1 \text{ N/cm}$$

۲ ۱۱۶۱ A

خط فکری: دوره نوسان دستگاه جرم - فنر برابر $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ است. فنر در هر

دو حالت یکسان بوده و $k_1 = k_2$ است.

۱ با توجه به دوره در دو حالت مختلف نسبت جرم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}}{2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}} \Rightarrow \frac{0.9\pi}{\pi} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

۲ جرم ثانویه 190 g گرم کمتر از جرم اولیه است.

$$\frac{9}{10} = \sqrt{\frac{m_1 - 190}{m_1}} \Rightarrow \frac{81}{100} = \frac{m_1 - 190}{m_1} \Rightarrow 81m_1 = 100m_1 - 19 \times 10^3$$

$$\Rightarrow 19m_1 = 19 \times 10^3 \Rightarrow m_1 = 10^3 \text{ g} = 1 \text{ kg}$$

۳ حال با توجه به دوره اولیه، k را به دست می‌آوریم:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow 0.1\pi = 2\pi \sqrt{\frac{1}{k}} \Rightarrow \frac{1}{20} = \sqrt{\frac{1}{k}} \Rightarrow k = 400 \text{ N/m}$$

نکته: برای تبدیل یکای ثابت فنر داریم:

$$\frac{\text{N}}{\text{m}} \xrightarrow{\frac{1}{100}} \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

بنابراین ثابت فنر برابر $400 \text{ N/m} = 4 \text{ N/cm}$ است.

۲ ۱۱۶۲ B

۱ در انتهای مسیر یعنی وقتی که وزنه در دامنه حرکتش است، $\frac{3}{4}$ جرم آن را جدا کرده‌ایم.

بنابراین بیشینه کشیدگی فنر تغییر نمی‌کند و دامنه همان مقدار اولیه خواهد بود $A_2/A_1 = 1$.

۲ بسامد با دوره نسبت وارون دارد از این رو:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi \sqrt{m/k}} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

۳ نسبت f_2/f_1 خواهد شد:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_2}}}{\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_1}}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \quad m_2 = m_1 - \frac{3}{4}m_1 = \frac{1}{4}m_1 \rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{\frac{1}{4}m_1}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 2$$

B ۱۱۶۶ ۳

خط فکری

دامنه حرکت در دوره نوسانگر تأثیری ندارد با توجه به شکل دامنه $A_p > A_q > A_r$ است. اما برای بررسی دوره با توجه به اینکه فنرها مشابه هستند ($k_p = k_q = k_r$)، شما با توجه به جرم وزنه‌ها باید دوره‌ها را با هم مقایسه کنید.

دوره در حرکت هماهنگ ساده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ به دست می‌آید و دوره با جرم جرم نسبت مستقیم دارد:

$$m_1 = m_q = m_r \Rightarrow T_1 = T_q = T_r$$

نمودار (الف):

و نمودار (الف) درست است.

$$m_1 < m_q < m_r \Rightarrow T_1 < T_q < T_r$$

نمودار (ب):

نمودار (ب) درست است.

$$m_1 > m_q > m_r \Rightarrow T_1 > T_q > T_r$$

نمودار (پ):

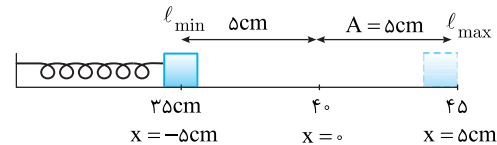
نمودار (پ) نیز درست است.

B ۱۱۶۷ ۱

نکته

تفاضل بیشینه طول فنر ℓ_{\max} و کمینه طول فنر ℓ_{\min} برابر طول پاره‌خط مسیر نوسان است. از طرفی طول پاره‌خط مسیر نوسان دو برابر دامنه حرکت است بنابراین می‌توان نوشت:

$$\ell_{\max} - \ell_{\min} = 2A$$



۱ طول مسیر حرکت $45 - 35 = 10 \text{ cm}$ و دامنه حرکت $A = \frac{1}{2} = 5 \text{ cm}$ است.

۲ بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{1/6}} = \sqrt{\frac{4000}{16}}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{20}{4} \times \sqrt{10} = 5\sqrt{10} \xrightarrow{\sqrt{10} = \pi} \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

$$x = 0.05 \cos 5\pi t$$

۳ معادله حرکت را می‌نویسیم:

۴ مکان را در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 1.5 \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = +0.05 \text{ m} \\ t_2 = 1.5 \text{ s} \Rightarrow x_2 = -0.05 \text{ m} \end{cases}$$

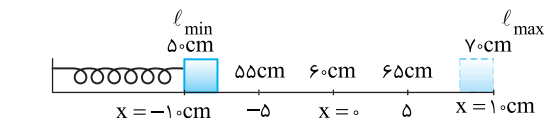
۵ سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-0.05 - 0.05}{1.5 - 0} \Rightarrow v_{\text{av}} = \frac{-0.1}{1.5} \text{ m/s}$$

B ۱۱۶۸ ۴

۱

طول مسیر حرکت را حساب می‌کنیم:



۲ دامنه حرکت نصف طول پاره‌خط مسیر است:

۳ محل تعادل وسط مسیر با نوسان است. بنابراین وقتی طول فنر 60 cm است نوسانگر در حال گذر از محل تعادل ($x=0$) است.

۴ دوره را به دست می‌آوریم:

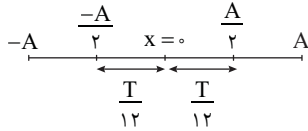
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{5 \times 10^{-2}}{500}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{100} = \frac{\pi}{50} \text{ s} = \frac{3}{50} = 0.06 \text{ s}$$

۵ مکان نوسانگر وقتی طول فنر 55 cm است برابر $x = 55 - 60 = -5 \text{ cm}$ و وقتی طول فنر 65 cm می‌شود مکان نوسانگر $65 - 60 = +5 \text{ cm}$ است.

۶ کمترین زمان حرکت از -5 cm تا $+5 \text{ cm}$ یعنی نوسانگر در مسیر تغییر جهت نداده و مستقیماً از -5 cm به $+5 \text{ cm}$ برود.

۷ به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده حرکت از -5 cm تا $+5 \text{ cm}$ خواهد

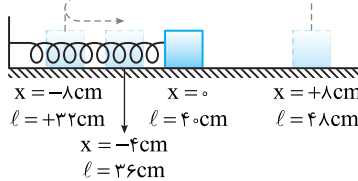
$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{0.6}{6} = 0.1 \text{ s} \quad \text{شد:}$$



A ۱۱۶۹ ۳

نکته

مقدار انحراف از حالت تعادل و رها شدن وزنه برابر دامنه نوسان است.



۱ طول طبیعی فنر 40 cm است وزنه را کشیده تا طول فنر 48 cm شود یعنی طول فنر 8 cm افزایش یابد و وزنه را رها کرده‌ایم از این‌رو دامنه حرکت $A = 8 \text{ cm}$ می‌شود.

۲ بنابراین وزنه بین $L_{\min} = 40 - 8 = 32 \text{ cm}$ و $L_{\max} = 48 \text{ cm}$ در حال نوسان است. وقتی طول فنر 36 cm است یعنی مکان نوسانگر $x = -4 \text{ cm}$ خواهد بود.

۳ بسامد زاویه‌ای سامانه را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{250}{0.1}} = 50 \text{ rad/s}$$

۴ زمان گذر وزنه از مکان $x = -4 \text{ cm}$ برای دومین بار را به کمک معادله حرکت هماهنگ ساده به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -4 = 8 \cos 50t \Rightarrow \cos 50t = -\frac{1}{2}$$

برای بار اول $50t = \frac{2\pi}{3}$ و برای دومین بار $50t = \frac{4\pi}{3}$ است از این‌رو $t = \frac{4\pi}{150}$ جواب

مسئله است.

$$t = \frac{4\pi}{150} \xrightarrow{\pi \approx 3} t = \frac{4}{50} = 0.08 \text{ s}$$

البته با استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده قسمت ۴ حل مسئله بسیار کوتاه‌تر می‌شد.

از $+A$ تا $-A$ و از $(\frac{T}{2}) - A$ تا $(\frac{T}{2}) - A$ طول می‌کشد بنابراین:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 50 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{50}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3} \times \frac{2\pi}{50} \xrightarrow{\pi \approx 3} \Delta t = \frac{4}{50} = 0.08 \text{ s}$$

A ۱۱۷۰ ۳

نکته

مسافتی که نوسانگر در مدت یک دوره طی می‌کند چهار برابر دامنه

($4A$) و مسافتی که در مدت نیم دوره ($\frac{T}{2}$) طی می‌کند دو برابر دامنه ($2A$) است.

ابتدا باید دوره حرکت وزنه را حساب کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad m = 2 \text{ kg}, k = 200 \text{ N/m} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{200}}$$

$$\xrightarrow{\pi \approx 1.57} T = 2 \times \frac{1}{10} \Rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

مدت زمانی که بیان شده 0.1 s است و این 0.1 s نصف دوره است و در مدت نیم دوره مسافت طی شده دو برابر دامنه یعنی $\ell = 2 \times 4 = 8 \text{ cm}$ است.

۴ در هر دوره نوسانگر مسافتی برابر $4A = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$ طی می‌کند، بنابراین

مسافت طی شده در مدت ۱۵۰ دوره (نوسان) خواهد شد:

$$\ell = 150 \times \frac{20}{100} = 30 \text{ m}$$

۵ تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{30}{30} = 1 \text{ m/s}$$

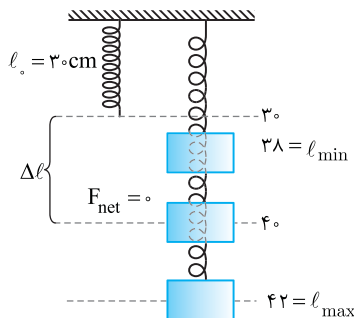
۳ ۱۱۷۴ B

۱ طول پاره‌خط مسیر حرکت را حساب می‌کنیم.

$$\text{طول مسیر} = \ell_{\max} - \ell_{\min} \Rightarrow \text{طول مسیر} = 42 - 38 = 4 \text{ cm}$$

۲ دامنه حرکت نصف مسیر نوسان است

$$A = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$$



۳ طول فنر در محل تعادل (وسط مسیر) خواهد شد:

$$\text{طول فنر در محل تعادل} = 38 + 2 = 40 \text{ cm}$$

۴ تغییر طول فنر از حالت طبیعی تا حالت تعادل را به دست می‌آوریم.

$$\Delta L = 40 - 30 = 10 \text{ cm}$$

۵ در محل تعادل نیروهای وارد بر وزنه متوازن هستند. بر وزنه دو نیرو، یکی وزن و دیگری نیروی کشسانی فنر وارد می‌شود. بنابراین:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow k\Delta l = mg \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{\Delta l}{g} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

۶ اکنون در رابطه دوره به جای نسبت $\frac{m}{k}$ می‌توانیم $\frac{1}{100}$ را قرار داده و دوره را

حساب کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

میانبر: در حرکت سامانه جرم - فنر در امتداد قائم دوره را می‌توان از رابطه

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$

به دست آورد که در آن Δl فاصله محل تعادل از طول طبیعی فنر است.

۲ ۱۱۷۵ B

۱ دوره را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{1}{f} \quad f = 0.5 \text{ Hz} \rightarrow T = \frac{1}{0.5} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

۲ اگر تمام کمک‌فنرها را معادل یک فنر فرض کنیم ثابت فنر آن خواهد شد:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad m = 1000 \text{ kg} \rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{1000}{k}} \Rightarrow 4 = 4\pi^2 \times \frac{1000}{k} \quad \pi^2 = 10 \rightarrow k = 10^4 \text{ N/m}$$

۳ وقتی یک مسافر به جرم 100 kg سوار ماشین می‌شود، با فرض این که به جای

تمام فنرها فنی با ثابت 10^4 N/m وجود دارد. تغییر طول فنر خواهد شد:

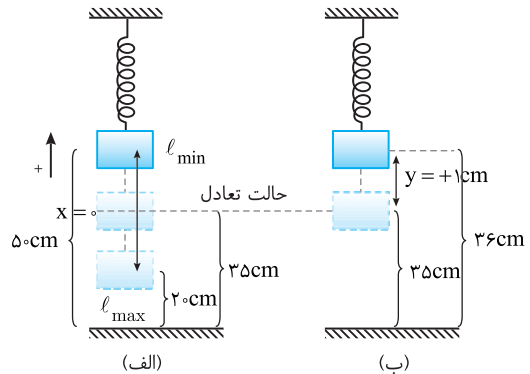
$$mg = k\Delta l \Rightarrow 100 \times 10 = 10^4 \Delta l \Rightarrow \Delta l = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

بنابراین ماشین 10 cm پایین می‌رود.

۳ ۱۱۷۱ B

خط فکری

با استفاده از کمترین و بیشترین فاصله وزنه از سطح میز، طول پاره‌خط مسیر نوسان را حساب کنید و به کمک آن دامنه حرکت را بیابید تا بتوانید فاصله محل تعادل از سطح زمین را مشخص کنید با داشتن فاصله حالت تعادل از سطح زمین. می‌توانید مکان نوسانگر را نسبت به حالت تعادل به دست آورید و در مورد حرکت آن اظهار نظر کنید.



با توجه به شکل (الف)، طول پاره‌خط مسیر حرکت برابر $50 - 20 = 30 \text{ cm}$ است.

دامنه حرکت را حساب می‌کنیم:

$$A = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$$

وقتی فاصله نوسانگر از سطح زمین 36 cm است یعنی مکان آن $36 - 35 = 1 \text{ cm}$ بالاتر

از حالت تعادل است و چون مکان مثبت است شتاب باید منفی یعنی رو به پایین باشد. اما جهت حرکت مشخص نیست و نوسانگر می‌تواند از این نقطه در حال حرکت رو به بالا یا رو به پایین باشد.

۲ ۱۱۷۲ A

خط فکری

باید به سراغ دینامیک بروید. در حالت تعادل نیروهای وارد بر وزنه متوازن هستند و نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. با توجه به این مطلب، می‌توانید ثابت فنر را حساب کرده، سپس دوره را به دست بیاورید.

پس از آویزان کردن جسم، فنر 2 cm کشیده شده تا به تعادل برسد.

$$kx = mg \Rightarrow k \times \frac{2}{100} = 20 \Rightarrow k = 1000 \text{ N/m}$$

در حالت دوم به فنر وزنه‌ای 10 N وصل کرده‌ایم در واقع جرم وزنه برابر 1 kg می‌باشد.

($mg = 10 \text{ N} \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$) از این رو دوره خواهد داشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{1000} \times \sqrt{\frac{1}{1000}} = 2\pi\sqrt{10} \times \frac{1}{10\sqrt{10}} = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ s}$$

۱ ۱۱۷۳ B

خط فکری

از حالت اول که وزنه را به نخ متصل کرده‌ایم می‌توانید جرم وزنه را به دست بیاورید سپس دوره را حساب کرده و تعداد نوسان‌ها را در مدت 3 s حساب کنید. با داشتن تعداد نوسان‌ها مسافت طی شده در مدت 3 s قابل محاسبه است.

به حل مسئله می‌پردازیم:

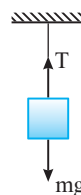
۱ نیروی وزن با نیروی کشش نخ برابر است از این رو:

$$mg = T \Rightarrow mg = 2m \Rightarrow m = 0.2 \text{ kg}$$

۲ با وصل کردن وزنه به فنر، دوره نوسان خواهد شد:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\sqrt{10} \times \frac{1}{10\sqrt{10}} \Rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

۳ تعداد نوسان‌های وزنه در مدت 3 s برابر است با:



زمان	نوسان
0.2 s	۱ نوسان) دوره 150 N
3 s	$N = ?$

A ۱۱۸۰ ۲

۱ ابتدا با توجه به اینکه در مدت ۱ min آونگ ۳۰ N نوسان کامل انجام داده،

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{30} \Rightarrow T = 2s$$

دوره حرکت را به دست می آوریم:

۲ رابطه دوره آونگ را نوشته و شتاب گرانش در محل را به دست می آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{1.01}{g}} \Rightarrow \frac{1}{\pi} = \sqrt{\frac{1.01}{g}} \Rightarrow \frac{1}{\pi^2} = \frac{1.01}{g}$$

$$\Rightarrow g = 1.01\pi^2 \approx \pi^2 \approx 10 \Rightarrow g = 10 \text{ m/s}^2$$

بازی با سوال: طول یک آونگ ساده کم دامنه چند سانتی متر باشد تا بتواند در مدت ۷۲ ثانیه ۴۰ نوسان کامل انجام دهد؟ ($\pi^2 = 10$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

کنکور دهه های گذشته

$$80 \quad (4) \quad 40 \quad (3) \quad 16/2 \quad (2) \quad 81 \quad (1)$$

۱ پاسخ: ابتدا دوره آونگ را به دست می آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{72}{40} \Rightarrow T = 1.8s$$

اکنون طول آونگ را حساب می کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 1.8 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{10}} \Rightarrow 1.8 = 2\sqrt{l} \Rightarrow l = 0.81 \text{ m} \Rightarrow l = 81 \text{ cm}$$

۱ گزینه ۱

A ۱۱۸۱ ۳

۱ نکته: در هر دوره نوسانگر (آونگ) دو بار طول مسیر نوسان را طی می کند.

آونگ در هر دقیقه، ۶۰ بار مسیر AB را طی کرده بنابراین آونگ در هر دقیقه ۳۰ = ۶۰/۲

نوسان انجام داده است.

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{30} = 2s$$

دوره را حساب می کنیم.

طول آونگ را به دست می آوریم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{10}} \Rightarrow l = 1 \text{ m} \Rightarrow l = 100 \text{ cm}$$

A ۱۱۸۲ ۲

دوره آونگ ساده به جرم آونگ بستگی ندارد، دوره را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می کنیم.

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{64}{25}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{8}{5}$$

A ۱۱۸۳ ۱

۱ نکته: دوره نوسان آونگ ساده به جرم گلوله آن بستگی ندارد و اگر دامنه آن

بیش از حد بزرگ نباشد، دوره به دامنه بستگی ندارد.

جرم گلوله m یا ۳m باشد تأثیری در دوره ندارد. هم چنین زاویه انحراف ۲° یا ۴° نیز نقشی در دوره ندارد. نسبت دوره ها را به دست می آوریم.

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \xrightarrow{l'=4l} \frac{T'}{T} = 2 \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{1}{2}$$

A ۱۱۸۴ ۲

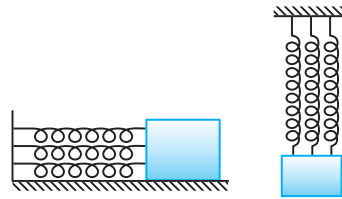
طول آونگ تغییر نکرده از این رو دوره آونگ را در دو محل نوشته و بر هم تقسیم می کنیم.

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} \Rightarrow T_1 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \sqrt{\frac{10}{g_2}} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{10}{g_2} \Rightarrow g_2 = 6.4 \text{ m/s}^2 \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}} \end{cases}$$

C ۱۱۷۶ ۴

۱ نکته: هرگاه با n فنر مشابه با ثابت k یک وزنه را به دیواره ای متصل کنیم و وزنه

را به نوسان درآوریم می توانیم n فنر را یک فنر با ثابت nk فرض کنیم.



جسم به دو فنر مشابه با ثابت 400 N/m متصل است پس می توانیم در نظر بگیریم

(مدلسازی کنیم) جسم به فنری با ثابت 800 N/m وصل است و دوره را به دست

بیاوریم.

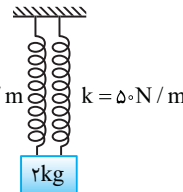
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{800}} = \frac{\pi}{10} = 0.3s$$

با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ زمان ۲۰ نوسان کامل خواهد شد.

$$0.3 = \frac{t}{20} \Rightarrow t = 6s$$

برای درک این مدلسازی به مثال زیر توجه کنید.

مثال: در شکل روبه رو افزایش طول هر فنر چند سانتی متر است؟



پاسخ: نیروهای وارد بر وزنه را رسم می کنیم و نیروی خالص را برابر صفر قرار می دهیم:

$$2F_e = W \Rightarrow 2k\Delta l = mg \Rightarrow 100\Delta l = 20 \Rightarrow \Delta l = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

به قسمت ۲k دقت کنید مانند این است که وزنه به یک فنر با ثابت $k' = 2k$ متصل است. در واقع وقتی n فنر با ثابت k را به طور موازی بین دیوار و وزنه متصل کنیم، می تون فنرها را یک فنر با یک ثابت $k' = nk$ در نظر گرفت.

A ۱۱۷۷ ۲

۱ خط فکری: فرض می کنیم که وزن خودرو و سرنشینانش به طور یکنواخت روی

چهار فنر خودرو تقسیم می شود. در این حالت می توانیم چهار فنر مشابه با ثابت k را یک فنر با ثابت $k' = 4k$ فرض کرده و مسئله را با یک فنر حل کنیم.

۱ ثابت فنر معادل این چهار فنر خواهد شد:

$$k' = 4k \Rightarrow k' = 4 \times 5 \times 10^3 = 2 \times 10^4 \text{ N/m}$$

۲ بسامد زاویه ای برابر است با:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 \times 10^4}{1800}} = \sqrt{\frac{10^4}{900}} \Rightarrow \omega = \frac{10}{3} \text{ rad/s}$$

A ۱۱۷۸ ۲

۱ یادآوری: دوره آونگ ساده برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است که در آن L طول آونگ و

g میدان گرانش در محل است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{l=20 \text{ m}, g=\pi^2} T = 2\pi\sqrt{\frac{20}{\pi^2}} = 2 \times 0.5 = 1s$$

A ۱۱۷۹ ۴

دوره آونگ ساده $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است، از این رو:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g} \Rightarrow T^2 \propto l$$

بنابراین a می تواند T^2 باشد.

۳ ۱۱۸۸ B

خط فکری ابتدا با داشتن دوره $T_1 = 3s$ و $T_2 = 4s$ ، طول هر آونگ را بر حسب حساب کنید، سپس l_1 را با l_2 جمع کرده و دوره آونگ جدید را به دست بیاورید.

با توجه به رابطه دوره آونگ $(T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}})$ طول هر آونگ را حساب می‌کنیم:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow 3 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow \sqrt{l_1} = \frac{3\sqrt{g}}{2\pi} \Rightarrow l_1 = \frac{9g}{4\pi^2}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow 4 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow \sqrt{l_2} = \frac{4\sqrt{g}}{2\pi} \Rightarrow l_2 = \frac{16g}{\pi^2}$$

حال رابطه دوره آونگ را برای آونگ با طول $l_1 + l_2$ می‌نویسیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{9g}{4\pi^2} + \frac{16g}{\pi^2}}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{9}{4} + 16}{\pi^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{25}{4\pi^2}} = 2\pi \times \frac{5}{2\pi} = 5s$$

میانبر اگر دو آونگ با طول‌های l_1 و l_2 به ترتیب با دوره‌های T_1 و T_2 در اختیار داشته باشیم دوره آونگی که طول ریسمان آن $l_1 + l_2$ است از رابطه $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$ به دست می‌آید.

اثبات میانبر:

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow T_1^2 = 4\pi^2 \frac{l_1}{g} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow T_2^2 = 4\pi^2 \frac{l_2}{g} \end{cases} \xrightarrow{\text{با هم جمع می‌کنیم}} T_1^2 + T_2^2 = 4\pi^2 \left(\frac{l_1}{g} + \frac{l_2}{g}\right)$$

$$\Rightarrow T_1^2 + T_2^2 = 4\pi^2 \left(\frac{l_1 + l_2}{g}\right) \Rightarrow \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}}$$

از طرفی دوره آونگی به طول $l_1 + l_2$ برابر $2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}}$ است، بنابراین خواهیم داشت:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$$

۱ ۱۱۸۹ B

۱ طول هر آونگ را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = v\Delta s \rightarrow v/\Delta s = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow l_1 = \frac{v^2 \Delta s^2}{4\pi^2} \\ T_2 = v/\Delta s \rightarrow v/\Delta s = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow l_2 = \frac{v^2 \Delta s^2}{4\pi^2} \end{cases}$$

۲ طول آونگ جدید خواهد شد:

$$l_2 - l_1 = \frac{v^2 \Delta s^2}{4\pi^2} - \frac{v^2 \Delta s^2}{4\pi^2} = \frac{v^2 \Delta s^2}{4\pi^2} \Rightarrow l_2 - l_1 = \frac{g}{\pi^2}$$

۳ دوره آونگ جدید را به دست می‌آوریم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_2 - l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{g}{\pi^2 g}} \Rightarrow T = 2s$$

میانبر هرگاه دو آونگ با طول‌های l_1 و l_2 به ترتیب دارای دوره T_1 و T_2 باشد، دوره آونگی با طول $l_2 - l_1$ برابر $T = \sqrt{T_2^2 - T_1^2}$ می‌شود.

۳ ۱۱۹۰ B

۱ با توجه به صورت سؤال دوره یکی از آونگ‌ها دو برابر دیگری است. بنابراین می‌توان به کمک این مطلب یک رابطه بین طول دو آونگ l_1 و l_2 پیدا کنیم.

$$T_2 = 2T_1 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 2(2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}) \Rightarrow l_2 = 4l_1 \quad (I)$$

۲ با توجه به فرض مسئله مجموع l_1 و l_2 برابر طول نخ اولیه یعنی 100cm می‌شود.

$$l_2 + l_1 = 100\text{cm} \xrightarrow{(I)} 4l_1 + l_1 = 100\text{cm} \Rightarrow l_1 = 20\text{cm}$$

۳ آونگی که دوره تناوب بیشتری دارد طولش بزرگ‌تر است، بنابراین:

$$l_2 = 4l_1 \Rightarrow l_2 = 4 \times 20 = 80\text{cm}$$

۱ ۱۱۸۵ A

دوره نوسان آونگ از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ به دست می‌آید:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}} \xrightarrow{l_1 = 80\text{cm}} \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{l_2}{80}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{l_2}{80} \Rightarrow l_2 = 20\text{cm}$$

بنابراین باید طول آونگ را به اندازه $80 - 20 = 60\text{cm}$ کاهش دهیم.

بازی با سؤال دوره آونگ ساده‌ای ۳ ثانیه است. کاهش طول آونگ چه کسری از طول اولیه آونگ شود تا دوره آن یک ثانیه شود؟

- (۱) $\frac{3}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{8}{9}$

پایسج با توجه به رابطه دوره آونگ طول ثانویه را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{l}{l'}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \sqrt{\frac{l}{l'}} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{l}{l'} \Rightarrow l' = \frac{l}{9}$$

$$\Delta l = l - l' = l - \frac{l}{9} = \frac{8}{9}l$$

تغییر طول آونگ خواهد شد.

۴ گزینه

۴ ۱۱۸۶ A

دوره آونگ را نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{cases} T_1 = \frac{t}{N_1} \Rightarrow N_1 = \frac{T_1}{t} \\ T_2 = \frac{t}{N_2} \end{cases} \quad (I)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \quad (II)$$

از رابطه (I) و (II) نتیجه می‌شود که:

در حالت اول در مدت t ، ۴ نوسان کامل و در حالت دوم در همان مدت t ، یک نوسان بیشتر یعنی ۵ نوسان کامل انجام داده است بنابراین: $\frac{4+t}{4} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \Rightarrow l_2 = \frac{16}{25}l_1$

حال درصد تغییرات طول را به دست می‌آوریم: $\frac{l_2 - l_1}{l_1} \times 100 = \frac{-9}{25} \times 100 = -36\%$

که علامت منفی نشان‌دهنده کاهش می‌باشد.

۴ ۱۱۸۷ B

۱ با توجه به رابطه دوره آونگ داریم: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

با توجه به رابطه بالا بسامد آونگ به جرم آن بستگی ندارد.

۲ بسامد را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم و یک معادله برای f_1 و f_2 به دست می‌آوریم.

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_1}}}{\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_2}}} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \xrightarrow{l_2 = 16l_1} \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{16} \Rightarrow f_2 = \frac{1}{4}f_1 \quad (I)$$

۳ f_1 بزرگ‌تر از f_2 بوده و بنا به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$f_1 - f_2 = 60\text{Hz} \xrightarrow{(I)} f_1 - \frac{1}{4}f_1 = 60 \Rightarrow \frac{3}{4}f_1 = 60 \Rightarrow f_1 = 80\text{Hz}$$

B ۱۱۹۱ ۳

خط فکری

با داشتن بسامد آونگ‌ها، طول هر آونگ را حساب کنید تا بتوانید طول آونگی که بسامد آن مجهول (f) است را بیابید.
۱ رابطه بسامد آونگ به صورت زیر است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f = 2/5 \text{ Hz} \rightarrow 6/25 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g}{l} \Rightarrow l = \frac{g}{25\pi^2} \\ f_1 = 10 \text{ Hz} \rightarrow 100 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g}{l_1} \Rightarrow l_1 = \frac{g}{400\pi^2} \\ f_2 = 5 \text{ Hz} \rightarrow 25 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g}{l_2} \Rightarrow l_2 = \frac{g}{100\pi^2} \end{cases}$$

۲ مجموع طول سه آونگ جدید برابر طول ریسمان آونگ اول است، بنابراین:

$$l = l_1 + l_2 + l_3 \Rightarrow \frac{g}{25\pi^2} = \frac{g}{400\pi^2} + \frac{g}{100\pi^2} + l_3$$

$$\frac{g}{25\pi^2} - \frac{g}{400\pi^2} - \frac{g}{100\pi^2} = l_3 \Rightarrow \frac{16g - g - 4g}{400\pi^2} = l_3 \Rightarrow l_3 = \frac{11g}{400\pi^2}$$

۳ بسامد f را حساب می‌کنیم.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l_3}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{400\pi^2}{11}} \Rightarrow f = \frac{20\pi}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{11}}$$

$$\Rightarrow f = \frac{10}{\sqrt{11}} \Rightarrow f = \frac{10\sqrt{11}}{11} \text{ Hz}$$

میانبر \rightarrow اگر دوره آونگ T باشد و آن را به n قسمت تقسیم کنیم و با هر قسمت یک آونگ با دوره T_1, T_2, \dots, T_n بسازیم، آنگاه خواهیم داشت:

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2}$$

B ۱۱۹۲ ۲

خط فکری

طول آونگ از ما خواسته شده، دوره آونگ دو برابر دوره نوسان جرم - فنر است. جرم و ثابت فنر را داریم. بنابراین شما ابتدا دوره سامانه جرم - فنر را بیابید. سپس آن را دو برابر کرده دوره آونگ را به دست آورده و از آنجا طول آونگ را حساب کنید.
۱ دوره سامانه جرم - فنر را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \begin{matrix} m = 0.5 \text{ kg} \\ k = 112/5 \text{ N/m} \end{matrix} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0.5}{112.5}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{250}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{50} \Rightarrow T = \frac{\pi}{25} \text{ s}$$

۲ دوره آونگ دو برابر T است.

$$T' = 2T = 2 \times \frac{\pi}{25} \Rightarrow T' = \frac{2\pi}{25} \text{ s}$$

۳ طول آونگ را به دست می‌آوریم.

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{2\pi}{25} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{10}} \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{l}{625} \Rightarrow l = 0.16 \text{ m} = 16 \text{ cm}$$

B ۱۱۹۳ ۴

خط فکری

کافی است از روی معادله حرکت $x = 0.04 \cos \frac{\pi}{3} t$ ، بسامد زاویه‌ای ω را مشخص کرده و به کمک رابطه $\omega = \sqrt{g/l}$ طول آونگ را به دست آورد.

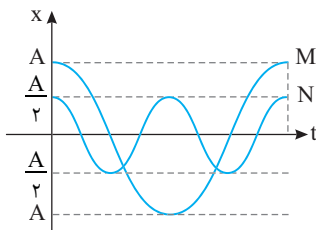
بسامد زاویه‌ای این آونگ $\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{3 \text{ s}}$ است، بنابراین:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{\pi^2}{9} = \frac{g}{l} \Rightarrow l = 9 \text{ m}$$

B ۱۱۹۴ ۳

دامنه آونگ در دوره آن تأثیری ندارد. به نمودار دقت کنید. دوره نوسان آونگ M دو برابر دوره نوسان آونگ N است. بنابراین دوره آونگ را نوشته و رابطه l_M با l_N را به دست می‌آوریم.

$$T_M = 2T_N \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l_M}{g}} = 2(2\pi\sqrt{\frac{l_N}{g}}) \Rightarrow l_M = 4l_N$$



B ۱۱۹۵ ۲

خط فکری

باید آونگ را در دو حالت مطابق شکل رسم کنید تا بتوانید دامنه حرکت را از روی شکل به کمک هندسه و مثلثات به دست بیاورید. سپس دوره جدید آونگ را به دست بیاورید تا مشخص شود کدام نمودار درست است.

با توجه به شکل و تشابه مثلث‌های OPQ و OMN ، خواهیم داشت:

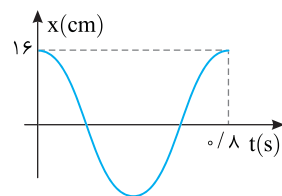
$$\frac{MN}{PQ} = \frac{l_2}{l_1} = 4 \Rightarrow MN = 4PQ \xrightarrow{\text{طول مسیر دو برابر دامنه است}} A_2 = 4A_1$$

بنابراین دامنه آونگ جدید خواهد شد:

$$A_2 = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}$$

دوره آونگ 0.4 s است. دوره آونگ جدید را حساب می‌کنیم.

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}} \Rightarrow \frac{T_2}{0.4} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{0.4} = \sqrt{\frac{4l_1}{l_1}} \Rightarrow T_2 = 0.8 \text{ s}$$



از این رو نمودار به شکل روبه‌روست و گزینه (۲) درست است.

A ۱۱۹۶ ۳

نسبت دوره آونگ‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_B}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_A}{g}}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{l_B}{l_A}} \quad \begin{matrix} l_B = 20 \text{ cm} \\ l_A = 40 \text{ cm} \end{matrix} \rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{20}{40}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (I)$$

نسبت تعداد نوسان‌ها در یک مدت معین را حساب می‌کنیم.

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{t}{N_B} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{N_A}{N_B} \quad \begin{matrix} N_B = 9 \\ (I) \end{matrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{N_A}{9} \Rightarrow N_A = 6 \text{ نوسان}$$

۱۱۹۷ B
دوره آونگ ساده برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است. از طرفی به ازای هر ۵ نوسان آونگ A،

۱. نسبت دوره‌ها را از روی تعداد نوسان‌های دو آونگ به دست می‌آوریم.

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{t}{N_A} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{N_B}{N_A} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{3}{5} \quad (I)$$

۱۱۹۹ B
میدان گرانش در استوا کمترین مقدار و در قطب‌ها بیشترین مقدار است. در واقع زمین کره کامل نیست و شعاع استوایی زمین از شعاع قطبی آن بیشتر است و هرچه از استوا به سمت قطب‌ها برویم، g در حال افزایش است.

اگر از استوا به مدار 45° جغرافیایی برویم یعنی از استوا به سوی قطب برویم، g افزایش می‌یابد و دوره آونگ ($T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$) کمی کوچک‌تر می‌شود.

۱۲۰۰ B
خط فکری ابتدا میدان گرانش در ارتفاع R_e (R_e شعاع کره زمین) از سطح زمین را به دست بیاورید. سپس به سراغ به دست آوردن دوره بروید.

۱. شتاب گرانش در هر نقطه برابر $g = GM/R^2$ است که R فاصله از مرکز زمین است. بنابراین:

$$g = G \frac{M}{R_e^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} g' = \frac{G M}{r^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{R_e^2}{r^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{4} \\ g' = G \frac{M}{(R_e + R_e)^2} \Rightarrow g' = G \frac{M}{4R_e^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{1}{4} \end{array} \right.$$

۲. اکنون می‌توان نسبت دوره‌ها را به دست آورد.

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell} \times \frac{g}{g'}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{9\ell}{\ell} \times \sqrt{4}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = 3 \times 2 \Rightarrow T' = 6T \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g'}} \end{array} \right.$$

۱۲۰۱ B
وقتی حالت بی‌وزنی وجود دارد، اگر آونگ ساعت را منحرف کنیم به جای اول باز نمی‌گردد یعنی اصولاً آونگ نوسان نمی‌کند در نتیجه ساعت آونگ‌دار نیز که عقربه‌هایش در اثر نوسان آونگ حرکت می‌کنند، کار نخواهد کرد.

۱۲۰۲ A
دوره حرکت آونگ $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ و دوره نوسان دستگاه جرم-فنر $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است. در این صورت دوره آونگ به شتاب گرانش (g) بستگی دارد اما دوره نوسان دستگاه جرم-فنر به شتاب گرانش (g) بستگی ندارد. بنابراین با دور شدن از سطح زمین و کاهش شتاب گرانش ($g = G \frac{M}{r^2}$) دوره حرکت آونگ افزایش می‌یابد اما دوره حرکت دستگاه جرم-فنر ثابت می‌ماند.

۱۲۰۳ B
یادآوری هرگاه دمای یک ریسمان یا میله فلزی با طول اولیه ℓ_1 و ضریب انبساط طولی α به اندازه $\Delta\theta$ افزایش یابد، طول ثانویه آن خواهد شد $\ell_2 = \ell_1(1 + \alpha\Delta\theta)$. دوره آونگ را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_1(1+\alpha\Delta\theta)}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1+\alpha\Delta\theta} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \end{array} \right.$$

دمای اولیه $^{\circ}C$ بوده و دمای نهایی θ است. از این‌رو $\Delta\theta = \theta$ بنابراین:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1+\alpha\theta}$$

۱۱۹۸ B
دوره آونگ ساده برابر با $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است. از طرفی به ازای هر ۵ نوسان آونگ A،

۱. نسبت دوره‌ها را از روی تعداد نوسان‌های دو آونگ به دست می‌آوریم.

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{t}{N_A} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{N_B}{N_A} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{3}{5} \quad (I)$$

۲. نسبت دوره‌ها بر حسب طول آونگ‌ها خواهد شد.

$$\left\{ \begin{array}{l} T_A = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_A}{g}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{\ell_A}{\ell_B}} \quad (II) \\ T_B = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_B}{g}} \end{array} \right.$$

۳. از رابطه (I) در رابطه (II) جای‌گذاری کرده و نسبت طول‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\frac{3}{5} = \sqrt{\frac{\ell_A}{\ell_B}} \Rightarrow \frac{\ell_A}{\ell_B} = \frac{9}{25} \Rightarrow \ell_B = \frac{25}{9} \ell_A$$

۴. با توجه به فرض مسئله ($\ell_B - \ell_A = 48\text{cm}$) اکنون می‌توان ℓ_A را به دست آورد.

$$\frac{25}{9} \ell_A - \ell_A = 48 \Rightarrow \frac{16}{9} \ell_A = 48 \Rightarrow \ell_A = 27\text{cm}$$

۱۱۹۸ B
خط فکری اگر بسامد آونگی را که طولش بلندتر است f_1 و بسامد دیگری را f_2 بنامیم، چون دوره آونگ $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ با جذر طول نسبت مستقیم دارد بنابراین آونگ بلندتر، دوره‌اش بیشتر و در نتیجه بسامد آن کوچک‌تر است ($f \propto \frac{1}{T}$) یعنی $f_1 < f_2$ است. بنابراین نسبت $\frac{f_1}{f_2} = 0/9$ است. حال مسئله را حل می‌کنیم.

۱. نسبت دوره‌ها را به کمک نسبت بسامدها به دست می‌آوریم.

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{T_1} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 0/9 \Rightarrow T_2 = 0/9 T_1 \quad (I)$$

۲. آونگی که طول کوتاه‌تری دارد و بسامدش بیشتر است تعداد نوسانات آن در یک مدت معین بیشتر است بنابراین:

$$N_2 = N_1 + 3$$

۳. از رابطه $N = \frac{t}{T}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{54}{T_2} = \frac{54}{T_1} + 3 \Rightarrow \frac{54T_1 - 54T_2}{T_1 T_2} = 3 \Rightarrow 18(T_1 - T_2) = T_1 T_2$$

$$\xrightarrow{T_2 = 0/9 T_1} 18(T_1 - 0/9 T_1) = 0/9 T_1^2$$

$$\Rightarrow 18(0/1 T_1) = 0/9 T_1^2 \Rightarrow T_1 = \frac{1/8}{0/9} = 2\text{s}$$

بازی با سؤال دو آونگ ساده A و B را با هم با دامنه کم به نوسان درمی‌آوریم. پس از گذشت ۲ دقیقه و ۲۴ ثانیه آونگ B، ۱۰ نوسان کامل از آونگ A جلو می‌افتد. اگر زمان نوسان کامل آونگ A برابر با $1/8$ ثانیه باشد، دوره آونگ B چند ثانیه می‌باشد؟

- ۱) $1/2$ ۲) $1/4$ ۳) $1/6$ ۴) ۲

۱ با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\rho_p = 32\rho_e \Rightarrow \frac{M_p}{V_p} = 32 \frac{M_e}{V_e} \xrightarrow{M_p = 4M_e} V_e = 8V_p$$

$$\frac{V = \frac{4}{3}\pi R^3}{3} \rightarrow R_e = 2R_p$$

۲ اکنون با داشتن نسبت جرم‌ها و نسبت شعاع‌ها نسبت میدان گرانش در سطح سیاره (g_p) به میدان گرانش در سطح زمین (g_e) را حساب می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{aligned} g_p &= G \frac{M_p}{R_p^2} \Rightarrow \frac{g_p}{g_e} = \frac{M_p}{M_e} \times \frac{R_e^2}{R_p^2} = 4 \times 4 = 16 \Rightarrow g_p = 16g_e \\ g_e &= G \frac{M_e}{R_e^2} \end{aligned} \right.$$

۳ دوره آونگ در سطح زمین ۲s است. دوره را در سطح سیاره به دست می‌آوریم.

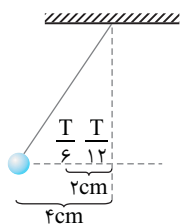
$$\left\{ \begin{aligned} T_p &= 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_p}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_p}} \Rightarrow \frac{T_p}{2} = \sqrt{\frac{1}{16}} \Rightarrow T_p = \frac{1}{2}s \\ T_e &= 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_e}} \end{aligned} \right.$$

۴ دوره آونگ ساعت کوتاه شده است. بنابراین ساعت تندتر کار می‌کند و جلو می‌افتد. ساعت هر $\frac{1}{5}s$ را به اشتباه ۲s نشان می‌دهد یعنی در هر $\frac{1}{5}s$ ساعت $\frac{1}{5}s$ جلو می‌افتد. در مدت یک شبانه‌روز یعنی ۲۴ ساعت:

$\frac{1}{5}s$	$\frac{1}{5}s$
$24h$	Δt

$$\Rightarrow \Delta t = 27h$$

۴ ۱۲۰۹



۱ بیشترین انحراف آونگ از راستای قائم همان

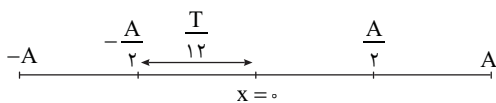
دامنه نوسان آونگ است. بنابراین دامنه نوسان $A = 4cm$ است.

۲ مکان $2cm$ یعنی:

$$\frac{x}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{A}{2}$$

یادآوری: بازه زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $\frac{A}{2}$ به مرکز نوسان برسد

برابر $\frac{T}{12}$ است.



۳ با توجه به فرض مسئله دوره را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = 3s$$

۴ طول آونگ را به دست می‌آوریم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 3 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 3 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{\pi^2}} \Rightarrow \ell = \frac{9}{4}m$$

بنابراین طول نخ برابر $\frac{9}{4} \times 100 = 225cm$ می‌باشد.

۴ ۱۲۱۰

دوره آونگ به مقدار انحراف آن بستگی ندارد. بنابراین وقتی انحراف آن را از 2° به 5° تغییر می‌دهیم، دوره تغییری نمی‌کند و گزینه (۱) و (۲) نادرست است.

تندی گلوله آونگ هنگام گذر از راستای قائم (حالت تعادل) بیشینه و برابر $v_m = A\omega$ است. پسامد زاویه‌ای در دو حالت برابر است (طول آونگ‌ها برابر است)، اما دامنه در حالت دوم بزرگ‌تر بوده و تندی آونگ در حالت دوم بزرگ‌تر است بنابراین گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.

۱ ۱۲۰۴

نکته: هرگاه دوره آونگ ساعت آونگ‌دار افزایش یابد، ساعت کندتر کار کرده و عقب می‌ماند و هرگاه دوره کاهش یابد ساعت تندتر کار کرده و جلو می‌افتد.

نکته: شتاب گرانش g در استوا از بقیه نقاط دیگر سطح زمین کمتر است. اگر ساعت را از تهران به استوا ببریم با توجه به اینکه در استوا شتاب گرانش از بقیه نقاط سطح کره زمین کمتر است، دوره نوسان آونگ افزایش می‌یابد ($T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$) و ساعت کندتر کار کرده و عقب می‌ماند. بنابراین گزاره (الف) درست است. با افزایش دما، طول آونگ فلزی افزایش می‌یابد و دوره آونگ افزایش یافته و ساعت عقب می‌ماند بنابراین گزاره (ب) نیز درست است.

۲ ۱۲۰۵

دوره آونگ ۲s بوده و $\frac{1}{2}s$ دوره کاهش می‌یابد. در این صورت دوره $T' = 2 - \frac{1}{2} = 1.5s$ می‌شود. در این صورت تعداد نوسان‌های آونگ افزایش می‌یابد و باعث می‌شود ساعت تندتر کار کند و جلو بیفتد. یعنی در هر $\frac{1}{2}s$ ساعت $\frac{1}{2}s$ جلو می‌افتد. با توجه به این مطلب میزان جلو افتادن ساعت در مدت $24h$ با یک تناسب ساده به دست می‌آید.

$\frac{1}{2}s$	$\frac{1}{2}s$
$24h$	x

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3}h = 160 \text{ min}$$

۳ ۱۲۰۶

دوره آونگ ساده $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ است و در سطح کره ماه دوره آونگ طولانی‌تر می‌شود و دوره در سطح کره ماه خواهد شد:

$$\frac{T_m}{T_z} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_m}}}{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_z}}} = \sqrt{\frac{g_z}{g_m}} \Rightarrow \frac{T_m}{T_z} = \sqrt{\frac{g_z}{g_m}} = \sqrt{6} \Rightarrow T_m = \sqrt{6}T_z$$

چرخش عقربه‌های ساعت آونگ‌دار به کمک نوسان آونگ صورت می‌گیرد. دوره چرخش عقربه ساعت‌شمار در سطح زمین ۱۲ ساعت است. بنابراین دوره چرخش عقربه ساعت‌شمار در سطح کره ماه برابر است با:

$$12 \times \sqrt{6} = 12 \times 2.45 = 29h$$

۲ ۱۲۰۷

۱ طول آونگ را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 1 = \pi^2 \left(\frac{\ell}{g}\right) \Rightarrow \ell = 1m$$

۲ بنابراین طول آونگ جدید برابر است با $\ell' = 100 - 19 = 81cm$ و دوره آونگ جدید ساعت برابر خواهد شد با:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{\ell'}{g}} \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{0.81}{\pi^2}} \Rightarrow T' = 1.8s$$

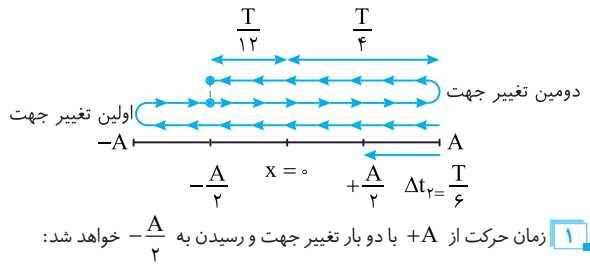
۳ در مدت $\frac{1}{8}s$ ساعت به اندازه $\frac{1}{8}s = 0.125s$ جلو می‌افتد، پس در مدت یک شبانه‌روز ($86400s$) مقدار مدتی که جلو می‌افتد برابر است با:

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
86400	Δt

$$\Rightarrow \Delta t = 9600s = 40 \text{ دقیقه}$$

۲ ۱۲۰۸

خط فکری: باید در حل این مسئله به کمک چگالی و جرم سیاره، شتاب گرانش در سطح سیاره را برحسب شتاب گرانش در سطح زمین به دست بیاورید. سپس دوره آونگ را در سطح سیاره حساب کنید تا بتوانید مقدار عقب‌افتادگی یا جلوافتادگی ساعت را بیابید.



۱ زمان حرکت از $+A$ با دو بار تغییر جهت و رسیدن به $-A$ خواهد شد:
 $\Delta t_1 = T + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{16T}{12} = \frac{4}{3}T$
 با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده، زمان حرکت از $+A$ تا $+A$ برابر
 $\Delta t_2 = \frac{T}{6}$ است.

۳ نسبت را به دست می‌آوریم:
 $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\frac{4T}{3}}{\frac{T}{6}} = 8$

یادآور ریاضی هرگاه $\cos \alpha = \cos \beta$ باشد آنگاه: $\alpha = \beta$ یا $\alpha = 2\pi - \beta$
 در لحظه t_1 و t_2 مکان نوسانگر یکسان و برابر $x = -4 \text{ cm}$ است. بنابراین در این دو لحظه معادله حرکت را نوشته و برابر قرار می‌دهیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} t_1 \rightarrow x_1 = A \cos \omega t_1 \\ t_2 = 2t_1 \rightarrow x_2 = A \cos 2\omega t_1 \end{cases} \quad x_1 = x_2$$

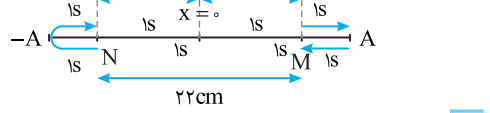
$$\cos \omega t_1 = \cos 2\omega t_1 \Rightarrow \omega t_1 = 2\pi - 2\omega t_1 \Rightarrow 3\omega t_1 = 2\pi \Rightarrow \omega t_1 = \frac{2\pi}{3}$$

اکنون به کمک معادله حرکت A را حساب می‌کنیم:
 $x = A \cos \omega t_1 \Rightarrow -4 = A \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow -4 = A(-\frac{1}{2}) \Rightarrow A = 8 \text{ cm}$

نکته در حرکت هماهنگ ساده در نقاطی که فاصله آن‌ها از حالت تعادل یکسان است، اندازه سرعت برابر است.

خط فکری سرعت نوسانگر در نقاط M و N هم‌اندازه است. بنابراین باید فاصله نقاط M و N از حالت تعادل یکسان باشد. اما عبارت «دو بار عبور متوالی» نیز بسیار مهم است و معنی آن این است که نوسانگر از یک نقطه به انتهای مسیر (نقطه بازگشت) برود و برگردد. اکنون با توجه به این مطالب، مسیر را رسم کرده، زمان‌های داده شده در مسئله را روی آن بنویسید و دوره را حساب کنید. سپس به کمک معادله حرکت دامنه را به دست بیاورید.

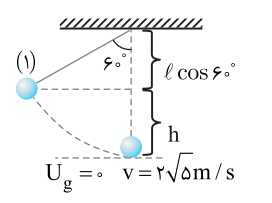
۱ نقاط M و N را روی شکل در مکان‌های $x_M = 11 \text{ cm}$ و $x_N = -11 \text{ cm}$ مشخص کنید.



۲ از M تا N دو ثانیه طول کشیده، بنابراین از M تا $x=0$ تا 1 s و از N تا $x=0$ نیز 1 s طول می‌کشد.
 ۳ دو بار عبور متوالی از نقطه N دو ثانیه طول کشیده، یعنی از نقطه N تا نقطه بازگشت 1 s و از نقطه بازگشت تا N نیز 1 s طول می‌کشد.
 ۴ از N تا M نیز 2 s طول می‌کشد و از M تا A تا A تا M هر یک 1 s طول می‌کشد.
 ۵ بنابراین دوره خواهد شد: $T = 1 + 2 + 2 + 2 + 1 = 8 \text{ s}$
 ۶ در لحظه $t = 1 \text{ s}$ نوسانگر از A به M می‌رود، یعنی مکانش در $t = 1 \text{ s}$ برابر $x = 11 \text{ cm}$ است. اکنون دامنه را به دست می‌آوریم:
 $x = A \cos \omega t \Rightarrow 11 = A \cos \frac{2\pi}{8} \times 1 \Rightarrow A = 11\sqrt{2} \text{ cm}$

B ۱ ۱۲۱۱

خط فکری باید به سراغ کار و انرژی برویم و ابتدا به کمک پایستگی انرژی مکانیکی، طول آونگ را به دست بیاوریم، سپس با داشتن طول آونگ، دوره را حساب کرد.



۱ پایین‌ترین نقطه مسیر حرکت را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم.
 ۲ ارتفاع گلوله آونگ را وقتی 60° منحرف می‌شود بر حسب طول آونگ حساب می‌کنیم:
 $h = l - l \cos 60^\circ \Rightarrow h = l - \frac{l}{2} \Rightarrow h = \frac{l}{2}$
 ۳ پایستگی انرژی مکانیکی را می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2$$

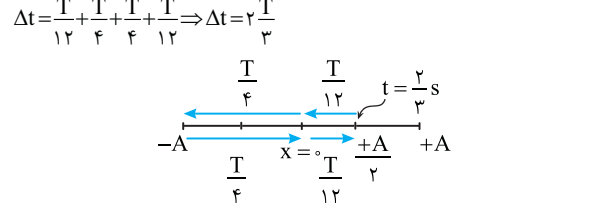
$$gh = \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow 10 \times (\frac{l}{2}) = \frac{1}{2}(2\sqrt{\delta})^2 \Rightarrow l = 2m$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{\pi^2 = g} T = 2\sqrt{2}s$$

B ۴ ۱۲۱۲

۱ روش بازه زمانی، ابتدا با توجه به $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ مکان x_1 را به دست می‌آوریم:

$x_1 = A \cos \frac{\pi}{3} \times \frac{2}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{A}{2}$
 ۲ بنابراین در لحظه $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ نوسانگر برای اولین بار از $+A$ به سمت مرکز عبور می‌کند و کمینه زمان عبور مجدد از $+A$ ، یعنی نوسانگر به نقطه بازگشت $-A$ برود و سپس به $+A$ برگردد، با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده و شکل زیر این بازه زمانی را حساب می‌کنیم:



۳ دوره را به دست می‌آوریم:
 $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$
 ۴ Δt را حساب می‌کنیم:
 $\Delta t = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3} \text{ s}$

روش استفاده از دایره مثلثاتی و فاز حرکت ($\theta = \omega t$)

۱ فاز حرکت در مکان x_1 را حساب می‌کنیم و روی دایره مثلثاتی نشان می‌دهیم.
 $\theta = \omega t \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \times \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$
 ۲ برای آنکه مجدداً نوسانگر از $x_1 = +A$ بگذرد باید فاز آن روی دایره مثلثاتی به اندازه روبرو تغییر کند:
 $\Delta\theta = \frac{\pi}{6} + \pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{4\pi}{3}$
 ۳ زمان این تغییر فاز را حساب می‌کنیم. $\Delta\theta = \omega \Delta t \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = \frac{2\pi}{4} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{8}{3} \text{ s}$

B ۲ ۱۲۱۳

خط فکری شما باید مسیر حرکت را بنا بر صورت مسئله رسم کنید، سپس بازه‌های زمانی را روی شکل بنویسید تا بتوانید بازه‌های زمانی بیان شده در صورت مسئله را مشخص کنید.

۴ ۱۲۱۶ C

خط فکری

باید بررسی کنیم که این معادلات را می‌توانیم به صورت تابع سینوسی یا کسینوسی بنویسیم، زیرا معادله حرکت هماهنگ ساده یک تابع سینوسی است.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

یادآوری ریاضی

بررسی گزینه (۱):

$$x = A \sin \omega t \cos \omega t \xrightarrow{2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha} x = \frac{A}{2} \sin 2\omega t$$

معادله حرکت هماهنگ ساده است.

بررسی گزینه (۳):

$$x = 2A \cos^2 \omega t - A \Rightarrow x = A(2 \cos^2 \omega t - 1) \Rightarrow x = A \cos 2\omega t$$

این نیز معادله حرکت هماهنگ ساده است.

۳ ۱۲۱۷ C

به کمک ریاضی معادله را به صورت $x = A \cos \omega t$ درمی‌آوریم:

$$x = 1 - 2 \sin^2 \Delta \pi t \Rightarrow x = \cos 1 \cdot \pi t \xrightarrow{x = \frac{A}{2}} \frac{1}{2} = \cos 1 \cdot \pi t \Rightarrow 1 \cdot \pi t = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{3} \text{ s}$$

۱ ۱۲۱۸ B

خط فکری

در حرکت هماهنگ ساده هرگاه نوسانگر به حالت تعادل (مرکز نوسان) نزدیک می‌شود تندی اش افزایش می‌یابد، بنابراین در حل این مسئله باید مشخص کنیم که وقتی طول فنر 60 cm و 65 cm است، فاصله آن از مرکز نوسان چند سانتی‌متر است و هر کدام که به مرکز نوسان نزدیک‌تر باشد تندی در آن نقطه بیشتر است.

یادآوری

حرکت هماهنگ ساده، یک حرکت روی خط راست در دو طرف یک نقطه در وسط مسیر است.

۱ طول فنر را در حالتی که وزنه از مرکز نوسان (وسط مسیرش) می‌گذرد به دست

$$\ell = \frac{y_0 + \Delta \ell}{2} = 62 \text{ cm}$$

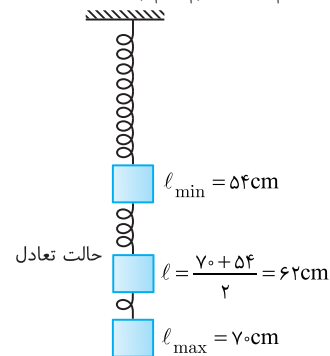
می‌آوریم:

۲ متحرک (نوسانگر) در 60 cm در فاصله 2 cm از مرکز نوسان قرار دارد

و در 65 cm در فاصله 3 cm از مرکز قرار دارد و می‌دانیم که تندی متحرک

در مرکز نوسان بیشینه است و با دور شدن از مرکز نوسان تندی کاهش می‌یابد، از این رو

تندی s_1 بزرگ‌تر از تندی s_2 است. ($s_1 > s_2$)



۴ ۱۲۱۹ C

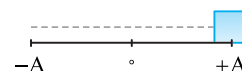
خط فکری

تندی متوسط $\frac{2A\omega}{\pi}$ است. تندی متوسط را بر حسب دامنه A و دوره T

به دست می‌آوریم. سپس برای تک‌تک گزینه‌ها تندی را حساب کرده و با هم مقایسه می‌کنیم.

۱ با توجه به رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ خواهیم داشت:

$$s_{av} = \frac{2A\omega}{\pi} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} s_{av} = \frac{2A}{\pi} \left(\frac{2\pi}{T} \right) \Rightarrow s_{av} = \frac{4A}{T}$$



۲ در بازه صفر تا $\frac{T}{2}$ یعنی در مدت نصف دوره، نوسانگر از $+A$ تا $-A$ حرکت

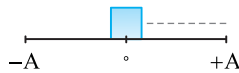
می‌کند: $s_{av} = \frac{2A}{T} = \frac{4A}{2T}$ و گزینه (۱) درست است.

۳ در بازه صفر تا T یعنی در مدت یک دوره، نوسانگر مسافت $4A$ را طی می‌کند.

پس تندی متوسط برابر است با: $s_{av} = \frac{4A}{T}$ و گزینه (۲) درست است.

۴ همچنین در بازه $\frac{2T}{4}$ تا T نوسانگر از مکان $x_1 = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{2T}{4}\right) = 0$

$$s_{av} = \frac{A}{T - \frac{2T}{4}} = \frac{4A}{T} \quad x_2 = +A \quad \text{جابه‌جا می‌شود:}$$



پس در هر سه گزینه تندی متوسط برابر $\frac{4A\omega}{\pi} = \frac{4A}{T}$ است.

۲ ۱۲۲۰ C

نکته هرگاه نوسانگر در حال نزدیک شدن به حالت تعادل باشد، اندازه شتاب

در حال کاهش است.

خط فکری باید در حل مسئله به تک‌تک عبارات و اطلاعات مسئله دقت کرد.

مکان در لحظه t_1 مثبت ($x = +\frac{\sqrt{3}}{2}A$) بوده و شتاب در حال کاهش است، یعنی

نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک شده و سرعت آن منفی است ($v_1 = -v$). عبارت «برای

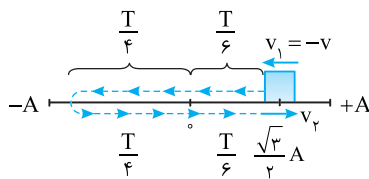
اولین بار مجدداً نوسانگر از مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ بگذرد» یعنی نوسانگر به نقطه بازگشت

$(-A)$ برود و از آن نقطه برگردد. در این صورت وقتی به مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌رسد،

سرعت آن مثبت است ($v_2 = v$). اکنون مسیر را رسم کنید و به کمک بازه‌های زمانی

شناخته شده بازه زمانی حرکت را بیابید تا بتوانید اندازه شتاب متوسط را به دست بیاورید.

۱ مسیر را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم:



۲ بازه زمانی کل مسیر خواهد شد:

$$\Delta t = 2\left(\frac{T}{6}\right) + 2\left(\frac{T}{4}\right) = \frac{T}{3} + \frac{T}{2} = \frac{5T}{6}$$

۳ شتاب متوسط را حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{v - (-v)}{\frac{5T}{6}} \Rightarrow a_{av} = \frac{12v}{5T}$$

۲ ۱۲۲۱ C

خط فکری تکانه برابر $\vec{P} = m\vec{v}$ است، پس تکانه و سرعت هم‌جهت‌اند و

می‌دانیم که نیرو نیز با شتاب هم‌جهت است ($\vec{F} = m\vec{a}$). بنابراین در لحظاتی که تکانه

و نیرو هم‌جهت هستند، سرعت و شتاب نیز هم‌جهت بوده و حرکت تندشونده است.

می‌دانیم هنگامی که نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل است، اندازه سرعت

در حال افزایش و حرکت تندشونده است، بنابراین شما باید مشخص کنید که در بازه

$t_1 = 0/05 \text{ s}$ تا $t_2 = 0/25 \text{ s}$ نوسانگر از کجا به کجا رفته و چه مدت در حال نزدیک

شدن به مرکز نوسان است.

۱ ۱۲۲۳ B

خط فکری در حرکت شناسی یاد گرفتیم که هرگاه لحظه رسیدن دو به متحرک به هم را از ما خواسته باشند، باید معادله حرکت هر دو متحرک را نوشته و با هم برابر قرار دهیم. پس شما هم همین کار را بکنید.
 ۱. بسامد زاویه‌ای نوسانگر اول خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T_1=2s} \omega_1 = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega_1 = \pi \text{ rad/s}$$

۲. معادله حرکت نوسانگر اول را می‌نویسیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x_1 = A \cos \pi t$$

۳. بسامد زاویه‌ای نوسانگر دوم را به دست آورده و معادله حرکت آن را می‌نویسیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T_2=6s} \omega_2 = \frac{2\pi}{6} \Rightarrow \omega_2 = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x_2 = A \cos \frac{\pi}{3} t$$

۴. دو معادله را برابر قرار می‌دهیم.

$$x_1 = x_2 \Rightarrow A \cos \pi t = A \cos \frac{\pi}{3} t \Rightarrow \cos \pi t = \cos \frac{\pi}{3} t$$

$$\cos \alpha = \cos \beta \Rightarrow \alpha = \beta \text{ یا } \alpha = 2\pi - \beta$$

$$\pi t = 2\pi - \frac{\pi}{3} t \Rightarrow \frac{4\pi}{3} t = 2\pi \Rightarrow t = \frac{3}{2} s = 1.5 s$$

۵. حال با جای‌گذاری $t = 1.5 s$ در x_1 یا x_2 مکان نوسانگرها را به دست می‌آوریم:

$$x_1 = A \cos \pi t \Rightarrow x_1 = A \cos \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_1 = 0$$

۱ ۱۲۲۴ C

یادآوری مکان نوسانگر یعنی فاصله نوسانگر از مبدأ (حالت تعادل). در $t = 1 s$ فاصله نوسانگر از حالت تعادلش $x_1 = A - b$ است. بنابراین خواهیم داشت:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{t=1s} A - b = A \cos \omega \Rightarrow \cos \omega = \frac{A-b}{A}$$

در $t = 2 s$ مکان نوسانگر برابر $x_2 = A - (b+c)$ می‌شود. از این رو می‌توان نوشت:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{t=2s} A - b - c = A \cos 2\omega \Rightarrow \cos 2\omega = \frac{A-b-c}{A}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

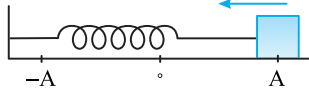
$$\cos 2\omega = 2 \cos^2 \omega - 1 \Rightarrow \frac{A-b-c}{A} = 2 \left(\frac{A-b}{A} \right)^2 - 1$$

$$\Rightarrow \frac{A-b-c}{A} = \frac{2A^2 - 4Ab + 2b^2 - A^2}{A^2}$$

$$\Rightarrow A^2 - Ab - Ac = A^2 - 4Ab + 2b^2 \Rightarrow 3Ab - Ac = 2b^2 \Rightarrow A = \frac{2b^2}{3b-c}$$

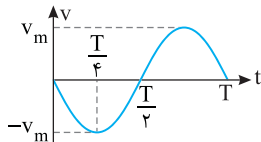
۴ ۱۲۲۵ B

متحرک از $x = +A$ رها شده پس در لحظه $t = 0$ سرعت متحرک صفر می‌باشد و پس از رها شدن مطابق شکل نوسانگر در خلاف جهت محور x ها شروع به حرکت می‌کند و سرعت متحرک ابتدا منفی است.



یعنی نمودار باید در مدت $\frac{T}{2}$ که نوسانگر از A به $-A$ می‌رود، زیر محور زمان باشد. البته

در $\frac{T}{4}$ تندی بیشینه است و در برگشت از $-A$ به $+A$ سرعت مثبت و باید نمودار بالای محور زمان باشد. بنابراین نمودار سرعت زمان به شکل روبه‌روست و گزینه (۴) درست است.

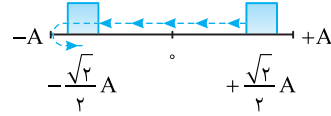


راه حل اول: دوره را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \Delta\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4 s$$

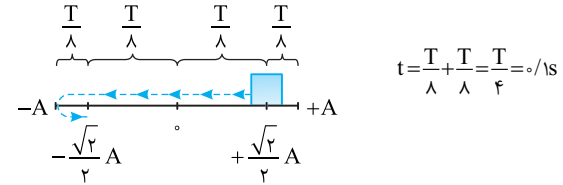
بازه $t = 0.5 s$ تا $t = 1.5 s$ در یک دوره قرار می‌گیرد، مکان متحرک در لحظه‌های داده شده را به دست آورده و مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.

$$t_1 = 0.5 s \Rightarrow x_1 = A \cos \frac{\pi}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} A, t_2 = 1.5 s \Rightarrow x_2 = A \cos \frac{3\pi}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} A$$



حال با توجه به بازه‌های شناخته شده داریم:

از $+\frac{\sqrt{2}}{2} A$ تا مرکز تعادل و از $-A$ تا $-\frac{\sqrt{2}}{2} A$ حرکت تندشونده است. بنابراین



راه حل دوم: در $t = 0.5 s$ کمان دایره مثلثاتی (فاز) متناظر با $\theta_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{4}$ و در

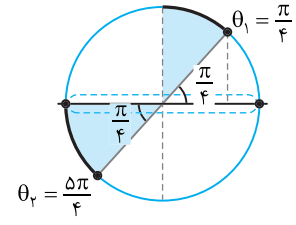
$t = 1.5 s$ کمان دایره مثلثاتی متناظر با $\theta_2 = \omega t_2 = \frac{3\pi}{4}$ است و در دایره مثلثاتی

زیر در دو کمان θ_1 تا π و π تا θ_2 نوسانگر در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل

$x = 0$ است و تندی آن در حال افزایش است، پس در این بازه‌ها حرکت تندشونده است و داریم:

$$\frac{\pi}{2} - \theta_1 = \omega \Delta t_1 \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \Delta\pi \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{1}{4} s \Rightarrow \Delta t_1 = 0.25 s$$

$$\theta_2 - \pi = \omega \Delta t_2 \Rightarrow \frac{3\pi}{4} - \pi = \Delta\pi \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{1}{4} s \Rightarrow \Delta t_2 = 0.25 s$$



پس به مدت $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 0.5 s$ حرکت نوسانگر تندشونده است.

۴ ۱۲۲۶ B

هر دو متحرک در فاصله $\frac{A}{2}$ از نقطه تعادل قرار دارند و یکی از نوسانگرها در حال حرکت به سمت نقطه تعادل بوده و نوسانگر دیگر در حال حرکت به سمت انتهای مسیر است. در معادله حرکت $x = A \cos \omega t$ به جای x را $\frac{A}{2}$ قرار می‌دهیم و ωt را در هر حالت به دست می‌آوریم:

$$\frac{A}{2} = A \cos \omega t_1 \xrightarrow{\text{در حال حرکت به سمت مرکز ربع اول}} \cos \omega t_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{A}{2} = A \cos \omega t_2 \xrightarrow{\text{در حال حرکت به سمت انتهای مسیر ربع چهارم}} \cos \omega t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \omega t_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

بنابراین اختلاف شناسه تابع کسینوسی (اختلاف فاز) خواهد شد:

$$\Delta\theta = \omega t_2 - \omega t_1 = \frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

۱ ۱۲۲۶ B

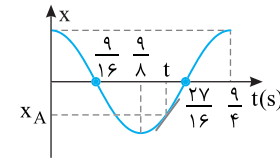
خط فکری

ابتدا دوره حرکت را با توجه به نمودار $x-t$ به دست آورده و سپس به صورت تقریبی مشخص می‌کنیم که در $t=1/3$ س نوسانگر در چه مکانی قرار می‌گیرد تا مشخص شود علامت سرعت و شتاب آن چگونه است.

با توجه به نمودار در $t=0/75$ س نوسانگر برای اولین بار به $x=-\frac{A}{2}$ رسیده است. از این رو در معادله حرکت t را $0/75$ س و x را $-\frac{A}{2}$ قرار می‌دهیم.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -\frac{A}{2} = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times \frac{75}{100} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{9}{4} \text{ s} = 2/25 \text{ s}$$



نمودار را رسم می‌کنیم.

مشخص می‌کنیم که لحظه

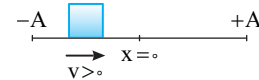
$t=1/3$ س بین کدام لحظه‌های روی

شکل است: $\frac{9}{8} < 1/3 < \frac{27}{16}$

یعنی متحرک در لحظه $t=1/3$ س در قسمت سوم نمودار بوده و مکان آن منفی است.

در حرکت هماهنگ ساده شتاب و مکان هم علامت نیستند و وقتی مکان منفی است، شتاب مثبت است.

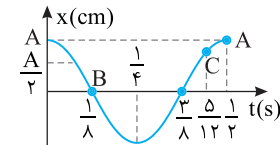
شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t=1/3$ س مثبت است، بنابراین سرعت مثبت است. البته می‌توان این‌گونه استدلال کرد که متحرک از مکان‌های منفی در حال حرکت به سوی حالت تعادل است، بنابراین سرعت آن مثبت است.



۲ ۱۲۲۷ C

خط فکری

در حرکت هماهنگ ساده، هرچه مکان نوسانگر به حالت تعادل $x=0$ نزدیک‌تر باشد، تندی نوسانگر بیشتر است. بنابراین باید مکان نوسانگر را در سه لحظه بیان شده مشخص کرد تا بتوانیم درباره مقایسه تندی آن‌ها اظهار نظر کنیم.



ابتدا دوره حرکت را با توجه به نمودار به

دست می‌آوریم. در $t=1/12$ س نوسانگر

برای اولین بار از $\frac{A}{2}$ عبور کرده است:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{1}{2} = \cos \omega t$$

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{t=1/12} \omega \times \frac{1}{12} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega = 4\pi \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

اکنون در لحظه‌های t_1 ، t_2 و t_3 مکان نوسانگر را مشخص می‌کنیم. هرچه مکان به

مبدأ (حالت تعادل) نزدیک‌تر باشد تندی بیشتر است. در $t_1 = 1/8$ س نوسانگر در مکان A

بوده و تندی صفر است و در $t_2 = 1/8$ س نوسانگر در نقطه B در حال گذر از مرکز نوسان

است و تندی‌اش بیشینه است. در لحظه $t_3 = 5/12$ س یعنی نقطه C نمودار تندی بین

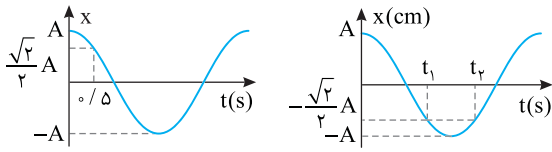
صفر و v_m است. پس $S_1 < S_2 < S_3$.

۱ ۱۲۲۸ C

با توجه به نمودار $x-t$ ، در لحظه $t=0/5$ س نوسانگر برای اولین بار از $\frac{\sqrt{2}}{2} A$

عبور می‌کند. $x = A \cos \omega t \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \xrightarrow{t=0/5} \omega = \frac{\pi}{4 \times 0/5} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$



با توجه به اینکه نوسانگر در t_1 و t_2 دو بار پشت سر هم از $-\frac{\sqrt{2}}{2} A$ عبور کرده پس

دو حالت داریم:

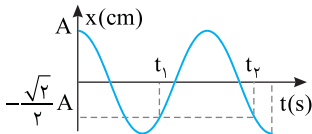
حالت اول:

$$x_1 = A \cos \frac{\pi}{2} t_1 \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{2} t_1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_1 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{3}{2} \text{ s} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{5}{3}$$

$$x_2 = A \cos \frac{\pi}{2} t_2 \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{2} t_2 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_2 = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{2} \text{ s}$$

اما نسبت به دست آمده با فرض مسئله سازگاری ($t_2/t_1 = 2/2$) ندارد و قابل قبول نیست.

حالت دوم:



$$x = A \cos \frac{\pi}{2} t_1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_1 = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{5}{2} \text{ s} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{2}{2}$$

$$x = A \cos \frac{\pi}{2} t_2 \Rightarrow \frac{\pi}{2} t_2 = \frac{11\pi}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{11}{2} \text{ s}$$

بنابراین حالت دوم درست می‌باشد و $t_1 = 2/5$ س است.

روش دیگر: با رسم مسیر و بازه‌های زمانی شناخته شده

مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $+A$ به مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2} A$ برود برابر

$$\frac{T}{8} = 0/5 \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

بنابراین دوره خواهد شد:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} A$$

حالت اول:

$$t_1 = \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{3T}{8} = \frac{3}{8} \times 4 = \frac{3}{2} \text{ s}$$

$$\frac{T}{8}$$

$$t_2 = \frac{T}{2} + \frac{T}{8} = \frac{5T}{8} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{8} \times 4 = \frac{5}{2} \text{ s}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{t_2}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{5}{3}$$

نسبت t_2 به t_1 را حساب می‌کنیم:

با فرض مسئله سازگاری ندارد و جواب نیست.

حالت دوم:

$$t_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{8} = \frac{5T}{8}$$

$$t_1 = \frac{5}{8} \times 4 \Rightarrow t_1 = \frac{5}{2} \text{ s}$$

$$t_2 = T + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} \Rightarrow t_2 = \frac{11T}{8}$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{11}{8} \times 4 \Rightarrow t_2 = \frac{11}{2} \text{ s}$$

$$\frac{11}{2} = \frac{t_2}{\frac{5}{2}} = 2/5 \text{ s}$$

نسبت t_2 را حساب می‌کنیم:

بنابراین حالت دوم درست است و t_1 برابر $2/5$ س است.

۱ ۱۲۳۲ B

نکته: هرگاه n فنر مشابه به یک وزنه متصل شوند، می‌توان به جای n فنر، یک فنر با ثابت $k' = nk$ در نظر گرفته و مسئله را حل کرد.

ابتدا دوره دستگاه با جرم m و ثابت k را به دست می‌آوریم: $T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{6}{20} = 3s$
 رابطه دوره را در دو حالت نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم و دوره در حالت دوم (T') را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k'}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m'}{m}} \times \sqrt{\frac{k}{k'}} \xrightarrow{m'=\frac{m}{3}, k'=3k} \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{1}{3} \Rightarrow T' = 1s$$

$$f' = \frac{1}{T'} \Rightarrow f' = \frac{1}{1} \Rightarrow f' = 1Hz$$

بسامد خواهد شد:

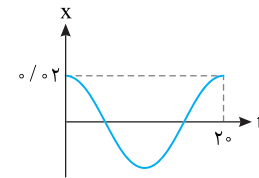
۳ ۱۲۲۹ B

یادآور ریاضی:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

معادله حرکت هماهنگ ساده را به شکل معادله کتاب درسی $x = A \cos \omega t$ درمی‌آوریم:
 $x = 0.02 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10} t\right) \Rightarrow x = 0.02 \cos\left(\frac{\pi}{10} t\right)$

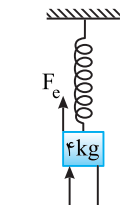
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{10} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 20s$$



اکنون می‌توان نمودار را رسم کرد.

بنابراین گزینه (۳) درست است.

۳ ۱۲۳۳ C



۱ نیروهای وارد بر وزنه وقتی که ساکن است متوازن است. نیروها را رسم کرده به کمک آن ثابت فنر را حساب می‌کنیم.
 طول فنر از طول طبیعی‌اش بیشتر شده بنابراین نیروی کشسانی فنر رو به بالا است.

$$F_c = 10N, W = 40N, F_{net} = 0 \Rightarrow F_c + F = W \Rightarrow k\Delta l + 10 = 40 \Rightarrow \Delta l = 3cm$$

$$30 = k \times \frac{3}{100} \Rightarrow k = 1000 N/m$$

۲ با حذف F وزنه شروع به نوسان کرده و دوره حرکت آن خواهد شد:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{1000}} \Rightarrow T = 2\sqrt{\frac{4}{1000}}$$

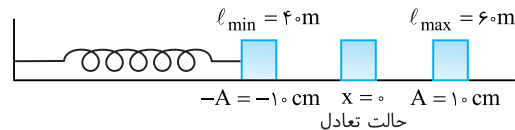
$$T = 2 \times 0.2 = 0.4s$$

۲ ۱۲۳۰ C

۱ دوره سامانه جرم - فنر را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{m=2kg, k=800N/m} T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{800}} = \pi \times 2 \times \frac{1}{20} = 0.3s$$

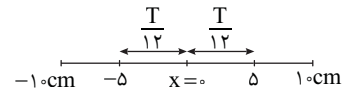
۲ طول پاره‌خط مسیر برابر اختلاف بیشینه طول فنر (ℓ_{max}) و کمینه طول فنر (ℓ_{min}) است.
 $\text{طول مسیر} = \ell_{max} - \ell_{min} = 60 - 40 = 20cm$



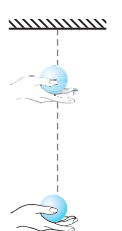
۳ دامنه حرکت نصف طول مسیر حرکت است.
 $A = \frac{20}{2} = 10cm$

۴ تغییر طول فنر در اطراف $x=0$ (نقطه تعادل) در زمان کوتاه‌تری نسبت به مکان‌های دیگر انجام می‌شود زیرا در اطراف این نقطه تندی نوسانگر بیشینه است، بنابراین تغییر طول به اندازه $10cm$ در بین $x=+5cm$ تا $x=-5cm$ و بالعکس در زمان کوتاه‌تری نسبت به تغییر طول به اندازه $10cm$ در بقیه مسیر صورت می‌گیرد.

۵ به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده زمان حرکت از $+5cm$ به $-5cm$ خواهد شد.
 $\Delta t = 2 \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \xrightarrow{T=0.3s} \Delta t = \frac{0.3}{6} = 0.05s$



۱ ۱۲۳۴ B



خط فکری: صورت سؤال را مجدداً بخوانید. گلوله را می‌گیریم و در امتداد قائم تا محل آویز می‌بریم و از آن‌جا رها می‌کنیم. در این صورت گلوله با شتاب گرانش g پایین می‌آید و زمان پایین آمدن آن را باید از معادله جابه‌جایی زمان حرکت با شتاب ثابت به دست بیاورید. اما در حالت دوم آونگ را از راستای قائم رها می‌کنیم تا نوسان کند. در این حالت مدت

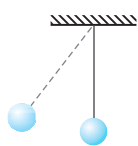
زمان برگشت آونگ از دامنه به حالت تعادل (راستای قائم) $\frac{1}{4}$ دوره است و باید دوره آونگ را حساب کرد و $\frac{1}{4}$ آن را به دست آورد و با حالت اول مقایسه کرد.

گلوله را از ارتفاع L (طول آونگ) رها کرده‌ایم. زمان رسیدن گلوله به حالت اولیه خواهد شد:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \ell = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\ell}{g}}$$

زمان برگشت آونگ از انتهای مسیر به حالت قائم $\frac{1}{4}$ دوره آن است.

$$t_2 = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4} \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow t_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{\pi^2 \ell}{4g}}$$



$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{\frac{2\ell}{g}}}{\sqrt{\frac{\pi^2 \ell}{4g}}} = \sqrt{\frac{2}{\pi^2}} \xrightarrow{\pi^2 \approx 10} \frac{t_1}{t_2} \approx \sqrt{\frac{2}{10}} \approx \sqrt{0.2} \approx 0.4 < 1$$

بنابراین آونگ اول زودتر به حالت اولیه برمی‌گردد.

۳ ۱۲۳۱ B

خط فکری:

از مبحث دینامیک استفاده کنید. هنگامی که وزنه‌ها در حال تعادل هستند نیروی خالص وارد بر وزنه‌ها صفر بوده و نیروها متوازن هستند. با توجه به این مطلب می‌توانید، ثابت فنر را حساب کنید. بعد از جداسدن B، تنها A به فنر متصل بوده و دوره خواهد شد:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}}$$

بوده و دوره خواهد شد:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow (m_A + m_B)g = k\Delta l \Rightarrow$$

$$(0.1 + 0.3) \times 10 = k(0.3 - 0.2) \Rightarrow k = 40 N/m$$

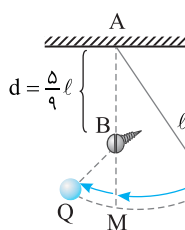
۲ بعد از جدایی وزنه B، وزنه A حرکت هماهنگ ساده خواهد داشت، بنابراین:

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}} \Rightarrow T_A = 2\pi\sqrt{\frac{0.1}{40}} \Rightarrow T_A = \frac{\pi}{10} s$$

C ۱۲۳۵

خط فکری

دقت کنید وقتی ریسمان آونگ به مانع گیر می کند قسمت پایین آونگ، خودش یک آونگ جدید با طول $\frac{4}{9}\ell$ می شود. یعنی مسیر رفت و برگشت PM و MP را با یک آونگ به طول ℓ و دوره $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ در نظر بگیرید، اما مسیر رفت و برگشت MQ و QM را آونگی به طول $\frac{4}{9}\ell$ و دوره $T' = 2\pi\sqrt{\frac{4\ell}{9g}}$ سروکار دارید. اکنون با توجه به این مطالب به سراغ حل مسئله می رویم.



۱ از P تا M و از M تا P بازه زمانی نوسان

۲ زمان یک نوسان کامل این آونگ ترکیبی، جمع این دو بازه زمانی است.

نوسان $2 \times \frac{T}{4}$ است و از M تا Q و Q تا M بازه زمانی

$$T_p = 2 \times \frac{T}{4} + 2 \times \frac{T'}{4} = \frac{T}{2} + \frac{T'}{2} \Rightarrow T_p = \frac{1}{2}(T + T')$$

$$T_p = \frac{1}{2} \left(2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} + 2\pi\sqrt{\frac{4\ell}{9g}} \right) \Rightarrow T_p = \frac{1}{2} \times 2\pi \left(\sqrt{\frac{\ell}{g}} + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{\ell}{g}} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$\Rightarrow T_p = \frac{5}{6}T$$

B ۱۲۳۶

قبل از حل مسئله باید با هم یک مقداری ریاضی تمرین کنیم. به جواب هریک از پرانتزها دقت کنید.

$$(1 + 0/01)^2 = 1 + 0/02 + 0/0001 = 1/0201 \sim 1/02 = [1 + 2(0/01)]$$

$$(1 + 0/01)^3 = 1 + 3(0/01) + 3(0/0001) + 0/000001 = 1/030301 \sim 1/03$$

مثل این است که هرگاه یک عدد کمتر از (۱) را با یک جمع کنیم و به توان برسانیم با تقریب خوبی می توانیم بنویسیم:

$$(1 + \epsilon)^n \sim 1 + n\epsilon$$

در حل این مسئله باید از این تقریب استفاده کنید.

۱ طول ثانویه را بر حسب طول اولیه به دست می آوریم.

$$\ell_p = \ell_1(1 + \alpha\Delta\theta) \Rightarrow \ell_p = \ell_1(1 + 1/1 \times 10^{-5} \times 40)$$

$$\Rightarrow \ell_p = \ell_1(1 + 4 \times 10^{-4}) = 1/00044 \ell_1$$

۲ دوره آونگ در حالت اول ۲s است دوره را در حالت دوم به دست می آوریم.

$$\begin{cases} T_p = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_p}{g}} \\ T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_p}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_p}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_1} = \sqrt{\frac{1/00044\ell_1}{\ell_1}} \Rightarrow T_p = T_1\sqrt{1/00044}$$

$$\Rightarrow T_p = T_1(1 + 0/00044)^{\frac{1}{2}}$$

اکنون از تقریب بالا استفاده می کنیم.

$$T_p = 2(1 + \frac{1}{2} \times 0/00044) = 2/00044 \Rightarrow \Delta T = T_p - T_1 = 2/00044 - 2 = 0/00044 \text{ s}$$

تغییر دوره خواهد شد:

بجواب

A ۱۲۳۷

بنا به قانون دوم نیوتون $F = ma$ و در حرکت سامانه جرم فنر نیروی خالص وارد بر نوسانگر $F = kx$ است. بنابراین می توان نوشت:

$$|ma| = k|x| \Rightarrow |a| = \frac{k}{m}|x| \Rightarrow |a| = \frac{200}{0/08} \times \left(\frac{-2}{100}\right) = 50 \text{ m/s}^2$$

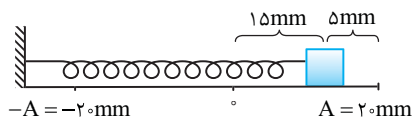
۱ میانبر \leftarrow معادله شتاب - مکان نوسانگر به صورت $a = -\omega^2 x$ است.

B ۱۲۳۸

۱ نکته نوسانگر در هر دوره، دو بار از مرکز نوسان خود عبور می کند.

۲ نوسانگر در هر دقیقه $\frac{30}{4} = 15$ نوسان کامل انجام می دهد.

۳ فاصله دو انتهای مسیر از هم برابر ۴cm داده شده پس دامنه حرکت برابر $A = 2 \text{ cm} = 20 \text{ mm}$ است.



۳ دوره را به دست می آوریم.

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{15} = 4 \text{ s}$$

۴ بسامد زاویه ای برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

۵ فاصله نوسانگر از انتهای مسیر $5 \text{ mm} = 0/5 \text{ cm}$ بوده بنابراین مکان متحرک خواهد شد:

$$x = 15 \text{ mm} = 1/5 \text{ cm}$$

۶ اندازه شتاب خواهد شد:

$$|a| = |-\omega^2 x| \Rightarrow a = \frac{\pi^2}{4} \times 1/5 = \frac{15}{4} = 3/75 \text{ cm/s}^2$$

B ۱۲۳۹

۱ خط فکری \leftarrow شتاب حرکت را در یک مکان معین باید به دست بیاوریم بنابراین شما باید بسامد زاویه ای و مکان نوسانگر را دقیقاً مشخص کنید و با استفاده از رابطه $|a| = \omega^2 x$ مسئله را حل کنید.

۱ ابتدا بسامد زاویه ای را حساب می کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{180}{0/2}} \Rightarrow \omega = 30 \text{ rad/s}$$

۲ نکته هرگاه وزنه را از حالت تعادل منحرف و رها کنیم، مقدار انحراف برابر دامنه نوسان است.

۳ چون وزنه از فاصله ۵cm حالت تعادل رها شده است، دامنه نوسانگر ۵cm است.

۴ فاصله نوسانگر از حالت تعادل وقتی پس از رها شدن ۲cm بالا رفته، برابر با $x = 3 \text{ cm}$ است.

۵ شتاب در مکان $x = 3 \text{ cm}$ برابر است با:

$$|a| = \omega^2 x \Rightarrow a = 900 \times 0/03 = 270 \text{ m/s}^2$$

B ۱۲۴۰

۱ خط فکری \leftarrow رابطه $a + 4x = 0$ را به صورت $a = -4x$ نوشته و آن را با معادله شتاب - مکان $a = -\omega^2 x$ مقایسه می کنیم. با مقایسه دو رابطه می توان نتیجه گرفت که:

$$\begin{cases} a = -4x \\ a = -\omega^2 x \end{cases} \Rightarrow \omega^2 = 4 \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$$

دوره را حساب می کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \pi \text{ s}$$

A ۱۲۴۱

۱ یادآوری در حرکت هماهنگ ساده، بیشینه شتاب نوسانگر از رابطه $a_m = A\omega^2$ به دست می آید که در آن A دامنه و ω بسامد زاویه ای است.

۲ نوسانگر در هر ۰/۴ ثانیه ۲ نوسان کامل انجام می دهد، بنابراین دوره خواهد شد:

$$T = \frac{0/4}{2} = 0/2 \text{ s}$$

۳ بسامد زاویه را حساب می کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0/2} \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

با توجه به رابطه شتاب بیشینه داریم:

$$a_{\max} = A\omega^2 = A \times 100\pi^2 \Rightarrow A \times 10^3 = 20 \Rightarrow A = 2 \times 10^{-2} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

چون N و M دو سر پارمخت نوسان هستند پس طول MN برابر است با:

$$MN = 2A = 4 \text{ cm}$$

پایخ لحظه‌ای که شناسه تابع کسینوسی برابر π است را به دست

می‌آوریم: $\omega t = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times t = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\pi} \times t = \pi \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} s$

مکان در $\frac{T}{6}$ بعد از t را حساب می‌کنیم:

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ rad/s}$

$x = 0.02 \cos \omega(t + \frac{T}{6}) \Rightarrow x = 0.02 \cos 2(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6})$

$\Rightarrow x = 0.02 \cos \frac{4\pi}{3} = -0.01 \text{ m}$

اندازه شتاب برابر است با: $|a| = |\omega^2 x| = 4 \times 0.01 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \text{ m/s}^2$

گزینه ۳

۱۲۴۵ A

خط فکری معادله شتاب - مکان حرکت هماهنگ ساده به صورت $|a| = \omega^2 x$

است. بنابراین از روی معادله حرکت $x = 0.02 \cos \pi t$ بسامد زاویه‌ای نوسانگر و مکان نوسانگر در $t = \frac{1}{3} s$ به دست می‌آوریم و اندازه شتاب را حساب می‌کنیم.

۱ با مقایسه معادله $x = 0.02 \cos \pi t$ با $x = A \cos \omega t$ مشخص است که بسامد زاویه‌ای برابر $\omega = \pi \text{ rad/s}$ است.

۲ مکان در لحظه $t = \frac{1}{3} s$ خواهد شد:

$x = 0.02 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 0.02 \times \frac{1}{2} \Rightarrow x = 0.01 \text{ m}$

۳ اندازه شتاب را به دست می‌آوریم:

$|a| = \omega^2 x \Rightarrow |a| = \pi^2 \times 0.01 \Rightarrow |a| = 10 \text{ cm/s}^2 = 10 \text{ cm/s}^2$

یادآوری در حرکت هماهنگ ساده مکان و شتاب هم علامت نیستند.

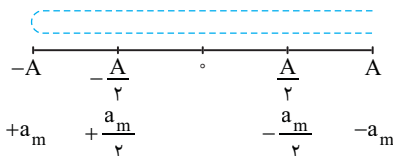
۴ مکان مثبت است از این رو شتاب باید منفی باشد: $a = -10 \text{ cm/s}^2$

۱۲۴۶ B

خط فکری در نقاط بازگشت یعنی نقاط $x = A$ و $x = -A$ شتاب نوسانگر بیشینه است ($a_m = A\omega^2$). اندازه شتاب با مکان نوسانگر نسبت مستقیم دارد. $|a| = \omega^2 x$. بنابراین در لحظه‌هایی که اندازه شتاب نصف اندازه شتاب بیشینه است، مکان نوسانگر $x = \pm \frac{A}{2}$ خواهد بود. بنابراین شما کافی است در معادله حرکت به جای

x مقدار $\pm \frac{A}{2}$ را قرار داده و زمان را به دست بیاورید.

$x = A \cos \omega t \Rightarrow \pm \frac{A}{2} = A \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T} t = \pm \frac{1}{2}$



یادآوری ریاضی هرگاه $\cos \alpha = \pm \frac{1}{2}$ باشد در یک دوره برابر $\frac{2\pi}{3}$ و $\frac{4\pi}{3}$.

با توجه به یادآوری ریاضی:

$\frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6}$, $\frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{3}$

$\frac{2\pi}{T} t_3 = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t_3 = \frac{2T}{3}$, $\frac{2\pi}{T} t_4 = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow t_4 = \frac{5T}{6}$

۱۲۴۲ A

با توجه به قانون دوم نیوتون $F = ma$ و قانون هوک $F = -kx$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_{\max} = ma_m \\ |F| = kx \end{cases} \Rightarrow ma_m = kA \Rightarrow a_m = \frac{k}{m} A \Rightarrow 2 = \frac{10}{m} \times \frac{\Delta}{100}$$

$\Rightarrow m = \frac{\Delta}{20} \text{ kg} = 400 \text{ g}$

۱۲۴۳ C

نکته تمام روابطی که در بررسی سامانه جرم - فنر به دست آورده شده در حرکت آونگ ساده نیز صادق است از جمله رابطه بین شتاب نوسانگر با مکان آن یعنی

$a = -\omega^2 x$

در این صورت ابتدا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم: $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \omega = \sqrt{10} \text{ rad/s}$

طول مسیر 6 cm است بنابراین دامنه حرکت $A = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$ است و وقتی آونگ در

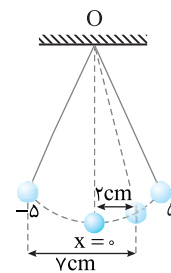
فاصله 1 cm از انتهای مسیرش است، مکان آن $x = 2 \text{ cm}$ خواهد بود. بنابراین:

$a = -\omega^2 x \Rightarrow |a| = (10)(2 \times 10^{-2}) = 0.2 \text{ m/s}^2$

بازی با سوال گلوله‌ای به جرم 150 g به انتهای نخ سبک به طول

15 cm آویخته شده و روی مسیری به طول 10 cm نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که گلوله در فاصله 7 cm از یک انتهای مسیر قرار دارد، اندازه شتاب چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) ۳
- (۴) $\frac{1}{5}$



پایخ دامنه نوسان آونگ نصف طول مسیر

آن است. $A = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ cm}$

وقتی گلوله آونگ در فاصله 7 cm از یک انتهای مسیر است باید فاصله آن از حالت تعادل مطابق شکل 2 cm باشد. ($x = 2 \text{ cm}$)

اکنون بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \sqrt{\frac{10}{0.15}} = \sqrt{\frac{1000}{15}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{200}{3}} \text{ rad/s}$

اندازه شتاب خواهد شد. $|a| = \omega^2 x \Rightarrow |a| = \frac{200}{3} \times \frac{2}{100} \Rightarrow a = \frac{4}{3} \text{ m/s}^2$

گزینه ۲

۱۲۴۴ A

دامنه نصف طول پاره خط مسیر است. $A = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$

یادآوری کمان مثلثاتی در معادله $x = A \cos \omega t$ را شناسه تابع کسینوس یا فاز θ (ωt) گویند.

با توجه به نمودار در لحظه $t = 0/2 s$ ، شناسه تابع کسینوس (فاز) 10° رادیان است. بنابراین بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

$\omega t = 10^\circ \Rightarrow \omega \times 0.2 = 10^\circ \Rightarrow \omega = 50 \text{ rad/s}$

اندازه شتاب را به دست می‌آوریم.

$|a| = \omega^2 x \Rightarrow |a| = (50)^2 \times \frac{\sqrt{2}}{100} \Rightarrow |a| = 250\sqrt{2} \text{ m/s}^2$

بازی با سوال شناسه تابع کسینوسی نوسانگری در لحظه t برابر π است،

اگر دامنه حرکت 2 cm و دوره آن π ثانیه باشد، پس از گذشت $\frac{T}{6}$ ثانیه از لحظه t ،

اندازه شتاب نوسانگر چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{25}$
- (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{25}$
- (۳) $\frac{1}{25}$
- (۴) $\frac{2}{25}$

کنکور دهه‌های گذشته

۱ ۱۲۴۷ A

نکته بزرگی شتاب بر حسب مکان نوسانگر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$|a| = \omega^2 |x|$$

مکان متحرک در نقطه M، ۱ cm است:

$$|a| = \omega^2 |x| \Rightarrow 4 = \omega^2 \times \frac{1}{100} \Rightarrow \omega^2 = 400 \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

یادآوری بسامد زاویه‌ای سیستم جرم - فنر برابر $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ است:

بسامد زاویه‌ای سیستم جرم - فنر 20 rad/s و جرم آن 2 kg است:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow 400 = \frac{k}{2} \Rightarrow k = 800 \text{ N/m}$$

بازری با سوال در شکل زیر نوسانگری روی پاره‌خط نشان داده شده در

حال نوسان می‌باشد. شتاب در نقاط A، B و C را به ترتیب با a_A ، a_B و a_C

نشان می‌دهیم. کدام گزینه در مورد شتاب در این سه نقطه درست است؟

$$|a_C| = 3|a_B| = 1/5|a_A| \quad (۲) \quad |a_A| = |a_B| = |a_C| \quad (۱)$$

$$|a_C| = 3|a_A| = 2|a_B| \quad (۴) \quad |a_C| = \frac{3}{4}|a_B| = 3|a_A| \quad (۳)$$

پایسج با توجه به معادله شتاب - مکان حرکت هماهنگ ساده

$(|a| = \omega^2 x)$ شتاب با مکان نسبت مستقیم دارد. شتاب در مکان‌های A و B

و C را به بدست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم.

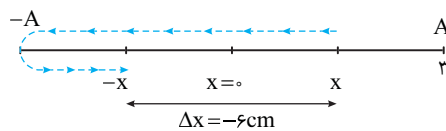
$$|a_A| = \omega^2 \frac{\ell}{3}, |a_B| = \omega^2 \frac{2\ell}{3}, |a_C| = \omega^2 \ell \Rightarrow |a_C| = \frac{3}{2}|a_B| = 3|a_A|$$

تجزیه

۲ ۱۲۴۸ B

خط فکری 0.2 s نصف دوره $(T = 0.4 \text{ s})$ است. در مدت $\frac{T}{2}$ ، مکان و سرعت

متحرک قرینه می‌شود و وقتی جابه‌جایی -6 cm است، مطابق شکل متحرک از مکان $+3 \text{ cm}$ به مکان -3 cm رفته است. با توجه به این مطلب اندازه شتاب قابل محاسبه است.



۱ بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4} \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$

۲ اندازه شتاب را به دست می‌آوریم.

$$|a| = \omega^2 |x| \Rightarrow |a| = (5\pi)^2 \left(\frac{3}{100}\right) \Rightarrow |a| = 7/5 \text{ m/s}^2$$

۳ در ابتدای این بازه مکان نوسانگر مثبت است، بنابراین شتاب آن منفی است یعنی

$$a = -7/5 \text{ m/s}^2 \text{ است.}$$

۴ ۱۲۴۹ C

خط فکری ابتدا باید مکان نوسانگر در لحظه‌ای که شتاب $8\pi^2 \sqrt{2} \text{ m/s}^2$ است

را به دست بیاوریم. در بازه $t = \frac{1}{6} \text{ s}$ تا $t = \frac{1}{10} \text{ s}$ مکان نوسانگر را مشخص کنید تا

بتوانید تعیین کنید چه مدت شتاب از $8\pi^2 \sqrt{2} \text{ m/s}^2$ کوچکتر است.

۱ با توجه به معادله حرکت $x = 0.04 \cos 2\pi t$ بسامد زاویه‌ای را به دست

$$\omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

۲ مکان نوسانگر وقتی شتاب $8\pi^2 \sqrt{2} \text{ m/s}^2$ است را به دست می‌آوریم.

$$|a| = \omega^2 x \Rightarrow 8\pi^2 \sqrt{2} = (2\pi)^2 x \Rightarrow 8\pi^2 \sqrt{2} = 4\pi^2 x$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{2}}{100} \text{ m} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

۳ مکان نوسانگر در لحظه‌های $t = \frac{1}{6} \text{ s}$ و $t = \frac{1}{10} \text{ s}$ خواهد شد:

$$x = 0.04 \cos 2\pi t \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{6} \text{ s} \rightarrow x_1 = 0.04 \cos 2\pi \times \frac{1}{6} = 0.04 \cos \frac{\pi}{3} \\ t = \frac{1}{10} \text{ s} \rightarrow x_2 = 0.04 \cos 2\pi \times \frac{1}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm} \\ x_2 = 0.04 \cos 2\pi \Rightarrow x_2 = 0.04 \text{ m} = 4 \text{ cm} \end{cases}$$

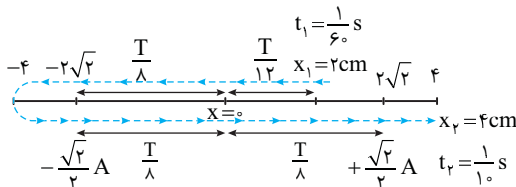
۴ مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و مکان‌های x_1 و x_2 را روی آن نشان می‌دهیم.

۵ دوره را به دست می‌آوریم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$

۶ در مکان‌هایی که $-2\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2}$ شتاب از $8\pi^2 \sqrt{2} \text{ m/s}^2$ کمتر است. به

کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسئله را حل می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{8} + \frac{T}{8} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} + \frac{2T}{6} = \frac{3T}{6} = \frac{T}{2} = \frac{0.1}{2} = 0.05 \text{ s}$$



۴ ۱۲۵۰ C

خط فکری بیشینه شتاب نوسانگر $a_m = A\omega^2$ است از این رو شما باید بسامد

زاویه‌ای $(\omega = \sqrt{g/\ell})$ را در ارتفاع R_e از سطح زمین پیدا کنید. اما ابتدا باید میدان

گرانش در آن ارتفاع را بر حسب میدان گرانش در سطح زمین بیابید.

۱ با توجه به رابطه میدان گرانش خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \text{سطح زمین: } g_e = G \frac{M_e}{R_e^2} \\ \text{در ارتفاع } R_e: g_h = G \frac{M_e}{(R_e + R_e)^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_h}{g_e} = \left(\frac{R_e}{2R_e}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

۲ نسبت بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\omega_h}{\omega_e} = \sqrt{\frac{g_h}{g_e}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\omega_h}{\omega_e} = \frac{1}{2}$$

۳ اکنون نسبت بیشینه شتاب‌ها را می‌توانیم به دست بیاوریم.

$$\frac{a_h}{a_e} = \frac{A\omega_h^2}{A\omega_e^2} \text{ دامنه‌ها یکسان} \rightarrow \frac{a_h}{a_e} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

۱ ۱۲۵۱ A

یادآوری بیشینه نیروی خالص وارد بر نوسانگر از رابطه $F = mA\omega^2$ به دست می‌آید که در آن A دامنه، m جرم نوسانگر و ω بسامد زاویه‌ای است.

۱ دامنه نصف طول پاره‌خط مسیر نوسانگر است. بنابراین $A = \frac{1}{2} \Delta \text{ cm}$

۲ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T = \frac{1}{2} \text{ s}} \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

۳ اکنون بیشینه نیروی وارد بر ذره را به دست می‌آوریم.

$$F_{\max} = mA\omega^2 \xrightarrow{m = 0.05 \text{ kg}} F_m = 0.05 \times 0.5 \times 16\pi^2 \Rightarrow F_m = 4 \text{ N}$$

پاسخ ۱ تمام روابطی که برای سامانه جرم - فنر به دست آورده ایم درباره آونگ نیز صادق است از جمله بیشینه شتاب برابر $a_{\max} = A\omega^2$ می باشد. از این می توان بسامد زاویه ای آونگ را حساب کرد.

$$\frac{2}{100} = 5 \times 10^{-3} \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 4 \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$$

هم چنین می دانیم بسامد زاویه ای برابر $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ است از این رو:

$$\omega^2 = \frac{g}{\ell} \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{10}{\ell} \Rightarrow \ell = 2.5 \text{ m}$$

گزینه ۳

۲ ۱۲۵۵ B

خط فکری بیشینه نیرو در دو حالت یکسان است. از طرفی فنر تغییر نکرده و ثابت فنر k ثابت مانده است. از این مطلب استفاده کنید و نسبت دامنه ها را به دست بیاورید سپس باید بسامد زاویه ای جدید را حساب کنید تا بتوانید معادله را بنویسید.

۱ با توجه به قانون هوک $F = kx$ بیشینه نیرو در مکان $x = \pm A$ خواهد بود یعنی $|F_{\max}| = kA$ است. بنابراین:

$$F_{\max_1} = F_{\max_2} \Rightarrow k_1 A_1 = k_2 A_2 \xrightarrow{k_1 = k_2} A_1 = A_2$$

$$A_1 = 0.1 \text{ m} \rightarrow A_2 = 0.1 \text{ m}$$

۲ بسامد زاویه را به دست می آوریم:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \quad \omega_1 = \frac{\Delta\pi}{\Delta t} \rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{m_1}{4m_2}} \Rightarrow \omega_2 = \frac{\Delta\pi}{2}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$$

۳ معادله حرکت در حالت دوم خواهد شد:

$$x = A_2 \cos \omega_2 t \Rightarrow x = 0.1 \cos \frac{\Delta\pi}{2} t \Rightarrow x = 0.1 \cos 2/\Delta\pi t$$

بازی با سوال ۱ جسمی به جرم 50 گرم که از یک فنر آویخته است، نوسان می کند. معادله مکان نوسانگر در SI به صورت $x = 0.1 \cos 20t$ است.

بیشترین نیروی وارد بر جسم چند نیوتون است؟

- مشابه کنکور دهه های گذشته
- ۲ (۴) ۱ (۳) ۰/۲ (۲) ۰/۱ (۱)

پاسخ ۱ با توجه به معادله داده شده $\omega = 20 \text{ rad/s}$ و $A = 0.1 \text{ m}$ است.

$$F_{\max} = mA\omega^2 \Rightarrow F_{\max} = 0.05 \times 0.1 \times (20)^2$$

$$\Rightarrow F_{\max} = 0.05 \times 0.1 \times 400 = 0.2 \text{ N}$$

گزینه ۲

۳ ۱۲۵۶ A

خط فکری در یک حرکت هماهنگ ساده، طول پاره خط مسیر نوسان دو برابر دامنه است و بازه زمانی که طول می کشد تا نوسانگر طول پاره خط را طی کند برابر نصف دوره $(\frac{T}{2})$ است. بنابراین کافی است ابتدا دامنه و دوره و سپس بیشینه سرعت را حساب کنید.

۱ دامنه نوسان یک حرکت هماهنگ ساده نصف طول مسیر آن است.

$$\frac{2}{1} = \frac{A}{x=0} \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$

۲ نوسانگر در مدت $\frac{T}{2}$ (نصف دوره) یک بار طول پاره خط را طی می کند، با توجه به

صورت سؤال $\frac{T}{2} = 1 \text{ s}$ است، بنابراین $T = 2 \text{ s}$ خواهد بود.

۳ بسامد زاویه ای را حساب می کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

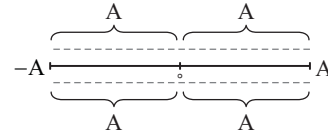
۴ بیشینه سرعت نوسانگر برابر است با:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow v_{\max} = 0.02 \times \pi = 0.02\pi \text{ m/s} = 2\pi \text{ cm/s}$$

۲ ۱۲۵۲ A

۱ در هر دقیقه 120 نوسان کامل انجام شده بنابراین دوره و بسامد زاویه ای خواهد

$$T = \frac{t}{N} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \text{ s} \xrightarrow{\omega = 2\pi/T} \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$



۲ در هر دوره مسافت طی شده برابر $4A$ است از این رو دامنه برابر است با:

$$4A = 16 \Rightarrow A = 4 \text{ cm}$$

۳ شتاب را در مکان $x = -\frac{A}{2} = -\frac{4}{2} = -2 \text{ cm}$ به دست می آوریم.

$$|a| = \omega^2 |x| \Rightarrow |a| = (4\pi)^2 \times \left(\frac{2}{100}\right) \Rightarrow |a| = 16 \times 10 \times \frac{2}{100} \Rightarrow |a| = 3.2 \text{ m/s}^2$$

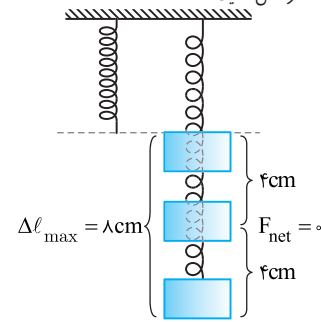
۴ نیروی خالص وارد بر نوسانگر خواهد شد:

$$F = ma \xrightarrow{m = 2 \times 10^{-2} \text{ kg}} F = 2 \times 10^{-2} \times 3.2 = 6.4 \times 10^{-2} \text{ N}$$

میابیر ۱ معادله نیرو - مکان نوسانگر $|F| = m\omega^2 x$ است.

۲ ۱۲۵۳ C

خط فکری در حالت تعادل نیروها متوازن است. به کمک دینامیک باید ثابت فنر را بیابید. بیشترین نیروی کشسانی فنر وقتی است که طول فنر به بیشینه مقدار خود برسد. بنابراین شما باید بیشینه طول فنر را هنگام نوسان پیدا کنید و به کمک قانون هوک $F = k\Delta\ell$ مسئله را حل کنید.



۱ ابتدا ثابت فنر را حساب می کنیم.

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow mg = k\Delta\ell \Rightarrow 5 = k \frac{4}{100} \Rightarrow k = \frac{500}{4} = 125 \text{ N/m}$$

۲ در محل تعادل طول فنر 4 cm افزایش یافته اگر در این حالت با دامنه 4 cm وزنه را به نوسان درآوریم، وزنه تا طول طبیعی فنر بالا می رود و وقتی به پایین ترین نقطه مسیر می رود افزایش طول فنر مطابق شکل $\Delta\ell_{\max} = 8 \text{ cm}$ می شود. از این رو

$$F_{\max} = k\Delta\ell_{\max} = 125 \times \frac{8}{100} = 10 \text{ N}$$

بیشینه نیرو خواهد شد:

۳ ۱۲۵۴ A

یادآوری ۱ بسامد زاویه ای آونگ برابر $\omega = \sqrt{g/\ell}$ است.

۲ بیشینه نیروی خالص وارد بر نوسانگر برابر است با $F_{\max} = mA\omega^2$ که در آن A دامنه و m جرم نوسانگر است. بسامد زاویه ای را به دست می آوریم.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \xrightarrow{\ell = 1 \text{ m}} \omega = \sqrt{10} \text{ rad/s}$$

بیشینه نیروی خالص وارد بر نوسانگر را حساب می کنیم.

$$F_{\max} = mA\omega^2 \xrightarrow{m = 0.2 \text{ kg}, A = 0.1 \text{ cm}} F_{\max} = 0.2 \times 0.1 \times 10 = 0.2 \text{ N}$$

بازی با سوال ۱ گلوله یک آونگ ساده با دامنه 5 میلی متر نوسان می کند و بیشینه شتاب آن 2 سانتی متر بر مربع ثانیه است. طول آونگ چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- ۴ (۴) ۲/۵ (۳) ۱/۵ (۲) ۲ (۱)

به کمک تندی بیشینه، دامنه را به دست می‌آوریم.

$$v_m = A\omega \Rightarrow 12 = A \times 15 \Rightarrow A = 0.8 \text{ m}$$

بنابراین معادله مکان - زمان وزنه به صورت زیر در می‌آید:

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.8 \cos 15t$$

۲ ۱۲۶۱ B

خط فکری برای نوشتن معادله مکان - زمان نوسانگر ($x = A \cos \omega t$) باید

دامنه و بسامد زاویه‌ای را داشته باشیم. معادله حرکت نوسانگر A ، $x = 0.1 \cos \pi t$ بوده و بسامد زاویه‌ای آن $\omega_A = \pi \text{ rad/s}$ است. با توجه به داده‌های مسئله ω_B و A_B را به دست بیاورید.

۱. دوره نوسانگر A برابر است با: $\omega_A = \frac{2\pi}{T_A} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T_A} \Rightarrow T_A = 2 \text{ s}$

۲. دوره B ، 2 s از دوره A بیشتر است. بنابراین:

$$T_B = T_A + 2 \Rightarrow T_B = 2 + 2 = 4 \text{ s}$$

۳. بسامد زاویه‌ای B خواهد شد: $\omega_B = \frac{2\pi}{T_B} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \omega_B = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$

۴. بیشینه تندی A دو برابر بیشینه تندی B است، از این رو:

$$v_{m_A} = 2v_{m_B} \Rightarrow A_A \omega_A = 2A_B \omega_B \xrightarrow{A_A = 0.1 \text{ m}} 0.1 \times \pi = 2A_B \times \frac{\pi}{2} \Rightarrow A_B = 0.05 \text{ m}$$

۵. در نتیجه معادله مکان - زمان نوسانگر B به صورت زیر است:

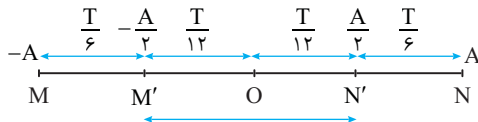
$$x = A_B \cos(\omega_B t) \Rightarrow x = 0.05 \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$$

۳ ۱۲۶۲ C

تندی بیشینه برابر $A\omega$ است، دوره را حساب می‌کنیم.

$$v_m = A\omega \xrightarrow{v_m = 3\pi \text{ cm/s}} 3\pi = 3\omega \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$



دامنه نوسانگر $A = \frac{6}{3} = 2 \text{ cm}$ ، بنابراین $x_{N'} = 1/2 \text{ cm}$ و $x_{M'} = -1/2 \text{ cm}$ یعنی

نقاط M' و N' به ترتیب در مکان $+\frac{A}{2}$ و $-\frac{A}{2}$ قرار دارند. مدت زمان حرکت از

$-\frac{A}{2}$ تا مرکز نوسان و از مرکز نوسان تا $+\frac{A}{2}$ خواهد شد:

$$t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \xrightarrow{T=2\text{s}} t = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

۱ ۱۲۶۳ A

خط فکری در نقاط بازگشت شتاب و نیرو بیشینه و در نقطه تعادل شتاب و نیرو صفر است.

در نقاط بازگشت تندی صفر بوده و در نقطه تعادل تندی نوسانگر بیشینه است. تندی بیشینه برابر $A\omega$ و شتاب بیشینه برابر $A\omega^2$ است.

۱. با توجه به سؤال تندی بیشینه و شتاب بیشینه داده شده است:

$$\begin{cases} v_{\max} = A\omega = 0.2\pi \\ a_{\max} = A\omega^2 = 0.8\pi^2 \end{cases} \xrightarrow{\frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \frac{A\omega^2}{A\omega} = \omega} \omega = \frac{0.8\pi^2}{0.2\pi} = 4\pi$$

۲. بزرگی شتاب نوسانگر در هر مکان از رابطه $|a| = \omega^2 |x|$ به دست می‌آید:

$$|a| = (4\pi)^2 \times \frac{1}{10} \Rightarrow |a| = 0.16\pi^2$$

۲ ۱۲۵۷ A

خط فکری دوباره گرفتار بیشینه طول و کمینه طول فنر شدیم. البته طول مسیر راحت

به دست می‌آید ($l_{\max} - l_{\min}$) و به کمک طول مسیر، دامنه در دسترس بوده و با داشتن ثابت فنر و جرم، بسامد زاویه‌ای را می‌توان حساب کرد و مسئله تمام است.

۱. طول پاره‌خطی که نوسانگر در آن نوسان می‌کند برابر $2A$ است.

$$2A = 52 - 42 = 10 \Rightarrow A = 5 \text{ cm}$$

۲. بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{m = 0.1 \text{ kg}, F = 16 \text{ N}} \omega = \sqrt{\frac{16}{0.1}} \Rightarrow \omega = 40 \text{ rad/s}$$

۳. تندی بیشینه خواهد شد: $v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.05 \times 40 \Rightarrow v_m = 2 \text{ m/s}$

۲ ۱۲۵۸ B

خط فکری باید یک نقاشی مثل شکل زیر رسم کنید و به کمک آن طول مسیر و دامنه

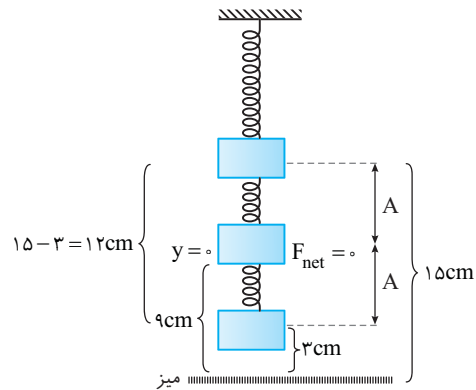
و مکان وزنه را وقتی فاصله آن از میز 9 cm است به دست آورید، تا بتوانید مسئله را حل کنید.

۱. با توجه به صورت مسئله بالاترین نقطه از سطح میز 15 cm و پایین‌ترین فاصله وزنه از سطح میز 3 cm بوده، بنابراین طول مسیر $15 - 3 = 12 \text{ cm}$ و دامنه

$$\text{است. } A = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

۲. بسامد زاویه‌ای سامانه جرم - فنر را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{k = 0.4 \text{ N/m}, m = 0.1 \text{ kg}} \omega = \sqrt{\frac{0.4}{0.1}} \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/s}$$



۳. به شکل مجدداً نگاه کنید. فاصله وزنه وقتی از سطح میز 9 cm است نوسانگر در حال گذر از حالت تعادل خود بوده، در حالت تعادل شتاب صفر و تندی بیشینه است. تندی

بیشینه خواهد شد: $v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 6 \times 2 = 12 \text{ cm/s} \Rightarrow v_m = 0.12 \text{ m/s}$

۴ ۱۲۵۹ B

خط فکری هنگام گذر از حالت تعادل تندی نوسانگر بیشینه و برابر $v_m = A\omega$

است. وقتی با دادن تندی اولیه دامنه از 4 cm به 9 cm افزایش می‌یابد شما باید تندی بیشینه با دامنه 4 cm و تندی بیشینه با دامنه 9 cm را پیدا کرده و از هم کم کنید تا تندی اولیه داده شده به نوسانگر را بیابید.

به کمک رابطه سرعت بیشینه، در دو حالت v_m را به دست آورده و مقدارهای به دست آمده را از هم کم می‌کنیم:

$$\begin{cases} v_m = A\omega = 4 \times \frac{2\pi}{\pi} = 8 \text{ cm/s} \\ v'_m = A'\omega = 9 \times \frac{2\pi}{\pi} = 18 \text{ cm/s} \end{cases} \Rightarrow 18 - 8 = 10 \text{ cm/s} = 0.1 \text{ m/s}$$

۲ ۱۲۶۰ B

در لحظه t که فنر نه کشیده و نه فشرده است، وزنه در نقطه تعادل خود قرار دارد و در نقطه تعادل نیرو و شتاب صفر اما تندی بیشینه است. بنابراین تندی بیشینه نوسانگر 12 m/s است.

بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{k = 900 \text{ N/m}, m = 4 \text{ kg}} \omega = \sqrt{\frac{900}{4}} = \frac{30}{2} \Rightarrow \omega = 15 \text{ rad/s}$$

۱ ۱۲۶۸ B

یادآوری تکانه برابر حاصل ضرب جرم در سرعت است ($\vec{P} = m\vec{v}$). تکانه وقتی بیشینه است که تندی بیشینه ($v_m = A\omega$) باشد.

$$P = mv_m \Rightarrow P = mA\omega \Rightarrow 20 \times A \times \frac{2\pi}{10} = 16 \text{ gm/s} \Rightarrow 20 \times 20 \times A = 16$$

$$\Rightarrow A = 0.04 \text{ m} \Rightarrow 2A = 8 \text{ cm}$$

دقت کنید که واحد تکانه g.m/s است پس m را نیز با واحد گرم قرار دادیم.

۱ ۱۲۶۹ B

۱ معادله نیرو- مکان داده شده $|F| = 160\pi^2 x$ را با معادله نیرو- مکان حرکت هماهنگ ساده $|F| = m\omega^2 x$ مقایسه می‌کنیم.

$$m\omega^2 = 160\pi^2 \xrightarrow{m=1\text{kg}} \omega^2 = 160\pi^2 \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

۲ دامنه نصف پاره‌خط مسیر است.

$$A = \frac{1}{2} \text{ cm} = 0.5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

۳ بیشینه تندی خواهد شد:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 5 \times 10^{-2} \times 4\pi \Rightarrow v_m = 0.2\pi \text{ m/s}$$

۳ ۱۲۷۰ B

خط فکری در حرکت هماهنگ ساده هرگاه سرعت $v = 0$ باشد شتاب ماکزیمم ($a_m = \pm A\omega^2$) بوده و هرگاه سرعت بیشینه ($v_m = A\omega$) باشد، شتاب صفر است.

بنابراین کافی است که در معادله شتاب - سرعت $\frac{a^2}{25} + \frac{v^2}{4} = \pi^2$ یکبار $v = 0$ و شتاب را a_m و بار دیگر سرعت را v_m و شتاب را صفر قرار دهید.

۱ سرعت را در معادله برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{a_m^2}{25} + 0 = \pi^2 \Rightarrow a_m = 5\pi \text{ m/s}^2$$

۲ شتاب را در معادله صفر قرار می‌دهیم.

$$0 + \frac{v_m^2}{4} = \pi^2 \Rightarrow v_m = 2\pi$$

۳ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$a_m = A\omega^2 \Rightarrow \omega = \frac{a_m}{v_m} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{2\pi} \Rightarrow \omega = 2.5 \text{ rad/s}$$

$$v_m = A\omega^2$$

۴ دوره خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2.5 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2.5} \Rightarrow T = \frac{4\pi}{5} \text{ s}$$

میانبر رابطه دوره با تندی بیشینه و شتاب بیشینه

$$T = 2\pi \frac{v_m}{a_m}$$

۲ ۱۲۷۱ A

خط فکری در حل این مسئله نکات مهمی که از حرکت هماهنگ ساده باید برای خود یادآوری کنید این است که در حالت تعادل یعنی $x = 0$ ، تندی بیشینه است یعنی اگر در معادله $2500x^2 - 2500z^2 = 2500$ ، x را برابر صفر قرار دهیم تندی بیشینه می‌شود و در نقاط بازگشت ($x = \pm A$) تندی صفر است. یعنی اگر تندی را صفر قرار دهیم x همان $\pm A$ خواهد شد. با این مطالب کافی است در معادله سرعت - مکان به جای v صفر قرار دهید و z را بررسی کنید.

در نقاط بازگشت $x = \pm A$ سرعت صفر است بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} x = \pm A \\ v = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 = 2500 \cdot 0 - 2500 \cdot A^2 \Rightarrow z = A$$

۴ ۱۲۶۴ A

خط فکری تمام روابط حرکت هماهنگ ساده را می‌توانید در مورد آونگ به کار ببرید، بنابراین با نوشتن رابطه سرعت بیشینه و شتاب بیشینه مسئله را حل کنید. ابتدا با استفاده از سرعت بیشینه و شتاب بیشینه، ω را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_m = A\omega^2 \\ v_m = A\omega \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم}} a_m = v_m \omega$$

$$\frac{a_m = 0.2 \text{ m/s}^2}{v_m = \sqrt{2} \text{ m/s}} \rightarrow \frac{2}{10} = \frac{\sqrt{2}}{10} \omega \Rightarrow \omega = \sqrt{2} \text{ rad/s}$$

بسامد زاویه‌ای را داریم. بنابراین طول آونگ را به دست می‌آوریم.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{10}{\ell}} \Rightarrow \ell = 5 \text{ m}$$

۲ ۱۲۶۵ A

یادآوری بیشینه تندی نوسانگر $v_m = A\omega$ و شتاب نوسانگر $|a| = \omega^2 x$ است.

۱ با استفاده از اندازه شتاب $|a| = 8 \text{ cm/s}^2$ در مکان $x = 2 \text{ cm}$ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 5 \times 2 = 10 \text{ cm/s}$$

۲ تندی بیشینه خواهد شد:

۳ ۱۲۶۶ A

۱ ابتدا باید مشخص کنیم وقتی جرم 50% افزایش می‌یابد با ثابت بودن فنر، بسامد زاویه‌ای چند برابر می‌شود.

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{k/m_2}{k/m_1}} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \xrightarrow{m_2 = m_1 + 0.5\Delta m_1 = 1.5\Delta m_1}$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{m_1}{1.5\Delta m_1}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

۲ نسبت بیشینه تندی خواهد شد:

$$\frac{v_{2,\max}}{v_{1,\max}} = \frac{A\omega_2}{A\omega_1} \Rightarrow \frac{v_{2,\max}}{v_{1,\max}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

۳ نسبت بیشینه شتاب برابر است با:

$$\frac{a_{2,\max}}{a_{1,\max}} = \frac{A\omega_2^2}{A\omega_1^2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{2}{3}$$

۳ ۱۲۶۷ B

خط فکری برای به دست آوردن شتاب متوسط باید تغییرات سرعت را به دست

آوریم ($a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$). برای به دست آوردن سرعت، ابتدا مکان نوسانگر در $t_1 = 1 \text{ s}$ و $t_2 = 2 \text{ s}$ را بررسی می‌کنیم. اگر نوسانگر در انتهای مسیر قرار داشت ($x = \pm A$ نقاط بازگشت) سرعت متحرک صفر و اگر در مرکز نوسان $x = 0$ قرار داشت، اندازه سرعت بیشینه است ($|v| = A\omega$).

ثانیه دوم یعنی بازه زمانی بین $t = 1 \text{ s}$ تا $t = 2 \text{ s}$ ، مکان متحرک را در این دو لحظه به دست می‌آوریم و تندی متحرک در این مکان را حساب می‌کنیم.

$$x = 0.2 \cos\left(\frac{\pi}{4} \times 1\right) = 0.2 \text{ مکز نوسان}$$

$$|v_1| = A\omega = 0.2 \times \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{20} \text{ m/s} \Rightarrow v_1 = \pi \text{ cm/s}$$

$$x = 0.2 \cos\left(\frac{\pi}{4} \times 2\right) = -0.2 \text{ در نقاط بازگشت} \rightarrow v_2 = 0$$

اندازه شتاب متوسط برابر است با:

$$|\bar{a}| = \left| \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{\pi}{2-1} = \pi \text{ cm/s}^2$$

بنابراین نمودارهای (۱) و (۲) نادرست هستند.

۳ دوره را به دست آورده، $\frac{T}{۴}$ را حساب می‌کنیم.

$$v_m = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{۵} = \frac{۲}{۴} \left(\frac{۲\pi}{T} \right) \Rightarrow T = \frac{۲}{۱۰} s = \frac{۱}{۵} s \Rightarrow \frac{T}{۴} = \frac{۱}{۲۰} s$$

بنابراین نمودار (۳) نادرست و نمودار (۴) درست است.

۴ ۱۲۷۵ B

در این تست در معادله شتاب - مکان یک علامت منفی مشاهده می‌کنید که علت آن همان قانون هوک $F = -kx$ است* که در درسنامه بیان شده است و با توجه به قانون هوک معادله شتاب - مکان نوسانگر به صورت $a = -\omega^2 x$ است، بنابراین ضرب x^2 همان ω^2 است و بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

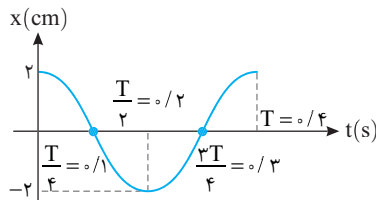
$$\begin{cases} a = -2.5\pi^2 x \\ a = -\omega^2 x \end{cases} \Rightarrow \omega^2 = 2.5\pi^2 \Rightarrow \omega = 5\pi \text{ rad/s}$$

دوره را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 5\pi \Rightarrow T = \frac{۲}{۵} s$$

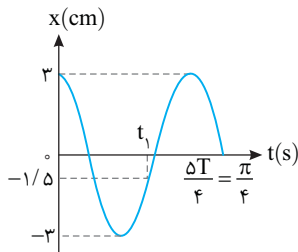
تندی بیشینه نوسانگر برابر $A\omega$ است. به کمک v_m دامنه را حساب می‌کنیم.

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{v_{\max} = 1.0\pi \text{ cm/s}} 1.0\pi = A \times 5\pi \Rightarrow A = 2\text{cm}$$



۲ ۱۲۷۶ B

قبل از حل مسئله، به یادآوری‌های زیر دقت کنید.



۱ یادآوری بنا به قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر نوسانگر برابر $F = ma$ است.

۲ یادآوری در حرکت هماهنگ ساده رابطه بین شتاب و مکان به صورت زیر

$$|a| = \omega^2 x \xrightarrow{F=ma} |F| = m\omega^2 |x| \text{ است:}$$

اولین کاری که باید بکنیم، به دست آوردن دوره حرکت به کمک نمودار است.

$$\frac{T}{۴} = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow T = \frac{\pi}{۵} s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{۵}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s} \text{ بسامد زاویه‌ای نوسانگر خواهد شد:}$$

نیروی وارد بر نوسانگر در لحظه $t = t_1$ خواهد شد:

$$|F| = m\omega^2 |x| \xrightarrow{\begin{matrix} |x| = 1/5 \times 10^{-2} \text{ m} \\ m = 2 \text{ kg} \end{matrix}} |F| = 2 \times (10)^2 \times 1/5 \times 10^{-2} \Rightarrow |F| = 0.4 \text{ N}$$

* قانون هوک در کتاب درسی بیان نشده است با آنکه علت اصلی حرکت هماهنگ ساده است.

۲ ۱۲۷۲ B

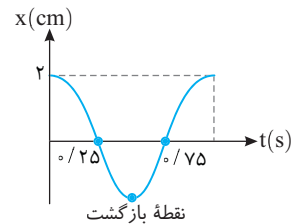
با توجه به نمودار $\frac{T}{۴} = \frac{۲}{۵} s$ است پس دوره حرکت $T = 1.6 s$ می‌باشد و در مدت

$\frac{T}{۴} = 0.4 s$ ابتدایی متحرک از $x = A$ به $x = -A$ می‌رسد پس ابتدا نوسانگر به

مرکز نوسان ($x = 0$) که تندی بیشینه دارد نزدیک شده و حرکت آن تندشونده است و پس از آن از مرکز نوسان در حال دور شدن بوده و حرکت آن کندشونده است از این رو گزاره (الف) نادرست است.

در بازه $t = \frac{T}{۴} = 0.4 s$ تا $t = \frac{3T}{۴} = 1.2 s$ مطابق شکل روبه‌رو یک بار متحرک به نقطه

بازگشت خود رسیده است و گزاره (ب) درست است.



بیشینه تندی نوسانگر برابر $A\omega$ است.

$$A\omega = \frac{۲}{۱۰۰} \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow A\omega = \frac{۲}{۱۰۰} \times \frac{2\pi}{۰.۸} = \frac{4\pi}{100} \text{ m/s} = 4\pi \text{ cm/s}$$

گزاره (ب) درست است.

۳ ۱۲۷۳ B

۱ با توجه به نمودار دوره و بسامد حرکت هر دو نوسانگر برابر است:

$$T_A = T_B \Rightarrow f_A = f_B \Rightarrow \omega_A = \omega_B$$

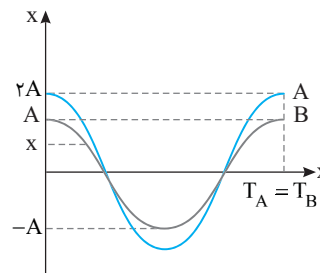
۲ تندی بیشینه $v_m = A\omega$ است از این رو:

$$\begin{cases} v_{m_A} = A_A \omega_A \Rightarrow \frac{v_{m_A}}{A} = \frac{2A}{A} = 2 \\ v_{m_B} = A_B \omega_B \Rightarrow \frac{v_{m_B}}{A} = \frac{A}{A} = 1 \end{cases}$$

بنابراین تندی بیشینه آن‌ها برابر نیست.

۳ شتاب در حرکت هماهنگ ساده $|a| = \omega^2 x$ است. در مکان x با توجه به یکسان

بودن بسامد زاویه‌ای، شتاب برابر است، بنابراین دو کمیت بسامد و شتاب در مکان x برای دو نوسانگر یکسان است.



۴ ۱۲۷۴ B

خط فکری در نقاط بازگشت $x = \pm A$ تندی نوسانگر صفر ($v = 0$) است. یعنی

اگر در معادله سرعت - مکان $1 = \frac{2.5}{\pi^2} v^2 + 2.5 \times 10^{-2} x^2$ به جای x ، $\pm A$ قرار دهیم:

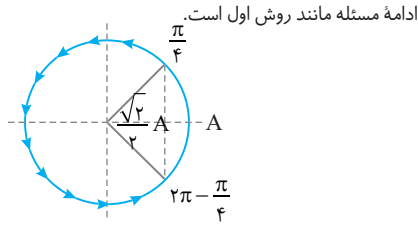
تندی صفر و اگر در معادله به جای v ، تندی بیشینه ($v_m = A\omega$) قرار دهیم $x = 0$ خواهد بود بنابراین شما یک بار $x = 0$ و بار دیگر $v = 0$ را در معادله قرار دهید.

۱ تندی بیشینه را به دست می‌آوریم.

$$\frac{2.5}{\pi^2} v^2 + 2.5 \times 10^{-2} x^2 = 1 \xrightarrow{x=0, v=v_m} \frac{2.5}{\pi^2} v_m^2 + 0 = 1 \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{5} \text{ m/s}$$

۲ دامنه را به دست می‌آوریم

$$\frac{2.5}{\pi^2} v^2 + 2.5 \times 10^{-2} x^2 = 1 \xrightarrow{v=0, x=A} 0 + 2.5 \times 10^{-2} A^2 = 1 \Rightarrow A = 0.2 \text{ m} = 2\text{cm}$$

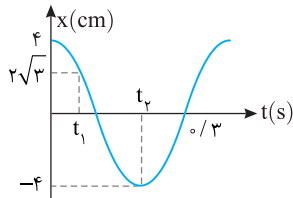


۱ ۱۲۷۸ B

به نمودار نگاه کنید و در لحظه $t=0$ و $t=t_p$ مکان نوسانگر را مشخص کنید تا بتوانید به کمک آن سرعت در دو لحظه را به دست آورده و شتاب متوسط در این بازه را حساب کنید.

در لحظه $t=0$ و $t=t_p$ نوسانگر در نقطه بازگشت خود قرار دارد بنابراین سرعت در این دو لحظه برابر صفر است و شتاب متوسط نیز صفر است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \begin{matrix} t=t_p \text{ در } v=0 \\ t=0 \text{ در } v=0 \end{matrix} \Rightarrow a_{av} = \frac{0}{\Delta t} = 0$$



۲ با توجه به نمودار دوره را حساب می کنیم:

$$\frac{3T}{4} = 0.75 \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

۳ بسامد زاویه‌ای را به دست می آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad/s}$$

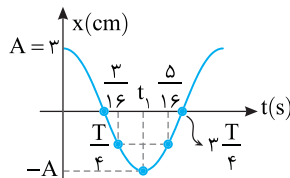
۴ در لحظه t_1 مکان نوسانگر $x = +2\sqrt{3} \text{ cm}$ است. به کمک معادله شتاب مکان، شتاب را حساب می کنیم.

$$|a| = +\omega^2 |x| \Rightarrow |a| = +2\sqrt{3} \times \frac{2\pi^2}{1} = +5\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

۴ ۱۲۷۹ B

۱ با توجه به تقارن نمودار در دو طرف لحظه t_1 که نوسانگر در مکان $-A$ قرار دارد می توان نتیجه گرفت t_1 در وسط $\frac{3}{16}$ و $\frac{5}{16}$ برابر $\frac{T}{4}$ است، از این رو:

$$t_1 = \frac{3}{16} + \frac{5}{16} = \frac{1}{4} \text{ s} \quad \begin{matrix} t_1 = \frac{T}{4} \\ \frac{1}{4} = \frac{T}{4} \end{matrix} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$



۲ لحظه $t = \frac{3}{8} \text{ s}$ را برحسب دوره مشخص می کنیم.

$$\frac{t}{T} = \frac{\lambda}{\lambda} \Rightarrow t = \frac{3}{4} T$$

۳ بسامد زاویه‌ای را حساب می کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1/4} \Rightarrow \omega = 8\pi \text{ rad/s}$$

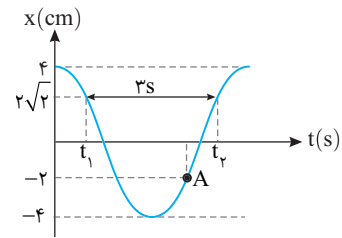
۴ با توجه به نمودار در لحظه $\frac{3}{4} T$ نوسانگر در مکان $x=0$ و دارای تندی بیشینه است در نتیجه:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.2 \times 8\pi \Rightarrow v_m = 1.6\pi \text{ m/s} \Rightarrow v_m = 1.2\pi \text{ cm/s}$$

۱ ۱۲۷۷ C

ابتدا با توجه به بازه زمانی 3 s ، بسامد زاویه‌ای را به دست می آوریم. در t_1 نوسانگر برای نخستین بار از مکان $2\sqrt{2} \text{ cm}$ عبور کرده و در t_2 نیز نوسانگر برای دومین بار از مکان $2\sqrt{2} \text{ cm}$ عبور می کند.

$$x = A \cos \omega t \quad \begin{cases} \cos \omega t_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega t_1 = \frac{\pi}{4} \\ \cos \omega t_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega t_2 = \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$



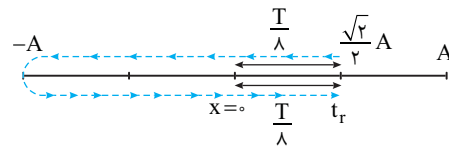
تفاضل شناسه‌های تابع کسینوسی برابر است با:

$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{7\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega(t_2 - t_1) = \frac{3\pi}{2} \quad \begin{matrix} t_2 - t_1 = 3\text{ s} \\ \omega(3) = \frac{3\pi}{2} \end{matrix} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

شتاب نوسانگر برابر است با:

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow a = -\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times (-2) = \frac{\pi^2}{2} \text{ cm/s}^2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \pi^2 \text{ cm/s}^2$$

روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده: $\frac{x}{A} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} A$ مسیر حرکت را رسم می کنیم.



از مکان $+ \frac{\sqrt{2}}{2} A$ تا $-A$ و برگشت به $+ \frac{\sqrt{2}}{2} A$ بازه زمانی برابر است با:

$$t_2 - t_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = 3 \times \frac{T}{4} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

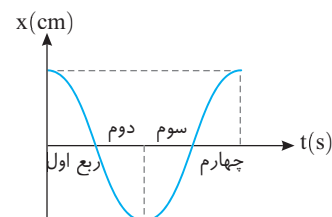
بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

ادامه مسئله مانند روش قبلی است.

روش استفاده از دایره مثلثاتی:

شناسه تابع کسینوس (فاز) حرکت در لحظه t_1 و t_2 را روی دایره نمایش می دهیم. در لحظه t_1 فاز در ربع اول و در لحظه t_2 فاز در ربع چهارم است.



تغییر فاز از t_1 تا t_2 مطابق شکل خواهد شد:

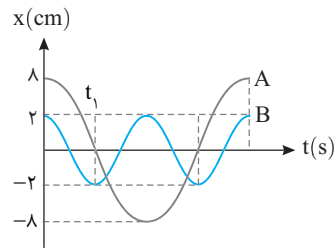
$$\omega t_2 - \omega t_1 = \frac{\pi}{4} + \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{6\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\omega(t_2 - t_1) = \frac{3\pi}{2} \quad \begin{matrix} t_2 - t_1 = 3 \\ \omega \times 3 = \frac{3\pi}{2} \end{matrix} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

۲ ۱۲۸۰ B

۱ با توجه به نمودار بازه زمانی صفر تا t_1 برای نوسانگر A برابر $\frac{T_A}{4}$ و برای نوسانگر B برابر $\frac{T_B}{4}$ است. بنابراین:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{T_A}{4} \\ t_1 = \frac{T_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{4} = \frac{T_B}{2} \Rightarrow T_A = 2T_B$$



۲ بسامد زاویه‌ای A و B را به دست می‌آوریم.

$$\omega_A = \frac{2\pi}{T_A} \Rightarrow \omega_A = \frac{T_B}{T_A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega_B = 2\omega_A$$

$$\omega_B = \frac{2\pi}{T_B}$$

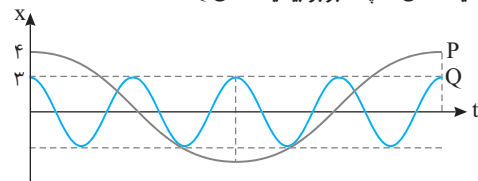
۳ بیشینه نیروی خالص وارد بر نوسانگر از رابطه $F_{\max} = mA\omega^2$ به دست می‌آید. از این رو:

$$\frac{|F_{\max A}|}{|F_{\max B}|} = \frac{(m\omega^2 A)_A}{(m\omega^2 A)_B} = \frac{m_A \times \omega_A^2 \times A_A}{m_B \times \omega_B^2 \times A_B} = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

۴ اکنون نسبت بیشینه تندی A به بیشینه تندی B را به دست می‌آوریم.

$$\frac{v_{m_A}}{v_{m_B}} = \frac{A_A \omega_A}{A_B \omega_B} \Rightarrow \frac{v_{m_A}}{v_{m_B}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

بازر با سوال - نمودار مکان - زمان دو نوسانگر P و Q مطابق شکل زیر است. بیشینه تندی P چند برابر بیشینه تندی Q است؟



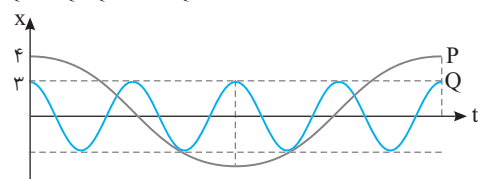
$$\frac{3}{2} \quad (4) \quad \frac{2}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (1)$$

۱ با توجه به شکل دوره P چهار برابر دوره Q است.

$$T_P = 4T_Q \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega_P = \frac{1}{4}\omega_Q$$

نسبت تندی بیشینه P و Q خواهد شد:

$$\frac{v_{\max P}}{v_{\max Q}} = \frac{A_P \omega_P}{A_Q \omega_Q} = \frac{4 \times \frac{1}{4} \omega_Q}{3 \times \omega_Q} = \frac{1}{3}$$



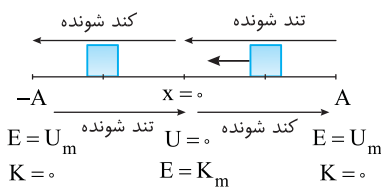
گزینه ۱

۴ ۱۲۸۱ A

با توجه به شکل روبه‌رو در مرکز تعادل انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است. در دو انتهای مسیر انرژی پتانسیل بیشینه و انرژی جنبشی صفر است. پس گزینه (۱) نادرست است. بنابر قانون پایستگی انرژی $E = U + K$ همواره ثابت است. پس گزینه (۲) و (۳) نادرست است. بنا به پایستگی انرژی مکانیکی نوسانگر در تمام نقاط مسیر یکسان است و گزینه (۴) درست است.

۳ ۱۲۸۲ A

می‌دانیم تندی در مرکز نوسان (نقطه تعادل) بیشینه است. پس اگر نوسانگر در حال حرکت به سمت نقطه تعادل باشد حرکت آن تندشونده است. در نقطه تعادل شتاب و نیرو صفر می‌باشد و با نزدیک شدن به نقطه تعادل شتاب کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۱) نادرست است و در طول مسیر انرژی مکانیکی ثابت و برابر $\frac{1}{2}kA^2$ بوده. پس گزینه (۲) و (۴) نادرست است. در دو انتهای مسیر $(x = \pm A)$ فنر بیشینه تغییر طول را دارد. پس در دامنه‌ها انرژی پتانسیل بیشینه است و در مرکز نوسان که فنر نه کشیده و نه فشرده شده انرژی پتانسیل صفر است. بنابراین در حرکت به سمت مرکز تعادل انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد.



۱ ۱۲۸۳ A

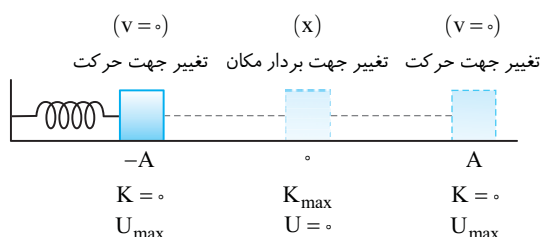
نقاط بازگشت $(x = \pm A)$ انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه است و در این نقاط، اندازه نیرو، شتاب و مکان بیشینه است.

$x = -A$	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$	$x = A$
$v = 0$	$\frac{v > 0}{v < 0}$	v_m	$\frac{v > 0}{v < 0}$	$v = 0$
a_m	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$	a_m
F_m	$F > 0$	$F = 0$	$F < 0$	F_m

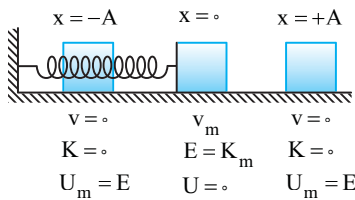
بازر با سوال - برای نوسانگری که روی پاره‌خطی در حال نوسان است، هنگام تغییر جهت حرکت آن بیشینه و هنگام تغییر جهت بردار مکان آن بیشینه می‌شود.

- (۱) انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل
(۲) انرژی پتانسیل، انرژی جنبشی
(۳) انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل
(۴) انرژی پتانسیل، انرژی جنبشی

۱ با سیم - در دو انتهای مسیر حرکت نوسانگر تغییر جهت می‌دهد پس هنگام تغییر جهت حرکت در انتهای مسیر $(x = \pm A)$ انرژی پتانسیل بیشینه است و هنگام گذر از $x = 0$ بردار مکان نوسانگر تغییر جهت می‌دهد و در این مکان $x = 0$ انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه است.



گزینه ۳



۱. بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{1}{2}mv_m^2$ بیان شده که این مقدار برابر انرژی مکانیکی آن است از این رو:

$$E = K_m = \frac{1}{2}mv_m^2$$

۲. با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی نوسانگر را وقتی که $U = \frac{1}{2}kx^2$ است به دست می آوریم:

$$E = U + K \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 + K = E$$

۳. حال می توان سرعت نوسانگر را به دست آورد.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-3} v^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 10^{-2} - \frac{1}{2} \times 100 \times 10^{-2} \times \left(\frac{1}{10}\right)^2$$

$$v^2 = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{10}} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v = \frac{10}{\sqrt{10}} \text{ cm/s} = \frac{10\sqrt{10}}{10} = \sqrt{10} \text{ cm/s}$$

۴. انرژی مکانیکی نوسانگری به جرم 100 g برابر 20 mJ است.

در لحظه ای که انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر 15 mJ است، بزرگی سرعت نوسانگر چند سانتی متر بر ثانیه است؟

ریاضی - ۹۶

$$\frac{\sqrt{3}}{20} \quad (۴) \quad \frac{\sqrt{2}}{10} \quad (۳) \quad 20\sqrt{10} \quad (۲) \quad 10\sqrt{10} \quad (۱)$$

۵. **فکری** انرژی مکانیکی نوسانگر برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن ($E = U + K$) در هر نقطه از مسیر است، بنابراین

اگر به شما U و E را بدهند می توانید انرژی جنبشی را حساب کرده و تندی نوسانگر در آن لحظه را به دست بیاورید.

۱. انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه مورد نظر برابر است با:

$$E = U + K \Rightarrow K = E - U = 20 - 15 \Rightarrow K = 5 \text{ mJ} = 5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

۲. سرعت نوسانگر خواهد شد:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 5 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 10^{-2} v^2 \Rightarrow v^2 = 10^{-1} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v = 10\sqrt{10} \text{ cm/s}$$

کزینه ۱

۳ ۱۲۹۰ A

۱. زمان حرکت از مرکز نوسان به انتهای مسیر $\frac{1}{4}$ دوره و دامنه نصف طول پاره خط

مسیر است. دامنه را به دست می آوریم.

$$A = \frac{20}{4} = 5 \text{ cm}$$

۲. دوره و بسامد زاویه ای را حساب می کنیم.

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = 1 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

۳. انرژی جنبشی در مرکز نوسان بیشینه (K_m) و برابر انرژی مکانیکی است از

این رو:

$$K_m = E \Rightarrow K_m = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times (5)^2 \times (2\pi)^2$$

$$\Rightarrow K = 10 \text{ J} = 20 \text{ mJ}$$

۱ ۱۲۸۴ A

انرژی مکانیکی یک نوسانگر ساده از رابطه $E = 2\pi^2 mA^2 f^2$ به دست می آید که در آن m جرم نوسانگر، A دامنه و f بسامد است. در نتیجه انرژی مکانیکی با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم دارد.

۱ ۱۲۸۵ A

۱. **یادآوری** انرژی مکانیکی یک نوسانگر برابر با $E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$ است که در آن m

جرم نوسانگر، A دامنه و ω بسامد زاویه ای نوسانگر است.

بسامد زاویه ای را حساب می کنیم:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow \frac{E = 0.04 \text{ J}}{m = 2 \times 10^{-2} \text{ kg}, A = 1 \times 10^{-2} \text{ m}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{2E}{mA^2}$$

$$0.04 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-2} \times (1 \times 10^{-2})^2 \times \omega^2$$

$$\Rightarrow 0.04 = \frac{10^{-2} \times 10^{-2}}{\pi^2} \omega^2 \Rightarrow 10^{-2} \omega^2 = 4\pi^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{4\pi^2}{10^{-2}} \Rightarrow \omega = 2\pi \times 10 \text{ rad/s} = 20\pi \text{ rad/s}$$

دوره خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 20\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.1 \text{ s}$$

۴ ۱۲۸۶ B

۱. **فکری** مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل در هر نقطه از مسیر برابر

انرژی مکانیکی نوسانگر است، بنابراین کافی است U و K را با هم جمع کرده و بعد از به دست آوردن انرژی مکانیکی جرم جسم را حساب کنید.

مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر با انرژی مکانیکی است.

$$E = K + U \Rightarrow E = 0.12 + 0.06 \Rightarrow E = 0.18 \text{ J}$$

در این صورت می توان نوشت:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow \frac{0.18 = 15 \times 10^{-2} \text{ rad/s}, A = 4 \times 10^{-2} \text{ m}}{2} \Rightarrow m = 10^{-2} \text{ kg} \Rightarrow m = 10 \text{ g}$$

$$0.18 = \frac{1}{2} \times m \times (4 \times 10^{-2})^2 (15)^2 \Rightarrow m = 10^{-2} \text{ kg} \Rightarrow m = 10 \text{ g}$$

۱ ۱۲۸۷ B

در لحظه عبور نوسانگر از نقطه تعادل، تندی آن بیشینه (v_m) است. در این نقطه

انرژی پتانسیل نوسانگر صفر ($U = 0$) و انرژی جنبشی آن بیشینه و برابر انرژی مکانیکی جسم است. از این رو می توان نوشت:

$$K_m = E \Rightarrow \frac{1}{2}mv_m^2 = E \Rightarrow v_m^2 = \left(\frac{2E}{m}\right)$$

$$\Rightarrow v_m = \sqrt{\frac{2E}{m}} \Rightarrow v_m = \left(\frac{2E}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

۲ ۱۲۸۸ A

انرژی جنبشی نوسانگر در مبدأ نوسان بیشینه و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است، بنابراین کافی است انرژی مکانیکی را حساب کنیم.

$$K_m = E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \frac{k = 100 \text{ N/m}, A = 4 \times 10^{-2} \text{ m}}{2} \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 100 \times (4 \times 10^{-2})^2$$

$$E = \frac{1}{2} \times 100 \times (4 \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow K_m = 50 \times 16 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-2} = 0.08 \text{ J}$$

۲ ۱۲۸۹ B

۱. **فکری** در حل مسائل انرژی نوسانگر بهتر است که شکل زیر را در ذهن خود

مرور کنید و به خودتان بگویید که بیشینه انرژی جنبشی و بیشینه انرژی پتانسیل همان انرژی مکانیکی جسم است البته باید یادتان باشد که انرژی مکانیکی مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر ($E = K + U$) است.

۱ دامنه حرکت نصف طول مسیر حرکت نوسانگر است. $A = \frac{1}{2} \Delta cm$

۲ انرژی مکانیکی را به دست می آوریم:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow{k=20 \text{ N/m}} E = \frac{1}{2} \times 20 \times (\Delta \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow E = 10 \times 25 \times 10^{-4} = 25 \text{ mJ}$$

۳ بسامد زاویه‌ای را حساب می کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{m=0.2 \text{ kg}} \omega = \sqrt{\frac{20}{0.2}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

۴ تندی بیشینه خواهد شد: $v_m = A\omega \Rightarrow v_m = \Delta \times 10 = 50 \text{ cm/s}$

۵ تندی در لحظه مورد نظر برابر است با:

$$v = v_m - 10 = 50 - 10 \Rightarrow v = 40 \text{ cm/s} = 0.4 \text{ m/s}$$

۶ انرژی جنبشی نوسانگر را به دست می آوریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (0.4)^2 \Rightarrow K = 0.16 \text{ J}$$

$$\Rightarrow K = 16 \times 10^{-3} \text{ J} = 16 \text{ mJ}$$

۷ اکنون می توان انرژی پتانسیل را حساب کرد.

$$E = K + U \Rightarrow 25 = 16 + U \Rightarrow U = 9 \text{ mJ}$$

۱ ۱۲۹۴ B

دامنه ابتدا 4 cm و سپس $4 + 1 = 5 \text{ cm}$ است. بنابراین کافی است رابطه انرژی مکانیکی $E = \frac{1}{2} k A^2$ را در دو حالت بنویسیم و بر هم تقسیم کنیم و انرژی مکانیکی را در حالتی که دامنه 5 m است به دست بیاوریم.

$$\frac{E_2 = \frac{1}{2} k A_2^2}{E_1 = \frac{1}{2} k A_1^2} \xrightarrow{E_2 = 16 \text{ J}, A_1 = 4 \times 10^{-2} \text{ m}, A_2 = 5 \times 10^{-2} \text{ m}} \frac{E_2 = A_2^2}{16 A_1^2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{16} = \frac{(5 \times 10^{-2})^2}{(4 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E_2 = 25 \text{ J}$$

بنابراین باید به نوسانگر $25 - 16 = 9 \text{ J}$ انرژی داده شود.

۱ ۱۲۹۵ B

خط فکری باید در جواب این مسئله به این فکر کنید که انرژی مکانیکی سامانه جرم - فنر به چه عواملی بستگی دارد. با توجه به رابطه $E = \frac{1}{2} k A^2$ ، ثابت فنر و دامنه حرکت انرژی مکانیکی نوسانگر را تعیین می کنند. در این مسئله دامنه نوسان (A) و ثابت فنر (k) ثابت مانده است، بنابراین انرژی مکانیکی در دو حالت یکسان بوده و $\frac{E_2}{E_1} = 1$ است.

۴ ۱۲۹۶ B

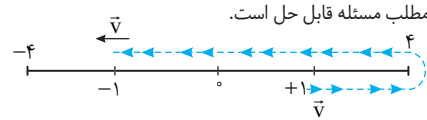
خط فکری با یک تست به شدت مفهومی سروکار داریم. اولاً انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2} k A^2$ به دست می آید، بنابراین اگر ثابت فنر و دامنه ثابت بماند، انرژی مکانیکی تغییر نمی کند. ثانیاً در وسط مسیر نوسان انرژی مکانیکی نوسانگر تماماً انرژی جنبشی است ($K_m = \frac{1}{2} m v_m^2$) و اگر به هر نحوی جرم وزنه را کاهش داد، قطعاً انرژی مکانیکی تغییر می کند (کاهش می یابد). حالت اول: اگر در نقاط بازگشت که سامانه به طور لحظه‌ای ساکن است وزنه m_p را برداریم، دامنه نوسان همچنان بدون تغییر می ماند. از طرفی ثابت فنر نیز ثابت است. بنابراین انرژی مکانیکی ثابت می ماند.

حالت دوم: اگر هنگام گذر نوسانگر از وسط مسیر (حالت تعادل) وزنه m_p را بتوان از روی برداشت، جرم سامانه کاهش می یابد و انرژی جنبشی نوسانگر ($K_m = \frac{1}{2} m v_m^2$) که همان انرژی مکانیکی است کاهش می یابد. بنابراین گزینه (۴) پاسخ درست است.

۳ ۱۲۹۱ A

نکته هرگاه در یک حرکت هماهنگ ساده مکان و سرعت نوسانگر قرینه شود کوتاهترین زمانی که این اتفاق می افتد برابر $\frac{T}{2}$ است.

خط فکری مسیر حرکت زیر از مکان $x_1 = +1 \text{ cm}$ در جهت مثبت محور تا رسیدن برای اولین بار به مکان $x_2 = -1 \text{ cm}$ مشخص می کند که هم مکان و هم سرعت نوسانگر قرینه شده است. بنابراین این بازه زمانی برابر $\frac{T}{2}$ است. اکنون با دانستن این مطلب مسئله قابل حل است.



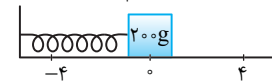
۱ با توجه به سؤال $\frac{T}{2}$ برابر 2 s است: $\frac{T}{2} = 2 \text{ s} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$

۲ بسامد زاویه‌ای برابر است با: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$

۳ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر خواهد شد با:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \xrightarrow{m=200 \text{ g}=0.2 \text{ kg}, A=4 \text{ cm}=4 \times 10^{-2} \text{ m}} E = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (4 \times 10^{-2})^2 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\pi^2=10} E = 0.1 \times 16 \times 10^{-4} \times \frac{10}{4} \Rightarrow E = 4 \times 10^{-4} \text{ J}$$



نکته هر ژول برابر 1000 میلی ژول است:

$$E = 4 \times 10^{-4} \text{ J} = 4 \times 10^{-1} \text{ mJ} = 0.4 \text{ mJ}$$

۲ ۱۲۹۲ B

خط فکری در کتاب درسی رابطه مستقلی برای انرژی پتانسیل نوسانگر گفته نشده است، پس در این سؤالات که انرژی پتانسیل خواسته می شود، باید ابتدا انرژی مکانیکی و انرژی جنبشی را حساب کرده و در نهایت با توجه به $E = K + U$ ، انرژی پتانسیل را حساب کنیم. نوسانگر در مدت یک دقیقه یا $60 \times 60 = 3600 \text{ s}$ نوسان کامل انجام داده است:

$$\frac{N}{1} = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{60}{150} = \frac{2}{5} \text{ s}$$

۲ طول پاره خط نوسان دو برابر دامنه حرکت نوسانگر است پس $A = 2 \text{ cm}$ است.

۳ انرژی مکانیکی نوسانگر که برابر مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل یک جسم

$$(E = U + K) \text{ است ثابت بوده و برابر } E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \text{ است. ابتدا } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ را}$$

حساب کرده و سپس انرژی مکانیکی را به دست می آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4}$$

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times \frac{20}{1000} \times \left(\frac{2\pi}{0.4}\right)^2 \times \left(\frac{2\pi}{0.4}\right)^2$$

$$\Rightarrow E = 0.1 \times 4 \times 10^{-4} \times \frac{4\pi^2}{0.16} \xrightarrow{\pi^2=10} E = 0.1 \times 10^{-2} \times \pi^2 \xrightarrow{\pi^2=10} E = 10^{-2} \text{ J} = 10 \text{ mJ}$$

۴ انرژی جنبشی در لحظه‌ای که بزرگی سرعت نوسانگر $5\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$ بوده، برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (5\sqrt{2}\pi \times 10^{-2})^2$$

$$K = 0.1 \times 50 \times \pi^2 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-3} \text{ J} = 5 \text{ mJ}$$

۵ در نهایت با توجه به داشتن انرژی جنبشی و انرژی مکانیکی، انرژی پتانسیل را

$$E = K + U \Rightarrow 10 = 5 + U \Rightarrow U = 5 \text{ mJ}$$

به دست می آوریم:

۱ ۱۲۹۳ B

خط فکری تندی متحرک 10 cm/s کمتر از تندی در مرکز نوسان یعنی $v = v_m - 10$ است زیرا در مرکز نوسان تندی بیشینه است، بنابراین شما باید بسامد زاویه‌ای و دامنه، سپس تندی بیشینه را بیابید تا بتوانید با داشتن تندی (v)، انرژی جنبشی در آن لحظه را بیابید.

۴ ۱۲۹۹ B

۱ ابتدا انرژی مکانیکی نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} m A^2 \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow E = \frac{1}{2} m \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 \times \frac{4\pi^2}{\left(\frac{1}{5}\right)^2}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} m \left(\frac{25}{100}\right) \times 4\pi^2 \times 100 \Rightarrow E = \frac{\pi^2}{2} m$$

۲ انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر است و از طرفی مسئله تندی نوسانگر را در لحظه‌ای که انرژی جنبشی برابر انرژی پتانسیل است (U=K) از شما خواسته است بنابراین:

$$E = K + U \xrightarrow{K=U} \frac{\pi^2}{2} m = 2K$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2} m v^2} \frac{\pi^2}{2} m = m v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{\pi^2}{2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{2} \pi \text{ m/s}$$

$$\xrightarrow{\text{m/s} \xrightarrow{\times 100} \text{cm/s}} v = 50\sqrt{2} \pi \text{ cm/s}$$

۱ ۱۳۰۰ B

۱ انرژی جنبشی در وسط مسیر بیشینه است. در یک لحظه تندی نصف تندی بیشینه است. در این لحظه باید مشخص کنیم که انرژی جنبشی چه کسری از انرژی جنبشی بیشینه است.

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2} m v^2 \\ K_m = \frac{1}{2} m v_m^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K}{K_m} = \frac{1}{4} \Rightarrow K = \frac{1}{4} K_m$$

۲ با توجه به فرض مسئله در این لحظه انرژی پتانسیل ۲۰ ژول است. بنابراین انرژی مکانیکی خواهد شد: $E = K + U \Rightarrow E = K + 20$

۳ انرژی مکانیکی برابر بیشینه انرژی جنبشی است.

$$E = K_m \Rightarrow K + 20 = K_m \xrightarrow{K = \frac{1}{4} K_m} \frac{1}{4} K_m + 20 = K_m \Rightarrow \frac{3}{4} K_m = 20 \Rightarrow K_m = \frac{80}{3} \text{ J}$$

۱ ۱۳۰۱ A

۱ انرژی پتانسیل ۸ برابر انرژی جنبشی (U=۸K) است. بنابراین انرژی مکانیکی خواهد شد: $E = U + K \Rightarrow E = 8K + K = 9K \Rightarrow E = 9K$ (I)

۲ انرژی مکانیکی برابر بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر است. از این رو:

$$K_m = E \xrightarrow{(I)} K_m = 9K \Rightarrow \frac{1}{2} m v_m^2 = 9 \left(\frac{1}{2} m v^2\right) \Rightarrow v_m = 3v$$

۳ با توجه به فرض مسئله در این لحظه $v = 2 \text{ m/s}$ است. در نتیجه v_m خواهد شد: $v_m = 3 \times 2 = 6 \text{ m/s}$

۲ ۱۳۰۲ B

۱ انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است. از این رو می‌توان نوشت: $E = U + K \xrightarrow{U=3K} E = 3K + K \Rightarrow E = 4K$

۲ انرژی مکانیکی برابر با انرژی جنبشی بیشینه نوسانگر است. بنابراین:

$$K_m = 4K \Rightarrow \frac{1}{2} m v_m^2 = 4 \left(\frac{1}{2} m v^2\right) \Rightarrow v_m = 2v \Rightarrow v = \frac{v_m}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m/s}$$

۴ ۱۳۰۳ B

انرژی پتانسیل در $x=A$ بیشینه و در حرکت هماهنگ ساده، انرژی مکانیکی برابر بیشینه انرژی پتانسیل است. از این رو:

$$E = U_m = 0.36 \text{ J} \xrightarrow{E = K_m} K_m = 0.36 \text{ J}$$

انرژی جنبشی خواهد شد:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2} m v^2 \\ K_m = \frac{1}{2} m v_m^2 \end{cases} \xrightarrow{v = \frac{\sqrt{2}}{2} v_m} \frac{K}{K_m} = \frac{1}{2} \Rightarrow K = 0.18 \text{ J}$$

۳ ۱۲۹۷ C

در انتهای مسیر (نقطه بازگشت) نوسانگر به طور لحظه‌ای ساکن است و وقتی وزنه دیگری روی آن قرار می‌دهیم، نوسانگر از انتهای مسیر به حرکت درمی‌آید و دامنه حرکت تغییری نمی‌کند. از طرفی فنر نیز تغییر نکرده یعنی فنر ثابت بوده بنابراین انرژی مکانیکی $E = \frac{1}{2} k A^2$ تغییری نمی‌کند و نوسانگر با همان انرژی مکانیکی اولیه به حرکت خود ادامه می‌دهد تا به مرکز نوسان می‌رسد. در اینجا وزنه m را از روی نوسانگر برمی‌داریم، در اینجا تمام انرژی نوسانگر، انرژی جنبشی $(K = \frac{1}{2} m v_m^2)$ است و با برداشتن نیمی از جرم، انرژی جنبشی یا همان انرژی مکانیکی نصف می‌شود.

۱ تغییر نمی‌کند. کاهش می‌یابد. کاهش می‌یابد. کاهش می‌یابد. افزایش نمی‌کند. افزایش می‌یابد. کاهش می‌یابد. تغییر نمی‌کند. با برداشتن وزنه C، جرم کاهش می‌یابد به همین دلیل دوره D برداریم، انرژی مکانیکی و دوره حرکت دستگاه به ترتیب از راست به چپ چه تغییری می‌کند؟

۱) تغییر نمی‌کند. کاهش می‌یابد. کاهش می‌یابد. کاهش می‌یابد. افزایش نمی‌کند. افزایش می‌یابد. کاهش می‌یابد. تغییر نمی‌کند. با برداشتن وزنه C، جرم کاهش می‌یابد به همین دلیل دوره $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ کاهش می‌یابد. اما درباره انرژی مکانیکی باید بگوییم در انتهای مسیر تمام انرژی مکانیکی جسم به صورت انرژی پتانسیل $E = U_m = \frac{1}{2} k A^2$ است که با برداشتن وزنه C، دامنه و ثابت فنر هیچگونه تغییر نمی‌کند بنابراین انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند و گزینه (۱) درست است.

۱ ۱۲۹۸ B

۱ دامنه حرکت را حساب می‌کنیم. $A = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

۲ انرژی مکانیکی نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow{k=100 \text{ N/m}} E = \frac{1}{2} \times 100 \times (0.1)^2 = 0.5 \text{ J}$$

۳ با توجه به صورت مسأله در یک لحظه انرژی جنبشی نوسانگر 0.1 J بیشتر از انرژی پتانسیل است و مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل برابر انرژی مکانیکی است از این رو دستگاه دو معادله و دو مجهول می‌توان نوشت و U و K را حساب کرد.

$$\begin{cases} K - U = 0.1 \text{ J} \\ E = K + U = 0.5 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow 2K = 0.6 \Rightarrow K = 0.3 \text{ J}, U = 0.2 \text{ J}$$

۴ نسبت $\frac{U}{K}$ خواهد شد:

$$\frac{U}{K} = \frac{0.2}{0.3} = \frac{2}{3}$$

۱ یک سامانه جرم - فنر با دامنه 10 cm در حال نوسان است. در یک لحظه انرژی پتانسیل نوسانگر 0.6 J از انرژی جنبشی آن کمتر است. اگر ثابت فنر 200 N/m باشد، در این لحظه انرژی جنبشی نوسانگر چند ژول است؟

- (۱) ۰/۲ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۸

۱ انرژی مکانیکی نوسانگر را حساب می‌کنیم.

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 200 \times (0.1)^2 \Rightarrow E = 1 \text{ J}$$

۲ بنا به فرض مسئله داریم: $U = K - 0.6$

۳ انرژی مکانیکی برابر است با:

$$E = U + K \Rightarrow 1 = K - 0.6 + K \Rightarrow 1.6 = 2K \Rightarrow K = 0.8 \text{ J}$$

۴ گزینه ۴

بنابراین می‌توان نوشت:

$$K_m = E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow 6 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} k (0.05)^2 \Rightarrow k = 48 \text{ N/m}$$

۳ ۱۳۰۷ A

نقطه نظر: انرژی پتانسیل یک نوسانگر در دو انتهای مسیر یعنی نقاط بازگشت بیشینه می‌شود، بنابراین شما باید در معادله حرکت به جای $x = \pm A$ را قرار داده و لحظاتی که مکان بیشینه می‌شود را حساب کنید و مشخص کنید در بازه بیان شده در صورت مسئله چند بار $x = \pm A$ شده است.

روش استفاده از بازه‌های زمانی شناخته شده:

۱. دوره را حساب می‌کنیم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$

۲. در لحظه ابتدایی بازه $t_1 = 0/25 \text{ s}$ مکان نوسانگر را مشخص می‌کنیم.

$$x = 0.02 \cos \pi t \Rightarrow x_1 = 0.02 \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_1 = 0.02 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

۳. مشخص می‌کنیم بازه زمانی ارائه شده چه کسری از دوره است.

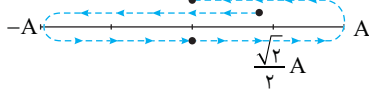
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{2/5 - 0/25}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{9T}{8}$$

۴. مسیر را رسم می‌کنیم. Δt برابر $T + \frac{T}{8}$ شده یعنی نوسانگر از $\frac{\sqrt{2}}{2} A$ شروع

به حرکت کرده و دوباره به همین نقطه برمی‌گردد (T) و سپس در مدت $\frac{T}{8}$ از

$\frac{\sqrt{2}}{2} A$ به صفر می‌رسد و در طول مسیرش یک بار از -A و بار دیگر از +A

می‌گذرد، بنابراین انرژی پتانسیل دو بار بیشینه می‌شود.



روش استفاده از معادله حرکت: در نقاط بازگشت ($x = \pm A$) انرژی پتانسیل بیشینه است، بنابراین بررسی می‌کنیم در بازه خواسته شده چند بار نوسانگر در انتهای مسیر بوده است.

$$x = 0.02 \cos \pi t \Rightarrow x = \pm 0.02 m \Rightarrow \cos \pi t = \pm 1 \Rightarrow \pi t = k\pi \Rightarrow t = k$$

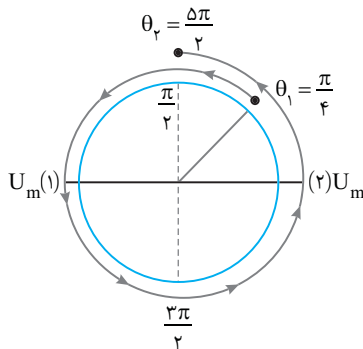
$$k = 0 \Rightarrow t = 0, \quad k = 1 \Rightarrow t = 1 \text{ s}, \quad k = 2 \Rightarrow t = 2 \text{ s}, \quad k = 3 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

بازه زمانی داده شده $0/25 \text{ s}$ تا $2/5 \text{ s}$ در این بازه است بنابراین دو بار انرژی پتانسیل بیشینه می‌شود.

روش استفاده از دایره مثلثاتی: در لحظه‌های $t_1 = 0/25 \text{ s}$ و $t_2 = 2/5 \text{ s}$ کمان ωt (فاز) را به دست می‌آوریم.

$$\theta_1 = \omega t_1 \Rightarrow \theta_1 = \pi(0/25) = \frac{\pi}{4}, \quad \theta_2 = \pi(2/5) = \frac{5\pi}{4}$$

روی دایره مثلثاتی در جهت مثلثاتی می‌چرخیم در عبور از $\theta = 0$ و $\theta = \pi$ انرژی پتانسیل بیشینه است و تعداد گذر از این نقاط را می‌شماریم که با توجه به دایره مثلثاتی ۲ بار انرژی پتانسیل بیشینه می‌شود.



۴ ۱۳۰۴ B

انرژی مکانیکی برابر بیشینه انرژی جنبشی ($E = K_m$) است. وقتی گفته می‌شود انرژی

جنبشی $\frac{1}{n}$ انرژی مکانیکی باشد، یعنی $K = \frac{1}{n} K_m$ شود. در حالت تعادل انرژی

جنبشی بیشینه است، بنابراین وقتی که نوسانگر از $x = A$ به سوی $x = 0$ می‌رود و انرژی

جنبشی از صفر به K_m می‌رسد تماماً در این مسیر یک بار انرژی جنبشی $\frac{1}{n} K_m$ خواهد

شد. همچنین در مسیر از $x = 0$ تا $x = A$ نیز یکبار این اتفاق می‌افتد. در برگشت نیز

همین اتفاق می‌افتد و جمعاً چهار بار انرژی جنبشی $\frac{1}{n} K_m$ خواهد شد:

$$K = \frac{E}{n} \quad K = \frac{E}{n}$$

$$K = 0 \quad (2) \quad E = K_m \quad (1) \quad K = 0$$



$$K = \frac{E}{n} \quad K = \frac{E}{n}$$

۱. در یک حرکت هماهنگ ساده در مدت یک دوره، چهار بار تندی $\frac{1}{n}$

تندی بیشینه، چهار بار شتاب $\frac{1}{n}$ شتاب بیشینه، چهار بار انرژی جنبشی $\frac{1}{n}$ انرژی

جنبشی بیشینه و ... خواهد بود.

۵ ۱۳۰۵ B

۱. انرژی جنبشی نوسانگر $12/5$ درصد انرژی پتانسیل است، بنابراین:

$$K = \frac{12/5}{100} U \Rightarrow U = 8K$$

۲. مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است.

$$E = U + K \Rightarrow E = 8K + K \Rightarrow E = 9K$$

۳. بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی مکانیکی نوسانگر بوده از این رو می‌توانیم

$$K_m = 9K \Rightarrow \frac{1}{2} m v_m^2 = 9 \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \Rightarrow v_m = 3v \Rightarrow v = \frac{v_m}{3} \quad (1)$$

۴. با توجه به فرض مسئله در لحظه مورد نظر تندی نوسانگر 3 m/s از بیشینه تندی کمتر است، بنابراین:

$$v = v_m - 3 \xrightarrow{(1)} \frac{v_m}{3} = v_m - 3 \Rightarrow 3 = \frac{2}{3} v_m \Rightarrow v_m = 4.5 \text{ m/s}$$

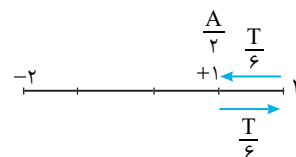
۵. بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$v_m = A\omega \xrightarrow{A=0.2 \text{ m}} 4.5 = 0.2\omega \Rightarrow \omega = \frac{4.5}{0.2} = 22.5 \text{ rad/s}$$

۶. دوره را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 22.5 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{22.5} \text{ s}$

۷. مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. کمترین زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر دو بار از مکان $+1 \text{ cm}$ بگذرد وقتی است که نوسانگر از مکان $+1 \text{ cm}$ به $+2 \text{ cm}$ رفته و این مسیر را برمی‌گردد بنابراین Δt خواهد شد:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2\pi}{3 \times 22.5} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{22.5} \text{ s}$$



۲ ۱۳۰۶ A

با توجه به معادله مکان - زمان $x = 0.05 \cos 2\pi t$ ، دامنه حرکت برابر $A = 0.05 \text{ m}$ خواهد شد. از طرفی بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است.

۱ ۱۳۱۱ B

خط فکری در معادله‌های این چنینی ($K = 0.16 - 400x^2$) باید شما یادتان باشد که اگر $x = 0$ باشد، K بیشینه است (مرکز نوسان) و اگر $K = 0$ باشد یعنی نوسانگر در نقاط بازگشت ($x = \pm A$) قرار دارد، یعنی اگر به جای K صفر قرار دهیم باید به جای x ، A را قرار داده و مسئله را حل کنید.
انرژی جنبشی هنگامی صفر می‌شود که نوسانگر در نقطه بازگشت یعنی $x = \pm A$ باشد از این‌رو:
$$K = 0.16 - 400x^2 \xrightarrow{x = \pm A} 0 = 0.16 - 400A^2 \Rightarrow A^2 = \frac{0.16}{400}$$

$$\Rightarrow A = 0.02 \text{ m} \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$

۳ ۱۳۱۲ B

بیشینه انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است.
$$K_m = E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad (1)$$

$$F_m = m A \omega^2 \quad (2)$$

بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با:
دو رابطه (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم و به جای F_m مقدار که مسئله داده یعنی 12 N را قرار می‌دهیم. $K_m = 0.48 \text{ J} = 480 \text{ mJ}$
میانبر انرژی مکانیکی نوسانگر (E یا K_m یا U_m) برابر است با:
$$E = K_m = U_m = \frac{1}{2} F_m A$$

۲ ۱۳۱۳ A

با مقایسه $F = -200x$ با توجه به قانون هوک $F = -kx$ مشخص می‌شود که ثابت فنر $k = 200 \text{ N/m}$ است.
مسافتی که نوسانگر در مدت یک دوره طی می‌کند چهار برابر دامنه است. از این‌رو دامنه خواهد شد:
$$4A = 20 \Rightarrow A = 5 \text{ cm}$$

انرژی مکانیکی را حساب می‌کنیم.
$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 200 \times (5 \times 10^{-2})^2 = 100 \times 25 \times 10^{-4} \Rightarrow E = 0.25 \text{ J}$$

بیشینه انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی است از این‌رو:
$$E = K_m = 0.25 \text{ J}$$

انرژی جنبشی $\frac{1}{5}$ انرژی مکانیکی است از این‌رو:
$$K = \frac{1}{5} E \Rightarrow K = \frac{1}{5} \times 0.25 \Rightarrow K = 0.05 \text{ J}$$

انرژی پتانسیل در این لحظه خواهد شد:
$$E = K + U \Rightarrow 0.25 = 0.05 + U \Rightarrow U = 0.2 \text{ J}$$

بازی با سؤال معادله نیرو - مکان نوسانگر ساده‌ای به جرم 200 گرم در SI به صورت $F = -180x$ است. اگر بیشینه انرژی جنبشی این نوسانگر 225 میلی‌ژول باشد، معادله مکان - زمان این نوسانگر در SI ، کدام است؟
خارج ریاضی - ۹۷
$$x = 0.3 \cos 30t \quad (2) \quad x = 0.05 \cos 30t \quad (1)$$

$$x = 0.3 \cos 30\pi t \quad (4) \quad x = 0.05 \cos 30\pi t \quad (3)$$

پاسخ با توجه به رابطه $F = -180x$ و مقایسه آن با $F = -kx$ مشخص است که $k = 180 \text{ N/m}$ است از این‌رو: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{180}{0.2}} = 30 \text{ rad/s}$
بیشینه انرژی جنبشی برابر است با:

$$K_m = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} m (A\omega)^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = 225 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.2 \times A^2 \times 900 = 225 \times 10^{-3} \Rightarrow A^2 = 25 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 0.05 \text{ m}$$

حال معادله مکان - زمان نوسانگر را می‌نویسیم:
$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.05 \cos 30t$$

۱ گزینه

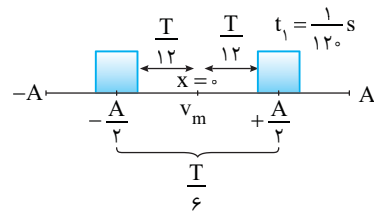
۲ ۱۳۰۸ B

راه حل اول: دوره را به دست می‌آوریم.
$$x = A \cos 40\pi t \Rightarrow \omega = 40\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 40\pi \Rightarrow T = \frac{1}{20} \text{ s}$$

مکان نوسانگر در ابتدای بازه را به دست می‌آوریم.
$$t = \frac{1}{12} \text{ s} \Rightarrow x = A \cos \frac{40\pi}{12} \Rightarrow x_1 = A \cos \frac{10\pi}{3} \Rightarrow x_1 = +\frac{A}{2}$$

مشخص می‌کنیم بازه زمانی داده شده چه کسری از دوره است.
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/12 - 1/20}{1/20} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{1/20}{1/20} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = 1 \Rightarrow \Delta t = T$$

مسیر حرکت را با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده مطابق شکل زیر است.



بنابراین در بازه $\frac{T}{12}$ ابتدایی حرکت تندشونده و انرژی جنبشی در حال افزایش

است.
$$\frac{1}{T} = \frac{20}{12} = \frac{1}{24} \text{ s}$$

راه حل دوم: کمان (فاز) را در لحظه‌های $t_1 = \frac{1}{12} \text{ s}$ و $t_2 = \frac{1}{20} \text{ s}$ روی دایره مثلثاتی (مرجع) مشخص می‌کنیم.
$$\theta = \omega t \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = 40\pi \times \frac{1}{12} = \frac{\pi}{3} \\ \theta_2 = 40\pi \times \frac{1}{20} = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

با توجه به دایره مرجع در مدتی که کمان (فاز) از $\frac{\pi}{3}$ به $\frac{2\pi}{3}$ تغییر می‌کند انرژی جنبشی در حال افزایش است.
$$\Delta\theta = \omega t \Rightarrow \frac{\pi}{6} = 40\pi t \Rightarrow t = \frac{1}{240} \text{ s}$$

۱ ۱۳۰۹ B

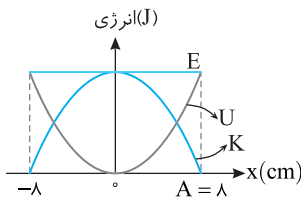
مکان نوسانگر را در دو حالت مشخص می‌کنیم:
$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = A \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} A, \quad x = A \cos \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2} A$$

روی مسیر مطابق شکل مشخص است که نوسانگر ابتدا در حال حرکت به سوی مرکز نوسان بوده و سرعت و انرژی جنبشی در حال افزایش و پس از گذر از نقطه تعادل، سرعت و انرژی جنبشی در حال کاهش است و گزینه (۱) درست است.

۱ ۱۳۱۰ A

نکته در یک تابع کسینوس مانند $y = A \cos x$ یا $y = A \cos^2 x$ بیشینه مقدار تابع برابر ضرب \cos یعنی A است.
در معادله داده شده $K_0 = K = K_0 \cos^2 \omega t$ همان بیشینه مقدار انرژی جنبشی است ($K_0 = K_m$).

نکته در حرکت هماهنگ ساده بیشینه انرژی جنبشی بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر مقدار یکسانی داشته و برابر انرژی مکانیکی نوسانگر هستند $U_m = K_m = E$.
با توجه به نکته بالا بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر برابر K_0 است $U_m = K_m = K_0$.



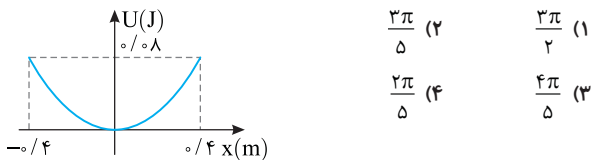
با توجه به نمودار انرژی مکانیکی نوسانگر 40 J و دامنه نوسان آن 8 cm است. انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه زیر به دست می‌آید بنابراین:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad \omega = 2\pi f \rightarrow E = 2m\pi^2 A^2 f^2$$

$$\Rightarrow 40 = 2 \times (\frac{1}{1000}) \times (\sqrt{10})^2 \times (\frac{\pi}{100})^2 \times f^2$$

$$40 = 10 \times \frac{64}{100000} \times f^2 \Rightarrow \frac{10^4}{16} = f^2 \Rightarrow f = \frac{100}{4} = 25\text{ Hz}$$

بازی با سوال نمودار انرژی پتانسیل نوسانگر ساده‌ای به جرم 40 g بر حسب مکان مطابق شکل روبه‌رو است. دوره نوسان این نوسانگر چند ثانیه است؟



پاسخ دامنه نوسانگر $A = 0.4\text{ m}$ است.

با توجه به رابطه $E = U_{\max} = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ ، بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$0.785 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1000} \times (\frac{0.4}{4})^2 \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 25 \Rightarrow \omega = 5\text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 5 = \frac{2 \times \pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5}\text{ s}$$

دوره را حساب می‌کنیم:

گزینه ۴

۳ ۱۳۱۸ A

به نمودار با دقت نگاه کنید. در نقطه M انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر است از این‌رو:

$$E = U + K \Rightarrow E = K + K \Rightarrow E = 2K$$

به جای انرژی مکانیکی، بیشینه انرژی جنبشی $K_m = \frac{1}{2} m v_m^2$ را قرار می‌دهیم.

$$E = 2K \Rightarrow \frac{1}{2} m v_m^2 = 2(\frac{1}{2} m v^2) \Rightarrow v = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} v_m$$

۱ با توجه به نمودار انرژی جنبشی در نقطه X انرژی جنبشی نوسانگر 20 mJ از انرژی جنبشی بیشینه کمتر است.

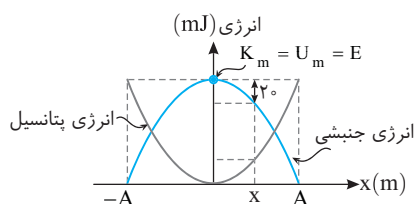
$$K = K_m - 20$$

۲ انرژی جنبشی بیشینه برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است. از این‌رو:

$$K = E - 20 \quad (I)$$

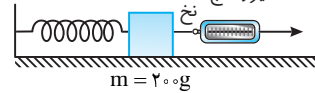
۳ مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل برابر انرژی مکانیکی است.

$$E = U + K \xrightarrow{(I)} E = U + E - 20 \Rightarrow U = 20\text{ mJ}$$



۱ ۱۳۱۴ B

خط فکری وقتی وزنه 1 cm از حالت تعادل منحرف کرده و رها می‌کنیم دامنه حرکت $A = 2\text{ cm}$ است. در این حالت نیروی فنر برابر 5 N بوده است. $(F_m = \Delta N)$. با توجه به این داده‌ها، انرژی مکانیکی را پیدا می‌کنیم سپس با داشتن آن، انرژی پتانسیل را به دست آورده و انرژی جنبشی را حساب می‌کنیم تا بتوانیم تندی وزنه را به دست بیاوریم. نیروسنج



۱ انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad (I)$$

۲ بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با:

$$F_m = m A \omega^2 \quad (II)$$

۳ دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{E}{F_m} = \frac{\frac{1}{2} m A^2 \omega^2}{m A \omega^2} \Rightarrow \frac{E}{F_m} = \frac{1}{2} A \quad \frac{F_m = 5\text{ N}}{A = 0.02\text{ m}} \rightarrow E = 5 \times \frac{1}{2} (0.02)$$

$$\Rightarrow E = 0.05\text{ J} = 50\text{ mJ}$$

۴ انرژی جنبشی نوسانگر را به دست می‌آوریم.

$$E = U + K \Rightarrow 50 = 34 + K \Rightarrow K = 16\text{ mJ}$$

۵ تندی را حساب می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 16 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{200}{1000} v^2 \Rightarrow v^2 = 16 \times 10^{-2} \Rightarrow v = 0.4\text{ m/s}$$

۱ ۱۳۱۵ B

۱ طول پاره‌خط برابر 10 cm است پس دامنه حرکت $\frac{1}{2} = 5\text{ cm}$ است.

۲ انرژی مکانیکی که در طول مسیر ثابت است و برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = 25 \times 10^{-3}\text{ J} = 25\text{ mJ}$$

۳ در $x = 0$ تندی نوسانگر بیشینه است پس در $x = 0$ انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است و در $x = \pm A$ که انتهای مسیر است، تندی متحرک صفر است پس انرژی جنبشی صفر و انرژی پتانسیل بیشینه می‌باشد. با این اطلاعات نمودار گزینة (۳) پاسخ مسئله است.

۱ ۱۳۱۶ A

خط فکری بیشینه انرژی جنبشی همان انرژی مکانیکی است. $(E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2)$

بنابراین شما از روی شکل دامنه را مشخص کنید و با استفاده از اطلاعات مسئله ω را بیابید تا مسئله حل شود.

۱ با توجه به نمودار دامنه $A = 8\text{ cm}$ است.

۲ در هر دقیقه نوسانگر 120 نوسان انجام می‌دهد

بنابراین دوره برابر است با:

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{60}{120} \Rightarrow T = \frac{1}{2}\text{ s}$$

۳ بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi\text{ rad/s}$$

۴ انرژی جنبشی بیشینه را حساب می‌کنیم.

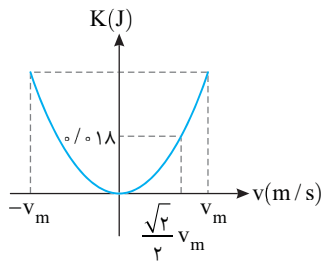
$$K_m = E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (8 \times 10^{-2})^2 \times (4\pi)^2 = 64 \times 10^{-4} \times 16\pi^2$$

$$K_m = 9216 \times 10^{-4}\text{ J} = 9216 \times 10^{-1}\text{ J}$$

۳ ۱۳۱۷ A

نکته در حرکت هماهنگ ساده مسیر بدون اتلاف بوده و انرژی مکانیکی جسم ثابت است و در طول مسیر اگر انرژی جنبشی کاهش یابد، به همان اندازه انرژی پتانسیل افزایش خواهد یافت و بالعکس:

بازی با سوال نمودار انرژی جنبشی بر حسب سرعت نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟



- (۱) ۰.۲۴
- (۲) ۰.۳۶
- (۳) ۰.۱۸√۲
- (۴) ۰.۱۸√۳

پایان انرژی مکانیکی برابر انرژی جنبشی بیشینه است. از این رو انرژی جنبشی بیشینه را حساب می‌کنیم:

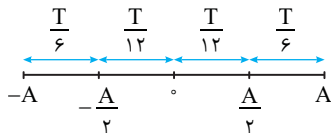
$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K}{K_m} = \frac{v^2}{v_m^2} \Rightarrow \frac{0.18}{K_m} = \frac{(\frac{\sqrt{2}}{2}v_m)^2}{v_m^2}$$

$$\Rightarrow K_m = 0.36 \text{ J} \Rightarrow E = 0.36 \text{ J}$$

گزینه ۲

۱۳۲۳

طول پاره‌خط برابر ۲۰cm است بنابراین دامنه برابر $A = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$ است.



نوسانگر در مدت $\Delta t = \frac{A}{v} + \frac{A}{v}$ می‌رسد که با توجه به بازه‌های شناخته شده

$$\frac{T}{6} = \frac{A}{\Delta s} \Rightarrow T = 3s$$

بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3}$$

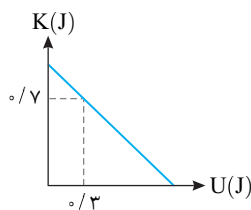
انرژی مکانیکی همواره ثابت و برابر $E = \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$ است. بنابراین

نمودارهای (۱) و (۲) نادرست هستند. از طرفی دقت کنید که تندی همواره مثبت است و قسمت منفی در نمودار (۳) نادرست است و مقدار E نیز خواهد شد:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.09 \times (\frac{2\pi}{3})^2 = \frac{1}{2} \times 0.09 \times \frac{4\pi^2}{9} = 0.2 \text{ J} = 20 \text{ mJ}$$

بنابراین گزینه (۴) درست است.

۱۳۲۴



مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل برابر با انرژی مکانیکی است. با توجه به اینکه روی نمودار در لحظه‌ای که $U = 0.3 \text{ J}$ بوده، انرژی جنبشی برابر 0.7 J است. خواهیم داشت:

$$E = K + U \Rightarrow E = 0.7 + 0.3 = 1 \text{ J}$$

انرژی مکانیکی از رابطه مقابل به دست می‌آید.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2}(k)(0.2)^2 \Rightarrow k = \frac{2}{0.04} = 50 \text{ N/m}$$

۱۳۲۰

مطابق نمودار انرژی جنبشی در مکان x_2 با انرژی پتانسیل در نقطه x_1 $U_1 = K_2$ برابر است.

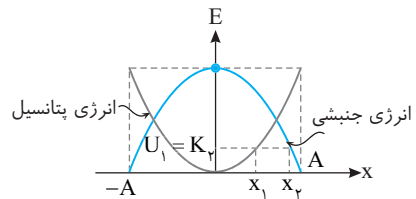
انرژی مکانیکی برابر است با:

$$E_1 = U_1 + K_1 \xrightarrow{U_1 = K_2} E_1 = K_2 + K_1 \Rightarrow E = K_2 + K_1$$

بنابراین کافی است برای به دست آوردن انرژی مکانیکی نوسانگر K_1 و K_2 را حساب کرده با هم جمع کنیم.

$$E = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 \xrightarrow{m = 0.1 \text{ kg}} E = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (2\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times (2\sqrt{6})^2$$

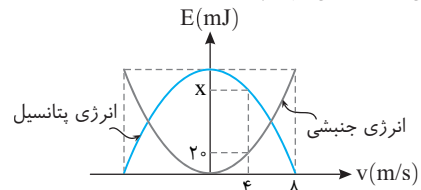
$$E = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 8 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times 24 \Rightarrow E = 0.16 \text{ J}$$



۱۳۲۱

خط فکری نمودار انرژی بر حسب سرعت است آن را با نمودار انرژی بر حسب

مکان اشتباه نکنید. تندی بیشینه $v_m = 4 \text{ m/s}$ و وقتی تندی $v = 4 \text{ m/s}$ است انرژی جنبشی 20 mJ است. به کمک این مطلب انرژی جنبشی بیشینه (K_m) یعنی انرژی مکانیکی نوسانگر ($E = K_m$) را به دست بیاورید. سپس به کمک پایستگی انرژی مکانیکی مقدار x یعنی انرژی پتانسیل را حساب کنید.



با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{K_m}{K} = \frac{v_m^2}{v^2} \Rightarrow \frac{K_m}{20} = (\frac{8}{4})^2 \Rightarrow K_m = 80 \text{ mJ}$$

بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر $E = K_m = 80 \text{ mJ}$ است. در این صورت انرژی

$$E = K + U \Rightarrow 80 = 20 + U \Rightarrow U = 60 \text{ mJ}$$

پتانسیل x خواهد شد:

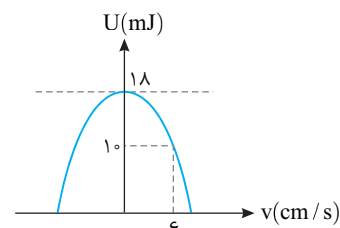
۱۳۲۲

نکته بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است.

انرژی مکانیکی نوسانگر $E = 18 \text{ mJ}$ و ثابت فنر $k = 100 \text{ N/m}$ است. بنابراین خواهیم داشت:

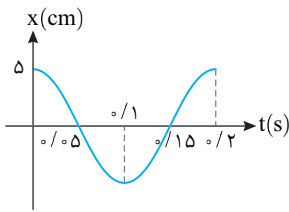
$$E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{E = U_m} 18 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 100 \times A^2$$

$$\Rightarrow A = 6 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.6 \text{ cm} \Rightarrow \text{طول پاره‌خط} = 1/2 \text{ cm}$$



۳ دوره را حساب می‌کنیم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 1 \cdot \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.5s$

۴ بنابراین نمودار مکان - زمان به صورت روبه‌رو می‌باشد:

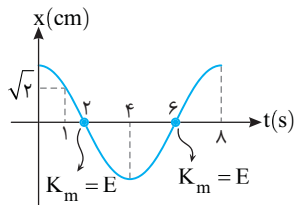


۴ ۱۳۲۸ B

۱ با توجه به نمودار $x-t$ در $t=1s$ برای اولین بار مکان نوسانگر برابر $x = \sqrt{2}$ می‌شود، بنابراین می‌توان دوره را حساب کرد.

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow \sqrt{2} = 2 \cos \frac{2\pi}{T} t \quad t=1s \Rightarrow$$

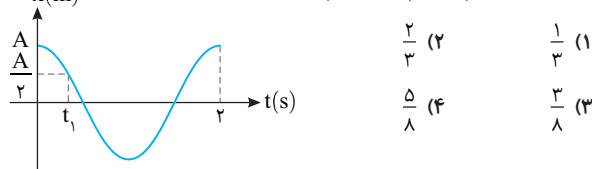
$$\cos \frac{2\pi}{T} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = 8s$$



۲ هنگام گذر نوسانگر از حالت تعادل یعنی در لحظه‌هایی که نمودار مکان - زمان محور زمان را قطع می‌کند، تمام انرژی مکانیکی جسم به صورت انرژی جنبشی است که با توجه به نمودار در لحظه $t=2s$ برای اولین بار و در $t=6s$ برای دومین بار این اتفاق می‌افتد.

بازی با سوال - نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل روبه‌رو

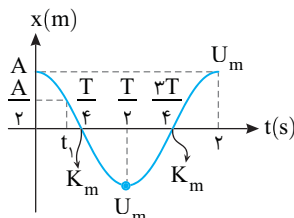
است. چند ثانیه پس از t_1 ، انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه است؟



۱ پاسخ با توجه به نمودار $T=2s$ می‌باشد و t_1 اولین لحظه‌ای است که

متحرک به مکان $x = \frac{A}{3}$ رسیده است:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}, \frac{A}{3} = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \cos \pi t_1 = \frac{1}{3} \Rightarrow \pi t_1 = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{3} s$$



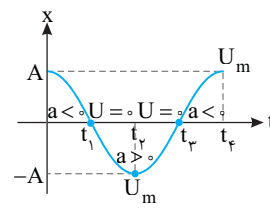
در انتهای مسیر $x = \pm A$ ، انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه است پس از t_1

انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه می‌شود. $t = \frac{T}{2}$

$$\frac{T}{2} - t_1 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} s$$

۲ گزینه

۴ ۱۳۲۵ A

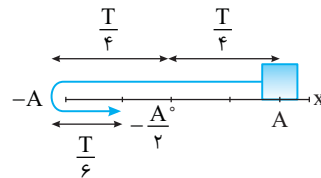


به نمودار روبه‌رو با دقت بنگرید. در حرکت به سمت انتهای مسیر انرژی پتانسیل نوسانگر رو به افزایش است یعنی از t_1 تا t_2 و یا از t_3 تا t_4 می‌دانیم که علامت شتاب نوسانگر مخالف علامت مکان نوسانگر می‌باشد* و چون شتاب منفی مدنظر می‌باشد پس باید مکان مثبت باشد یعنی از t_3 تا t_4 هم شتاب منفی و هم انرژی پتانسیل در حال افزایش است.

۲ ۱۳۲۶ A

خط فکری از روی محور افقی (t) نمودار $x-t$ باید دوره نوسان را به دست آورد و با توجه به محور قائم دامنه و مکان نوسانگر مشخص خواهد شد. در گام اول دوره را حساب کرده و در گام دوم با توجه به رابطه $E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ انرژی مکانیکی را حساب می‌کنیم.

در لحظه $t_1 = \frac{2}{15}$ برای دومین بار مکان نوسانگر به $-2cm$ یا $-\frac{A}{2}$ رسیده است:



$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{4} = \frac{2T}{3}$$

$$\Delta t = t_1 = \frac{2}{15} s \Rightarrow \frac{2T}{3} = \frac{2}{15} \Rightarrow T = \frac{1}{5} s$$

با داشتن T و محاسبه ω انرژی مکانیکی را به دست می‌آوریم:

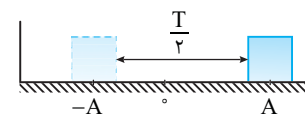
$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, A = 4 \text{ cm} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi$$

$$E = \frac{1}{2} \times (5 \times 10^{-3}) \times (4 \times 10^{-2})^2 \times (10\pi)^2$$

$$\rightarrow \pi^2 \approx 10 \rightarrow E = \frac{1}{2} \times (5 \times 10^{-3}) \times 16 \times 10^{-4} \times 100 = 4 \times 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow E = \frac{4}{1000} = \frac{1}{250} \text{ J}$$

۳ ۱۳۲۷ B

خط فکری بیشینه جابه‌جایی یک نوسانگر در مدت نیم دوره همواره وقتی رخ می‌دهد که نوسانگر از مکان A به $-A$ و یا از $-A$ به $+A$ برود. در این صورت مقدار جابه‌جایی برابر $2A$ است. با این توضیحات شما می‌توانید دامنه حرکت را بیابید و با داشتن دامنه حرکت و انرژی مکانیکی، دوره را حساب کرده و نمودار مورد نظر را تشخیص دهید.



۱ بیشینه جابه‌جایی در مدت $\frac{T}{2}$ ، 10 cm است، بنابراین دامنه خواهد شد:

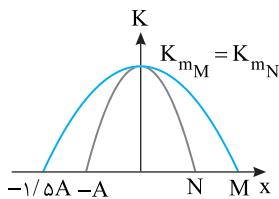
$$2A = 10 \Rightarrow A = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

۲ رابطه انرژی مکانیکی را نوشته و بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \quad E = 1/2 \times 10^{-2} \times \pi^2 \text{ J}, m = 1 \text{ kg} \quad A = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$E = 1/2 \times 10^{-2} \times \pi^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \times \pi^2 \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 10 \times \pi^2 \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

* هم علامت نبودن شتاب و مکان در کتاب درسی به‌طور مشخص بیان نشده است.



۲ تندی بیشینه برابر $v_m = A\omega$ است. بنابراین:

$$v_{mM} = v_{mN} \Rightarrow A_M \omega_M = A_N \omega_N \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} 1/5 \left(\frac{2\pi}{T_M} \right) = \frac{2\pi}{T_N}$$

$$\frac{T_M}{T_N} = 1/5$$

۲ ۱۳۳۲ A

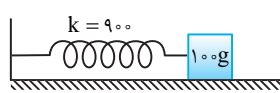
هرگاه بر جسمی که می‌تواند با دوره یا بسامد خاصی (دوره طبیعی) نوسان کند، یک نیروی دوره‌ای با همان دوره وارد شود، جسم شروع به نوسان می‌کند و دامنه نوسان تا مقدار بیشینه‌ای افزایش می‌یابد و از آن پس حرکت نوسانی بدون کاهش دامنه ادامه می‌یابد، این پدیده را تشدید می‌گویند. در حالتی هم که بسامد نیروی اعمال شده با بسامد نوسانگر برابر نباشد، انرژی به نوسانگر منتقل می‌شود و نوسانگر را به حرکت درمی‌آورد اما بیشترین انرژی در حالت تشدید به نوسانگر منتقل می‌شود. با توجه به گفته‌های بالا گزینه (۲) درست است.

۲ ۱۳۳۳ B

یادآوری هرگاه با اعمال نیروی خارجی نوسانگری را به نوسان درآوردیم چنین نوسانی را نوسان واداشته گویند.

خط فکری

هرگاه بسامد نوسان‌های واداشته با بسامد نوسانگر برابر باشد، تشدید رخ می‌دهد و دامنه نوسانگر افزایش می‌یابد. اما اگر نوسانگر را با بسامدهایی بیشتر یا کمتر از بسامد طبیعی آن به نوسان درآوردیم، دامنه نوسان کوچک‌تر از حالت تشدید است. بنابراین شما باید بسامد طبیعی سامانه جرم - فنر را حساب کرده با بسامدهای داده شده در مسئله مقایسه کنید.



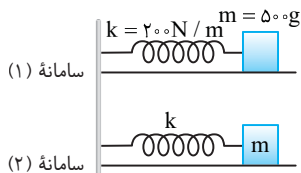
بسامد طبیعی سامانه جرم و فنر را به دست می‌آوریم:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{900}{0.1}} = 15 \text{ Hz}$$

بسامد $f_0 = 15 \text{ Hz}$ با بسامد طبیعی f_0 سامانه برابر است. بنابراین دامنه نوسان برای بسامد (فرکانس) f_0 از دو فرکانس دیگر بزرگ‌تر است.

۳ ۱۳۳۴ A

بسامد سامانه جرم - فنر اول را حساب می‌کنیم.



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow f_2 = f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{200}{0.5}} = \frac{20}{2\pi} \text{ Hz}$$

هنگامی تشدید رخ می‌دهد که بسامد طبیعی دو سامانه با هم برابر باشند، بنابراین بسامد سامانه (۲) نیز برابر است با:

$$f_2 = \frac{20}{2\pi} \text{ Hz}$$

بسامد زاویه‌ای سامانه (۲) را حساب می‌کنیم.

$$\omega_2 = 2\pi f_2 \Rightarrow \omega_2 = 2\pi \times \frac{20}{2\pi} \Rightarrow \omega_2 = 20 \text{ rad/s}$$

تنها گزینه‌ای که در آن بسامد زاویه‌ای 20 rad/s است، گزینه (۳) است.

۱ ۱۳۲۹ B

۱ با توجه به نمودار، دو دوره نوسانگر B برابر نصف دوره A است، بنابراین:

$$2T_B = \frac{T_A}{2} \Rightarrow T_A = 4T_B \quad (1)$$

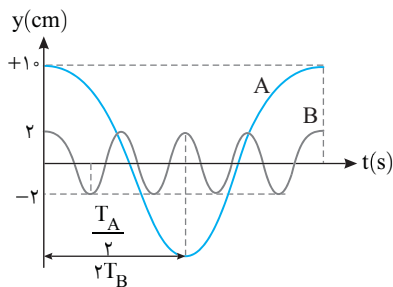
۲ نسبت بسامد زاویه‌ای دو نوسانگر را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{T_A}{T_B} \Rightarrow \frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{T_A}{T_B} \xrightarrow{(1)} \frac{\omega_B}{\omega_A} = 4 \Rightarrow \omega_A = \frac{1}{4} \omega_B$$

۳ دامنه A، 10 cm و دامنه B برابر 2 cm است.

۴ انرژی مکانیکی نوسانگر A و B را نوشته به هم تقسیم می‌کنیم.

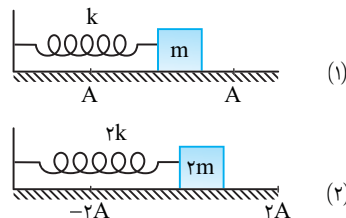
$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{\frac{1}{2} m_A A_A^2 \omega_A^2}{\frac{1}{2} m_B A_B^2 \omega_B^2} \xrightarrow{m_B = \Delta m_A} \frac{E_A}{E_B} = \frac{1}{\Delta} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{\Delta}{16}$$



۴ ۱۳۳۰ C

خط فکری

ابتدا به کمک نوشته‌های روی دو شکل نسبت انرژی مکانیکی آن‌ها را به دست آورید سپس به سراغ حل مسئله بروید.



انرژی مکانیکی یک نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2} k A^2$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{2} k_2 A_2^2}{\frac{1}{2} k_1 A_1^2} = \frac{(2k)(2A)^2}{k(A)^2} \Rightarrow E_2 = 8E_1$$

بنابراین E_2 بزرگ‌تر از E_1 است. اکنون E_1 و E_2 برحسب انرژی جنبشی و پتانسیل نوشته شده از هم کم می‌کنیم.

$$E_1 = U_1 + K_1, E_2 = U_2 + K_2 \Rightarrow E_2 - E_1 = (U_2 - U_1) + (K_2 - K_1)$$

با فرض مسئله $K_2 - K_1 = 10 \text{ mJ}$ و $U_2 - U_1 = 46 \text{ mJ}$ است. از این رو:

$$8E_1 - E_1 = 46 + 10 \Rightarrow 7E_1 = 56 \Rightarrow E_1 = 8 \text{ mJ}, E_2 = 8 \times 8 = 64 \text{ mJ}$$

۳ ۱۳۳۱ B

خط فکری

با توجه به نمودار بیشینه انرژی جنبشی نوسانگرهای M و N با هم برابر و دو نوسانگر هم‌جرم بوده و دامنه نوسان M، $1/5$ برابر دامنه نوسان N ($A_M = 1/5 A_N$) است، بنابراین همه چیز برای حل مسئله آماده است کافی است

انرژی جنبشی بیشینه را با هم برابر قرار دهید.

۱ بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر N و M با هم برابر است.

$$K_{mM} = K_{mN} \Rightarrow \frac{1}{2} m_M v_{mM}^2 = \frac{1}{2} m_N v_{mN}^2 \xrightarrow{m_N = m_M} v_{mM} = v_{mN}$$

B ۱۳۳۵ ۲

هنگامی بین دو سامانه تشدید رخ می‌دهد که بسامد (دوره) آن‌ها با هم برابر باشد.

$$T_{\text{ی}} = T_{\text{ف}} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{\ell}{g}$$

در حالت اول:

در حالت دوم: طول آونگ $\ell' = 2\ell$ شده است. در این صورت دوره آونگ خواهد شد:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{\ell'}{\ell}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{2}$$

باید دوره سامانه جرم فنر نیز $\sqrt{2}$ برابر $(T'_{\text{ی}} = \sqrt{2}T_{\text{ی}})$ باشد تا مجدداً تشدید رخ

$$2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = \sqrt{2}(2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}) \Rightarrow k' = \frac{1}{2}k$$

دهد. بنابراین

B ۱۳۳۶ ۳

طول آونگ (۱) و آونگ (۴) با هم برابر است. بنابراین دوره $(T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}})$ هر دو آونگ

یکی است.

$$T_1 = T_4 \Rightarrow f_{o_1} = f_{o_4}$$

از این رو هرگاه آونگ (۱) را به نوسان درآوریم چون بسامد طبیعی آونگ‌های (۱) و (۴) با هم برابر است. برای آونگ (۴) تشدید رخ می‌دهد و دامنه نوسان آونگ (۴) از بقیه بیشتر است و گزینه (۳) درست است. دقت کنید با حرکت آونگ (۱) انرژی به همه آونگ‌ها منتقل می‌شود و همه می‌جنبند اما برای آونگ (۴) تشدید رخ می‌دهد و دامنه‌اش از بقیه بیشتر است.

B ۱۳۳۷ ۲

خط فکری هرگاه طول دو آونگ برابر باشد بسامد طبیعی (دوره طبیعی) آن‌ها یکسان

بوده و می‌توانند با هم تشدید انجام دهند. در حل این تست باید دقت کنید در اثر افزایش دما که طول آونگ‌ها افزایش می‌یابد و سپس بررسی کنید طول کدام‌ها با هم برابر می‌شود.

طول آونگ‌های (۱) و (۴) با هم برابر است و بسامد طبیعی آونگ‌های (۱) و (۴) $(f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}})$

با هم برابر است در نتیجه با نوسان آونگ (۱). برای آونگ (۴) تشدید رخ می‌دهد.

با افزایش دما. طول آونگ‌های (۲) و (۳) و (۴) افزایش می‌یابد و با افزایش دما ممکن است طول آونگ (۳) با آونگ (۱) برابر شده و با نوسان آونگ (۱). آونگ (۳) شروع به تشدید می‌کند اما با افزایش طول آونگ (۴) بسامد آن دیگر با بسامد آونگ (۱) برابر نیست و برای آن تشدید رخ نمی‌دهد.

طول آونگ (۲) که در دو حالت از طول آونگ (۱) بیشتر است و تشدید برای آونگ (۲) رخ نمی‌دهد.

B ۱۳۳۸ ۳

خط فکری میله با بسامد زاویه‌ای در گستره 1 rad/s تا 2 rad/s نوسان می‌کند

یعنی تمام بسامد بین این دو مقدار را می‌تواند ایجاد کند بنابراین اگر بسامد آونگ‌ها بین این دو مقدار باشد برای آن‌ها تشدید رخ می‌دهد اما به جای اینکه بسامد تک آونگ‌ها را حساب کنیم مسیر دیگری را انتخاب کرده‌ایم. محدوده طول آونگ‌ها بین این دو بسامد زاویه‌ای را به دست آورده و طول آونگ‌ها را با این محدوده مقایسه می‌کنیم.

یادآوری بسامد زاویه‌ای آونگ برابر $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ است.

بسامد زاویه‌ای (ω) در گستره 1 rad/s تا 2 rad/s می‌باشد و با توجه به $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

خواهیم داشت:

$$1 \leq \omega \leq 2 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{\frac{g}{\ell}} \leq 2 \Rightarrow 1 \leq \frac{g}{\ell} \leq 4 \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{\ell}{g} \leq 1 \xrightarrow{g=10} 2.5 \leq \ell \leq 10$$

بنابراین اگر طول آونگ در بازه 2.5 m تا 10 m باشد. آونگ تشدید می‌کند یعنی آونگ‌های به طول‌های 2.5 m ، 3.6 m ، 4.8 m ، 6 m ، 7.2 m ، 8.4 m ، 9.6 m دچار تشدید می‌شوند.

B ۱۳۳۹ ۴

خط فکری با توجه به متن کتاب برای اینکه نوسان نامیرا باشد باید یک نیروی دوره‌ای مناسب که دامنه را عوض نکند در انتهای مسیر به آونگ وارد شود و چون آونگ را به سمت راست کشیده و رها می‌کنیم، این نیرو باید در انتهای راست مسیر وارد شود. بنابراین در هر دوره (T) یک بار این نیرو وارد می‌شود.

۱ دوره را حساب می‌کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{24/\Delta \times 10^{-2}}{9.8}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{2/\Delta \times 10^{-2}}$$

$$\xrightarrow{\pi=\sqrt{10}} T = 2 \times \sqrt{10} \times \sqrt{2/\Delta \times 10^{-2}} \Rightarrow T = 2\sqrt{20/\Delta \times 10^{-2}} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

۲ بنابراین در لحظه‌های $t = 1 \text{ s}$ ، $t = 2 \text{ s}$ ، $t = 3 \text{ s}$ ، $t = 4 \text{ s}$ ، $t = 5 \text{ s}$ ، ... باید آونگ تحت تأثیر این نیرو قرار گیرد.

B ۱۳۴۰ ۳

وقتی یک نیروی خارجی با بسامدی برابر بسامد طبیعی نوسانگر به آن وارد می‌شود. نوسانگر شروع به نوسان کرده و دامنه آن افزایش می‌یابد. بنابراین دامنه باید در نمودار در حال افزایش باشد اما دوره و بسامد نوسانگر به دامنه بستگی ندارد و ثابت می‌ماند.

A ۱۳۴۱ ۲

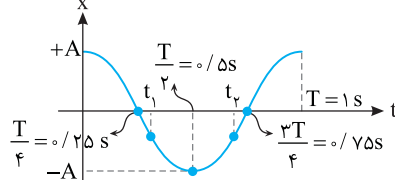
با توجه به رابطه شتاب، $a = -kx$ است و با توجه به فرض مسئله که k یک مقدار ثابت است. شتاب متحرک و در نتیجه نیروی خالص وارد بر متحرک ثابت است. درحالی که می‌دانیم حرکت هماهنگ ساده حرکت با شتاب متغیر است پس حرکت هماهنگ ساده نیست.

B ۱۳۴۲ ۴

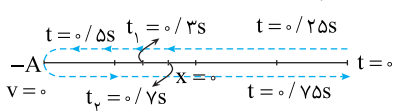
با توجه به رابطه $a = -\omega^2 x$ ابتدا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\omega^2 = 4\pi^2 \Rightarrow \omega = 2\pi \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

نمودار $x-t$ نوسانگر را رسم می‌کنیم. در t_1 نوسانگر در حال حرکت به سمت انتهای مسیر $(x = -A)$ است. پس حرکت متحرک کندشونده است. در t_2 نوسانگر در حال حرکت به سمت مرکز تعادل $x = 0$ است. پس حرکت متحرک تندشونده است.



روش دیگر: مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. مطابق شکل در $t_1 = 0/3 \text{ s}$ حرکت کندشونده و در $t_2 = 0/2 \text{ s}$ حرکت تندشونده است.



A ۱۳۴۳ ۱

خط فکری ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون $(F = ma)$ ، قانون هوک

$(F = -kx)$ و بسامد زاویه‌ای $(\omega = \sqrt{k/m})$ معادله کلی شتاب - زمان در حرکت هماهنگ ساده را به دست می‌آوریم. سپس معادله شتاب - زمان داده شده در مسئله را با آن مقایسه می‌کنیم و به کمک آن بسامد زاویه‌ای، دامنه و دوره را به دست می‌آوریم. سپس بازه زمانی داده شده را با دوره مقایسه کرده با رسم مسیر حرکت و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مدت زمانی که حرکت کندشونده است را به دست می‌آوریم.

۱ با توجه به قانون دوم نیوتون $(F = ma)$ و قانون هوک $(F = -kx)$ معادله شتاب - زمان را در حالت کلی به دست می‌آوریم.

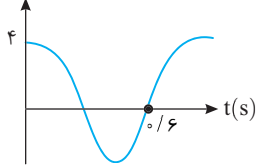
$$ma = -kx \Rightarrow ma = -kA \cos \omega t \Rightarrow a = -\frac{k}{m} A \cos \omega t$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow a = -A\omega^2 \cos \omega t$$

مکان نوسانگر یعنی فاصله نوسانگر از مبدأ مکان. بنابراین مکان در لحظه t (x) خواهد

$$x_1 + x = A \Rightarrow \frac{2}{3}A + x = A \Rightarrow x = \frac{1}{3}A = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

دوره حرکت را حساب می‌کنیم.



$$\frac{2T}{4} = 0.6 \Rightarrow T = 0.8 \text{ s}$$

بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.8} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{2} \text{ rad/s}$$

شتاب حرکت خواهد شد:

$$|a| = \omega^2 |x| \Rightarrow |a| = \left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 \times \left(\frac{4}{3} \times 10^{-2}\right) \Rightarrow |a| = \frac{25\pi^2}{6} \times \frac{4}{3} \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow |a| = \frac{5}{6} \text{ m/s}^2$$

۱ ۱۳۴۵ B

خط فکری صورت مسئله کمی گنگ است. شتاب تکرار شونده یعنی چی؟ به نظر

می‌رسد با یک قطعه الکترونیک در حال نوسان روبرو هستیم که شتاب آن می‌تواند حداکثر ۱۶g شود و اگر شتاب از این مقدار بیشتر شود قطعه آسیب می‌بیند. در حرکت هماهنگ ساده بیشینه شتاب در نقاط بازگشت خواهد بود ($a_m = A\omega^2$) بنابراین شما

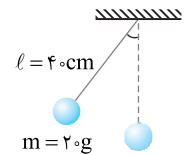
باید شتاب بیشینه را برابر ۱۶g قرار داده مسئله را حل کنید.

در صورت سؤال بیشینه شتاب قابل تحمل ۱۶g بیان شده است از این‌رو:

$$a_m = 16g \Rightarrow A\omega^2 = 16g \Rightarrow \frac{4}{100} \omega^2 = 16g \Rightarrow \omega^2 = 400g \Rightarrow (\omega)^2 = 400 \times 10 \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow 2\pi f = 20 \Rightarrow f = 10 \text{ Hz}$$

۱ ۱۳۴۶ B



۱. بسامد زاویه‌ای آونگ را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{10}{0.4}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{4}} = 5 \text{ rad/s}$$

۲. نیروی خالص در نقطه بازگشت با محل رهاشدن

آونگ همان بیشینه نیرو در حرکت هماهنگ ساده

$$F_{\text{max}} = mA\omega^2 \text{ است.}$$

۳. تندی هنگام گذر از نقطه تعادل یعنی تندی بیشینه نوسانگر: $v_m = A\omega$ (II)

$$\frac{v_m}{F_m} = \frac{A\omega}{mA\omega^2} \Rightarrow \frac{v_m}{F_m} = \frac{1}{m\omega}$$

رابطه (I) و (II) را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{v_m}{0.1} = \frac{1}{0.2 \times 5} \Rightarrow v_m = 1 \text{ m/s}$$

۴. اکنون داده‌های مسئله را جای گذاری می‌کنیم.

۲ ۱۳۴۷ B

خط فکری وقتی وزنه به فنر برخورد می‌کند، آن را فشرده کرده و متوقف می‌شود.

سرعت v در لحظه برخورد همان تندی بیشینه $v_m = A\omega$ در حرکت هماهنگ ساده

است و فاصله محل توقف از محل برخورد نیز برابر دامنه است. بنابراین شما باید بسامد زاویه‌ای را حساب کنید تا بتوانید دامنه‌ها را با هم مقایسه کنید.

$$\omega_A = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{بسامد زاویه‌ای فنر A}$$

$$\omega_B = \sqrt{\frac{k}{2m}} \quad \text{بسامد زاویه‌ای فنر B}$$

$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \sqrt{\frac{2m}{m}} = \sqrt{2} \quad \text{نسبت } \omega_A / \omega_B \text{ خواهد شد:}$$

تندی بیشینه A و B را نوشته بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{v_{m_A}}{v_{m_B}} = \frac{A_A \omega_A}{A_B \omega_B} \Rightarrow \frac{v_{m_A}}{v_{m_B}} = \frac{A_A}{A_B} \times \sqrt{2} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \frac{v_{m_A}}{v_{m_B} \sqrt{2}} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

۲. معادله شتاب - زمان داده شده را با حالت کلی مقایسه کرده بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$a = -100\pi^2 \cos 50\pi t \Rightarrow \omega = 50\pi \text{ rad/s}$$

$$a = -A\omega^2 \cos \omega t$$

$$100\pi^2 = A\omega^2 \Rightarrow 100\pi^2 = A(50\pi)^2 \Rightarrow A = 0.04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 50\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

دوره را حساب می‌کنیم:

$$x = 0.04 \cos 50\pi t \quad \text{معادله حرکت را می‌نویسیم.}$$

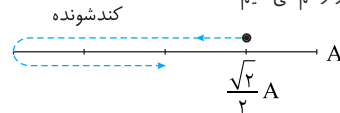
$$\text{بازه زمانی } t_1 = \frac{1}{200} \text{ s تا } t_2 = \frac{3}{100} \text{ s را با دوره مقایسه می‌کنیم.}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{3 - 1}{100} = \frac{2}{100} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{200}{4} = 50 \Rightarrow \Delta t = 50T = \frac{50}{8} T$$

۶. مکان متحرک در $t_1 = \frac{1}{200} \text{ s}$ را به دست می‌آوریم.

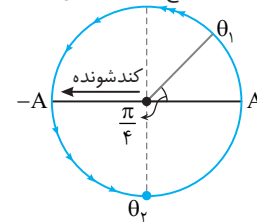
$$x_1 = 0.04 \cos 50\pi \times \frac{1}{200} \Rightarrow x_1 = 0.04 \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (0.04) = \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

۷. مسیر حرکت را رسم می‌کنیم



$$T = \frac{0.04}{4} = 0.01 \text{ s} \text{ یعنی } \frac{T}{4} \text{ حرکت کندشونده است.}$$

روش استفاده از دایره مثلثاتی: این روش در این مسئله سریع‌تر به جواب می‌رسد.



$$t_1 = \frac{3}{100} \text{ s و } t_2 = \frac{1}{200} \text{ s کمان متناظر با}$$

روی دایره مثلثاتی را مشخص می‌کنیم.

$$\theta_1 = \omega t_1 = 50\pi \times \frac{1}{200} = \frac{\pi}{4}$$

$$\theta_2 = \omega t_2 = 50\pi \times \frac{3}{100} = \frac{3\pi}{2}$$

می‌دانیم که با حرکت به سمت دامنه‌ها حرکت کندشونده است، پس در حرکت از θ_1 تا θ_2

تنها در بازه $\frac{\pi}{2}$ تا π ($x = -A$ تا $x = 0$) حرکت کندشونده است که این بازه برابر

$$\frac{T}{4} = 0.01 \text{ s است.}$$

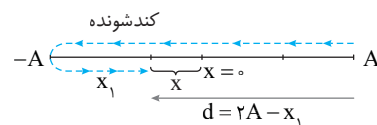
۱ ۱۳۴۸ C

خط فکری از لحظه صفر تا t برای اولین بار تندی متوسط دو برابر بزرگی سرعت

متوسط شده است. یعنی مسافت طی شده دو برابر جابه‌جایی است. تا لحظه‌ای که نوسانگر در یک جهت در حرکت است، تندی متوسط و سرعت متوسط یکسان است، بنابراین t بعد از تغییر جهت در مکان -4 cm اتفاق می‌افتد. مسیر حرکت را به‌طور فرضی از صفر تا t رسم می‌کنیم و مسافت را دو برابر جابه‌جایی می‌نویسیم. به حل دقت کنید.

با توجه به مسیر اگر فاصله محل مورد نظر را از $-A$ برابر x_1 قرار دهیم، مسافت طی

شده خواهد شد:



$$d = 2A - x_1$$

و جابه‌جایی خواهد شد:

با توجه به فرض مسئله:

$$s_{\text{av}} = 2v_{\text{av}} \Rightarrow \ell = 2d \Rightarrow 2A + x_1 = 2(2A - x_1) \Rightarrow 2A + x_1 = 4A - 2x_1$$

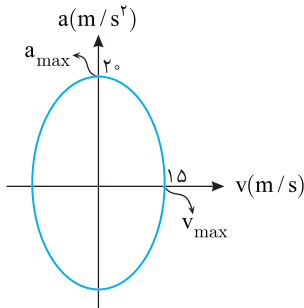
$$\Rightarrow x_1 = \frac{2}{3} A$$

با توجه به نمودار:

$$\begin{cases} a_{\max} = 20 \xrightarrow{a_{\max} = A\omega^2} A\omega^2 = 20 \\ v_{\max} = 15 \xrightarrow{v_{\max} = A\omega} A\omega = 15 \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \text{ rad/s}$$

بنابراین:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \frac{4}{3} = \sqrt{\frac{10}{L}} \Rightarrow \frac{16}{9} = \frac{10}{L} \Rightarrow L = \frac{90}{16} \Rightarrow L = \frac{45}{8} \text{ m}$$



۴ ۱۳۵۲ B

خط فکری ← استفاده از انرژی مکانیکی A و B. ثابت فنر هر یک را حساب کرده سپس آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم و ثابت فنر جدید را به دست می‌آوریم و انرژی مکانیکی در حالت جدید را حساب می‌کنیم.

با توجه به رابطه انرژی مکانیکی دستگاه جرم- فنر ($E = \frac{1}{2}kA^2$) ثابت فنر k_A و

k_B را حساب می‌کنیم.

۱ با استفاده از

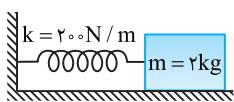
$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow \begin{cases} E_A = \frac{1}{2}k_A \times (10 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow 5 = \frac{1}{2}k_A \times 10^{-2} \\ \Rightarrow k_A = 1000 \text{ N/m} \\ E_B = \frac{1}{2}k_B \times (10 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2}k_B \times 10^{-2} \\ \Rightarrow k_B = 2000 \text{ N/m} \end{cases}$$

۲ ثابت فنر جدید خواهد شد: $k_T = k_A + k_B = 1000 + 2000 = 3000 \text{ N/m}$

۳ انرژی مکانیکی سامانه جرم و فنر جدید را به دست می‌آوریم

$$E = \frac{1}{2}k_T A^2 = \frac{1}{2} \times 3000 \times (10 \times 10^{-2})^2 = \frac{1}{2} \times 3000 \times 10^{-2} = 15 \text{ J}$$

۳ ۱۳۵۳ B



خط فکری ← با توجه به این که جابه‌جا

کردن جسم ۴ J کار انجام شده است. بنابر قانون پایستگی انرژی این کار به انرژی مکانیکی جسم تبدیل می‌شود. بنابراین انرژی مکانیکی جسم برابر با ۴ J است.

۱ با توجه به رابطه انرژی مکانیکی ($E = \frac{1}{2}kA^2$) داریم:

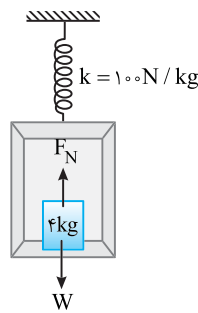
$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times 200 \times A^2 \Rightarrow 10 = A^2 \Rightarrow A = \sqrt{10} = 3.16 \text{ cm}$$

۲ دوره حرکت، تنها به جرم جسم و ثابت فنر بستگی دارد و از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

محاسبه می‌شود. بنابراین:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{200}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} = 2\pi \times \frac{1}{10} = 0.628 \text{ s}$$

۴ ۱۳۴۸ C



خط فکری ← بر وزنه دو نیروی یکی نیروی وزن

($W = mg$) و دیگری نیروی عمودی سطح

(F_N) وارد می‌شود. یعنی نیروی خالص وارد بر

وزنه برآیند این دو نیرو است. در پایین‌ترین نقطه

مسیر (نقطه بازگشت) بیشینه نیروی خالص به وزنه

وارد می‌شود که برابر $F_{\max} = mA\omega^2$ است.

۱ بسامد زاویه‌ای سامانه را حساب می‌کنیم.

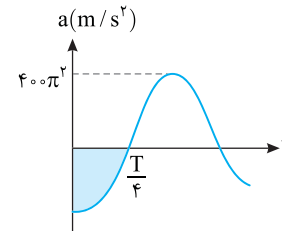
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1000}{6+4}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

۲ برآیند نیروهای F_N و ω را برابر F_{\max} قرار می‌دهیم.

$$F_N - mg = mA\omega^2 \xrightarrow{A=2\text{cm}} F_N - 40 = 4 \times 2 \times 10^{-2} \times 10^2 \Rightarrow F_N = 48 \text{ N}$$

۲ ۱۳۴۹ C

یادآوری مساحت سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر تغییر سرعت است.



۱ در بازه صفر تا $\frac{T}{4}$ ، تغییر سرعت $2\pi \text{ m/s}$ است. در این صورت در لحظه $\frac{T}{4}$

که نوسانگر از مکان $x=0$ می‌گذرد. سرعت بیشینه و در $t=0$ سرعت صفر است.

بنابراین بیشینه سرعت خواهد شد: $\Delta v = v - v_0 \Rightarrow 2\pi = v_m - 0 \Rightarrow v_m = 2\pi$

۲ شتاب بیشینه برابر $a_m = 400\pi^2 \text{ m/s}^2$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} v_m &= A\omega \Rightarrow \frac{v_m}{a_m} = \frac{1}{\omega} \Rightarrow \frac{2\pi}{400\pi^2} = \frac{1}{\omega} \Rightarrow \omega = 200\pi \text{ rad/s} \\ a_m &= A\omega^2 \Rightarrow \frac{v_m}{a_m} = \frac{1}{\omega} \Rightarrow \frac{2\pi}{400\pi^2} = \frac{1}{\omega} \Rightarrow \omega = 200\pi \text{ rad/s} \end{aligned}$$

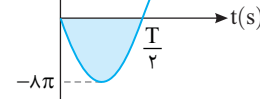
۳ دوره را حساب می‌کنیم. $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 200\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.01 \text{ s}$

۱ ۱۳۵۰ B

یادآوری مساحت سطح زیر نمودار

سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی

است.



۱ در بازه صفر تا $\frac{T}{2}$ سطح زیر نمودار

۰/۴ واحد SI بوده یعنی جابه‌جایی برابر

۰/۴ m است.

۲ در مدت صفر تا $\frac{T}{2}$ نوسانگر از مکان +A به مکان -A می‌رود و جابه‌جایی

آن برابر ۲A است. از این رو می‌توان نوشت:

۳ با توجه به نمودار $v-t$ ، بیشینه تندی برابر $8\pi \text{ m/s}$ است. در نتیجه خواهیم

داشت: $v_m = A\omega \Rightarrow 8\pi = 0.2\omega \Rightarrow \omega = 40\pi \text{ rad/s}$

۴ بسامد را حساب می‌کنیم. $\omega = 2\pi f \Rightarrow 40\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 20 \text{ Hz}$

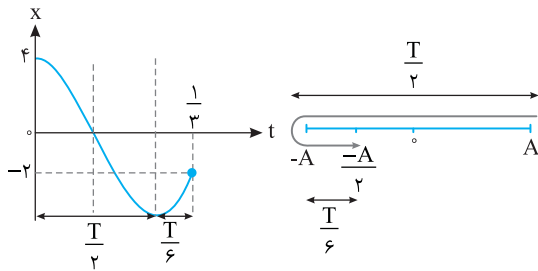
۲ ۱۳۵۱ B

خط فکری ← مسئله سختی نیست از روی شکل می‌توانید شتاب بیشینه a_m و

سرعت بیشینه v_m را مشخص کنید سپس روابط a_m و v_m را نوشته، بسامد

زاویه‌ای و از آن‌جا طول آونگ را حساب کنید.

با توجه به نمودار مدت زمانی که طول می کشد متحرک برای دومین بار به -2cm یعنی $-\frac{A}{2}$ برسد، $\frac{1}{3}$ ثانیه است:



$$\Delta t = \frac{1}{3} = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2T}{3} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/2} \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

بسامد زاویه‌ای خواهد شد:

معادله حرکت نوسانی را می‌نویسیم:

$$x = A \cos \omega t \quad A = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m} \rightarrow x = 0.04 \cos 4\pi t$$

$$t = \frac{1}{16} \text{ s} \rightarrow x = 0.04 \cos 4\pi \times \frac{1}{16} \Rightarrow x = 0.04 \cos \frac{\pi}{4} = -0.02\sqrt{2} \text{ m}$$

از اینجا به بعد شما باید از کتاب درسی خارج شوید و از رابطه $U = \frac{1}{2} kx^2$ استفاده کنید.

$$\frac{U}{E} = \frac{\frac{1}{2} kx^2}{\frac{1}{2} kA^2} = \frac{x^2}{A^2} \Rightarrow \frac{U}{E} = \frac{x^2}{A^2} \quad x = -0.02\sqrt{2} \text{ m}, A = 0.04 \text{ m}$$

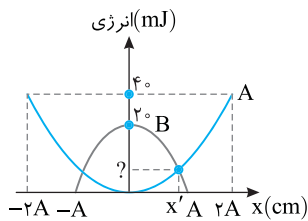
$$\frac{U}{E} = \frac{(-0.02\sqrt{2})^2}{(0.04)^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow U = \frac{1}{2} E$$

با توجه به تعریف انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E = U + K \Rightarrow E = \frac{1}{2} E + K \Rightarrow K = \frac{1}{2} E$$

۳ ۱۳۵۷ B

در حرکت هماهنگ ساده بیشینه انرژی پتانسیل و بیشینه انرژی جنبشی یکسان و برابر انرژی مکانیکی نوسانگر هستند. ($E = U_m = K_m$)



بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر B برابر 2 mJ است، یعنی انرژی مکانیکی نوسانگر B نیز 2 mJ است. در صورت مسئله انرژی پتانسیل نوسانگر B در مکان x' برابر 15 mJ بیان شده از این رو انرژی جنبشی نوسانگر B در مکان x' خواهد شد.

با توجه به نمودارها در مکان x' ، انرژی جنبشی نوسانگر B برابر انرژی پتانسیل نوسانگر A است، از این رو خواهیم داشت.

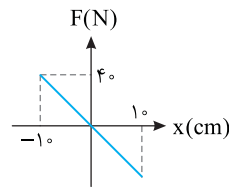
$$U_A = K_B = 5 \text{ mJ}$$

با توجه به نمودار انرژی پتانسیل A، بیشینه مقدار انرژی پتانسیل $U_{A \text{ max}} = 4 \text{ mJ}$ است، بنابراین انرژی مکانیکی A نیز $U_m = E = 4 \text{ mJ}$ بوده و

$$E_A = K_A + U_A = 4 = K_A + 5 \Rightarrow K_A = 3 \text{ mJ}$$

می‌توان نوشت:

۱ ۱۳۵۴ B



دقت کنید که در مکان‌های $+1 \text{ cm}$ و -1 cm ، اندازه نیرو بیشینه شده و برابر $F_m = 4 \text{ N}$ است. بنابراین نوسانگر بین مکان‌های $+1 \text{ cm}$ و -1 cm در نوسان بوده و دامنه برابر $A = 1 \text{ cm}$ است.

در $x = 1 \text{ cm}$ یعنی در دامنه انرژی پتانسیل بیشینه و برابر انرژی مکانیکی ($E = U_m$) است. از این رو شما باید به کمک نمودار، ثابت فنر را بیابید و انرژی مکانیکی را به دست آورید.

با توجه به نمودار هرگاه $x = 1 \text{ cm}$ باشد، اندازه $F = 4 \text{ N}$ است بنابراین می‌توان نوشت:

$$|F| = k|x| \Rightarrow 4 = k|1| \Rightarrow k = 4 \text{ N/m}$$

انرژی پتانسیل نوسانگر در $x = 1 \text{ cm}$ بیشینه مقدار را دارد و برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است بنابراین

$$U_m = E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (0.01)^2 = 2 \text{ J}$$

رابطه بین انرژی مکانیکی، بیشینه نیرو و دامنه به صورت زیر است.

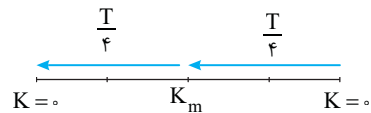
$$E = \frac{1}{2} AF_m$$

۲ ۱۳۵۵ B

نمودار به دقت نگاه کنید. در مسیر حرکت نوسانگر در هر $\frac{T}{4}$

انرژی جنبشی نوسانگر از صفر به بیشینه و در $\frac{T}{4}$ بعدی از بیشینه به صفر می‌رسد.

بنابراین روی نمودار از $t = 0$ تا اولین بیشینه (max) برابر $\frac{T}{4}$ است. با توجه به این مطلب می‌توانید دوره نوسان را حساب کنید. در ضمن انرژی جنبشی همواره مثبت است و نمودار آن نمی‌تواند زیر محور زمان قرار گیرد.



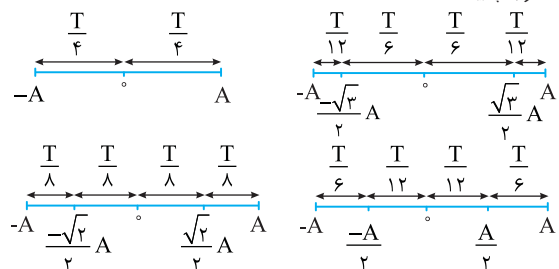
با توجه به شکل پس از $t = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{4}$ نوسانگر برای دومین بار به نقطه تعادل خود رسیده که با توجه به نمودار $t = 0.75 \text{ s}$ است.

۲ ۱۳۵۶ B

در ابتدای این تست به شما می‌گوییم که این تست با اطلاعات کتاب درسی قابل حل نیست. زیرا در کتاب درسی به صراحت بیان شده که نباید براساس رابطه انرژی پتانسیل نوسانگر ($U = \frac{1}{2} kx^2$) مسئله‌ای طرح شود.

در نمودار $x-t$ حرکت هماهنگ ساده، از محور افقی دوره و از محور قائم دامنه حرکت به دست می‌آید.

باید بازه‌های زمانی شناخته شده مربوط به جابه‌جایی‌های معروف را به خاطر بسپارید.



۱ ۱۳۵۸ C

خط فکری

پدیده تشدید وقتی اتفاق می‌افتد که دو سامانه دارای بسامد یکسان (بسامد زاویه‌ای یکسان) باشند. بنابراین وقتی بیان می‌شود که سامانه (۱) تنها با سامانه (۳) تشدید ایجاد می‌کند یعنی $\omega_1 = \omega_3$ است. سامانه (۲) نیز تنها با سامانه (۴) تشدید ایجاد می‌کند ($\omega_2 = \omega_4$)، شما باید به کمک این تساوی‌ها رابطه‌ای بین k_1 و k_2 با k به دست بیاورید. سپس در حالت جدید بسامدهای زاویه‌ای را حساب کرده و با هم مقایسه کنید. هر کدام که با هم برابر هستند تشدید ایجاد می‌کنند.

۱ وقتی سامانه (۳) با به نوسان در آمدن سامانه (۱)، به نوسان در می‌آید یعنی:

$$\omega_1 = \omega_3 \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{k_1}{m_3}} \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{k_1}{m} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{2}k$$

وقتی سامانه (۲) با به نوسان در آمدن سامانه (۴) به نوسان در می‌آید:

$$\omega_2 = \omega_4 \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \sqrt{\frac{k_2}{m_4}} \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{k_2}{4m} \Rightarrow k_2 = 4k$$

۲ با تعویض جرم سامانه (۳) ($m_3 = \frac{m}{2}$) با جرم سامانه (۱) ($m_1 = m$) بسامد زاویه‌ای سامانه‌ها به ترتیب خواهد شد:

$$\omega'_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{2} \omega_1, \quad \omega'_2 = \sqrt{\frac{k}{\frac{m}{2}}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{2} \omega_2$$

$$\omega'_3 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}k}{m}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_1, \quad \omega'_4 = \sqrt{\frac{k_2}{4m}} = \sqrt{\frac{4k}{4m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_2$$

دقت کنید بسامد زاویه‌ای $\omega'_4 = \omega_2$ و $\omega'_3 = \omega_1$ است. بنابراین در این حالت با نوسان سامانه (۱) برای سامانه‌های (۲) و (۴) تشدید رخ می‌دهد.

۴ ۱۳۵۹ B

یادآوری

تشدید هنگامی رخ می‌دهد که دو نوسانگر هم بسامد باشند.

۱ آونگ نوسانات سامانه جرم فنر را تشدید کرده است بنابراین بسامد آن‌ها با هم برابر است.

۲ با بردن آونگ به سیاره دیگر دوره و بسامد آونگ تغییر می‌کند بنابراین

$$\frac{T_p}{T_e} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{\ell_p}{g_p}}}{2\pi \sqrt{\frac{\ell_e}{g_e}}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_p}} \times \sqrt{\frac{\ell_p}{\ell_e}}$$

$$\frac{g_p = \frac{1}{4}g_e}{\ell_p = \frac{1}{4}\ell_e} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow T_p = \frac{\sqrt{2}}{2} T_e$$

۳ بنابراین باید دوره سامانه جرم فنر نیز $\frac{\sqrt{2}}{2}$ حالت اول شود تا مجدداً تشدید رخ دهد.

$$\text{فنر: } \frac{T'}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m}{k'}}}{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{k}{k'} \Rightarrow k' = 2k$$

پنجره آروبه روی ۲

۱ ۱۳۵۹ A

۱ دوره را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4s$$

۲ ثانیه سوم یعنی بازه زمانی بین $t=2s$ تا $t=3s$ ، با توجه به دوره $T=4s$ مشخص است که اگر $\Delta t=1s$ باشد این مقدار ربع دوره است

و نوسانگر در این مدت از مکان $+A$ به مکان $x=0$ می‌رود در واقع در لحظه $t=1s$ ذره در مکان $x=0$ و در لحظه $t=2s$ در مکان $x=-A$ و در لحظه $t=3s$ در مکان $x=0$ است. بنابراین مسافت طی شده در ثانیه سوم همان $L=A=0.4m$.

$$\begin{array}{c} -A = -0.4m \quad t = 1s \quad A = 0.4m \\ \leftarrow \Delta x = 0 \quad \leftarrow \quad \leftarrow \\ t = 2s \quad t = 3s \quad \frac{T}{16} \end{array}$$

۳ در بازه $t=1s$ تا $t=3s$ برابر $\ell' = 2A = 0.8m$ است.

۴ تندی متوسط در دو حالت خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0.4}{1} = 0.4m/s \quad \Rightarrow \quad \frac{s_{av}}{s'_{av}} = 1$$

$$s_{av} = \frac{\ell'}{\Delta t'} = \frac{0.8}{2} = 0.4m/s$$

نمای ع

۲ ۱۳۵۹ A

خط فکری

۱ نکته برابر $\vec{P} = m\vec{v}$ است، بنابراین به جای بررسی لحظه‌های تغییر جهت تکانه، لحظه‌های تغییر جهت حرکت (تغییر جهت سرعت) را بررسی می‌کنیم. در نقاط بازگشت ($x = \pm A$) سرعت تغییر علامت می‌دهد. در معادله حرکت به جای x .

$t = \frac{1}{5}s$ قرار دهید و مکان را در این لحظه بیابید سپس دوره را حساب کنید و مشخص کنید بازه زمانی چه کسری از دوره است و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده مسیر حرکت را رسم کرده و تعداد دفعات تغییر جهت بردار تکانه را بیابید.

۱ در لحظه $t = \frac{1}{5}s$ مکان نوسانگر خواهد شد.

$$x = 0.2 \cos 10\pi \times \frac{1}{5} \Rightarrow x = 0.2 \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 0.2 \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow x = -0.1m$$

۲ نسبت $\frac{x}{A}$ را مشخص می‌کنیم:

$$\frac{x}{A} = \frac{-0.1}{0.2} \Rightarrow x = -\frac{A}{2}$$

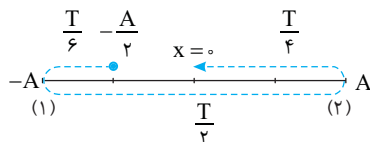
۳ دوره را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2}{10}s \Rightarrow T = \frac{1}{5}s$$

۴ مشخص می‌کنیم بازه زمانی چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1 - \frac{1}{5}}{\frac{1}{5}} = \frac{15 - 4}{12} = \frac{11}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{11T}{12}$$

۵ مسیر حرکت را در بازه $\frac{11T}{12}$ رسم می‌کنیم.



۶ دو بار تکانه تغییر جهت می‌دهد.

روش استفاده از معادله:

$$\pm A = A \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = (\pm 1) \Rightarrow \omega t = k\pi, \quad 10\pi t = k\pi \Rightarrow t = \frac{k}{10}$$

می‌توان به جای k مقدار ۱ و ۲ قرار داد که در بازه $\frac{1}{5}s$ تا $\frac{1}{4}s$ است، بنابراین

نوسانگر در این بازه زمانی دوبار به نقاط بازگشت خود می‌رسد و تکانه تغییر جهت

نمای ع

می‌دهد.

۳ حال با جای گذاری $t_1 = 0/1s$ و $t_2 = 0/4s$ مکان نوسانگر در این دو لحظه را به

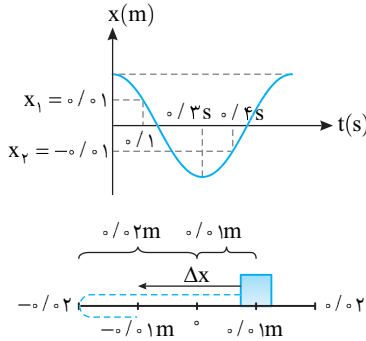
دست می آوریم.

$$x_1 = 0/02 \cos(\frac{10\pi}{3} \times 0/1) \Rightarrow x_1 = 0/01 m$$

$$x_2 = 0/02 \cos(\frac{10\pi}{3} \times 0/4) \Rightarrow x_2 = -0/01 m$$

۴ دقت کنید که $t_2 = 0/4s$ از $T = 0/3s$ بزرگ تر است و $t_1 = 0/1s$ نیز از

$0/15s$ کمتر است پس مکان نوسانگر روی نمودار در این دو لحظه به صورت زیر است:



۵ جابه جایی خواهد شد: $\Delta x = x_2 - x_1 = -0/02 m$

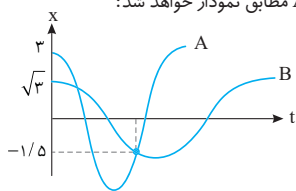
۶ مسافت طی شده برابر است با: $\ell = 0/01 + 0/02 + 0/01 = 0/04 m$

۷ نسبت $\ell / |\Delta x| = 0/04 / 0/02 = 2$ را به دست می آوریم:

نمای ۵ و ۱

۱ نسبت x/A را برای نوسانگر A به دست می آورید. $\frac{x}{A} = \frac{-1/5}{3} \Rightarrow x = -\frac{A}{2}$

۲ مسیر حرکت A مطابق نمودار خواهد شد:



۳ بازه زمانی مسیر روی شکل را حساب می کنیم:

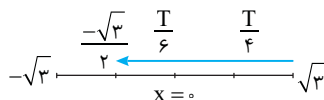
$$\Delta t_A = \frac{T_A}{2} + \frac{T_A}{6} \Rightarrow \Delta t_A = \frac{2T_A}{3}$$

۴ نسبت x/A را برای نوسانگر B به دست می آوریم.

$$\frac{x}{A} = \frac{-1/5}{\sqrt{3}} = \frac{-1/5\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{A} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

۵ مسیر حرکت B را رسم می کنیم و بازه زمانی Δt_B را مشخص می کنیم.

$$\Delta t_B = \frac{T_B}{4} + \frac{T_B}{6} \Rightarrow \Delta t_B = \frac{5T_B}{12}$$



۶ با توجه به نمودار $\Delta t_A = \Delta t_B$ است. بنابراین: $\frac{2T_A}{3} = \frac{5T_B}{12} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{5}{8}$

۷ نسبت بیشینه تندی خواهد شد:

$$\frac{v_{mA}}{v_{mB}} = \frac{A_A \omega_A}{A_B \omega_B} = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{T_A}{T_B} \Rightarrow \frac{v_{mA}}{v_{mB}} = \sqrt{3} \times \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{3} \times \frac{8}{5} = \frac{8\sqrt{3}}{5}$$

نمای ۱۳

۱۳۵۹ A

۱ دوره نوسان دستگاه برابر است با:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{0/2}{500}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{25} s$$

۲ طول مسیر برابر فاصله بین بیشینه طول ℓ_{max} و کمینه طول ℓ_{min} نوسانگر بوده و دامنه نوسان برابر نصف طول مسیر است:

$$2A = \ell_{max} - \ell_{min} \Rightarrow 2A = 62 - 48 = 14 \Rightarrow A = 7 cm$$

۳ مطابق شکل وقتی طول فنر از $51/5 cm$ به $58/5 cm$ می رسد، در واقع وزنه

باید از مکان $\frac{-A}{2} = -3/5 cm$ برای نخستین بار به مکان $\frac{A}{2} = 3/5 cm$ برود و چون جهت حرکت بیان نشده دو حالت ممکن است رخ دهد:

$$\ell = 48 cm \quad 51/5 cm \quad 58/5 cm \quad \ell = 62 cm$$

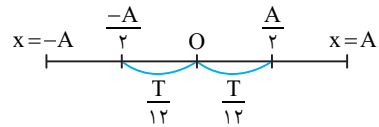
$$A = -7 cm \quad -3/5 \quad x = 0 \quad 3/5 \quad A = 7 cm$$

حالت اول: وزنه بدون تغییر جهت از مکان $\frac{-A}{2} = -3/5 cm$ به مکان

$$\frac{A}{2} = 3/5 cm \text{ برود.}$$

در این صورت زمان جابه جایی برابر خواهد بود با:

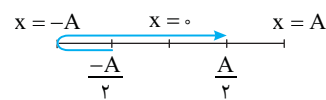
$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{25}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{150} s$$



حالت دوم: آن است که وزنه از مکان $\frac{-A}{2} = -3/5 cm$ به دامنه $-A$ یعنی به

انتهای مسیر رفته و در بازگشت به مکان $\frac{+A}{2} = 3/5 cm$ برود. در این صورت زمان

جابه جایی برابر نصف دوره است.



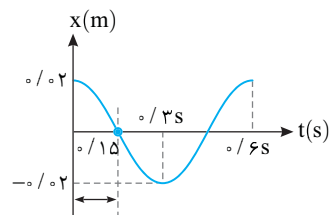
$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{25}{2} = \frac{\pi}{50} s$$

بنابراین هر دو مقدار $\frac{\pi}{150} s$ و $\frac{\pi}{50} s$ می توانند جواب باشند.

نمای ۶

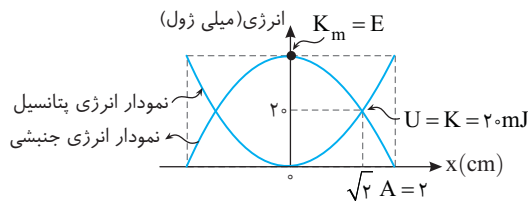
۱۳۵۹ A

۱ با توجه به نمودار دوره را حساب می کنیم. $\frac{T}{4} = 0/15 \Rightarrow T = 0/6 s$



۲ معادله حرکت نوسانگر را می نویسیم:

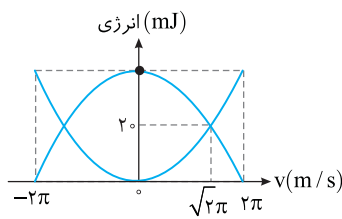
$$x = 0/02 \cos \omega t \Rightarrow x = 0/02 \cos \frac{2\pi}{0/6} t \Rightarrow x = 0/02 \cos \frac{10\pi}{3} t$$



نمای ۱۳

بازی، با سؤال شکل زیر، نمودار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل سامانه جرم - فنر را برحسب سرعت نشان می‌دهد اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد تا انرژی پتانسیل نوسانگر از 4 mJ به صفر برسد، برابر 0.5 s باشد، دامنه حرکت نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

ریاضی - ۸۸

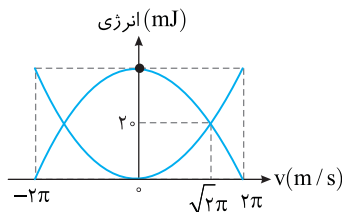


۲۰ (۴) ۱۰ (۳) ۵ (۲) ۷/۵ (۱)

یاسم در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر $\sqrt{2}\pi \text{ m/s}$ است، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر است.

مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است، از این‌رو:

$$E = K + U \Rightarrow E = 2 + 2 \Rightarrow E = 4 \text{ mJ}$$

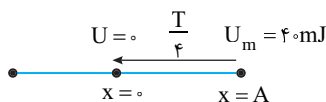


بیشینه انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است

$$U_m = E = 4 \text{ mJ}$$

انرژی پتانسیل نوسانگر در نقاط بازگشت دو انتهای مسیر بیشینه است و وقتی در مسئله بیان می‌کند که حداقل بازه زمانی که انرژی پتانسیل از 4 mJ به صفر می‌رسد 0.5 s است یعنی مدت زمانی که نوسانگر از دامنه به مبدأ می‌رود برابر 0.5 s است که این بازه زمانی برابر $\frac{T}{4}$ است از این‌رو:

$$\frac{T}{4} = 0.5 \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$



بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$$

با توجه به نمودار بیشینه تندی نوسانگر $v_m = 2\pi \text{ m/s}$ است بنابراین:

$$v_m = A\omega \Rightarrow 2\pi = A(1) \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$

گزینه ۴

۱ ۱۳۵۹ A

خط فکری ۶

در گام اول انرژی مکانیکی نوسانگر را حساب می‌کنیم تا در گام بعدی با داشتن انرژی مکانیکی و براساس رابطه $E = U + K$ ، با جایگذاری انرژی پتانسیل در نقطه مورد نظر انرژی جنبشی نوسانگر و پس از آن سرعت نوسانگر را به دست آوریم. انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$K = 5 \text{ N/cm} = 5 \text{ N/m}, \quad E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (16 \times 10^{-4}) = 0.4 \text{ J}$$

انرژی پتانسیل نوسانگر در نقطه مورد نظر 0.2 J است، در نتیجه:

$$E = U + K \Rightarrow 0.4 = 0.2 + K \Rightarrow K = 0.2 \text{ J}$$

در نهایت براساس رابطه انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 0.2 = \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 0.4$$

$$v^2 = \frac{4}{10} \Rightarrow v = \frac{2}{\sqrt{10}} \text{ m/s}$$

$$v = \frac{2}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} \text{ m/s}$$

تندی برحسب سانتی‌متر بر ثانیه خواسته شده است:

$$v = \frac{2\sqrt{10}}{10} \times 100 \text{ cm/s} = 20\sqrt{10} \text{ cm/s}$$

نمای ۱۲

۱ ۱۳۵۹ A

خط فکری ۷

بیشینه و برابر $v_m = A\omega$ است بنابراین شما باید دامنه (A) و همچنین دوره $(\omega = \frac{2\pi}{T})$ را به دست بیاورید. اما شما نمودار انرژی - مکان را در اختیار دارید پس با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی $(E = K + U)$ باید به کمک انرژی مکانیکی نوسانگر، دوره را حساب کنید.

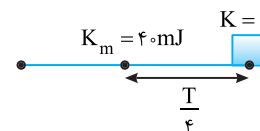
با توجه به نمودار دامنه نوسانگر $A = 2 \text{ cm}$ است و در مکان $x = \sqrt{2} \text{ cm}$ انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر با هم برابر بوده و مقدار آن‌ها 2 mJ است، بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر خواهد شد:

$$E = U + K = 2 + 2 \Rightarrow E = 4 \text{ mJ}$$

در حرکت هماهنگ ساده همواره بیشینه انرژی جنبشی، بیشینه انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی نوسانگر با هم برابرند $(E = K_m = U_m)$.

انرژی مکانیکی نوسانگر 4 mJ شده است بنابراین بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر نیز $K_m = 4 \text{ mJ}$ است. در صورت مسئله بازه زمانی که انرژی جنبشی از $K = 0$ به $K = 4 \text{ mJ}$ می‌رسد را برابر 0.5 s بیان کرده این یعنی نوسانگر از نقطه بازگشت به مرکز نوسان رفته که این بازه برابر $\frac{T}{4}$ است. از این‌رو:

$$\frac{T}{4} = 0.5 \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$



بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

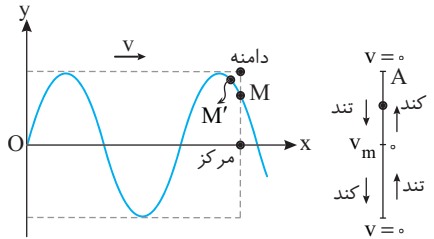
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow \omega = 1 \text{ rad/s}$$

در لحظه گذر از مرکز نوسان $(x = 0)$ تندی بیشینه و برابر است با:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 2 \times 1 = 2 \text{ m/s}$$

۴ ۱۳۶۱ B

نکته: در انتشار موج سینوسی در یک محیط، تمام ذره‌های محیط دارای حرکت هماهنگ ساده‌اند و هر ذره حرکت ذره قبل از خود را در راستای پیشروی موج تکرار می‌کند.

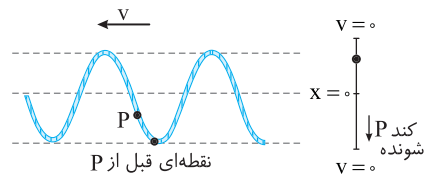


به ذره قبل از M (یعنی M') روی شکل نگاه کنید. بالاتر از نقطه M است. بنابراین نقطه M رو به بالا در حرکت است و از مرکز نوسانش به سوی دامنه در حرکت است. هرگاه یک نوسانگر ساده از مرکز به سوی دامنه برود حرکتش کندشونده است. پس نقطه M دارای حرکت کندشونده و رو به بالا است.

۴ ۱۳۶۲ B

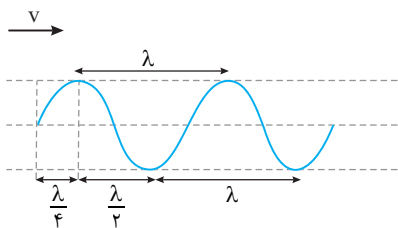
خط فکری: باید در انتشار موج به جهت پیشروی موج دقت کنید تا بتوانید نقطه قبل از P را تشخیص دهید.

پیشروی موج از راست به چپ است. در انتشار موج، هر ذره حرکت ذره قبل از خود در راستای پیشروی موج را تکرار می‌کند. با توجه به شکل، ذره قبل از P پایین‌تر از P است بنابراین P رو به پایین حرکت می‌کند. از طرفی هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و P در حال حرکت به سوی انتهای مسیرش است. بنابراین دارای حرکت کندشونده است.



۱ ۱۳۶۳ B

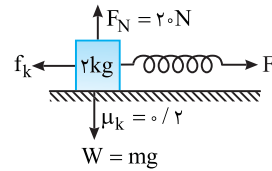
نکته: در انتشار موج در یک محیط، هر ذره حرکت ذره قبل از خود را تکرار می‌کند و ذره دارای حرکت هماهنگ ساده است. هرگاه ذره به سوی انتهای مسیرش در حرکت باشد حرکت آن کندشونده و هرگاه به سوی مرکز نوسانش در حرکت باشد حرکت آن تندشونده است.



به جهت پیشروی موج دقت کنید، جهت پیشروی در جهت مثبت محور X است. با توجه به شکل نقطه P' قبل از نقطه P پایین‌تر از P است از این‌رو ذره P در حال حرکت رو به پایین به سمت مرکز نوسانش بوده و حرکتش تندشونده است. نقطه Q' نقطه قبل از Q بوده و بالاتر از Q است از این‌رو ذره Q در حال حرکت رو به بالا به سمت انتهای مسیرش بوده و حرکتش کندشونده است. برای نقاط M و N با همین استدلال می‌توان گفت: ذره M در حال حرکت رو به بالا به سمت مرکز نوسانش بوده و حرکتش تندشونده است. بنابراین نقطه M پاسخ تست است. ذره N در حال حرکت رو به پایین به سمت انتهای مسیرش بوده و حرکتش کندشونده است.

۱ ۱۳۵۹ B

خط فکری: ابتدا نیروهای وارد بر وزنه ۲ کیلوگرمی را رسم کرده و به کمک قانون دوم نیوتون ثابت فنر را به دست آورید. سپس بسامد زاویه‌ای نوسان سامانه جرم - فنر را حساب کنید تا بتوانید شتاب بیشینه را به دست آورید. **یادآوری:** نیروی کشسانی فنر $F = k\Delta L$ و نیروی اصطکاک برابر $f_k = \mu_k F_N$ است.



۱ بنا به قانون دوم نیوتون:

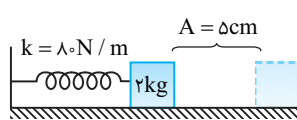
$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow k\Delta L - \mu_k F_N = ma$$

$$\Delta L = 0.1m \rightarrow k(0.1) - 0.2 \times 20 = 2 \times 2 \Rightarrow 0.1k = 8 \Rightarrow k = 80 \text{ N/m}$$

۲ بسامد زاویه‌ای سامانه جرم - فنر را حساب می‌کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{80}{2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{40} \Rightarrow \omega = 2\sqrt{10} \text{ rad/s}$$

۳ مقدار انحراف وزنه از حالت تعادل و رها کردن وزنه برابر دامنه است. بنابراین: $A = 0.05 \text{ m}$



۴ شتاب بیشینه نوسانگر خواهد شد:

$$a_m = A\omega^2 \Rightarrow a_m = 0.05 \times 40 \Rightarrow a_m = 2 \text{ m/s}^2$$

نمای ۹

۳ ۱۳۵۹ A

۹ دوره آونگ را از رابطه $T = \frac{t}{N}$ به دست می‌آوریم:

$$T_1 = \frac{t}{N_1} \Rightarrow T_1 = \frac{12}{40} = 1/8 \text{ s}, \quad T_2 = \frac{t}{N_2} \Rightarrow T_2 = \frac{12}{45} = 1/6 \text{ s}$$

دوره آونگ برابر $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ است:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow 1/8 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{\pi^2}} \Rightarrow \sqrt{l_1} = 0.9 \Rightarrow l_1 = 0.81 \text{ m} = 81 \text{ cm}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow 1/6 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{\pi^2}} \Rightarrow \sqrt{l_2} = 0.8 \Rightarrow l_2 = 0.64 \text{ m} = 64 \text{ cm}$$

نمای ۷

بنابراین طول آونگ $81 - 64 = 17 \text{ cm}$ کاهش می‌یابد.

۳ ۱۳۵۹ A

نکته: دوره نوسان آونگ به جرم و جنس گلوله بستگی ندارد. $T = 2\pi\sqrt{l/g}$

چون طول آونگ‌های A و B با هم برابر است، پس دوره آن‌ها یکسان است و پدیده تشدید رخ می‌دهد. **نمای ۱۴**

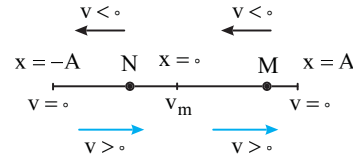
پنجره ۳

۳ ۱۳۶۰ A

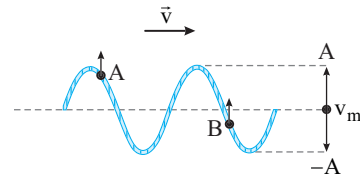
یادآوری: امواج دو دسته هستند: امواج مکانیکی - امواج الکترومغناطیسی امواج رادیویی و نور مرئی از نوع امواج الکترومغناطیسی هستند و برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند و گزاره (الف) نادرست است. امواج صوتی از نوع امواج مکانیکی‌اند که برای انتشار به محیط مادی نیاز دارند و گزاره (ب) نیز نادرست است. منشأ امواج مکانیکی و امواج الکترومغناطیسی متفاوت است اما همگی آن‌ها مشخصه‌های یکسانی دارند و رفتار آن‌ها از قاعده‌های کلی پیروی می‌کند که در هر پدیده موجی برقرار است بنابراین گزاره‌های (پ) و (ت) درست هستند.

B ۱۳۶۴ ۲

یادآوری ذرات محیط دارای حرکت هماهنگ ساده هستند و هرچه نوسانگر به مبدأ (حالت تعادل) نزدیکتر باشد، تندی نوسان آن بزرگتر است و هرچه به نقطه بازگشت نزدیکتر باشد تندی کمتر است به طور مثال:



اگر ذره در حال حرکت رو به بالا باشد سرعت مثبت و اگر در حال حرکت رو به پایین باشد سرعت منفی است.



با توجه به جهت پیشروی موج، ذره A و ذره B هر دو در حال حرکت رو به بالا هستند و سرعت هر دو مثبت است. ذره B به مرکز نوسان نزدیک بوده و تندی آن بیشتر است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

B ۱۳۶۵ ۲

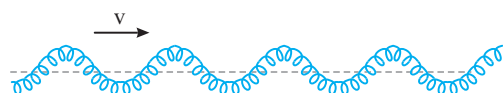
نکته هرگاه نقش موج رسم شده باشد، برای اظهار نظر کردن در مورد حرکت هر ذره از محیط، ابتدا به جهت پیشروی موج (\vec{v}) نگاه می‌کنیم، سپس حرکت نقطه قبلی را بررسی می‌کنیم. اگر نقطه قبلی پایین‌تر باشد، ذره در حال حرکت به سمت پایین و اگر نقطه قبلی بالاتر باشد ذره در حال حرکت به سمت بالاست. اگر ذره به سمت محور X حرکت کند حرکت آن تندشونده و اگر در حال دور شدن از محور X باشد حرکت آن کندشونده است و در نقاط بیشینه و کمینه تندی ذره صفر می‌شود.

نقطه A: نقطه قبل $A(A')$ پایین‌تر از A است، بنابراین A در حال حرکت رو به پایین بوده و حرکت آن تندشونده است. نقطه B: نقطه قبل $B(B')$ بالاتر از B است، بنابراین B در حال حرکت رو به بالا بوده و حرکت آن کندشونده بوده و سرعت آن در حال صفر شدن است. نقطه C: نقطه قبل $C(C')$ بالاتر از C بوده و C در حال حرکت رو به بالا و نزدیک شدن به محور X بوده و تندی آن در حال افزایش است. نقطه D: نقطه قبل $D(D')$ پایین‌تر از D بوده و D در حال حرکت رو به پایین و دور شدن از محور افقی X بوده و حرکت آن کندشونده و سرعت آن در حال صفر شدن است، اما فاصله آن از نقطه بیشینه بیشتر از فاصله نقطه B از نقطه بیشینه است. بنابراین تندی نقطه B زودتر از بقیه صفر می‌شود.

A ۱۳۶۶ ۲

یادآوری امواج مکانیکی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱. امواج مکانیکی عرضی: در این امواج راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است، مانند امواج منتشر شده در یک طناب و یا یک فنر. امواج عرضی دارای برآمدگی و فرورفتگی هستند. امواج مکانیکی عرضی تنها در جامدات منتشر می‌شوند.



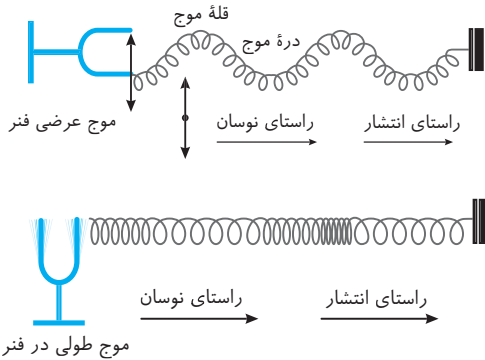
۲. امواج مکانیکی طولی: در این امواج راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج منطبق است. در امواج مکانیکی طولی، نوسان‌ها به صورت تپ‌های تراکمی و انبساطی در محیط منتشر می‌شوند. امواج مکانیکی طولی در هر سه محیط جامد، مایع و گاز پیشروی می‌کنند.



با توجه به تعاریف بیان شده گزینه (۲) درست است.

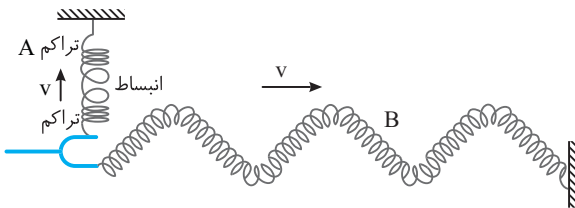
A ۱۳۶۷ ۳

در یک فنر موج عرضی و همچنین موج طولی مطابق شکل‌های زیر منتشر می‌شود.



A ۱۳۶۸ ۳

خط فکری باید بدانید که تیغه‌های دیابازون در شکل هنگام نوسان بالا و پایین می‌روند (\updownarrow) و در امتداد قائم نوسان می‌کنند و موج در امتداد فنر پیشروی می‌کند. از این رو با توجه به شکل سؤال، نوسان ایجاد شده در فنر A در راستای محور قائم بوده یعنی حلقه‌های فنر A بالا و پایین می‌روند و راستای نوسان حلقه A با راستای پیشروی موج یکی است، بنابراین موج منتشر شده در A طولی است. اما با بالا و پایین رفتن شاخه‌های دیابازون، نوسان ذره‌های فنر B در راستای قائم و پیشروی موج در راستای افقی است بنابراین در فنر B موج عرضی است.



A ۱۳۶۹ ۳

موج با تندی ثابت در یک محیط منتشر می‌شود. تجربه و محاسبات نظری نشان می‌دهد که تندی انتشار موج به جنس و ویژگی‌های محیط انتشار بستگی دارد و در یک محیط با ویژگی‌های ثابت تندی انتشار موج ثابت بوده و انتشار موج حرکت یکنواخت با تندی ثابت است.

A ۱۳۷۰ ۲

تندی انتشار موج به ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار بستگی دارد و در یک محیط همگن که شرایط فیزیکی در تمام جهت‌های آن یکسان است، تندی انتشار موج مقدار ثابتی است. تندی انتشار موج به ویژگی‌های چشمه موج مانند بسامد، دوره، شدت، انرژی و ... بستگی ندارد. بنابراین با دو برابر شدن بسامد چشمه، تندی انتشار موج تغییر نمی‌کند.

A ۱۳۷۱ ۲

تندی انتشار موج در یک محیط مقدار ثابتی است و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند، بنابراین نمودار آن بر حسب زمان یک خط راست افقی است.

۱ ۱۳۷۸ A

رابطه تندی انتشار موج در یک سیم به صورت $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است. اکنون می‌خواهیم یک رابطه برای تندی انتشار موج بر حسب چگالی و مساحت سطح مقطع پیدا کنیم و آن را به خاطر بسپاریم.

$$\mu = \frac{m}{\ell} \xrightarrow{m = \rho V} \mu = \frac{\rho V}{\ell}$$

$$\xrightarrow{V = A\ell} \mu = \frac{\rho A \ell}{\ell} \Rightarrow \mu = \rho A$$

اکنون به جای μ ، حاصل ضرب ρA را قرار می‌دهیم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

داده‌های مسئله را در رابطه جای‌گذاری می‌کنیم ($F = 4\text{ N}$ ، $\rho = 6400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و مساحت مقطع سیم 10^{-6} m^2)

$$v = \sqrt{\frac{4}{6/4 \times 10^3 \times 10^{-6}}} \Rightarrow v = 25 \text{ m/s}$$

۲ ۱۳۷۹ B

ابتدا تندی انتشار موج در سیم را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{0.8}{0.2} \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{\rho V}{\ell} = \frac{\rho A \ell}{\ell} = \rho A \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

از طرفی سطح مقطع سیم برابر $A = \pi \frac{D^2}{4}$ است که در آن D قطر سیم می‌باشد و

به جای A در تندی انتشار موج $\pi \frac{D^2}{4}$ را قرار داده و رابطه زیر را به دست می‌آوریم و

$$v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

$$4 = \frac{2}{10^{-3}} \sqrt{\frac{F}{3 \times 10^3 \times 10^{-6}}} \Rightarrow F = 9/6 \text{ N}$$

۱ ۱۳۸۰ B

یادآوری: برای تندی انتشار موج عرضی در تار سه رابطه داریم که با توجه به

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}, v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

در این مسئله از سطح مقطع نام برده شده و گفته شده تندی انتشار موج در دو تار برابر است بنابراین خواهیم داشت:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \sqrt{\frac{F_1}{\rho_1 A_1}} = \sqrt{\frac{F_2}{\rho_2 A_2}} \xrightarrow{A_1 = A_2} \frac{20}{\rho_1} = \frac{15}{\rho_2} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{3}{4}$$

۳ ۱۳۸۱ A

کافی است ابتدا چگالی خطی جرم دو تار را با هم مقایسه کنید سپس نسبت تندی انتشار موج را به دست بیاورید.

$$\mu = \frac{m}{\ell}, \mu' = \frac{m'}{\ell'} \Rightarrow \frac{\mu'}{\mu} = \frac{m'}{m} \times \frac{\ell}{\ell'}$$

$$\frac{m'}{\ell'} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\mu'}{\mu} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \Rightarrow \mu' = \frac{1}{16} \mu$$

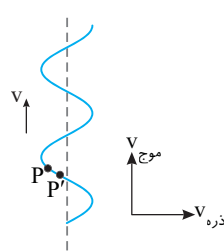
$$\mu = \frac{1 \text{ kg}}{\text{m}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}}{10^2 \text{ cm}} \Rightarrow \mu = 10 \text{ g/cm}$$

$$\mu' = \frac{1}{16} \mu = \frac{1}{16} \times 10 \text{ g/cm} = 0.625 \text{ g/cm}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v' = \sqrt{\frac{F}{\mu'}} \xrightarrow{F'=F} \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{\mu}{\mu'}} = \sqrt{\frac{1}{0.625}} = \frac{1}{0.79}$$

$$v = \sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow v' = \sqrt{\frac{25}{0.625}} \Rightarrow v' = 20 \text{ m/s}$$

۳ ۱۳۷۲ B



خط فکری ← به شکل دقت کردید، موج در حال حرکت رو به بالا در امتداد محور Y هاست و راستای نوسان ذرات محیط در امتداد محور افقی و در جهت مثبت محور X هاست، یعنی شما باید ذره‌ای را شناسایی کنید که در لحظه نشان داده شده به سمت راست در حرکت باشد.

در گزینه (۱) و (۲) موج در حال پیشروی در امتداد محور افقی است که با توجه به فرض مسئله نادرست است. در گزینه‌های (۳) و (۴) جهت پیشروی موج درست است بنابراین شما باید بررسی کنید که در کدام شکل نقطه P در حال حرکت به سمت راست است. با توجه به اینکه نقطه P' قبل از نقطه P قرار دارد و در سمت راست P است، پس P به سمت راست می‌رود و گزینه (۳) درست اما گزینه (۴) نادرست است.

۱ ۱۳۷۳ A

تندی انتشار موج در یک طناب برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است که در آن F نیروی کشش و μ چگالی خطی جرم ($\mu = \frac{m}{\ell}$) می‌باشد.

بنابراین تندی انتشار موج در طناب با جذر چگالی خطی جرم طناب نسبت وارون دارد.

۱ ۱۳۷۴ A

تندی انتشار موج در تار برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است، که در آن F نیروی کشش و μ چگالی خطی جرم ($\mu = \frac{m}{\ell}$) است.

چگالی خطی جرم را به دست می‌آوریم.

$$\mu = \frac{m}{\ell} \Rightarrow \mu = \frac{0.16}{0.8} = 0.2 \text{ kg/m}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{F=20\text{N}} v = \sqrt{\frac{20}{0.2}} = 10 \text{ m/s}$$

تندی انتشار موج خواهد شد:

۴ ۱۳۷۵ A

۱ ابتدا سرعت انتشار موج در ریسمان را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \frac{m}{\ell}} v = \sqrt{\frac{F\ell}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{32 \times 1}{8 \times 10^{-3}}} = \sqrt{4 \times 10^4} = 200 \text{ m/s}$$

۲ سرعت انتشار موج ثابت است و زمان پیشروی موج در طول تار برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 200 = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{200} = 0.005 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 5 \text{ ms}$$

۴ ۱۳۷۶ A

فاصله افقی A تا B برابر 20 m بوده و تب این فاصله را در مدت 4 s طی کرده است، بنابراین تندی پیشروی موج خواهد شد.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{20}{4} = 5 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{F=25\text{N}} 5 = \sqrt{\frac{25}{\mu}} \Rightarrow 25 = \frac{25}{\mu} \Rightarrow \mu = 1 \text{ kg/m}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{1 \text{ kg}}{\text{m}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}}{10^2 \text{ cm}} \Rightarrow \mu = 10 \text{ g/cm}$$

بنابراین هر سانتی‌متر آن 10 g جرم دارد.

۱ ۱۳۷۷ A

تندی انتشار موج عرضی در فنر از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$\mu = 4 \times 10^{-5} \text{ kg/cm} \Rightarrow \mu = 4 \times 10^{-5} \times 100 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \Rightarrow \mu = 4 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{250000}{4}} \Rightarrow v = \frac{500}{2} = 250 \text{ m/s}$$

تندی را حساب می‌کنیم:

۱ ۱۳۸۲ B

در صورت مسئله چگالی و در شکل‌ها نیروی کشش و قطر سطح مقطع داده شده است.

$$\text{بنابراین از رابطه } v = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}} \text{ استفاده می‌کنیم.}$$

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{\frac{1}{D_B} \sqrt{\frac{F_B}{\pi \rho_B}}}{\frac{1}{D_A} \sqrt{\frac{F_A}{\pi \rho_A}}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{F_B}{F_A}} \times \sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_B}} \times \frac{D_A}{D_B}$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{F}{F}} \times \sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_A}} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{1}{2}$$

نکته: تندی انتشار موج عرضی در ریسمان به طول ریسمان بستگی ندارد.

۲ ۱۳۸۳ B

رابطه تندی انتشار موج در تار را در دو حالت می‌نویسیم و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \\ v' = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{v_1 = 160 \text{ m/s}}{v_2 = 200 \text{ m/s}, F = 228 \text{ N}} \Rightarrow \frac{200}{160} = \sqrt{\frac{F'}{1228}}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} = \sqrt{\frac{F'}{1228}} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{F'}{1228} \Rightarrow F' = 200 \text{ N}$$

بنابراین مقدار افزایش نیروی کشش خواهد شد:

$$\Delta F = F' - F = 200 - 1228 = 72 \text{ N}$$

۳ ۱۳۸۴ A

در صورت مسئله مساحت سطح مقطع تار داده شده بنابراین از سه رابطه تندی انتشار

$$\text{موج عرضی در تار، از رابطه } v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \text{ استفاده می‌کنیم.}$$

مساحت سطح مقطع تار ۶۴ درصد کاهش یافته است بنابراین مساحت سطح مقطع در حالت جدید خواهد شد:

$$A_2 = A_1 - 0.64 A_1 \Rightarrow A_2 = 0.36 A_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = \sqrt{\frac{F_1}{\rho_1 A_1}} \\ v_2 = \sqrt{\frac{F_2}{\rho_2 A_2}} \end{array} \right. \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \times \frac{A_1}{A_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{4 F_1}{F_1} \times \frac{A_1}{0.36 A_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{0.6} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{3}$$

۱ ۱۳۸۵ B

نیروی کشش تار را ۶۹ درصد افزایش داده‌ایم بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_2 = F_1 + 0.69 F_1 \Rightarrow F_2 = 1.69 F_1$$

۲: تندی انتشار موج عرضی در تار در اثر افزایش نیروی کشش ($\uparrow v = \sqrt{\uparrow F / \mu}$)

افزایش می‌یابد و بنا بر فرض مسئله تندی 30 m/s زیاد می‌شود.

$$v_2 = v_1 + 30 \quad (I)$$

۳: نسبت تندی انتشار موج را در دو حالت به دست می‌آوریم.

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2 = \sqrt{\frac{F_2}{\mu_2}} \\ v_1 = \sqrt{\frac{F_1}{\mu_1}} \end{array} \right. \xrightarrow{\mu_2 = \mu_1} \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \sqrt{\frac{1.69 F_1}{F_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 1.3 \Rightarrow v_2 = 1.3 v_1 \quad (II)$$

۴: از رابطه (I) و (II) نتیجه می‌شود که:

$$1/3 v_2 = v_1 + 30 \Rightarrow 1/3 v_2 = 30 \Rightarrow v_2 = 90 \text{ m/s}$$

۳ ۱۳۸۶ B

در این مسئله قطر مطرح شده بنابراین از سه رابطه تندی انتشار موج باید به سراغ

$$\text{برویم. } v = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2 = \frac{1}{D_2} \sqrt{\frac{F_2}{\pi \rho_2}} \\ v_1 = \frac{1}{D_1} \sqrt{\frac{F_1}{\pi \rho_1}} \end{array} \right. \xrightarrow{F_2 = F_1, \rho_2 = \rho_1} \frac{v_2}{v_1} = \frac{D_1}{D_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{D_2}{D_1} \times \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 0.04 \Rightarrow v_2 = 0.04 v_1$$

درصد اختلاف تندی انتشار صوت در دو ریسمان خواهد شد:

$$\frac{v_1 - v_2}{v_2} \times 100 = \frac{0.04 v_1 - v_1}{0.04 v_1} \times 100 = -20\%$$

بنابراین تندی انتشار موج عرضی در ریسمان اول، ۲۰ درصد از تندی انتشار موج در ریسمان دوم کمتر است.

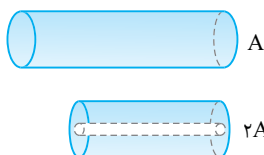
۱ ۱۳۸۷ A

وقتی از این تار، طولی برابر $\frac{\ell}{3}$ انتخاب شود، جرم آن نیز $\frac{m}{3}$ می‌شود و چگالی خطی

جرم $\mu = m/\ell$ تغییر نمی‌کند. با توجه به فرض پرسش، نیروی کشش نیز یکسان

است. بنابراین v تغییر نمی‌کند ($v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$) و نسبت $\frac{v_1}{v_2}$ برابر یک خواهد شد.

۳ ۱۳۸۸ A



خط فکری: وقتی سیم را دولا

می‌کنیم، مساحت سطح مقطع سیم دو برابر

می‌شود و برای مقایسه تندی انتشار موج باید

به سراغ رابطه $v = \sqrt{F/\rho A}$ برویم.

جنس ریسمان تغییر نکرده بنابراین چگالی نیز تغییر نکرده است ($\rho' = \rho$). نیروی

کشش بنا به فرض مسئله ثابت است ($F' = F$) بنابراین تندی انتشار موج خواهد شد.

$$\left\{ \begin{array}{l} v' = \sqrt{\frac{F'}{\rho' A'}} \\ v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \times \sqrt{\frac{\rho}{\rho'}} \times \sqrt{\frac{A}{A'}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{A'}} = \sqrt{\frac{A}{2A}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۴ ۱۳۸۹ B

نکته: اگر سیمی را از وسط دو لا کنیم سطح مقطع آن دو برابر می‌شود و اگر

مجدداً سیم را دو لا کنیم سطح مقطع آن $2^2 = 4$ برابر می‌شود و اگر n بار این عمل را

تکرار کنیم و سیم را n بار از وسط تا کنیم، سطح مقطع آن 2^n برابر سطح اولیه می‌شود.

$$(A' = 2^n A)$$

یادآوری: تندی انتشار موج از سه رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \quad v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}, \quad v = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$$

از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{\rho' A'}} \xrightarrow{F' = F, \rho' = \rho} \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{A'}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{2^n A}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{1}{2^n}} = \frac{1}{\sqrt{2^n}}$$

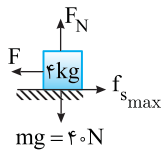
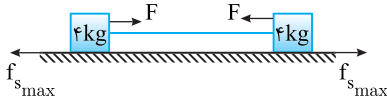
۲ تندی انتشار تار برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ است و چون دو تار مشابه است پس چگالی خطی آن‌ها $(\mu = m/L)$ یکسان است.

$$\frac{v_{\text{الف}}}{v_{\text{ب}}} = \frac{\sqrt{\frac{F_{\text{الف}}}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F_{\text{ب}}}{\mu}}} \rightarrow \frac{v_{\text{الف}}}{v_{\text{ب}}} = \sqrt{\frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}}} \rightarrow \frac{F_{\text{الف}}}{F_{\text{ب}}} = \left(\frac{v_{\text{الف}}}{v_{\text{ب}}}\right)^2 = 4$$

$$\frac{F_{\text{الف}} = 40 \text{ N}}{F_{\text{ب}} = 40 - F_{\text{ب}}} = 4 \Rightarrow 40 = 4(40 - F_{\text{ب}}) \Rightarrow 40 = 160 - 4F_{\text{ب}} \Rightarrow 4F_{\text{ب}} = 120 \Rightarrow F_{\text{ب}} = 30 \text{ N}$$

۱ ۱۳۹۳ B

خط فکری با توجه به رابطه تندی تار $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، این تندی بیشتری است که نیروی کشش تار بیشتری باشد. چون در سؤال گفته شده جعبه‌ها ساکن هستند پس باید نیروهای وارد بر جعبه‌ها متوازن باشد یعنی نیروی کشش تار وارد بر جعبه‌ها و نیروی اصطکاک ایستایی با هم برابر باشد و چون نیروی کشش تار بیشتری بوده پس باید نیروی اصطکاک ایستایی نیز بیشتری باشد.



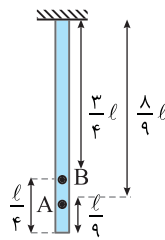
۱ با توجه به خط فکری ابتدا نیروی کشش تار را با توجه به نیروی اصطکاک ایستایی بیشتری حساب می‌کنیم:

- $F_N = mg \Rightarrow F_N = 40 \text{ N}$
- $f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s_{\text{max}}} = 0.5 \times 40 = 20 \text{ N}$
- $F = f_{s_{\text{max}}} \Rightarrow F = 20 \text{ N}$

۲ حال تندی انتشار موج در تار را حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{20}{20}} \Rightarrow v = \sqrt{1} \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$

۴ ۱۳۹۴ B



خط فکری وقتی که یک طناب سنگین را آویزان می‌کنیم، کشش در نقاط مختلف آن یکسان نخواهد بود و هر چه از پایین طناب به سمت محل آویز برویم، کشش بیشتر می‌شود و در هر نقطه از طناب، کشش طناب برابر وزن قسمت زیرین آن نقطه است. بنابراین شما باید نیروی کشش در نقاط A و B را بر حسب وزن طناب پیدا کرده تا بتوانید تندی موج در نقاط A و B را با هم مقایسه کنید.

۱ نقطه B وزن $\frac{l}{9}$ طناب پایین‌تر از خود را تحمل می‌کند، بنابراین:

$$F_B = \frac{1}{9} W_{\text{طناب}}$$

۲ نقطه A وزن $\frac{l}{4}$ طناب پایین‌تر از خود را تحمل می‌کند، بنابراین:

$$F_A = \frac{1}{4} W_{\text{طناب}}$$

۳ در طول طناب، چگالی خطی جرم ثابت است $(\mu_A = \mu_B)$ بنابراین نسبت تندی‌ها خواهد شد:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{\frac{F_A}{\mu_A}}}{\sqrt{\frac{F_B}{\mu_B}}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{\frac{1}{4} W}{\frac{1}{9} W}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

۳ ۱۳۹۰ B

نکته با عبور سیم از دستگاه، جرم سیم تغییر نکرده و با توجه به ثابت ماندن چگالی، حجم سیم ثابت می‌ماند بنابراین با افزایش طول سطح مقطع کاهش می‌یابد:

۱ طول جدید برابر است با:

$$l' = l + 0.44l \Rightarrow l' = 1.44l$$

۲ نسبت سطح مقطع در دو حالت خواهد شد:

$$\begin{cases} \rho = \rho' \\ m = m' \end{cases} \Rightarrow V = V' \Rightarrow Al = A'l' \xrightarrow{l' = 1.44l} Al = A' \times (1.44l) \Rightarrow \frac{A}{A'} = 1.44$$

۳ تندی انتشار را حساب می‌کنیم.

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\rho A'}}}{\sqrt{\frac{F}{\rho A}}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{A}{A'}} = \sqrt{1/1.44} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 1/1.2 \Rightarrow v' = 1/1.2v$$

۴ درصد تغییر تندی انتشار خواهد شد:

$$\frac{v' - v}{v} \times 100 \Rightarrow \frac{1/1.2v - v}{v} \times 100 = -20\%$$

بنابراین تندی ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

۲ ۱۳۹۱ B

مرحله به مرحله باید تغییرات تار را بررسی کنید.

۱ تار را بریده و کنار گذاشته‌ایم بنابراین طول تار جدید $\frac{2}{3}$ طول اولیه است.

$$l_2 = \frac{2}{3} l_1$$

۲ این تار جدید را از دستگاه گذرانده‌ایم تا مجدداً طول آن برابر طول اولیه شود بنابراین طول تار ۳ برابر شده و مساحت سطح مقطع آن کاهش می‌یابد. $(l_2 = l_1)$

$$v_2 = v_1 \Rightarrow A'l_2' = Al_1 \Rightarrow A' \times \frac{2}{3} l_1 = A l_1 \Rightarrow A' = \frac{3}{2} A$$

۳ جنس تار تغییر نکرده بنابراین چگالی آن ثابت می‌ماند. برای بررسی تندی انتشار موج از سه رابطه تندی، رابطه $v = \sqrt{F/\rho A}$ را استفاده می‌کنیم. قرار است تندی انتشار موج تغییر نکند، از این رو:

$$v' = v \Rightarrow \sqrt{\frac{F'}{\rho'A'}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{\rho' = \rho} \frac{F'}{A'} = \frac{F}{A} \Rightarrow F' = \frac{1}{3} F$$

۲ ۱۳۹۲ B

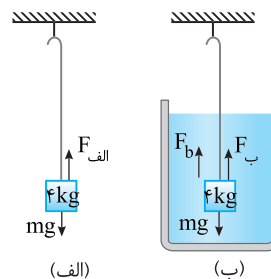
۱ نیروهای وارد بر ریسمان را در هر شکل به دست می‌آوریم:

الف) جسم در حال تعادل

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_{\text{الف}} = mg \xrightarrow{m=4\text{kg}} F_{\text{الف}} = 40 \text{ N}$$

ب) جسم در حال تعادل

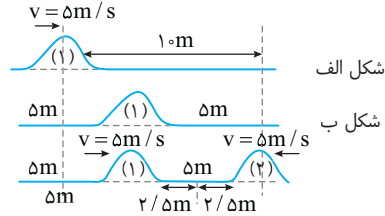
$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_{\text{ب}} + F_{\text{ب}} = mg \xrightarrow{m=4\text{kg}} F_{\text{ب}} = 40 - F_{\text{ب}}$$



B ۱۳۹۵ ۲

۱) تندی انتشار موج در طناب مقدار ثابتی بوده و برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{\Delta}{\rho}} \Rightarrow v = \Delta m/s$$

۲) جابه‌جایی آشفته‌گی اول پس از ۱s برابر است با: $\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = \Delta \times 1 = \Delta m$

۳) وقتی تپ اول Δm جلو آمده تپ دوم با همان تندی $\Delta m/s$ به راه می‌افتد. در این حالت فاصله دو تپ از هم Δm است و چون سرعت آن‌ها یکی است، هر دو آشفته‌گی در وسط فاصله Δm به هم می‌رسند. یعنی هر آشفته‌گی $\Delta m/2$ پیشروی می‌کند. بنابراین آشفته‌گی (۱) جمعاً $\Delta m/2 + \Delta m/2 = \Delta m$ و آشفته‌گی (۲) تنها $\Delta m/2$ پیشروی کرده تا دو آشفته‌گی به هم برسند.

A ۱۳۹۶ ۴

۱) یادآوری: فاصله بین دو برآمدگی یا

دو فرورفتگی مجاور، طول موج نامیده می‌شود. طول موج λ برابر مسافتی است که موج در مدت دوره نوسان چشمه طی می‌کند.

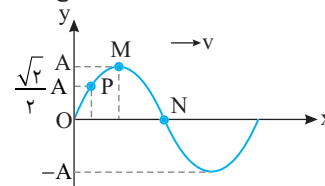
با توجه به یادآوری بالا، در مدت نیم‌دوره نوسان هر ذره از محیط، موج مسافتی را به اندازه نصف طول موج می‌پیماید.

B ۱۳۹۷ ۴

در انتشار موج در یک محیط، تمام ذرات محیط با یک دوره و یک بسامد به نوسان در می‌آیند. این‌رو بسامد زاویه‌ای تمام ذرات $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ یکسان است و گزینه (۴) پاسخ تست است.

۱) نکته: در بررسی حرکت ذره‌های محیط انتشار موج هر ذره را به عنوان یک نوسانگر ساده فرض می‌کنیم.

برای بررسی گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) به شکل انتشار موج عرضی در طناب شکل زیر دقت کنید.



به‌طور مثل در بازه زمانی $\frac{T}{4}$ ، ذره M از دامنه $+A$ به دامنه $-A$ می‌رسد و جابه‌جایی

آن $-2A$ و مسافت طی شده آن $\ell = +2A$ و شتاب متوسط آن صفر می‌شود. زیرا از یک نقطه بازگشت که در آن سرعت صفر است به نقطه بازگشت دیگری که سرعت آنجا نیز صفر است می‌رود، بنابراین Δv مساوی صفر شده و شتاب متوسط نیز صفر می‌شود.

اما نقطه N در مدت $\frac{T}{4}$ از مرکز نوسان به نقطه A رفته سپس به مرکز نوسان بر می‌گردد، یعنی جابه‌جایی آن صفر و مسافت طی شده آن $2A$ است و شتاب متوسط آن نیز برابر است با:

$$a_{av} = \frac{-v_m - v_m}{\frac{T}{4}} = \frac{-2v_m}{\frac{T}{4}}$$

بنابراین برای نقطه‌های M و N جابه‌جایی و شتاب متوسط یکسان نیست. برای مسافت‌های

مختلف هم می‌توانید حرکت نقطه P را با حرکت نقطه M در مدت $\frac{T}{4}$ مقایسه کنید

تا مشخص شود در بازه زمانی معین، مسافت طی شده توسط ذرات محیط ممکن است یکسان نباشد.

A ۱۳۹۸ ۲

حالت اول: تندی انتشار موج در یک محیط (رسمان) به بسامد چشمه بستگی ندارد.

بنابراین در حالت اول وقتی بسامد (f) را افزایش می‌دهیم دوره ($\downarrow T = \frac{1}{f}$) کاهش می‌یابد. با افزایش بسامد، بسامد زاویه‌ای ($\uparrow \omega = 2\pi f$) و از آنجا بیشینه تندی ذرات ($\uparrow v_m = A\omega$) افزایش می‌یابد. با ثابت بودن تندی انتشار موج و افزایش بسامد، طول موج ($\downarrow \lambda = \frac{v}{f}$) کاهش می‌یابد بنابراین در حالت اول تنها تندی انتشار موج یعنی تنها یک کمیت بدون تغییر است.

حالت دوم: اگر نیروی کشش را افزایش دهیم ($\uparrow v = \sqrt{F/\mu}$) تندی انتشار موج افزایش می‌یابد. با ثابت بودن بسامد نوسان‌ساز، طول موج افزایش می‌یابد ($\uparrow \lambda = \frac{v}{f}$) اما دوره ($T = \frac{1}{f}$) تغییر نمی‌کند. هم‌چنین بیشینه تندی نوسان ذرات ثابت ($v = A\omega$) می‌ماند یعنی دو کمیت بدون تغییر است.

A ۱۳۹۹ ۳

۱) طول موج مسافتی است که موج در مدت یک دوره طی می‌کند، بنابراین:

$$v = \frac{\lambda}{T} \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} v = \lambda f \xrightarrow{\lambda = 0.5m, f = 100Hz} v = 0.5 \times 100 = 50 m/s$$

۲) زمان طی $10m$ با تندی $v = 50 m/s$ خواهد شد:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow 10 = 50(\Delta t) \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{5} s$$

A ۱۴۰۰ ۴

۱) فاصله یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش برابر نصف طول موج است بنابراین با

توجه به فرض مسئله $\frac{\lambda}{2} = 15cm$ و $\lambda = 30cm$ است.

$$۲) \text{ دوره را حساب می‌کنیم: } \lambda = vT \xrightarrow{v = 6m/s} 0.3 = 6T \Rightarrow T = \frac{1}{20} s$$

۳) هر ذره از محیط انتشار موج دارای حرکت هماهنگ ساده است و مدت زمانی که طول می‌کشد تا تندی یک نوسانگر برای نخستین بار از صفر به بیشینه مقدار برسد برابر

$$\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{80} s \quad \text{است. از این‌رو:}$$

B ۱۴۰۱ ۲

خط فکری: هر ذره از محیط انتشار موج دارای حرکت هماهنگ ساده است و تمام

ویژگی‌های حرکت هماهنگ ساده در مورد آن صدق می‌کند. به عنوان نمونه، هر ذره از محیط در مدت یک دوره مسافتی چهار برابر دامنه ($4A$) می‌کند، بنابراین با توجه به مسافت طی شده می‌توانید تعداد نوسان‌ها را پیدا کرده سپس دوره را به دست بیاورید و مسئله را حل کنید.

۱) دامنه $2cm$ است و مسافت طی شده در هر دوره $4A = 4 \times 2 = 8cm$ است.

۲) کل مسافت طی شده در $2s$ برابر $32cm$ بوده است بنابراین تعداد نوسان‌ها خواهد شد:

$$\frac{8cm}{32cm} \mid \frac{N=1}{N=?} \Rightarrow N=4 \text{ نوسان}$$

$$۳) \text{ دوره را به دست می‌آوریم: } T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{2}{4} \Rightarrow T = 0.5s$$

۴) با توجه به تعریف طول موج، تندی انتشار موج را حساب می‌کنیم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{1/5}{0.5} = 0.4 m/s$$

۵) پیشروی موج در مدت $2s$ خواهد شد:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = 0.4 \times 2 \Rightarrow \Delta x = 0.8m$$

۲ ۱۴۰۵ B

نکته: بسامد از ویژگی‌های چشمه موج است و اگر چشمه تغییر نکند بسامد موج تغییر نمی‌کند. اما تندی انتشار موج از ویژگی‌های محیط است و چنانچه ویژگی‌های محیط تغییر کند، تندی و در نتیجه طول موج تغییر می‌کند.

۱ در این مسئله چشمه همان دیپازون است بنابراین بسامد ثابت می‌ماند ($f' = f$).

۲ با ۴ برابر شدن نیروی کشش ($F' = 4F$) تندی خواهد شد:

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{F'}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu}}} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{4F}{F}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 2$$

۳ با توجه به تعریف طول موج خواهیم داشت:

$$\begin{cases} f = \frac{v}{\lambda} \\ f' = \frac{v'}{\lambda'} \end{cases} \xrightarrow{f=f'} \frac{v}{\lambda} = \frac{v'}{\lambda'} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{v'}{v} = 2$$

۲ ۱۴۰۶ B

خط فکری: دقت کنید، نیروی کشش تار تغییر کرده بنابراین تندی انتشار موج در تار تغییر می‌کند از طرفی بسامد چشمه تغییر کرده است در نتیجه طول موج تحت تأثیر دو عامل تغییر می‌کند. تغییرات تندی و بسامد را مشخص کنید تا تغییر طول موج را بتوانید حساب کنید.

۱ در مسئله فاصله دو قله متوالی ۴ متر بیان شده بنابراین طول موج در ابتدا $\lambda = 4m$ است.

۲ نیروی کشش ۵۱ درصد کاهش یافته بنابراین:

$$F_2 = F_1 - 0.51F_1 \Rightarrow F_2 = 0.49F_1$$

۳ تندی موج در حالت جدید را حساب می‌کنیم. البته چون تار تغییر نکرده است چگالی خطی جرم ثابت است ($\mu_2 = \mu_1$)، پس:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{F_2}{\mu_2}}}{\sqrt{\frac{F_1}{\mu_1}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \sqrt{\frac{0.49F_1}{F_1}} \Rightarrow v_2 = 0.7v_1$$

۴ طول موج جدید با بسامد چشمه 100Hz را به دست می‌آوریم:

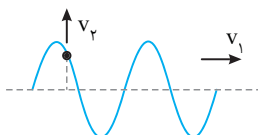
$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \\ \lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2 \times f_1}{v_1 \times f_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{4} = \frac{0.7 \times 100}{100} \Rightarrow \lambda_2 = 1/4 m$$

۵ فاصله یک قله (ستیغ) از دره (پاستیغ) مجاورش برابر نصف طول موج است.

$$\frac{\lambda_2}{2} = 0.7m$$

۱ ۱۴۰۷ A

سرعت v_1 ، سرعت انتشار موج در محیط است و v_2 تندی نوسان یک ذره از محیط در لحظه نشان داده شده در شکل است و با گذشت زمان v_2 بین دو مقدار صفر و v_m تغییر می‌کند و جهت آن در نقاط بازگشت نیز عوض می‌شود. بنابراین گزاره‌های (الف) و (ب) نادرست هستند. سرعت انتشار موج (v_1) در یک محیط مقدار ثابتی است و به محیط انتشار موج بستگی دارد در حالی که تندی نوسان ذرات محیط (v_2) به بسامد نوسان چشمه بستگی دارد و گزاره (پ) درست است.



۳ ۱۴۰۲ B

نکته: تندی انتشار موج عرضی در طناب (تار) یا فنر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

۱ ابتدای تندی موج را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{250}{4 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{25 \times 10^4}{4}} = \frac{5}{2} \times 10^2 \Rightarrow v = 250\text{m/s}$$

۲ با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{250}{312/5} = \frac{2500}{312} = \frac{100}{125} = \frac{4}{5} = 0.8m$$

پایه سوال: نیروی کشش طنابی ۱۲N و چگالی خطی جرم آن 30g/m است. اگر سر این طناب را با دیپازونی که بسامد آن 100Hz است، عمود بر راستای طناب به نوسان درآوریم، طول موج ایجاد شده در طناب چند سانتی‌متر خواهد بود؟

۱) 0.2 ۲) 2 ۳) 20 ۴) 200

پایه: تندی پیشروی موج را حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{12}{30 \times 10^{-3}}} \Rightarrow v = 20\text{m/s}$$

در این صورت طول موج خواهد شد:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{20}{100} = 0.2m = 20\text{cm}$$

۳ گزینه

۱ ۱۴۰۳ B

با توجه به تعریف طول موج، تندی انتشار موج در طناب را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = vT \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} \lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f = 600\text{Hz}, \lambda = 0.2m} \rightarrow$$

$$v = 600 \times 0.2 \Rightarrow v = 120\text{m/s}$$

نکته: تندی انتشار موج عرضی در یک سیم (طناب) دارای سه رابطه زیر است که با توجه به داده‌های مسئله یکی از آن‌ها را استفاده می‌کنیم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \quad v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}, \quad v = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

چگالی خطی $\mu = \frac{m}{l}$ چگالی سیم $\rho = \frac{m}{V}$ مساحت سطح مقطع سیم

تندی انتشار موج در سیم برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{F = 36N, \rho = 10000\text{kg/m}^3} \rightarrow 120 = \sqrt{\frac{36}{10000 \times A}} \Rightarrow 120 \times 120 = \frac{36}{10000 \times A}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{4000000} m^2 = \frac{1}{4000000} \times 10^6 mm^2 \Rightarrow A = 0.25 mm^2$$

۱ ۱۴۰۴ A

نکته: تندی انتشار موج در یک محیط برای بسامدهای مختلف، یکسان است. تندی انتشار موج‌های A و B با هم برابر است ($v_A = v_B$) بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

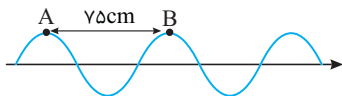
$$v_A = v_B \xrightarrow{v = f\lambda} \rightarrow f_A \lambda_A = f_B \lambda_B$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \xrightarrow{f_A = 4f_B} \rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{4}$$

میانبر: در یک محیط برای دو موج با بسامدهای f_1 و f_2 ، طول موج با

بسامد نسبت وارون دارد.

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_2}{f_1}$$



از طرفی تندی انتشار موج در یک محیط (یک ریسمان) برای هر بسامدی مقدار یکسانی است بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{v_2}{\lambda_2} = \frac{v_1}{\lambda_1} \Rightarrow v_2 = v_1 \Rightarrow \frac{f_2}{\lambda_2} = \frac{f_1}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{f_2}{50} = \frac{f_1}{75} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{2}{3}$$

میانبر دقت کنید برای آن که طول موج افزایش یابد باید بسامد کاهش یابد و تنها گزینه‌ای که در آن بسامد کاهش یافته گزینه (۲) است.

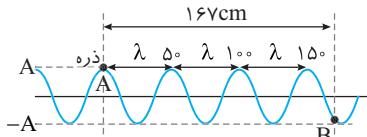
۳ ۱۴۱۳

خط فکری شکل موج را رسم کنید. نام یکی از قله‌های رسم شده را A بگذارید. حال اگر به اندازه یک طول موج جلو بروید به قله بعدی می‌رسید. تعداد قله‌های مسیر را بشمارید. در این صورت تعداد ذره‌هایی که هم‌زمان با A در دامنه مثبت (+A) قرار دارند به دست می‌آید. البته ابتدا باید طول موج را حساب کنید.

در انتشار موج وقتی ذره A در دامنه مثبت است مطابق شکل تمام ذره‌هایی که فاصله آن‌ها از A مضرب صحیحی از طول موج است هم‌زمان در دامنه مثبت قرار دارند.

ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{200} = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

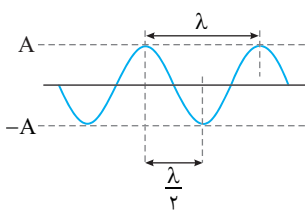


بنابراین نقاطی که در فاصله ۵۰cm، ۱۰۰cm، ۱۵۰cm، ۲۰۰cm از A قرار دارند هم‌زمان با ذره A در دامنه مثبت قرار دارند. بنابراین سه ذره بین A و B هم‌زمان در دامنه مثبت قرار دارند.

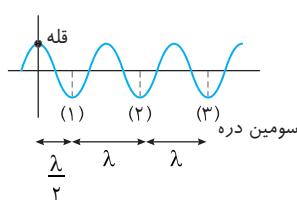
۱ ۱۴۱۴

مطابق شکل زیر نزدیک‌ترین فاصله دو نقطه که هم‌زمان یکی در دامنه مثبت و دیگری در دامنه منفی باشد یعنی یکی ستیغ (قله) و دیگری پاستیغ (دره) باشد $\frac{\lambda}{2}$ است. طول موج را به دست آورده و $\frac{\lambda}{2}$ را حساب می‌کنیم: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{4}{20} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$

موج را به دست آورده و $\frac{\lambda}{2}$ را حساب می‌کنیم: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{4}{20} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$



۲ ۱۴۱۵



خط فکری در حل این مسائل لازم است شکل رسم کنیم. فاصله سومین ذره از قله مورد نظر $\frac{5\lambda}{2}$ است بنابراین طول موج را می‌توانید به دست بیاورید و مسئله را حل کنید.

با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\frac{5\lambda}{2} = 14 \Rightarrow \lambda = \frac{2 \times 14}{5} = 5.6 \text{ cm}$$

بسامد موج همان بسامد چشمه است. بسامد چشمه را از معادله حرکت آن

$$\omega = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 4\pi \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

تندی انتشار موج خواهد شد:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.056}{\frac{1}{2}} \Rightarrow v = 0.112 \text{ m/s}$$

۳ ۱۴۰۸

یادآوری ذرات محیط انتشار موج دارای حرکت هماهنگ ساده بوده و بیشینه تندی آن‌ها $v_m = A\omega$ است.

خط فکری تندی پیشروی موج در یک محیط ثابت و برابر $v = f\lambda$ است.

بیشینه تندی ذرات محیط $v' = A\omega$ است البته اگر به گزینه‌ها نگاه کنید در هیچ‌یک خبری از ω نیست بنابراین شما باید در حل مسئله از فرمول $\omega = 2\pi f$ استفاده کنید تا بتوانید گزینه مورد نظر را بیابید.

$$\frac{v}{v'} = \frac{f\lambda}{A\omega} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \frac{f\lambda}{A(2\pi f)} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \frac{\lambda}{2\pi A}$$

۱ ۱۴۰۹

۱) ابتدا دوره تناوب نوسان‌ساز که در اینجا یک سامانه جرم - فنر فرض شده است به دست می‌آوریم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

۲) تندی پیشروی موج در طناب را حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{200}{20 \times 10^{-2}}} \Rightarrow v = 100 \text{ m/s}$$

۳) طول موج خواهد شد:

$$\lambda = vT \Rightarrow \lambda = 100 \times \frac{\pi}{5} = 20\pi \text{ m}$$

۴) فاصله بین قله (ستیغ) از دره (پاستیغ) مجاورش برابر $\frac{\lambda}{2}$ است بنابراین:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{20\pi}{2} = 10\pi \text{ m}$$

۲ ۱۴۱۰

۱) چگالی خطی جرم را حساب می‌کنیم:

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{1 \text{ kg}}{6 \text{ m}} = \frac{1}{6} \text{ kg/m}$$

۲) تندی انتشار موج در فنر را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{6}{\frac{1}{6}}} \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

۳) بسامد موج همان بسامد چشمه موج (دیپازون) است. بسامد را به کمک طول موج به دست می‌آوریم:

$$v = f\lambda \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{6}{1/50} = 300 \text{ Hz}$$

۴) تعداد نوسان‌های دیپازون در هر دقیقه خواهد شد:

$$\frac{1 \text{ s}}{60 \text{ s}} \times 300 \Rightarrow N = 2400$$

۳ ۱۴۱۱

خط فکری فاصله هر دو برآمدگی متوالی برابر λ است و هرگاه فاصله دو نقطه از

هم λ باشد، یعنی در هر لحظه دو نقطه در یک وضعیت قرار دارند. در لحظه‌ای که O در دامنه مثبت است تمام نقاطی که در فاصله λ ، 2λ ، 3λ ... (مضرب صحیح λ) از O قرار دارند در دامنه مثبت هستند. بنابراین شما باید گزینه‌ها را بررسی کنید و مشخص کنید کدام فاصله مضرب صحیحی λ است.

با توجه به شکل گزینه (۳) که فاصله صفر تا M ، $\frac{6}{2}\lambda = 3\lambda$ است درست می‌باشد.



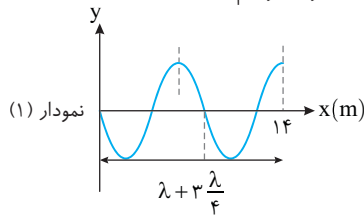
۲ ۱۴۱۲

قرار است دو نقطه A و B دو ستیغ (قله) متوالی باشند و فاصله دو قله متوالی برابر یک طول موج است. بنابراین طول موج که در ابتدا $\lambda_1 = 50 \text{ cm}$ بوده است اکنون باید $\lambda_2 = 75 \text{ cm}$ شود تا A و B دو برآمدگی متوالی باشند.

۳ ۱۴۲۰ A

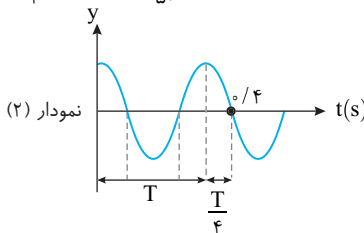
۱ نمودار (۱) نقش موج در تار است و در نقش موج فاصله دو برآمدگی برابر یک طول موج است. با توجه به نمودار خواهیم داشت:

$$\frac{y\lambda}{4} = 14 \Rightarrow \lambda = 8m$$



۲ نمودار (۲)، نمودار مکان - زمان، حرکت هماهنگ ساده یک ذره از محیط است و محور افقی، محور زمان است از این رو می توان نوشت:

$$T + \frac{T}{4} = \frac{5T}{4} \Rightarrow \frac{5T}{4} = \frac{16}{50} \Rightarrow T = \frac{16}{50} s$$



۳ تندی انتشار موج در تار را حساب می کنیم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{8}{\frac{16}{50}} \Rightarrow v = 250 m/s$$

۴ چگالی خطی جرم را به دست می آوریم:

$$\mu = \frac{m}{l} \Rightarrow \mu = \frac{4 \times 10^{-2}}{10 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-2} kg/m$$

۵ نیروی کشش تار خواهد شد:

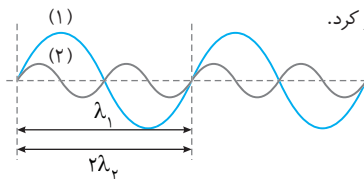
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 250 = \sqrt{\frac{F}{4 \times 10^{-2}}} \Rightarrow 62500 = \frac{F}{4 \times 10^{-2}} \Rightarrow F = 2500 N$$

۱ ۱۴۲۱ A

۱ با توجه به شکل طول موج λ_1 ، دو برابر طول موج λ_2 است و گزینه (۱) الزاماً درست است.

۲ طناب‌ها به دو چشمه مختلف متصل هستند بنابراین در مورد بسامد موج‌ها نمی توان اظهار نظر کرد.

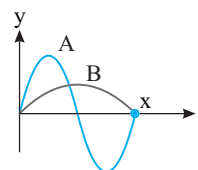
۳ درباره دو طناب اطلاعاتی نداریم بنابراین اگر دو طناب مشابه باشند تندی انتشار موج در آن‌ها یکی است و اگر مشابه نباشند تندی یکسان نیست یعنی درباره تندی آن‌ها نمی توان اظهار نظر کرد.



۴ ۱۴۲۲ B

خط فکری سرعت انتشار موج از ویژگی‌های محیطی است که موج در آن در حال انتشار است، چون هر دو موج در یک محیط منتشر می شوند پس $v_A = v_B$ است.

۱ در گام اول با توجه به نقش موج و محور افقی نسبت طول موج A و B را به دست می آوریم:



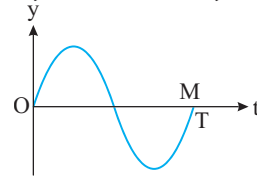
$$\begin{cases} x = \lambda_A \\ x = \frac{\lambda_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \lambda_A = \frac{\lambda_B}{2} \Rightarrow \lambda_B = 2\lambda_A$$

۲ از طرفی بنا به رابطه $\lambda = \frac{v}{f} = vT$ می توان نوشت:

$$\lambda_B = 2\lambda_A \xrightarrow{\lambda = vT} v_B T_B = 2v_A T_A \xrightarrow{v_A = v_B} T_B = 2T_A \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2}$$

۲ ۱۴۱۶ A

دقت کنید که OM روی محور زمان است و زمان یک نوسان کامل برابر دوره است.



۳ ۱۴۱۷ B

نکته فاصله دو برآمدگی متوالی برابر طول موج است. فاصله هر ذره از محیط تا حالت تعادلش برابر یک دامنه است.

۱ فاصله Δx همان طول موج بوده یعنی $\lambda = 40 cm = 0.4 m$ است.

۲ فاصله Δy همان دامنه است یعنی $A = 15 cm = 0.15 m$ است.

۳ تندی انتشار موج در محیط خواهد شد:

$$v = f\lambda \xrightarrow{f = 8 Hz} v = 8 \times 0.4 \Rightarrow v = 3.2 m/s$$

۴ بسامد زاویه‌ای را حساب می کنیم:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 2\pi \times 8 \Rightarrow \omega = 16\pi rad/s$$

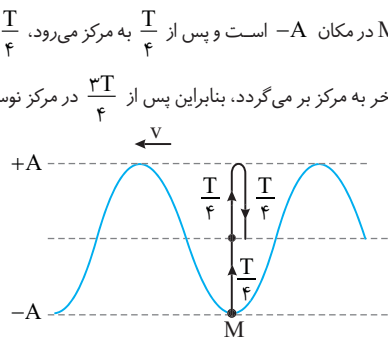
۵ بیشینه تندی نوسان ذرات محیط برابر است با:

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.15 \times 16\pi \Rightarrow v_m = 2.4\pi m/s$$

۱ ۱۴۱۸ A

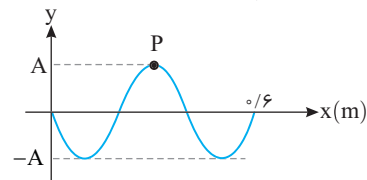
خط فکری هر ذره از محیط انتشار موج سینوسی دارای حرکت هماهنگ ساده است. بنابراین وقتی از شما درباره یک ذره از محیط پرسش می شود، شما باید تنها به حرکت هماهنگ ساده فکر کنید. به طور مثال اگر ذره در $+A$ باشد بعد از $\frac{T}{4}$ به حالت تعادل می رسد. $\frac{T}{4}$ بعد به مکان $-A$ می رسد و تمام بازه‌های زمانی در مورد آن صدق می کند. با توجه به این مطلب، مسئله را بررسی کنید.

مطابق شکل M در مکان $-A$ است و پس از $\frac{T}{4}$ به مرکز می رود، $\frac{T}{4}$ بعد به $+A$ رفته و در $\frac{T}{4}$ آخر به مرکز بر می گردد، بنابراین پس از $\frac{3T}{4}$ در مرکز نوسان است.



۴ ۱۴۱۹ A

خط فکری شما باید ابتدا مشخص کنید که ذره مورد نظر در لحظه $t = 0$ در چه وضعیتی است؟ برای این منظور باید طول موج را پیدا کرده و به کمک آن محل ذره را بیابید. یادتان باشد ذره دارای حرکت هماهنگ ساده است.



طول موج را به دست می آوریم:

$$3 \frac{\lambda}{4} = 0.6 \Rightarrow \lambda = 0.8 m = 80 cm$$

ذره‌ای در فاصله $30 cm$ از چشمه، نقطه‌ای مانند P است که در $t = 0$ بعد آن $+A$ است و این نقطه شبیه نوسانگر ساده‌ای است که از دامنه مثبت شروع به حرکت کرده و نمودار مکان زمان آن یک نمودار کسینوسی است که گزینه (۴) تنها گزینه‌ای است که این موضوع را نشان می دهد.

۲ حال با توجه به رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ می‌توان بسامد نوسان ذرات موج را حساب کرد و

به کمک $f = \frac{1}{T}$ دوره نوسان آن‌ها را به دست آورد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \\ \lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} \end{array} \right. \xrightarrow{v_1=v_2} \lambda_1 = \frac{f_2}{f_1} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = 2 \Rightarrow \frac{1}{T_2} = 2 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 2$$

۳ دوره نوسان ذرات موج (۱) (مثل نقطه M) دو برابر دوره نوسان ذرات موج (۲) (مثل نقطه N) است:

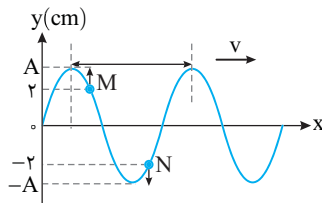
$$\left\{ \begin{array}{l} T_M = \frac{t_M}{N_M} \\ T_N = \frac{t_N}{N_N} \end{array} \right. \xrightarrow{\substack{T_M=2T_N \\ N_M=2N_N}} \frac{T_M}{T_N} = \frac{N_N}{N_M} \Rightarrow 2 = \frac{N_N}{2} \Rightarrow N_N = 4$$

۲ ۱۴۲۵ A

یادآوری در حرکت هماهنگ ساده هرگاه فاصله نوسانگر از مرکز نوسان یکسان باشد، تندی نیز یکسان است.

$$|v_1| = |v_2|$$

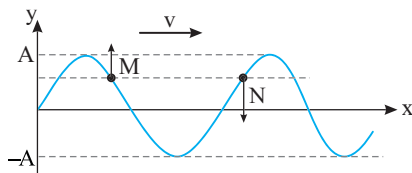
با توجه به جهت پیشروی موج، ذره M در حال حرکت رو به بالا و نزدیک شدن به انتهای مسیر (نقطه بازگشت) است بنابراین حرکت آن کندشونده است. هم‌چنین ذره N در حال حرکت رو به پایین و نزدیک شدن به نقطه بازگشت بوده و حرکت آن کندشونده است بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست است.



مکان دو ذره M و N از محیط نسبت به مرکز نوسانشان یکسان و قرینه است. پس تندی در آن نقطه‌ها برابر بوده و در نتیجه گزینه (۲) درست است. فاصله دو برآمدگی از هم λ است و M و N بین دو قله متوالی قرار دارند و فاصله آن‌ها از هم کمتر از λ است و گزینه (۴) نادرست است.

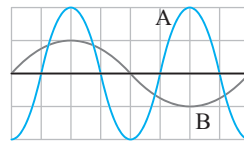
۴ ۱۴۲۶ A

۱ نقطه M در حال حرکت رو به بالا و نقطه N در حال حرکت رو به پایین است، بنابراین در یک لحظه از حالت تعادل نمی‌گذرند و گزینه (۱) نادرست است.



۲ حرکت M رو به بالا و در حال دور شدن از حالت تعادلش بوده و کندشونده است اما N در حال نزدیک شدن به حالت تعادل بوده و دارای حرکت تندشونده است، بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

۳ جهت حرکت هر دو، قرینه هم (M رو به بالا و N رو به پایین) است و در یک مکان دو نوسانگر دارای تندی یکسان هستند اما سرعت آن‌ها قرینه است و گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.



پایز با سوال در شکل روبه‌رو دو موج عرضی A و B نشان داده شده است. کدام رابطه در مورد دامنه و طول موج آن دو درست است؟ **از کتاب درسی**

$$A_A = A_B, \lambda_A = 2\lambda_B \quad (2) \quad A_A = A_B, \lambda_A = \frac{\lambda_B}{2} \quad (1)$$

$$A_A = 2A_B, \lambda_A = \frac{\lambda_B}{2} \quad (4) \quad A_A = 2A_B, \lambda_A = \lambda_B \quad (3)$$

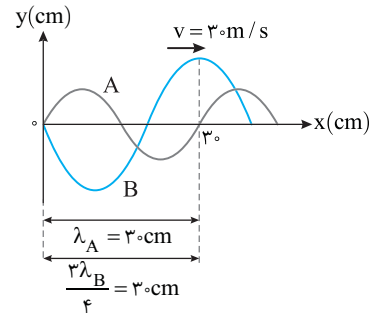
پایز با توجه به شکل فاصله دو سستیغ مجاور در موج A (λ_A) برابر فاصله سستیغ از پاستیغ مجاورش در موج B ($\frac{\lambda_B}{2}$) است، بنابراین $\lambda_A = \frac{\lambda_B}{2}$ است. از طرفی ارتفاع سستیغ A دو برابر B است، بنابراین $A_A = 2A_B$ است.

گزینه ۴

۴ ۱۴۲۳ A

۱ با توجه به شکل طول موج A برابر ۳ cm است بنابراین دوره A خواهد شد:

$$\lambda_A = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m} \xrightarrow{v = \lambda/T} 3 = \frac{0.3}{T_A} \Rightarrow T_A = 0.1 \text{ s}$$



۲ طول موج B برابر است با:

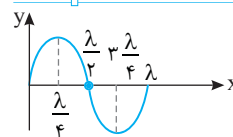
$$\frac{3}{4} \lambda_B = 3 \Rightarrow \lambda_B = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m} \xrightarrow{v = \lambda/T} 3 = \frac{0.3}{T_B} \Rightarrow T_B = \frac{4}{30} \text{ s}$$

۳ حال با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ ، تعداد نوسان‌های کامل A و B را در مدت ۲۰ s

به دست می‌آوریم:

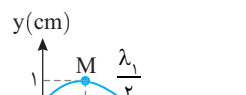
$$\left\{ \begin{array}{l} 0.1 = \frac{20}{N_A} \Rightarrow N_A = 200 \\ \frac{4}{30} = \frac{20}{N_B} \Rightarrow N_B = 150 \end{array} \right. \Rightarrow N_A - N_B = 50 \text{ نوسان}$$

۴ ۱۴۲۴ B

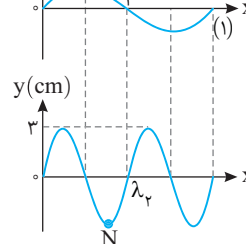


یادآوری در نقش موج به کمک مؤلفه افقی نمودار می‌توان طول موج را حساب کرد:

۱ با توجه به شکل دو نمودار، طول موج تار (۱) دو برابر طول موج تار (۲) است.



$$\frac{\lambda_1}{2} = \lambda_2 \Rightarrow \lambda_1 = 2\lambda_2$$



$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{3}{10} \Rightarrow T = \frac{1}{3} \text{ s}$$

۲ دوره را حساب می‌کنیم:

$$f = \frac{1}{T} = 3 \text{ Hz}$$

۳ تعداد نوسانات در هر ثانیه یعنی بسامد در این صورت:

۴ ۱۴۲۹ A

خط فکری

در اغلب مسائل نقش موج دو کار را همان ابتدا باید انجام دهید:

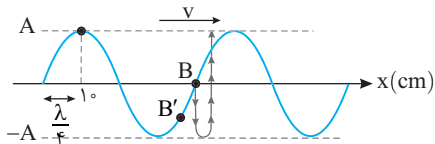
۱ پیدا کردن طول موج از روی محور افقی

۲ به دست آوردن دوره به کمک تندی انتشار موج و هرگاه درباره رفتار یک ذره از محیط از شما سؤال شود شما باید جهت حرکت ذره را تشخیص دهید (بالا می‌رود یا پایین می‌آید) و سپس با ذره شبیه یک نوسان‌گر هماهنگ ساده برخورد کنید.

۱ با توجه به نقش طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

y (cm)



$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.4}{10} = 0.04 \text{ s}$$

۲ دوره را حساب می‌کنیم:

۳ با توجه به نقش موج در حال نزدیک شدن به نقطه B است و ذره قبل از B یعنی B'، از B پایین‌تر است پس B رو به پایین در حرکت است.

۴ ذره B از مرکز نوسان تا -A، از -A تا +A، یعنی جمعاً $\frac{3T}{4}$

در حال حرکت خواهد بود بنابراین مدت زمانی که طول می‌کشد تا ذره B برای اولین بار

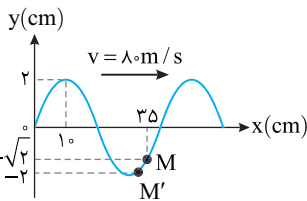
$$\Delta t = \frac{3T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} \times 0.04 \Rightarrow \Delta t = 0.03 \text{ s}$$

به مکان +A برسد خواهد شد:

۱ ۱۴۳۰ B

۱ گام اول: پیدا کردن طول موج از روی محور افقی:

$$\frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$



۲ گام دوم: پیدا کردن دوره به کمک تندی انتشار موج:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{80}{0.4} \Rightarrow f = 200 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{200} \text{ s}$$

۳ گام سوم: تعیین جهت حرکت ذره M: با توجه به جهت پیشروی موج دره موج

در حال نزدیک شدن به ذره M است و ذره قبل از M از M پایین‌تر است بنابراین M

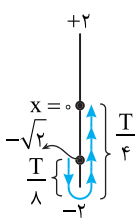
از مکان $-\sqrt{2} \text{ cm}$ در حال حرکت به سوی دامنه منفی A است.

۴ اکنون با یک حرکت هماهنگ ساده سر و کار داریم

که در آن نوسانگر از مکان $-\frac{\sqrt{2}}{2} A$ به سوی -A رفته

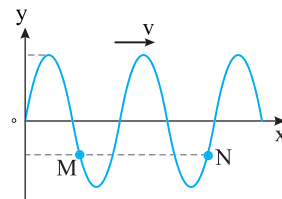
سپس به مکان $x=0$ می‌رود. به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده زمان را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{3T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{4} \times \frac{1}{200} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{1600} \text{ s}$$



بازی با سؤال شکل روبه‌رو موج عرضی را در طناب نشان می‌دهد.

کدام مورد درباره دو نقطه M و N از طناب درست است؟ ریاضی - ۹۵



۱ سرعت آن‌ها در هر لحظه یکسان

است.

۲ دامنه و بسامد یکسانی دارند.

۳ در هر لحظه فاصله آن‌ها از مرکز

نوسان یکسان است.

۴ هر سه گزینه درست است.

پاسخ با توجه به جهت پیشروی موج، ذره M در حال حرکت رو به بالا

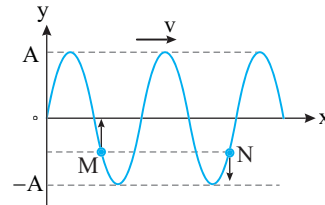
و نزدیک شدن به حالت تعادلش است اما ذره N در حال حرکت رو به پایین و

در حال نزدیک شدن به نقطه بازگشت است. با آن که در این لحظه تندی آن‌ها

یکسان است اما در لحظه‌های بعدی تندی آن‌ها یکسان نخواهد بود. همچنین

با گذشت زمان فاصله آن‌ها از مرکز نوسان تغییر خواهد کرد و گزینه‌های (۱) و

(۳) نادرست است.



بسامد تمام نقاط محیط یکسان است و دامنه نقاط مختلف برای یک موج عرضی

که در یک بُعد در حال انتشار است، با صرف نظر از اتلاف انرژی نیز برای تمام

نقاط یکسان است و گزینه (۲) درست است. گزینه ۲

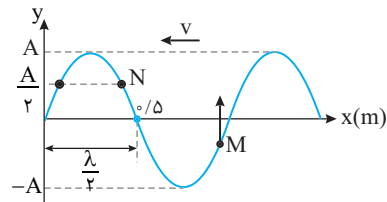
۴ ۱۴۲۷ C

بنا به فرض مسئله نقطه M در حال حرکت رو به بالاست. به شکل نگاه کنید. برای آن که M

رو به بالا در حرکت باشد باید فاصله موج در حال نزدیک شدن به نقطه M باشد و نقطه قبل از M

در مسیر موج باید بالاتر از M باشد. نقطه سمت راست M بالاتر از M است یعنی نقطه قبل

از M در سمت راست آن قرار دارد بنابراین باید جهت پیشروی موج از راست به چپ باشد.



با توجه به نمودار $\frac{\lambda}{4}$ برابر 0.5 m است بنابراین طول موج خواهد شد:

$$\frac{\lambda}{4} = 0.5 \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$$

۲ ۱۴۲۸ A

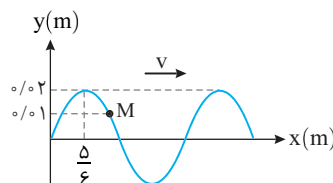
خط فکری ذره M در هر ثانیه چند نوسان انجام می‌دهد؟ یعنی بسامد موج را بیابید.

به کمک محور افقی نقش موج طول موج را به دست می‌آوریم و با استفاده از تندی موج

($v = 10 \text{ m/s}$) بسامد را حساب می‌کنیم. بسامد موج برای تمام نقاط یکسان است.

$$\frac{\lambda}{4} = 0.5 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{4} = 0.5 \text{ m}$$

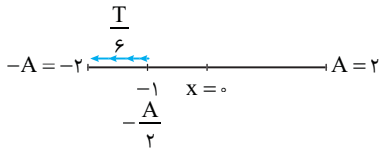
۱ با توجه به نمودار طول موج خواهد شد:



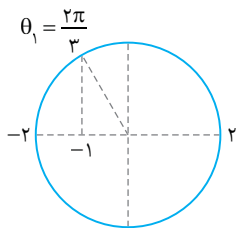
۴ اکنون با ذره A شبیه یک حرکت هماهنگ ساده برخورد می‌کنیم. ابتدا مشخص می‌کنیم که بازه زمانی داده شده چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{2}{90}}{\frac{1}{135}} = \frac{2 \times 90}{1 \times 135} = \frac{2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{4}{9} \Rightarrow \Delta t = \frac{4}{9} T$$

۵ یک نوسانگر وقتی در مکان $-\frac{A}{2}$ قرار دارد در مدت $\frac{T}{6}$ به مکان $-A$ می‌رسد. بنابراین ذره A در این مدت به مکان -2cm می‌رسد.



راه حل دوم: استفاده از دایره مثلثاتی برای حرکت هماهنگ ساده ذره A



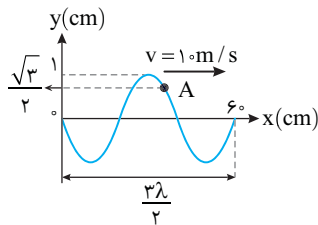
$$\begin{aligned} \theta_2 - \theta_1 &= \omega t_2 - \omega t_1 \\ \Rightarrow \theta_2 - \frac{2\pi}{3} &= \frac{2\pi}{T} \left(\frac{2}{90} \right) \\ \Rightarrow \theta_2 - \frac{2\pi}{3} &= \frac{2\pi}{3} \times \frac{2}{90} \\ \Rightarrow \theta_2 - \frac{2\pi}{3} &= \frac{\pi \times 90}{2 \times 135} \\ \Rightarrow \theta_2 - \frac{2\pi}{3} &= \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta_2 = \pi \end{aligned}$$

بنابراین ذره A به مکان -2cm می‌رسد.

B ۱۴۲۲ ۳

۱ گام اول: یافتن طول موج از روی محور افقی نقش موج:

$$3 \frac{\lambda}{2} = 6 \Rightarrow \lambda = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$



۲ گام دوم: یافتن دوره به کمک تندی انتشار موج:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.04}{10} = \frac{1}{250} \text{ s}$$

۳ بسامد زاویه‌ای موج را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1/250} = 500\pi \text{ rad/s}$$

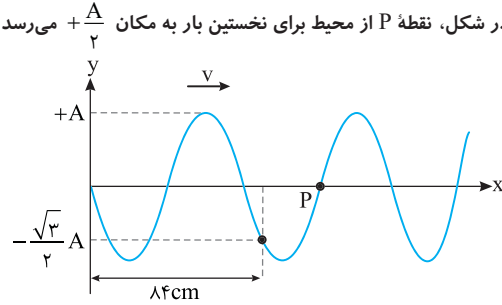
۴ اکنون ذره A یک نوسانگر هماهنگ ساده است که مکان آن $x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$ می‌باشد و روابط حرکت هماهنگ ساده در مورد آن صدق می‌کند.

یادآوری: شتاب یک نوسانگر ساده برحسب مکان آن از رابطه $|a| = \omega^2 x$ به دست می‌آید.

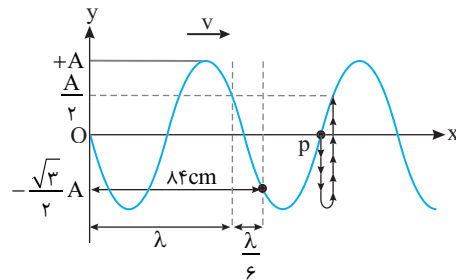
۵ شتاب ذره A در لحظه نشان داده شده خواهد شد:

$$\begin{aligned} |a| &= \omega^2 x \Rightarrow |a| = (500\pi)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^{-2} \\ \Rightarrow |a| &= 250000\pi^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10^{-2} \Rightarrow |a| = 125000\sqrt{3} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

بازر با سؤال: مطابق شکل زیر یک موج عرضی با دامنه A با تندی 50 m/s در یک تار در حال پیشروی است. چند ثانیه پس از لحظه نشان داده شده در شکل، نقطه P از محیط برای نخستین بار به مکان $+\frac{A}{2}$ می‌رسد؟



۱ $8/4 \times 10^{-3}$ (۲) $1/2 \times 10^{-3}$ (۳) $8/4 \times 10^{-3}$ (۴) 7×10^{-3} با توجه به بازه‌های مکانی شناخته شده می‌توان نوشت.



$$\lambda + \frac{\lambda}{6} = 84 \Rightarrow \frac{7\lambda}{6} = 84 \Rightarrow \lambda = 72 \text{ cm}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.72}{50} \Rightarrow T = 1/44 \times 10^{-2} \text{ s}$$

اکنون به مسیر حرکت P دقت کنید. P در مدت $\frac{T}{4}$ از مرکز به دامنه $-A$ می‌رود و پس از $\frac{T}{4}$ دیگر به تعادلش بازمی‌گردد و از محل تعادل در مدت $\frac{T}{12}$ به مکان $+\frac{A}{2}$ می‌رود از این رو:

۱ گام اول: یافتن طول موج از روی محور افقی نقش موج:

۲ گام دوم: یافتن دوره به کمک تندی انتشار موج:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} + \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{7T}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{7}{12} \times 1/44 \times 10^{-2}$$

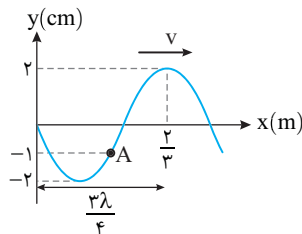
$$\Rightarrow \Delta t = 8/4 \times 10^{-3} \text{ s}$$

گزینه ۱

B ۱۴۳۱ ۳

راه حل اول: ۱ گام اول: طول موج را از روی محور افقی حساب می‌کنیم:

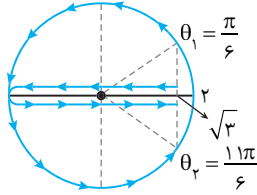
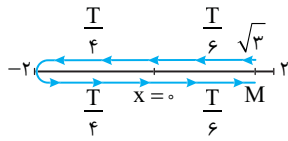
$$3 \frac{\lambda}{4} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lambda = \frac{8}{9} \text{ m}$$



۲ گام دوم: به کمک تندی انتشار موج دوره را به دست می‌آوریم.

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{8/9}{10} \Rightarrow T = \frac{8}{90} \text{ s}$$

۳ گام سوم: ذره A در حال حرکت به کدام جهت است؟ با توجه به جهت پیشروی موج ذره موج در حال نزدیک شدن به نقطه A است و نقطه قبل از A از A پایین‌تر است. بنابراین A در حال حرکت به سمت پایین است.



راه حل دوم: اکنون به کمک دایره مثلثاتی مجدداً قسمت آخر مسئله را حل می‌کنیم:
 $\theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1 = \omega(t_2 - t_1)$
 $\Rightarrow \theta_2 - \frac{\pi}{6} = 2\pi \times \left(\frac{1}{24}\right) \Rightarrow \theta_2 = \frac{11\pi}{6}$

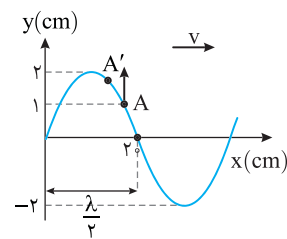
کمان $\frac{11\pi}{6}$ معادل مکان $\sqrt{3}$ است و ذره به جای اول باز می‌گردد و سرعت متوسط صفر است.

۱ ۱۴۳۵ B

خط فکری

حل مسئله به همان شکل همیشگی است. حساب کردن طول موج، پیدا کردن دوره، بررسی جهت حرکت ذره و اینکه بازه زمانی داده شده چه کسری از دوره است، بنابراین مراحل بیان شده را طی کنید.

۱ گام اول: یافتن طول موج:
 $\frac{\lambda}{2} = 20 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$

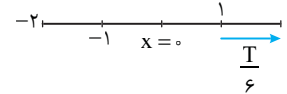


۲ گام دوم: یافتن دوره از روی تندی انتشار موج:
 $T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.4}{1} = 0.4 \text{ s}$
 $\Rightarrow T = \frac{4}{10} \text{ s}$

۳ مشخص کردن جهت حرکت ذره مورد نظر: با توجه به جهت انتشار موج، قله موج در حال نزدیک شدن به ذره A بوده و ذره قبل از آن بالاتر از A قرار دارد بنابراین A در حال حرکت رو به بالاست.

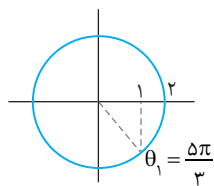
۴ مشخص می‌کنیم که $\Delta t = \frac{1}{15} \text{ s}$ چه کسری از دوره است:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/15}{4/10} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$$



۵ **راه حل اول:** ذره A از مکان $\frac{A}{2} = 1 \text{ cm}$ در حال حرکت رو به بالاست.

با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده ذره A در مدت $\frac{T}{6}$ از مکان $\frac{+A}{2}$ می‌رسد یعنی $x = 2 \text{ cm}$ می‌شود و ذره به اندازه $2 - 1 = 1 \text{ cm}$ جای‌جا می‌شود.



راه حل دوم: این بار مجدداً مکان ذره A را به کمک رسم دایره مثلثاتی به دست می‌آوریم. ابتدا کمان معادل مکان را روی دایره مشخص می‌کنیم.

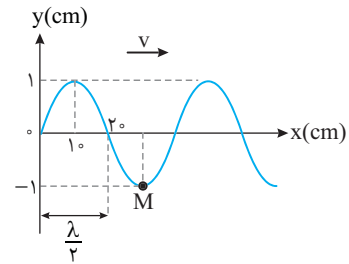
$$\theta_2 - \theta_1 = \omega(t_2 - t_1) \Rightarrow \theta_2 - \theta_1 = \omega(\Delta t) = \frac{2\pi}{T}(\Delta t)$$

$$\Rightarrow \theta_2 - \frac{5\pi}{3} = \frac{2\pi}{4} \times \frac{1}{15} \Rightarrow \theta_2 - \frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta_2 = 2\pi$$

معادل مکانی 2π ، $x = +A = 2 \text{ cm}$ است.

۴ ۱۴۳۳ C

۱ گام اول: یافتن طول موج از روی محور افقی:
 $\frac{\lambda}{2} = 20 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$



۲ گام دوم: یافتن دوره به کمک تندی انتشار موج:
 $T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.4}{1} = 0.4 \text{ s}$

۳ گام سوم: تعیین جهت حرکت ذره مورد نظر، ذره M در دامنه -A قرار دارد بنابراین یقیناً رو به بالا حرکت خواهد کرد.

۴ گام چهارم: مشخص می‌کنیم بازه زمانی داده شده چه کسری از دوره است:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.25}{0.4} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

۵ ذره M دارای حرکت هماهنگ ساده است بنابراین در مدت $\frac{T}{4}$ از مکان -A به مرکز نوسان می‌رسد. بنابراین بعد از $\frac{T}{4}$ تندی ذره M بیشینه مثبت خواهد بود.

($v_m = +A\omega$) اما ابتدا باید بسامد زاویه‌ای را حساب کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4} \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$v_m = +A\omega \xrightarrow{A=1\text{cm}} v_m = +(1 \times 2\pi) \Rightarrow v_m = +2\pi \text{ cm/s}$$

۳ ۱۴۳۴ B

خط فکری

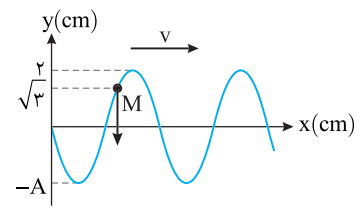
این بار خوشبختانه نیازی به پیدا کردن طول موج نداریم. مسئله راجع به سرعت متوسط نقطه M سؤال کرده و شما در حقیقت یک حرکت هماهنگ ساده را باید بررسی کنید که در آن دامنه 2 cm و مکان ذره $\sqrt{3} \text{ cm}$ یعنی $\frac{\sqrt{3}}{2} A$ است.

تنها نکته مهم تعیین جهت حرکت ذره M است.

۱ دوره را حساب می‌کنیم:
 $T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{2.5} \text{ s}$

۲ مشخص می‌کنیم که $\Delta t = \frac{1}{24} \text{ s}$ چه کسری از دوره است:
 $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/24}{1/2.5} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{6} T$

راه حل اول: با توجه به جهت پیشروی موج، ذره M در حال حرکت رو به پایین است. اکنون مسیر حرکت آن را رسم کرده و به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده، مکان ذره را پس از $\frac{5}{6} T$ مشخص کرده و مسافت طی شده را از روی مسیر حرکت معین می‌کنیم.



ذره M پس از $\frac{T}{6}$ به مرکز می‌رسد و پس از $\frac{T}{6}$ به مرکز برمی‌گردد و $\frac{T}{6}$ بعد به M

می‌رسد که جمعاً $\frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{3T}{6} = \frac{\Delta t}{6}$ می‌شود و M به مکان اولیه باز می‌گردد و سرعت متوسط صفر است.

B ۱۴۳۶ ۴

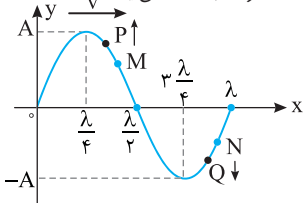
با توجه به نقش موج، طول موج برابر $\lambda = 5 \text{ cm}$ است در نتیجه تندی انتشار موج خواهد شد:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{5 \times 10^{-2}}{\frac{1}{12}} \Rightarrow v = 0.6 \text{ m/s}$$

گزینه ۱

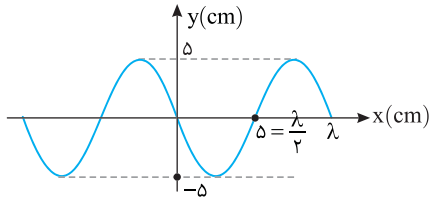
B ۱۴۳۸ ۳

خط فکری در نمودار $y-x$ یک موج که تصویر آن است، از محور افقی طول موج و از محور قائم دامنه حرکت به دست می آید:



جهت حرکت هر ذره از محیط با توجه به نقطه قبل به دست می آید، به طور مثال وقتی موج به سمت راست حرکت می کند ذره P که قبل از M است بالاتر از M قرار دارد یعنی ذره M رو به بالا در حال حرکت است. ذره قبل از N یعنی ذره Q پایین تر از N بوده و نقطه N در حال حرکت به سمت پایین است.

با توجه به محور افقی طول موج را به دست می آوریم: $\frac{\lambda}{2} = 5 \Rightarrow \lambda = 10 \text{ cm}$

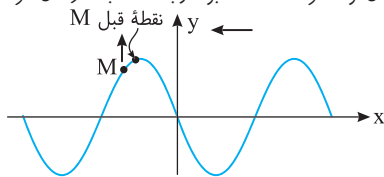


با توجه به رابطه $\lambda = vT = vT$ ، دوره نوسان ذرات موج و بسامد نوسان ذرات موج به دست می آید:

$$\lambda = vT \Rightarrow 10 \text{ cm} = 2 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \times T \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

تکنیک در مدت T ذرات محیط یک نوسان کامل انجام داده و به مکان قبلی و در همان جهت نوسان قبلی باز می گردند و در مدت $\frac{T}{2}$ مکان و جهت نوسان ذرات محیط قرینه می شوند.

با توجه به مکان M و جهت انتشار موج نقطه قبل M بالاتر از آن قرار دارد بنابراین در لحظه t_1 مکان نوسانگر $x = 3 \text{ cm}$ بوده و به سمت بالا در حال حرکت است.



در مدت $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{1}{4} \text{ s}$ باید دید نوسانگر چه مقدار

جابه جا شده است. دقت کنید که $\frac{1}{4} \text{ s}$ نصف دوره نوسان

است. بنابراین شکل روبه رو مکان و جهت

نوسانگر در این مدت قرینه می شود و جابه جایی آن خواهد شد:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow \Delta x = -3 - 3 = -6 \text{ cm}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

یادآوری سرعت متوسط برابر است با:

بزرگی سرعت متوسط ذره M را حساب می کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-6 \text{ cm}}{\frac{1}{4} \text{ s}} \Rightarrow v_{av} = -24 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$|v_{av}| = 24 \text{ cm/s}$$

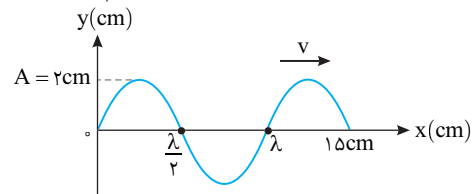
بزرگی سرعت متوسط خواسته شده $|v_{av}|$

تذکره دقت شود ذرات ریسمان فقط در جهت عمود بر پیشروی موج (یعنی در راستای محور y) ارتعاش (یا نوسان) می کنند و مسافت طی شده هر ذره ارتباطی به سرعت پیشروی موج در جهت x ندارد.

تندی موج در ریسمان برابر است با: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\lambda_0}{\rho/2}} = 20 \text{ m/s}$

با توجه به نقش موج داده شده طول موج را به دست می آوریم:

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 15 \text{ cm} \Rightarrow \frac{3\lambda}{2} = 15 \Rightarrow \lambda = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$



دوره نوسان خواهد شد:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = vT \Rightarrow 0.1 = 20 \times T \Rightarrow T = \frac{1}{200} \text{ s} = 0.005 \text{ s}$$

در حل این نوع مسائل پس از به دست آوردن دوره، بازه زمانی داده شده را با آن

مقایسه می کنیم: $\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.1}{0.005} \Rightarrow \Delta t = 20T$

بازه ارائه شده دو دوره کامل است و در هر دوره ذره مسافت $4A$ را طی می کند

۱ نوسان کامل	$4A = 8 \text{ cm}$
۲ نوسان کامل	16 cm

بنابراین:

B ۱۴۳۷ ۳

خط فکری در مسائل مربوط به نقش موج معمولاً می توان از روی نمودار، طول

موج و سپس دوره و بسامد را حساب کرد. سپس باید مشخص کنیم که بازه زمانی که در مسئله بیان شده چه کسری از دوره است تا بتوانیم به کمک آن، مسئله را حل کنیم.

با توجه به نقش موج داده شده طول موج برابر 5 cm است:

$$\lambda = vT \Rightarrow 5 = 2 \times T \Rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s}$$

دوره $\frac{1}{4} \text{ s}$ است و بازه $\frac{1}{8} \text{ s}$ برابر نصف

دوره است و یک نوسانگر در مدت نصف دوره مسافتی دو برابر دامنه $(2A)$ را طی می کند، با توجه به نمودار دامنه 2 cm است از این رو مسافت طی شده در مدت $\frac{1}{8} \text{ s}$

برابر $2 \times 2 = 4 \text{ cm}$ می شود.

بازری یا سوال نقش یک موج عرضی

که در یک طناب با تندی v در حال انتشار است، مطابق شکل مقابل است. مسافتی که

یک ذره از طناب در مدت $\frac{1}{8} \text{ s}$ طی می کند

برابر 18 cm است. v چند m/s است؟

- (۱) 0.6 (۲) 0.8 (۳) 0.4 (۴) 0.5

پایسج به نمودار نگاه کنید دامنه نوسان ذره های طناب 3 cm است و هر ذره در مدت یک دوره (T) مسافتی برابر $(4A = 4 \times 3 = 12 \text{ cm})$ طی می کند.

مسافت طی شده در مدت $\frac{1}{8} \text{ s}$ ، برابر 18 cm است.

مسافت 18 cm ، برابر مسافتی است که یک ذره در مدت یک و نیم دوره $(\frac{3}{2}T)$ طی می کند.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{18}{12} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{2}T$$

$$\frac{3}{2}T = \frac{1}{8} \Rightarrow T = \frac{1}{12} \text{ s}$$

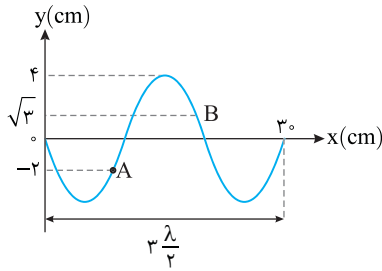
بنابراین می توانیم بنویسیم:

B ۱۴۴۰ ۲

خط فکری در این مسئله با دو ذره از محیط سر و کار دارید اما مهم نیست زیرا تمام مراحل حل مسئله مثل قبل است. نکته دیگر در حل این مسئله این است که مکان ذره B بر حسب دامنه $\frac{x_B}{A} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ است که شناخته شده نیست. نگران نباشید حل را ببینید.

۱ گام اول: طول موج را از روی محور افقی نقش موج به دست می آوریم:

$$3 \frac{\lambda}{2} = 30 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm}$$



۲ گام دوم: با استفاده از تندی انتشار موج، دوره را به دست می آوریم:

$$T = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow T = \frac{1}{40} \text{ s}$$

۳ مشخص می کنیم بازه زمانی داده شده چه کسری از دوره است:

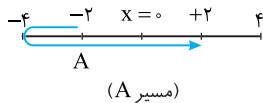
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{40} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{40}$$

نکته در مدت $\frac{T}{40}$ مکان و سرعت نوسانگر قرینه می شود.

۴ ذره A در مکان -2 cm قرار دارد بنابراین بعد از $\frac{T}{40}$ مکان آن قرینه می شود

یعنی مکانش $+2 \text{ cm}$ خواهد شد و جابه جایی آن از -2 cm تا $+2 \text{ cm}$ برابر $+4 \text{ cm}$ خواهد بود.

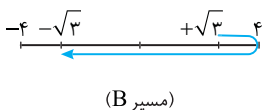
$$\Delta y_A = 2 + 2 = 4 \text{ cm}$$



۵ ذره B در مکان $+2 \text{ cm}$ قرار دارد و در مدت $\frac{T}{40}$ مکان آن قرینه شده و برابر

-2 cm می شود بنابراین جابه جایی آن از $+2 \text{ cm}$ تا -2 cm برابر -4 cm خواهد شد:

$$|\Delta y_B| = 2 + 2 = 4 \text{ cm}$$



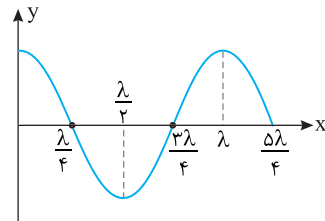
۶ نسبت جابه جایی ها برابر است با:

$$\frac{|\Delta y_B|}{\Delta y_A} = \frac{4}{4} = 1$$

B ۱۴۳۹ ۲

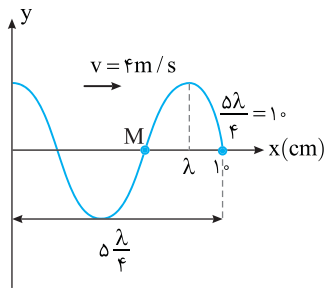
خط فکری در سؤالاتی مانند این سؤال که با تصویر موج یا به اصطلاح نقش موج سروکار داریم از محور قائم دامنه موج و از محور افقی طول موج را به دست می آوریم. دقت کنید در یک موج ذرات محیط دارای حرکت نوسانی اند پس برای بررسی حرکت ذرات محیط باید از رابطه $\lambda = vT = v/f$ دوره نوسان را حساب کنید.

نکته برای به دست آوردن طول موج در یک نقش موج به شکل زیر دقت کنید:



۱ با توجه به شکل $\frac{\Delta \lambda}{4}$ برابر 10 cm شده است، پس طول موج خواهد شد:

$$\Delta \frac{\lambda}{4} = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$$



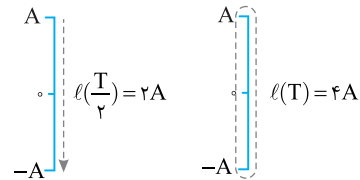
۲ با استفاده از رابطه $\lambda = vT$ دوره را به دست می آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{40}{4} \Rightarrow T = 10 \text{ s}$$

۳ بازه $10/25 \text{ s}$ را با دوره مقایسه می کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{10/25}{10} \Rightarrow \Delta t = 1/25 T \Rightarrow \Delta t = 1/25 T + \frac{T}{25}$$

نکته در هر دوره مسافتی که ذره M در حرکت هماهنگ ساده طی می کند برابر $4A$ و در نصف دوره برابر $2A$ است.



۴ بنابراین در مدت $1/25 T + \frac{T}{25}$ مسافت طی شده خواهد شد:

$$l = 1/25 (4A) + 2A \Rightarrow l = 50A$$

یادآوری تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

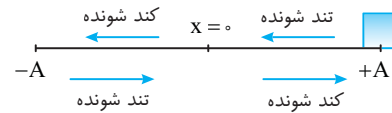
۵ تندی متوسط ذره M در این مدت برابر 6 m/s است از این رو خواهیم داشت:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{50A}{1/25} \Rightarrow A = 0.3 \text{ m} \Rightarrow A = 30 \text{ cm}$$

۱۴۴۱ B

خط فکری

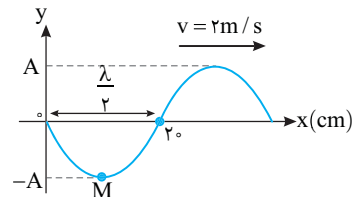
در حل مسائل نقش موج، معمولاً شما باید از روی نمودار، طول موج سپس به کمک تندی انتشار موج، دوره موج یعنی دوره حرکت هماهنگ ساده ذرات محیط را حساب کنید.



از طرفی هر گاه در مورد رفتار یک ذره از محیط از شما سؤال شود، باید به سراغ حرکت هماهنگ ساده بروید و به کمک دانسته‌های خود در مورد حرکت هماهنگ ساده، حرکت آن ذره را بررسی کنید. اگر ذره از مرکز نوسان به سوی دامنه حرکت کند حرکت آن کندشونده و اگر از دامنه به سوی مرکز برود حرکت آن تندشونده است.

اکنون به سراغ حل مسئله بروید.

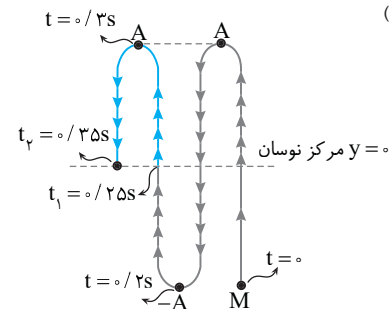
ابتدا طول موج را به دست می‌آوریم.
 $\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$



دوره را حساب می‌کنیم:
 $T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{40}{2} \Rightarrow T = 20 \text{ s}$

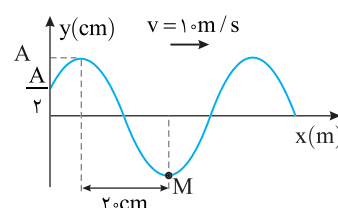
دوره را $T = 20 \text{ s}$ به دست آورده‌ایم. نمودار مربوط به لحظه $t = 0$ است اما طراح بازه زمانی را از $t_1 = 0/25 \text{ s}$ شروع کرده است یعنی ابتدا شما باید بررسی کنید که ذره M در لحظه t_1 در چه مکانی است. در مدت یک دوره یک نوسانگر به جای اولیه خود باز می‌گردد، بنابراین در $t = 0/25 \text{ s}$ نقطه M در مکان $-A$ است. دقت کنید که $0/05 \text{ s}$ در این حرکت برابر $T/4$ دوره است و در $T/4$ متحرک از دامنه به مرکز نوسان و بالعکس می‌رود. اکنون ادامه حرکت را بررسی می‌کنیم. در مدت $0/25 - 0/2 = 0/05 \text{ s}$ متحرک به محل تعادل خود می‌رسد ($y = 0$) و از آن جا به مدت $0/05 \text{ s}$ به انتهای مسیر (نقطه A) می‌رود که حرکت کندشونده است ($t = 0/3 \text{ s}$) و در $0/05 \text{ s}$ باقیمانده از A به تعادل بر می‌گردد و حرکت تندشونده است.

(البته این مسیر روی خط راست است که برای درک بهتر آن به صورت شکل زیر نمایش داده شده است.)



بازی با سؤال

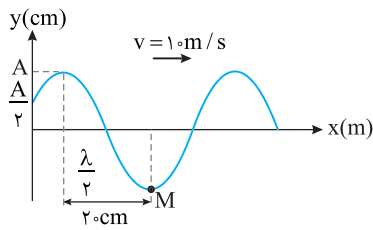
شکل زیر، نقش موج عرضی طنابی را در یک لحظه نشان می‌دهد. حرکت ذره M در بازه زمانی $0 \leq t \leq 1/10 \text{ s}$ چگونه است؟ **ریاضی - ۹۰**



- ۱) کندشونده
- ۲) تندشونده
- ۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
- ۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

پایسم طول موج و سپس دوره را به دست می‌آوریم:

$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0/4 \text{ m}$, $T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0/4}{1} \Rightarrow T = \frac{4}{100} \text{ s}$



مشخص می‌کنیم که $\frac{1}{100} \text{ s}$ چه کسری از دوره است: $\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/100}{4/100} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$

با توجه به شکل در مدت $T/4$ ، از مکان $-A$ به مرکز نوسان می‌رود و حرکتش تندشونده است.

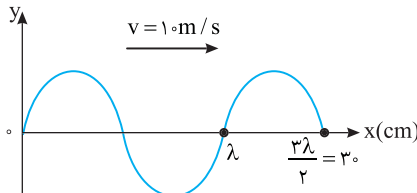
گزینه ۲

۱۴۴۲ B

خط فکری

معمولاً در مسائل موج و نوسان لازم است نسبت $\frac{\Delta t}{T}$ را محاسبه کنیم. برای این منظور مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱) با توجه به نمودار طول موج را حساب می‌کنیم: $\frac{3\lambda}{2} = 30 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0/2 \text{ m}$

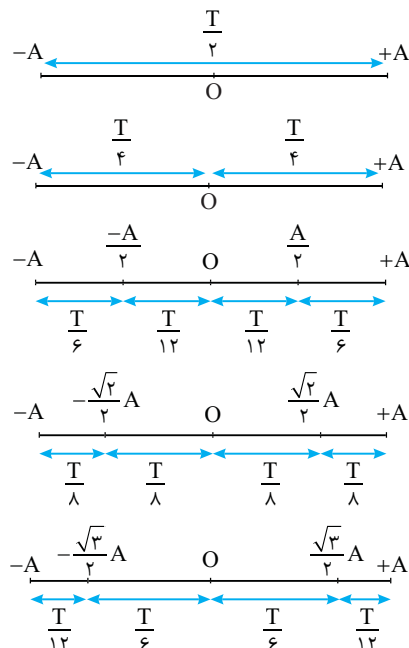


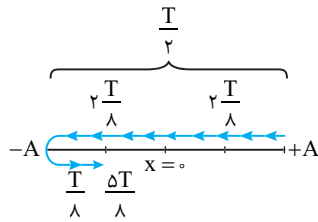
۲) حال دوره موج را حساب می‌کنیم: $v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 10 = \frac{0/2}{T} \Rightarrow T = 0/02 \text{ s} = \frac{2}{100} \text{ s}$

۳) بازه زمانی داده شده را بر حسب دوره به دست می‌آوریم:

$\Delta t = \frac{9}{400} \text{ s}$, $T = \frac{2}{100} \text{ s} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{9}{400} \times \frac{100}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{9}{8} T = T + \frac{T}{8}$

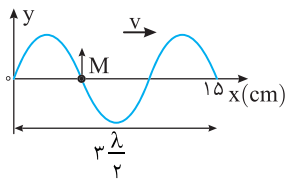
برای بررسی نوسان ذره‌های موج در هر لحظه لازم است بازه‌های زمانی زیر را به خاطر بسپارید:





۱۴۴۴ B

خط فکری از روی نمودار نقش موج، طول موج را به دست بیاورید و دوره حرکت ذرات محیط را حساب کنید. در مسئله راجع به رفتار یک ذره از محیط (ذره M) از شما سؤال شده است بنابراین پس از پیدا کردن دوره، شما باید حرکت هماهنگ ساده ذره M را بررسی کنید و بازه زمانی داده شده را با دوره مقایسه کنید تا متوجه شوید در بازه زمانی داده شده برای ذره M چه اتفاقی می افتد و از کجا به کجا می رود؟



۱ با توجه به شکل طول موج

خواهد شد: $3 \frac{\lambda}{2} = 1.5 \Rightarrow \lambda = 1.0 \text{ cm}$

۲ بسامد موج را به دست می آوریم:

$v = f\lambda \Rightarrow 2.0 = f(1.0) \Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$

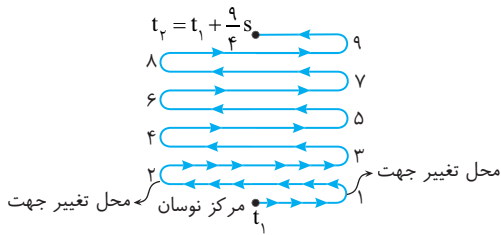
۳ دوره را حساب می کنیم:

$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$

$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2} T$

۴ اکنون $\Delta t = \frac{1}{4} \text{ s}$ را با دوره مقایسه می کنیم:

۵ وقتی که در مسئله درباره حرکت یک ذره از محیط پرسش می شود، یعنی شما باید به سراغ حرکت هماهنگ ساده بروید. در حرکت هماهنگ ساده در هر دوره، نوسانگر به موقعیت قبلی خود بازمی گردد یعنی مکان و سرعت خود را تکرار می کند. با توجه به جهت پیشروی موج نقطه M در مرکز نوسانش در حال حرکت رو به بالاست و در هر بازه $\frac{T}{4}$ ، یکبار جهت حرکتش عوض می شود بنابراین در مدت $9 \cdot (\frac{T}{4})$ ، ۹ بار جهت حرکتش عوض می شود.



نکته دقت کنید در صورت مسئله به جای تعداد تغییر جهت حرکت می توانست پرسش های زیر را مطرح کند:

- (۱) تندی نوسانگر چند بار صفر می شود؟ ۹ بار
- (۲) بزرگی شتاب نوسانگر چند بار بیشینه می شود؟ ۹ بار
- (۳) انرژی پتانسیل نوسانگر چند بار بیشینه می شود؟ ۹ بار
- (۴) انرژی جنبشی نوسانگر چند بار صفر می شود؟ ۹ بار

۱۴۴۵ B

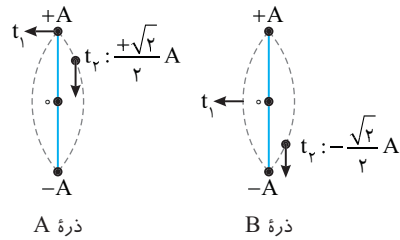
خط فکری در حل این مسائل باید یک نقطه از محیط مثلاً نقطه M را انتخاب کنید سپس با توجه به جهت حرکت آن مشخص کنید که در بازه زمانی بیان شده نقطه M به چه مکانی می رود. یک نقطه دیگر را نیز انتخاب کنید سپس نمودارهای داده شده در گزینه ها را بررسی کنید و ببینید در کدام نمودار وضعیت دو نقطه ای که انتخاب کرده اید درست نشان داده شده است. موج در حال حرکت به سمت چپ است بنابراین دره موج در حال نزدیک شدن به نقطه M است و نقطه قبل از M نیز پایین تر از M قرار دارد بنابراین M رو به پایین حرکت می کند و در مدت $\frac{T}{4}$ نقطه M به دامنه -A می رسد بنابراین نمودار گزینه (۱) پاسخ مسئله است.

۴ حال حرکت ذره های A و B را بررسی می کنیم.

ذرات A و B روی ریسمان در حال نوسان اند.

نوسان A: ذره A ابتدا در دامنه مثبت قرار دارد پس از یک دوره (T) مجدد به همان مکان می رسد و $\frac{T}{8}$ ثانیه بعد به مکان $+\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می رسد.

نوسان B: ذره B ابتدا در $x=0$ قرار دارد و با توجه به جهت انتشار موج، ذره قبلی B پایین تر از آن قرار داد و این ذره ابتدا به سمت پایین شروع به نوسان کرده و پس از T مجدد به همان مکان می رسد و در مدت $\frac{T}{8}$ به مکان $-\frac{\sqrt{2}}{2}A$ می رسد:



نکته برای یک نوسانگر تندی در دامنه ها صفر و در $x=0$ بیشینه است:

$v = 0 \quad v_{\text{max}} \quad v = 0$
 $-A \quad 0 \quad A$

۵ مکان ذره های A و B در $x=0$ و $x=A$ نیست پس گزینه های (۱) و (۲) نادرست است.

۶ ذره A در حال حرکت به سمت $x=0$ است، پس ذره A در حال حرکت به سمت مکانی است که تندی در آن بیشینه می شود و حرکت این ذره تندشونده است. ذره B در حال حرکت به سمت $x=-A$ است، پس ذره B در حال حرکت به سمت مکانی است که تندی آن صفر می شود، پس حرکت این ذره کندشونده است و گزینه (۳) درست است.

۱۴۴۳ B

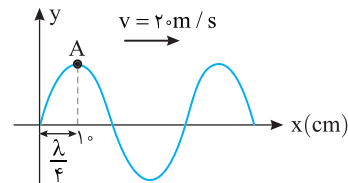
نکته هنگام گذر نوسانگر از حالت تعادل ($y=0$) جهت بردار مکان تغییر می کند.

۱ گام اول: یافتن طول موج از روی محور افقی:

$\frac{\lambda}{4} = 1.0 \Rightarrow \lambda = 4.0 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$

۲ گام دوم: یافتن دوره با استفاده از تندی انتشار موج:

$\lambda = vT \Rightarrow 0.04 = 2.0 \cdot T \Rightarrow T = 0.02 \text{ s}$



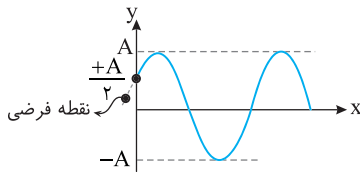
۳ گام سوم: نقطه مورد نظر در چه جهتی حرکت خواهد کرد؟ نقطه A در دامنه قرار دارد و قطعاً رو به پایین حرکت خواهد کرد و به مرکز نوسان نزدیک می شود.

۴ گام چهارم: مشخص می کنیم که $\frac{1}{80} \text{ s}$ چه کسری از دوره است:

$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/80}{0.02} = \frac{5}{8} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{8} T$

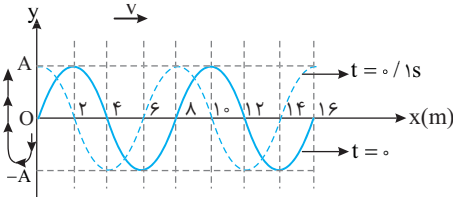
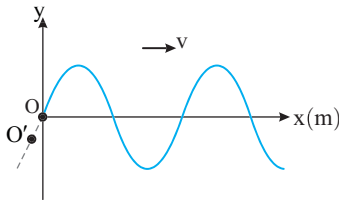
۵ مسیر حرکت را رسم می کنیم. نوسانگر در بازه حرکت از +A با -A یعنی $\frac{T}{4}$ یکبار از مرکز نوسان می گذرد و بردار مکان تغییر جهت می دهد.

اما در ادامه بازه یعنی $\frac{\Delta T}{8} - \frac{T}{2} = \frac{T}{8}$ نوسانگر دیگر به مرکز نوسان نمی رسد. بنابراین بردار مکان ذره A در مدت $\frac{1}{80} \text{ s}$ تنها یک بار تغییر جهت می دهد.



۱ ۱۴۴۷ A

فکر کنید سؤال عجیب و زیبایی است. نقش موج در دو لحظه $t=0$ و $t=0/1s$ رسم شده است یعنی موج در $0/1s$ پیشروی کرده و جلو رفته است. باید به نمودار در لحظه $t=0$ دقت کنید. نمودار را در قسمت منفی x ادامه دهید. خواهید دید که در لحظه $t=0$ قله موج از O گذشته و نقطه فرضی قبل از O پایین تر از O بوده یعنی O رو به پایین در حال حرکت است اما نمودار در لحظه $t=0/1s$ نشان می دهد که O در این لحظه به مکان $+A$ رسیده است این چگونه ممکن است؟ مطابق شکل باید O به $-A$ رفته $(\frac{T}{4})$ و از $-A$ به $+A$ $(\frac{T}{4})$ رفته باشد یعنی $0/1s$ برابر $\frac{2T}{4}$ است. حال مسئله قابل حل است.

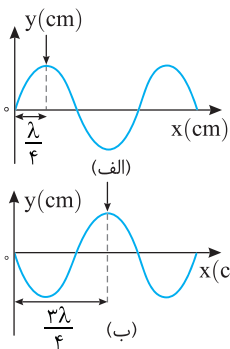


با توجه به جهت سرعت انتشار موج نقطه O در حال پایین رفتن است و مطابق شکل $0/1s$ معادل $\frac{3T}{4}$ می باشد از این رو دوره خواهد شد:

$$\frac{3T}{4} = \frac{0/1s}{f} \Rightarrow T = \frac{4}{30} s \Rightarrow f = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ Hz}$$

با توجه به شکل $\lambda = 8m$ است از این رو: $v = f\lambda \Rightarrow v = 7.5 \times 8 = 60 \text{ m/s}$

۳ ۱۴۴۸ A



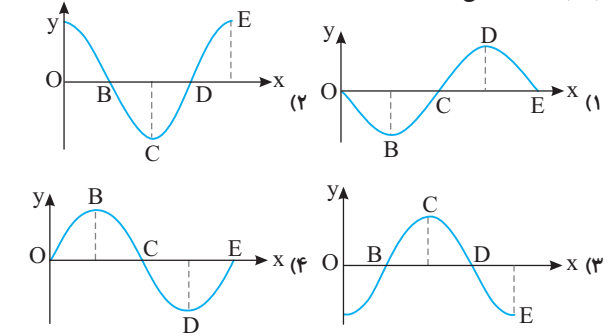
فکر کنید برای نمایش یک نقطه از موج که در حال پیشروی در یک محیط است، آن را با یک فلش مشخص می کنند. در شکل (الف)، نقطه مورد نظر در فاصله $\frac{\lambda}{4}$ از مبدأ قرار دارد و در بازه $\Delta t = t_2 - t_1$ به فاصله $\frac{3\lambda}{4}$ از مبدأ رسیده است (شکل ب). در این مدت موج $\frac{3\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$ پیشروی می کند. مدت زمانی که طول می کشد موج $\frac{\lambda}{2}$ پیشروی کند برابر $\frac{T}{2}$ است. با توجه به این نکته مسئله قابل حل است.

۱ دوره را حساب می کنیم: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \text{ Hz}} = 0.02 \text{ s}$

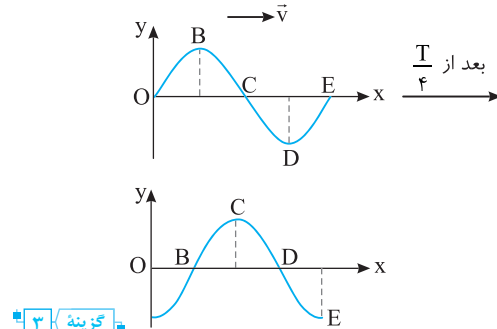
۲ بازه زمانی $t_2 - t_1$ برابر نصف دوره است بنابراین:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{0.02}{2} = 0.01 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 10^{-2} \text{ s}$$

بازرسانه سوال در شکل روبه رو، شکل یک موج نشان داده شده است. پس از گذشت زمان $\frac{T}{4}$ ، کدام گزینه شکل موج را درست نشان می دهد؟



بیا بسنج نقطه B را در نظر می گیریم. پس از $\frac{T}{4}$ نقطه B از $+A$ به مرکز نوسان می آید بنابراین B باید روی محور x باشد. اما نقطه C از مرکز نوسان در حال حرکت رو به بالاست و بعد از $\frac{T}{4}$ به $+A$ می رسد یعنی C باید در دامنه $+A$ باشد. تنها گزینه ای که چنین است گزینه (۳) است.

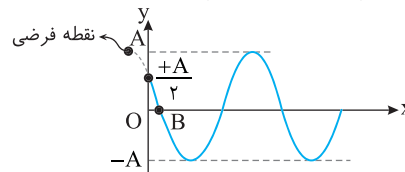


گزینه ۳

۲ ۱۴۴۶ C

به مبدأ نمودار نگاه کنید. نقطه مبدأ در دامنه $+A$ قرار دارد و قطعاً با گذشت زمان باید به پایین بیاید اما یک نوسانگر ساده در مدت $\frac{T}{6}$ از مکان $+A$ به مکان $+\frac{A}{2}$ می رسد. بنابراین گزینه های (۳) و (۴) نادرست هستند زیرا مکان $+\frac{\sqrt{3}}{2}A$ شده است. بعد از این لحظه همچنان ذره O باید رو به پایین در حرکت باشد.

در شکل گزینه (۱) اگر نقطه ای قبل از مبدأ فرض کنید آن نقطه بالاتر از $+\frac{A}{2}$ است بنابراین O در حال حرکت رو به بالاست و گزینه (۱) نادرست است.

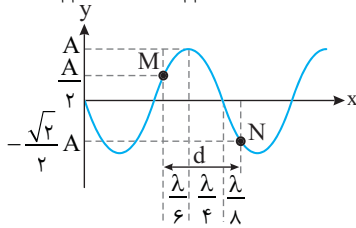


در شکل گزینه (۲) نقطه فرضی قبل از مبدأ در حال حرکت رو به پایین است و جواب مسئله گزینه (۲) است.

۴ ۱۴۵۰ B

۱ با توجه به بازه‌های مکانی شناخته شده مسافت طی شده را بر حسب طول موج به دست می‌آوریم:

$$d = \frac{\lambda}{6} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{8} = \frac{4\lambda + 6\lambda + 3\lambda}{24} \Rightarrow d = \frac{13}{24}\lambda$$



۲ نکته مهم این است که مسافت λ را در مدت یک دوره (T) طی می‌کند بنابراین

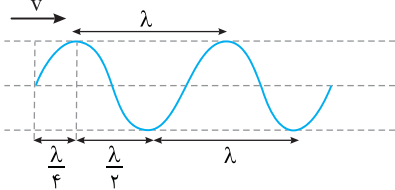
$$\frac{13T}{24} = 0.26T \Rightarrow T = 0.48s$$

$$N = \frac{t}{T} \Rightarrow N = \frac{1/6 \times 60}{0.48} = 200$$

۲ ۱۴۵۱ A

۱ **بیابوری** در موج عرضی، راستای نوسان ذره‌های محیط بر راستای پیشروی موج عمود است و در شکل ظاهری موج عرضی، برآمدگی و فرورفتگی قابل مشاهده است. در موج عرضی فاصله بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی متوالی برابر یک طول موج (λ) بوده و فاصله بین یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است. در این پرسش، کافی است طول موج را به دست آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{0.5}{2/5} \Rightarrow \lambda = 0.25m = 25cm$$



۲ ۱۴۵۲ B

۱ **خط فکری** منظور از ضربه موج بر ساحل، برخورد برآمدگی موج به ساحل است. بنابراین وقتی اختلاف زمانی دو ضربه متوالی 2s باشد، یعنی دوره نوسان موج 2s است. از طرفی فاصله دو برآمدگی متوالی یعنی طول موج بنابراین به راحتی می‌توانید تندی انتشار موج را حساب کرده و زمانی که این موج مسافت 120m را طی می‌کند به دست بیاورید.

۱ **تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم:** $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1m}{2s} \Rightarrow v = \frac{1}{2} m/s$

۲ **زمان رسیدن موج از چشمه به نقطه‌ای در فاصله 120 متری خواهد شد:**

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow 120 = \frac{1}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta t = 240s = 4min$$

۴ ۱۴۵۳ B

۱ **نکته:** تندی امواج سطحی آب در آب‌های کم عمق به عمق بستگی دارد و هرچه عمق آب کمتر باشد، تندی انتشار موج سطحی کمتر می‌شود. عمق ظرف (۲) از عمق ظرف (۱) کمتر است و تندی انتشار امواج سطحی در ظرف (۱) از ظرف (۲) بیشتر است. ($v_1 > v_2$)

اما در مورد بیشینه تندی ذرات محیط ($v_m = A\omega$) باید بسامد زاویه‌ای نوسان‌سازها را به دست بیاوریم:

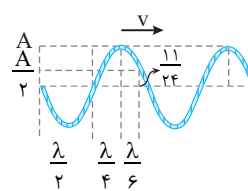
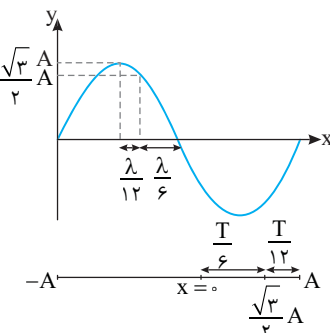
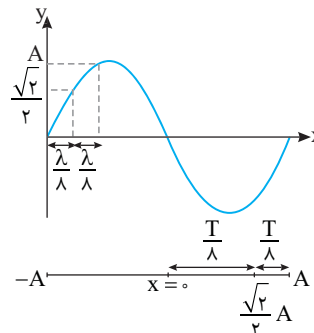
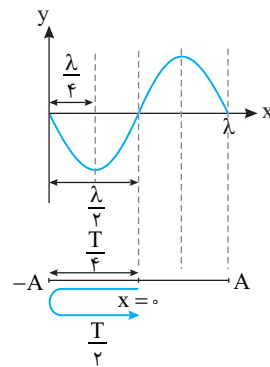
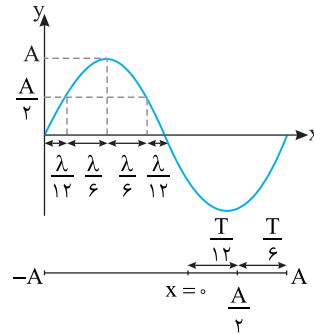
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}}, \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{4}{1}} = 2 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{A\omega_1}{A\omega_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_1} = \frac{v_2}{v_2} \Rightarrow v_1 < v_2$$

بنا به فرض مسئله دامنه‌ها یکسان است بنابراین:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{A\omega_2}{A\omega_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow v_2 < v_1$$

۳ ۱۴۴۹ B

۱ **خط فکری** طول موج فاصله‌ای است (مسافتی) که موج در مدت یک دوره طی می‌کند. جالب است بدانید تمام تقسیمات در بازه‌های زمانی شناخته شده، عیناً در مورد بازه‌های مکانی برقرار است.

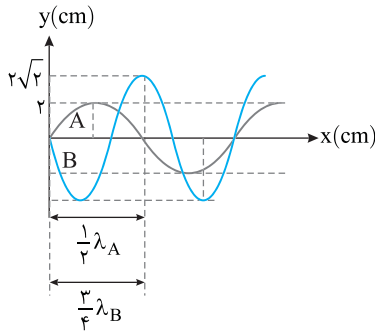


$$v = f\lambda = 5 \times 0.5 = 2.5 m/s$$

با توجه به شکل و بازه‌های مکانی شناخته شده می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{6} = \frac{11}{24} \Rightarrow \frac{6\lambda + 3\lambda + 2\lambda}{24} = \frac{11}{24} \Rightarrow \lambda = 0.5m$$

تندی انتشار موج برابر است با:



۲ نصف طول موج A برابر $\frac{3}{4}$ طول موج B است. بنابراین:

$$\frac{1}{3}\lambda_A = \frac{3}{4}\lambda_B \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{4}{9}$$

۳ با توجه به این که هر دو موج در طناب واحدی منتشر می‌شوند، بنابراین سرعت انتشار هر دو موج یکسان است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v_A = \lambda_A f_A \\ v_B = \lambda_B f_B \end{cases} \xrightarrow{v_A = v_B} \lambda_A f_A = \lambda_B f_B \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{9}{4}$$

۴ نسبت توان‌ها خواهد شد:

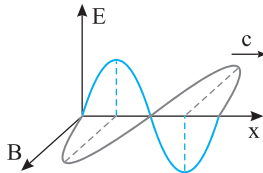
$$\frac{\bar{P}_B}{\bar{P}_A} = \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \times \left(\frac{f_B}{f_A}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 \times \left(\frac{9}{4}\right)^2 = 2 \times \frac{81}{16} = \frac{9}{2}$$

۲ ۱۴۵۹ A

یادآوری امواج الکترومغناطیسی از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی هم‌بسامد، هم‌گام و عمود بر هم تشکیل شده‌اند که این میدان‌ها بر امتداد پیشروی موج عمودند. با توجه به یادآوری گزینه (۲) درست است.

۲ ۱۴۶۰ A

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی، هم‌بسامد و هم‌گام هستند یعنی در هر لحظه یکی از آن‌ها بیشینه باشد دیگری نیز بیشینه است. از طرفی این دو میدان بر هم عمودند بنابراین گزینه (۲) درست است.



۴ ۱۴۶۱ A

موج الکترومغناطیسی از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی هم‌بسامد و عمود بر هم تشکیل شده که این میدان‌ها بر مسیر حرکت عمود بوده و این امواج عرضی هستند و

گزینه (۱) درست است. تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ با سرعت $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

منتشر می‌شوند و گزینه (۲) درست است. بسامد نوسان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی یکسان بوده بنابراین تعداد نوسان‌های این دو میدان در واحد زمان (۱s) برابر است و گزینه (۳) درست است. طول موج میدان الکتریکی و مغناطیسی تمام امواج الکترومغناطیسی با هم برابرند و گزینه (۴) نادرست است.

بازی با سؤال کدام یک از گزینه‌های زیر جزء ویژگی‌های موج الکترومغناطیسی نیست؟

از کتاب درسی

(۱) حامل انرژی و حامل بار الکتریکی هستند.

(۲) عرضی بوده و در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شود.

(۳) تندی انتشار تمام طول موج‌های موج الکترومغناطیسی یکسان است.

(۴) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی آن‌ها بر مسیر پیشروی موج عمود است.

۴ ۱۴۵۴ A

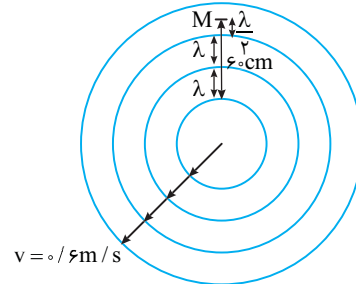
خط فکری نقطه M وسط دو جبهه موج متوالی قرار دارد بنابراین فاصله نقطه M از جبهه موج مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است و فاصله دو جبهه متوالی λ است. با توجه به این نکته بررسی کنید 6cm معادل چند λ است و λ را به دست آورده سپس با استفاده از تندی انتشار امواج، بسامد را حساب کنید.

۱ با توجه به شکل فاصله 6cm معادل $\lambda + \lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{5\lambda}{2}$ است بنابراین طول موج خواهد شد:

$$5 \frac{\lambda}{2} = 6 \Rightarrow \lambda = \frac{12}{5} \Rightarrow \lambda = 2.4\text{m}$$

۲ بسامد را حساب می‌کنیم:

$$v = f\lambda \Rightarrow 6 = f \times 2.4 \Rightarrow f = 2.5\text{Hz}$$



۲ ۱۴۵۵ A

۱ در شکل B، فاصله جبهه‌های موج بیشتر است بنابراین طول موج در تحت موج B از طول موج در تحت موج A بلندتر است. چشمه‌های موج مشابه بوده یعنی بسامد یکسان است از این‌رو:

$$\begin{cases} \lambda_B > \lambda_A \\ f_B = f_A \end{cases} \Rightarrow v_B > v_A$$

نکته تندی امواج در سطح آب به عمق آب بستگی دارد و در عمق بیشتر تندی امواج بیشتر است.

۲ تندی انتشار امواج سطحی در تحت موج B از تندی انتشار امواج در تحت موج A بیشتر است، بنابراین عمق تحت موج B از عمق تحت موج A بیشتر است.

۱ ۱۴۵۶ A

ثابت می‌شود مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) در یک موج سینوسی برای همه انواع امواج مکانیکی با مربع دامنه (A^2) و نیز مربع بسامد (f^2) موج متناسب است.

۲ ۱۴۵۷ A

مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) متناسب است، بنابراین با دو برابر شدن دامنه و نصف شدن بسامد مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی تغییر نمی‌کند (دقت کنید با دو برابر شدن دوره بسامد نصف می‌شود).

$$\frac{\bar{P}_2}{P_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\frac{f_1}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{2A_1}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\bar{P}_2}{P_1} = 1$$

۲ ۱۴۵۸ B

یادآوری توان متوسط انتقال انرژی با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) موج متناسب است.

۱ با توجه به شکل مسئله، دامنه نوسان ذرات محیط در موج A برابر 2cm و دامنه نوسان ذرات در موج B برابر $2\sqrt{2}\text{cm}$ است، پس

$$\frac{A_B}{A_A} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

۱ ۱۴۶۶ A

سرعت تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر با $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است. از

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \Rightarrow c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \Rightarrow \epsilon_0 \mu_0 = c^{-2}$$

این‌رو:

با توجه به فرض مسئله $\epsilon_0 \mu_0 = c^k$ است. بنابراین:

$$c^{-2} = c^k \Rightarrow k = -2$$

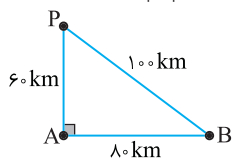
۱ ۱۴۶۷ A

سرعت انتشار موج در یک محیط مقدار ثابتی است و معادله انتشار موج همان معادله حرکت یکنواخت با سرعت ثابت روی خط راست است.

$$\Delta x = vt \Rightarrow \frac{\Delta x = 3.0 \times 10^7 \text{ m}}{v = c} \rightarrow 3.0 \times 10^7 = 3 \times 10^8 t \Rightarrow t = 10^{-1} \text{ s}$$

۱ ۱۴۶۸ A

خط فکری یک مسئله بسیار ساده حرکت‌شناسی است. شما باید زمان رسیدن موج از ایستگاه‌های A و B به گیرنده P را حساب کرده از هم کم کنید.



۱ فاصله ایستگاه رادیویی B را از گیرنده P حساب می‌کنیم:

$$PB^2 = 60^2 + 80^2 \Rightarrow PB = 100 \text{ km}$$

۲ زمان رسیدن سیگنال از ایستگاه A به گیرنده P خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 60 \times 10^3 = 3 \times 10^8 t_A \Rightarrow t_A = 20 \times 10^{-5} \text{ s}$$

۳ زمان رسیدن سیگنال از ایستگاه B به گیرنده P را حساب می‌کنیم.

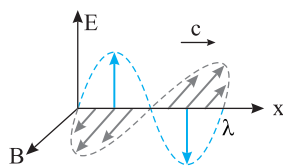
$$\Delta x = vt \Rightarrow 100 \times 10^3 = 3 \times 10^8 t_B \Rightarrow t_B = \frac{100}{3} \times 10^{-5} \text{ s}$$

۴ اختلاف زمانی خواهد شد:

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{100}{3} \times 10^{-5} - 20 \times 10^{-5} = \frac{100 - 60}{3} \times 10^{-5} \Rightarrow \Delta t = \frac{4}{3} \times 10^{-4} \text{ s}$$

۳ ۱۴۶۹ A

در یک موج الکترومغناطیسی، نوسان‌های میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی دارای بسامد یکسان بوده و سرعت انتشار آن‌ها یکی است. در نتیجه طول موج آن‌ها نیز برابر است.



۴ ۱۴۷۰ A

با توجه به رابطه بین طول موج، بسامد و سرعت انتشار موج می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{v = c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{f} = \frac{\lambda = 6 \times 10^{-6} \text{ mm}}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{-6}} \Rightarrow f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

باز، با سؤال در یک موج الکترومغناطیسی، طول موج $3 \times 10^5 \text{ nm}$ است.

دوره تناوب موج در SI کدام است؟ $(c = 3 \times 10^8 \text{ m/s})$ **کنکور دهه‌های گذشته**

- (۱) 10^{-12} (۲) 10^{-12} (۳) $\frac{1}{3} \times 10^{-12}$ (۴) $\frac{1}{3} \times 10^{-12}$

پاسخ با توجه به تعریف طول موج، دوره را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{3 \times 10^5 \times 10^{-9}}{3 \times 10^8} \Rightarrow T = 10^{-12} \text{ s}$$

گزینه ۲

پاسخ یادآوری ویژگی‌های امواج الکترومغناطیسی:

۱ موج‌های الکترومغناطیسی از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی هم‌دوره، هم‌گام و عمود بر هم تشکیل شده‌اند.

۲ این امواج حامل انرژی بوده و

۳ حامل بار الکتریکی نیستند و گزینه (۱) نادرست است.

۴ در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منحرف نمی‌شوند.

۵ این امواج عرضی هستند و گزینه (۲) درست است.

۶ سرعت آن‌ها در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است و گزینه (۳) درست است.

۷ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر مسیر پیشروی موج عمودند و گزینه (۴) درست است.

گزینه ۱

۳ ۱۴۶۲ B

در اطراف بار الکتریکی چه ساکن و چه متحرک میدان الکتریکی وجود دارد. از طرفی هرگاه میدان مغناطیسی در ناحیه‌ای از فضا تغییر کند، در آن ناحیه میدان الکتریکی القایی به‌وجود می‌آید و گزینه (۱) درست است.

در اطراف آهن‌ربا و سیم حامل جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی وجود دارد. از طرفی هرگاه میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا تغییر کند در آن ناحیه میدان مغناطیسی به وجود می‌آید و گزینه (۲) درست است.

در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان الکتریکی و مغناطیسی بر راستای انتشار موج عمودند و گزینه (۳) نادرست است.

امواج الکترومغناطیسی در هر سه محیط منتشر می‌شوند و بنابراین گزینه (۴) درست است.

باز، با سؤال امواج الکترومغناطیسی در کدام یک از این مواد می‌توانند

منتشر شوند؟

(۱) شیشه (۲) آب

(۳) آهن (۴) هر سه گزینه درست هستند.

پاسخ موج‌های الکترومغناطیسی در تمام محیط‌ها حتی در خلأ منتشر

می‌شوند. برای مثال، نور مرئی از آب و شیشه می‌گذرد و امواج X و γ از آهن می‌گذرند.

گزینه ۴

۲ ۱۴۶۳ A

بنا به نظریهٔ ماکسول، تغییر هر کدام از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با زمان، میدان دیگری را ایجاد می‌کند. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۴ ۱۴۶۴ A

بنابر قانون القای الکترومغناطیسی فاراده: تغییر شار مغناطیسی گذرنده از یک مدار بسته سبب ایجاد نیروی محرکهٔ القایی می‌شود. بنابراین گزینه (۱) نظریهٔ فاراده بوده و نظریهٔ ماکسول نیست و گزینه (۱) نادرست است.

نکته طبق نظریه ماکسول، عامل ایجاد امواج الکترومغناطیسی حرکت شتاب‌دار ذرهٔ باردار است. در گزینه (۲) تنها به حرکت بار اشاره شده و این گزینه نادرست است.

گزینه (۳) بنابر قانون لنز درست است، نه ماکسول، گزینه (۴) بیان مستقیم ماکسول است. پس گزینه (۴) درست است.

۳ ۱۴۶۵ A

تندی انتشار تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است که

در آن ϵ_0 ضریب گذردهی الکتریکی خلأ و μ_0 قابلیت تراوایی مغناطیسی خلأ بوده

یعنی $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ از جنس سرعت است.

۱ ۱۴۷۱ A

در صورت مسئله بیان شده که طول آنتن $\frac{1}{4}$ طول موج دریافتی است، بنابراین وقتی طول آنتن $6/5 \text{ cm}$ باشد، طول موج خواهد شد:

$$\text{طول آنتن} = \frac{1}{4} \lambda \Rightarrow 6/5 = \frac{1}{4} \lambda \Rightarrow \lambda = 4 \times 6/5 = 2.4 \text{ cm}$$

بسامد موج را به دست می آوریم:

$$v = f\lambda \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{2.4 \times 10^{-2}} \Rightarrow f \approx 1.25 \times 10^7 \text{ Hz} \Rightarrow f = 12.5 \text{ MHz}$$

۲ ۱۴۷۲ B

۱ بسامد از ویژگی چشمه موج بوده و با تغییر محیط ثابت می ماند. یعنی بسامد نور در هوا و در زجاجیه چشم با هم برابر است. تندی نور در هوا و طول موج نور در هوا را در اختیار داریم بنابراین می توانیم بسامد را حساب کنیم

$$\lambda_{\text{هوا}} = \frac{v_{\text{هوا}}}{f} \quad v_{\text{هوا}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}, \lambda_{\text{هوا}} = 6 \mu\text{m}$$

$$\Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{-6}} \Rightarrow f = \frac{10^{15}}{2} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۲ با در اختیار داشتن طول موج این پرتو در زجاجیه ($\lambda' = 0.45 \mu\text{m}$) و همچنین با داشتن بسامد نور $f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ به سادگی تندی انتشار نور در زجاجیه به دست می آید.

$$v = f\lambda \Rightarrow v = 5 \times 10^{14} \times 0.45 \times 10^{-6} \Rightarrow v = 2.25 \times 10^8 \text{ m/s}$$

۳ ۱۴۷۳ B

۱ بنا به فرض مسئله طول موج پرتو A، 120 نانومتر از طول موج پرتو B، کمتر است.

$$\lambda_B = \lambda_A + 120$$

۲ بسامد A، 25 درصد از بسامد B بیشتر است، در نتیجه:

$$f_A = f_B + 0.25 f_B \Rightarrow f_A = 1.25 f_B \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = 1.25 \quad (I)$$

۳ در یک محیط تندی انتشار موج ثابت است، از این رو نسبت طول موج های A و B عکس نسبت بسامدهای آن هاست.

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{f_A}{f_B} \quad (II) \rightarrow 1/25 = \frac{\lambda_A + 120}{\lambda_A} \Rightarrow 1/25 \lambda_A = \lambda_A + 120$$

$$\Rightarrow 0.04 \lambda_A = 120 \Rightarrow \lambda_A = 3000 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_A = 3 \mu\text{m}$$

$$\lambda_B = \lambda_A + 120 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_B = 3120 \text{ nm} \Rightarrow \lambda_B = 3.12 \mu\text{m}$$

۲ ۱۴۷۴ A

۱ یادآوری در امواج الکترومغناطیسی، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی همگام (همفاز) هستند، یعنی با هم بیشینه، با هم صفر و با هم کمینه می شوند و در هر لحظه ای که E بیشینه است در همان لحظه B نیز بیشینه است.

۲ خط فکری مانند حرکت هماهنگ ساده کمترین فاصله زمانی رسیدن نوسانگر از +A به صفر برابر $\frac{T}{4}$ است، در اینجا نیز کمترین فاصله زمانی رسیدن میدان های

الکتریکی و مغناطیسی از حالت بیشینه به صفر $\frac{T}{4}$ است، بنابراین شما باید دوره را حساب کنید. کمینه اختلاف زمانی بین t_1 و t_2 ، $\frac{T}{4}$ است.

۱ دوره را به دست می آوریم.

$$\lambda = vT \quad \frac{\lambda = 450 \text{ m}}{v = c} \rightarrow 450 = 3 \times 10^8 \times T \Rightarrow T = \frac{450}{3 \times 10^8}$$

$$\Rightarrow T = 1.5 \times 10^{-6} \text{ s} = 1.5 \mu\text{s}$$

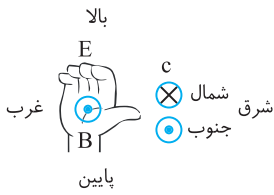
۲ اختلاف زمانی $t_2 - t_1$ خواهد شد:

$$t_2 - t_1 = \frac{T}{4} = \frac{1.5 \times 10^{-6}}{4} \Rightarrow \Delta t = 0.375 \times 10^{-6} \text{ s} = 375 \text{ ns}$$

۳ ۱۴۷۵ A

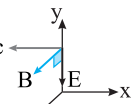
چهار انگشت دست راست خود را رو به بالا بگیرد (در جهت میدان الکتریکی) به گونه ای که انگشت شست دست راست شما در راستای انتشار موج (به سمت شرق (سمت راست بدنتان)) باشد، در این حالت کف دست شما در راستای

میدان مغناطیسی (رو به جنوب (رو به پشت سر شما)) خواهد بود. اگر جهت رو به شمال درون سو و جهت رو به جنوب برون سو باشد، جهت B رو به جنوب خواهد بود.



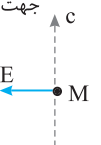
۱ ۱۴۷۶ A

با توجه به قانون دست راست برای موج الکترومغناطیسی باید انگشت شست در جهت پیشروی موج یعنی خلاف جهت محور Xها باشد، به گونه ای که کف دست در جهت B یعنی محور Zها باشد، در این حالت چهار انگشت باز دست راست



به سمت Yهای منفی است، یعنی جهت میدان الکتریکی در خلاف جهت محور Yهاست.

۱ **بازی با سوال** در شکل روبه رو، میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی گسیلی از یک آنتن فرستنده رادیویی در نقطه M در لحظه نشان داده شده بیشینه است. در همان لحظه میدان مغناطیسی موج چگونه است؟



(۱) صفر است.

(۲) بیشینه رو به بالاست.

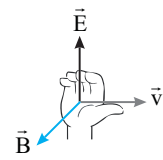
(۳) بیشینه و برون سو است.

(۴) بیشینه و درون سو است.

۲ **یادداشت** میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم بسامد و همگام هستند. بنابراین هنگامی که میدان الکتریکی بیشینه است، میدان مغناطیسی نیز بیشینه است.

قاعده دست راست برای موج الکترومغناطیسی:

چهار انگشت: جهت میدان الکتریکی، انگشت شست: راستای پیشروی موج، کف دست: جهت میدان مغناطیسی. چهار انگشت باز دست راست را در جهت E به سمت چپ بگیرید به طوری که



انگشت باز شست به سمت بالای صفحه کاغذ باشد (در جهت C). در این صورت کف دست شما به سمت خارج صفحه یعنی برون سو است. در نتیجه میدان مغناطیسی در این لحظه بیشینه و برون سو است.

۳ **گزینه**

۳ ۱۴۷۷ B

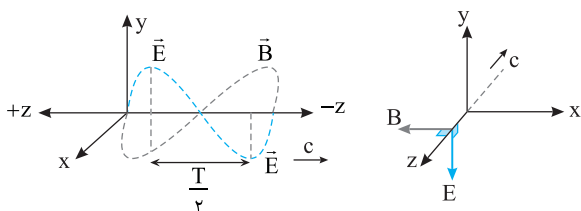
۱ **خط فکری** ابتدا جهت میدان الکتریکی E را بعد از $\frac{T}{4}$ مشخص می کنیم، سپس

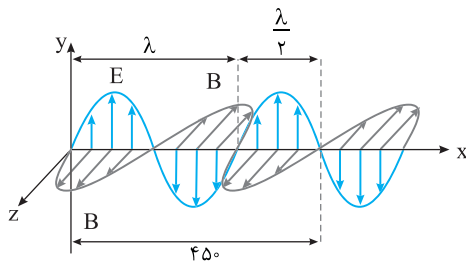
به کمک قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی را معین می کنیم.

۱ در مدت $\frac{T}{4}$ جهت بردار میدان الکتریکی \vec{E} قرینه می شود، یعنی جهت میدان

E که در جهت مثبت محور Yهاست، قرینه شده و در جهت منفی محور Yها می شود.

۲ چهار انگشت باز دست راست خود را در خلاف جهت محور Yها به گونه ای بگیرید که انگشت باز شست در خلاف جهت محور Z باشد، در این صورت کف دست شما در جهت منفی محور Xها خواهد بود.





۲ دوره را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = vT \xrightarrow{v=c} T = \frac{\lambda}{c} \Rightarrow T = \frac{300 \times 10^{-9}}{3 \times 10^8} \Rightarrow T = 10^{-15} \text{ s}$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

۳ بسامد نوسان خواهد شد:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 10^{15} \text{ Hz}$$

گزینه (۲) نادرست است.

۴ تندی حرکت موج الکترومغناطیسی در خلأ ثابت و برابر $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v=3 \times 10^8 \text{ m/s}} \Delta x = 3 \times 10^8 \text{ m}$$

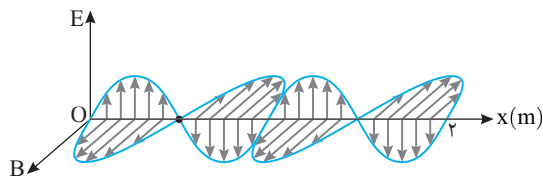
بنابراین موج الکترومغناطیسی در مدت یک ثانیه، $3 \times 10^8 \text{ m}$ طی می‌کند که برابر با $3 \times 10^{17} \text{ nm}$ است. بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

۵ نکته: طول موج‌های بین 400 nm (بنفش) تا 700 nm (قرمز) در محدوده نور مرئی قرار دارند.

۵ طول موج این موج 300 nm است در حالی که محدوده تقریبی طول موج‌های مرئی بین 400 nm (بنفش) تا 700 nm (قرمز) است بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۶ باز با سوال: نمودار میدان الکترومغناطیسی بر حسب مکان یک موج

الکترومغناطیسی که در خلأ منتشر می‌شود، مطابق شکل زیر است. کدام مورد با توجه به نمودار درست است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$) ریاضی - ۹۷ - با تغییر



(۱) طول موج 0.5 متر است.

(۲) دوره موج یک ثانیه است.

(۳) بسامد زاویه‌ای π رادیان بر ثانیه است.

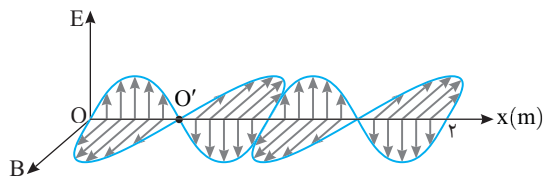
(۴) بسامد موج $3 \times 10^8 \text{ Hz}$ است.

۱ پاسخ: با توجه به نمودار طول موج خواهد شد:

$$2\lambda = 2 \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

۲ بسامد موج را حساب می‌کنیم:

$$v = f\lambda \Rightarrow 3 \times 10^8 = f \times 1 \Rightarrow f = 3 \times 10^8 \text{ Hz}$$



۴ گزینه

۲ ۱۴۷۸ A

۱ خط فکری: نمودار میدان مغناطیسی بر حسب مکان برای موج الکترومغناطیسی

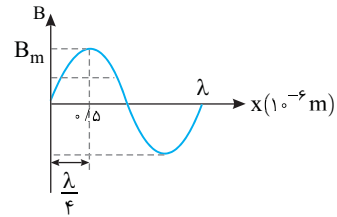
شبهه نمودار جابه‌جایی - مکان موج مکانیکی است. از روی محور افقی (λ) طول موج را به دست بیاورید، سپس بسامد را حساب کنید.

۱ طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{4} = 0.5 \times 10^{-6} \Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$$

۲ بسامد میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی برابر است.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow f = 1.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$



۱ ۱۴۷۹ B

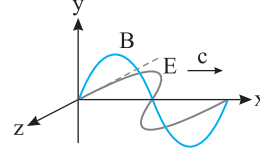
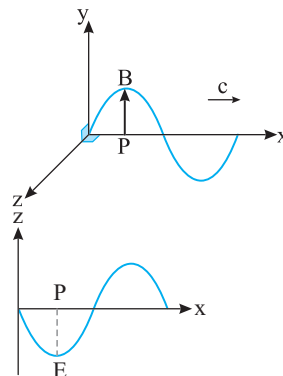
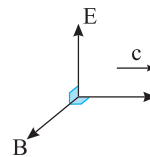
۱ یادآوری: در موج الکترومغناطیسی

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی برهم عمودند و این میدان‌ها بر جهت پیشروی موج نیز عمودند و از قاعده دست راست پیروی می‌کنند.

یک نقطه مانند P در نظر بگیرید. کف دست راست خود را رو به بالا در جهت مثبت محور yها بگیرید به گونه‌ای که انگشت شست باز دست راست شما در جهت مثبت محور xها باشد. در این صورت چهار انگشت باز شما به سمت منفی محور zها خواهد بود.

یعنی میدان الکتریکی موج در نقطه P باید در خلاف جهت محور zها باشد.

بنابراین نمودار E-x به صورت شکل روبه‌روست.



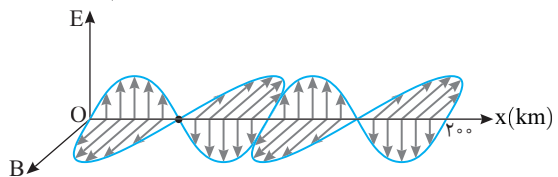
۲ ۱۴۸۰ A

۱ به شکل نگاه کنید و از روی محور افقی طول موج را حساب کنید.

$$2\lambda = 200 \Rightarrow \lambda = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}$$

۲ بسامد را به دست می‌آوریم.

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{10^5} = 3 \times 10^3 \text{ Hz}$$



۱ ۱۴۸۱ B

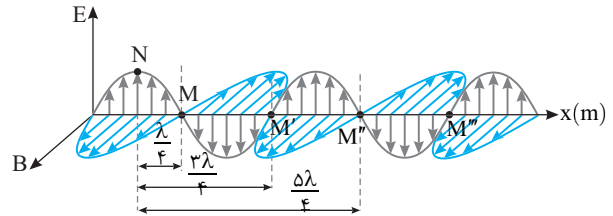
۱ با توجه به نمودار می‌توان طول موج را حساب کرد.

$$3 \frac{\lambda}{2} = 450 \Rightarrow \lambda = 300 \text{ nm}$$

۲ ۱۴۸۲ B

خط فکری

میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی هم گام هستند، یعنی با هم بیشینه و با هم صفر می‌شوند. در نقطه N میدان الکتریکی بیشینه است، پس در نقطه N میدان مغناطیسی نیز بیشینه است. در صورت مسأله بیان شده در همان لحظه میدان مغناطیسی نقطه M صفر است. در این صورت اگر نقطه N را روی نقش موج شکل زیر مشخص کنیم نقطه M باید $\frac{\lambda}{4}$ ، $\frac{3\lambda}{4}$ ، $\frac{5\lambda}{4}$ و ... با N فاصله داشته باشد.



اکنون طول موج را حساب می‌کنیم.

۱ طول موج را به دست می‌آوریم. $\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{10^6} = 3 \text{ m}$

۲ فاصله نقطه M از نقطه N خواهد شد.

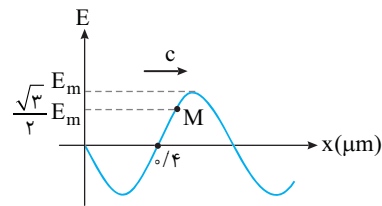
$\frac{\lambda}{4} = \frac{3}{4} \text{ m}$, $\frac{3\lambda}{4} = \frac{9}{4} \text{ m}$, $\frac{5\lambda}{4} = \frac{15}{4} \text{ m}$, ...

که در گزینه‌ها $\frac{9}{4} \text{ m}$ وجود دارد.

۴ ۱۴۸۳ B

خط فکری

نمودار E-x شبیه نمودار جابه‌جایی مکان (نقش موج) است. شما تمام گام‌های مربوط به نقش موج را باید طی کنید.



۱ گام اول: از روی محور افقی طول موج را حساب می‌کنیم

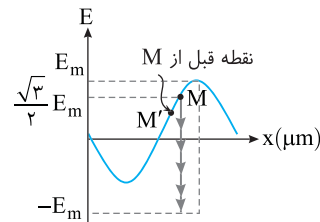
$\frac{\lambda}{2} = 0.4 \mu\text{m} \Rightarrow \lambda = 0.8 \mu\text{m}$

۲ گام دوم: یافتن دوره به کمک تندی انتشار موج

$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.8 \times 10^{-6}}{3 \times 10^8} \Rightarrow T = \frac{8}{3} \times 10^{-15} \text{ s}$

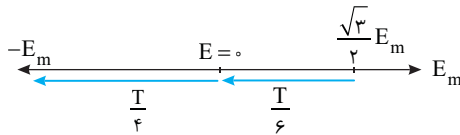
۳ گام سوم: بررسی جهت حرکت نقطه M (بررسی جهت تغییر میدان در نقطه M) با توجه به جهت پیشروی موج.

به نقطه M نگاه کنید. برآمدگی موج از این نقطه عبور کرده و نقطه قبل از M، پایین‌تر از M است، یعنی میدان الکتریکی E در حال کاهش و صفر شدن است.



اکنون به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده در حرکت هماهنگ ساده و با توجه به اینکه میدان نقطه M در حال صفر شدن (حرکت رو به پایین) است، مسأله را حل می‌کنیم.

$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} = \frac{5T}{12} = \frac{5}{12} \times \frac{8}{3} \times 10^{-15} = \frac{10}{9} \times 10^{-15} \text{ s}$



۳ ۱۴۸۴ A

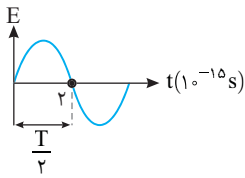
با توجه به نمودار:

۱ از روی محور زمان نمودار E-t

دوره را حساب می‌کنیم:

$\frac{T}{2} = 2 \times 10^{-15} \Rightarrow T = 4 \times 10^{-15} \text{ s}$

۲ طول موج میدان الکتریکی و میدان



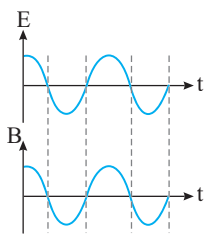
مغناطیسی موج الکترومغناطیسی برابر است. با توجه به تعریف طول موج، خواهیم داشت: $\lambda = cT \Rightarrow \lambda = 3 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-15} = 12 \times 10^{-7} \text{ m} = 1.2 \mu\text{m}$

۲ ۱۴۸۵ A

یادآوری

در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همگام بوده و طول موج و دورهٔ یکسانی دارند.

میدان الکتریکی و مغناطیسی همگام هستند و هر لحظه که میدان الکتریکی بیشینه است در همان لحظه میدان مغناطیسی بیشینه است و در هر لحظه‌ای که میدان الکتریکی صفر است میدان مغناطیسی صفر است بنابراین گزینه (۲) درست است.



۱ ۱۴۸۶ B

با توجه به شکل، رابطهٔ زیر بین دورهٔ موج الکترومغناطیسی B و دورهٔ موج الکترومغناطیسی A برقرار است:

$T_A = \frac{3}{4} T_B \xrightarrow{\lambda = cT} \lambda_A = \frac{3}{4} \lambda_B$

۱ ۱۴۸۷ A

۱ با توجه به شکل (الف) می‌توان طول موج را به دست آورد:

$\frac{\lambda}{4} = 150 \Rightarrow \lambda = 600 \text{ nm}$

۲ با توجه به شکل (ب)، دوره به دست

می‌آید: $\frac{T}{2} = 0.002 \Rightarrow T = 0.004 \text{ ps}$

۳ بنابراین سرعت انتشار موج در این محیط برابر است با:

$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{600 \times 10^{-9}}{0.004 \times 10^{-12}} \Rightarrow v = \frac{6 \times 10^{-7}}{4 \times 10^{-15}} \Rightarrow v = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$

۳ ۱۴۸۸ B

خط فکری

همان‌گونه که برای هر ذره از محیط انتشار موج مکانیکی سینوسی که دارای حرکت هماهنگ ساده است، معادله $x = A \cos \omega t$ نوشته می‌شود، می‌توان برای میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج معادله‌هایی شبیه معادله حرکت هماهنگ ساده به صورت مقابل نوشت:

در این معادله‌ها ضریب سینوس مقدار بیشینهٔ میدان‌ها است. با توجه به معادله داده شده، میدان الکتریکی بیشینه را مشخص کنید، سپس با توجه به تعریف میدان الکتریکی

نیروی وارد بر بار را بیابید. $E = \frac{F}{q}$

با توجه به معادله $E = 2 \times 10^{-3} \cos \omega t$ ، بیشینهٔ میدان الکتریکی برابر $E = 2 \times 10^{-3} \text{ N/C}$ است. از این رو بیشینهٔ نیروی وارد بر بار الکتریکی خواهد شد:

$F_{\text{max}} = qE_{\text{max}} \Rightarrow F = 2 \times 2 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$

۴ ۱۴۹۶ A

یادآوری: در طیف موج‌های الکترومغناطیسی به صورت زیر است که در آن از رادیویی به گاما بسامد افزایش و طول موج کاهش می‌یابد.
 رادیویی ← میکروموج ← فروسرخ ← نور مرئی ← فرابنفش ← پرتو X ← پرتو گاما
 امواج رادیویی بلندترین طول موج و اشعه گاما بیشترین بسامد را دارد.

بازی با سوال: در طیف امواج الکترومغناطیسی از فرابنفش تا فروسرخ، طول موج ... و بسامد ... می‌یابد.

- (۱) افزایش، کاهش
 (۲) افزایش یافته، نیز افزایش
 (۳) کاهش، افزایش
 (۴) کاهش یافته، نیز کاهش

یادسیخ: در طیف امواج الکترومغناطیسی (رادیویی، میکروموج، فروسرخ، نور مرئی، پرتو فرابنفش، پرتو X و پرتو γ) از راست به چپ بسامد افزایش و طول موج کاهش می‌یابد.

۱ ۱۴۹۷ A

در نور مرئی (قرمز، نارنجی، زرد، سبز، آبی، بنفش) از راست به چپ، بسامد زیاد می‌شود.

۲ ۱۴۹۸ B

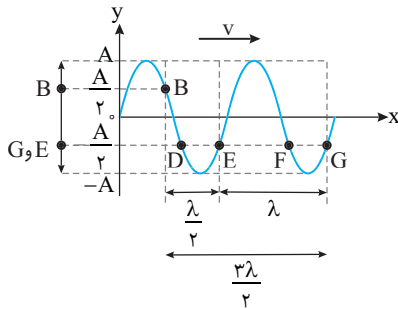
طیف امواج الکترومغناطیسی به صورت زیر است:
 $\gamma \leftarrow X \leftarrow \text{فرابنفش} \leftarrow \text{مرئی} \leftarrow \text{فروسرخ} \leftarrow \text{میکروموج} \leftarrow \text{رادیویی}$

ELF-AM-FM

که از راست به چپ بسامد کاهش و طول موج افزایش می‌یابد. بنابراین گزینه (۲) درست است.

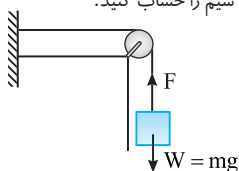
۳ ۱۴۹۹ A

با توجه به جهت پیشروی موج نقطه B در حال حرکت رو به بالا است و نقاط D و F هم در حال حرکت رو به بالا هستند وقتی B به دامنه +A می‌رسد، قطعاً آنها به دامنه -A نمی‌رسند اما نقاط E و G هر دو در حال حرکت رو به پایین هستند و در بازه زمانی که B از $\frac{+A}{2}$ به +A می‌رود قطعاً نقاط E و G نیز از $\frac{-A}{2}$ به -A می‌روند و گزینه (۳) درست است.



۲ ۱۵۰۰ A

نکته: در طول یک ریسمان همگن کشش یکسان است.
خط فکری: وزنه A ساکن است. بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن هستند، نیروهای وارد بر وزنه A را رسم کنید و نیروی کشش سیم را حساب کنید.



- (۱) نیروی کشش سیم برابر نیروی وزن
 $F = mg$
 وزنه A است.
 (۲) در طول سیم، چگالی خطی جرم ثابت است، از این رو:

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{F'}{\mu'}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu}}} \xrightarrow{\mu'=\mu} \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{F'}}{\sqrt{F}} \quad F=mg \rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{m'g}{mg}}$$

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{100-75}{100}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{1}{2}$$

۱ ۱۴۸۹ B

بسامد و طول موج را به دست می‌آوریم:
 (۱) با توجه به معادله $B = B_m \cos \frac{3}{4} \pi \times 10^8 t$ بسامد زاویه‌ای موج برابر $\omega = \frac{3}{4} \pi \times 10^8 \text{ rad/s}$ است. بنابراین بسامد خواهد شد.

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \frac{3}{4} \times 10^8 \pi = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{3}{8} \times 10^8 \text{ Hz}$$

(۲) طول موج را حساب می‌کنیم:
 $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{\frac{3}{8} \times 10^8} = 4 \text{ m}$

با توجه به شکل صفحه ۶۸ کتاب درسی درباره طیف امواج الکترومغناطیسی این طول موج در ناحیه رادیویی است.

۱ ۱۴۹۰ A

سرعت تمام پرتوهای الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است.

بنابراین گزینه (۱) درست است.
 البته طول موج و بسامد امواج الکترومغناطیسی مختلف، متفاوت بوده و گزینه (۲) و (۳) نادرست است.
 موج الکترومغناطیسی، موج عرضی است و گزینه (۴) نادرست است.

۱ ۱۴۹۱ A

امواج الکترومغناطیسی از قوانین یکسانی پیروی کرده و سرعت انتشار آنها در خلأ یکسان است و گزینه (۱) درست است.
 این امواج در محیط‌های شفاف غیر خلأ تندی انتشار یکسانی ندارند و گزینه (۲) نادرست است.

نحوه تولید این امواج متفاوت است. به‌طور مثال یک جسم داغ از خود نور مرئی و امواج فروسرخ گسیل می‌کند، منشأ پرتوهای گاما واکنش‌های هسته‌ای است، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.
 نحوه آشکارسازی این امواج متفاوت است، مثلاً امواج رادیویی به کمک گیرنده رادیویی قابل آشکارسازی اند و یا نور مرئی توسط چشم دیده می‌شود. بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

بازی با سوال: موج‌های الکترومغناطیسی در کدام ویژگی با هم فرق می‌کنند؟

- (۱) سرعت آنها در خلأ
 (۲) ماهیت آنها
 (۳) طولی یا عرضی بودن آنها
 (۴) نحوه تولید و آشکارسازی آنها
یادسیخ: نحوه تولید و آشکارسازی پرتوهای الکترومغناطیسی با هم متفاوت است.

۳ ۱۴۹۲ A

پرتوهای ایکس و پرتوهای گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند و این امواج حامل بار الکتریکی نیستند، بنابراین میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر این پرتوهای تأثیر است.

۳ ۱۴۹۳ A

با توجه به شکل صفحه ۶۸ کتاب درسی فیزیک (۳)، میکروموج‌ها در اجاق برای آشپزی کاربرد دارند.

۱ ۱۴۹۴ A

با توجه به طیف امواج الکترومغناطیسی در صفحه ۶۸ کتاب درسی فیزیک (۳)، امواج رادیویی در پخش تلویزیونی و رادیویی، یعنی در سیستم‌های مخابراتی کاربرد دارد.

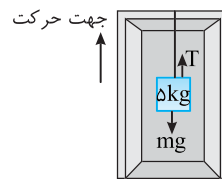
۲ ۱۴۹۵ A

گستره امواج الکترومغناطیسی به ترتیب کاهش طول موج و افزایش بسامد به قرار زیر است:
 رادیویی ← میکروموج ← فروسرخ ← نور مرئی ← فرابنفش ← پرتو ایکس ← پرتو گاما

بنابراین قسمت R مربوط به طیف فروسرخ است و گزاره (الف) درست است. بسامد طیف S، از بسامد طیف P (نور مرئی) کمتر است، و گزاره (ب) نادرست است.
 طیف T مربوط به امواج رادیویی است و بیشترین طول موج را دارد، بنابراین گزاره (پ) درست است.

۲ ۱۵۰۱ B

۱ ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون نیروی کشش تار در این حرکت را به دست می آوریم: حرکت کندشونده بوده و a منفی است



$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma$$

آسانسور در حال حرکت به سمت بالا

$$T - 50 = 50 \times (-2) \Rightarrow T = 40 \text{ N}$$

۲ نیروی کشش تار برابر 40 N است و با توجه به رابطه $v = \frac{1}{2D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$ تندی انتشار موج در تار را حساب می کنیم:

$$D = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}, F = T = 40 \text{ N}, \rho = 3 \text{ g/cm}^3 = 3000 \text{ kg/m}^3$$

$$v = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} \sqrt{\frac{40}{3000 \times \pi}} \Rightarrow v = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} \sqrt{\frac{4}{900}}$$

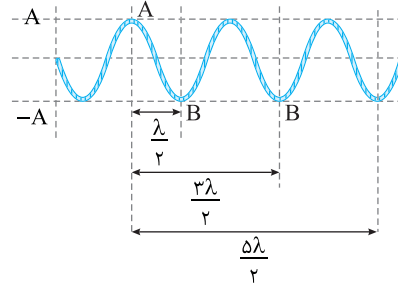
$$\Rightarrow v = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} \times \frac{2}{30} \Rightarrow v = \frac{10^3}{30} = \frac{100}{3} \text{ m/s}$$

۴ ۱۵۰۲ B

خط فکری شکل ساده‌ای از انتشار موج در طناب رسم می کنیم. در صورت مسئله بیان کرده که ذره A در دامنه مثبت ($+A$) قرار دارد و در همان لحظه ذره B در دامنه منفی ($-A$) قرار دارد. بنابراین با توجه به شکل، فاصله A تا B می تواند $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots$

یعنی مضارب فرد $\frac{\lambda}{2}$ باشد. از این رو شما باید فاصله A تا B ($AB = 45 \text{ cm}$) را برابر این

مقادیر قرار دهید و طول موج‌های ممکن را به دست بیاورید.



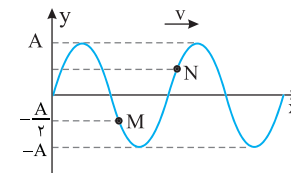
طول موج را حساب می کنیم:

$$\frac{\lambda}{2} = 45 \Rightarrow \lambda = 90 \text{ cm}, \frac{3\lambda}{2} = 45 \Rightarrow \lambda = 30 \text{ cm}, \frac{5\lambda}{2} = 45 \Rightarrow \lambda = 18 \text{ cm}, \dots$$

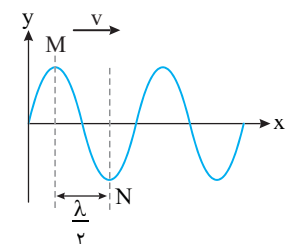
بنابراین هر سه گزینه می تواند طول موج این موج باشد.

۲ ۱۵۰۳ A

اگر به نقش موج دقت کنید فاصله یک قله از ذره $\frac{\lambda}{2}$ است و وقتی M در حال



حرکت به سوی بالا است نقطه N در حال حرکت رو به پایین است و وقتی M از مرکز نوسانش می گذرد N نیز از مرکز نوسان می گذرد. اکنون به نقش موج مسئله نگاه کنید. M و N ، $\frac{\lambda}{2}$



از هم فاصله دارند و M در حال حرکت رو به بالا و N نیز در حال حرکت رو به پایین است و همان گونه که گفتیم باید

با هم از مرکز نوسان بگذرند بنابراین اگر M در $\frac{-A}{2}$ به سوی مرکز در حرکت باشد باید

در $\frac{+A}{2}$ به سوی مرکز در حرکت باشد و گزینه (۲) درست است.

میاینبر هرگاه دو ذره از محیط دارای مکان و سرعت قرینه باشند، فاصله بین آن‌ها $\frac{\lambda}{2}$ است و بالعکس.

۴ ۱۵۰۴ B

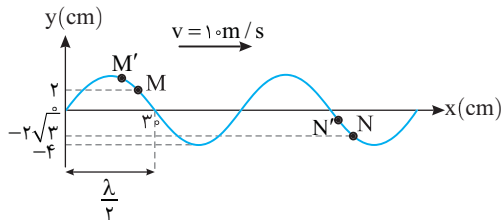
۱ گام اول: یافتن طول موج از روی محور افقی $\lambda = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$

۲ گام دوم: یافتن دوره به کمک تندی انتشار موج $T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.06}{10} = 0.006 \text{ s}$

۳ گام سوم: مشخص می کنیم مدت زمان $\frac{1}{1000} \text{ s}$ چه کسری از دوره است.

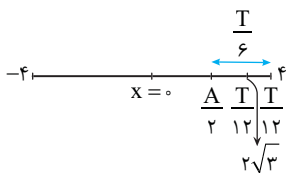
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{1000} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{1000}$$

۴ اکنون مشخص می کنیم که ذره M و ذره N در کدام جهت در حال حرکت هستند. با توجه به جهت پیشروی موج قله موج در حال نزدیک شدن به نقطه M است و نقطه M' نقطه قبل از M بالاتر از M است. یعنی M در حال حرکت رو به بالاست. ذره N از گذشته و قله موج در حال نزدیک شدن به نقطه N بوده و ذره N' که قبل از N قرار دارد، بالاتر از N بوده یعنی نقطه N رو به بالا در حرکت است.



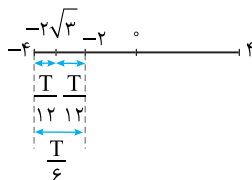
۵ باید مکان M و N را پس از گذشت $\frac{1}{1000} \text{ s} = \frac{T}{1000}$ تعیین کنید. ذره M در مکان

$$\frac{A}{2} = 2 \text{ cm} \text{ قرار دارد و با توجه به بازه‌های زمان شناخته شده در مدت } \frac{T}{1000} \text{ به مکان } \frac{\sqrt{3}}{2} A = 2\sqrt{3} \text{ cm} \text{ می رسد.}$$



ذره N در مکان $-\frac{\sqrt{3}}{2} A = -2\sqrt{3} \text{ cm}$ قرار دارد و در مدت $\frac{T}{1000}$ به مکان

$$-2 \text{ cm} = -\frac{A}{2} \text{ می رسد.}$$

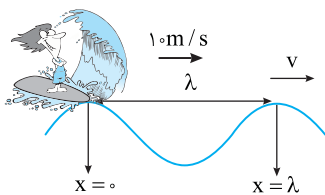


۶ رابطه شتاب - مکان در حرکت هماهنگ ساده یک ذره از محیط به صورت

$$|a| = \omega^2 x$$

خواهیم داشت:

$$\left| \frac{a_M}{a_N} \right| = \left| \frac{\omega^2 y_M}{\omega^2 y_N} \right| = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$



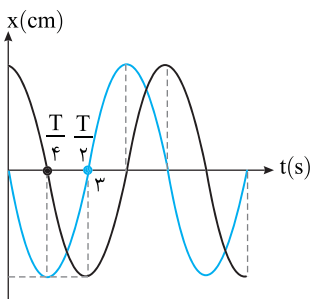
حال با توجه به معادله به دست آمده v و λ را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} 0/3v + \lambda = 5 \\ -0/3v + \lambda = 3 \end{cases} \xrightarrow{+} 2\lambda = 2 \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

۱ ۱۵۰۸ C

ابتدا دقت کنید که نمودار داده شده نمودار $x-t$ است یعنی نمودار نوسان دو ذره A و B است. از روی محور زمان دوره نوسان ذرات محیط را به دست می آوریم:

$$\frac{T}{2} = 3 \text{ ms} \Rightarrow T = 6 \text{ ms}$$

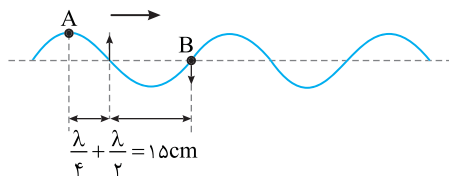


برای ادامه حل ابتدا به دو نکته دقت کنید:

۱ فاصله دو ذره از محیط 15 cm است، چون بیشینه تندى موج خواسته شده است $v_{\text{موج}} = \frac{\lambda}{T}$ پس باید این دو ذره را دو ذره متوالی با مشخصات نوسانی داده شده در نظر گرفت تا طول موج بیشینه باشد.

۲ ذره A از دامنه مثبت در لحظه $t=0$ نوسان می کند و ذره B از $x=0$ در لحظه $t=0$ به سمت پایین شروع به نوسان می کند.

یک موج مطابق شکل در لحظه $t=0$ می کشیم، جهت انتشار موج به سمت راست است. نقطه A در مکان یکی از قله ها است تا از دامنه مثبت شروع به نوسان کند، اما نقطه B در $x=0$ بوده و به سمت پایین شروع به نوسان می کند پس این دو نقطه به صورت زیر می شود:



$$\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} = 15 \Rightarrow \frac{3\lambda}{4} = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm}$$

حال با توجه به دوره و طول موج تندى انتشار را به دست می آوریم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{20 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-3}} \Rightarrow v = \frac{100}{3} \text{ m/s}$$

۴ ۱۵۰۹ B

یادآوری میدان های الکتریکی و مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هم بسامد و همگام هستند. از این رو در هر نقطه شناسه تابع کسینوس این میدان ها یکسان است.

وقتی میدان الکتریکی موج به صورت $E = E_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$ باشد، میدان مغناطیسی

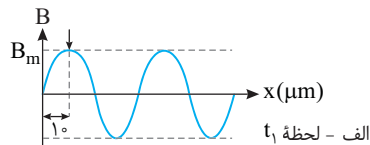
آن نیز به صورت $B = B_m \cos \omega t$ است.

۱ ۱۵۰۵ B

خط فکری علامت پیکان یک قله (ستیغ) موج را نشان می دهد که در حال حرکت در جهت مثبت محور x هاست و در مدت 36 ps از 10 cm مبدأ به 82 cm مبدأ می رود. بنابراین شما می توانید تندى انتشار موج را حساب کنید. از روی شکل (الف) نیز طول موج را به دست بیاورید و سرانجام بسامد را حساب کنید.

۱ در مدت 36 ps پیکوتانیسه، موج به اندازه $82 - 10 = 72 \mu\text{m}$ پیشروی کرده است، بنابراین سرعت انتشار موج در این محیط شفاف برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{72 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-12}} \Rightarrow v = 2 \times 10^6 \text{ m/s}$$



۲ با توجه به شکل (الف)، طول موج برابر است با: $\lambda = 10 \Rightarrow \lambda = 40 \mu\text{m}$

۳ اکنون می توان بسامد نور را به دست آورد:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{2 \times 10^6}{40 \times 10^{-6}} \Rightarrow f = 5 \times 10^{12} \text{ Hz}$$

۲ ۱۵۰۶ B

کمیته فاصله بین یک ذره و یک قله $\frac{\lambda}{4}$ است، بنابراین طول موج خواهد شد:

$$\frac{\lambda}{4} = 0/2 \Rightarrow \lambda = 0/4 \text{ m}$$

بسامد نوسان ذره های محیط را حساب می کنیم:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v \text{ m/s}}{\lambda} \rightarrow f = \frac{4}{0/4} = 10 \text{ Hz}$$

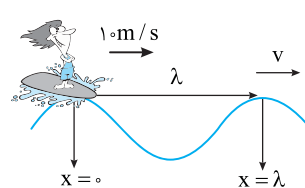
بسامد زاویه ای موج را به دست می آوریم:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10 = 20\pi$$

در حرکت هماهنگ ساده ذرات محیط، بیشینه شتاب برابر است با:

$$a_m = A\omega^2 \xrightarrow{a_m = 20 \text{ m/s}^2} 20 = A(20\pi)^2 \Rightarrow A = 0/8 \text{ m} \Rightarrow A = 8 \text{ cm}$$

۴ ۱۵۰۷ C



حالت اول: در این حالت موج با سرعت v و شخص با سرعت 1.0 m/s در یک جهت در حال حرکت اند و این دو پس از $0/5$ به هم می رسند. فاصله یک قله تا قله دیگر نیز که در $0/5$ طی شده برابر

طول موج است، حال با توجه به حرکت شناسی معادله حرکت قله موج و معادله حرکت شخص را می نویسیم، هنگام رسیدن این دو به هم یعنی $t = 0/5$ لحظه ای است که مکان آن ها با هم برابر شود:

$$x_{\text{موج}} = v_{\text{موج}} t + x_0 \Rightarrow x_{\text{قله}} = vt + \lambda \quad \frac{x_{\text{شخص}} = x_{\text{شخص}}}{t = 0/5} \rightarrow 0/3v + \lambda = 5 \text{ (I)}$$

$$x_{\text{شخص}} = v_{\text{شخص}} t + x_0 \Rightarrow x_{\text{شخص}} = 1 \cdot t + 0$$

حالت دوم: در این حالت قله موج با سرعت v و شخص با سرعت 1.0 m/s به سمت هم در حال حرکت بوده و پس از $0/3$ به هم می رسند:

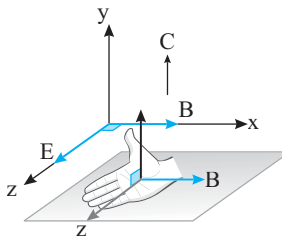
$$x_{\text{قله}} = -vt + \lambda, \quad x_{\text{شخص}} = 1 \cdot t$$

$$\frac{t = 0/3}{x_{\text{شخص}} = x_{\text{قله}}} \rightarrow -0/3v + \lambda = 3 \text{ (II)}$$

C ۱۵۱۰ ۲

یادآوری: در امواج الکترومغناطیسی میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی همگام هستند.
خط نگر: هرگاه در یک مسئله مربوط به امواج الکترومغناطیسی در مورد میدان مغناطیسی (یا الکتریکی) به شما اطلاعاتی داده شود، با توجه به همگام بودن این دو میدان، اطلاعات در مورد میدان دیگر صادق است. وقتی در مسئله بیان می‌شود که $B = \frac{\sqrt{2}}{2} B_m$ و در حال کاهش است، یعنی میدان الکتریکی در آن لحظه نیز $E = \frac{\sqrt{2}}{2} E_m$ و در حال کاهش است.

۱: جهت میدان الکتریکی در لحظه t را مشخص می‌کنیم. با توجه به قاعده دست راست، کف دست خود را به سمت راست در جهت محور x ‌ها به گونه‌ای قرار دهید که انگشت شست رو به بالا در جهت محور y ‌ها نشان دهد. در این حالت چهار انگشت باز دست راست شما در جهت محور z ‌ها خواهد بود.



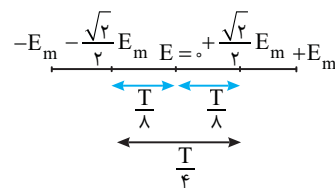
۲: بنابراین در لحظه $t=0$ ، میدان الکتریکی $E = \frac{+\sqrt{2}}{2} E_m$ بوده و باید در حال کاهش باشد.
۳: دوره را حساب می‌کنیم.

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{2 \times 10^{15}} \text{ s} \Rightarrow T = 5 \times 10^{-16} \text{ s}$$

۴: مشخص می‌کنیم که $1/25 \times 10^{-16} \text{ s}$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/25 \times 10^{-16}}{5 \times 10^{-16}} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{4}$$

۵: در مدت $\frac{T}{4}$ ، میدان الکتریکی از $+\frac{\sqrt{2}}{2} E_m$ به $-\frac{\sqrt{2}}{2} E_m$ تغییر کرده و اندازه آن در حال افزایش است.

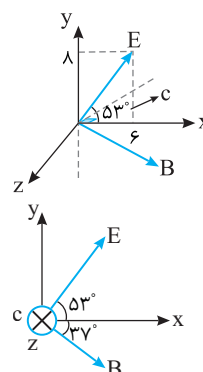


C ۱۵۱۱ ۱

بردار میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی بر هم عمودند. بردار میدان الکتریکی $\vec{E} = 6\hat{i} + 8\hat{j}$ را روی دستگاه محورها نمایش می‌دهیم.
زاویه بین میدان E با محور x ‌ها خواهد شد:

$$\tan \alpha = \frac{E_y}{E_x} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

انتشار موج در امتداد محور z ‌ها است، از این رو باید در هر دو میدان E و B در صفحه xoy باشد و این دو میدان بر هم عمود باشند و در قاعده دست راست نیز صدق کنند. بنابراین گزینه (۱) درست است.



A ۱۵۱۲ ۳

خط نگر: بیشینه نیرویی که میدان الکترومغناطیسی بر یک ذره باردار متحرک می‌تواند وارد کند، جمع بیشینه نیروی میدان الکتریکی وارد بر ذره $F_{E_m} = qE_m$ و بیشینه نیروی میدان مغناطیسی وارد بر ذره $F_{B_m} = qvB$ است.
یعنی باید جهت حرکت بار به گونه‌ای باشد که این دو نیرو هم جهت شده و با هم جمع شوند. F_{E_m} و F_{B_m} را حساب کرده، با هم جمع کنید.

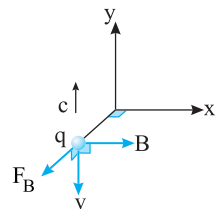
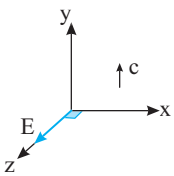
۱: بیشینه نیروی الکتریکی وارد بر ذره با بار $1 \times 10^{-3} \text{ C}$ را حساب می‌کنیم.

$$F_{E_m} = qE_{\max} \xrightarrow{E_{\max} = 300 \text{ V/m}} F_{E_m} = 10^{-3} \times 300 \Rightarrow F_{E_m} = 3 \text{ N}$$

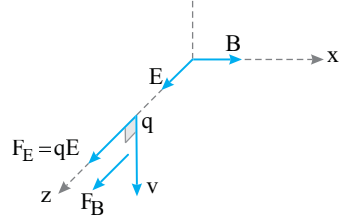
۲: بیشینه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را به دست می‌آوریم.

$$F_{B_m} = qvB_m \xrightarrow{v = 4 \times 10^6 \text{ m/s}, B_m = 10^{-2} \text{ T}} F_{B_m} = 10^{-3} \times 4 \times 10^6 \times 10^{-2} \Rightarrow F_{B_m} = 40 \text{ N}$$

۳: نیروها را با هم جمع می‌کنیم: $F_m = F_{E_m} + F_{B_m} = 3 + 40 \Rightarrow F_m = 43 \text{ N}$



جهت پیشروی موج c



B ، انگشت شست در جهت F یعنی در جهت محور z ‌ها است.

بنابراین F_{E_m} و F_{B_m} هر دو در جهت مثبت محور z ‌ها بوده و با هم جمع می‌شوند:

به شکل نهایی دقت کنید.

A ۱۵۱۳ ۴

ذره باردار که دارای حرکت شتابدار است، موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند. هنگام تخلیه خازن، یک میدان الکتریکی متغیر با زمان ایجاد می‌شود که می‌تواند به‌طور لحظه‌ای موج الکترومغناطیسی گسیل کند. همچنین جریان متناوب با بسامد بالا نیز به دلیل تغییر دائمی میدان مغناطیسی آن با زمان می‌تواند موج الکترومغناطیسی ایجاد کند. بنابراین گزینه (۴) درست است.

بازی با سؤال: از دیدگاه ماکسول عامل اصلی ایجاد موج‌های

الکترومغناطیسی،

(۱) میدان‌های الکتریکی است.

(۲) حرکت شتابدار ذره دارای بار الکتریکی است.

(۳) میدان‌های مغناطیسی است.

(۴) حرکت یکنواخت بار الکتریکی است.

پاسخ: بنابر نظریه ماکسول، هرگاه ذره باردار دارای حرکت شتابدار شود

از خود موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند.

گزینه ۲

دوره خواهد شد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 20 = \frac{2 \times 3}{T} \Rightarrow T = 0.3s$$

مشخص می کنیم $\Delta t = 0.5s$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.5}{0.3} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{5}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{6}$$

بیشینه تندی متوسط نوسانگر در یک مدت معین یعنی بیشینه جابه جایی، بنابراین باید حرکت نوسانگر در دو طرف حالت تعادل و در اطراف جایی که تندی بیشینه است را بررسی می کنیم.

بازه $\frac{T}{6}$ را به دو قسمت مساوی $\frac{T}{12}$ تقسیم می کنیم. در مدت $\frac{T}{6}$ نوسانگر از مکان $-\frac{A}{2}$ به مکان $+\frac{A}{2}$ می رود.

$$|\Delta x_{max}| = A$$

$$\Delta x = A = 0.5m$$

$$-A \quad -\frac{A}{2} \quad +\frac{T}{12} \quad +\frac{T}{12} \quad +\frac{A}{2} \quad +A$$

$$\Delta t = \frac{T}{6}$$

بیشینه تندی متوسط خواهد شد:

$$v_{avm} = \frac{|\Delta x_m|}{\Delta t} = \frac{0.5}{0.5} \Rightarrow v_{avm} = 1m/s$$

نمای ۱۰

۲ ۱۵۱۳ B

مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است:

$$E = K + U$$

سرعت در لحظه ای خواسته شده که انرژی جنبشی (K) و انرژی پتانسیل (U) با هم برابر است:

$$E = K + U \xrightarrow{K=U} E = 2K$$

انرژی مکانیکی $\lambda mJ = \lambda \times 10^{-3} J$ و انرژی جنبشی از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می آید:

$$\lambda \times 10^{-3} = 2 \left(\frac{1}{2} \times m v^2 \right) \Rightarrow \lambda \times 10^{-3} = 0.1 \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \lambda \times 10^{-2} \Rightarrow v = \sqrt{\lambda \times 10^{-2}} = \frac{\sqrt{\lambda}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5} m/s$$

نمای ۱۱

۲ ۱۵۱۳ B

مسافتی که موج در مدت یک دوره طی می کند برابر طول موج است.

$$\lambda = vt$$

مسافتی که هر ذره از محیط انتشار موج طی می کند چهار برابر دامنه است. (۴A)

با توجه به فرض مسئله طول موج چهار برابر دامنه است.

$$\lambda = 4A$$

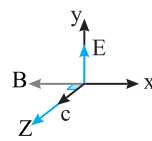
نسبت تندی بیشینه نوسان به تندی انتشار موج خواهد شد:

$$\frac{v_m}{v} = \frac{A\omega}{\lambda} \xrightarrow{\lambda=4A} \frac{v_m}{v} = \frac{A \cdot 2\pi}{4A} \Rightarrow \frac{v_m}{v} = \frac{\pi}{2}$$

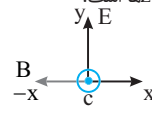
نمای ۱۸

پنجره ۲ روبه روی ۳

۲ ۱۵۱۳ B



اگر می توانید شکل محوره های x, y و z را مطابق شکل روبه رو تجسم کنید. با توجه به قاعده دست راست ابتدا چهار انگشت باز دست راست خود را در جهت مثبت محور yها رو به بالا به گونه ای قرار دهید که کف دست شما در جهت منفی محور xها (یعنی جهت میدان مغناطیسی) قرار گیرد. در این حالت انگشت باز شست شما در جهت مثبت محور zها است. البته می توانید محورها را به صورت روبه رو نیز رسم کنید و محور z را به صورت برون سو نمایش دهید.



نمای ۲۳

۳ ۱۵۱۳ B

ریمان را از دستگاهی گذرانده ایم و قطر ریمان نصف شده است. بنابراین از سه رابطه

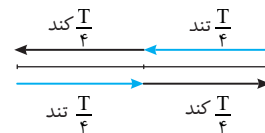
تندی انتشار موج در ریمان رابطه $v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}$ را انتخاب می کنیم.

$$\frac{v'}{v} = \frac{\frac{2}{D'} \sqrt{\frac{F'}{\pi \rho'}}}{\frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}} \xrightarrow{F'=F, \rho'=\rho} \frac{v'}{v} = \frac{D}{D'} \xrightarrow{D'=\frac{1}{2}D} v' = 2v$$

نمای ۱۷

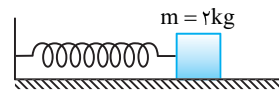
۴ ۱۵۱۳ A

در مدت یک دوره، جمعاً $\frac{T}{2}$ حرکت کندشونده و $\frac{T}{2}$ حرکت تندشونده است.



دوره حرکت را به دست می آوریم.

$$\frac{T}{2} = 0.2 \Rightarrow T = 0.4s$$



بسامد زاویه ای را حساب می کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4} \Rightarrow \omega = 5\pi rad/s$$

بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر خواهد شد:

$$F_m = m A \omega^2 \xrightarrow{A=5 \times 10^{-2} m} F_m = 2 \times 5 \times 10^{-2} \times (5\pi)^2$$

$$\Rightarrow F_m = 10^{-1} \times 25 \times \pi^2 \Rightarrow F_m = 25N$$

نمای ۹

۱ ۱۵۱۳ B

بسامد زاویه ای نوسانگر را حساب می کنیم.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{k=900 N/m, m=2/25 kg} \omega = \sqrt{\frac{900}{2/25}} = \frac{30}{1/5} \Rightarrow \omega = 20 rad/s$$

با استفاده از بیشینه تندی، دامنه نوسان را به دست می آوریم.

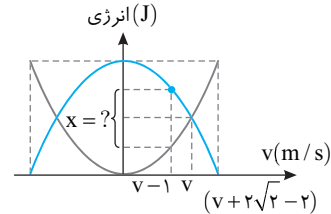
$$v_m = A \omega \xrightarrow{v_m=1 m/s} 1 = A \times 20 \Rightarrow A = \frac{1}{20} m = 0.05m$$

B ۱۵۱۳ ۳

۱

در سرعت v ، انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر با هم برابر است و بنا به پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E = U + K \xrightarrow{U=K} E = K + K \Rightarrow E = 2K \Rightarrow E = 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) \quad (I)$$



بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی مکانیکی آن است. با توجه به نمودار بیشینه تندی نوسانگر برابر $v_m = v + 2\sqrt{2-2}$ است. بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر خواهد شد:

$$E = K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}m(v + 2\sqrt{2-2})^2 \quad (II)$$

از رابطه (I) و (II) نتیجه می‌شود:

$$2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \frac{1}{2}m(v + 2\sqrt{2-2})^2 \Rightarrow 2v^2 = (v + 2\sqrt{2-2})^2$$

$$\sqrt{2}v = v + 2\sqrt{2-2} \Rightarrow \sqrt{2}v - v = 2(\sqrt{2}-1)$$

$$v(\sqrt{2}-1) = 2(\sqrt{2}-1) \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

تندی $v-1$ برابر است با:

$$v-1 = 2-1 = 1 \text{ m/s}$$

انرژی مکانیکی نوسانگر خواهد شد:

$$\xrightarrow{(I)} E = 2\left(\frac{1}{2}m \times \frac{1}{2} \times (2)^2\right) \Rightarrow E = 0.8 \text{ J}$$

انرژی جنبشی نوسانگر وقتی تندی $v-1 = 1 \text{ m/s}$ است برابر خواهد شد با:

$$K = \frac{1}{2}m(v-1)^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (1)^2 \Rightarrow K = 0.05 \text{ J}$$

انرژی پتانسیل در این لحظه برابر است با:

$$E = U + K \Rightarrow 0.8 = U + 0.05 \Rightarrow U = 0.75 \text{ J}$$

اختلاف انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل را به دست می‌آوریم.

$$U - K = 0.75 - 0.05 = 0.7 \text{ J}$$

نمای ۱۲

B ۱۵۱۳ ۴

۱

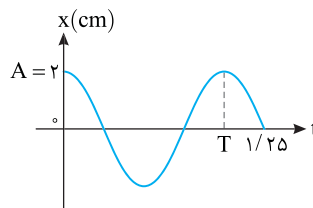
با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = 1/25 \Rightarrow T = 1 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$$

انرژی مکانیکی برابر است با:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}m(A\omega)^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (4\pi \times 10^{-2})^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times 16\pi^2 \times 10^{-4} = 8\pi^2 \times 10^{-5} \text{ J} = 8\pi^2 \times 10^{-2} \text{ mJ} = 0.8\pi^2 \text{ mJ}$$



نمای ۱۲

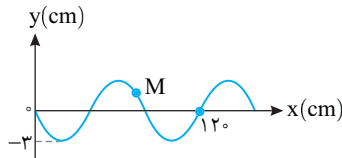
B ۱۵۱۳ ۲

۹

یک نوسانگر ساده در مدت زمان یک دوره مسافت $4A$ و در مدت زمان نصف دوره مسافت $2A$ را طی می‌کند. اما این تناسب برای مدت زمان یک چهارم دوره صدق نمی‌کند و مسافت الزاماً برابر A نخواهد بود. در این حالت میزان مسافت طی شده در مدت یک چهارم دوره بستگی به نقطه شروع حرکت نوسانگر دارد. با توجه به نمودار طول موج را حساب می‌کنیم:

$$3\frac{\lambda}{2} = 120 \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm}$$

حال با داشتن طول موج و تندی، دوره را به دست می‌آوریم:



$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{80}{10} = 8 \text{ s}$$

مدت زمان طی شده برابر $t_2 - t_1 = 0.4 \text{ s}$ یعنی $\frac{T}{20}$ است.

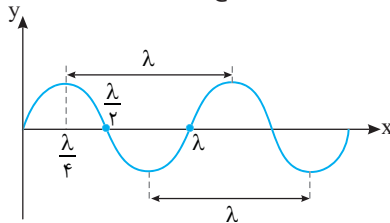
بنابراین بازه زمانی داده شده نصف دوره است و در نصف دوره یک نوسانگر ساده همواره مسافت $2A$ را طی می‌کند، بنابراین $2 \times 3 = 6 \text{ cm}$ مسافت طی شده است.

نمای ۱۹

A ۱۵۱۳ ۲

۱۰

تندی انتشار موج در یک محیط به جنس و ویژگی‌های محیط بستگی دارد و تندی انتشار امواجی که در محیط یکسان منتشر می‌شوند با هم برابر است. در نمودار جابه‌جایی - مکان (نقش موج)، فاصله دو برآمدگی متوالی و دو فرورفتگی متوالی برابر یک طول موج است.

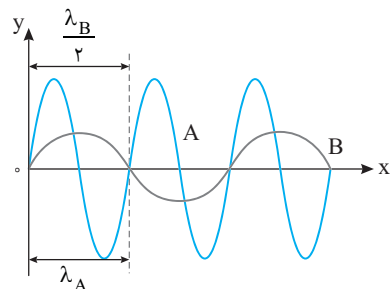


دو موج در یک محیط در حال انتشار هستند و تندی انتشار آن‌ها با هم برابر است.

$$\frac{v_A}{v_B} = 1$$

بنابراین:

$$\lambda_B = 2\lambda_A$$



بنا به تعریف طول موج $\lambda = vT$ خواهیم داشت:

$$v_B T_B = 2v_A T_A \xrightarrow{v_A = v_B} T_B = 2T_A \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{2}$$

نمای ۲۱

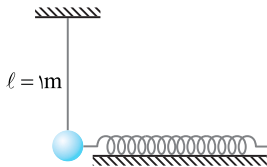
۶ مسافتی که در مدت $T = 0.5s$ هر ذره از محیط طی می کند خواهد شد:

$$\Delta x' = 2A \xrightarrow{A=0.4m} \Delta x' = 2 \times 0.4 = 0.8m$$

۴ ۱۵۱۷ B

۱ دوره و بسامد از ویژگی های چشمه موج هستند. در این مسئله آونگ چشمه موج است، دوره آونگ را حساب می کنیم.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{\pi^2=9} T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9}} \Rightarrow T = 2s$$



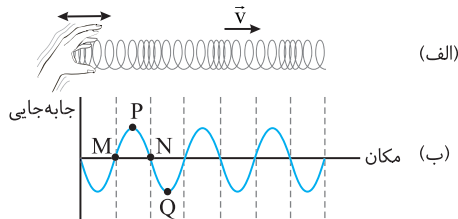
۲ طول موج را به دست می آوریم.

$$\lambda = vT \xrightarrow{v=2m/s} \lambda = 0.2 \times 2 \Rightarrow \lambda = 0.4m$$

۳ با توجه به مدل سازی موج طولی در فتر فاصله یک جمع شدگی بیشینه شبیه نقطه

N از وسط یک جمع شدگی و بازشدگی بیشینه مانند نقطه P برابر $\frac{\lambda}{4}$ است. بنابراین

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{0.4}{4} = 0.1$$



۴ ۱۵۱۸ B

نکته در امواج لرزه ای، (زمین لرزه ها)، معمولاً تندی انتشار موج اولیه P از تندی انتشار موج ثانویه S بیشتر است. P امواج طولی و S امواج عرضی هستند.

۱ موجی که تندی آن $9km/s$ است و زودتر به مقصد رسیده است، موج طولی (P) بوده و زمان رسیدن آن به مقصد برابر است با:

$$t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t = \frac{1620}{9} = 180s \Rightarrow t_1 = 3min$$

۲ موج دیگر ۳ دقیقه دیرتر به این فاصله رسیده است بنابراین این موج عرضی بوده و زمان رسیدن آن $3+3=6min$ است و تندی آن خواهد شد.

$$v = \frac{\Delta x}{t} = \frac{1620}{6 \times 60} \Rightarrow v = 4.5km/s$$

۴ ۱۵۱۹ B

تندی امواج عرضی در جامدات از تندی امواج طولی در جامدات کمتر است و زمان رسیدن موج عرضی به عقب از زمان رسیدن موج طولی به عقب بیشتر است.

زمان رسیدن موج از طعمه به عقب برای موج طولی خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow d = v_T t_T \Rightarrow t_T = \frac{d}{v_T}$$

زمان رسیدن موج از طعمه به عقب برای موج عرضی خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow d = v_L t_L \Rightarrow t_L = \frac{d}{v_L}$$

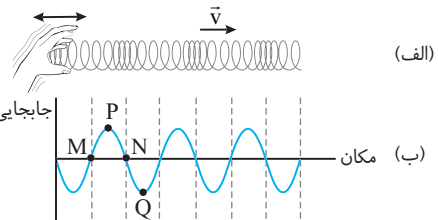
اختلاف زمانی رسیدن موج های طولی و عرضی به عقب خواهد شد:

$$\Delta t = t_L - t_T \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{v_L} - \frac{d}{v_T} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_T - v_L}{v_L v_T} d \Rightarrow d = \frac{v_L v_T}{v_T - v_L} \Delta t$$

پنجره ۴

۴ ۱۵۱۴ B

در انتشار موج طولی در یک فتر بلند کشیده، موج به صورت جمع شدگی و بازشدگی در طول فتر منتشر می شود. برای مدل سازی این موج به ناحیه های جمع شدگی و بازشدگی بیشتر دقت می کنیم. در مکان هایی که بیشترین بازشدگی حلقه رخ می دهد، جابه جایی هر جزء فتر از وضعیت تعادل صفر است. (مانند نقاط M و N در یک موج عرضی). در وسط فاصله بین یک جمع شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور آن، اندازه جابه جایی هر جزء فتر از وضعیت تعادل صفر است (مانند نقاط P و Q شبیه قله و دره یک موج عرضی) با این توضیحات گزینه (۲) و (۳) درست است.



۴ ۱۵۱۵ B

نکته فاصله بین دو تراکم متوالی یا دو انبساط متوالی برابر طول موج (λ) است.

۱ با توجه به شکل فاصله بین تراکم و انبساط نشان داده شده در شکل $6cm$ است. از این رو:

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 6 \Rightarrow \frac{3}{2}\lambda = 6 \Rightarrow \lambda = 4cm$$

۲ تندی انتشار موج را بر حسب یکای m/s می نویسیم.

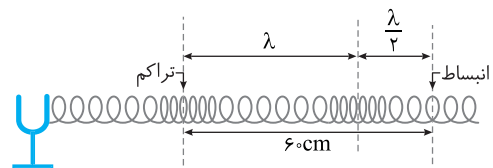
$$v = 54 \frac{km}{h} \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{1h}{3600s} \Rightarrow \frac{54}{3.6} \Rightarrow v = 15m/s$$

۳ دوره را به دست می آوریم.

$$T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow T = \frac{0.04}{15} \Rightarrow T = \frac{4}{150} s \Rightarrow T = \frac{2}{75} s$$

۴ تعداد نوسان های هر حلقه (ذره) را حساب می کنیم.

$$T = \frac{t}{N} \Rightarrow \frac{2}{75} = \frac{6}{N} \Rightarrow N = 3 \times 75 \Rightarrow N = 225 \frac{\text{نوسان}}{\text{دقیقه}}$$



۴ ۱۵۱۶ B

یادآوری در امواج طولی، طول موج برابر فاصله بین دو تراکم (برای جمع شدگی) و یا دو انبساط (برای فتر، بازشدگی) متوالی است.

۱ طول موج با توجه به فرض مسئله برابر است با:

$$\lambda = 10m$$

۲ دوره را حساب می کنیم.

$$T = \frac{1}{f} \xrightarrow{f=10Hz} T = \frac{1}{10} \Rightarrow T = 0.1s$$

۳ تندی انتشار موج در محیط خواهد شد:

$$v = f\lambda \Rightarrow v = 10 \times 10 \Rightarrow v = 100m/s$$

۴ مسافتی که موج در مدت $0.5s$ طی می کند را به دست می آوریم.

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = 100 \times 0.5 \Rightarrow \Delta x = 50m$$

۵ مشخص می کنیم $\Delta t = 0.5s$ چه کسری از دوره $T = 0.1s$ است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.5}{0.1} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$$

نکته مسافتی که یک ذره دارای حرکت هماهنگ ساده در مدت $\frac{T}{2}$ طی

می کند دو برابر دامنه است.

B ۱۵۲۰ ۴

خط فکری

بسامد از ویژگی‌های چشمه موج است و برای هر دو موج P و S یکسان است. از این رو نمودار نقش موج طول موج S و P را پیدا کرده، تندی انتشار موج S و P را به دست بیاورید. با اختلاف زمانی رسیدن موج‌های P و S به مقصد فاصله محل مورد نظر تا مرکز زمین لرزه را حساب کنید.

۱ ابتدا طول موج هر موج را به دست می‌آوریم.

$$\text{شکل (۱): } \frac{\lambda}{4} = 15 \Rightarrow \lambda = 60 \text{ m}, \quad \text{شکل (۲): } \frac{\lambda}{4} = 30 \Rightarrow \lambda = 120 \text{ m}$$

۲ تندی انتشار هر موج را حساب می‌کنیم.

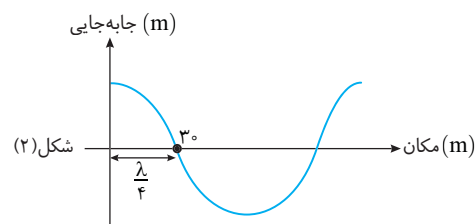
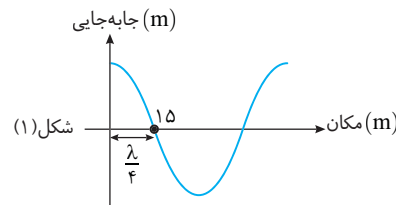
$$v = f\lambda \Rightarrow v = 10 \times 60 = 6 \text{ km/s}, \quad v = f\lambda \Rightarrow v = 10 \times 120 = 12 \text{ km/s}$$

۳ موج شکل (۱) دارای تندی کمتری است بنابراین نمودار شکل (۱) مربوط به موج عرضی S است و نمودار شکل (۲) مربوط به موج طولی P است.

۴ اختلاف زمانی دو موج ۱۲۰s است. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$t_S - t_P = 120 \text{ s} \xrightarrow{t = \frac{\Delta x}{v}} \frac{\Delta x}{v_S} - \frac{\Delta x}{v_P} = 120 \Rightarrow \frac{\Delta x}{6} - \frac{\Delta x}{12} = 120$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{12} = 120 \Rightarrow \Delta x = 1440 \text{ km}$$



A ۱۵۲۱ ۳

موج صوتی یک موج مکانیکی و طولی است که به صورت لایه‌های تراکمی و انبساطی منتشر می‌شود. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) درست است، اما در مورد گزینه (۳) عموماً در محیط‌های غلیظ‌تر سرعت انتشار صوت بیشتر است و در این مورد استثنای وجود دارد.

به‌طور مثال سرعت صوت در هیدروژن (گاز) از سرعت صوت در متیل الکل (مایع) (25°C) بیشتر است. به جدول صفحه ۷۱ کتاب درسی رجوع کنید.

A ۱۵۲۲ ۴

صوت موج است و در انتشار موج، ذره‌های محیط منتشر نمی‌شود و گزینه (۱) نادرست است، بلکه ذرات محیط در مسیر حرکت موج، در جای خود مرتعش می‌شوند و گزینه (۲) درست است. از طرفی صوت، موج طولی است و به‌صورت لایه‌های تراکمی و انبساطی در هوا منتشر می‌شود، بنابراین گزینه‌های (۲) و (۳) درست‌اند و جواب گزینه (۴) می‌باشد.

A ۱۵۲۳ ۲

امواج الکترومغناطیسی که تلفن همراه با آن کار می‌کند از شیشه و خلأ درون جعبه می‌گذرند، بنابراین تماس برقرار می‌شود، اما صدای زنگ تلفن همراه که موج مکانیکی است و از خلأ نمی‌گذرد و صدای زنگ تلفن شنیده نمی‌شود.

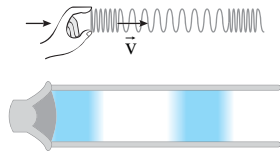
A ۱۵۲۴ ۲

امواج صوتی از نوع امواج مکانیکی و طولی هستند و در خلأ منتشر نمی‌شوند و گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) نادرست است و امواج فرابنفش از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند

و تندی آن‌ها برابر تندی انتشار نور است و از تندی صوت بسیار بزرگ‌تر است و گزینه (۲) درست است. البته هر دو موج بوده و انرژی را منتقل می‌کنند.

A ۱۵۲۵ ۱

در مدل‌سازی صوت درون لوله، جمع‌شدگی فنر معادل تراکم و بازشدگی فنر معادل انبساط در نظر گرفته می‌شود. در شکل در محل دست جمع شده بنابراین باید در لوله کنار دیافراگم تراکم داشته باشیم. بنابراین گزینه (۱) یا گزینه (۳) درست است. برای ایجاد تراکم باید دیافراگم به سمت راست شکم پیدا کرده و هوا را فشرده کند. بنابراین گزینه (۱) درست است.



A ۱۵۲۶ ۴

دیافراگم دارای حرکت هماهنگ ساده است و مدت زمانی که طول می‌کشد تا از برآمدگی سمت راست ($+A$)، به فرورفتگی سمت چپ ($-A$) برود، به اندازه $\frac{T}{2}$ طول می‌کشد.

بازه زمانی داده شده $\Delta t = 0.25$ را با دوره $T = 0.4$ s مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.25}{0.4} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$$

در مدت $\frac{T}{2}$ باید تراکم به انبساط تبدیل شود. از طرفی در مدت $\frac{T}{2}$ ، موج به اندازه

$\frac{\lambda}{2}$ جلو می‌رود و تنها باید در شکل یک تراکم و یک انبساط را شاهد باشیم، از این رو

گزینه (۴) درست است.

A ۱۵۲۷ ۳

امواج صوتی از نوع امواج طولی هستند و سرعت انتشار صوت معمولاً در جامدها از مایع‌ها بیشتر است.

B ۱۵۲۸ ۱

بسامد یک موج از ویژگی‌های چشمه موج است و در هنگام انتشار موج تغییر نمی‌کند.

سرعت صوت در آهن از سرعت صوت در آب بیشتر و سرعت صوت در آب از سرعت صوت در اکسیژن بیشتر است. با توجه به نکات ارائه شده می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{v}{f_0} \Rightarrow \begin{cases} \text{آهن: } \lambda_1 = \frac{v_1}{f} \\ \text{اکسیژن: } \lambda_2 = \frac{v_2}{f} \\ \text{آب: } \lambda_3 = \frac{v_3}{f} \end{cases} \xrightarrow{v_1 > v_3 > v_2} \lambda_1 > \lambda_3 > \lambda_2$$

A ۱۵۲۹ ۴

بسامد موج توسط چشمه موج تعیین می‌شود و هنگام پیشروی موج، بسامد موج ثابت می‌ماند، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند. برای بررسی چگونگی تغییر طول موج باید چگونگی تغییر تندی انتشار موج را بررسی کنیم.

تندی انتشار صوت در یخ از تندی انتشار صوت در آب و تندی انتشار صوت در آب از تندی انتشار صوت در هوا بیشتر است.

$$v_{\text{یخ}} > v_{\text{آب}} > v_{\text{هوا}} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \lambda_{\text{یخ}} > \lambda_{\text{آب}} > \lambda_{\text{هوا}}$$

بنابراین وقتی صوت از هوا وارد یخ می‌شود طول موج ابتدا افزایش می‌یابد (هوا $\lambda > \lambda_{\text{یخ}}$)

و سپس وقتی از یخ وارد آب می‌شود، طول موج کاهش می‌یابد (یخ $\lambda < \lambda_{\text{آب}}$).

۲ طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{150}{6 \times 10^6} = 2/5 \times 10^{-4} \text{ m} = 2/5 \times 10^{-1} \text{ mm} = 0/25 \text{ mm}$$

۳ ۱۵۳۵ A

خط فکری علت شنیدن دو صدای مختلف، تفاوت تندی صوت در فلز و هوا است، یک صوت توسط فلز و با تندی بیشتر و صوت دیگر توسط هوا و با تندی کمتر منتقل می‌شود. بنابراین در حل این تست ابتدا باید زمان سیر صوت در هوا را به دست بیاورید. سپس با توجه به اختلاف زمانی رسیدن دو موج زمان پیشروی صوت در فلز را بیابید و سرانجام تندی انتشار موج در فلز را به دست بیاورید.

۱ زمان پیشروی صوت در هوا تا رسیدن به شخص را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = v_1 t_1 \Rightarrow 140 = 350 t_1 \Rightarrow t_{\text{هوا}} = 0/4 \text{ s}$$

۲ تندی صوت در فلز بیشتر و زمان حرکت صوت در فلز کوتاه‌تر است، بنابراین:

$$t_{\text{فلز}} = t_{\text{هوا}} - 0/36 = 0/4 - 0/36 \Rightarrow t_{\text{فلز}} = 0/04 \text{ s}$$

۳ تندی انتشار صوت در فلز خواهد شد:

$$\Delta x = v_{\text{فلز}} t_{\text{فلز}} \Rightarrow 140 = v_{\text{فلز}} \times 0/04 \Rightarrow v_{\text{فلز}} = 3500 \text{ m/s}$$

۴ ۱۵۳۶ A

خط فکری ابتدا سر شخص درون آب است. صدای انفجار به گوشش می‌رسد. این صدا از طریق آب منتقل شده است، شخص هیجان‌زده سر خود را از آب بیرون می‌آورد، اما مجدداً صدای انفجار می‌شنود و دوباره وحشت‌زده می‌شود، اما انفجار دومی در کار نیست، بلکه صدای همان انفجار اول است که با تندی کمتری و در زمان طولانی‌تری به گوش شخص رسیده است. محل انفجار تا شخص در هر دو حالت یکی است. اگر شما زمان حرکت صوت در آب را t_1 فرض کنید، زمان حرکت صوت در هوا بنا به داده‌های مسئله برابر $t_2 = t_1 + 1/7$ ثانیه می‌شود. اکنون کافی است جابه‌جایی‌ها را برابر قرار داده و از حرکت‌شناسی مسئله را حل کنید. جابه‌جایی‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow v_1 t_1 = v_2 t_2 \Rightarrow \frac{v_1 = 1540 \text{ m/s}}{v_2 = 350 \text{ m/s}} \rightarrow 1540 t_1 = 350 (t_1 + 1/7)$$

$$\Rightarrow 4/4 t_1 = t_1 + 1/7 \Rightarrow t_1 = 0/5 \text{ s}$$

فاصله محل انفجار از شخص خواهد شد: $\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = 1540 \times 0/5 \Rightarrow \Delta x = 770 \text{ m}$

۲ ۱۵۳۷ B

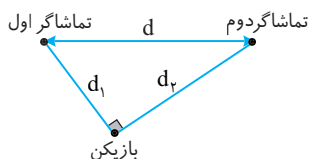
سرعت نور در هوا حدود $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است و سرعت انتشار صوت در هوا بسیار کمتر از آن و حدود 340 m/s است. بنابراین می‌توان گفت که نور حاصل از آذرخش بلافاصله به چشم می‌رسد، یعنی همین که شما نور را مشاهده کردید، می‌توانید با یک کروномتر زمان شنیدن صدای رعد (تندر) را حساب کرده و فاصله تقریبی ابر تا سطح زمین را به دست بیاورید.

$$d = vt = 340 \times 20 = 6800 \text{ m} \sim 7 \text{ km}$$

۱ ۱۵۳۸ A

خط فکری با توجه به زمانی که طول می‌کشد تا تماشاگرها صدای ضربه را بشنوند، به کمک تندی انتشار صوت، فاصله هر شخص از بازیکن را حساب کنید. سپس به کمک رابطه فیثاغورس فاصله دو تماشاگر را به دست بیاورید. فاصله هر تماشاگر از بازیکن را حساب می‌کنیم.

$$d_1 = vt_1 = 360 \times 0/75 = 270 \text{ m}, \quad d_2 = vt_2 = 360 \times 1 = 360 \text{ m}$$



۲ فاصله دو تماشاگر از هم را به دست می‌آوریم.

$$d^2 = d_1^2 + d_2^2 \Rightarrow d^2 = 270^2 + 360^2 \Rightarrow d^2 = 90^2 (3^2 + 4^2) \Rightarrow d_2 = 90^2 (25)$$

$$\Rightarrow d_2 = 90 \times 5 = 450 \text{ m}$$

یازدهمین سؤال هرگاه موج‌های صوتی از هوا وارد آب شوند

۱ طول موج و سرعت آن‌ها کاهش می‌یابد.

۲ طول موج کاهش و بسامد آن‌ها افزایش می‌یابد.

۳ طول موج و سرعت آن‌ها افزایش می‌یابد.

۴ طول موج کاهش و بسامد آن‌ها ثابت می‌ماند.

یازدهمین سؤال سرعت انتشار صوت در آب از سرعت انتشار صوت در هوا بیشتر است و هنگام گذر صوت از هوا به آب، بسامد ثابت می‌ماند، اما با زیاد شدن سرعت انتشار صوت، طول موج نیز افزایش می‌یابد.

۴ ۱۵۳۰ A

تندی انتشار موج توسط چشمه موج تعیین می‌شود و بسامد چشمه موج نیز به دامنه موج بستگی ندارد، از این رو تندی انتشار موج حاصل از دو چشمه با هم برابر است. ($v' = v$)

بسامد دو موج یکسان نیست، بنابراین طول موج آن‌ها نیز یکسان نخواهد بود.

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda &= \frac{v}{f} \xrightarrow{v'=v} \lambda' = \frac{f}{f'} \xrightarrow{f'=3f} \lambda' = \frac{f}{3f} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{3} \\ \lambda' &= \frac{v'}{f'} \end{aligned} \right.$$

یازدهمین سؤال دو صوت با بسامدهای متفاوت در یک نقطه تولید و در

هوا منتشر می‌شوند. طول موج آن‌ها در هوا

۱ با هم برابر است.

۲ متناسب با جذر بسامد آن‌ها است.

۳ متناسب با بسامد آن‌ها است.

یازدهمین سؤال سرعت انتشار صوت در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد و به ویژگی‌های چشمه صوت بستگی ندارد، بنابراین سرعت انتشار این دو صوت در محیط برابر است.

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{v}{f_1} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{f_2}{f_1} \\ \lambda_2 &= \frac{v}{f_2} \end{aligned} \right.$$

۴ ۱۵۳۱ A

چشمه تولید موج یکسان است، بنابراین بسامد صوت در آب و هوا با هم یکسان بوده و خواهیم داشت:

$$v = \lambda f \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} v_{\text{آب}} = f \lambda_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{v_{\text{آب}}}{v_{\text{هوا}}} = \frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{هوا}}} = 5 \Rightarrow v_{\text{آب}} = 5 v_{\text{هوا}} \\ v_{\text{هوا}} = f \lambda_{\text{هوا}} \end{aligned} \right.$$

۴ ۱۵۳۲ B

سرعت انتشار موج در یک محیط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد و به ویژگی‌های چشمه موج مانند بسامد، دوره، انرژی موج و ... بستگی ندارد، از این رو سرعت انتشار موج‌های صوتی A و B در یک محیط با هم برابرند. نسبت طول موج‌ها خواهد شد:

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_A &= \frac{v}{f_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{800}{600} = \frac{4}{3} \\ \lambda_B &= \frac{v}{f_B} \end{aligned} \right.$$

۴ ۱۵۳۳ A

با توجه به تعریف طول موج:

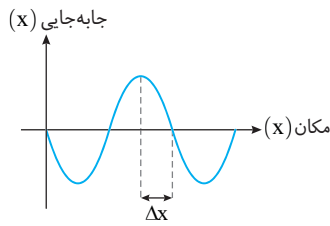
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{\lambda = 2/3 \times 10^{-3} \text{ m}}{v = 330 \text{ m/s}} \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{330}{2/3 \times 10^{-3}} = 100000 \text{ Hz}$$

۲ ۱۵۳۴ A

خط فکری کافی است از روی معادله نوسان $x = A \cos(1/2 \times 10^4 \pi t)$ دوره را حساب کرده، سپس طول موج را به دست آورید.

۱ بسامد زاویه‌ای موج $\omega = 1/2 \times 10^4 \pi \text{ rad/s}$ است. از این رو بسامد خواهد شد:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 1/2 \times 10^4 \pi = 2\pi f \Rightarrow f = 6 \times 10^6 \text{ Hz}$$



۱ ۱۵۴۳ A

بنا به تعریف مقدار انرژی صوتی را که در واحد زمان از واحد سطح عمود بر راستای پیشروی صوت می‌گذرد شدت صوت می‌نامند.

۳ ۱۵۴۴ A

به مقدار انرژی صوتی گذرنده از یکای سطح عمود بر راستای پیشروی صوت در واحد زمان شدت صوت گویند، بنابراین رابطه شدت صوت خواهد شد:

$$I = \frac{E}{A \cdot t} = \frac{P}{A}$$

یکای توان، وات و یکای مساحت متر مربع است، بنابراین یکای شدت صوت برابر W/m^2 است

۴ ۱۵۴۵ A

یادآوری ۱ شدت صوت برابر مقدار انرژی‌ای است که در یکای زمان از یک سطح عمود بر راستای پیشروی موج می‌گذرد.

۲ شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد. $(I \propto \frac{1}{r^2})$

۳ شدت صوت با مجذور بسامد چشمه نسبت مستقیم دارد. $(I \propto f^2)$

۴ شدت صوت با مجذور دامنه نسبت مستقیم دارد. $(I \propto A^2)$

۵ شدت صوت به محیط انتشار صوت بستگی دارد.

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد $(I \propto \frac{1}{r^2})$ ، بنابراین

گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست هستند. شدت صوت برابر $I = \frac{E}{At}$ است و به انرژی

امواج صوتی بستگی دارد، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

شدت صوت به محیط انتشار صوت بستگی دارد. به عنوان نمونه لوله آگروز اتومبیل شدت صوت صدای موتور را با جذب انرژی صوتی کاهش می‌دهد. همچنین هنگام انتشار صوت در هوا صداهایی که دارای بسامد بالا هستند، بیشتر جذب می‌شوند، پس شدت صوت به محیط بستگی دارد.

بازی با سوال ۱ اگر شدت صوت در فاصله r_1 از چشمه صوتی I_1 و در

فاصله r_2 از چشمه صوتی I_2 باشد، در این صورت $\frac{I_2}{I_1}$ برابر است با

کنکور دهه‌های گذشته

$$\frac{I_2}{I_1} \quad (۴) \quad \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (۳) \quad \frac{r_1}{r_2} \quad (۲) \quad \frac{r_1}{r_2} \quad (۱)$$

پاسخ شدت صوت برابر مقدار انرژی‌ای است که در یکای زمان از یکای

سطح عمود بر راستای پیشروی صوت می‌گذرد. $I = \frac{E}{At} = \frac{P}{A} \quad (W/m^2)$

در رابطه با A سطحی است که صوت در آن منتشر می‌شود. صوت به صورت امواج کروی در محیط منتشر می‌شود و سطح جبهه‌های کروی صوت با مجذور فاصله نسبت مستقیم دارد $(A = 4\pi r^2)$ ، بنابراین شدت صوت با مجذور فاصله

نسبت وارون دارد. $\frac{I_2}{I_1} = (\frac{r_1}{r_2})^2$

گزینه ۳

۳ ۱۵۳۹ A

بسامد موج توسط چشمه موج تعیین می‌شود. بسامد صوت حاصل از ارتعاش سیم همان بسامد نوسانات سیم است. یعنی وجه مشترک این دو موج منتشر شده در سیم و هوا، بسامد است. اما تندی انتشار موج به محیط بستگی دارد و تندی انتشار آن‌ها یکی نیست. بنابراین طول موج آن‌ها هم یکی نیست.

۱ ۱۵۴۰ B

خط فکری نسبت طول موج در هوا به طول موج در تار از شما خواسته شده است. بسامد موج در هوا و تار یکسان است. بنابراین با توجه به رابطه $v = f\lambda$ شما برای مقایسه طول موج‌ها باید سرعت انتشار موج در دو محیط را با هم مقایسه کنید. بنابراین تندی موج در تار را حساب کرده و مسئله را حل کنید.

۱ چگالی خطی جرم تار را حساب می‌کنیم.

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{m = 2g \cdot \ell = 2 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot \ell}{\ell} \Rightarrow \mu = \frac{2 \times 10^{-3}}{\ell} \Rightarrow \mu = \frac{10^{-2}}{4} \Rightarrow \mu = 2.5 \times 10^{-3} \text{kg/m}$$

۲ تندی انتشار موج در تار را به دست می‌آوریم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{100}{2.5 \times 10^{-3}}} \Rightarrow v = \sqrt{4 \times 10^4} \Rightarrow v = 200 \text{m/s}$$

۳ بسامد موج عرضی ایجاد شده در تار و بسامد صوت حاصل از نوسان تار در هوا یکسان است، از این رو:

$$f_{\text{صوت}} = f_{\text{تار}} = f \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\text{صوت}} = \frac{v_{\text{صوت}}}{f} = \frac{340}{200} = \frac{\lambda}{5} = 1/6 \\ \lambda = \frac{v}{f} \end{array} \right.$$

۲ ۱۵۴۱ B

نمودار داده شده نمودار جابه‌جایی - مکان است که محور افقی آن نشان‌دهنده طول موج و محور قائم آن دامنه را نشان می‌دهد. بنابراین:

$$\lambda_B = 2\lambda_A, A_A = 2A_B$$

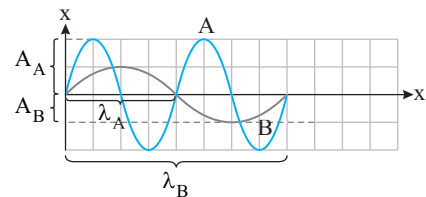
بنابراین گزاره (الف) $(A_A = 2A_B)$ و گزاره (ت) $(\lambda_B = 2\lambda_A)$ درست است.

دو موج در یک محیط منتشر شده‌اند، در این صورت تندی انتشار آن‌ها برابر است $(v_A = v_B)$ و گزاره (پ) نادرست است.

نسبت بسامد دو موج خواهد شد:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{v_A = v_B}{\lambda_A} = \frac{v_B}{\lambda_B} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow f_A = 2f_B$$

بنابراین گزاره (ب) نادرست هستند.



۲ ۱۵۴۲ A

۱ با توجه به معادله ارتعاشی چشمه $x = A \cos 1700\pi t$ بسامد زاویه‌ای موج

است. از این رو بسامد موج خواهد شد:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 1700\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 850 \text{Hz}$$

۲ طول موج صوت را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{850} = \frac{2}{5} = 0.4 \text{m} = 40 \text{cm}$$

۳ با توجه به نمودار جابه‌جایی مکان، فاصله Δx نشان داده شده روی نمودار برابر

است. در نتیجه:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{4} = 10 \text{cm}$$

بنابراین شدت صوت در فاصله ۱m منبع خواهد شد:

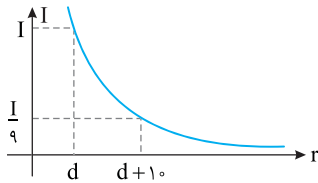
$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{0.2}{1}\right)^2 \Rightarrow I_r = 0.2 \times 0.09 \Rightarrow I_r = 0.018 \text{ W/m}^2$$

۴ ۱۵۵۳ B

شدت صوت با مربع فاصله از منبع صوت نسبت وارون دارد بنابراین با توجه به نمودار خواهیم داشت:

$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{I}{I} = \left(\frac{d}{d+1}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{d}{d+1}\right)^2 \Rightarrow \frac{d}{d+1} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3d = d+1 \Rightarrow d = 0.5 \text{ m}$$



اگر در فاصله d' از چشمه صوت شدت صوت $I' = \frac{I}{25}$ شود داریم:

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow \frac{I/25}{I} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{25} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow \frac{d}{d'} = \frac{1}{5} \Rightarrow d' = 5d$$

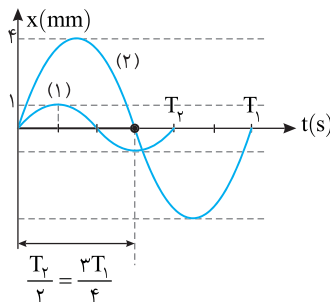
$$\Rightarrow d' = 5 \times 0.5 = 2.5 \text{ m}$$

۴ ۱۵۵۴ B

شدت صوت چشمه (۱). $\frac{1}{4}$ برابر شدت صوت چشمه (۲) است. از طرفی شدت صوت با مجذور بسامد و مجذور دامنه نسبت مستقیم و با مجذور فاصله نسبت وارون دارد. از روی نمودار رابطه دوره T_1 و T_2 و همچنین دامنه‌های $A_1 = 1 \text{ mm}$ و $A_2 = 4 \text{ mm}$ را مشخص کنید سپس نسبت شدت صوت‌ها را به دست آورید.

۱ با توجه به نمودار

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2}{4} \Rightarrow T_2 = \frac{1}{2} T_1 \Rightarrow f_2 = 2 f_1 \Rightarrow f_2 = 2 f_1$$



۲ شدت صوت با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم و با مجذور فاصله نسبت وارون دارد. از این رو:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \times \left(\frac{4}{1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = 4$$

۱ ۱۵۵۵ A

یادآوری تراز شدت صوت به صورت $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ تعریف می‌شود که در آن I_0 شدت صوت مینا است. کافی است در رابطه تراز شدت صوت داده‌های مسئله را قرار دهیم.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta = 13 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2} 13 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log \frac{I}{10^{-12}} = 1.3$$

یادآوری ریاضی $\log_{10} a = b \Rightarrow a = 10^b$

$$\frac{I}{10^{-12}} = 10^{1.3} \Rightarrow I = 10 \text{ W/m}^2$$

بنابراین خواهیم داشت:

۳ ۱۵۴۶ A

بنا بر تعریف شدت صوت:

$$I = \frac{E}{At} = \frac{A \times 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{E = \sqrt{5} \times 10^{-11} \text{ J}, t = 0.5 \text{ s}} \Rightarrow I = \frac{1/\sqrt{5} \times 10^{-11}}{3 \times 10^{-4} \times 0.5}$$

$$\Rightarrow I = 10^{-8} \text{ W/m}^2 = 0.01 \mu\text{W/m}^2$$

۲ ۱۵۴۷ A

خط فکری چشمه صوت به طور یکنواخت صوت را در همه جهت‌ها منتشر می‌کند و جبهه‌های موج به صورت سطوح کروی شکل هستند که انرژی چشمه روی این سطوح پخش می‌شود. بنابراین در فاصله r از چشمه مساحت سطح جبهه برابر $A = 4\pi r^2$ خواهد بود و این مقدار در رابطه شدت صوت باید به جای A قرار گیرد. با توجه به تعریف شدت صوت:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow I = \frac{6}{4 \times 3 \times 10^6} = 5 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2 = 5 \mu\text{W/m}^2$$

۲ ۱۵۴۸ A

شدت صوت برابر مقدار انرژی است که در یکای زمان از یکای سطح عمود بر راستای انتشار موج می‌گذرد.

$$I = \frac{E}{At} = \frac{P}{A}$$

از طرفی، جبهه‌های موج صوتی، کروی هستند و مساحت این جبهه‌های صوت $A = 4\pi r^2$ است که r برابر فاصله از چشمه صوت است.

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-2} = \frac{4\pi \times 10^{-2}}{4\pi r^2} \Rightarrow r = 1 \text{ m}$$

۳ ۱۵۴۹ A

نکته شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون دارد. $I \propto \frac{1}{r^2}$

شدت صوت در فاصله ۱۶۰ متری خواهد شد:

$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \xrightarrow{r_1 = 64 \text{ m}, r_r = 160 \text{ m}} \frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{64}{160}\right)^2 \Rightarrow I_r = 0.1 \times (4)^2$$

$$\Rightarrow I_r = 1.6 \text{ W/m}^2$$

۲ ۱۵۵۰ A

نکته شدت صوت با مجذور دامنه، نسبت مستقیم و با مجذور فاصله، نسبت وارون دارد. کافی است در رابطه زیر اطلاعات مسئله را قرار دهیم.

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{A'}{A}\right)^2 \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{\frac{A'}{A} = 2.5, \frac{r}{r'} = 1/4} \frac{I'}{I} = (2.5 \times 4)^2 = 10^4$$

۳ ۱۵۵۱ A

شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد. با توجه به اطلاعات مسئله خواهیم داشت:

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r' = 9I, d' = d+3} \frac{4}{9} = \frac{d^2}{(d+3)^2} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{d}{d+3} \Rightarrow 2d+6 = 3d$$

$$\Rightarrow d = 6 \text{ m}$$

۴ ۱۵۵۲ B

۱ شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد بنابراین:

$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{d_1}{d_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{3}{10}\right)^2 \Rightarrow I_r = 9I_1 \quad (I)$$

۲ با توجه به فرض مسئله:

$$I_r - I_1 = 1/6 \text{ W/m}^2 \quad (II)$$

۳ از رابطه (I) و (II) خواهیم داشت:

$$9I_1 - I_1 = 1/6 \Rightarrow I_1 = 0.2 \text{ W/m}^2 \Rightarrow I_r = 9 \times 0.2 = 1.8 \text{ W/m}^2$$

۴ شدت صوت در فاصله ۳۰ cm چشمه برابر 0.2 W/m^2 شده است.

۲ ۱۵۵۶ B

با توجه به اینکه در صورت مسئله $\log 3 = 0.5$ داده شده است، به سراغ حل مسئله بروید. بنا به تعریف تراز شدت صوت بنویسید:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 25 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow 25 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 2.5 = \log \frac{I}{10^{-12}} \xrightarrow{2.5 = 2 + 0.5} 2 + 0.5 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به جای ۲، $\log 10^2$ و به جای ۰.۵، $\log 3$ را قرار می‌دهیم.

$$\log 10^2 + \log 3 = \log \frac{I}{10^{-12}} \quad \log a + \log b = \log ab \rightarrow$$

$$\log 3 \times 10^2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 3 \times 10^2 \Rightarrow I = 3 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

۱ ۱۵۶۲ B

رابطه تراز شدت صوت را می‌نویسیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 66 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 6.6 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 6 + 0.6 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به جای ۰.۶، $\log 2$ و به جای ۰.۶، $2 \log 2$ قرار می‌دهیم.

$$\log 10^6 + 2 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4 \times 10^6 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 4 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

دقت کنید در حل این تست نباید به جای عدد $6/6$ مقدار $22 \times 0/3$ یا $22 \times \log 2$ را

$$22 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 2^{22} \times 10^{-12}$$

قرار داد زیرا خواهیم داشت:

که در گزینه‌ها نیست و نیز در روش اول ما دو بار از تقریب $\log 2 = 0.3$ استفاده کرده‌ایم در حالی که در روش دوم 22 بار این تقریب به کار برده شده پس جواب در حالت اول به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

بازی با سوال تراز شدت صوتی ۲۶ دسی‌بل است. شدت این صوت،

چند وات بر مترمربع است؟ ($\log 2 = 0.3, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$) **ریاضی - ۹۰**

$$1) 4 \times 10^{-10} \quad 2) 2 \times 10^{-4} \quad 3) 4 \times 10^{-4} \quad 4) 2 \times 10^{-10}$$

پاسخ تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل، بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 26 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 2.6 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 2 + 0.6 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به جای عدد ۰.۶، $\log 10^2$ و به جای عدد 0.6 ، $2 \log 2$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\log 10^2 + 2 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log (2^2 \times 10^2) = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 2^2 \times 10^2 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 4 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

گزینه ۱

۳ ۱۵۶۳ B

خط فکری در حل این تست باید از $\log 5 = 0.7$ استفاده کنید یعنی هر جا که

0.7 دیده شد، $\log 5$ را به جای آن قرار دهید.

تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل بنا بر تعریف برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 37 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow 37 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 3.7 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 3 + 0.7 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به جای عدد ۰.۷، $\log 10^3$ و به جای عدد 0.7 ، $\log 5$ را قرار می‌دهیم.

$$\log 10^3 + \log 5 = \log \frac{I}{10^{-12}} \quad \log a + \log b = \log ab \rightarrow$$

$$\log (5 \times 10^3) = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 5 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$$

یادآوری تراز شدت صوت از رابطه $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ و شدت صوت از رابطه

$I = P/A$ محاسبه می‌شود و نباید این دو مفهوم را با یکدیگر اشتباه گرفت.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \text{تراز شدت صوت برابر است با:}$$

$$80 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 8 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 10^8 = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = 10^8 I_0 = 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

۲ شدت صوت از رابطه $I = \frac{P}{A}$ به دست می‌آید که چون جبهه‌های موج صوتی

کروی هستند، $A = 4\pi r^2$ است:

$$10^{-4} = \frac{4\pi}{A} \Rightarrow A = 4\pi \times 10^4 \Rightarrow 4\pi r^2 = 4\pi \times 10^4 \xrightarrow{\pi=3} \rightarrow$$

$$12r^2 = 4\pi \times 10^4 \Rightarrow r^2 = 4 \times 10^4 \Rightarrow r = 2 \times 10^2 = 200 \text{ m}$$

۳ ۱۵۵۷ A

۱ شدت صوت در محل پرده گوش شخص به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 50 \text{ dB} \rightarrow 50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

۲ با توجه به تعریف شدت صوت، انرژی صوتی گذرنده از پرده گوش شنونده در

مدت ۵ s خواهد شد:

$$I = \frac{E}{At} \Rightarrow E = IAt \Rightarrow E = 10^{-7} \times 6 \times 10^{-6} \times 5 = 3 \times 10^{-10} \text{ J} = 3 \times 10^{-4} \mu\text{J}$$

۴ ۱۵۵۸ B

یادآوری ریاضی $\log a \times b = \log a + \log b$, $\log a^n = n \log a$

ابتدا شدت صوت در محل میکروفون را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{E}{At} \quad \frac{E = 8 \times 10^{-12} \text{ J}}{A = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2, t = 2 \text{ s}} \rightarrow I = \frac{8 \times 10^{-12}}{2 \times 10^{-4} \times 2} = 2 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

اکنون تراز شدت صوت را حساب می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta = 10 \log \frac{2 \times 10^{-8}}{10^{-12}} \Rightarrow \beta = 10 \log (2 \times 10^4)$$

$$\Rightarrow \beta = 10 [\log 2 + \log 10^4] = 10 (0.3 + 4) = 43 \text{ dB}$$

۴ ۱۵۵۹ B

خط فکری در اطلاعات مسئله $\log 2 = 0.3$ داده شده است. بنابراین شما در

محاسبه تراز شدت صوت باید از این مطلب استفاده کنید، به حل دقت کنید.

بنا به تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad I = 2/2 \times 10^2 \text{ W/m}^2 \rightarrow$$

$$\beta = 10 \log \frac{2/2 \times 10^2}{10^{-12}} = 10 \log 2/2 \times 10^9 = 10 (\log 32 + \log 10^8)$$

تکلیف $\log 10^8$ معلوم است مقدار آن ۸ است اما $\log 32$ را چکار باید کرد؟ ۳۲ را

به صورت 2^5 بنویسید.

$$\beta = 10 (\log 2^5 + \log 10^8) = 10 (5 \log 2 + 8) \Rightarrow \beta = 10 (5 \times 0.3 + 8) = 10 (9.5)$$

$$\Rightarrow \beta = 95 \text{ dB}$$

۳ ۱۵۶۰ A

بنابراین تعریف تراز شدت صوت داریم: $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 15 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 1.5 = \log \frac{I}{I_0}$

با توجه به اینکه $\log 2 = 0.3$ است، عدد $1/5$ را به صورت 5×0.3 می‌نویسیم و به

جای 0.3 را $\log 2$ قرار می‌دهیم.

$$5 \times 0.3 = \log \frac{I}{I_0} \quad \log 2 = 0.3 \rightarrow 5 \log 2 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 2^5 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 2^5 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 32$$

یادآوری شدت صوت برابر مقدار انرژی است که در مدت ۱s از سطحی به مساحت 1m^2 می‌گذرد.

$$I = \frac{E}{A \cdot t}$$

با توجه به تعریف شدت صوت، مقدار انرژی گذرنده از سطحی به مساحت 1mm^2 خواهد شد:

$$E = IA \cdot t \xrightarrow[t=6\text{s}]{A=10^{-6}\text{m}^2} E = 4 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \times 6 = 24 \times 10^{-9} \text{J}$$

B ۱۵۶۷

خط فکری تراز شدت صوت یک تابع لگاریتمی به صورت $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ است، اما

یادتان باشد که اگر در مسئله برای دو حالت مختلف، تراز شدت صوت به شما داده شود معمولاً شما باید برای هر دو حالت رابطه تراز شدت صوت را بنویسید، سپس آن‌ها را از هم کم کنید. دقت کنید که از تقسیم دو رابطه برهم شما به تقسیم دو لگاریتم می‌رسید که کاربردی در حل مسئله ندارد. البته شما در ریاضی یاد گرفته‌اید که $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$.

شدت صوت ۱۰۰۰ برابر شده است از این رو برای هر دو حالت رابطه تراز شدت صوت به صورت زیر است و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{cases} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \left(\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 10^3 \Rightarrow \Delta\beta = 30 \text{ dB}$$

بنابراین تراز شدت صوت ۳۰ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

B ۱۵۶۸

خط فکری تراز شدت صوت‌ها را در دو حالت می‌نویسیم و آن‌ها را از هم کم می‌کنیم و رابطه بین I_1 و I_2 را به دست می‌آوریم.

$$\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$$

یادآوری ریاضی

$$\begin{cases} \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{cases} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

تراز شدت صوت‌ها را به ترتیب ۲۷dB و ۴۷dB را در رابطه قرار می‌دهیم و نسبت شدت صوت‌ها را حساب می‌کنیم.

$$47 - 27 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 20 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 100$$

A ۱۵۶۹

$$\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$$

یادآوری ریاضی

اختلاف تراز شدت صوت این دو صوت برابر است با:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = \log 2$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2$$

بازی با سؤال تراز شدت صوتی ۳۷ دسی‌بل است. اگر شدت صوت مینا 10^{-12}W/m^2 باشد، شدت این صوت، چند وات بر متر مربع است؟ $(\log 2 = 0.3)$

$$10^{-12} \text{ (۱) } \quad 7 \times 10^{-5} \text{ (۲) } \quad 10^{-7} \text{ (۳) } \quad 5 \times 10^{-9} \text{ (۴) } \quad 1/5 \times 10^{-9}$$

پایسج دقت کنید در فرض مسئله $\log 2 = 0.3$ داده شده است. بنابراین از

آن استفاده می‌کنیم. $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 37 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 3.7 = \log \frac{I}{10^{-12}}$ به جای $3/7$ مقدار $4-0.3$ را قرار می‌دهیم.

$$4 - 0.3 = \log \frac{I}{10^{-12}} \xrightarrow{4 = \log 10^4, \log 2 = 0.3} \log 10^4 - \log 2 = \log \frac{10^4}{2}$$

$$\xrightarrow{\log a - \log b = \log \frac{a}{b}} \log \frac{10^4}{2} = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 5000 \times 10^{-12}$$

$$\Rightarrow I = 5 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$$

گزینه ۳

B ۱۵۶۴

تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta = 159 \text{ dB}} 159 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 15.9 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow 15 + 0.9 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 15 + 3(0.3) = \log \frac{I}{I_0}$$

به جای عدد ۱۵، مقدار 10^{15} و به جای عدد 0.3 مقدار $\log 2$ را قرار می‌دهیم.

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow \log 10^{15} + 3 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\xrightarrow{n \log a = \log a^n} \log 10^{15} + \log 2^3 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 8 \times 10^{15} = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 8000 \text{ W/m}^2$$

B ۱۵۶۵

ابتدا شدت صوت دریاقتی توسط شنونده را به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta = 90 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2} 90 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 10^9 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

امواج صوتی به صورت امواج کروی در محیط منتشر می‌شوند و سطح جبهه‌های کروی صوت است که $A = 4\pi r^2$ فاصله از چشمه صوت است. بنا به تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2} \xrightarrow{P=120 \text{ W}, \pi=3} 10^{-3} = \frac{120}{4 \times 3 \times r^2} \Rightarrow r^2 = 10^4 \Rightarrow r = 100 \text{ m}$$

B ۱۵۶۶

در گام اول به کمک تعریف تراز شدت صوت، شدت صوت در مکان مورد نظر را به دست می‌آوریم.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\beta = 96 \text{ dB}, I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2} 96 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 9.6 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

به سراغ ریاضی می‌رویم و عدد 9.6 را به صورت $9 + 0.6$ می‌نویسیم. به جای عدد ۹، $\log 10^9$ و به جای عدد 0.6 ، $2 \log 2$ را قرار می‌دهیم. از این رو می‌نویسیم:

$$\log 10^9 + 2 \log 2 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

یادآوری ریاضی $\log a^n = n \log a$, $\log a + \log b = \log ab$

به توجه به یادآوری ریاضی خواهیم داشت:

$$\log 10^9 + \log 2^2 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log 2^2 \times 10^9 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^9 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 4 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

A ۱۵۷۲

خط فکری ← با توجه به صورت مسئله $\beta_p = 5\beta_1$ و $I_p = 16I_1$ است. بنا به تعریف تراز شدت صوت به جای β_1 و β_p قرار دهید و به کمک روابط لگاریتم مسئله را حل کنید.
با توجه به فرض مسئله:

$$\beta_p = 5\beta_1 \xrightarrow{\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}} \log \frac{I_p}{I_0} = 5 \log \frac{I_1}{I_0} \xrightarrow{I_p = 16I_1} \log \frac{16I_1}{I_0} = 5 \log \frac{I_1}{I_0} \xrightarrow{n \log a = \log a^n} \log \frac{16I_1}{I_0} = \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right)^5$$

$$\Rightarrow \frac{16I_1}{I_0} = \left(\frac{I_1}{I_0} \right)^5 \Rightarrow 16 = \left(\frac{I_1}{I_0} \right)^4 \Rightarrow I_1 = 2I_0 \Rightarrow I_1 = 2 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

بازی با سؤال ← اگر شدت صوت چشمه‌ای را ۸ برابر کنیم، تراز شدت صوت برای شنونده‌ای که به فاصله‌ی معینی از چشمه قرار دارد، $1/3$ برابر می‌شود، تراز شدت صوت اولیه برای شنونده چند دسی‌بل بوده است؟
ریاضی - ۹۵

$$20 \quad (1) \quad 24 \quad (2) \quad 30 \quad (3) \quad 39 \quad (4)$$

پایسج با توجه به رابطه ریاضی $\log ab = \log a + \log b$ به جای $\log \frac{A}{I_0}$

$$\log 8 + \log \frac{I}{I_0} = 1/3 \log \frac{I}{I_0} \quad : \log 8 + \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow \log 8 = 1/3 \log \frac{I}{I_0} - \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 8 = -2/3 \log \frac{I}{I_0}$$

به جای $\log 8$ ، $\log 2^3$ می‌نویسیم.

$$\log 2^3 = -2/3 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{\log a^n = n \log a} 3 \log 2 = -2/3 \log \frac{I}{I_0}$$

$$\xrightarrow{\log 2 = 0.3} 3 \times 0.3 = -2/3 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 3$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \times 3 = 30 \text{ dB} \quad \text{تراز شدت صوت اولیه خواهد شد:}$$

گزینه ۳

B ۱۵۷۳

خط فکری ← هرگاه شدت صوت منبع صوتی I باشد و n منبع مشابه با این شدت صوت در کنار هم صوت تولید کنند شدت صوت حاصل از آن $I' = nI$ خواهد بود. از شما تغییر تراز شدت صوت خواسته شده است، بنابراین تراز شدت صوت را در دو حالت نوشته از هم کم کنید و به جای I_1 ، ΔI_1 قرار دهید.
با توجه به تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{I_p}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_p}{I_1} \Rightarrow \beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{I_p}{I_1}$$

$$\xrightarrow{I_p = 5I_1} \beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{5I_1}{I_1} = \log 5$$

به جای $\log 5$ ، $\log \frac{10}{2}$ را قرار می‌دهیم.

$$\beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{10}{2} = 10 (\log 10 - \log 2) \xrightarrow{\log 10 = 1, \log 2 = 0.3} \beta_p - \beta_1 = 10 \times (1 - 0.3) = 7 \text{ dB}$$

بنابراین تراز شدت صوت ۷dB افزایش می‌یابد.

بازی با سؤال ← تراز شدت صوتی از ۳۰ دسی‌بل به ۳۶ دسی‌بل می‌رسد. شدت صوت چند برابر شده است؟ $(\log 2 = 0.3)$
خارج ریاضی - ۹۷

$$4 \quad (1) \quad 6 \quad (2) \quad 8 \quad (3) \quad 16 \quad (4)$$

پایسج تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{I_p}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$\Rightarrow \beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{I_p}{I_1} \Rightarrow \beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{I_p}{I_1}$$

$$36 - 30 = 10 \log \frac{I_p}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_p}{I_1} = 0.6$$

به جای ۰/۶، مقدار 2×0.3 یعنی $\log 2$ را قرار می‌دهیم.

$$\log \frac{I_p}{I_1} = 2 \times 0.3 = 2 \log 2 \Rightarrow \log \frac{I_p}{I_1} = \log 2^2 \Rightarrow \frac{I_p}{I_1} = 4$$

گزینه ۱

A ۱۵۷۰

با توجه به تعریف تراز شدت صوت:

$$\beta_1 - \beta_p = 10 \log \frac{I_1}{I_p} \Rightarrow 12 = 10 \log \frac{I_1}{I_p} \Rightarrow 1/2 = \log \frac{I_1}{I_p}$$

$$\Rightarrow 4 \log 2 = \log \frac{I_1}{I_p} \Rightarrow \log 2^4 = \log \frac{I_1}{I_p} \Rightarrow \frac{I_1}{I_p} = 16$$

B ۱۵۷۱

تراز شدت صوت را در دو حالت نوشته از هم کم می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{I_p}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$\xrightarrow{\log a - \log b = \log \frac{a}{b}} \beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{I_p}{I_1} = 10 \log \frac{500}{100}$$

$$\Rightarrow \beta_p - \beta_1 = 10 \log 5$$

اکنون به جای $5 = \frac{10}{2}$ را قرار می‌دهیم و به جای $\log \frac{10}{2}$ می‌نویسیم $\log 10 - \log 2$
بنابراین:

$$\beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{10}{2} = 10 (\log 10 - \log 2) \xrightarrow{\log 2 = 0.3} \beta_p - \beta_1 = 10 (1 - 0.3) = 7 \text{ dB}$$

بازی با سؤال ← تراز شدت صوت دو چشمه صوت در یک نقطه به ترتیب $\beta_1 = 90 \text{ dB}$ و $\beta_p = 95 \text{ dB}$ است. نسبت شدت صوت دو چشمه در این نقطه کدام است؟ $(\log 3 = 0.5)$

$$3 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

پایسج بنا به تعریف تراز شدت صوت، خواهیم داشت:

$$\beta_p - \beta_1 = 10 \log \frac{I_p}{I_1} \Rightarrow 95 - 90 = 10 \log \frac{I_p}{I_1} \Rightarrow 0.5 = \log \frac{I_p}{I_1}$$

$$\Rightarrow \log 3 = \log \frac{I_p}{I_1} \Rightarrow \frac{I_p}{I_1} = 3$$

گزینه ۱

۲) تراز شدت صوت بنا به تعریف برابر $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ است.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{1}{100} = 10 \log 10^{-2} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = -20 \text{ dB}$$

تراز شدت صوت ۲۰ dB کاهش می‌یابد.

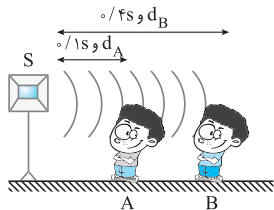
۴ ۱۵۷۷ B

یادآوری: سرعت انتشار موج در یک محیط ثابت است: $v_{\text{موج}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ بیشروی

۱) با توجه به سؤال شخص A زودتر صدا را شنیده و به منبع نزدیک‌تر است:

$$v_{\text{موج}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{\text{صوت}} = \frac{d_A}{\Delta t_A} = \frac{d_A}{0.1}, \quad v_{\text{صوت}} = \frac{d_B}{\Delta t_B} = \frac{d_B}{0.4}$$

$$\xrightarrow{v_{\text{صوت}} = v} \frac{d_A}{0.1} = \frac{d_B}{0.4} \Rightarrow \frac{d_A}{1} = \frac{d_B}{4} \Rightarrow d_B = 4d_A$$



یادآوری: اختلاف تراز شدت صوت برابر $\Delta \beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$ است.

۲) نسبت شدت صوت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \xrightarrow{f_A=f_B, A_A=A_B} \frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 16$$

۳) اختلاف تراز شدت صوت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \beta = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \Delta \beta = 10 \log 16 \Rightarrow \Delta \beta = 10 \log 2^4$$

$$\Rightarrow \Delta \beta = 40 \log 2 \Rightarrow \Delta \beta = 40 \times 0.3 = 12 \text{ dB}$$

۳ ۱۵۷۸ B

۱) با توجه به تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \quad (I)$$

۲) شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد. $\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$ (II)

۳) با توجه به فرض مسئله $\beta_2 = 4 \text{ dB}$ و $\beta_1 = 54 \text{ dB}$ است اکنون رابطه (II)

$$54 - 4 = 10 \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 10 \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 50$$

را در رابطه (I) قرار می‌دهیم: به جای عدد $1/4$ مقدار 2×10^{-6} و به جای $1/6 = 2 \times 10^{-3}$ را قرار می‌دهیم.

$$2 - 0.6 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 2 - 2 \times 0.3 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \xrightarrow{\log 10^2 = 2, \log 2 = 0.3}$$

$$\log 10^2 - 2 \log 2 = \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{10^2}{4} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow r_2 = 5r_1$$

۴) با توجه به فرض $r_2 - r_1 = 36 \text{ m}$ است. $5r_1 - r_1 = 36 \Rightarrow r_1 = 9 \text{ m}$

۴ ۱۵۷۴ B

تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل بنا به تعریف برابر است با:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_0} - 10 \log \frac{I_A}{I_0} = 10 \log \frac{I_B}{I_A}$$

$$\Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_A} \quad (I)$$

از طرفی شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \frac{4}{9}$$

در رابطه (I) به جای $\frac{I_B}{I_A}$ را قرار می‌دهیم.

$$\beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{4}{9} = 20 \log 2 - \log 2 = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB}$$

۲ ۱۵۷۵ B

خط فکری: نسبت دو شدت صوت با بسامد و دامنه رابطه مستقیم و مجذوری و

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

با فاصله رابطه عکس و مجذوری دارد:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

با توجه به تعریف تراز شدت صوت، اختلاف تراز شدت صوت برابر با:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \frac{1}{8} = 10 \log (10^{-0.9})$$

در حالت کلی با توجه به عدد به دست آمده، مضاربی از 10^3 یا نزدیک‌ترین عدد صحیح را که بتوان با جمع یا تفریق 10^3 یا مضاربی از آن به عدد مذکور رسید را پیدا می‌کنیم.

در این سؤال می‌توان 10^3 را به صورت $10^3 \times 10^{-0.9}$ نوشت:

$$6 \times 10^3 = \log \left(\frac{I_1}{I_2}\right) \xrightarrow{10^3 = \log 2} 6 \log 2 = \log \left(\frac{I_1}{I_2}\right) \Rightarrow 2^6 = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

شدت صوت با مجذور فاصله رابطه عکس دارد:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 2^6 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 2^3 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 8$$

یادآوری: شنونده‌ای که در فاصله ۸ متری یک منبع صوت قرار

دارد، چند متر به منبع صوت نزدیک شود تا صوت منبع را با تراز شدت ۱۲

دسی‌بل بیشتر از حالت قبل احساس کند؟ $(\log 2 = 0.3)$ ریاضی - ۹۱

- ۱) ۷/۵ (۲) ۶ (۳) ۴/۵ (۴) ۲

پاسخ: با توجه به تعریف تراز شدت صوت:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 12 = 10 \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 1.2 = \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 4 \times 0.3 = \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 4 \log 2 = \log \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 2^4 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2^2 = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow 2^2 = \frac{8}{d_2} \Rightarrow d_2 = 2 \text{ m}$$

بنابراین باید $8 - 2 = 6 \text{ m}$ به چشمه نزدیک شود.

۲ ۱۵۷۶ B

۱) امواج صوتی در یک فضای باز به صورت جبهه‌های کروی در محیط منتشر می‌شوند

و سطح این جبهه‌ها $A = 4\pi r^2$ است که در آن r فاصله از چشمه صوت است. شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد. از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{100}$$

B ۱۵۷۹ ۳

۱ نسبت شدت صوت در محل سطح (۲) به شدت صوت در محل سطح (۱) برابر است با:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_1} \frac{A_1}{A_2} \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{A_1}{A_2} \quad A_2 = \Delta A_1 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{\Delta}$$

۲ تراز شدت صوت در دو محل را نوشته از هم کم می کنیم:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} - 10 \log \frac{I_2}{I_0} \rightarrow \log a - \log b = \log \frac{a}{b} \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{\Delta}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{1}{\Delta} = 10 (\log 1 - \log \Delta) \rightarrow \log 1 = 0, \log \Delta = -\Delta/10 \rightarrow$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 (0 - \Delta/10) \Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = \Delta \text{ dB}$$

بنابراین شنونده (۱) صوت را Δ دسی بل بلندتر می شنود.

B ۱۵۸۰ ۳

خط فکری حد پایین گستره شنوایی نزدیک 10^{-12} W/m^2 است. یعنی اگر شدت صوت از این مقدار کمتر شود. شخص دیگر صدا را نمی شنود. بنابراین حداکثر فاصله ای که شخص از چشمه دور می شود تا جایی است که شدت صوت به 10^{-12} W/m^2 برسد. بنابراین با استفاده از تعریف شدت صوت مسئله حل می شود.

دقت کنید بسامد چشمه در حل این مسئله نقشی ندارد.

با نوشتن رابطه شدت صوت، فاصله از چشمه را به دست می آوریم.

$$I = \frac{\bar{P}}{A} \quad \bar{P} = \frac{\pi}{2} \times 10^{-3} \quad A = 4\pi r^2 \rightarrow 10^{-12} = \frac{10^{-3}}{4\pi r^2} \Rightarrow r^2 = 10^{-8} \Rightarrow r = 10^{-4} \text{ m}$$

B ۱۵۸۱ ۲

خط فکری جمله «صدا به زحمت شنیده می شود» یعنی شدت صوتی که به گوش می رسد در حد آستانه شنوایی یعنی 10^{-12} W/m^2 است. بنابراین ابتدا شدت صوت را در حالتی که تراز شدت صوت 40 dB را به دست بیاورید. سپس فاصله را حساب کنید.

۱ ابتدا شدت صوت را در فاصله ۲ متری چشمه به دست می آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 40 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^4 \Rightarrow I = 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

۲ شدت صوت با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{10^{-8}}{10^{-12}} = \left(\frac{2}{r_2}\right)^2 \Rightarrow 10^4 = \frac{4}{r_2^2} \Rightarrow r_2 = 20 \text{ m}$$

B ۱۵۸۲ ۴

۱ صوت A به اندازه 5 dB بلندتر از صوت B شنیده می شود. بنابراین:

$$\beta_A - \beta_B = 5 \text{ dB} \quad (I)$$

۲ صوت A، 5 dB از صوت C کوتاه تر شنیده می شود. در نتیجه:

$$\beta_C - \beta_A = 5 \text{ dB} \quad (II)$$

۳ در مسئله از شما رابطه بین شدت صوت C و شدت صوت B خواسته شده است بنابراین باید A را از روابط حذف کنیم. از این دو رابطه (I) و (II) را با هم جمع می کنیم.

$$\beta_A - \beta_B + \beta_C - \beta_A = 5 + 5 \Rightarrow \beta_C - \beta_B = 10 \text{ dB}$$

۴ اکنون به کمک تعریف تراز شدت صوت، مسأله را پاسخ می دهیم.

$$\beta_C - \beta_B = 10 \log \frac{I_C}{I_0} - 10 \log \frac{I_B}{I_0} \Rightarrow \beta_C - \beta_B = 10 \log \frac{I_C}{I_B} \Rightarrow 10 = 10 \log \frac{I_C}{I_B} \Rightarrow \frac{I_C}{I_B} = 10^1 = 10$$

بنابراین شدت صوت C، 10 برابر شدت صوت B است و گزینه (۴) درست است.

B ۱۵۸۳ ۱

خط فکری در سؤالاتی که تراز شدت صوت در چند نقطه داده می شود به نکات زیر دقت کنید:

الف) شدت صوت برابر $I = \frac{P}{A}$ است که در این رابطه $A = 4\pi r^2$ و r فاصله از چشمه صوت و P توان چشمه صوت است.

ب) اگر چشمه صوت یکسان و فاصله ها در حال تغییر باشند. توان چشمه P در هر نقطه ثابت اما A با توجه به فاصله از چشمه در حال تغییر است.

پ) تراز شدت صوت برابر است:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow \text{تراز شدت صوت در دو نقطه خواسته شده}$$

تراز شدت صوت بر حسب دسی بل

اختلاف تراز شدت صوت در دو نقطه دلخواه (۱) و (۲) برابر است:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} \rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \log a - \log b = \log \frac{a}{b} \rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

ت) نسبت شدت صوت در دو نقطه برابر است با:

دامنه چشمه موج بسامد چشمه موج

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{A_1}{A_2} \quad P \propto f^2, P \propto A^2 \quad A = 4\pi r^2 \rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

مساحت سطح جبهه صوت

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \quad \text{که اگر چشمه ثابت باشد:}$$

جمع بندی از نکات لگاریتم که در این بخش به آن نیاز داریم:

$$\log a + \log b = \log ab \quad \log a - \log b = \log \frac{a}{b}$$

$$\log a^b = b \log a \quad \log a = \log b \Rightarrow a = b$$

$$\log 10^a = a \log 10 = a$$

۱ اختلاف تراز شدت صوت در دو نقطه A و B را به دست می آوریم:

$$\Delta\beta = \beta_A - \beta_B \rightarrow \beta_A = 10 \log \frac{I_A}{I_0} = \beta \quad \beta_B = 10 \log \frac{I_B}{I_0} = \beta_A$$

$$\beta_A - \frac{\Delta}{10} = 10 \log \frac{I_A}{I_0} - 10 \log \frac{I_B}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta_A}{10} = 10 \log \frac{I_A}{I_B}$$

۲ چشمه ثابت است و شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد یعنی $\frac{I_A}{I_B}$

برابر $\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$ است:

$$\frac{\beta_A}{10} = 10 \log \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \rightarrow \frac{\beta_A}{10} = 10 \log (r)^2$$

$$\log a^b = b \log a \rightarrow \frac{\beta_A}{10} = 20 \log r \rightarrow \frac{\beta_A}{10} = 6 \Rightarrow \beta_A = 36 \text{ dB}$$

۳ حال اختلاف تراز شدت صوت بین A و C را به دست می آوریم:

$$\beta_A - \beta_C = 10 \log \frac{I_A}{I_0} - 10 \log \frac{I_C}{I_0} \Rightarrow 36 - \beta_C = 10 \log \frac{I_A}{I_C}$$

$$\frac{I_A}{I_C} = \left(\frac{r_C}{r_A}\right)^2 = 16 \rightarrow 36 - \beta_C = 10 \log 16 \rightarrow \log a^b = b \log a \rightarrow$$

$$36 - \beta_C = 40 \log 2 \rightarrow \log 2 = \frac{1}{2} \rightarrow 36 - \beta_C = 12 \Rightarrow \beta_C = 24 \text{ dB}$$

۳ ۱۵۸۷ C

۱ شدت صوت با مجذور بسامد و مجذور دامنه نسبت مستقیم دارد. از این رو:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{f_2=3f_1, A_2=3A_1} \frac{I_2}{I_1} = (3)^2 (3)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 3^4$$

۲ تغییر تراز شدت صوت را به دست می آوریم.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\beta_2=3/\delta\beta_1} 3/\delta\beta_1 - \beta_1 = 10 \log 3^4 \Rightarrow 2/\delta\beta_1 = 10 \times 4 \log 3$$

$$\xrightarrow{\log 3 = 0.5} 2/\delta\beta_1 = 10 \times 4 \times 0.5 \Rightarrow 2/\delta\beta_1 = 20 \Rightarrow \beta_1 = \frac{20}{2} \Rightarrow \beta_1 = 10 \text{ dB}$$

تراز شدت صوت β_2 خواهد شد: $\beta_2 = 3/\delta\beta_1 \Rightarrow \beta_2 = 3/5 \times 10 \Rightarrow \beta_2 = 20 \text{ dB}$

۱ ۱۵۸۸ B

۱ شدت صوت با مربع دامنه و مربع بسامد نسبت مستقیم و با مربع فاصله

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

از چشمه نسبت وارون دارد:

۱ شرایط محیط ثابت است. بنابراین:

$$v = f_1 \lambda_1, v = f_2 \lambda_2 \Rightarrow f_1 \lambda_1 = f_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \xrightarrow{\lambda_2 = 4\lambda_1} \frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow f_2 = \frac{1}{4} f_1$$

۲ دامنه چهار برابر ($A_2 = 4A_1$) و فاصله نصف شده ($d_2 = \frac{d_1}{2}$) و بسامد نیز

$\frac{1}{4}$ شده است. بنابراین نسبت شدت صوت خواهد شد.

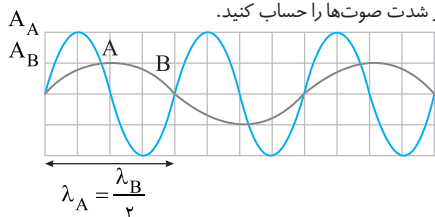
$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 4^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times (2)^2 = 2^2$$

۳ باتوجه به تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت: $\beta' = 10 \log \frac{I_2}{I_1}, \beta = 10 \log \frac{I_1}{I_1}$

$$\beta' - \beta = 10 \cdot (\log \frac{I_2}{I_1} - \log \frac{I_1}{I_1}) = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log 2^2 = 2 \cdot \log 2 \Rightarrow \Delta\beta = 2 \cdot 0.3 \Rightarrow \Delta\beta = 0.6 \text{ dB}$$

۱ ۱۵۸۹ B

۱ **خط فکری** با توجه به نمودارها ابتدا نسبت دامنه‌ها و طول موج‌ها را مشخص کنید. تندی انتشار موج در محیط برای دو موج A و B یکسان است. به کمک این مطلب، نسبت بسامدها را به دست بیاورید تا بتوانید نسبت شدت صوت‌ها و از آنجا اختلاف تراز شدت صوت‌ها را حساب کنید.



۱ دامنه A دو برابر دامنه B است. $A_A = 2A_B$

۲ طول موج A نصف طول موج B است. بنابراین:

$$\lambda_A = \frac{\lambda_B}{2} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{v_A}{f_A} = \frac{1}{2} \frac{v_B}{f_B} \xrightarrow{v_A = v_B} f_A = 2f_B$$

۳ شدت صوت با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = (2)^2 \times (2)^2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 2^4$$

۴ اختلاف تراز شدت صوت خواهد شد:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \beta_A - \beta_B = 10 \log 2^4 \Rightarrow \beta_A - \beta_B = 4 \cdot \log 2^2$$

$$\xrightarrow{\log 2 = 0.3} \beta_A - \beta_B = 12 \text{ dB}$$

۳ ۱۵۸۴ B

۱ شدت صوت، با مجذور دامنه نسبت مستقیم و با مجذور فاصله از چشمه نسبت وارون دارد. با توجه به فرض مسئله نسبت شدت صوت‌ها را به دست می آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = (2.5)^2 (2)^2 = 100 \quad (I)$$

۲ تراز شدت صوت به صورت $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$ تعریف می‌شود. از این رو خواهیم داشت:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$\xrightarrow{(I)} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 100 = 10 \log 10^2 \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 20 \text{ dB}$$

بنابراین شدت صوت ۲۰ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

۲ ۱۵۸۵ A

۱ دامنه ۲۰٪ کاهش یافته است. بنابراین: $A_2 = A_1 - 0.2A_1 \Rightarrow A_2 = 0.8A_1$

۲ شدت صوت با مجذور دامنه نسبت مستقیم دارد و نسبت شدت صوت‌ها را

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{0.8A_1}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 0.64$$

حساب می‌کنیم.

۳ تراز شدت صوت را در هر حالت نوشته از هم کم می‌کنیم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} - 10 \log \frac{I_1}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 (\log \frac{I_2}{I_1} - \log \frac{I_1}{I_1})$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 0.64 = 10 \log \frac{64}{100}$$

$$\xrightarrow{\log \frac{a}{b} = \log a - \log b} \beta_2 - \beta_1 = 10 (\log 64 - \log 100)$$

به جای ۶۴ مقدار ۲۶ را قرار می‌دهیم.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 (\log 2^6 - \log 10^2) \xrightarrow{\log a^n = n \log a} \log 10 = 1, \log 2 = 0.3$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 (6 \log 2 - 2 \log 10) \xrightarrow{\log 10 = 1, \log 2 = 0.3}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 (6 \times 0.3 - 2 \times 1) \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 (1.8 - 2) = -2 \text{ dB}$$

بنابراین تراز شدت صوت ۲ dB کاهش می‌یابد.

۴ ۱۵۸۶ B

۱ **خط فکری** ابتدا باید مشخص کنید وقتی دامنه ۴ برابر می‌شود، شدت صوت چند برابر می‌شود و در نتیجه تراز شدت صوت چند دسی‌بل تغییر می‌کند تا بتوانید مسئله را حل کنید.

۱ شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون و با مجذور دامنه نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{A_2=4A_1} \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{4A_1}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 16$$

۲ تغییر تراز شدت صوت را حساب می‌کنیم.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 16 \xrightarrow{16=2^4} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 2^4$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 4 \cdot \log 2 \xrightarrow{\log 2 = 0.3} \beta_2 - \beta_1 = 4 \cdot 0.3 \times 10$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 12 \text{ dB (I)}$$

۳ بنا به فرض مسئله $\beta_2 = 1/3 \beta_1$ است از این رو در رابطه (I) به جای β_2 ,

۱/۳ β_1 را قرار می‌دهیم.

$$1/3 \beta_1 - \beta_1 = 12 \Rightarrow 2/3 \beta_1 = 12 \Rightarrow \beta_1 = \frac{12 \cdot 3}{2} = 18 \text{ dB}$$

۴ در صورت مسئله بیان شده که در این حالت «تراز شدت صوت چند دسی‌بل»

یعنی β_2 چند دسی‌بل است. $\beta_2 = 1/3 \beta_1 = 1/3 \times 18 = 6 \text{ dB}$

۲ توان در محل شنونده را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{P'}{A} \Rightarrow I = \frac{P'}{4\pi R^2} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{P'}{4 \times 3.14 \times (20)^2} \Rightarrow P' = 4800 \times 10^{-4} \times 10^3 \text{ mW}$$

$$\Rightarrow P' = 480 \text{ mW}$$

۳ درصد اتلاف (جذب) توان در محیط برابر است با:

$$\text{درصد جذب توان} = \frac{P' - P}{P} \times 100 = \frac{480 - 500}{500} \times 100 = -4\%$$

۴ درصد توان جذب محیط می‌شود.

۳ ۱۵۹۲ B

خط فکری ← اختلاف تراز شدت صوت در محل A و B را در اختیار داریم بنابراین می‌توانیم نسبت فاصله d_A و d_B را به دست بیاوریم و با استفاده از آن SA را حساب کرده سپس به کمک رابطه فیثاغورس AB را بیابیم.

۱ با توجه به تعریف تراز شدت صوت، اختلاف ترازا را حساب می‌کنیم.

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_0} - 10 \log \frac{I_B}{I_0} \Rightarrow \beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B}$$

$$\frac{\beta_A - \beta_B = 9 \text{ dB}}{10} \Rightarrow 9 = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow 0.9 = \log \frac{I_A}{I_B}$$

$$\frac{0.9 = 3 \times 0.3}{3} = 3 \log 2 \Rightarrow 3 \log 2 = \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{n \log a = \log a^n}{3 \log 2 = \log 2^3} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 8$$

$$\log 2^3 = \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 8$$

۲ شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{SB}{SA}\right)^2 \Rightarrow 8 = \left(\frac{24}{SA}\right)^2 \Rightarrow 2\sqrt{2} = \frac{24}{SA} \Rightarrow SA = 6\sqrt{2} \text{ m}$$

۳ فاصله AB را حساب می‌کنیم:

$$AB^2 = SA^2 + SB^2 \Rightarrow AB^2 = (6\sqrt{2})^2 + (24)^2 \Rightarrow AB^2 = 6^2[(\sqrt{2})^2 + 4^2]$$

$$\Rightarrow AB^2 = 6^2(18) \Rightarrow AB = 6 \times 3\sqrt{2} \Rightarrow AB = 18\sqrt{2} \text{ m}$$

۲ ۱۵۹۴ B

۱ شدت صوت چشمه A در محل P برابر است با:

$$I_A = \frac{P_A}{A_A} = \frac{P_A}{4\pi r_A^2} \xrightarrow{P_A = 3600 \text{ W}, r_A = 6 \text{ m}} I_A = \frac{3600}{4\pi(6)^2} \Rightarrow I_A = \frac{25}{\pi} \text{ W/m}^2$$

۲ فاصله منبع B تا گیرنده P را به کمک رابطه فیثاغورس به دست می‌آوریم.

$$PB^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow PB = 10 \text{ m}$$

۳ شدت صوت چشمه B در محل گیرنده P را حساب می‌کنیم.

$$I_B = \frac{P_B}{A_B} = \frac{P_B}{4\pi r_B^2} \xrightarrow{r_B = 10 \text{ m}} I_B = \frac{10000}{4\pi(100)} \Rightarrow I_B = \frac{25}{\pi} \text{ W/m}^2$$

۴ شدت صوت دریافتی توسط گیرنده موج

$$I_{\text{ج}} = I_A + I_B = \frac{50}{\pi} \text{ W/m}^2$$

۳ ۱۵۹۵ A

شدت صوت را می‌توان با یک آشکارساز اندازه گرفت. با اندازه‌گیری شدت صوت‌های مختلف درمی‌یابیم نسبت شدت‌های صوت در گستره شنوایی انسان می‌تواند در حدود 10^{12} باشد بنابراین گزاره (الف) درست است.

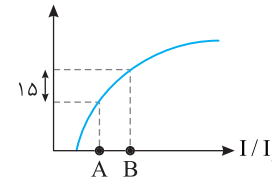
۱۰۱۲ را شدت صوت مرجع می‌نامند که نزدیک به حد پایین گستره شنیداری انسان است. گزاره (ب) نادرست می‌باشد.

وقتی دیافراگمی را با ضربه‌ای به ارتعاش می‌دهیم، دیافراگم نوسان‌هایی انجام می‌دهد که به دلیل میرایی کم، به حرکت هماهنگ ساده نزدیک است. به صوت حاصل از چنین چشمه‌هایی تِن موسیقی یا به اختصار تِن گفته می‌شود و گزاره «پ» درست است.

۳ ۱۵۹۰ B

با توجه به نمودار و تعریف تراز شدت صوت می‌توانیم بنویسیم:

β (دسی‌بل)



$$\beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_0} - 10 \log \frac{I_A}{I_0} = 10 \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_A}$$

داده‌های نمودار را جای گذاری می‌کنیم.

$$15 = 10 \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow 1.5 = \log \frac{I_B}{I_A} \xrightarrow{1.5 = 1 + 0.5}$$

$$1 + 0.5 = \log \frac{I_B}{I_A} \xrightarrow{\log 10 = 1, \log 3 = 0.5} \log 10 + \log 3 = \log \frac{I_B}{I_A}$$

$$\log 10 \times 3 = \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = 30$$

شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow 30 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \sqrt{30}$$

۴ ۱۵۹۱ B

خط فکری ← در حل این مسئله باید دقت کنید که جذب انرژی صوتی توسط هوا قابل ملاحظه است بنابراین با دور شدن از چشمه، شدت صوت به شدت کاهش می‌یابد یعنی اگر فاصله ۳ برابر شود، شدت صوت $\frac{1}{9}$ نمی‌شود و از $\frac{1}{9}$ نیز کمتر خواهد شد.

ابتدا اختلاف تراز شدت صوت در نقاط A و B را بدون در نظر گرفتن اتلاف انرژی به دست می‌آوریم. سپس با توجه به اتلاف انرژی اختلاف β_A و β_B از عددی که به دست آورده‌ایم بزرگ‌تر است.

شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد از این‌رو:

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \xrightarrow{d_A = d, d_B = 3d} \frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{d}{3d}\right)^2 \Rightarrow I_A = 9I_B$$

اختلاف تراز شدت صوت را به دست می‌آوریم.

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{I_A}{I_B}\right) = 10 \log 9 = 10 \log 3^2$$

$$\Rightarrow \beta_A - \beta_B = 20 \log 3 = 20 \times 0.5 = 10 \text{ dB}$$

بنابراین اگر اتلاف انرژی نبود، اختلاف β_A و β_B 10 dB می‌شد، یعنی از β_A 10 dB کاسته می‌شد اما چون جذب انرژی قابل ملاحظه است از β_A مقدار بیشتری کاسته می‌شود

و اختلاف β_A و β_B از 10 dB بزرگ‌تر خواهد شد.

۲ ۱۵۹۲ B

خط فکری ← در محیط جذب انرژی صوتی وجود دارد. برای آنکه مشخص کنیم که چند درصد انرژی جذب شده است، شدت صوت در فاصله 20 m متری را به کمک تراز شدت صوت شنیده شده در محل (80 dB) به دست می‌آوریم. سپس به کمک شدت صوت، توان رسیده به فاصله 20 m متری را حساب می‌کنیم تا مشخص شود چه مقدار توان در مسیر جذب شده است.

۱ ابتدا شدت صوت دریافتی توسط شنونده را به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 80 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^8 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

۲ ۱۶۰۳ A

۱. بلندی، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند. حساسیت گوش برای این دو بسامد یکسان فرض شده است بنابراین وقتی دو صوت با یک بلندی شنیده می‌شود یعنی شدت دو صوت رسیده به شخص یکسان است. ($I_1 = I_2$)

۲. شدت صوت با مربع دامنه و مربع بسامد نسبت مستقیم و با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow 1 = 16 \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

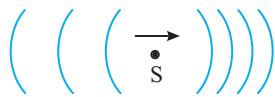
$$\Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow d_2 = 4d_1$$

۱ ۱۶۰۴ A

گوش یک انسان با شنوایی معمولی بسامدهای بین ۲۰ Hz و ۲۰۰۰۰ Hz را می‌شنود. اکنون طول موج این بسامدها را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{320}{20} \Rightarrow \lambda = 16 \text{ m}, \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{320}{20000} \Rightarrow \lambda = 1/6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

۴ ۱۶۰۵ A



هرگاه چشمه موج در حرکت باشد جبهه‌های موج در جلوی چشمه به هم نزدیک می‌شوند و طول موج کاهش

می‌یابد و در پشت چشمه، جبهه‌ها از هم فاصله می‌گیرند و طول موج افزایش می‌یابد یعنی طول موج با حرکت چشمه تغییر می‌کند. تندی انتشار موج در محیط ثابت است و

$$\text{با تغییر طول موج، بسامد نیز تغییر می‌کند. (ثابت } \frac{v}{\lambda} = f \text{ متغیر)}$$

۳ ۱۶۰۶ A

هرگاه چشمه موج ساکن باشد، طول موج در جلو و عقب آن یکسان است. از این رو خواهد بود اما هنگام نزدیک شدن شنونده به چشمه ساکن بسامد دریافتی توسط شنونده از بسامد واقعی چشمه بیشتر است ($f_r > f_s$) و هنگام دور شدن از چشمه بسامد دریافتی توسط شنونده از بسامد واقعی چشمه کمتر است ($f_r < f_s$). بنابراین بسامد دریافتی شنونده هنگام نزدیک شدن (f_r) از بسامد دریافتی شنونده هنگام دور شدن (f_r) بیشتر است. ($f_r > f_r$)



در مدت زمان یکسان، خودرویی که به چشمه ساکن صوت نزدیک می‌شود با جبهه‌های موج بیشتری برخورد می‌کند، در حالی که خودرویی که از این چشمه دور می‌شود، با جبهه‌های موج کمتری برخورد می‌کند.

۴ ۱۶۰۷ A

هرگاه چشمه صوت ساکن باشد، طول موج دریافتی توسط ناظر با طول موج چشمه یکسان است.

در گزینه (۱) و (۲) که چشمه در حال حرکت است نمی‌تواند $\lambda_0 = \lambda_s$ باشد و این دو گزینه نادرست هستند.

هرگاه ناظر به چشمه نزدیک شود بسامد دریافتی (f_0) از بسامد چشمه (f_s) بیشتر است.

در گزینه (۳) ناظر در حال دور شدن از چشمه است و بسامد دریافتی ناظر از بسامد چشمه کمتر است ($f_0 < f_s$) و این گزینه نادرست است.

در گزینه (۴) ناظر در حال نزدیک شدن به چشمه است و $f_0 > f_s$ بوده و چون چشمه ساکن طول موج ثابت بوده و $\lambda_0 = \lambda_s$ است از این رو گزینه (۴) درست است.

۱ ۱۵۹۶ A

ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند اما بلندی، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند. وقتی که در فاصله‌ای دورتر از چشمه قرار می‌گیریم بسامد صوت که توسط چشمه تعیین می‌شود تغییر نمی‌کند بنابراین ارتفاع صوت ثابت می‌ماند. اما به دلیل این که شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد وقتی فاصله شخص از چشمه بیشتر می‌شود، بلندی صوت کمتر احساس می‌شود و گزینه (۱) درست است.

۲ ۱۵۹۷ A

ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند و بلندی، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند بنابراین بلندی و ارتفاع صوت علاوه بر اینکه به چشمه صوت بستگی دارند به حس شنوایی ما وابسته هستند. در واقع بلندی متفاوت با شدت است. شدت را می‌توان با یک آشکارساز اندازه گرفت در حالی که بلندی چیزی است که شخص حس می‌کند و قابل اندازه‌گیری نیست، از این رو گزینه (۲) درست است.

۱ ۱۵۹۸ A

بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره ۲۰۰۰ Hz تا ۵۰۰۰ Hz است، در حالی که گوش انسان قادر به شنیدن تن‌های صدای ۲۰ Hz تا ۲۰۰۰۰ Hz است.

۴ ۱۵۹۹ A

برای تقویت صوت از بلندگو استفاده می‌شود و بلندگو با افزایش دامنه ارتعاش صوت، انرژی صوت (و همچنین شدت صوت) را افزایش می‌دهد و سبب می‌گردد که صدای تقویت شده تا فاصله‌های دورتری شنیده شود.

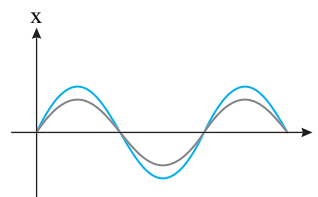
۲ ۱۶۰۰ A

ارتفاع صوت به بسامد بستگی دارد که چون چشمه یکسان است بنابراین ارتفاع صوت رسیده به هر دو شخص یکسان می‌باشد. با توجه به رابطه $I = \frac{P}{A}$ شدت صوت با سه

برابر شدن مساحت سطح، $\frac{1}{3}$ می‌شود ($I_2 = 3I_1$) و صوتی که شخص B می‌شنود ضعیف‌تر (آهسته‌تر) است.

۳ ۱۶۰۱ A

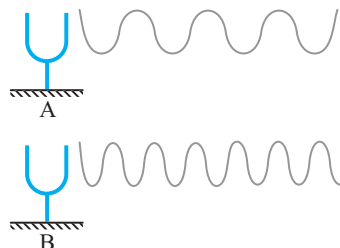
ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند. با توجه به شکل، دوره صوت‌های تولیدی و در نتیجه بسامد آن‌ها با هم برابر است، بنابراین ارتفاع دو صوت با هم یکسان است. بلندی، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند شدت صوت با موج دامنه نسبت مستقیم دارد. دامنه دو صوت یکسان نیست در نتیجه شدت صوت‌ها متفاوت است بنابراین بلندی دو صوت متفاوت است.



۳ ۱۶۰۲ A

ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند و هرچه بسامد صوت بیشتر باشد، ارتفاع آن بیشتر است. با توجه به شکل طول موج صوت حاصل از دیافازون A بلندتر از طول موج

صوت حاصل از دیافازون B است. با توجه به ثابت بودن تندی صوت و بنا بر رابطه $f = \frac{v}{\lambda}$ می‌توان نتیجه گرفت که $f_B > f_A$ است و ارتفاع صوت B بیشتر از ارتفاع صوت A است.



A ۱۶۰۸ ۳

نکته وقتی چشمه صوت ساکن است طول موج تغییر نمی کند و به حرکت ناظر بستگی ندارد.

هر دو ناظر نسبت به یک چشمه ساکن در حرکت هستند بنابراین طول موج دریافتی توسط هر دو ناظر برابر طول موج چشمه بوده و $\lambda_B = \lambda_A$ خواهد بود.

B ۱۶۰۹ ۴

با توجه به حرکت چشمه به سمت شخص، فاصله جبهه‌های موج در جلوی چشمه از هم کم می شود، پس طول موج صوت کاهش می یابد ($\lambda \downarrow$). هم چنین شرایط محیطی یکسان است پس تندی صوت در حالت سکون و یا حرکت چشمه یکسان از نظر شنونده ثابت است.

$$\downarrow \lambda = \frac{v}{f} \text{ ثابت} \Rightarrow f \uparrow$$

چون فاصله چشمه از شخص در حال کاهش است بنابراین شدت صوت ($I \propto 1/d^2$) در حال افزایش می باشد.

ارتفاع صوت به بسامد صوت و بلندی صوت به شدت صوت بستگی دارد. بسامد و شدت صوت در حال افزایش است بنابراین بلندی و ارتفاع صوت در حال افزایش است.



کاهش طول موج
افزایش طول موج

A ۱۶۱۰ ۱

یادآوری اگر چشمه موج ساکن باشد، جبهه‌های موج به صورت دایره‌هایی هم‌مرکز با فواصل یکسان مدل سازی می شود. ($v_s = 0$)



۲ اگر چشمه حرکت کند در جهتی که حرکت می کند جبهه‌های موج به هم نزدیک می شود و اگر سرعت چشمه از سرعت صوت (موج) کمتر باشد، ($v_s < v$)، جبهه‌های موج به صورت زیر است. در این شکل چشمه به سمت راست در حرکت است.



۳ اگر سرعت چشمه (v_s) برابر سرعت صوت باشد، جبهه‌های موج در جهت پیشروی موج بر هم مماس می شوند. (موج $v_s = v$)



۴ اگر سرعت چشمه بیشتر از سرعت صوت ($v_s > v$) باشد، جبهه‌های جدید از جبهه‌های قدیمی تر، جلوی می زنند و چشمه جبهه‌های خود را پشت سر می گذارد.



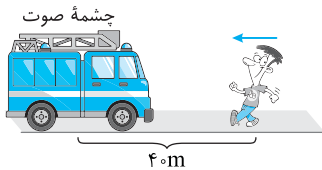
با توجه به جهت حرکت چشمه به سمت چپ، جبهه‌های موج در سمت راست دارای فاصله بیشتر و در سمت چپ جلوی چشمه دارای فاصله کمتر هستند. از طرفی هرگاه تندی چشمه از تندی صوت بیشتر می شود، جبهه‌هایی که زودتر تولید شده‌اند از جبهه‌هایی که بعداً ایجاد شده‌اند عقب می ماند و شکل جبهه‌های موج مانند گزینۀ (۱) خواهد بود.

B ۱۶۱۱ ۲

X_1 و X_2 در واقع همان طول موج‌های چشمه‌های S_1 و S_2 می باشند و چون در طرف X_1 و X_2 فاصله بین جبهه‌های موج بیشتر از طرف دیگر است می فهمیم که X_1 و X_2 باید در عقب چشمه باشند، بنابراین چشمه S_2 به سمت راست و چشمه S_1 به سمت چپ می رود و چون $X_2 > X_1$ است تندی چشمه S_2 بیشتر است.

A ۱۶۱۲ ۱

نکته هرگاه چشمه موج ساکن باشد، طول موج در تمام محیط با طول موج چشمه برابر بوده و طول موج ثابت است. در این مسئله چشمه صوت ساکن است و با گذشت زمان طول موج ثابت می ماند و گزینه (۱) درست است، نیازی به محاسبه طول موج نیست.



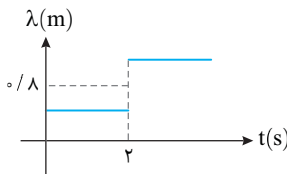
B ۱۶۱۳ ۲

۱ ابتدا زمان رسیدن چشمه به شنونده را حساب می کنیم.

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow 20 = \frac{f_0}{t} \Rightarrow t = 2s$$

۲ سپس طول موج صوت چشمه را وقتی که چشمه ساکن است، به دست می آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{320}{400} \Rightarrow \lambda = 0.8 \text{ m}$$



۳ در هنگام نزدیک شدن چشمه به شنونده، طول موج در جلوی چشمه از $\lambda = 0.8 \text{ m}$ کمتر است و هنگام دور شدن چشمه که شنونده در پشت چشمه قرار دارد طول موج از 0.8 m بزرگتر است بنابراین گزینه (۲) درست است.

A ۱۶۱۴ ۳

شخص A درون آمبولانس است و به همراه چشمه صوت با یک تندی در حرکت است و نسبت به چشمه صوت ساکن است بنابراین اثر دوپلر برای او رخ نمی دهد. اما شخص B در جلوی چشمه بوده و چشمه صوت در حال نزدیک شدن به او است در این حالت طول موج‌های جلوی چشمه کوتاه تر و بسامد دریافتی شخص B بیشتر از f_s خواهد بود ($f_B > f_s$) و گزینه (۳) درست است.

A ۱۶۱۵ ۲

نظریه شنونده در حال نزدیک شدن به چشمه ساکن است بنابراین طول موج ثابت است اما بسامد دریافتی شنونده از بسامد چشمه بیشتر است. بسامد زاویه‌ای موج را از روی معادله $(x = 5 \times 10^{-4} \cos 800\pi t)$ به دست می آوریم، بسامد چشمه و طول موج را حساب می کنیم، هر بسامدی که در گزینه‌ها از بسامد چشمه بیشتر باشد می تواند جواب مسئله باشد.

۱ بسامد موج را حساب می کنیم. $\omega = 2\pi f \Rightarrow 800\pi = 2\pi f_s \Rightarrow f_s = 400 \text{ Hz}$

۲ طول موج را به دست می آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330 \text{ m/s}}{400} \Rightarrow \lambda = 0.825 \text{ m}$$

۳ چشمه ساکن است بنابراین طول موج رسیده به شخص همان 0.825 m است و گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست است.

۴ شخص به چشمه نزدیک می شود بنابراین بسامد دریافتی شخص باید از بسامد چشمه بیشتر ($f_0 > 400 \text{ Hz}$) باشد. در این صورت گزینه (۲) درست است.

یعنی هر کدام که حاصل ضرب Af یا Aw در آن‌ها بزرگ‌تر باشد، شدت صوت آن چشمه بیشتر است. حاصل ضرب Aw را برای هر گزینه به دست می‌آوریم.

$$(۱) \quad (۸\pi)^2 = 64\pi^2 \quad \text{گزینه (۲)} \quad ۲^2 \times (۴\pi)^2 = 64\pi^2$$

$$(۳) \quad (۰/۵)^2 (۱۶\pi)^2 = 64\pi^2$$

بنابراین شدت صوت هر سه چشمه با هم برابر است و گزینه (۴) درست است.

۱ ۱۶۲۱ B

۱ شدت صوت با مجذور فاصله رابطه عکس دارد:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{1}{10\sqrt{2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{200} \Rightarrow I_1 = 200 \cdot I_2$$

۲ اکنون مقدارهای I_1 و I_2 را جایگزین می‌کنیم:

$$10 \cdot \beta_{1-12} = 200 \cdot \beta_{1-9} \Rightarrow 10 \cdot \beta_{1-12} = 10^3 \cdot \beta_{1-9}$$

$$\Rightarrow 10 \cdot \beta_{1-12} = 10^3 \cdot \beta_{1-9} \Rightarrow \beta_{1-12} - 12 = 3\beta_{1-9} - 16 \Rightarrow \beta_{1-12} = 4 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow I_1 = 10 \cdot \beta_{1-12} \Rightarrow I_1 = 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

۲ ۱۶۲۲ C

با توجه به تعریف تراز شدت صوت خواهیم داشت:

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 28 \text{ dB} \Rightarrow 28 = 10 \cdot \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 2/8 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

اکنون باید فکر کنیم $2/8$ را چگونه بنویسیم تا بتوانیم مسئله را حل کنیم. با توجه به فرض مسئله $(\log 2 = 0/3)$ باید به سراغ تولید $0/3$ برویم. $2/8$ را به صورت $4 \times 0/7$ می‌نویسیم و به جای $0/7$ نیز $(1-0/3)$ را قرار می‌دهیم بنابراین:

$$4 \times 0/7 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4(1-0/3) = \log \frac{I}{10^{-12}} \quad \log 1 = 0, \log 2 = 0/3$$

$$4(\log 10 - \log 2) = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4 \log \frac{10}{2} = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 4 \log 5 = \log \frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 5^4 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 6/25 \times 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

۳ ۱۶۲۳ B

۱ ابتدا فرض می‌کنیم که اتلاف انرژی وجود ندارد و شدت صوت در ۴ متری چشمه صوت را حساب می‌کنیم.

$$\frac{I'}{I} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \quad I = 500 \text{ W/m}^2, r = 2 \text{ m}, r' = 4 \text{ m} \Rightarrow \frac{I'}{500} = \left(\frac{2}{4}\right)^2 \Rightarrow I' = 125 \text{ W/m}^2$$

۲ 50% این مقدار توسط محیط جذب شده و 50% آن به ۴ متری رسیده است بنابراین شدت صوت در ۴ متری خواهد شد:

$$I'' = \frac{50}{100} I' \Rightarrow I'' = \frac{50}{100} \times 125 \Rightarrow I'' = 62/5 \text{ W/m}^2$$

۴ ۱۶۲۴ C

۱ شدت صوت با مربع فاصله نسبت وارون دارد. بنابراین اگر اتلاف انرژی وجود نداشته باشد نسبت شدت صوت در نقاط A و B خواهد شد:

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{5}{10}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \frac{1}{4} \Rightarrow I_B = \frac{1}{4} I_A$$

۲ با توجه به تعریف تراز شدت صوت، به کمک اختلاف تراز شدت در نقاط A و B نسبت شدت صوت را حساب می‌کنیم.

$$\beta_A - \beta_B = 10 \cdot \log \frac{I_A}{I_B} \quad \beta_A = 4 \text{ dB}, \beta_B = 2 \text{ dB} \Rightarrow$$

$$4 - 2 = 10 \cdot \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \log \frac{I_A}{I_B} = 0/2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10^0/2 = 10/2 = 5$$

۳ درصد اتلاف انرژی خواهد شد:

$$\frac{I'_B - I_B}{I_B} \times 100 = \frac{1/4 I_A - 1/10 I_A}{1/4 I_A} \times 100 = \frac{4-10}{4} = -60/4 = -60\%$$

۶۰ درصد انرژی تلف شده است.

۳ ۱۶۱۶ B

خط فکری

در حرکت چشمه (شخص در حال سقوط) هرچه تندی بیشتر می‌شود، جبهه‌های موج در جلوی چشمه فشرده‌تر شده و طول موج کوتاه‌تر و کوتاه‌تر شده یعنی با گذشت زمان و افزایش تندی، بسامد در جلوی چشمه در حال افزایش خواهد بود. اکنون بررسی کنید هنگام سقوط شخص، تندی آن چگونه تغییر می‌کند.

یادآوری ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند.

هنگام سقوط دائماً بر سرعت شخص در حال سقوط افزوده می‌شود، به همین دلیل بسامد دریافتی توسط شخص کنار استخر به علت پدیدهٔ دوپلر افزایش می‌یابد، بنابراین ارتفاع صوت دریافتی بیشتر می‌شود.

۳ ۱۶۱۷ B

نکته

هرگاه چشمهٔ موج دارای حرکت شتابدار باشد و به ناظر نزدیک شود، اگر چشمه تندشونده باشد؛ بسامد دریافتی توسط ناظر (f_0) در حال افزایش بوده و $f_0 > f_s$ است و اگر حرکت چشمه کندشونده باشد چون به ناظر نزدیک می‌شود $f_0 > f_s$ است اما f_0 در حال کاهش خواهد بود.

این یک سؤال علمی تخیلی است زیرا باید گوش حساسی داشته باشید تا بتوانید در آن مدت کوتاه تغییر ارتفاع را حس کنید. اما پاسخ چیست؟ ارتفاع در حال کاهش است یعنی بسامد در حال کاهش است بنابراین تندی آمبولانس در حال کاهش است که سبب می‌گردد بسامد دریافتی توسط شما کاهش یابد و سپس ممکن است تندی آن ثابت و یا ساکن شود که در این صورت بسامد دریافتی ثابت می‌ماند بنابراین گزینه (۳) درست است.

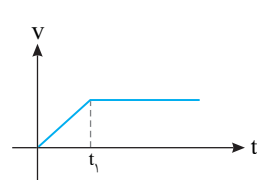
۴ ۱۶۱۸ A

نکته

هرگاه چشمه با حرکت شتاب‌دار کندشونده در حال دور شدن از ناظر باشد بسامد دریافتی توسط ناظر f_0 از بسامد چشمه f_s کمتر است $(f_0 < f_s)$ و علاوه بر آن f_0 در حال کاهش است.

نکته

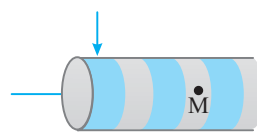
هرگاه چشمه با حرکت شتاب‌دار کندشونده در حال دور شدن از ناظر باشد $f_0 < f_s$ بوده و علاوه بر آن f_0 در حال افزایش و نزدیک شدن به f_s است.



چشمه در حال دور شدن از ناظر است و بسامد دریافتی توسط ناظر از بسامد چشمه کمتر است اما تا لحظه t_1 سرعت چشمه در حال افزایش است. به همین دلیل بسامد دریافتی در حال کاهش است و بعد از t_1 چشمه با تندی ثابت در حال دور شدن از ناظر است بنابراین بسامد دریافتی توسط ناظر ثابت می‌ماند، اما همچنان $f_0 < f_s$ است.

۴ ۱۶۱۹ A

با توجه به شکل فاصله نقطه M و تپ انبساطی که با پیکان نشان داده شده $3 \frac{\lambda}{2}$ است. در مدت $t = \frac{T}{2}$ ، موج به اندازه $\frac{\lambda}{2}$ پیشروی می‌کند و تپ انبساطی نشان داده شده به اندازه $\frac{\lambda}{2}$ به نقطه M نزدیک می‌شود و فاصله تپ انبساطی از نقطه M، λ می‌شود. از طرفی با حرکت موج به اندازه $\frac{\lambda}{2}$ باید در محل قبلی تپ انبساطی یک ناحیهٔ تراکمی ایجاد شود. با توجه به مطالب گفته شده گزینه (۴) درست است.



۴ ۱۶۲۰ B

خط فکری

شدت صوت با مربع بسامد و مربع دامنه نسبت مستقیم و با مربع فاصله نسبت وارون دارد. در اینجا فاصله‌ها یکسان بوده بنابراین $\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{f_2}{f_1}\right)^2$ است

۴ تغییرات تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} - 10 \log \frac{I_1}{I_1} \Rightarrow \beta_r - \beta_1 = 10 \log \frac{I_r}{I_1} = 10 \log \frac{1}{44} = 10 \log \frac{1}{100} = 10(\log 1 - \log 100) = 10(\log 1 - 2) = -20 \text{ dB}$$

۴ ۱۶۲۹ C

۱ ابتدا فاصله نقطه B از چشمه را به کمک رابطه فیثاغورس حساب می‌کنیم:

$$AB^2 = SA^2 + SB^2 = d^2 + d^2 = 2d^2 \Rightarrow d_B = \sqrt{2}d$$

$$\frac{I_B}{I_A} = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_B}{I_A} = \frac{1}{2}$$

این‌رو:

۳ اختلاف تراز شدت صوت برابر است با:

$$\beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{I_B}{I_0} - 10 \log \frac{I_A}{I_0} = 10 \log \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow \beta_B - \beta_A = 10 \log \frac{1}{2} = 10 \log 0.5 = -3 \text{ dB}$$

۴ اکنون $\log 5$ را حساب می‌کنیم.

$$\log 2 \times 5 = 1 \Rightarrow \log 2 + \log 5 = 1 \xrightarrow{\log 2 = 0.3} \log 5 = 0.7$$

$$\beta_B - \beta_A = -2 \times (0.7) = -1.4 \text{ dB}$$

۶ تراز شدت صوت ۱۴dB کاهش می‌یابد.

۳ ۱۶۳۰ A

۱ نکته هر گاه چشمه صوت ساکن باشد، طول موج در تمام اطراف آن یکسان و برابر طول موج چشمه است و طول موج به حرکت ناظر بستگی ندارد. در این مسئله چشمه ساکن است بنابراین در تمام طول مسیر حرکت کودک، طول موج ثابت است. $(\lambda_A = \lambda_B = \lambda_C)$

۱ ۱۶۳۱ B

۱ نکته هر گاه چشمه با حرکت شتاب‌دار تندشونده به ناظر نزدیک شود به دلیل نزدیک شدن به ناظر بسامد دریافتی شتونده $f_0 > f_s$ است و به دلیل افزایش تندی، جبهه‌های موج به هم فشرده‌تر شده و بسامد دریافتی افزایش می‌یابد. بنابراین شما باید با به‌دست آوردن دوره نوسان سامانه جرم - فنر مشخص کنید که در لحظه $t = 0/4s$ بلندگو به ناظر (ششونده) نزدیک و یا دور می‌شود و حرکت آن در این لحظه چگونه است. دوره نوسان سامانه جرم - فنر را به دست می‌آوریم.

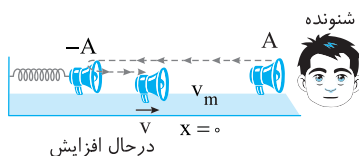
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{0.2}{2}} \Rightarrow T = 0.6s$$

۲ بررسی می‌کنیم که $\Delta t = 0/4s$ چه کسری از دوره است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.4}{0.6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{3}T$$

مدت زمان $\frac{2}{3}T$ از $\frac{T}{4}$ بیشتر و از $\frac{3}{4}T$ کمتر است. از این رو در لحظه $t = 0/4s$

بلندگو از مکان $+A$ به مکان $-A$ رفته و از مکان $-A$ به سوی حالت تعادل در حرکت است و چون به ناظر نزدیک می‌شود $f_0 > f_s$ است و از طرفی سرعتش در حال افزایش است و f_0 نیز در حال افزایش است.



در حال افزایش

۳ ۱۶۲۵ B

۱ خط‌فکری مسئله جالبی است. شما ابتدا باید شدت صوت حاصل از صدای گوینده در فاصله $r = 0/5m$ از گوینده را حساب کرده، سپس سهم میکروفون از این شدت صوت را به‌دست بیاورید.

۱ شدت صوت در فاصله $5cm$ برابر است با:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{A = 4\pi r^2}{4\pi r^2} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$\frac{P = 1.0 \times 10^{-6} W}{4\pi \times (0.5)^2} \Rightarrow I = 1.0 \times 10^{-5} W/m^2$$

۲ اکنون باید حساب کنیم که در مدت یک دقیقه با این شدت صوت از سطحی به مساحت $1cm^2 = 10^{-4}m^2$ میکروفون A چند ژول انرژی می‌گذرد.

$$E = IA \quad t = 60s \Rightarrow E = 1.0 \times 10^{-5} \times 10^{-4} \times 60 = 6 \times 10^{-9} J$$

۱ ۱۶۲۶ B

۱ یادآوری آستانه شنوایی، ضعیف‌ترین صدایی است که گوش می‌تواند بشنود.

۱ خط‌فکری برای گوش ضعیف‌ترین صدای بسامد $5kHz$ برابر $10^{-8} W/m^2$ است. بنابراین شخص تا جایی می‌تواند از چشمه دور شود که شدت صوت از $10^{-8} W/m^2$ کمتر نشود. با این مطلب، می‌توان بیشینه فاصله شخص از چشمه را حساب کرد. با توجه به تعریف شدت صوت خواهیم داشت:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{A = 4\pi r^2, P = \frac{\pi}{100} W}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-8} = \frac{100}{4\pi r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{\pi}{4\pi \times 10^{-6}} = \frac{10^6}{4} \Rightarrow r = \frac{1000}{2} = 500m$$

۳ ۱۶۲۷ B

۱ خط‌فکری در رابطه $I = P/A$ وقتی چشمه جبهه‌های موج کروی را به‌طور یکنواخت در تمام جهت‌ها منتشر می‌کند، در فاصله r از چشمه مساحتی که توان روی آن توزیع می‌شود برابر $A = 4\pi r^2$ است. در این مسئله بلندگو تنها در جلوی خود جبهه‌های موج نیم‌کره را گسیل می‌کند بنابراین مساحت جبهه موج در فاصله r برابر نصف مساحت یک کره یعنی $A = \frac{4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2$ است. با دانستن این مطلب ابتدا شدت صوت و سپس تراز شدت صوت در فاصله $5m$ متری بلندگو را به دست می‌آوریم.

۱ شدت صوت خواهد شد:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{2\pi r^2} = \frac{P = 1/5 W}{\pi \times 25} \Rightarrow I = \frac{1/5}{2 \times 25} = 1.0 \times 10^{-4} W/m^2$$

۲ تراز شدت صوت در این محل را حساب می‌کنیم.

$$\beta = \log \frac{I}{I_0} = \log \frac{1.0 \times 10^{-4}}{10^{-12}} = \log 10^8 = \beta = 8B$$

۴ ۱۶۲۸ B

۱ بسامد چشمه ۴۴ درصد افزایش یافته بنابراین بسامد خواهد شد:

$$f_r = f_1 + \frac{44}{100} f_1 = 1.44 f_1$$

۲ فاصله از چشمه نیز ۲۰ درصد افزایش می‌یابد بنابراین می‌توان نوشت:

$$d_r = d_1 + \frac{20}{100} d_1 = 1.2 d_1$$

۳ شدت صوت با مربع بسامد نسبت مستقیم و با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

نسبت شدت صوت‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{f_r}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{d_1}{d_r}\right)^2 = (1.44)^2 \times \left(\frac{1}{1.2}\right)^2 = 1.44$$

۴ ۱۶۳۲ B

تندی انتشار موج به دوره و دامنه موج بستگی ندارد و برای بسامدهای مختلف یکسان است. $(v_p = v_1)$

یادآوری: توان متوسط انتقال انرژی با مربع دامنه و مربع بسامد نسبت مستقیم دارد. دوره نصف شده است، بنابراین بسامد خواهد شد:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

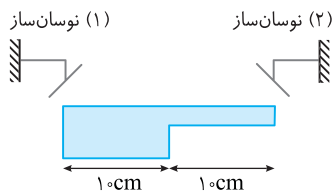
توان متوسط انتقال انرژی خواهد شد:

$$\frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} = (2)^2 \times (2)^2 = 16$$

نمای ۲۱

۳ ۱۶۳۲ B

نکته: در آب‌های کم عمق، تندی انتشار امواج سطحی آب در مناطق کم عمق‌تر، کمتر است.



امواج نوسان‌ساز (۱) در آب عمیق‌تر منتشر می‌شوند بنابراین تندی انتشار آن‌ها بیشتر است. بنابراین محل اولین ملاقات دو موج باید از نوسان‌ساز (۱) دورتر و به نوسان‌ساز (۲) نزدیک باشد. در نتیجه گزینه (۳) که در آن فاصله از نوسان (۱) را ۱۲ cm بیان کرده می‌تواند جواب مسئله باشد.

نمای ۲۰

۳ ۱۶۳۲ B

تندی انتشار موج برابر است با:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

یک ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و در مدت یک دوره، مسافتی چهار برابر دامنه $(L=4A)$ طی می‌کند، بنابراین تندی متوسط هر ذره از محیط در مدت یک دوره خواهد شد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{4A}{T}$$

بنا به فرض مسئله تندی انتشار موج با تندی متوسط ذرات محیط در یک دوره برابر است، از این رو می‌توان نوشت:

$$v = s_{av} \Rightarrow \frac{\lambda}{T} = \frac{4A}{T} \Rightarrow \lambda = 4A \Rightarrow \frac{\lambda}{A} = 4$$

در نتیجه نموداری درست است که در آن طول موج چهار برابر دامنه باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): $\frac{\lambda}{A} = 3 \Rightarrow \lambda = 12 \text{ cm}, A = 4 \text{ cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{A} = \frac{12}{4} = 3 \neq 4 \times$

گزینه (۲): $\frac{\lambda}{A} = 3 \Rightarrow \lambda = 12 \text{ cm}, A = 2 \text{ cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{A} = \frac{12}{2} = 6 \neq 4 \times$

گزینه (۳): $\frac{\lambda}{A} = 8 \Rightarrow \lambda = 16 \text{ cm}, A = 4 \text{ cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{A} = \frac{16}{4} = 4 \checkmark$

گزینه (۴): $\frac{\lambda}{A} = 8 \Rightarrow \lambda = 16 \text{ cm}, A = 2 \text{ cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{A} = \frac{16}{2} = 8 \neq 4 \times$

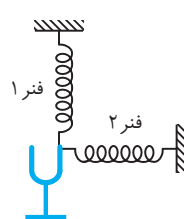
نمای ۱۹

۳ ۱۶۳۲ C

چشمه در حال نزدیک شدن به صخره است بنابراین ناظر ساکن کنار صخره بسامدی که دریافت می‌کند (f_{o_1}) از بسامد چشمه (f_s) بیشتر است $(f_{o_1} > f_s)$. صوت با بسامد f_{o_1} به صخره برخورد کرده و به سوی راننده برمی‌گردد. در این حالت صخره شبیه یک چشمه ساکن رفتار می‌کند که امواجی با بسامد f_{o_1} به سوی شنونده متحرک می‌فرستد. از این رو شنونده متحرک که در حال نزدیک شدن به چشمه است بسامد دریافتی‌اش (f_{o_2}) از f_{o_1} بیشتر است بنابراین:

$$f_s < f_{o_1} < f_{o_2}$$

پنجره ۳ روبه‌روی ۴



به دی‌پازون نگاه کنید. تیغه‌های دی‌پازون وقتی به ارتعاش در می‌آیند به چپ و راست می‌روند. وقتی تیغه به چپ می‌رود فنر ۲ را می‌کشد و فنر ۱ باز می‌شود و وقتی تیغه به سمت راست می‌رود، فنر ۲ جمع می‌شود و این باز شدگی و جمع شدگی سبب انتشار موج طولی در فنر ۲ می‌شود. در فنر ۱ با حرکت تیغه حلقه‌ها به سمت چپ و راست می‌روند و موج به بالا می‌رود یعنی راستای نوسان حلقه بر راستای پیشروی موج عمود بوده و موج در فنر (۱) عرضی است.

نکته: تندی انتشار امواج طولی در جامدات از تندی انتشار امواج عرضی بیشتر است. ۱. فنرها یکسان هستند اما در فنر (۲) موج طولی و در فنر (۱) موج عرضی است بنابراین $v_p > v_1$ است.

۲. بسامد موج را چشمه موج تعیین می‌کند. چشمه موج در هر دو فنر، دی‌پازون است بنابراین بسامد موج در دو فنر یکسان است. $(f_1 = f_2)$

۳. با ثابت بودن بسامد موج، با توجه به تعریف طول موج $(\lambda = v/f)$ چون $(v_p > v_1)$ است بنابراین $(\lambda_p > \lambda_1)$ خواهد شد.

۴. دامنه چشمه برای هر دو موج یکسان است بنابراین دامنه موج در فنر (۱) و (۲) برابر است. $(A_1 = A_2)$ در نتیجه گزینه (۳) درست است.

نمای ۲۴

۴ ۱۶۳۲ B

نکته: فاصله بین یک تراکم و یک انبساط متوالی در امواج طولی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است.

۱. بنا به فرض مسئله فاصله یک تراکم از یک انبساط مجاورش ۴۰ cm است. طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\lambda}{2} = 40 \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 0.8 \text{ m}$$

۲. دوره را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = vT \Rightarrow \frac{0.8 \text{ m}}{16 \text{ m/s}} = T \Rightarrow T = \frac{1}{20} \text{ s}$$

۳. هر ذره از محیط دارای حرکت هماهنگ ساده است و در مدت یک دوره مسافتی چهار برابر دامنه $(\ell = 4A)$ طی می‌کند. بنابراین در مدت $\Delta t = \frac{1}{20} \text{ s}$ مسافت طی شده خواهد شد:

$$\ell = 4A \xrightarrow{A=5 \text{ cm}} \ell = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$$

نمای ۲۴

تندی حرکت ناظر A از تندی حرکت ناظر B بیشتر است و در مدت ۱s، تعداد جبهه‌های موجی که دریافت می‌کند بیشتر بوده بنابراین بسامد دریافتی توسط ناظر A از بسامد دریافتی توسط ناظر B بیشتر است و مقایسه $f_A > f_B$ درست است.

ناظر A در لحظه نشان داده شده در فاصله دورتری از چشمه قرار دارد و شدت صوت دریافتی ناظر A از شدت صوت دریافتی ناظر B کمتر است و مقایسه $I_A > I_B$ نادرست است.

نمای ۲۸

۱ ۱۶۳۲ B

شدت صوت برابر توان صوتی گذرنده از یکای سطح عمود بر راستای پیشروی صوت است ($I = P/A$) که در این رابطه $A = 4\pi r^2$ بوده که r فاصله نقطه مورد نظر از منبع صوت است. در صورت مسئله تراز شدت صوت در فاصله Δm از منبع $\beta = 6 \text{ dB}$ بیان شده پس شما ابتدا باید شدت صوت در محل را به کمک تراز شدت صوت به دست آورده و سپس توان منبع صوت را حساب کنید.

ابتدا با توجه به تراز شدت صوت، شدت صوت تولیدی را به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta = 6 \text{ dB} \rightarrow 10 \log \frac{I}{I_0} = 6 \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 0.6 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{0.6}$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \rightarrow I = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

با توجه به تعریف شدت صوت می‌توانیم توان منبع را حساب کنیم. شدت صوت برابر است با:

$$I = \frac{\bar{P}}{A} \Rightarrow 10^{-6} = \frac{\bar{P}}{4\pi \times 25} \Rightarrow \bar{P} = 10^{-4} \pi \text{ W} = 0.1 \pi \text{ mW}$$

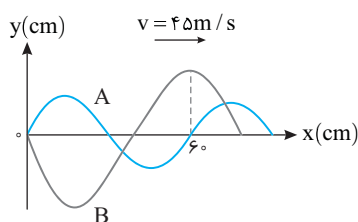
$$\Rightarrow \bar{P} = 10^{-4} \pi \text{ W} = 0.1 \pi \text{ mW}$$

نمای ۲۷

۲ ۱۶۳۲ B

از روی محور افقی طول موج هر موج را حساب می‌کنیم.

$$A: \lambda_A = 6 \text{ cm}, B: \frac{3}{4} \lambda_B = 6 \Rightarrow \lambda_B = 8 \text{ cm}$$



۲ بسامد موج‌های A و B را به دست می‌آوریم.

$$v = f\lambda \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \begin{cases} \text{A} \rightarrow f_A = \frac{45}{6} \Rightarrow f_A = \frac{45}{6} \Rightarrow f_A = 7.5 \text{ Hz} \\ \text{B} \rightarrow f_B = \frac{45}{8} \Rightarrow f_B = \frac{45}{8} \Rightarrow f_B = 5.625 \text{ Hz} \end{cases}$$

۳ تعداد نوسان‌های A و B را در مدت ۲s حساب می‌کنیم.

$$A: \begin{array}{l|l} 1s & \text{نوسان } 7.5 \\ \hline 2s & N_A \end{array} \Rightarrow N_A = 15$$

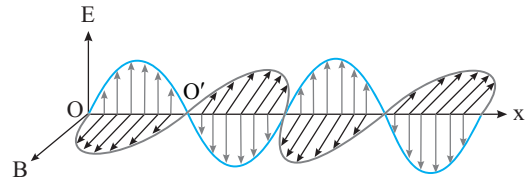
$$B: \begin{array}{l|l} 1s & 5.625 \\ \hline 2s & N_B \end{array} \Rightarrow N_B = 11.25 \text{ نوسان}$$

$$N_A - N_B = 15 - 11.25 = 3.75 \text{ Hz} \quad \text{اختلاف نوسان‌ها خواهد شد:}$$

نمای ۱۹

۲ ۱۶۳۲ A

۶ بسامد و دوره نوسان میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی در همه نقاط یکسان است. بنابراین گزینه (۱) و (۴) نادرست است.



برای بررسی گزینه‌های (۲) و (۳) باید طول موج را حساب کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2 \times 10^6 \text{ Hz}} \Rightarrow \lambda = 150 \text{ m}$$

با توجه به نمودار فاصله O تا O' برابر $\frac{\lambda}{2}$ است از این رو:

$$OO' = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow OO' = \frac{150}{2} \Rightarrow OO' = 75 \text{ m}$$

بنابراین گزینه (۲) درست و گزینه (۳) نادرست است.

نمای ۲۲

۱ ۱۶۳۲ B

۷ اختلاف تراز شدت دو صوت برابر لگاریتم نسبت شدت آن دو صوت می‌شود:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_0} - 10 \log \frac{I_B}{I_0}$$

$$\log a - \log b = \log \frac{a}{b} \rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \frac{I_A}{I_B}$$

با توجه به نسبت خواسته شده، لازم است دو تراز شدت صوت داده شده را از هم کم کنیم، تا لگاریتم $\frac{I_2}{I_1}$ را به دست آوریم:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 \Rightarrow 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 92 - 28 = 64$$

$$\Rightarrow 10 \left(\log \frac{I_2}{I_0} \right) = 64 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 6.4$$

۸ $\log 10^n$ برابر n است و $\log a - \log b$ برابر $\log \frac{a}{b}$ است.

می‌توان عدد ۶/۴ به دست آمده را به صورت $7 - 2(0/3)$ نوشت و به جای ۷، $\log 10^7$ و به جای ۰/۳ از $\log 2$ استفاده کرد:

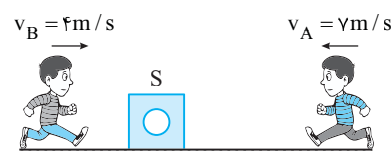
$$\log \frac{I_2}{I_1} = 7 - 2(0/3) \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log 10^7 - 2 \log 2$$

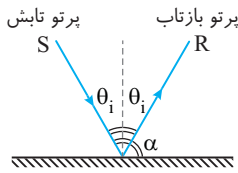
$$\Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = \log \frac{10^7}{4} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{10^7}{4} = 2.5 \times 10^6$$

نمای ۲۷

۲ ۱۶۳۲ B

۸ چشمه ساکن است و هر گاه چشمه ساکن باشد، فاصله جبهه‌های موج منتشر شده در محیط تغییر نمی‌کند و طول موج ثابت است بنابراین $\lambda_A > \lambda_B$ مقایسه نادرستی است.





مجموع زاویه تابش θ_i و زاویه بین پرتو با سطح آینه α برابر 90° است، از این رو:

$$\begin{cases} \alpha = 2\theta_i \\ \theta_i + \alpha = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow 3\theta_i = 90^\circ \Rightarrow \theta_i = 30^\circ$$

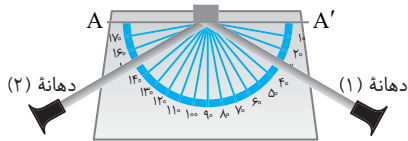
۲ ۱۶۳۸ B

خط فکری امواج صوتی مانند تمام امواج دیگر از قانون بازتاب عمومی پیروی می کنند. یعنی زاویه تابش با زاویه بازتاب برابر است. اگر شنونده دوم بخواهد صدرا با بیشترین بلندی بشنود باید گوش او (دهانه دوم) در امتداد صوت بازتاب قرار گیرد.

زاویه بین دو لوله 12° است، بنابراین زاویه بین هر لوله با خط عمود بر سطح مانع خواهد شد:

$$\theta_i + \theta_r = 12^\circ \xrightarrow{\theta_i = \theta_r} 2\theta_i = 12^\circ \Rightarrow \theta_i = 6^\circ$$

زاویه بین لوله متصل به دهانه (۱) با خط AA' برابر $90^\circ - 6^\circ = 84^\circ$ می باشد.



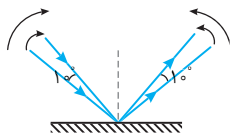
۴ ۱۶۳۹ B

نکته برای آن که بیشینه بلندی به دهانه دوم برسد باید زاویه تابش موج صوتی و بازتابش با هم برابر باشند.

زاویه ای که دهانه (۱) با خط عمود می سازد $90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ و زاویه ای که دهانه (۲) با خط عمود می سازد $90^\circ - 6^\circ = 84^\circ$ است، بنابراین برای آن که صدای دریافتی بیشینه شود باید زاویه دهانه (۱) با خط عمود 3° شود، یعنی لوله متصل به دهانه (۱) 15° ساعتگرد بچرخد و یا زاویه دهانه (۲) با خط عمود از 3° به 45° تغییر کند، یعنی لوله متصل به دهانه (۲) نیز 15° ساعتگرد بچرخد.

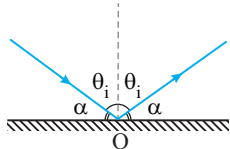
۱ ۱۶۴۰ B

خط فکری با توجه به قانون بازتاب عمومی، زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابر است و اگر زاویه تابش کاهش (و یا افزایش) یابد زاویه بازتاب نیز کاهش (و یا افزایش) می یابد. البته با کاهش زاویه تابش و کاهش زاویه بازتاب زاویه ای که پرتوهای تابش و بازتاب با سطح آینه می سازند افزایش می یابد.



پرتو SI به اندازه 1° ساعتگرد چرخیده و در این صورت پرتو بازتاب 1° پادساعتگرد می چرخد. بنابراین زاویه بازتاب نیز 1° کاهش می یابد و زاویه بین پرتو بازتاب و سطح 1° افزایش می یابد.

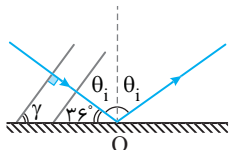
۱ ۱۶۴۱ B



یادآوری زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب دو برابر زاویه تابش $(2\theta_i)$ است. از طرفی اگر زاویه بین پرتو تابش با سطح آینه را α بنامیم مجموع α و θ_i همواره برابر 90° است.

بنابه فرض مسئله زاویه α ، زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب است از این رو:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{3}(2\theta_i) \\ \alpha + \theta_i = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3}\theta_i + \theta_i = 90^\circ \Rightarrow \frac{5}{3}\theta_i = 90^\circ \Rightarrow \theta_i = 54^\circ \text{ و } \alpha = 36^\circ$$



پرتو نور بر جبهه های موج عمود می باشد بنابراین: $\gamma = 180^\circ - (90^\circ + 36^\circ) \Rightarrow \gamma = 54^\circ$

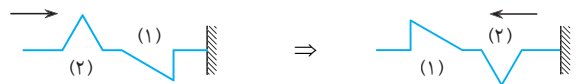
میانبر همواره زاویه بین جبهه های موج با سطح آینه (مانع) برابر زاویه بین پرتو تابش و خط عمود است.

پنجره ۵

۳ ۱۶۳۳ B

یادآوری هرگاه یک تپ به انتهای ثابت رسیده و بر آن فرود آید، تپ بازتاب از مانع وارون و قرینه تپ فرودی است.

دقت کنید هر قسمت از تپ که زودتر به مانع برخورد می کند زودتر بازمی گردد، یعنی قسمت (۱) تپ به مانع برخورد کرده وارونه می شود و به بالا می رود و قسمت (۲) پس از آن به مانع رسیده وارون شده به سمت پایین می آید و به دنبال (۱) حرکت خواهد کرد.

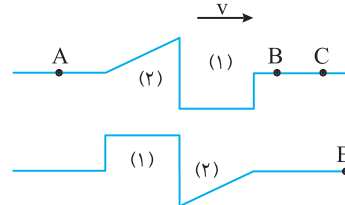


تپ فرودی بر انتهای ثابت

بازتاب از انتهای ثابت

۳ ۱۶۳۴ B

خط فکری تپ فرضی می خواهد از A به C برسد، اما نقطه B غیر قابل حرکت است، از این رو نقطه B یک انتهای ثابت است، بنابراین تپ بازتابیده وارون و قرینه تپ فرودی است.



نقطه B شبیه انتهای ثابت عمل کرده و تپ از آن بازتابیده می شود و تپ بازتابیده نسبت به تپ فرودی وارونگی دارد. قسمت مستطیل شکل تپ ابتدا به نقطه B می رسد، بنابراین در بازتاب نیز، ابتدا برمی گردد و در سمت چپ تپ قرار می گیرد. با این توضیحات، گزینه (۳) تپ بازتابیده است.

۴ ۱۶۳۵ B

خط فکری هرگاه یک موج به مانعی برخورد کرده از مانع بازتاب کند، محیط انتشار موج قبل و بعد از برخورد به مانع تغییر نمی کند. بنابراین تندی انتشار موج که به ویژگی های محیط وابسته است تغییر نمی کند. بسامد موج نیز از ویژگی های چشمه موج است، بنابراین هنگام انتشار موج در محیط بسامد آن ثابت می ماند ($f_1 = f_2$). از این رو طول موج $\lambda = v/f$ نیز ثابت می ماند.

اکنون با یادآوری هایی که در خط فکری بیان شده گزاره ها را بررسی می کنیم. بازتاب موج از هر سطحی از قانون بازتاب عمومی پیروی می کند و گزاره (الف) درست است. طول موج، بسامد و تندی انتشار موج در بازتاب موج ثابت می مانند، بنابراین گزاره های (ب)، (پ) و (ت) نیز درست هستند.

۱ ۱۶۳۶ B

یادآوری بنا به قانون بازتاب عمومی همواره زاویه بین پرتو تابش و خط عمود در نقطه تابش (زاویه تابش) با زاویه بین پرتو بازتاب و خط عمود در نقطه تابش (زاویه بازتاب) برابر است.

در صورت مسأله بیان شده که زاویه بین راستای پرتو تابش و راستای پرتو بازتابش یعنی $2\theta_i$ برابر

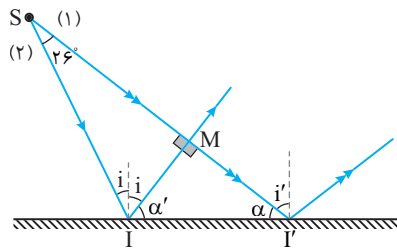
$$\frac{1}{4} \text{ زاویه } \alpha \text{ است. از این رو خواهیم داشت:}$$

$$\theta_i + \theta_i = \frac{1}{4}\alpha \Rightarrow \alpha = 8\theta_i$$

$$\alpha + \theta_i = 90^\circ \Rightarrow 8\theta_i + \theta_i = 90^\circ \Rightarrow \theta_i = 10^\circ$$

۲ ۱۶۳۷ B

خط فکری قرار است پرتو بازتاب نیمساز زاویه بین پرتو تابش و سطح آینه باشد. یعنی زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب $(2\theta_i)$ برابر زاویه بین پرتو بازتاب و سطح آینه (α) باشد. با توجه به این مطلب مسئله به راحتی قابل حل است.



۳ اکنون زاویه i' را حساب می‌کنیم:

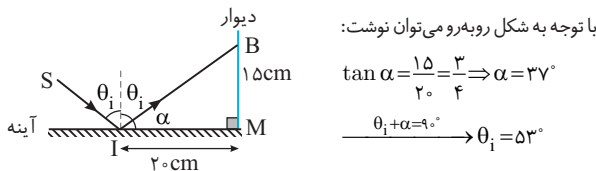
$$\alpha + i' = 90^\circ \Rightarrow 32 + i' = 90 \Rightarrow i' = 58^\circ$$

۴ نسبت زوایای تابش خواهد شد.

$$\frac{i'}{i} = \frac{58}{32} \Rightarrow \frac{i'}{i} = \frac{29}{16}$$

۱ ۱۶۴۶ B

خط فکری پرتو SI بعد از بازتاب آینه در نقطه‌ای در فاصله 15cm از سطح آینه به دیوار برخورد کرده بنابراین به کمک مثلث قائم‌الزاویه IBM می‌توانید زاویه بین پرتو بازتاب و سطح آینه (α) را حساب کرده سپس زاویه تابش را به دست آورید.



با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نوشت:

$$\tan \alpha = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

$$\theta_1 + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \theta_1 = 53^\circ$$

۴ ۱۶۴۷ B

میکروفون سهموی برای ثبت صداهای ضعیف استفاده می‌شود. پس گزینه (۱) نادرست است. در دستگاه لیتوتریسی برای شکستن سنگ‌های کلیه از بازتابنده‌های بیضوی استفاده می‌شود. پس گزینه (۲) نادرست است. برای تعیین تندی خودروها از اثر دوپلر امواج الکترومغناطیسی استفاده می‌شود پس گزینه (۳) نادرست است.

از مکان‌یابی پژواکی امواج فراصوت به همراه اثر دوپلر برای تعیین تندی شارش خون (گویچه‌های قرمز) در رگ استفاده می‌شود و گزینه (۴) درست است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که باید محث فناوری و کاربرد را در کتاب درسی به خوبی فرابگیریم.

۱ ۱۶۴۸ A

۱ صوت در مدت $2S$ ، 100 متر فاصله بین وال با مانع را رفته و بازگشته یعنی مسافت $100 + 100$ متر را در مدت $2S$ طی می‌کند. بنابراین تندی صوت در محیط برابر است با:

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{100 + 100}{2S} = \frac{200}{2S} \Rightarrow v = 100/S \text{ m/s}$$

۲ حال با توجه به سرعت صوت و بسامد داده شده طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{1000}{10 \times 10^3} = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

یادآوری تندی موج در یک محیط که شرایط فیزیکی آن ثابت بوده و تغییر نمی‌کند مقدار ثابتی است و معادله انتشار موج همان معادله حرکت با سرعت ثابت است.

$$(L = vt)$$

۲ ۱۶۴۹ A

تندی صوت در محیط را به دست می‌آوریم:

$$v = f\lambda \quad f = 4 \times 10^3 \text{ Hz}, \lambda = 8/75 \times 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow v = 4 \times 10^3 \times 8/75 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow v = 350 \text{ m/s}$$

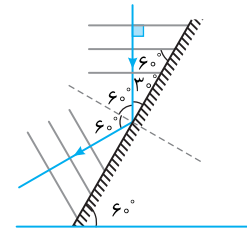
زمان رفت و برگشت صوت $4S$ است، بنابراین زمان رفت صوت $2S$ است، $\frac{4}{2}$

$$d = vt = 350 \times 0.2 = 70 \text{ m}$$

از این رو فاصله دیوار از چشمه خواهد شد:

۱ ۱۶۴۲ B

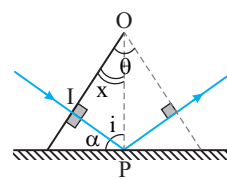
نکته زاویه بین جبهه‌های موج و سطح صیقلی برابر زاویه بین پرتو تابش و خط عمود است.



با توجه به صورت مسئله جبهه‌های موج موازی افق هستند و بنا به خاصیت خطوط موازی و مورب، جبهه‌های موج با سطح صیقلی زاویه 60° می‌سازند از این رو زاویه تابش نیز 60° می‌شود و زاویه بازتاب نیز 60° خواهد بود.

۲ ۱۶۴۳ B

خط فکری زاویه 84° در شکل را با حرف θ نمایش می‌دهیم و ابتدا رابطه‌ای بین θ و α پیدا می‌کنیم تا مسئله را حل کنیم.



جبهه‌های موج بر پرتوی موج عمود است. در مثلث قائم‌الزاویه OIP مجموع زاویه i و x ، 90° است. از طرفی مجموع i و α نیز 90° است:

$$\begin{cases} i + x = 90^\circ \\ \alpha + i = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow x = \alpha \quad (1)$$

با توجه به قانون بازتاب عمومی زاویه تابش و بازتاب با هم یکسان و برابر i است:

$$\begin{cases} \alpha + i = 90^\circ \\ i + x' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow x' = \alpha \quad (2)$$

با توجه به شکل و روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

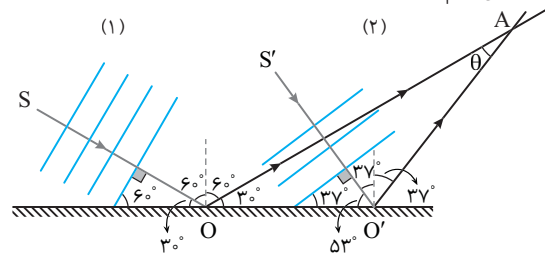
$$\theta = x + x' = 2\alpha$$

$$84 = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 42^\circ$$

بنابراین:

۲ ۱۶۴۴ B

خط فکری به جای جبهه‌های موج شما باید با رسم پرتو مسئله را حل کنید و همواره یادتان باشد که زاویه‌ای که جبهه‌های موج با سطح بازتابنده می‌سازند برابر زاویه بین پرتو و خط عمود است. اکنون بر جبهه‌های موج تابش و بازتاب، پرتو تابش SO و $S'O'$ را رسم کرده و پرتوهای بازتاب را رسم می‌کنیم، سپس زاویه بین دو پرتو بازتاب را به دست می‌آوریم.



زاویه تابش پرتو SO، 60° و زاویه تابش پرتو $S'O'$ برابر 37° است. پرتوهای بازتاب OA و $O'A'$ نیز زاویه 60° و 37° با خط عمود می‌سازند. در مثلث $OO'A'$ مجموع زوایا 180° است بنابراین θ خواهد شد.

$$\theta = 180 - (30 + 53 + 37) = 23^\circ$$

۲ ۱۶۴۵ B

باید به سراغ هندسه برویم. مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است.

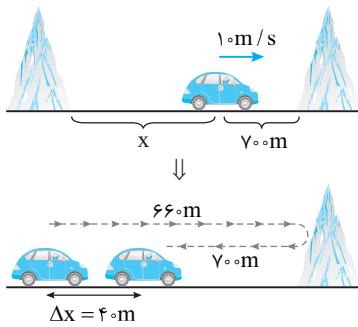
۱ در مثلث قائم‌الزاویه SMI می‌توان نوشت:

$$2i + 26 + 90 = 180 \Rightarrow 2i + 26 = 90 \Rightarrow i + 13 = 45 \Rightarrow i = 32^\circ$$

۲ در مثلث قائم‌الزاویه IMI' خواهیم داشت:

$$\alpha' = 90 - i \Rightarrow \alpha' = 90 - 32 \Rightarrow \alpha' = 58^\circ$$

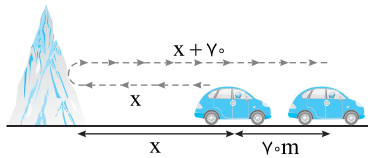
$$\alpha' + \alpha + 90 = 180 \Rightarrow 58 + \alpha + 90 = 180 \Rightarrow \alpha = 32^\circ$$



۲ اما پژواک دوم از صخره دورتر پس از ۷s به گوش شخص می‌رسد و در این مدت خودرو $\Delta x = 7 \times 10 = 70m$ از صخره دور شده است.

و اگر فاصله صخره دورتر از خودرو در ابتدا x باشد، هنگام دریافت پژواک این فاصله $x + 70$ است یعنی صوت مسافت $(x + x + 70)$ متر را طی می‌کند تا به گوش راننده برسد از

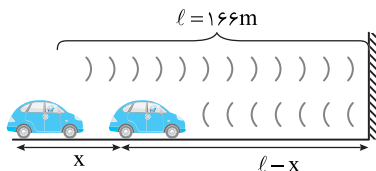
این‌رو: $v = \frac{x + (x + 70)}{\Delta t'} \Rightarrow 340 = \frac{2x + 70}{7} \Rightarrow 2x + 70 = 2380 \Rightarrow x = 1155m$



بنابراین فاصله دو صخره از هم $1155 + 70 = 1225m$ می‌باشد.

۲ ۱۶۵۳ C

خط فکری در حل تمام این مسایل شما باید دقت کنید که اگر فاصله خودرو تا مانع در لحظه تولید صوت l باشد، صوت در مسیر رفت l را طی می‌کند، اما در برگشت خودرو در حال نزدیک شدن به مانع است و صوت مسیر کوتاه‌تری را طی می‌کند زیرا خودرو به طور مثال به اندازه x جلو آمده بنابراین کل مسافت طی شده توسط صوت $(l + l - x)$ خواهد بود.



۱ اگر مدت رفت و برگشت صوت را t بنامیم، پیشروی ماشین در این مدت خواهد شد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 10t \Rightarrow x = 2t^2 + 10t$$

۲ صوت با تندی $320m/s$ مسافت $l + l - x$ را طی می‌کند، بنابراین خواهیم داشت:

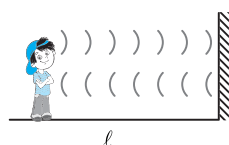
$$2l - x = vt \Rightarrow (2 \times 166) - (2t^2 + 10t) = 320 \times t$$

$$332 - 2t^2 - 10t = 320t \Rightarrow 2t^2 + 330t - 332 = 0$$

$$t^2 + 165t - 166 = 0 \Rightarrow (t + 166)(t - 1) = 0 \Rightarrow t = 1s$$

۳ ۱۶۵۴ B

نکته حداقل تأخیر زمانی بین صوت و پژواک آن که گوش قادر به تمیز دادن صوت از پژواکش شود $0.1s$ است.



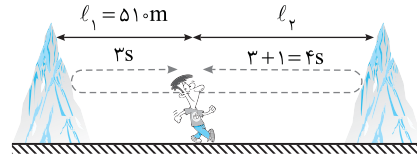
با توجه به نکته بیان شده باید صوت، فاصله 700 متری از صخره گلوله شلیک می‌شود و در مدت $350m/s$ در مدت $0.1s$ طی کند و اگر فاصله شخص از دیوار L باشد در مسیر رفت و برگشت صوت می‌توان نوشت:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 2l = 350 \times 0.1 \Rightarrow l = 17.5m$$

۲ ۱۶۵۰ B

۱ صوت فاصله شخص تا صخره نزدیک تر را در مدت $3s$ می‌رود و برمی‌گردد، یعنی مسافت $510 + 510 = 1020m$ را در مدت $3s$ طی می‌کند بنابراین تندی صوت در محیط خواهد شد:

$$v = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{1020}{3} \Rightarrow v = 340m/s$$



۲ صوت مسیر تا صخره دورتر را در مدت $3 + 1 = 4s$ می‌رود و برمی‌گردد، فاصله صخره تا شخص را به دست می‌آوریم.

$$l_p + l_p = v(t) \Rightarrow 2l_p = 340(4) \Rightarrow l_p = 680m$$

۳ بنابراین فاصله دو صخره از هم برابر است با:

$$l_1 + l_1 = 510 + 680 = 1190m$$

پایه با سوال

شخصی بین دو کوه ایستاده است و فریاد می‌زند. اگر اختلاف فاصله شخص از دو کوه $16m$ باشد، پژواک اول را چند ثانیه زودتر از پژواک دوم می‌شنود؟ (سرعت صوت $320m/s$ است.)

۱) 0.1 ۲) 0.1 ۳) 0.5 ۴) 0.5

پاسخ

پژواک دوم باید $16m$ بیشتر برود و $16m$ بیشتر برگردد، یعنی مسیر پژواک دوم $16 + 16 = 32m$ از پژواک اول بیشتر است و تندی صوت در محیط $320m/s$ است. بنابراین پژواک دوم با اختلاف زمانی زیر به شنونده می‌رسد.

$$\Delta x = vt \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{2 \times 16}{320} = 0.1s$$

گزینه

۲ ۱۶۵۱ B

خط فکری فاصله خودرو تا مانع را d فرض می‌کنیم. اگر صوت فاصله d را طی کرده به مانع برخورد کرده و بازگردد و در مدت t به راننده برسد در این مدت خودرو نیز به اندازه x خودرو V به مانع نزدیک می‌شود، یعنی صوت در برگشت فاصله d را طی نمی‌کند بلکه فاصله $d - vt$ را طی می‌کند تا به خودرو برسد. اکنون با این دانسته‌ها مسئله قابل حل است.

۱ سرعت خودرو را بر حسب m/s حساب می‌کنیم.

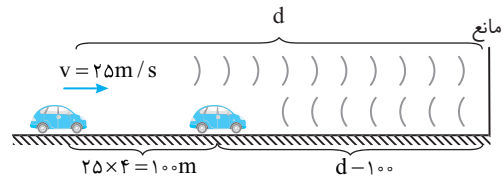
$$v = 90km/h = 90 \times \frac{1000m}{3600s} \Rightarrow v = 25m/s$$

۲ مقداری که خودرو در مدت $4s$ جلو می‌آید را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x = vt = 25 \times 4 \Rightarrow \Delta x = 100m$$

۳ در این مدت صوت مسافت $d + (d - 100)$ را با سرعت $320m/s$ طی می‌کند بنابراین:

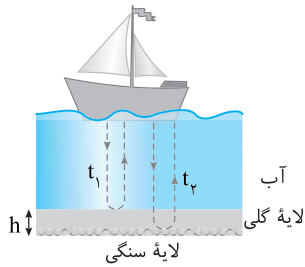
$$l = vt \Rightarrow d + d - 100 = 320 \times 4 \Rightarrow 2d = 1380 \Rightarrow d = 690m$$



۴ ۱۶۵۲ B

۱ خودرو با تندی $10m/s$ در حال حرکت به سمت صخره نزدیک‌تر است و در فاصله 700 متری از صخره گلوله شلیک می‌شود و در مدت $4s$ شخص صدای اولین پژواک را می‌شنود و در این مدت خودرو به اندازه $\Delta x = vt = 10 \times 4 = 40m$ حرکت کرده، بنابراین صوت فاصله $l = 700 + 660 = 1360m$ را در مدت $4s$ طی کرده است و تندی صوت خواهد شد.

$$v = \frac{l}{t} \Rightarrow v = \frac{1360}{4} = 340m/s$$



۳ ۱۶۵۹ B

اولین پژواک در اثر بازتاب از پله اول ایجاد می‌شود و این پژواک $2 \times 16 \text{ m}$ مسافت در رفت و برگشت طی می‌کند. پژواک دوم از پله دوم برمی‌گردد و در مسیر خود $160 + d$ را طی کرده و در برگشت نیز $160 + d$ را طی می‌کند یعنی مسافت طی شده آن $2 \times 160 + 2d$ است و اختلاف زمانی بین دو پژواک به دلیل همین $2d$ اختلاف فاصله است. بنابراین برای این ΔS اختلاف زمانی بین دو پژواک اول و دوم می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 2d = v \times \frac{\Delta t}{5} \Rightarrow v = 4d \quad (I)$$

اکنون به رابطه دیگری بین d و v نیاز داریم. به سراغ پژواک سوم می‌رویم.

مسافت طی شده پژواک سوم برابر است با:

$$\ell_3 = (160 + d + d) + (d + d + 160) = 320 + 4d$$

این پژواک بعد از $2s$ به گوش رسیده است، بنابراین:

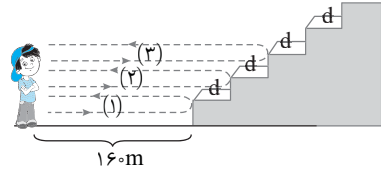
$$t_3 = \frac{\ell_3}{v} \Rightarrow 2 = \frac{320 + 4d}{v} \Rightarrow 320 + 4d = 2v \quad (II)$$

از رابطه (I) در رابطه (II) جای گذاری می‌کنیم:

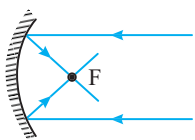
$$320 + 4d = 2 \times 4d \Rightarrow 320 = 4d \Rightarrow d = 80 \text{ m}$$

تندی انتشار صوت خواهد شد:

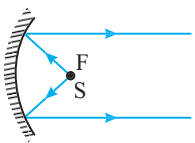
$$(I) \Rightarrow v = 4d \Rightarrow v = 4 \times 80 = 320 \text{ m/s}$$



۲ ۱۶۶۰ B



یادآوری ۱ هرگاه پرتوها موازی هم به سطح کاو بتابند، در بازتاب از نقطه‌ای به نام کانون می‌گذرند.



یادآوری ۲ هرگاه پرتوها از چشمه S که در کانون سطح کاو قرار دارد به سطح کاو برسند پرتوهای بازتاب از سطح با هم موازی هستند.

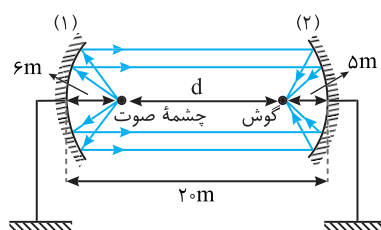
اگر دو سطح کاو در مقابل هم قرار گیرند و چشمه صوت در کانون یکی از دو سطح قرار داشته باشد چنانچه گوش شخصی در کانون سطح دوم قرار گیرد

گوش صدای چشمه را با بیشترین بلندی در آن فاصله می‌شنود.

پس فاصله بین شخص و چشمه صوت برابر فاصله بین دو کانون F_1 و F_2 است و این

فاصله مطابق شکل خواهد شد.

$$d = 20 - (5 + 6) \Rightarrow d = 9 \text{ m}$$



۳ ۱۶۵۵ B

خط فکری

تندی انتشار صوت در فلز از سرعت صوت در هوا بیشتر است، از این رو هرگاه به یک سرلوله فلزی یک ضربه بزنیم در سمت دیگر لوله دو صدا دریافت می‌شود که یکی از طریق هوا و دیگری از طریق فلز منتقل می‌شود و برای تمیز دادن این دو صوت باید اختلاف زمانی رسیدن آن‌ها به انتهای دیگر لوله حداقل $\frac{1}{15}$ باشد. زمان حرکت صوت در هوا و در فلز را به ترتیب $t_{\text{هوا}}$ و $t_{\text{فلز}}$ می‌نامیم. اختلاف این دو باید از $\frac{1}{15}$ بیشتر باشد.

$$t_{\text{هوا}} - t_{\text{فلز}} \geq \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{\ell}{v_{\text{هوا}}} - \frac{\ell}{v_{\text{فلز}}} \geq \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{\ell}{300} - \frac{\ell}{1800} \geq \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{6\ell - \ell}{1800} \geq \frac{1}{15} \Rightarrow 5\ell \geq 180 \Rightarrow \ell \geq \frac{180}{5} \Rightarrow \ell \geq 36 \text{ m}$$

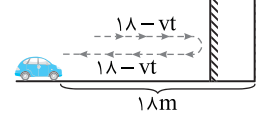
۱ ۱۶۵۶ C

نکته

حداقل اختلاف زمانی برای دو صوت رسیده به گوش که گوش قادر به تشخیص دو صوت از هم باشد برابر $\frac{1}{15}$ است.

خط فکری

مانع در حال حرکت با سرعت v است. وقتی راننده بوق می‌زند، صوت به سمت مانع می‌رود و در مدت t به مانع می‌رسد در این مدت مانع به اندازه

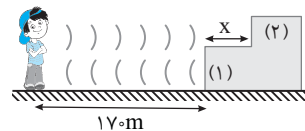


$x = vt$ جلومی‌آید بنابراین صوت در فاصله $18 - vt$ به مانع برخورد می‌کند و همین فاصله را در برگشت طی می‌کند تا به گوش راننده برسد در این صورت زمان رفت و برگشت صوت $2t$ خواهد شد و این $2t$ باید حداقل برابر $\frac{1}{15}$ باشد یعنی $t = \frac{1}{30}$ است اکنون مسئله قابل حل است.

مسافتی که صوت با سرعت 320 m/s طی می‌کند برابر $2 \times (18 - v \times \frac{1}{30})$ است بنابراین:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 320 \times \frac{1}{30} = 2(18 - \frac{v}{30}) \Rightarrow 16 = (18 - \frac{v}{30}) \Rightarrow \frac{v}{30} = 2 \Rightarrow v = \frac{2 \times 30}{1} = 60 \text{ m/s}$$

۱ ۱۶۵۷ B



پژواک اول از پله اول به سوی شخص می‌رود. این پژواک مسیر 170 m را می‌رود و 170 m برمی‌گردد، بنابراین مدت زمان رسیدن پژواک اول خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 170 + 170 = 340 t_1 \Rightarrow t_1 = 1 \text{ s}$$

پژواک دوم باید فاصله $170 + x$ (پهنای پله) را برود و همین فاصله را باید برگردد، یعنی مسافت طی شده برای پژواک دوم برابر $2(170 + x)$ است و زمان پژواک دوم برابر است با:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 2(170 + x) = 340 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{340 + 2x}{340}$$

اختلاف زمانی t_2 و t_1 اگر از $\frac{1}{15}$ کمتر باشد، صدای دو پژواک را نمی‌توان از هم تمیز داد.

$$t_2 - t_1 < \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{340 + 2x}{340} - 1 < \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{340 + 2x - 340}{340} < \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{2x}{340} < \frac{1}{15} \Rightarrow x < 17 \text{ m}$$

۲ ۱۶۵۸ B

خط فکری

برمی‌گردد، اما بازتاب از لایه سنگی از لحظه ارسال تا برگشت به دریافت کننده $t_2 = \frac{1}{15} \text{ s}$ طول می‌کشند. اختلاف زمانی $(t_2 - t_1)$ مدت زمانی است که صوت در لایه گلی در حال رفت و برگشت است. بنابراین با داشتن تندی صوت در لایه گلی می‌توانید، ضخامت این لایه را حساب کنید.

ضخامت لایه گلی را h می‌نامیم در این صورت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 2h = v(t_2 - t_1) \Rightarrow 2h = 1920 \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{15} \right)$$

$$\Rightarrow 2h = 1920 \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{15} \right) \Rightarrow h = 960 \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{15} \right) \Rightarrow h = 48 \text{ m}$$

۳ ۱۶۶۶ B

یادآوری: دو نوع بازتاب نور در طبیعت مشاهده می‌شود.

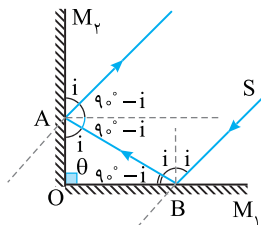
۱ بازتاب منظم: سطح بازتابنده نور بسیار هموار است مانند سطح آینه.

۲ بازتاب پخشنده یا نامنظم: وقتی که نور بر سطحی غیر صیقلی و ناهموار بتابد بازتاب پخشنده رخ می‌دهد.

منظور از سطح ناهموار این است که سطح در مقایسه با طول موج نور ناهموار است. اگر طول موج از ابعاد ناهمواری‌ها بزرگتر باشد، بازتاب منظم و اگر طول موج از ابعاد ناهمواری‌ها کوچکتر باشد، بازتاب پخشنده است.

طول موج نور مرئی در حدود $5\mu\text{m}$ است و اگر از دید میکروسکوپی سطحی که به آن نور تابیده شده دارای ناهمواری‌های بزرگتر از $1\mu\text{m}$ باشد این سطح‌ها برای نور مرئی ناهموار محسوب می‌شوند و بازتاب نور از سطح آن‌ها پخشنده یا نامنظم است و اگر ناهمواری‌های سطح از $1\mu\text{m}$ بسیار کوچکتر باشد آن سطح برای نور مرئی هموار خواهد بود و بازتاب از این سطح آینه‌ای و منظم است، بنابراین بازتاب نور مرئی از سطح a و b و c پخشنده یا نامنظم است و بازتاب از سطح d آینه‌ای یا منظم است.

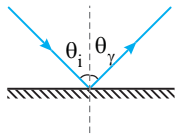
۲ ۱۶۶۷ A



نکته: هرگاه زاویه بین دو آینه

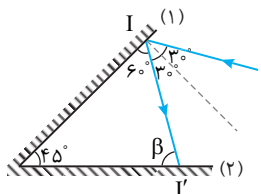
مقاطع 90° باشد (دو آینه بر هم عمود باشند) چنانچه پرتویی بر سطح یکی از آن‌ها بتابد و بعد از بازتاب به آینه دیگر برخورد کند پرتو بازتاب از آینه دوم موازی پرتو تابش بر آینه اول است. با توجه به نکته بالا گزینه (۲) درست است.

۱ ۱۶۶۸ C



خط فکری: بنا به قانون بازتاب عمومی، زاویه بین پرتو

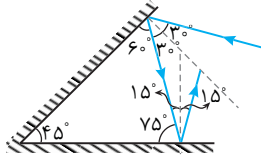
تابش با خط عمود بر سطح تابش (θ_i) با زاویه بین پرتو بازتاب با خط عمود بر سطح تابش (θ_r) باهم برابراند.



۱ با توجه به فرض مسئله، زاویه بین دو آینه 45° و زاویه تابش بر آینه (۱)، 30° است، از این رو زاویه بازتاب نیز 30° بوده و پرتو بازتاب مطابق شکل با سطح آینه (۱) زاویه $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ می‌سازد.

۲ مجموع زوایای داخلی یک مثلث

180° است، بنابراین زاویه‌ای که پرتو تابش (II) بر آینه (۲) با سطح آینه (۲) می‌سازد $60^\circ + 45^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 75^\circ$

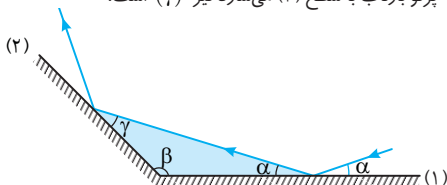


۳ بنابراین زاویه تابش بر سطح آینه (۲) برابر $90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ خواهد شد و زاویه بازتاب از سطح آینه (۲) نیز 15° است.

۴ ۱۶۶۹ B

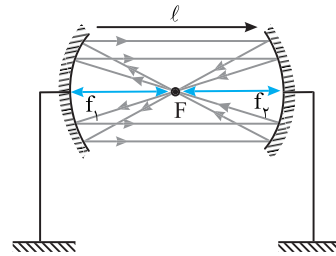
یادآوری: با توجه به قانون بازتاب عمومی، زاویه‌های تابش و بازتاب باهم برابراند و همچنین زاویه‌ای که پرتو تابش با سطح می‌سازد با زاویه‌ای که پرتو بازتاب با سطح می‌سازد برابر است.

در مثلث رنگی داریم: $\alpha + \beta + \gamma = \pi - (\alpha + \beta) \Rightarrow \gamma = \pi - (\alpha + \beta)$ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = \pi$ می‌سازد نیز (γ) است.



۱ ۱۶۶۱ B

تمام موج صوت تولید شده توسط شخص پس از بازتاب از هر دو سطح باید در همان نقطه تولید صوت متمرکز شود تا شخص صوت پژواک را با بیشترین بلندی بشنود. همان‌طور که می‌دانیم اگر در کانون صوت تولید کنیم صوت تولیدی پس از بازتاب از سطح کاو، موازی با محور بازمی‌گردد و با توجه به سؤال صوت بازتاب پس از برخورد به سطح دوم نیز باید در محل تشکیل صوت متمرکز شود، از طرفی اگر موجی موازی با محور بر سطحی برخورد کند موج بازگشتی از کانون عبور می‌کند پس شخص در فاصله کانونی هر دو سطح قرار دارد و فاصله دو سطح کاو از هم برابر مجموع فاصله کانون از دو سطح است.

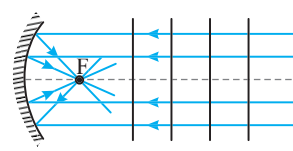


۱ ۱۶۶۲ B

در رادار دوبروی از بازتاب امواج الکترومغناطیسی برای مکان‌یابی پژواکی در تعیین تندی خودروها استفاده می‌شود و (الف) درست است. در سونوگرافی از امواج فراصوت استفاده می‌شود و (ب) نادرست است. در اجاق خورشیدی از بازتاب نور خورشید (امواج الکترومغناطیسی گسیل شده از خورشید) از سطح کاو استفاده می‌شود و (پ) درست است. در دستگاه سونار کشتی‌ها از مکان‌یابی پژواکی امواج فراصوت استفاده می‌شود و (ت) نادرست است. بنابراین گزینه (۱) پاسخ تست است. دقت کنید باید کاربرد پدیده‌های فیزیکی در دستگاه‌های مختلف که در کتاب درسی بیان شده است را فرابگیرید.

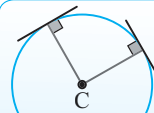
۲ ۱۶۶۳ A

پرتوها بر جبهه‌های موج عمودند، از این‌رو وقتی جبهه‌های موج بر محور سطح کاو عمود هستند چنانچه پرتوها را رسم کنیم این پرتو موازی هم بوده و هنگام بازتاب از کانون سطح کاو می‌گذرند و گزینه (۲) درست است.



۱ ۱۶۶۴ B

یادداشت ریاضی: هر خط که در امتداد شعاع دایره است بر سطح دایره عمود است. **نکته:** هرگاه پرتو نور (موج) بر سطح عمود باشد زاویه تابش صفر است و پرتو بازتاب روی پرتو تابش بازتاب می‌کند.



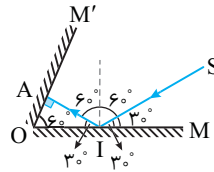
نقطه C در شکل مرکز سطح کروی است و اگر موج از نقطه C بر سطح بتابد یعنی پرتوها در امتداد شعاع دایره قرار دارند و این پرتوها بر سطح کاو عمود هستند. زاویه تابش و زاویه بازتاب صفر بوده یعنی پرتو روی خودش بازتاب می‌کند.

۲ ۱۶۶۵ B

نور لیزر وقتی به دیوار برخورد می‌کند چون ابعاد ناهمواری‌های میکروسکوپی سطح دیوار از طول موج نور مرئی لیزر بزرگتر است سطح دیوار برای نور لیزر سطح ناهموار بوده و نور لیزر بازتاب پخشنده انجام می‌دهد و نور در تمام جهات بازتاب می‌یابد و این دانش آموزان از هر جایی که نشسته‌اند می‌توانند نقطه رنگی روی دیوار را ببینند. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۱ ۱۶۷۰ A

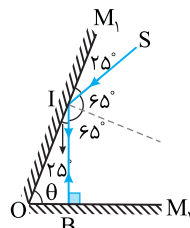
۱ زاویه‌ای که پرتو SI با سطح آینه M می‌سازد 30° است و بنا به قانون بازتاب عمومی زاویه‌ای که پرتو بازتاب با آینه M می‌سازد نیز 30° است.



۲ زاویه O (زاویه بین دو آینه) 60° بوده بنابراین مثلث OAI یک مثلث قائم الزاویه است یعنی زاویه A باید 90° باشد در نتیجه زاویه تابش بر سطح آینه M' صفر می‌شود.

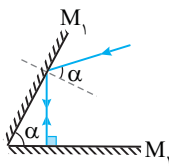
۳ ۱۶۷۱ A

نکته هرگاه پرتو بر سطح آینه عمود بتابد زاویه تابش و زاویه بازتاب $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$ است. در این حالت پرتو روی خودش بازتاب می‌کند.



برای آنکه پرتوی روی خودش برگردد، باید عمود بر سطح آینه M_۲ بتابد. با توجه به شکل مثلث OIB باید قائم‌الزاویه باشد از این رو زاویه بین دو آینه (θ) خواهد شد: $\theta = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$

میانبر هرگاه دو آینه با هم زاویه حاده (α) بسازند. چنانچه پرتو با زاویه تابش α بر یکی از آینه‌ها بتابد پس از بازتاب متوالی روی خودش بازمی‌گردد.

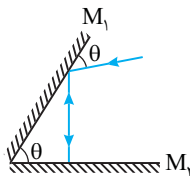


بازی با سوال در شکل روبه‌رو مسیر

پرتو نور مشخص شده است. θ چند درجه است؟

خارج ریاضی - ۸۵

- | | |
|--------|--------|
| ۱۵ (۱) | ۳۰ (۲) |
| ۴۵ (۳) | ۶۰ (۴) |



۱ پاسخ پرتو پس از تابیدن بر

آینه M_۲ روی خودش بازتاب کرده بنابراین پرتو بر آینه M_۲ عمود است و مثلث OIB قائم‌الزاویه است از این رو می‌توان نوشت:

$$\theta + \beta = 90^\circ \quad (I)$$

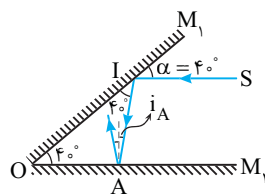
۲ پرتو SI با زاویه θ به آینه M_۱ می‌تابد بنابراین پرتو بازتاب از آینه M_۱ با سطح آن زاویه θ می‌سازد. ($\beta = \theta$)

۳ اکنون از رابطه (I) و (II) می‌توان نوشت: $\theta + \theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$

گزینه ۳

۴ ۱۶۷۲ B

شکل (الف): به دلیل خطوط موازی مورب زاویه‌ای که پرتو SI با سطح آینه M_۱ می‌سازد $\alpha = 40^\circ$ است و زاویه‌ای که پرتو بازتاب با سطح آینه می‌سازد برابر 40° است.



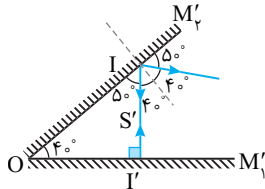
۲ در مثلث OIA زاویه A برابر $180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$ است.

۳ اگر در نقطه A بر سطح آینه M_۲ خطی عمود کنیم زاویه تابش بر سطح M_۲ برابر خواهد شد با:

$$i'_A = 100^\circ - 90^\circ = 10^\circ$$

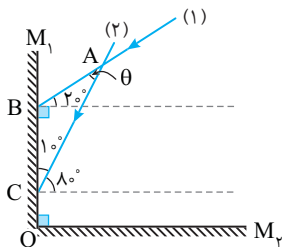
۴ در این صورت زاویه بازتاب پرتو SI از سطح M_۲ برابر 10° است.

شکل (ب): پرتو S'I' بر سطح آینه M' عمود است. از این رو روی خودش بازتاب می‌کند و هنگام برخورد به سطح آینه M' با سطح زاویه $90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ می‌سازد بنابراین زاویه تابش بر سطح آینه M' 40° و زاویه بازتاب نیز 40° است.



۲ ۱۶۷۳ B

نکته هرگاه دو آینه بر هم عمود باشند و پرتو با هر زاویه‌ای که سطح یکی از آنها بتابد پرتو بازتاب از آینه دیگر موازی پرتو اول است.



خط فکری چون پرتوهای بازتاب از آینه M_۲ با پرتوهای تابش بر آینه M_۱

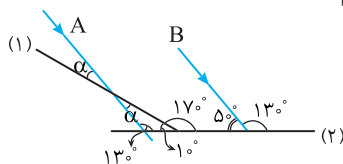
موازی هستند. هر زاویه‌ای که پرتوهای بازتاب می‌سازند همان زاویه بین پرتوهای تابش (۱) و (۲) است بنابراین کافی است زاویه بین دو پرتوی (۱) و (۲) را به دست بیاوریم.

در مثلث ABC زاویه β برابر $20^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ است از این رو می‌توان نوشت:

$$\theta + 110^\circ + 10^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

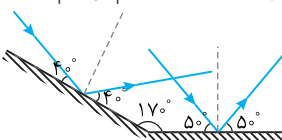
۲ ۱۶۷۴ B

پرتو A پرتوی B موازی است و بنا به خاصیت موازی - مورب امتداد پرتو A نیز با افق زاویه 130° می‌سازد. با توجه به این نکته زاویه‌ای که این پرتو با سطح آینه (۱) می‌سازد را به دست می‌آوریم:



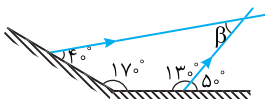
$$\Delta ODI: \alpha + 130^\circ + 10^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 40^\circ$$

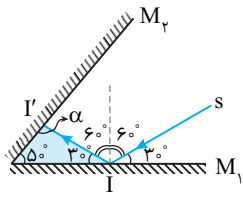
با توجه به مقابل به رأس بودن زاویه‌ها، زاویه پرتو A با سطح آینه (۱) نیز برابر $\alpha = 40^\circ$ است. حال زاویه بازتاب پرتوهای A و B را رسم می‌کنیم.



برای سادگی و جلوگیری از شلوغی شکل، تنها پرتوهای بازتاب را رسم می‌کنیم.

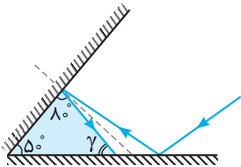
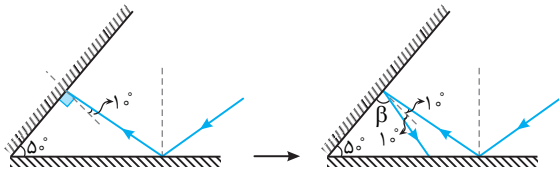
$$\beta + 40^\circ + 170^\circ + 130^\circ = 360^\circ \Rightarrow \beta = 20^\circ$$



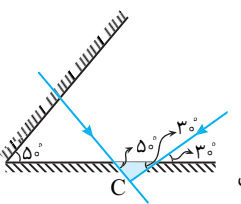


۳ برای پرتو II' خط عمود را می کشیم، پس زاویه تابش به سطح M_1 ، 1° است و زاویه بازتاب نیز 1° است:

$$\beta + 1^\circ = 9^\circ \Rightarrow \beta = 8^\circ$$

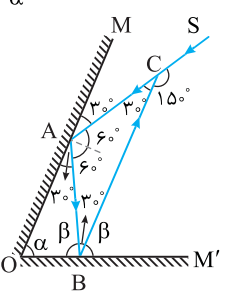
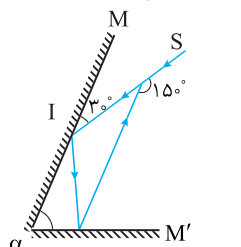


$$5^\circ + 8^\circ + \hat{\gamma} = 18^\circ \Rightarrow \hat{\gamma} = 5^\circ$$



۴ حال امتداد دو پرتو SI و بازتاب از سطح دوم را باهم قطع می دهیم تا زاویه بین دو پرتو را به دست بیاوریم. برای خلوت شدن شکل تنها پرتو SI و بازتاب از سطح M_1 را کشیدیم:

$$5^\circ + 3^\circ + \hat{C} = 18^\circ \Rightarrow \hat{C} = 10^\circ$$



باز با سوال پرتو نورانی SI بر آینه تخت M تابیده و مطابق شکل روی دو آینه M و M' بازتاب پیدا کرده است. زاویه بین دو آینه چند درجه است؟

- ۴۵ (۱)
- ۷۵ (۳)
- ۶۰ (۲)
- ۸۰ (۴)

پاسخ زاویه بین پرتو SI و سطح آینه M، 3° است از این رو زاویه تابش بر آینه M، 6° است. در مثلث ABC زاویه مجاور 15° بوده بنابراین زاویه $C = 3^\circ$ است. در نتیجه زاویه بین پرتوی تابش AB و بازتابش BC بر آینه M' برابر است با: $18^\circ - (2 \times 6^\circ + 3^\circ) = 3^\circ$ اکنون زاویه بین پرتوی تابش AB بر آینه M' با سطح آینه را به دست می آوریم:

$$2\beta = 18^\circ - 3^\circ = 15^\circ \Rightarrow \beta = 7.5^\circ$$

در این صورت در مثلث OAB می توان نوشت:

$$\alpha + \beta + 3^\circ = 18^\circ \Rightarrow \alpha + 7.5^\circ + 3^\circ = 18^\circ \Rightarrow \alpha = 7.5^\circ$$

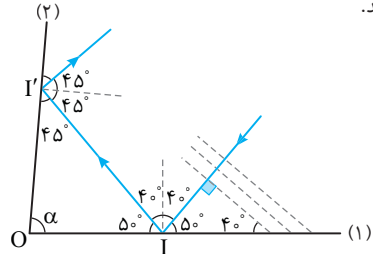
میانبر در آینه های متقاطع همواره زاویه انحراف بین پرتوی تابش اولیه و پرتوی بازتاب از آینه دوم دو برابر زاویه بین دو آینه است و به زاویه تابش اولیه بستگی ندارد. با دانستن این نکته می توان نوشت:

$$\alpha = \frac{15^\circ}{2} = 7.5^\circ$$

گزینه ۳

یادآوری برای بررسی حرکت جبهه های موج از یک پرتو که عمود بر جبهه های موج بوده و در جهت پیشروی جبهه ها رسم می شود در استفاده می کنیم.

نکته زاویه ای که پرتو با خط عمود می سازد برابر زاویه ای که جبهه های موج با سطح می سازند.



۱ در شکل زاویه تابش بر سطح آینه (۱) برابر 4° است و زاویه ای که پرتو بازتاب با سطح (۱) می سازد برابر 5° است.

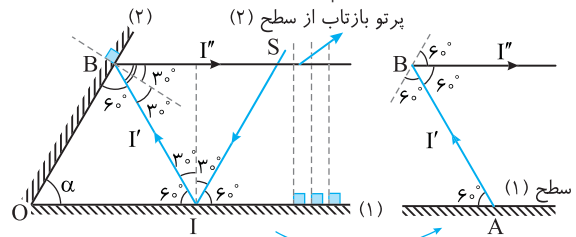
۲ بنابه فرض مسئله زاویه بین جبهه های موج بازتاب با سطح (۲) 45° است بنابراین پرتو بازتاب II' با سطح آینه (۲) زاویه های 45° می سازد.

۳ مجموع زوایای مثلث OII' است از این رو برای مثلث OII' می توان نوشت: $\alpha + 45^\circ + 5^\circ = 18^\circ \Rightarrow \alpha = 8^\circ$

خط فکری پرتو بر جبهه های موج عمود است. اگر پرتوهای بازتاب از سطح (۲)

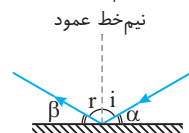
که در شکل به صورت خط چین های موازی هم و عمود بر سطح (۱) نشان داده شده اند را در نظر بگیریم، پرتو بازتاب از سطح (۲) بر این جبهه ها عمود بود بنابراین پرتو بازتاب از سطح (۲) موازی سطح (۱) است. با توجه به این مطلب به سراغ حل مسئله می رویم پرتو SI با زاویه تابش 3° به سطح (۱) تابیده و بنا به قانون بازتاب عمومی زاویه بازتاب از سطح (۱) نیز 3° و زاویه ای که پرتو بازتاب با سطح (۱) می سازد $9^\circ - 3^\circ = 6^\circ$ است. گفتیم پرتو بازتاب سطح (۲) موازی سطح (۱) است از این رو بنا به خطوط موازی مورب زاویه بین پرتو AB و پرتو بازتاب از سطح (۲) برابر 6° است.

در مثلث OAB زاویه A و B هر کدام 6° شده است بنابراین α نیز 6° خواهد شد.



شکل خطوط موازی و مورب استفاده شده

نکته با توجه به قانون بازتاب عمومی، زاویه ای که پرتو تابش با نیم خط عمود (زاویه تابش) با زاویه ای که پرتو بازتاب با نیم خط عمود (زاویه بازتاب) می سازد باهم برابر است:



$$\begin{cases} \hat{i} = \hat{r} \\ \hat{\alpha} + \hat{i} = 9^\circ \\ \hat{i} + \hat{\beta} = 9^\circ \end{cases}$$

۱ با توجه به پرتو تابش زاویه تابش را به دست می آوریم، سپس با توجه به اینکه زاویه تابش و بازتاب باهم برابر است، زاویه بازتاب و پرتو بازتاب را می کشیم:

$$3^\circ + \hat{i} = 9^\circ \Rightarrow \hat{i} = 6^\circ$$

۲ زاویه بازتاب 6° است:



$$3^\circ + 5^\circ + \hat{\alpha} = 18^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 10^\circ$$

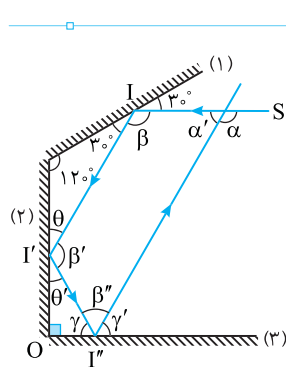
در مثلث رنگی

۲ در مثلث ABD زاویه β زاویه خارجی مثلث است و اندازه آن برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور با β است. از این رو:

$$\triangle ABD: \alpha + \beta + \beta = 180 \Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 180 \Rightarrow \alpha + \beta = 90$$

بنابراین هرگونه تغییری در زاویه تابش، تأثیری روی اندازه β ندارد و در این شکل همواره $\beta = 90 - \alpha$ است.

۳ با توجه به رابطه (I) جمع i و i' همواره با α برابر است بنابراین هر مقدار که از i کم نشود همان مقدار به i' اضافه شود. یعنی وقتی i به $\frac{i}{\gamma}$ تبدیل می‌شود به اندازه $\frac{i}{\gamma}$ به i' اضافه می‌شود.



۱ پرتو SI با سطح آینه (1) زاویه 30° می‌سازد بنابراین زاویه‌ای که پرتو بازتاب II' با آینه (1) می‌سازد 30° است از این رو زاویه بین دو پرتو SI و II' خواهد شد.

$$\beta = 180 - 60 = 120^\circ$$

۲ زاویه‌ای که پرتوی II' با سطح آینه (2) می‌سازد:

$$\theta = 180 - (120 + 30) \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

۳ زاویه بین II' و II'' با سطح آینه (2) نیز 30° خواهد شد:

$$\theta' = 30^\circ$$

۴ زاویه بین دو پرتو II' و II'' نیز برابر است با:

$$\beta' = 180 - (30 + 30) = 120^\circ$$

۵ زاویه پرتو II'' با سطح آینه (3) برابر است با:

$$\theta' + \gamma = 90 \Rightarrow 30 + \gamma = 90 \Rightarrow \gamma = 60^\circ \Rightarrow \gamma' = 60^\circ$$

۶ زاویه بین دو پرتو II'' و I''S را حساب می‌کنیم:

$$\beta'' = 180 - (60 + 60) = 60^\circ$$

۷ مجموع زوایای چهارضلعی SII''I'' برابر 360° است از این رو:

$$\alpha' + \beta + \beta' + \beta'' = 360 \Rightarrow \alpha' + 120 + 120 + 60 = 360 \Rightarrow \alpha' = 60^\circ$$

۸ مجموع زاویه α و α' 180° است. بنابراین:

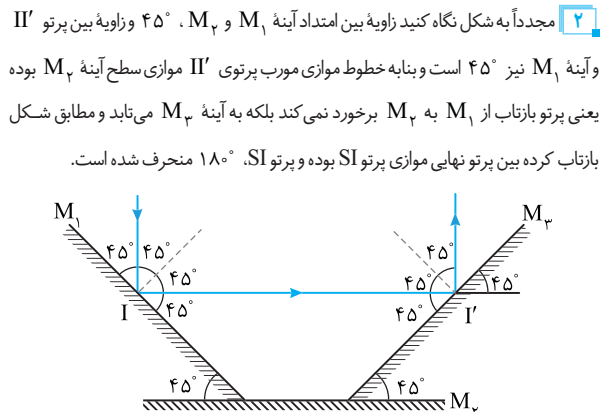
$$\alpha + \alpha' = 180 \Rightarrow \alpha + 60 = 180 \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

دقت کنید که توضیح دادن مسئله سبب طولانی شدن راه‌حل شده است و گزینه حل این تست زمان کوتاهی لازم دارد.

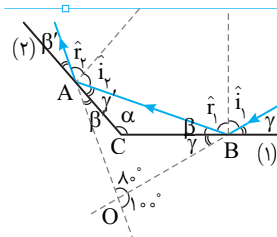
خط فکری: در حل این مسائل باید به زوایای روی شکل دقت کنید. سپس بازتاب پرتو از هر آینه را به دقت رسم کرده تا بتوانید مسئله را حل کنید.

۱ زاویه‌ای که پرتو تابش با سطح آینه M_1 می‌سازد 45° است و بنا به قانون عمومی بازتاب زاویه پرتو بازتاب با سطح آینه M_1 نیز 45° است.

۲ مجدداً به شکل نگاه کنید زاویه بین امتداد آینه M_1 و M_2 45° و زاویه بین پرتو II' و آینه M_1 نیز 45° است و بنابه خطوط موازی مورب پرتوی II' موازی سطح آینه M_2 بوده یعنی پرتو بازتاب از M_2 برخورد نمی‌کند بلکه به آینه M_2 می‌تابد و مطابق شکل بازتاب کرده بین پرتو نهایی موازی پرتو SI بوده و پرتو SI 180° منحرف شده است.



B ۱۶۷۸ ۳



با توجه به قانون بازتاب، زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابرند:

$$\hat{i}_1 = \hat{r}_1 \Rightarrow \frac{\gamma - 90 - i_1}{\beta - 90 - r_1} \Rightarrow \gamma = \beta$$

$$\hat{i}_p = \hat{r}_p \Rightarrow \frac{\gamma' - 90 - i_p}{\beta' - 90 - r_p} \Rightarrow \gamma' = \beta'$$

تذکره! زاویه بین دو پرتو زاویه‌ای است که در محل تقاطع آن‌ها و در قسمتی که هر دو پرتو هم‌جهت (ورود یا خروج) هستند ساخته می‌شود.

در شکل روبه‌رو زاویه‌های α ، زاویه بین دو پرتو و زاویه‌های β مکمل آن‌ها هستند.

در مثلثی که از امتداد پرتوی تابش اولیه و بازتاب ثانویه و پرتوی بازتاب از سطح (1) ساخته می‌شود می‌توان نوشت:

$$(\gamma + \beta) + (\gamma' + \beta') + 180 = 180 \Rightarrow \frac{\gamma = \beta}{\gamma = \beta}$$

$$2\beta + 2\gamma' = 180 \Rightarrow \beta + \gamma' = 90$$

در مثلثی که با پرتوی بازتاب از سطح (1) و دو سطح ساخته می‌شود داریم:

$$\alpha + \beta + \gamma' = 180 \Rightarrow \beta + \gamma' = 90$$

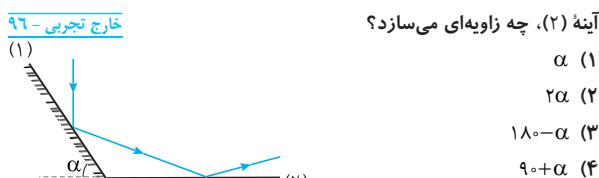
$$\alpha + 90 = 180 \Rightarrow \alpha = 90$$

میانبر: به زاویه بین پرتوی تابش اولیه و پرتو بازتاب از سطح دوم زاویه انحراف گویند:

$$\hat{D} = 360 - 2\alpha \quad \hat{D} = 180 \quad \hat{D} = 2\alpha$$

با توجه به شکل سوال زاویه انحراف 100° است: $360 - 2\alpha = 100 \Rightarrow 2\alpha = 260 \Rightarrow \alpha = 130$

بازی با سوال: مطابق شکل زیر، پرتو نوری به آینه تخت (1) می‌تابد و در نهایت از آینه تخت (2) بازتاب می‌شود. پرتو تابش به آینه (1) با پرتو بازتابش از آینه (2)، چه زاویه‌ای می‌سازد؟



بیا بچه! نکته: هرگاه پرتو به آینه‌های متقاطع شکل زیر بتابد، زاویه انحراف یعنی زاویه بین راستای پرتو تابش بر آینه (1) و پرتو بازتابش از آینه (2) برابر است با:

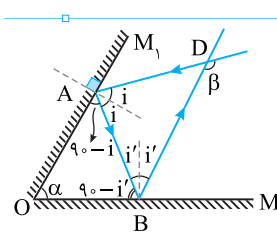
$$D = 360 - 2\theta$$

با توجه به شکل مجموع زاویه‌های α و θ یک زاویه نیم‌صفحه (180°) تشکیل می‌دهند.

در رابطه (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$D = 360 - 2(180 - \alpha) \Rightarrow D = 360 - 2 \times 180 + 2\alpha \Rightarrow D = 2\alpha$$

B ۱۶۷۹ ۴



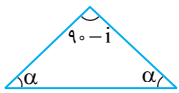
۱ اگر زاویه تابش بر سطح M_1 ، i و بر سطح M_2 i' باشد، در این صورت در مثلث OAB زاویه A و B خواهند شد:

$$A = 90 - i, \quad B = 90 - i'$$

$$\alpha + 90 - i + 90 - i' = 180 \Rightarrow \alpha = i + i'$$

از طرفی خواهیم داشت: (I)

$$\alpha + 90 - i + 90 - i' = 180 \Rightarrow \alpha = i + i'$$



۳ در مثلث رنگی زاویه دو آینه α و زاویه ای که پرتو تابش با سطح آینه می‌سازد نیز با توجه به موازی مورب بالا α درجه است و مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است، بنابراین:

$$\hat{\alpha} + \hat{\alpha} + (90 - \hat{i}) = 180^\circ \xrightarrow[\hat{i} = 60 - \alpha]{\text{طبق معادله (۱)}} \\ 2\alpha + (90 - (60 - \alpha)) = 180^\circ \Rightarrow 3\alpha + 30 = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 50^\circ$$

B ۱۶۸۳ ۱

با توجه به قانون بازتاب زاویه تابش و بازتاب با هم برابر است و مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است:

۱ زاویه تابش بر سطح آینه (۱) برابر $90 - 30 = 60^\circ$ است بنابراین مطابق شکل (الف) زاویه بازتاب از سطح آینه (۱) نیز 60° است.

۲ به شکل (الف) نگاه کنید. زاویه بین پرتو و سطح آینه (۲) خواهد شد:

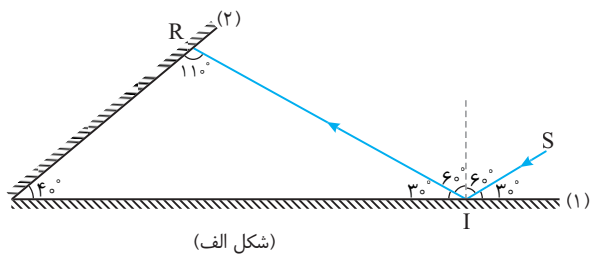
$$R = 180 - (30 + 40) = 110^\circ$$

۳ اگر خط عمود بر سطح آینه (۲) را رسم کنید، مطابق شکل (ب) زاویه تابش بر سطح آینه (۲) برابر $110 - 90 = 20^\circ$ می‌شود و زاویه بازتاب RR' با سطح آینه (۲) $90 - 20 = 70^\circ$ خواهد شد.

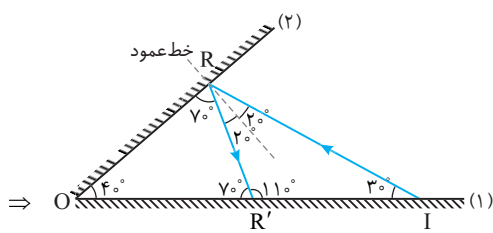
۴ در مثلث ORR' زاویه پرتو بین پرتو RR' با سطح آینه (۱) نیز برابر $180 - (40 + 70) = 70^\circ$ می‌شود.

۵ زاویه تابش و بازتاب از سطح آینه (۱)، 20° می‌شود.

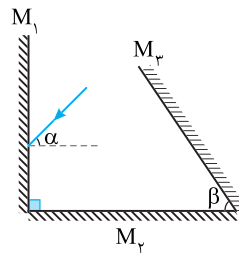
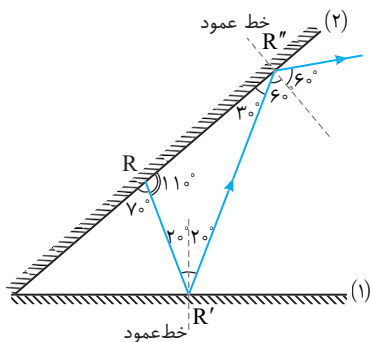
۶ پرتو RR'' با آینه ۲ زاویه 30° می‌سازد بنابراین زاویه تابش و بازتاب برای پرتو RR'' ، 60° خواهد شد.



(شکل الف)



(شکل ب)



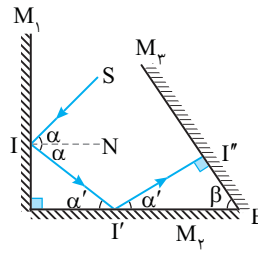
۱ بازو، با سؤال در شکل روبه‌رو پرتو SI با زاویه تابش α بر سطح آینه M_1 تابیده شده و پس از بازتاب از سطح آینه‌های (۲) و (۳) روی خودش باز می‌گردد. کدام گزینه درست است؟

(۱) $\beta = 2\alpha$ (۲) $\alpha = 2\beta$

(۳) $\alpha + \beta = 90^\circ$ (۴) $\alpha = \beta + 90^\circ$

۱ پاسخ

پرتو SI با زاویه تابش α به آینه M_1 می‌تابد و بنا به قانون عمومی بازتابش زاویه بازتاب نیز α می‌شود (به شکل نگاه کنید). با توجه به شکل دو آینه M_1 و M_2 برهم عمودند بنابراین خط عمود M_1 که بر آینه M_2 عمود است موازی



آینه M_2 بوده و با توجه به خطوط موازی مورب زاویه α' با زاویه α برابر است.

۳ زاویه بین پرتو تابش II' بر آینه M_2 است بنابراین زاویه بازتاب (II'') با سطح آینه M_2 نیز α' است.

۴ در مثلث $II''B$ پرتو II'' باید بر آینه M_2 عمود باشد تا روی خودش بازتاب کند در این صورت مجموع زوایای α' و β برابر 90° خواهد شد.

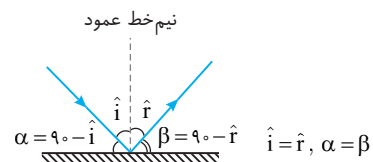
۳ گزینه

$$\alpha + \beta = 90^\circ \xrightarrow{\alpha = \alpha'} \alpha + \beta = 90^\circ$$

B ۱۶۸۲ ۳

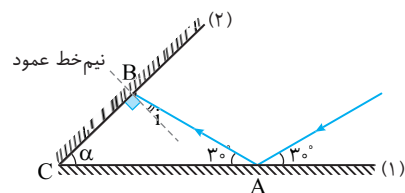
۱ خط فکری در حل این سؤال باید در گام اول پرتوهای تابش و بازتاب بر سطح آینه (۱) و سپس پرتو تابش و بازتاب دوم از سطح آینه (۲) را رسم کنیم. به فرض مسئله دقت کنید که گفته شده پرتو دوم بازتابی از سطح آینه (۱) موازی آینه (۲) خواهد شد.

نکته با توجه به قانون بازتاب عمومی داریم:

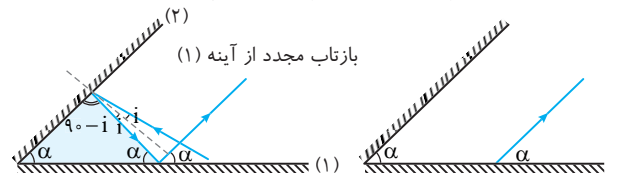


۱ بازتاب پرتو از آینه (۲) را رسم می‌کنیم و نیم خط عمود آن را مشخص می‌کنیم، مجموع زوایای داخلی مثلث ABC برابر 180° است:

$$30^\circ + (90 + \hat{i}) + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \hat{i} = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ - \hat{\alpha} \Rightarrow \hat{i} = 60^\circ - \hat{\alpha} \quad (I)$$



۲ پرتو بازتاب شده از آینه (۲) مجدد به آینه (۱) برخورد کرده و با توجه به سؤال و پرتو بازتاب مجدد از آینه (۱) موازی با آینه (۲) است. طبق خطوط موازی و مورب، آینه (۲) و بازتاب مجدد موازی‌اند و آینه (۱) مورب است بنابراین:

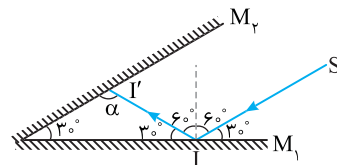


۱۶۸۴ B

خط فکری

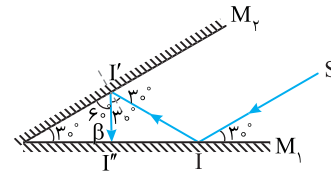
سؤال حل شود یکبار با زاویه تابش 60° و بار دیگر حالتی را بررسی کنیم که پرتو 1° ساعتگرد (↻) بچرخد و زاویه تابش 70° شود:
حالت (الف) زاویه تابش SI برابر 60° است پس زاویه بازتاب II' نیز 60° است، حال زاویه‌ای که پرتو II' با سطح آینه M_p می‌سازد را به‌دست می‌آوریم:

$$\alpha + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$



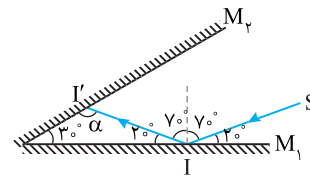
خط عمود را برای زاویه α رسم کرده و پرتو بازتاب II'' از سطح M_p را رسم می‌کنیم:

$$\beta + 30^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ$$



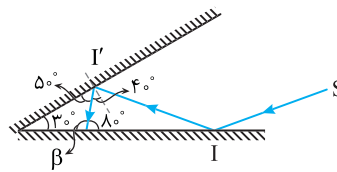
بنابراین با توجه به شکل پرتو II'' بر سطح آینه M_1 عمود است یعنی پرتو با زاویه تابشی صفر درجه برای دومین بار بر سطح آینه M_1 می‌تابد.

حالت (ب) زاویه تابش SI، 70° شده پس زاویه بازتاب از این سطح نیز 70° می‌شود. حال زاویه بین پرتو II' با سطح M_p را به‌دست می‌آوریم: $\alpha + 20^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 130^\circ$

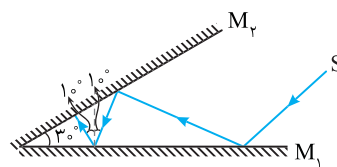


خط عمود را برای زاویه α رسم کرده و پرتو بازتاب II'' را رسم می‌کنیم. زاویه تابش و بازتاب بر سطح M_p ، 40° می‌شود. حال پرتو II'' بر سطح M_1 برخورد کرده که همان پرتو تابش بر سطح M_1 برای دومین بار است:

$$\beta + 30^\circ + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \beta = 100^\circ$$

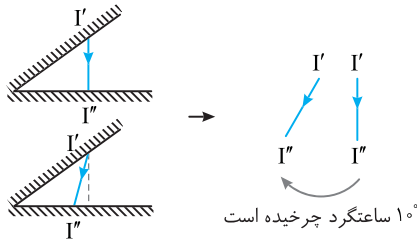


اگر برای زاویه $\beta = 100^\circ$ خط عمود رسم کنیم، زاویه تابش $100^\circ - 90^\circ = 10^\circ$ می‌شود.



بنابراین زاویه تابش بر سطح آینه M_1 از 0° به 10° می‌رسد.

به امتداد پرتو II'' در دو حالت (الف) و (ب) در شکل بعد توجه کنید، پرتو تابش بر سطح M_1 و 10° ساعتگرد می‌چرخد.



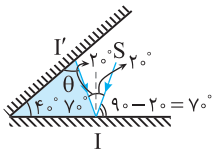
۱۶۸۵ B

۱ بازتاب پرتو SI را رسم می‌کنیم، زاویه

تابش و بازتاب یکسان و برابر 20° است:

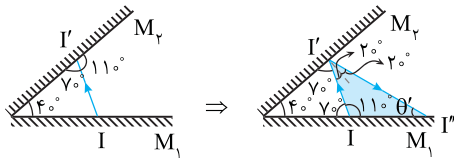
$$\theta + 40^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = 70^\circ$$



۲ پرتو II' با سطح زاویه 110° می‌سازد. نیم خط عمود این پرتو در سطح M_p را

رسم کرده، زاویه تابش را مشخص و پرتو بازتاب را رسم می‌کنیم زاویه تابش پرتو II' با آینه M_p ، برابر 20° است. $\theta' + 40^\circ + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta' = 30^\circ$ در مثلث رنگی

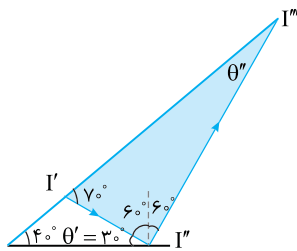


۳ حال پرتو تابش مجدد به از سطح M_1 (II'') را رسم می‌کنیم و زاویه بازتاب آن

$$\theta' = 180^\circ - 110^\circ - 40^\circ \Rightarrow \theta' = 30^\circ$$

را به‌دست می‌آوریم:

غ ق ق $\theta'' + 70^\circ + (60^\circ + 60^\circ) = 180^\circ \Rightarrow \theta'' = -10^\circ$ در مثلث رنگی



۴ زاویه 10° - غیرقابل قبول است یعنی پرتوی II'' با سطح M_p برخورد

نمی‌کند. بنابراین زاویه بازتاب نهایی پرتو SI هنگام خروج 60° است.

۱۶۸۶ B

خط فکری

شما باید در هر مرحله پرتو تابش بر هر آینه و پرتو بازتاب را رسم کرده و به کمک هندسه اندازه زاویه تابش و بازتاب را مشخص کنید و این عمل را تکرار کنید تا لحظه‌ای که زاویه بین پرتو و سطح آینه کوچک‌تر و یا برابر زاویه بین دو آینه شود. در این حالت پرتو از بین دو آینه خارج می‌گردد.

۱ زاویه تابش پرتو SI، 30° و زاویه

بازتاب آن نیز 30° خواهد بود.

۲ پرتو II' وقتی به آینه M_1

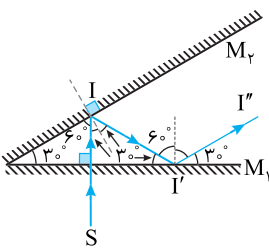
برخورد می‌کند به دلیل خطوط موازی

مورب با خط عمود زاویه 60° می‌سازد

بنابراین پرتو II' با سطح آینه M_1

زاویه 30° خواهد ساخت در نتیجه زاویه

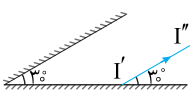
بین پرتو بازتاب از M_1 با سطح آینه M_1 ، 30° است.



۳ طبق خطوط موازی - مورب پرتو

II'' با آینه M_p موازی شده و از بین دو

آینه خارج می‌شود در نتیجه تنها دو بار برخورد صورت می‌گیرد.



۱ ۱۶۹۰ A

یادآوری: تندی انتشار موج در یک سیم از رابطه $v = \sqrt{F/\mu}$ به دست می‌آید که در آن F نیروی کشش سیم و μ چگالی خطی سیم ($\mu = m/\ell$) است.
نکته: هرگاه یک موج از یک محیط به محیط دیگر برود بسامد موج که توسط چشمه موج ایجاد می‌شود، ثابت می‌ماند.

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{v_1}{f_1} & f_1 &= f_2 & \lambda_1 &= \frac{v_1}{f_2} \\ \lambda_2 &= \frac{v_2}{f_2} & & & & \end{aligned} \right.$$

با توجه به رابطه تندی انتشار موج در ریسمان خواهیم داشت:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{F_1}{\mu_1}}}{\sqrt{\frac{F_2}{\mu_2}}} \xrightarrow{F_1=F_2} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \Rightarrow \frac{\mu_2}{\mu_1} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2$$

۳ ۱۶۹۱ B

خط فکری: در یک محیط همگن که شرایط فیزیکی در تمام جهات یکسان باشد، سرعت انتشار موج ثابت است، اما در این پرسش، شرایط فیزیکی محیط از A تا B در حال تغییر است، بنابراین سرعت انتشار موج از A تا B در حال تغییر بوده و طول موج نیز از A تا B در حال تغییر خواهد بود. بنابراین باید به سراغ رابطه تندی انتشار موج در سیم با چگالی سیم بروید.

یادآوری: سرعت انتشار موج در سیم $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ بوده و با جذر چگالی سیم نسبت وارون دارد.

نکته: در طول یک سیم ساکن کشش در تمام نقاط سیم یکسان است. با توجه به اینکه بسامد موج در طول سیم تغییر نمی‌کند خواهیم داشت:

$$v_A = f\lambda_A, \quad v_B = f\lambda_B \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{v_A}{v_B}$$

به جای v مقدار $\sqrt{F/\rho A}$ را قرار می‌دهیم.

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{\sqrt{\frac{F_A}{\rho_A A_A}}}{\sqrt{\frac{F_B}{\rho_B A_B}}} \xrightarrow{A_A=A_B, F_A=F_B} \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_A}}$$

با توجه به فرض مسئله $\rho_A > \rho_B$ است بنابراین $\lambda_A < \lambda_B$ خواهد شد.

۲ ۱۶۹۲ A

یادآوری: تندی انتشار موج در یک طناب (ریسمان) از رابطه زیر به دست می‌آید که در آن D قطر طناب، F نیروی کشش و μ چگالی خطی طناب است.

خط فکری: دو طناب به هم متصل هستند و کشش در هر دو یکسان ($F_1 = F_2$) است. از طرفی دو طناب هم جنس هستند و چگالی هر دو یکی است. ($\rho_1 = \rho_2$) بنابراین ابتدا نسبت سرعت‌ها و سپس نسبت طول موج را حساب کنید.

۱: بسامد موج از ویژگی‌های چشمه موج است و هنگام انتشار موج ثابت می‌ماند. ($f_1 = f_2$)

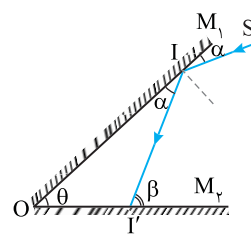
۲: نسبت v_2/v_1 را حساب می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{aligned} v_1 &= \frac{2}{D_1} \sqrt{\frac{F_1}{\pi \rho_1}} & F_1 &= F_2 & v_2 &= \frac{D_1}{D_2} & D_2 &= 2D_1 & \frac{v_2}{v_1} &= \frac{1}{2} \\ v_2 &= \frac{2}{D_2} \sqrt{\frac{F_2}{\pi \rho_2}} & \rho_1 &= \rho_2 & & & & & & \end{aligned} \right.$$

۳: نسبت طول موج‌ها خواهد شد:

$$v_2 = f\lambda_2, \quad v_1 = f\lambda_1 \xrightarrow{f_1=f_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{2}$$

۴ ۱۶۸۷ B



خط فکری: قبل از حل مسئله باید مطلبی را برای هم روشن کنیم. اگر پرتو تابش بر آینه M_1 پس از بازتاب به آینه M_2 برسد. زاویه‌ای که پرتو با سطح آینه M_2 می‌سازد زاویه خارجی مثلث OII' است. یعنی β برابر $\alpha + \theta$ است و در هر بازتاب به اندازه θ به زاویه بین پرتو و سطح آینه افزوده می‌شود.

۱: پرتو SI با سطح آینه (۱) زاویه 6° می‌سازد و زاویه بین دو آینه 42° است بنابراین زاویه II' بر سطح M_2 برابر 48° است.

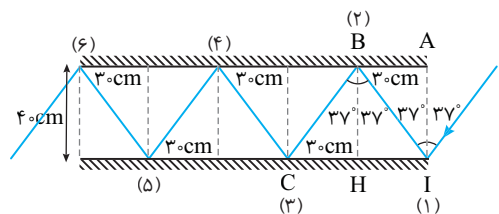
۲: زاویه پرتو بازتاب $I'I''$ با آینه M_1 خواهد شد. $\gamma = 180 - (42 + 48) \Rightarrow \gamma = 90^\circ$

۳: بنابراین پرتو $I'I''$ بر سطح آینه (۱) عمود است از این رو روی خودش بازتاب کرده و مسیر را برمی‌گردد. بنابراین پرتو پس از ۵ بار برخورد از سطح دو آینه و با زاویه 18° نسبت به پرتو SI از بین دو آینه خارج می‌شود.

میانبر: پرتوی SI یکبار به M_1 برخورد کرده سپس با زاویه $42 + 6 = 48^\circ$ به آینه M_2 برخورد کرده و بعد از آن با زاویه $42 + 48 = 90^\circ$ به آینه M_1 برخورد می‌کند (تا اینجا سه برخورد) و پرتو از M_1 روی خود باز می‌گردد به آینه M_2 برخورد کرده و از آن‌جا بر همان مسیر به آینه M_1 می‌رسد (جمعاً ۵ برخورد) و بر مسیر SI برمی‌گردد.

۲ ۱۶۸۸ B

خط فکری: باید پرتو بازتاب را رسم کنید سپس محل برخورد به آینه (۲) را بیابید و به کمک مثلثات مشخص کنید پرتو چند cm جلو رفته و این عمل را تکرار کنید، بنابراین با دقت حل را پیگیری کنید.



پرتو SI با زاویه 37° به آینه (۱) می‌تابد و با زاویه 37° بازتاب می‌کند در مثلث IAB می‌توان نوشت:

با همین استدلال $CH = 3 \text{ cm}$ می‌شود. یعنی بعد از هر برخورد پرتو 3 cm جلو می‌رود و مطابق شکل بعد از ۶ برخورد پرتو از بین دو آینه خارج می‌شود.

نکته: اگر پهنای آینه‌ها در مسئله بالا بین 15 cm تا کمتر از 18 cm بود پرتو هم چنان پس از ۶ بازتاب از بین آینه‌ها خارج می‌شد.

۲ ۱۶۸۹ A

تپ بازتابیده از مرز شبیه تپ بازتابیده از انتهای ثابت وارونه و قرینه است. اما تپ عبوری از مرز شبیه تپ اولیه است اما ابعاد آن از تپ اولیه کوچک‌تر است زیرا انرژی تپ اولیه به دو بخش تقسیم می‌شود. یک بخش سهم تپ بازتاب و بخش دیگر سهم تپ عبوری است.



B ۱۶۹۶ ۳

نکته: رنگ نور به بسامد نور بستگی دارد و هنگام گذر نور از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر بسامد نور و در نتیجه رنگ نور ثابت می‌ماند. با توجه به نکته بیان شده گزینه (۳) درست است.

B ۱۶۹۶ ۳

بازرسی سؤال: رنگ نور به کدام عامل زیر بستگی دارد؟ **کنکور دهه‌های گذشته**
 (۱) شدت نور (۲) سرعت نور (۳) بسامد نور (۴) طول موج نور
پایسج: نور یک لامپ تکفام قرمز در آب و هوا یکسان دیده می‌شود و نور قرمز در آب و در هوا دارای بسامد مشخص است. اما طول موج نور قرمز در هوا و آب به دلیل پدیده شکست یکسان نیست؛ بنابراین رنگ نور که توسط چشم دیده می‌شود به بسامد آن بستگی دارد.

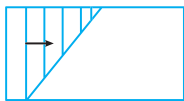
B ۱۶۹۷ ۱

پدآوری: تشتت موج شامل یک تشت شیشه‌ای کم عمق و یک نوسان‌ساز است. یک راه مشاهده رفتار موج با استفاده از سایه‌ای است که توسط لامپ از سطح آب داخل تشت بر ورقه کاغذی زیر تشت تشکیل می‌شود.

نکته: تندی انتشار موج سطحی روی آب‌های کم عمق به عمق آب بستگی دارد و در مناطق کم عمق‌تر، تندی کمتر است.

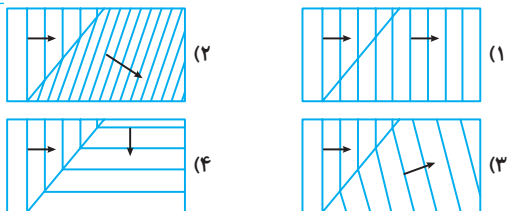
وقتی موج به مرز بره شیشه‌ای می‌رسد و وارد قسمت کم عمق‌تر می‌شود، تندی انتشار موج کاهش می‌یابد اما بسامد موج که توسط چشمه موج تعیین می‌شود ثابت است بنابراین طول موج یعنی فاصله جبهه‌های موج کاهش می‌یابد ($\lambda = \frac{v}{f}$) از طرفی

همین امر سبب تغییر مسیر جبهه‌های موج می‌شود؛ بنابراین گزینه (۱) درست است.



بازرسی سؤال: روی سطح آب یک تشت، یک موج سطحی تخت در قسمت کم عمق ایجاد شده است و این موج به مرز آب کم عمق و آب عمیق می‌رسد. کدام گزینه شکل جبهه‌های موج سطحی در آب عمیق‌تر را به درستی نمایش می‌دهد؟

از کتاب درسی



پایسج: با ورود موج از آب کم عمق به آب عمیق‌تر، تندی موج و در نتیجه طول موج یعنی فاصله جبهه‌های موج افزایش می‌یابد و جبهه‌های موج نیز که با مرز زاویه می‌سازند از مسیر خود منحرف می‌شوند؛ بنابراین گزینه (۳) درست است.

A ۱۶۹۸ ۱

۱) تندی موج ۶۰٪ کاهش یافته، یعنی تندی در ناحیه کم عمق خواهد شد:

$$v_2 = v_1 - \frac{60}{100} v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{40}{100} v_1$$

۲) با توجه به $\lambda = \frac{v}{f}$ و اینکه در شکست بسامد تغییر نمی‌کند، داریم:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{40}{100} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{40}{100} \lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4}{10} \lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4}{10} \lambda_1$$

A ۱۶۹۹ ۱

بسامد زاویه‌ای برابر $\omega = 2\pi f$ است و می‌دانیم بسامد با تغییر محیط ثابت می‌ماند، بنابراین بسامد زاویه‌ای موج الکترومغناطیسی در شیشه و خلأ یکسان می‌باشد.

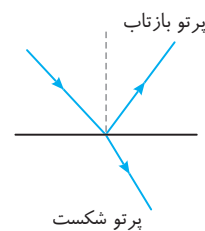
بازرسی سؤال: در شکل زیر چشمه O در دو ریسمان که از یک نقطه به هم متصل شده‌اند، موج گسیل می‌کند، اگر دو ریسمان هم جنس و همگن باشند و سرعت انتشار امواج در ریسمان B، سه برابر سرعت انتشار امواج در ریسمان A باشد، سطح مقطع ریسمان A چند برابر سطح مقطع ریسمان B است؟ (نیروی کشش دو ریسمان یکی است.)

$$v_B = \sqrt{\frac{F}{\rho A_B}} = 3 \sqrt{\frac{F}{\rho A_A}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 3 \Rightarrow \sqrt{\frac{A_A}{A_B}} = 3 \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 9$$

پایسج: سرعت انتشار موج در ریسمان برابر $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ است.

$$\frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{F}{\rho A_B}} = 3 \sqrt{\frac{F}{\rho A_A}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 3 \Rightarrow \sqrt{\frac{A_A}{A_B}} = 3 \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 9$$

A ۱۶۹۳ ۱



دوره و بسامد موج توسط چشمه موج تعیین می‌شود و هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر ثابت می‌ماند و گزینه (۱) درست است.

اما هنگام گذر موج از مرز دو محیط بخشی از موج بازتاب کرده و بخشی وارد محیط دوم می‌شود. مطابق شکل، امتداد پرتو بازتاب و شکست یکسان نیست و گزینه (۲) نادرست است.

وقتی بخشی از نور وارد محیط دیگر و بخشی از آن بازتاب می‌شود یعنی انرژی اولیه موج به دو بخش تقسیم می‌شود، بنابراین شدت نور برای این موج‌ها ممکن است یکسان نباشد و گزینه (۳) نادرست است.

ویژگی‌های دو محیط یکسان نیست بنابراین وقتی موج از یک محیط به محیط دیگری می‌رود تندی انتشار تغییر می‌کند از این رو تندی انتشار موج بازتاب و تندی انتشار موج شکست یکسان نبوده و گزینه (۴) نادرست است.

A ۱۶۹۴ ۴

سرعت امواج الکترومغناطیسی وقتی از هوا وارد محیط چگال‌تری مانند آب می‌شوند، کاهش می‌یابد ($v = \frac{c}{n}$) اما بسامد از ویژگی‌های چشمه موج بوده از این رو بسامد ثابت می‌ماند؛ در نتیجه طول موج نیز کاهش می‌یابد ($\lambda = \frac{v}{f}$).

A ۱۶۹۵ ۳

بسامد از ویژگی‌های چشمه است و تغییر نمی‌کند. طول موج یک موج از یک محیط به محیط دیگر با تندی انتشار موج نسبت مستقیم دارد.

$$f_1 = f_2 = 60 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1}{2} \lambda_1 = \frac{1}{2} \times 25 \text{ m} = 12.5 \text{ m}$$

بازرسی سؤال: موج‌های حاصل از یک چشمه موج در آب با سرعت ۱۵۴۰ m/s و در هوا با سرعت ۳۵۰ m/s منتشر می‌شوند. اگر طول موج آن‌ها در هوا ۲/۵ متر باشد، طول موج آن‌ها در آب چند متر است؟

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{1540}{f} = 2.5 \Rightarrow f = \frac{1540}{2.5} = 616 \text{ Hz}$$

پایسج: هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر (از هوا به آب)، بسامد ثابت می‌ماند. بنابراین:

$$f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1540}{350} \Rightarrow \lambda_2 = 11 \text{ m}$$

A ۱۶۹۹ ۲

از طرفی با ثابت ماندن بسامد موج در گذر از یک محیط به محیط دیگر می توان نوشت:

$$\begin{cases} v_1 = f\lambda_1 \\ v_2 = f\lambda_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (II)$$

از رابطه (I) و (II) رابطه زیر به دست می آید.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{4} \Rightarrow \lambda_2 = 0.75 \lambda_1 = 0.75 \times 4 \mu m = 3 \mu m$$

۴ ۱۷۰۷ A

رابطه سرعت نور با ضریب شکست را در دو حالت می نویسیم و سپس دو رابطه را در هم ضرب می کنیم:

$$\begin{cases} n_{ش} = \frac{v_{ش}}{v_{ش}} = \frac{9}{\lambda} \\ n_{ش} = \frac{v_{ش}}{v_{ش}} = \frac{9}{\lambda} \Rightarrow \frac{v_{ش}}{v_{ش}} = \frac{9}{\lambda} \\ n_{ش} = \frac{v_{ش}}{v_{ش}} = \frac{9}{\lambda} \end{cases}$$

۱ ۱۷۰۸ A

خط فکری نکته مهم در حل این تست ساده این است که بسامد با تغییر محیط ثابت می ماند و نسبت بسامد در هوا با نسبت بسامد در محیط شفاف دیگر تفاوتی ندارد؛ به همین علت شما نسبت بسامدها در هوا را به دست بیاورید. نسبت بسامدها در هوا را حساب می کنیم:

$$\begin{cases} f_A = \frac{v}{\lambda_A} \Rightarrow f_A = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{400}{200} = 2 \\ f_B = \frac{v}{\lambda_B} \end{cases}$$

۱ ۱۷۰۹ A

۱ با توجه به رابطه ضریب شکست با سرعت نور خواهیم داشت:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1}{4} \lambda_1 = \frac{1}{4} \times 4 \mu m = 1 \mu m$$

۲ اکنون یک معادله داریم و دو مجهول؛ اما با توجه به صورت مسئله و اینکه طول موج در آب از طول موج در هوا کمتر شده، می توان نوشت:

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 1000 \Rightarrow \lambda_1 - \frac{3}{4} \lambda_1 = 1000 \Rightarrow \frac{1}{4} \lambda_1 = 1000 \Rightarrow \lambda_1 = 4000 \text{ nm}$$

۳ طول موج در هوا $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$ است. در گستره امواج الکترومغناطیسی طول موج نور مرئی در بازه 400 nm تا 700 nm قرار دارد. بنابراین این موج الکترومغناطیسی در ناحیه نور مرئی قرار دارد.

۴ بسامد این موج الکترومغناطیسی در هر محیطی از جمله خلأ خواهد شد:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 400 \times 10^{-9} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = \frac{3}{4} \times 10^{15} \text{ Hz} \Rightarrow f = 7.5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۳ ۱۷۱۰ A

با ورود نور از شیشه به هوا اندازه سرعت آن 40% افزایش یافته؛ بنابراین می توان نوشت:

$$v_{\text{هوا}} = v_{\text{شیشه}} + \frac{40}{100} v_{\text{شیشه}} \Rightarrow v_{\text{هوا}} = 1.4 v_{\text{شیشه}}$$

با توجه به قانون شکست اسنل:

$$\begin{cases} \sin \theta_i = n_r \\ \sin \theta_r = n_1 \Rightarrow \frac{v_r}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_{\text{شیشه}}}{v_{\text{هوا}}} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_{\text{شیشه}}}{1.4 v_{\text{شیشه}}} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{1}{1.4} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow n_2 = 1.4 n_1 \end{cases}$$

۲ ۱۷۰۰ A

هرگاه نور از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، سرعت و طول موج آن به طور ناگهانی تغییر می کند اما بسامد آن ثابت می ماند. از این رو خواهیم داشت:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f=\text{ثابت}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2/25 \times 10^8}{3 \times 10^8} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2}{3} \lambda_1 = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3} \mu m$$

۴ ۱۷۰۱ A

نکته سرعت صوت در آب از سرعت صوت در هوا بیشتر است. اما در مورد امواج الکترومغناطیسی با توجه به قانون شکست اسنل هرچه محیط غلیظ تر باشد، ضریب شکست بیشتر شده و سرعت کاهش می یابد. از این رو:

$$\downarrow v = \frac{c}{n \uparrow}$$

وقتی صوت از هوا وارد آب می شود، بسامد ثابت می ماند. اما با زیاد شدن تندی انتشار صوت در آب، طول موج در آب افزایش می یابد.

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\text{با تغییر محیط بسامد ثابت می ماند. افزایش } v} \lambda \text{ بیشتر می شود}$$

وقتی نور و یا هر موج الکترومغناطیسی از هوا وارد آب می شود تندی انتشار آن کاهش می یابد؛ بنابراین:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\text{با تغییر محیط بسامد ثابت مانده کاهش } v} \lambda \text{ کمتر می شود}$$

۱ ۱۷۰۲ A

بنا به تعریف ضریب شکست هر محیط برابر با نسبت تندی نور در خلأ به تندی نور در آن محیط است؛ از این رو:

$$n = \frac{c}{v} \xrightarrow{v=2/5 \times 10^8 \text{ km/s}, c=3 \times 10^8 \text{ m/s} = 3 \times 10^5 \text{ km/s}} n = \frac{3 \times 10^5}{2/5 \times 10^8} \Rightarrow n = 1.5$$

۴ ۱۷۰۳ A

با توجه به تعریف ضریب شکست، وقتی پرتو از خلأ وارد محیطی با ضریب شکست n می شود، تندی انتشار $\frac{1}{n}$ می شود.

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n}$$

چون بسامد نور ثابت می ماند، طول موج آن نیز $\frac{1}{n}$ می شود.

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

۴ ۱۷۰۴ A

یادآوری سرعت تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

$$v = \frac{c}{n} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \Rightarrow v = \frac{3}{4\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

۲ ۱۷۰۵ A

۱ با توجه به قانون شکست عمومی و قانون شکست اسنل

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{v_2}{3 \times 10^8} = \frac{1}{3} \Rightarrow v_2 = 10^8 \text{ m/s}$$

۲ بسامد به چشم نور بستگی دارد و با تغییر محیط تغییر نمی کند.

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} \Rightarrow f = \frac{1}{2} \times 10^{15} \Rightarrow f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۳ همچنین با توجه به $\lambda = \frac{v}{f}$ و ثابت ماندن f بنابراین تغییرات λ و v یکسان می باشد:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{6} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1}{6} \lambda_1 = \frac{1}{6} \times 300 = 50 \text{ nm}$$

۲ ۱۷۰۶ A

با توجه به تعریف ضریب شکست خواهیم داشت:

$$v_1 = \frac{c}{n_1}, v_2 = \frac{c}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{c/n_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2 n_1}{c} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow v_2 = \frac{c}{n_2} \quad (I)$$

۲ ۱۷۱۱ A

سرعت نور در این محیط شفاف ۳۶ درصد از سرعت نور در خلأ (c) کمتر است؛ یعنی:

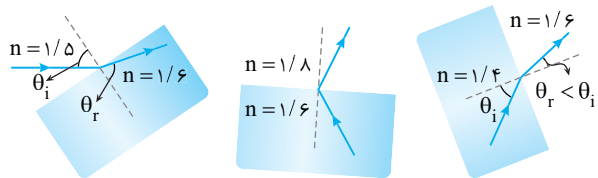
$$v = c - \frac{36}{100}c \Rightarrow v = \frac{64}{100}c$$

$$\frac{\lambda_p}{\lambda_1} = \frac{v_p}{v_1} = \frac{n_1}{n_p} \Rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_1} = \frac{64}{100} = \frac{16}{25}$$

اکنون می‌توان نوشت:

۲ ۱۷۱۲ A

برای هر سه شکل خط عمود را رسم می‌کنیم.



در شکل (الف) ضریب شکست محیط دوم از محیط اول بیشتر است، بنابراین پرتو شکست به خط عمود باید نزدیک شود و شکل (الف) درست است.

شکل (ب) کاملاً نادرست است. زیرا زاویه تابش و شکست باید در دو طرف خط عمود تشکیل شود. در حالی که در این شکل هر دو پرتو در یک طرف خط عمود رسم شده‌اند. در شکل (پ) ضریب شکست محیط دوم بزرگ‌تر است و باید پرتو به خط عمود نزدیک شود؛ یعنی $\theta_r < \theta_i$ باشد، اما پرتو از خط عمود دور شده که این شکل نادرست است.

۴ ۱۷۱۳ A

با توجه به شکل روبه‌رو زاویه شکست از زاویه تابش بیشتر است. با توجه به قانون اسنل ($n_1 \sin \theta_1 = n_p \sin \theta_p$)، ضریب شکست محیط اول (n_1) از ضریب شکست محیط دوم (n_p) بزرگ‌تر است و گزینه (۱) درست است.

سرعت نور با ضریب شکست نسبت وارون دارد ($\frac{v_p}{v_1} = \frac{n_1}{n_p}$) بنابراین وقتی $n_1 > n_p$ است، سرعت نور در محیط اول از سرعت نور در محیط دوم کمتر است ($v_1 < v_p$) و گزینه (۲) درست است.

هرگاه پرتو نور از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شود، پرتو از خط عمود دور می‌شود. پرتو در محیط (۲) از خط عمود دور شده؛ بنابراین محیط (۲) از محیط (۱) رقیق‌تر است و گزینه (۳) نیز درست است.

۲ ۱۷۱۴ A

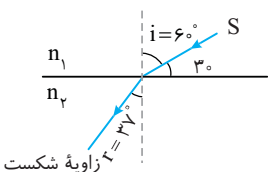
با توجه به شکل و رسم خط عمود بر سطح با عبور موج الکترومغناطیسی پرتو به خط عمود نزدیک شده؛ بنابراین سرعت در محیط دوم کمتر از سرعت در محیط اول است اما بسامد ثابت می‌ماند و طول موج نیز کاهش می‌یابد:

$$\frac{v_p}{v_1} = \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \quad v_p < v_1 \rightarrow \lambda_p < \lambda_1$$

۲ ۱۷۱۵ A

در هر چهار گزینه ماشین با ورود به چمن، به سمت پایین منحرف شده است و این نشان می‌دهد که تندی حرکت چرخ‌های ماشین روی چمن از محیط پیرامونش کمتر بوده و همین امر سبب می‌گردد که وقتی چرخ شماره (۱) به روی چمن می‌رود، سرعتش از چرخ شماره (۲) کمتر بوده و ماشین درون زمین چمن منحرف شود. سرعت هر دو چرخ یکسان است اما وقتی چرخ شماره (۲) از چمن خارج می‌شود سرعتش بیشتر شده و سبب چرخش ماشین رو به پایین می‌شود. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۱ ۱۷۱۶ A



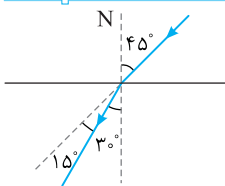
هرگاه پرتو نور به طور مایل از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگری شود، مسیر آن به طور ناگهانی تغییر می‌کند و علت آن، تغییر ناگهانی سرعت نور است. در محیط‌های غلیظ سرعت نور کمتر است. پس اگر هنگام گذر نور از محیط

شفاف به محیط شفاف دیگر پرتو به خط عمود نزدیک شود، محیط دوم غلیظ‌تر بوده و سرعت نور در این محیط از سرعت نور در محیط اول کمتر است.

$$r < i \Rightarrow n_p > n_1 \quad \frac{v_p}{v_1} = \frac{n_1}{n_p} \rightarrow v_p < v_1$$

زاویه شکست زاویه بین پرتو شکست و خط عمود است که این زاویه $r = 37^\circ$ است. **میانبر** در هر محیطی که زاویه بین پرتو و خط عمود بزرگ‌تر است، تندی انتشار نور در آن محیط بیشتر است.

۳ ۱۷۱۷ A



۱ پرتو هنگام ورود به محیط دوم از مسیر خود 15° منحرف می‌شود و زاویه شکست برابر است با:

$$\theta_p = 45 - 15 = 30^\circ$$

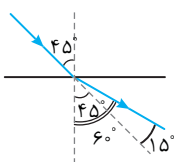
۲ با توجه به رابطه اسنل، ضریب شکست خواهد شد:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_p \sin \theta_p \xrightarrow{n_1 = n_p = n} \sin 45^\circ = n \sin 30^\circ \Rightarrow n = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

۳ اکنون می‌توان طول موج پرتو مورد نظر را در محیط شفاف جدید به دست آورد:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n} \Rightarrow \lambda' = \frac{v_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \lambda' = 350 \cdot \sqrt{2} \text{ nm} \Rightarrow \lambda' = \frac{\sqrt{2}}{2} \mu\text{m}$$

۴ ۱۷۱۸ B



۱ هرگاه صوت از هوا وارد یک مایع شود پرتو از خط عمود دور می‌شود. بنابراین زاویه شکست خواهد شد:

$$\theta_p = 45 + 15 = 60^\circ$$

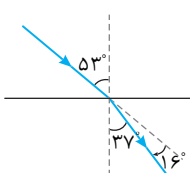
۲ با توجه به قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

$$\frac{\sin \theta_{\text{هوا}}}{\sin \theta_{\text{مایع}}} = \frac{v_{\text{هوا}}}{v_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{\sin 45}{\sin 60} = \frac{v_{\text{هوا}}}{v_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{v_{\text{هوا}}}{v_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{v_{\text{هوا}}}{v_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{v_{\text{مایع}}}{v_{\text{هوا}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

۱ ۱۷۱۹ B

تکنیک روابط شکست موج در هنگام ورود غیر عمودی از یک محیط شفاف به

محیط شفاف دیگر را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:



باید توجه داشت هنگام عبور موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد موج تغییر نمی‌کند.

با ورود نور از هوا به هر محیط دیگری پرتو به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود. بنابراین پرتو موج 16° به نیم خط عمود نزدیک می‌شود:

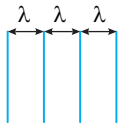
$$\frac{\lambda_p}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_p}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_1} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} \Rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_1} = \frac{3}{4}$$

طول موج $\frac{1}{4} \mu\text{m}$ کاهش یافته است.

$$\lambda_1 - \lambda_p = \frac{1}{4} \times 10^{-6} \Rightarrow \frac{1}{4} \lambda_1 = \frac{1}{4} \times 10^{-6} \Rightarrow \lambda_1 = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{0.5 \times 10^{-6}} = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

۳ ۱۷۲۳ A



نکته: در رسم جبهه‌های موج فاصله دو جبهه متوالی برابر یک طول موج است.

خط فکری:

دقت کنید در بازتاب موج از مرز دو محیط، موج در همان محیط انتشار می‌یابد. بنابراین تندی موج و طول موج آن بدون تغییر می‌ماند اما در پدیده شکست، موج از یک محیط وارد محیط دیگر می‌شود و با تغییر شرایط فیزیکی محیط، تندی انتشار موج و در نتیجه طول موج آن تغییر می‌کند. بنابراین شما در شکل‌ها باید به دنبال چگونگی تغییر فاصله جبهه‌های موج بگردید.

در بازتاب، طول موج ثابت می‌ماند پس باید در بازتاب، فاصله جبهه‌های موج ثابت بماند. بنابراین گزینه (۱) و (۲) نادرست است. در شکست نور و ورود به محیط غلیظ‌تر

طول موج کاهش می‌یابد؛ بنابراین باید فاصله جبهه‌های موج در ورود به

شیشه از هم کم شود که در گزینه (۳) جبهه‌های موج این‌گونه رسم شده‌اند.

۱ ۱۷۲۴ A

با توجه به شکل با ورود جبهه‌های موج به محیط دوم فاصله جبهه‌های موج کمتر شده است؛ بنابراین در محیط دوم طول موج کمتر از طول موج در محیط اول است ($\lambda_1 > \lambda_2$). در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می‌ماند و با توجه

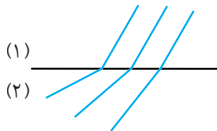
به $\lambda = \frac{v}{f}$ وقتی طول موج کاهش می‌یابد یعنی تندی در محیط دوم از تندی در محیط اول کمتر است. ($v_2 < v_1$)

با توجه به تعریف ضریب شکست خواهیم داشت:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad v_2 < v_1 \rightarrow n_2 > n_1 \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} > 1$$

میانبر: اگر هنگام ورود جبهه‌های موج از یک محیط به محیط دیگر جبهه‌های موج به مرز دو محیط نزدیک شوند، آنگاه تندی و طول موج در محیط دوم از محیط اول کمتر است.

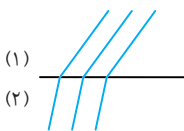
۳ ۱۷۲۵ B



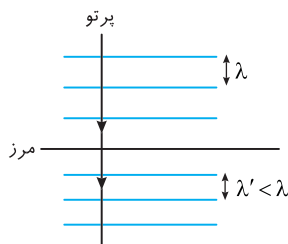
در گزینه (۱) جبهه‌های موازی از محیط همگن (۱) وارد محیط همگن شده بنابراین باید جبهه‌های در محیط دوم نیز با هم موازی باشند اما نیستند و گزینه (۱) نادرست است.

نکته: هرگاه موج از یک محیط وارد محیط دیگری شود و تندی انتشار موج

کاهش یابد، قطعاً طول موج یعنی فاصله جبهه‌های موج کم می‌شود. ($\lambda = \frac{v}{f}$ ثابت)

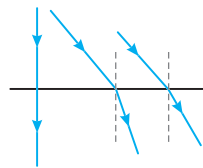


در گزینه (۲) موج وارد محیط (۲) شده که در آن تندی موج کمتر است؛ بنابراین باید فاصله جبهه‌های موج کاهش یابد اما افزایش یافته و گزینه (۲) نادرست است.



هنگامی که پرتو عمود بر سطح بتابد بدون انحراف موج از مرز عبور می‌کند و از طرفی می‌دانیم که پرتو بر جبهه‌های موج نیز عمود است؛ بنابراین باید جبهه‌های موج موازی با سطح باشد. با ورود به محیط دوم، با کم شدن v طول موج (فاصله) موج‌های تخت) نیز از هم کم شده و فاصله جبهه‌های موج نیز کم می‌شود بنابراین گزینه (۳) درست و گزینه (۴) نادرست است.

۲ ۱۷۲۰ B



خط فکری: زاویه تابش صفر درجه یعنی

پرتو عمود بر مرز دو محیط بتابد و بدون انحراف وارد محیط دوم شود. اما وقتی زاویه تابش شروع به افزایش می‌کند و از هوا وارد محیط شفاف می‌شود از مسیر خود منحرف می‌شود اما زاویه

شکست از زاویه تابش همواره کمتر است ($\theta_r < \theta_i$) و وقتی زاویه تابش به 90° می‌رسد زاویه شکست از 90° کمتر است. بنابراین شما باید به گزینه (۲) و (۳) فکر کنید.

با توجه به قانون اسنل ($n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$) هرگاه $\theta_1 = 90^\circ$ شود آنگاه زاویه شکست خواهد شد:

یعنی حد نهایی زاویه شکست در این پدیده 30° است بنابراین گزینه (۲) درست است.

۲ ۱۷۲۱ A

خط فکری: سرعت نور در یک محیط معین مقدار ثابتی است؛ پس حرکت نور حرکت یکنواخت روی خط راست است. شما باید به کمک معادله حرکت با سرعت ثابت مسئله را حل کنید.

معادله انتشار نور را برای آب و هوا می‌نویسیم:

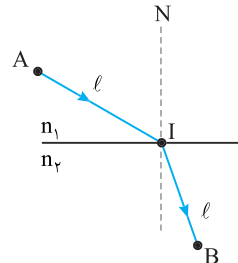
$$\begin{cases} d_{\text{هوا}} = v_{\text{هوا}} t_{\text{هوا}} \\ d_{\text{آب}} = v_{\text{آب}} t_{\text{آب}} \end{cases} \xrightarrow{\text{با فرض مسئله}} \begin{cases} d_{\text{هوا}} = v_{\text{هوا}} t_{\text{هوا}} \\ d_{\text{آب}} = v_{\text{آب}} t_{\text{آب}} \end{cases} \quad (I)$$

با توجه به تعریف ضریب شکست خواهیم داشت:

از رابطه (I) و (II) نتیجه می‌شود که:

$$\frac{d_{\text{هوا}}}{d_{\text{آب}}} = n_{\text{آب}} \xrightarrow{\frac{d_{\text{آب}} = 120 \text{ cm}}{n_{\text{آب}} = \frac{4}{3}}} \frac{d_{\text{هوا}}}{120} = \frac{4}{3} \Rightarrow d_{\text{هوا}} = 160 \text{ cm}$$

۱ ۱۷۲۲ A



خط فکری: با یک مسئله حرکت‌شناسی

سر و کار دارید. از شما خواسته شده زمان حرکت یک متحرک را از نقطه A تا I و از I تا B را بر حسب تندی حرکت متحرک حساب کنید. بنابراین شما باید با معادله حرکت یکنواخت در هر مسیر، زمان را بر حسب تندی حساب کرده و با هم جمع کنید.

۱. زمان حرکت نور از A تا I برابر است با:

۲. زمان حرکت نور از I تا B برابر است با:

۳. زمان رسیدن از A تا B برابر است با:

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 \Rightarrow t = \frac{l}{v_1} + \frac{l}{v_2} \quad (I)$$

۴. اما به گزینه‌ها دقت کنید! در تمام گزینه‌ها خبری از v_2 نیست بلکه ضریب شکست‌های n_1 و n_2 دیده می‌شود؛ بنابراین باید از رابطه (I)، v_2 را حذف کنید.

پس به سراغ رابطه سرعت و ضریب شکست می‌رویم. $\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow v_2 = \frac{n_1}{n_2} v_1$

۵. اکنون رابطه به دست آمده را در (I) قرار می‌دهیم.

$$t = \frac{l}{v_1} + \frac{l}{\frac{n_1}{n_2} v_1} \Rightarrow t = \frac{l}{v_1} + \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{l}{v_1} \right) \xrightarrow{\text{از فاکتور می‌گیریم}} t = \frac{l}{v_1} \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \right)$$

۳ ۱۷۲۶ A

یادآوری ۱

فاصله دو جبهه موج متوالی از هم برابر طول موج (λ) است.

۲

در آب‌های کم عمق، هرچه عمق کمتر می‌شود، تندی انتشار موج سطحی در سطح آب کمتر می‌شود.

۳

در عبور موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد موج که از ویژگی‌های چشمه موج است ثابت می‌ماند از این رو:

$$v = f\lambda \quad f_1 = f_2 \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

با توجه به شکل، فاصله جبهه‌های موج در بخش B از بخش A کمتر است. از این رو طول موج در بخش B از بخش A کوتاه‌تر بوده ($\lambda_B < \lambda_A$)، در نتیجه تندی انتشار موج در بخش B از بخش A کمتر است ($v_B < v_A$). بنابراین عمق آب در بخش B از عمق آب در بخش A کمتر است ($h_B < h_A$).

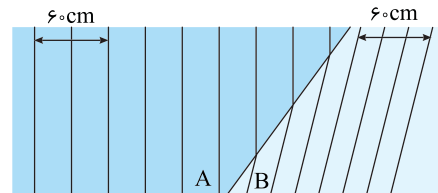
دوباره به شکل نگاه کنید:

در بخش A فاصله‌ای که مقدار آن ۶۰ cm است، دو برابر طول موج و در بخش B برابر طول موج است، از این رو:

$$2\lambda_A = 60 \Rightarrow \lambda_A = 30 \text{ cm}, \quad 3\lambda_B = 60 \Rightarrow \lambda_B = 20 \text{ cm}$$

اکنون نسبت $\frac{v_B}{v_A}$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{v_B}{v_A} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{20}{30} = \frac{v_B}{30} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{2}{3}$$



۳ ۱۷۲۷ B

یادآوری ۱

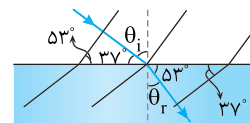
پرتو موج همواره بر جبهه‌های موج عمود است. با توجه به این نکته ابتدا زاویه تابش را به کمک زوایای شکل زیر به دست می‌آوریم:

$$\hat{\theta}_i = 90^\circ - 37^\circ \Rightarrow \hat{\theta}_i = 53^\circ, \quad \hat{\theta}_r = 90^\circ - 53^\circ \Rightarrow \hat{\theta}_r = 37^\circ$$

۲

حال با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{3}{4} \lambda_1$$



۳

درصد تغییرات طول موج خواهد شد:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_1} \times 100 = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{4} \lambda_1 - \lambda_1}{\lambda_1} \times 100 = -25\%$$

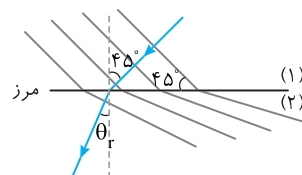
میانبر

همواره زاویه‌های بین جبهه‌های موج و مرز دو محیط برابر زاویه بین پرتو و خط عمود است.

۳ ۱۷۲۸ A

یادآوری ۱

زاویه بین جبهه‌های موج با مرز دو محیط برابر زاویه بین پرتو تابش و خط عمود است.



خط فکری

ابتدا باید تشخیص دهیم محیط اول و محیط دوم کدام است. با توجه به فرض مسئله در محیط اول تندی انتشار موج از تندی آن در محیط دوم بیشتر است ($25 \text{ m/s} > 21/25 \text{ m/s}$)

بنابراین طول موج در محیط اول باید از طول موج در محیط دوم بلندتر باشد. در نتیجه محیط اول محیط بالای مرز بوده و موج از آن‌جا وارد محیط دوم شده است. اکنون به کمک قانون عمومی شکست می‌توانید زاویه شکست در محیط دوم را به دست آورده و مقدار انحراف جبهه‌های موج را تعیین کرد.

۱

بنا به قانون شکست عمومی:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{25}{21/25} \Rightarrow \frac{2}{\sin \theta_2} = \frac{1}{85} \Rightarrow \sin \theta_2 = 160$$

$$\sin \theta_2 = 160 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 112 \Rightarrow \sin \theta_2 = 112 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \theta_2 = 56 \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

۲

مقدار انحراف برابر است با:

$$45 - 37 = 8^\circ$$

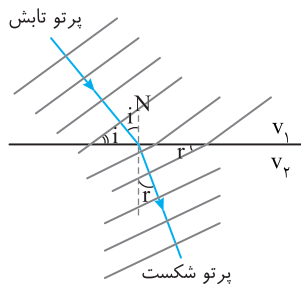
۳ ۱۷۲۹ A

یادآوری ۱

زاویه بین جبهه‌های موج با سطح جدایی دو محیط برابر زاویه بین پرتو و نیم خط عمود بر نقطه تابش است.

قانون شکست عمومی:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$



با توجه به شکل زاویه بین جبهه‌های تابش با سطح 45° است، بنابراین زاویه تابش $\theta_1 = 45^\circ$ است، همچنین زاویه بین جبهه‌های شکست در محیط (۲) با سطح جدایی 30° بوده یعنی زاویه شکست $\theta_2 = 30^\circ$ است، از این رو با

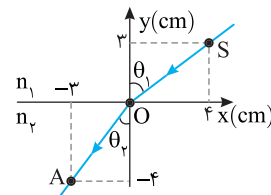
توجه به قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2$$

۳ ۱۷۳۰ A

خط فکری

باز یک مسئله که به جای اندازه زوایای تابش و شکست، روی شکل فاصله‌ها و مکان‌ها را به ما داده است. بنابراین شما باید به کمک هندسه و مثلثات زوایای شکست و تابش را حساب کرده به سراغ قانون شکست عمومی بروید.



۱

زاویه تابش را حساب می‌کنیم.

$$\tan \theta_1 = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta_1 = 53^\circ$$

۲

زاویه شکست را به دست می‌آوریم.

$$\tan \theta_2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

۳

قانون شکست عمومی را می‌نویسیم.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{4/5}{3/5} = \frac{4}{3}$$

۱ طول موج فاصله عمودی بین دو جبهه متوالی موج است. در مثلث قائم الزاویه

$$\sin 37^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda} \Rightarrow \lambda_1 = 4/8 \text{ cm}$$

۲ اکنون به کمک ضریب شکست در محیط، طول موج در محیط دوم را حساب می‌کنیم:

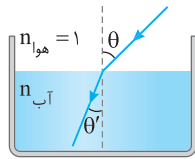
$$n_p = \frac{v_1}{v_p} \Rightarrow \frac{v_1 \lambda_1}{v_p \lambda_p} \Rightarrow \frac{n_p}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_p} \Rightarrow \frac{2}{3/2} = \frac{4/8}{\lambda_p}$$

$$\lambda_p = 1/6 \times 4/8 \Rightarrow \lambda_p = 7/6 \text{ cm}$$

۴ ۱۷۳۳ A

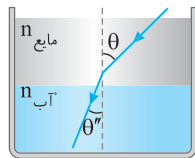
ضریب شکست هوا برابر ۱ است اما ضریب شکست مایع ریخته شده بزرگ‌تر از ۱ است:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \frac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{هوا}}} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \frac{n_{\text{آب}}}{1} \quad (I)$$



$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \frac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{مایع}}} \quad (II)$$

حالت (۲): پرتو از مایع وارد آب شود:



دو معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \frac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{\sin \theta'}{\sin \theta} = \frac{n_{\text{مایع}}}{n_{\text{آب}}}$$

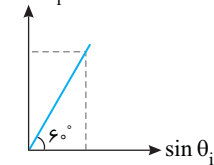
چون $n_{\text{مایع}} > n_{\text{آب}}$ از ۱ بزرگ‌تر است پس نسبت $\frac{\sin \theta'}{\sin \theta}$ نیز از ۱ بزرگ‌تر است:

$$\frac{\sin \theta'}{\sin \theta} > 1 \Rightarrow \sin \theta' > \sin \theta \Rightarrow \theta' > \theta$$

با توجه به اینکه در قانون شکست زاویه، تندی و طول موج پرتو با هم رابطه مستقیم دارند پس در حالت دوم که زاویه شکست بزرگ‌تر بوده، طول موج نیز بزرگ‌تر است.

۴ ۱۷۳۴ A

۱



با توجه به شکل نسبت سینوس‌ها برابر

شیب نمودار بوده از این رو می‌توان نوشت:

$$\tan 60^\circ = \frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{1}{\tan 60^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۲ بنا به قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow v_A < v_B$$

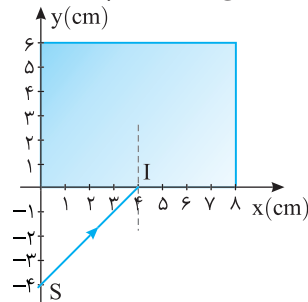
بنابراین گزینه (۱) و (۲) نادرست است.

۳ اکنون با قانون اسنل به سراغ ضریب شکست می‌رویم.

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \Rightarrow \frac{n_B}{n_A} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow n_A > n_B$$

از این رو گزینه (۳) نادرست و گزینه (۴) درست است.

باز با سوال یک قطعه شیشه تخت با ضریب شکست $\sqrt{2}$ مطابق شکل روی محور مختصات قرار گرفته و پرتو SI از هوا به آن می‌تابد و وارد شیشه می‌شود. مختصات نقطه‌ای که پرتو از قطعه خارج می‌شود، کدام گزینه است؟



- (۱) $(\sqrt{3}, 6)$
- (۲) $(6, 7/4)$
- (۳) $(6, 6)$
- (۴) $(6, 8)$

۱ پاسخ زاویه تابش را حساب می‌کنیم.

$$\tan \theta_1 = \frac{6}{4} = 1.5 \Rightarrow \theta_1 = 45^\circ$$

زاویه شکست در تیغه شیشه‌ای را به دست می‌آوریم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_p$$

$$\Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \sin \theta_p$$

$$\Rightarrow \sin \theta_p = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_p = 30^\circ$$

فاصله BH را به کمک هندسه و مثلثات به دست می‌آوریم:

$$\tan 30^\circ = \frac{BH}{AH} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{BH}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BH = 2\sqrt{3} \text{ cm} = 2 \times 1.732 = 3.46 \text{ cm}$$

مختصات نقطه A محل خروج پرتو خواهد شد.

$$x_A = 4 + 3.46 = 7.46 \text{ cm}, y_B = 6 \text{ cm} \Rightarrow A = (7.46, 6)$$

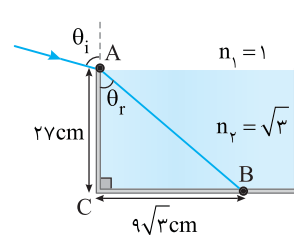
گزینه ۱

۴ ۱۷۳۱ A

خط فکری در مسائل نور هندسی شما باید به کمک اضلاع و زوایای روی شکل

شروع به حل مسئله کنید. یعنی در این مسئله باید از طول $BC = 9\sqrt{3} \text{ cm}$ و طول $AC = 18 \text{ cm}$ برای یافتن زاویه شکست (θ_r) استفاده کنید. سپس به سراغ قانون

شکست اسنل رفته زاویه تابش θ_i را به دست آورید.



۱ ابتدا با توجه به روابط مثلثاتی

در مثلث قائم الزاویه ABC زاویه شکست (θ_r) را به دست می‌آوریم:

$$\tan \theta_r = \frac{9\sqrt{3}}{27}$$

$$\Rightarrow \tan \theta_r = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

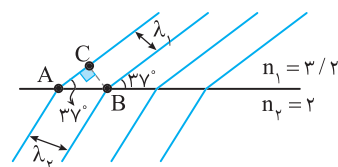
۲ حال با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta_i = 60^\circ$$

۴ ۱۷۳۲ A

خط فکری ابتدا شما باید به کمک فاصله AB و زاویه 37° روی شکل طول موج

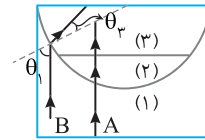
در محیط اول (λ_1) را به کمک هندسه و مثلثات حساب کنید. سپس به سراغ قوانین شکست رفته و λ_p را به دست آورید.



۳ ۱۷۳۵ A

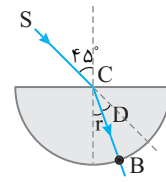
یادآوری هرگاه نور از یک محیط شفاف به‌طور مایل وارد محیط شفاف دیگری شود، مسیرش به‌طور ناگهانی تغییر می‌کند. این پدیده را شکست نور می‌گویند. اگر پرتو از محیط رقیق وارد محیط غلیظ شود، به خط عمود نزدیک می‌شود و اگر از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شود، از خط عمود دور می‌شود و اگر عمود بر سطح جدایی دو محیط نباشد، بدون انحراف وارد محیط دوم می‌شود.

در شکل داده شده پرتو A بر سطح جدایی (۱) و (۲) عمود نیست، اما بدون انحراف از این سطح گذشته است، پس پرتو B هنگام گذر از محیط (۱) به محیط (۳) به خط عمود نزدیک شده است. (۲) و (۳) ضریب شکست محیط (۳) از ضریب شکست محیط (۱) و (۲) بزرگتر است. ($n_3 > n_1 = n_2$)



(۳) به خط عمود نزدیک شده است. ($\theta_3 < \theta_1$) پس ضریب شکست محیط (۳) از ضریب شکست محیط (۱) و (۲) بزرگتر است. ($n_3 > n_1 = n_2$)

۲ ۱۷۳۶ A



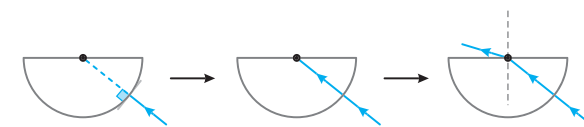
خط فکری مرکز نیم‌استوانه است و اگر پرتوی از مرکز بگذرد و به سوی محیط برود، این پرتو در امتداد شعاع استوانه بوده و بر محیط عمود است و از نقطه B بدون انحراف خارج می‌شود. بنابراین شما تنها باید زاویه شکست هنگام ورود پرتو به استوانه را حساب کنید و مقدار انحراف پرتو را به دست بیاورید. با توجه به قانون اسنل خواهیم داشت:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_r \Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \times \sin \theta_r \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

از این رو مقدار انحراف پرتو برابر است با: $D = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$

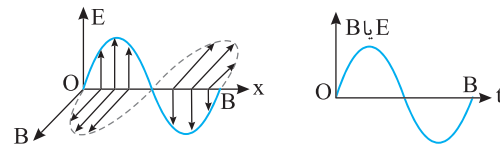
۲ ۱۷۳۷ A

نکته هرگاه پرتو نوری وارد نیم کره یا نیم‌استوانه‌ای شود و امتداد آن از مرکز بگذرد، پرتو در امتداد شعاع حرکت کرده و بر سطح نیم کره یا نیم‌استوانه عمود است و هنگام ورود یا خروج منحرف نمی‌شود. با توجه به نکته بیان شده، شکل‌های گزینه (۱) و (۴) نادرست است. هنگام خروج از نیم کره، پرتو وارد هوا خواهد شد پس سرعت پرتو افزایش می‌یابد و از خط عمود دور می‌شود. بنابراین گزینه (۲) درست است و گزینه (۳) نادرست است.



۴ ۱۷۳۸ A

یادآوری در نمودار E-x و B-x فاصله OB برابر یک طول موج است و در نمودار E-t یا B-t فاصله OB برابر یک دوره است.



۱ از روی نمودار E-x طول موج نور را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{0.2}{4} \Rightarrow \lambda = 0.8 \text{ km}$$

۲ دوره را از روی نمودار میدان مغناطیسی - زمان (B-t) حساب می‌کنیم.

$$\frac{3T}{4} = 3 \times 10^{-6} \Rightarrow T = 4 \times 10^{-6} \text{ s}$$

۳ تندی نور در این محیط شفاف خواهد شد:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{0.8 \times 10^3}{4 \times 10^{-6}} \Rightarrow v = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

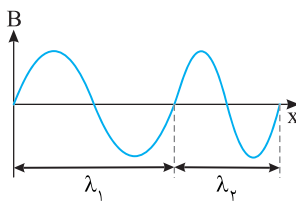
۴ اکنون طول موج در خلأ را به کمک رابطه بین تندی و طول موج به دست می‌آوریم.

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \xrightarrow{f_1 = f_2} \frac{\lambda_2}{v_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{0.8}{\lambda_2} = \frac{2 \times 10^8}{3 \times 10^8} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1.2}{3} \text{ km} \Rightarrow \lambda_2 = 0.4 \text{ m}$$

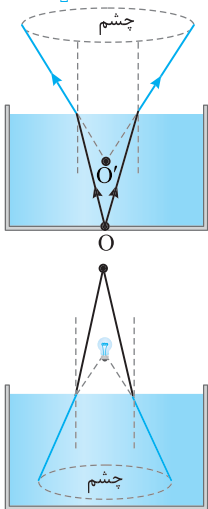
۲ ۱۷۳۹ A

با توجه به شکل با ورود به محیط دوم طول موج کاهش یافته است و با توجه به ثابت بودن بسامد که از ویژگی‌های چشمه است. تندی انتشار نیز کاهش می‌یابد.

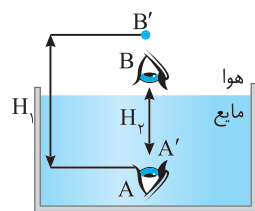
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xrightarrow{\lambda_2 < \lambda_1} v_2 < v_1$$



۱ ۱۷۴۰ A

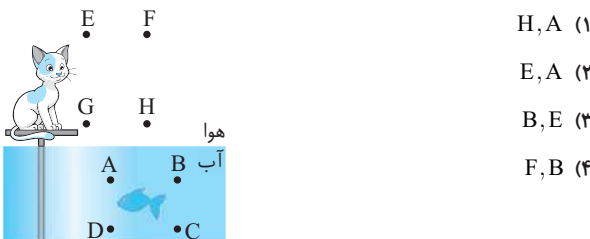


خط فکری هرگاه پرتو نور از محیط غلیظ مانند آب وارد محیط رقیق مانند هوا شود، پرتو از خط عمود دور می‌شود و این امر سبب می‌گردد که ناظر بیرون آب نقطه O را در محل نقطه O' ببیند، یعنی اگر سکه‌ای در کف ظرف باشد، آن را بالاتر می‌بیند، اما اگر پرتو نور از هوا به آب وارد شود، مثلاً یک چراغ بالای سطح آب باشد و شما از زیر آب به آن نگاه کنید، چراغ را بالاتر از جایی که هست می‌بینید. به مسیر پرتوها دقت کنید. با توجه به این مطلب شما می‌توانید در مورد این تست اظهار نظر کنید.



ناظر A که در محیط غلیظ (آب) است، ناظر B را بالاتر از جایی که واقعاً هست و دورتر از خود می‌بیند. ناظر B که در محیط رقیق (هوا) است، ناظر A را بالاتر از جایی که واقعاً هست و نزدیک‌تر به خود می‌بیند. بنابراین $H_1 > H_2$ است.

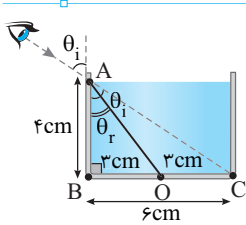
بازی با سوال گریه‌های بالای سسکو و یک ماهی درون دریاچه قرار دارد. گریه، ماهی را در ناحیه و ماهی، گریه را در ناحیه می‌بیند.



- ۱ H, A
- ۲ E, A
- ۳ B, E
- ۴ F, B

۲ اکنون به کمک قانون اسنل ضریب شکست آب دریاچه را حساب می‌کنیم.

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_r}{n_i} \Rightarrow \frac{\frac{3}{13}}{\frac{5}{13}} = \frac{1}{n_{\text{آب}}} \Rightarrow n_{\text{آب}} = \frac{5}{13}$$



خط فکری باز باید شما از فاصله‌های روی شکل سینوس زاویه‌های تابشی و شکست را حساب کنید، سپس به سراغ قوانین مربوط به شکست بروید. البته ابتدا باید طول ضلع AO و AC را به کمک رابطه فیثاغورس به دست بیاورید.

۱ طول وترهای AC و AO را حساب کنیم.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + 6^2} \Rightarrow AC = \sqrt{2^2(2^2 + 3^2)} \Rightarrow AC = 2\sqrt{13} \text{ cm}$$

$$AO^2 = AB^2 + BO^2 \Rightarrow AO = \sqrt{4^2 + 3^2} \Rightarrow AO = 5 \text{ cm}$$

۲ در مثلث ABC زاویه A با زاویه تابش θ_i متقابل به رأس بوده و با هم برابرند و

$$\sin \theta_i = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{6}{2\sqrt{13}} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

خواهد شد.

۳ در مثلث ABO زاویه A با زاویه شکست (θ_r) را به دست می‌آوریم.

$$\sin \theta_r = \frac{OB}{OA} = \frac{3}{5}$$

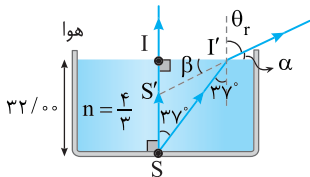
۴ به کمک قانون اسنل، ضریب شکست مایع را حساب می‌کنیم.

$$n = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \Rightarrow n = \frac{\frac{3\sqrt{13}}{13}}{\frac{3}{5}} = \frac{5\sqrt{13}}{13}$$

۱ ۱۷۴۴ A

۱ پرتو SI بر سطح آب عمود است و بدون انحراف از آب خارج می‌شود.

۲ بنا به خطوط موازی و مورب زاویه تابش پرتو SI' برابر 37° است.



۳ زاویه شکست θ_r را به کمک قانون اسنل به دست می‌آوریم.

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \Rightarrow \frac{4}{3} \sin 37^\circ = 1 \times \sin \theta_r = \sin \theta_r = \frac{4}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\sin \theta_r = \frac{4}{5} \Rightarrow \theta_r = 53^\circ$$

۴ زاویه α را روی شکل حساب می‌کنیم.

$$\alpha + \theta_r = 90^\circ \Rightarrow \alpha + 53^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

۵ زاویه‌های α و β متقابل به رأس هستند و با هم برابرند: $\beta = \alpha = 37^\circ$

۶ در مثلث قائم‌الزاویه $SI'I'$ فاصله II' را به دست می‌آوریم.

$$\tan 37^\circ = \frac{II'}{SI} = \frac{3}{4} \Rightarrow II' = 24 \text{ cm}$$

۷ در مثلث $S'I'I'$ ، فاصله $S'I'$ را به دست می‌آوریم.

$$\tan \beta = \frac{S'I'}{II'} \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{S'I'}{24} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{S'I'}{24} \Rightarrow S'I' = 18 \text{ cm}$$

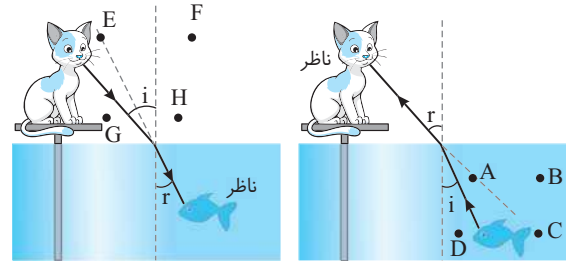
۸ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{SI}{S'I'} = \frac{32}{18} = \frac{16}{9}$$

پایان گربه در محیط رقیق بوده و به ماهی در محیط غلیظ نگاه می‌کند.

از این رو ماهی را از جایی که هست بالاتر یعنی در نقطه A می‌بیند. (شکل الف) ماهی از محیط غلیظ (آب) به محیط رقیق هوا می‌نگرد و گربه را از جایی که هست بالاتر یعنی در نقطه E می‌بیند (شکل ب).

۲ گزینه ۲



شکل (ب)

شکل (الف)

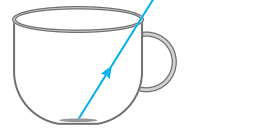
۳ ۱۷۴۱ A

خط فکری

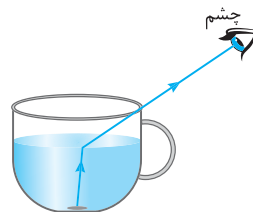
پرتوهای نور از آب وارد هوا شده و از خط عمود دور می‌شود. اما چشم شخص در جایی است که پرتو با آن که منحرف می‌شود به آن نمی‌رسد. بنابراین شما باید کاری بکنید که پرتو از این مقدار نیز بیشتر منحرف شده تا شخص بتواند سکه را ببیند. برای این منظور باید کاری کنیم که ضریب شکست مایع درون فنجان افزایش یابد.



فنجان آب



فنجان بدون آب



مایع با ضریب شکست بیشتر

اگر فنجان را از آب خالی کنیم پرتو بدون انحراف از فنجان خارج می‌شود و شخص قطعاً نمی‌تواند سکه را ببیند و گزاره (الف) نادرست است.

اگر نمک یا شکر را به خوبی در آب حل کنیم، پرتو هنگام خروج از مایع بیشتر منحرف شده و سبب می‌گردد که شخص سکه را ببیند و (ب) درست است.

اگر فنجان را از آب خالی کرده و به جای آن مایعی با ضریب شکست بیشتر قرار دهیم. در این حالت نیز پرتو خروجی بیشتر منحرف می‌شود و ممکن است به چشم شخص برسد و گزاره (پ) نیز درست است.

۴ ۱۷۴۲ A

خط فکری

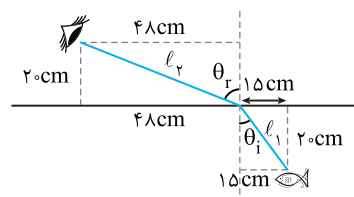
دقت کنید نیازی به دانستن اندازه زاویه تابش θ_i و زاویه شکست (θ_r) نیست و شما باید $\sin \theta_i$ و $\sin \theta_r$ را به کمک شکل به دست بیاورید و مسئله را حل کنید.

۱ با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_r}{n_i}$$

$$l_1 = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ cm}, \quad l_2 = \sqrt{20^2 + 48^2} = 52 \text{ cm}$$

$$\sin \theta_r = \frac{48}{52} \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{12}{13}, \quad \sin \theta_i = \frac{15}{25} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{3}{5}$$

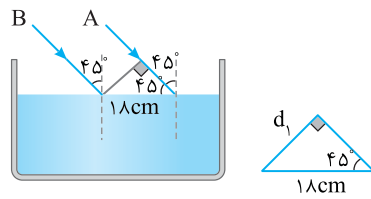


C ۱۷۴۵ ۳

نکته: فاصله دو پرتو از هم برابر طول پاره‌خط عمود بر دو پرتو است.

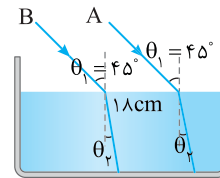
۱ فاصله دو پرتو را در هوا به دست می‌آوریم:

$$\sin 45^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{d_1}{18} \Rightarrow d_1 = 9\sqrt{2} \text{ cm}$$



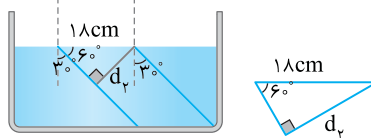
۲ زاویه شکست پرتوها در مایع را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$



۳ فاصله دو پرتو در محیط دوم را حساب می‌کنیم.

$$\sin 6^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d_2}{18} \Rightarrow d_2 = 9\sqrt{3} \text{ cm}$$



۴ نسبت خواسته شده یعنی $\frac{d_2}{d_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{9\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

A ۱۷۴۶ ۱

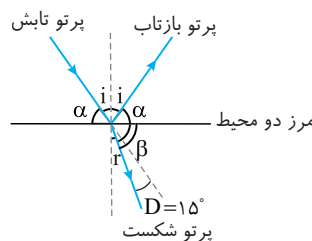
مطابق شکل، پرتو بازتاب و شکست را رسم می‌کنیم.

۱ زاویه بین پرتو تابش و سطح

تیغه (α) با زاویه β متقابل به

رأس بوده و با هم برابر هستند.

$$(\beta = \alpha)$$



۲ با توجه به فرض مسئله زاویه بین پرتو بازتاب و پرتو شکست 125° است، از این‌رو:

$$\alpha + \beta + D = 125 \quad (I)$$

۳ پرتو 15° از مسیرش منحرف شده ($D = 15^\circ$)

$$(I) \Rightarrow \alpha + \alpha + 15 = 125 \Rightarrow \alpha = 55^\circ$$

۴ مجموع زاویه‌ای که پرتو بازتاب با سطح تیغه می‌سازد (α) و زاویه i ، 90° است.

$$i + 55 = 90 \Rightarrow i = 35^\circ$$

۵ زاویه شکست خواهد شد:

$$r = i - D \Rightarrow r = 35 - 15 \Rightarrow r = 20^\circ$$

B ۱۷۴۷ ۴

۱ ابتدا سرعت نور در آب را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_{\text{آب}}}{3 \times 10^{10}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow v_{\text{آب}} = \frac{9}{4} \times 10^{10} = 2/25 \times 10^{10} \text{ m/s}$$

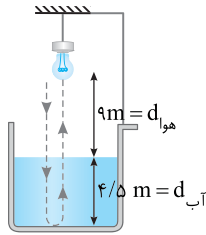
۲ نور مسیر تا کف مخزن رفته و از آینه بازتاب شده و این مسیر را بازمی‌گردد پس نور دو بار مسافت 9 m در هوا طی کرده و دو بار مسافت $4/\Delta \text{ m}$ را در آب طی می‌کند، با توجه به اینکه سرعت نور در یک محیط ثابت است، پس زمان طی شدن مسافت در آب و هوا را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t_{\text{آب}} = \frac{2d_{\text{آب}}}{v_{\text{آب}}} \Rightarrow \Delta t_{\text{آب}} = \frac{2 \times 4/\Delta}{\frac{4}{3} \times 10^{10}} = 6 \times 10^{-10} \text{ s}$$

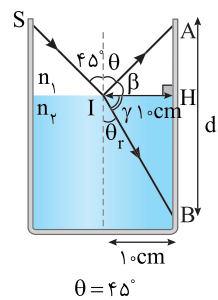
$$v_{\text{هوا}} = \frac{2d_{\text{هوا}}}{\Delta t_{\text{هوا}}} \Rightarrow \Delta t_{\text{هوا}} = \frac{2 \times 9}{3 \times 10^8} = 6 \times 10^{-8} \text{ s}$$

۳ زمان کل طی شده برابر است با:

$$\Delta t_{\text{کل}} = \Delta t_{\text{آب}} + \Delta t_{\text{هوا}} \Rightarrow \Delta t_{\text{کل}} = 6 \times 10^{-10} + 6 \times 10^{-8} = 10^{-7} \text{ s}$$



A ۱۷۴۸ ۲



خط فکری: باید زاویه بازتاب (θ) و زاویه

شکست θ_r را حساب کنید. سپس به کمک این زاویه‌ها از مثلث AIH و IHB ، مقدار AH و HB را به دست آورده و با هم جمع کنید.

۱ بنا به قانون بازتاب عمومی: $\theta = 45^\circ$

۲ در مثلث AH زاویه β نیز 45° بوده

و این مثلث متساوی‌الساقین است و

$AH = 10 \text{ cm}$ می‌شود.

۳ زاویه شکست را به کمک قانون اسنل به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_r} \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta_r = 45^\circ$$

۴ در مثلث IHB زاویه γ خواهد شد:

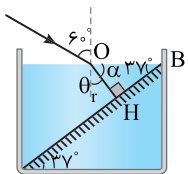
۵ طول HB را حساب می‌کنیم.

$$\tan \gamma = \frac{HB}{IH} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{HB}{10} \Rightarrow HB = 10 \times \sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow HB = 10 \times 1.7 = 17 \text{ cm}$$

۶ طول d برابر است با:

$$d = AH + HB \Rightarrow d = 10 + 17 = 27 \text{ cm}$$

A ۱۷۴۹ ۴



۱ مسئله را باید از آخر حل کرد، یعنی اینکه، پرتو

به سطح آینه برخورد کرده و روی خودش بازتاب می‌کند، بنابراین پرتو بر سطح آینه به‌طور عمود می‌تابد. بنابراین مثلث OHB قائم‌الزاویه است.

۲ زاویه B نیز به دلیل خطوط مورب و موازی

37° بوده بنابراین زاویه α خواهد شد:

$$\alpha + 37 = 90 \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

۳ زاویه شکست نیز برابر است با:

$$\theta_r = 90 - \alpha = 90 - 53 = 37^\circ$$

۴ با کمک قانون اسنل ضریب شکست مایع را به دست می‌آوریم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 60^\circ = n \sin 37^\circ$$

$$1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = n \times \frac{3}{4} \Rightarrow n = \frac{\sqrt{3}}{1.5} \Rightarrow n = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۱. مرز هوا و n_1 :

$$\sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin r$$

۲. مرز n_1 و n_2 :

$$\sqrt{2} \sin r = \sqrt{3} \sin r'$$

۳. مرز n_2 و هوا:

$$\sqrt{3} \sin r' = \sin i'$$

با مقایسه سه رابطه می توان نوشت:

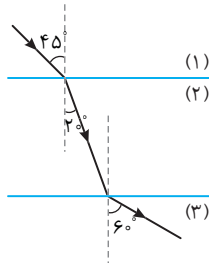
$$\sin 45^\circ = \sin i' \Rightarrow i' = 45^\circ$$

میانبر در یک تیغه تخت شفاف همواره زاویه ورود به تیغه با زاویه خروج از تیغه برابر است.

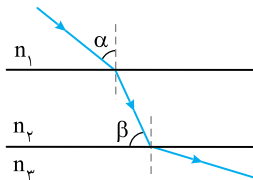
۳ ۱۷۵۴ A

قانون شکست عمومی را برای دو محیط (۱) و (۳) می نویسیم:

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_1} \xrightarrow{\theta_1=45^\circ, \theta_3=60^\circ} \frac{v_3}{v_1} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$



باز با سؤال اگر v_2 و v_1 به ترتیب سرعت نور در محیطهای (۱) و (۲) در شکل مقابل باشند، کدام است $\frac{v_1}{v_2}$ ؟

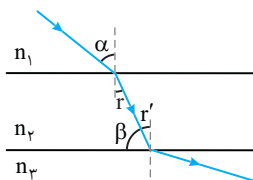


$$\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \quad (۴) \quad \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \quad (۳) \quad \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad (۲) \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (۱)$$

$$\sin(90-\theta) = \cos \theta$$

پایسج یادآوری ریاضی

به شکل دقت کنید. به دلیل خاصیت موازی و مورب زاویه r و r' با هم برابر هستند. ($r=r'$)



از طرفی مجموع زاویه β و r' برابر 90° است.

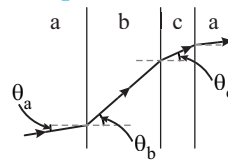
$$r' + \beta = 90^\circ \Rightarrow r + \beta = 90^\circ \Rightarrow r = 90^\circ - \beta \quad (I)$$

بنا به قانون شکست عمومی خواهیم داشت:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin r} \quad (I) \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin(90-\beta)} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$$

گزینه ۴

۱ ۱۷۵۰ A



نکته با توجه به قانون شکست

$$\text{عمومی} \quad \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad \text{در هر محیطی که}$$

تندی انتشار موج بیشتر است، در آن محیط زاویه بین پرتو نور و خط عمود بزرگتر است.

$$\theta_a > \theta_b \Leftrightarrow v_1 > v_2$$

به شکل دقت کنید و زاویه‌ای را که پرتو با خط عمود می‌سازد در هر محیط با دیگر محیطها مقایسه کنید.

$$\theta_a < \theta_c < \theta_b \Rightarrow v_a < v_c < v_b$$

۱ ۱۷۵۱ A

خط فکری

با توجه به قانون اسنل، ضریب شکست یک محیط با سینوس زاویه بین پرتو و خط عمود در همان محیط نسبت وارون دارد. بنابراین در

$$\left(\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}\right)$$

هر محیطی که زاویه بین پرتو و خط عمود بزرگتر باشد، ضریب شکست در آن محیط کوچکتر است. بنابراین شما باید زاویه بین پرتو و خط عمود در محیطها را با هم مقایسه کنید.

$$\theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = 40^\circ, \theta_3 = 50^\circ \Rightarrow \theta_2 < \theta_3 < \theta_1 \Rightarrow n_2 > n_3 > n_1$$

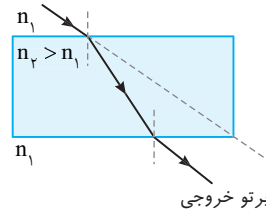
۳ ۱۷۵۲ A

یادآوری ۱

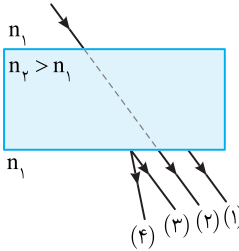
در تیغه شفاف امتداد پرتو ورودی به تیغه و امتداد پرتو خروجی از تیغه موازی هستند.

یادآوری ۲

پرتو خروجی از یک تیغه نمی‌تواند در امتداد پرتو ورودی باشد و اثر شکست، مسیر پرتو خروجی نسبت به پرتو ورودی، جابه‌جا می‌شود.

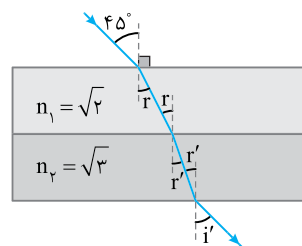


چون $n_2 > n_1$ است پرتو هنگام ورود به خط عمود نزدیک می‌شود بنابراین مسیر (۱) نمی‌تواند پاسخ باشد، زیرا نشان می‌دهد که پرتو درون تیغه از خط عمود دور شده شده است. پرتو (۲) در امتداد پرتو ورودی است که این نیز نمی‌تواند جواب مسئله باشد. پرتو (۳) دقیقاً موازی پرتو ورودی و نسبت به آن جابه‌جا شده، از این رو این پرتو صحیح است. امتداد پرتو (۴) و امتداد پرتو ورودی موازی هم نبوده و این پرتو نیز پاسخ درست نخواهد بود.



۱ ۱۷۵۳ A

روی هر مرز قانون اسنل را می‌نویسیم:



۴ ۱۷۵۵ B

خط فکری

در هر مرحله از ورود نور به محیط‌های شفاف رابطه شکست نور را می‌نویسیم و با هم مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

محیط (۱) و (۲): با توجه به صورت مسئله سرعت نور از محیط (۱) به محیط (۲)، ۲۵٪ کاهش یافته است:

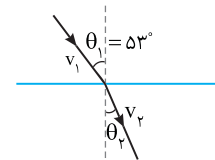
کاهش ۲۵٪

$$v_2 = v_1 - \frac{25}{100} v_1 \Rightarrow v_2 = 0.75 v_1$$

رابطه بین سرعت نور و زاویه تابش و زاویه شکست $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$ است.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{v_1}{0.75 v_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{0.75} = \frac{1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \sin \theta_2 = 0.75 \Rightarrow \theta_2 = 48.6^\circ$$



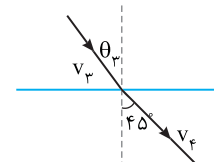
محیط (۳) و (۴): سرعت نور در محیط (۴)، ۴۰ درصد بیشتر از سرعت نور در محیط (۳) است:

$$v_4 = v_3 + \frac{40}{100} v_3 \Rightarrow v_4 = 1.4 v_3$$

رابطه بین سرعت نور و زاویه تابش و شکست به صورت $\frac{v_3}{v_4} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_4}$ است:

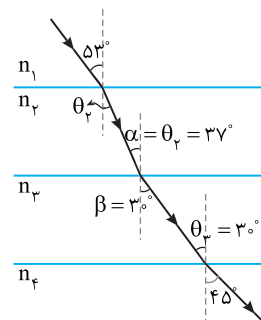
$$\frac{v_3}{v_4} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_4} \Rightarrow \frac{v_3}{1.4 v_3} = \frac{\sin \theta_3}{\sin 45^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1.4} = \frac{\sin \theta_3}{0.707} \Rightarrow \sin \theta_3 = 0.505 \Rightarrow \theta_3 = 30.4^\circ$$



محیط (۲) و (۳): حال با توجه به خطوط موازی و مورب، α در مرز دو محیط (۲) و (۳) برابر 37° و β در مرز دو محیط (۳) و (۴) برابر 30° است. رابطه بین ضریب شکست دو محیط و زاویه پرتو تابش و شکست به صورت زیر است:

$$\frac{n_2}{n_3} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{n_2}{n_3} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 37^\circ} \Rightarrow \frac{n_2}{n_3} = \frac{0.5}{0.6} \Rightarrow \frac{n_2}{n_3} = \frac{5}{6}$$



۳ ۱۷۵۶ B

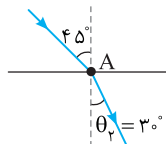
خط فکری

با توجه به رابطه سرعت در حرکت با سرعت ثابت داریم: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

بنابراین برای محاسبه Δt به $\Delta x = AB$ و سرعت حرکت نور نیاز داریم.

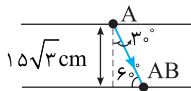
ابتدا زاویه شکست محیط (۲) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{1}{\sin \theta_2} = \frac{2}{1} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$



حال طول AB را به دست می‌آوریم:

$$\sin 60^\circ = \frac{1.5\sqrt{3}}{\ell_{AB}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1.5\sqrt{3}}{\ell_{AB}} \Rightarrow \ell_{AB} = 3 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$



سرعت در محیط (۲) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{3 \times 10^8} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v_2 = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

حال زمان مسافت طی شده را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\ell_{AB}}{t_{AB}} \Rightarrow t_{AB} = \frac{\ell_{AB}}{v_2} = \frac{0.3}{1.5 \times 10^8} = 2 \times 10^{-9} \text{ s} = \sqrt{2} \text{ ns}$$

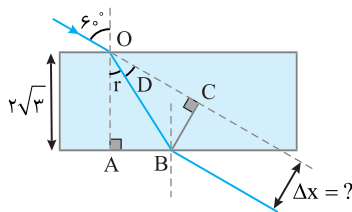
۴ ۱۷۵۷ A

خط فکری

امتداد پرتو خروجی و امتداد پرتو ورودی موازی هم هستند، بنابراین فاصله آن‌ها از هم خط عمودی است که بر دو خط رسم می‌شود یعنی مطابق شکل خط BC فاصله بین پرتو ورودی و خروجی است که شما باید آن را به دست بیاورید. از این رو ابتدا باید زاویه ورود به تیغه (زاویه شکست r) را حساب کنید، سپس به کمک مثلث‌های OAB و OBC و BC را به دست بیاورید.

ابتدا زاویه شکست (r) را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin r} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{0.866}{\sin r} \Rightarrow \sin r = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 30^\circ$$



در مثلث OAB می‌توان نوشت:

$$\cos r = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{OB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{OB} \Rightarrow OB = 4 \text{ cm}$$

زاویه انحراف D را حساب می‌کنیم.

$$\text{انحراف } D = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

در مثلث OBC می‌توان نوشت:

$$\sin D = \frac{BC}{OB} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{BC}{4} \Rightarrow BC = 2 \text{ cm}$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 60^\circ = \frac{17}{16} \sin \theta_2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{17}{16} \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{17}{16} \sin \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{16}{17} \Rightarrow \theta_2 = 53^\circ$$

۲ در مثلث ABC، طول ضلع BC را به دست می‌آوریم.

$$\tan \theta_2 = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{BC}{10} \Rightarrow BC = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

۳ زاویه θ_3 را نیز به کمک قانون استل حساب می‌کنیم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{17}{16} \sin 53^\circ = \frac{17}{12} \sin \theta_3 \Rightarrow$$

$$\frac{17}{16} \times \frac{12}{17} \sin \theta_3 = \frac{17}{16} \sin 53^\circ \Rightarrow \sin \theta_3 = \frac{12}{16} \sin 53^\circ \Rightarrow \theta_3 = 37^\circ$$

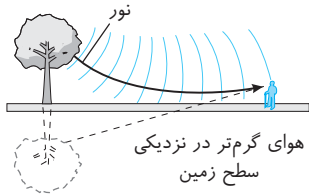
۴ فاصله HM را در مثلث CHM به دست می‌آوریم.

$$\tan \theta_3 = \frac{HM}{CH} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{HM}{10} \Rightarrow HM = \frac{30}{4} \text{ cm}$$

۵ فاصله MN خواهد شد.

$$MN = BC + HM = \frac{40}{3} + \frac{30}{4} \Rightarrow MN = \frac{160 + 90}{12} \Rightarrow MN = \frac{250}{12} = \frac{125}{6} \text{ cm}$$

۲ ۱۷۶۰ A



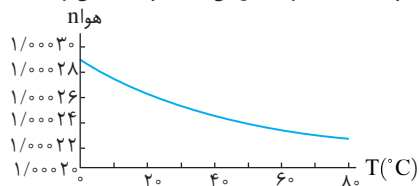
سراب در روزهای گرم که هوای مجاور سطح زمین گرم‌تر از لایه‌های بالاتر هوا بوده و چگالی هوا در سطح زمین از لایه‌های بالاتر کمتر است، اتفاق می‌افتد. بنابراین گزاره (الف) درست است.

همچنین جبهه‌های موج که به سمت پایین می‌آیند با ضریب شکست‌های کوچک‌تر روبه‌رو شده و سرعت آن‌ها افزایش می‌یابد که مطابق شکل این امر سبب خم شدن پرتو به سمت بالا می‌شود و گزاره (ب) درست است.

با تغییر چگالی هوا از بالا تا سطح زمین، ویژگی‌های محیط تغییر کرده و تندی انتشار نور در لایه‌های بالاتر از تندی آن در سطح زمین کمتر است، بنابراین گزاره (پ) نادرست است.

۱ ۱۷۶۱ A

با افزایش دما چگالی هوا کاهش می‌یابد. در واقع با افزایش دما چگالی هوا رقیق‌تر می‌شود، پس ضریب شکست هوا کاهش می‌یابد و گزینه (۱) می‌تواند درست باشد.



۳ ۱۷۶۲ A

در روزهای گرم هوای سطح زمین نسبتاً داغ است. از طرفی، چگالی هوا با افزایش دما کاهش می‌یابد که این امر سبب کاهش ضریب شکست نیز می‌شود و تندی انتشار موج از لایه‌های بالایی به سوی سطح زمین افزایش می‌یابد. از طرفی بسامد نور از ویژگی‌های چشمه موج بوده و ثابت است بنابراین طول موج در نقاط نزدیک سطح زمین بزرگتر است.

$$\left(\lambda \propto \frac{v}{f} \right)$$

۱ ۱۷۶۳ A

ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است. در گستره نور مرئی، نور قرمز دارای بلندترین طول موج و کمترین ضریب شکست است. از این رو کمتر از رنگ‌های دیگر منحرف می‌شود. اما درباره تندی پرتوها:

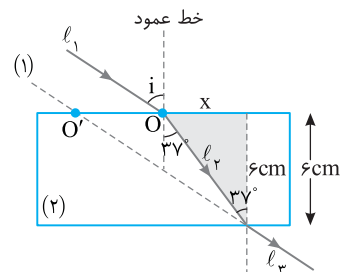
پرتو فرابنفش دارای کمترین طول موج و بیشترین ضریب شکست است. بنابراین تندی پرتو بنفش از همه کمتر است.

$$v = \frac{c}{n}$$

۲ ۱۷۵۸ A

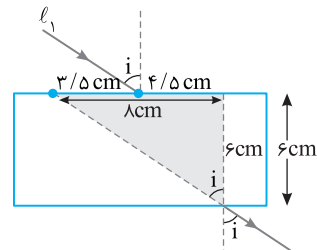
۱ با توجه قضیه خطوط موازی و مورب زاویه پرتو l_2 با خط عمود بر سطح متوازی‌السطوح هنگام خروج نیز 37° است.

$$\tan 37^\circ = \frac{x}{6} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 4.5 \text{ cm}$$



۲ پرتوهای ورودی و خروجی در یک محیط هستند، پس پرتوهای ورودی و خروجی موازی هم هستند و زاویه خروج از متوازی‌السطوح نیز i است.

$$\tan i = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow i = 53^\circ$$

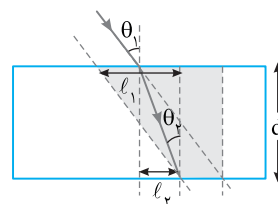


۳ حال ضریب شکست را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{0.8}{0.6} = \frac{n_2}{1} \Rightarrow n_2 = \frac{4}{3}$$

میانبر ← به طور کلی اگر d ضخامت تیغه متوازی‌السطوح باشد، فاصله محل تقاطع پرتوهای ورودی و خروجی یا امتداد آنها روی سطح تیغه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$l = l_1 - l_2 = d |\tan \theta_1 - \tan \theta_2|$$



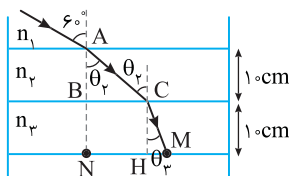
در این سؤال محاسبه زاویه i با استفاده از این نکته به صورت زیر است:

$$3/5 = 6x |\tan i - \tan 37^\circ| \Rightarrow \frac{3}{5} = 6x \left(\tan i - \frac{3}{4} \right)$$

$$\tan i = \frac{3/5}{6} + \frac{3}{4} \Rightarrow \tan i = \frac{7+9}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \Rightarrow i = 53^\circ$$

۳ ۱۷۵۹ A

۱ زاویه شکست در محیط n_2 را حساب می‌کنیم.

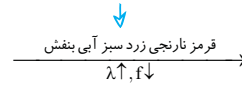


A ۱۷۶۴ ۳

نکته: ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است.

یادآوری: در گستره (طیف) امواج الکترومغناطیسی طول موج از پرتو گاما تا امواج رادیویی در حال افزایش است.

رادیویی → فرورسرخ → نور مرئی → فرابنفش $\gamma \rightarrow x$

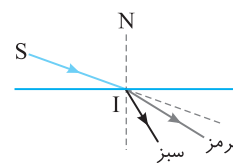


الگوی تست به راحتی قابل بررسی است.

$$\lambda_G > \lambda_U > \lambda_\gamma \Rightarrow n_G < n_U < n_\gamma \xrightarrow{n = \frac{c}{v}} \frac{c}{v_G} < \frac{c}{v_U} < \frac{c}{v_\gamma}$$

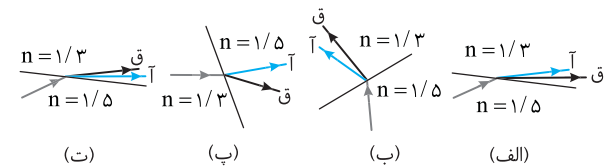
$$\Rightarrow v_G > v_U > v_\gamma$$

A ۱۷۶۵ ۱



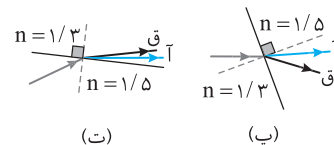
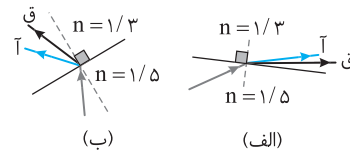
هرگاه پرتو نور از هوا وارد محیط غلیظتری مانند مایع شود، پرتو منحرف شده و به خط عمود نزدیکتر می‌شود. از طرفی پرتویی که دارای طول موج کوتاه‌تر است بیشتر منحرف می‌شود. طول موج پرتو سبز از طول موج پرتو قرمز کوتاه‌تر است، بنابراین پرتو سبز باید به خط عمود نزدیکتر شود.

پایز یا سوال: در شکل‌های زیر، پرتو فرودی که شامل نورهای قرمز و آبی است در سطح مشترک دو محیط شکست پیدا کرده‌اند. چه تعداد از شکل‌ها شکست را به درستی نشان می‌دهد؟ (قرمز: ق، آبی: آ)



(الف) ۱ (۱) (ب) ۲ (۲) (پ) ۳ (۳) (ت) ۴ (۴)

پایان: خط عمود بر سطح مشترک دو محیط را در هر شکل رسم می‌کنیم. در شکل (ب) پرتوهای تابش و شکست در یک طرف خط عمود قرار دارند که چنین چیزی ممکن نیست.



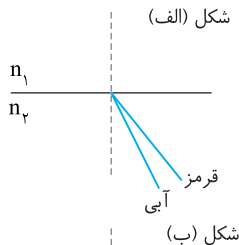
در شکل (پ)، پرتو آبی به خط عمود نزدیک و پرتو قرمز از خط دور شده است در حالی که چون پرتوهای آبی از محیط با ضریب شکست کمتر وارد محیط با ضریب شکست بیشتر شده‌اند باید هر دو پرتو آبی و قرمز با زوایای شکست متفاوت به خط عمود نزدیک شوند در حالیکه پرتو قرمز از خط عمود دور شده است، بنابراین شکل (پ) نادرست است.

در مورد شکل‌های (الف) و (ت) پرتویی از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شده است و پرتوها از خط عمود باید دور شوند و پرتو قرمز باید کمتر منحرف شود. از این رو شکل (الف) نادرست و شکل (ت) درست است. بنابراین تنها شکل (ت) درست است.

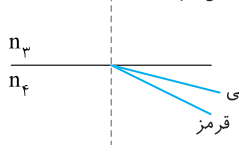
گزینه ۱

A ۱۷۶۶ ۳

خط فکری: ضریب شکست هر محیط شفاف غیر از خلأ برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است، یعنی پرتو آبی که طول موجش از پرتو قرمز کوتاه‌تر است، بیشتر منحرف می‌شود. اکنون با مقایسه انحراف پرتوی آبی و قرمز در محیط‌های n_1 و n_2 و همچنین n_2 و n_1 می‌توان ضریب شکست آن‌ها را با هم مقایسه کرد.



در شکل (الف) پرتو آبی به خط عمود نزدیکتر از پرتو قرمز است و چون پرتو آبی بیشتر منحرف شده است باید $n_2 > n_1$ باشد.



در شکل (ب) پرتو آبی هنگام شکست از خط عمود دورتر است و قرمز و به خط عمود نزدیکتر و چون آبی بیشتر شکسته است پس $n_2 > n_1$ است.

A ۱۷۶۷ ۳

خط فکری: نور زرد ترکیبی از نور قرمز و نور سبز است، از طرفی طول موج نور سبز از طول موج نور قرمز کوتاه‌تر است ($\lambda_G < \lambda_R$). ضریب شکست محیط به طول نور بستگی دارد و هر چه طول موج کوتاه‌تر باشد، ضریب شکست محیط بیشتر است. بنابراین هنگام ورود پرتو نور زرد به محیط رقیق، پرتو سبز از مسیرش بیشتر منحرف می‌شود. حال با توجه به این دانسته‌ها باید در مورد α و β اظهار نظر کنید.

در واقع زاویه شکست نور قرمز از زاویه شکست نور سبز کمتر است. زاویه‌ای که جبهه موج با مرز مشترک دو محیط می‌سازد برابر زاویه شکست پرتو مربوط به همان موج با خط عمود است، بنابراین زاویه بین جبهه‌های موج قرمز با مرز شکست یعنی α از زاویه بین جبهه‌های موج سبز با مرز مشترک یعنی β کمتر است.

A ۱۷۶۸ ۳

یادآوری: تندی انتشار تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ برابر است. دو پرتو الکترومغناطیسی A و B در حال انتشار در خلأ هستند، بنابراین تندی انتشار آن‌ها با هم برابر است ($v_A = v_B$) و گزینه‌های (۱) و (۲) و (۴) نادرست هستند. با توجه به رابطه طول موج می‌توان نوشت:

$$\lambda_A = \frac{v_A}{f_A} \xrightarrow{v_A = v_B} \lambda_A = \frac{f_B}{f_A} \xrightarrow{\lambda_A > \lambda_B} f_A < f_B$$

$$\lambda_B = \frac{v_B}{f_B}$$

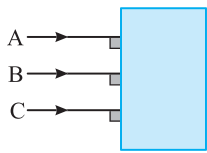
گزینه (۳) درست است.

A ۱۷۶۹ ۳

نکته: سرعت امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های شفاف غیر از خلأ با هم برابر نیست و پرتو با طول موج بزرگتر، در محیط شفاف دارای سرعت بیشتری است. دو پرتو الکترومغناطیسی A و B در آب در حال انتشار هستند، بنابراین تندی انتشار آن‌ها با هم برابر نیست. با توجه به نکته بیان شده گزینه (۳) درست است.

$$\lambda_A > \lambda_B \Rightarrow n_A < n_B \Rightarrow \frac{c}{v_A} < \frac{c}{v_B} \Rightarrow v_A > v_B$$

بازی با سؤال مطابق شکل زیر، سه پرتو موازی تک‌رنگ A، B و C به یک تیغه شیشه‌ای تخت می‌تابند. مدت زمان عبور پرتوها از تیغه به ترتیب t_A ، t_B و t_C است. اگر $t_B < t_C < t_A$ باشد، کدام گزینه می‌تواند به ترتیب از راست به چپ رنگ پرتوهای A، B و C باشد؟



- (۱) قرمز - آبی - بنفش
- (۲) بنفش - قرمز - آبی
- (۳) بنفش - آبی - قرمز
- (۴) آبی - قرمز - بنفش

پاسخ هر چه زمان عبور پرتو از تیغه کوتاه‌تر باشد، تندی انتشار پرتو در تیغه بیشتر است و هر چه تندی انتشار پرتو در تیغه بیشتر باشد، طول موج آن پرتو بزرگتر است.

$$t_B < t_C < t_A \Rightarrow v_B > v_C > v_A \xrightarrow{v = \frac{c}{n}}$$

$$n_B < n_C < n_A \Rightarrow \lambda_B > \lambda_C > \lambda_A$$

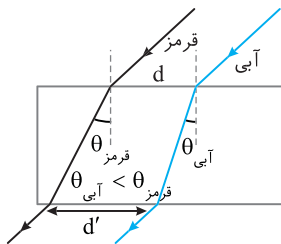
یادآوری در گسترده نور مرئی که از رنگ‌های قرمز، نارنجی، زرد، سبز، آبی و بنفش تشکیل شده است. از قرمز به بنفش طول موج کاهش می‌یابد.

$$\lambda_B > \lambda_C > \lambda_A \Rightarrow \lambda_{\text{قرمز}} > \lambda_{\text{آبی}} > \lambda_{\text{بنفش}}$$

گزینه ۲

هر چه طول موج کوچک‌تر باشد، ضریب شکست محیط برای آن پرتو بیشتر می‌شود. طول موج نور آبی از طول موج نور قرمز کمتر است به همین دلیل نور آبی بیشتر در تیغه دچار شکست می‌شود و پرتو آبی به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود.

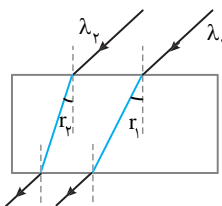
$$(\theta_{\text{قرمز}} < \theta_{\text{آبی}})$$



از این رو با توجه به شکل $d' > d$ خواهد شد.

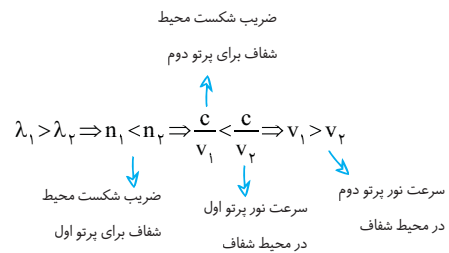
خط فکری باید به نحوه خروج پرتو و مقدار انحراف آن‌ها دقت کنید.

پرتوها پس از خروج از تیغه به هم نزدیک شده‌اند و مطابق شکل باید پرتو λ_1 از پرتو λ_2 کمتر منحرّف شده باشد، یعنی ضریب شکست تیغه برای λ_1 کمتر از ضریب شکست تیغه برای λ_2 بوده است و با توجه به اینکه ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های بلندتر، کمتر است باید $\lambda_1 > \lambda_2$ باشد.



در ابتدا به شما بگوییم که رابطه $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ مربوط به گذر یک پرتو از یک محیط شفاف

به محیط شفاف دیگر است. یعنی v_1 و v_2 سرعت یک پرتو در محیط (۱) و (۲) همچنین λ_1 و λ_2 طول موج یک پرتو در دو محیط است. در حالی که در این تست شما با دو پرتو مختلف با طول موج‌های مختلف در هوا سر و کار دارید که به یک منشور می‌تابد. یعنی v_1 و v_2 سرعت پرتو (۱) در منشور و v_2 سرعت پرتو (۲) در منشور بوده و گزینه (۴) اصولاً در مورد این تست نادرست است. حال به حل مسئله بپردازیم. هرگاه یک پرتو مرکب از دو موج λ_1 و λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$) وارد محیط شفاف شوند. ضریب شکست محیط شفاف برای پرتوی λ_1 که دارای طول موج بیشتری است کمتر بوده از این رو می‌توان نوشت:



خط فکری ضریب شکست یک

محیط برای طول موج‌های مختلف موج‌های الکترومغناطیسی، متفاوت و برای طول موج‌های بلندتر، کمتر است و این پرتوها هنگام گذر از منشور کمتر منحرّف می‌شوند. بنابراین شما باید به انحراف پرتوها توجه کنید و تشخیص بدهید کدام پرتو بیشتر منحرّف شده است. انحراف پرتو C هنگام ورود به منشور از بقیه کمتر است، از این رو طول موج آن از بقیه بزرگتر بوده و بسامد آن از بقیه کمتر است.

خط فکری باید از روی نمودار داده شده، ضریب شکست نور آبی و نور قرمز را

مشخص کنید، سپس سرعت نور آبی و قرمز در تیغه را به دست آورده، زمان گذر هر یک از پرتوها از تیغه را حساب کرده و اختلاف زمانی را به دست بیاورید.

۱ با توجه به داده‌های روی نمودار ضریب شکست نور آبی $1/53$ و ضریب شکست نور قرمز $1/51$ است. تندی پرتوهای قرمز و آبی را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{نور آبی}} = \frac{c}{n_{\text{آبی}}} = \frac{c}{1/53}, \quad v_{\text{نور قرمز}} = \frac{c}{n_{\text{قرمز}}} = \frac{c}{1/51}$$

۲ ضخامت تیغه d است و مدت زمان عبور هر پرتو از تیغه خواهد شد:

$$d = vt \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{قرمز}} = \frac{d}{v_{\text{قرمز}}} \Rightarrow t_{\text{قرمز}} = 1/51 \frac{d}{c} \\ t_{\text{آبی}} = \frac{d}{v_{\text{آبی}}} \Rightarrow t_{\text{آبی}} = 1/53 \frac{d}{c} \end{cases}$$

۳ زمان‌های به دست آمده را از هم کم می‌کنیم.

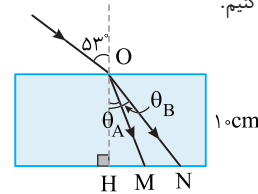
$$t_{\text{آبی}} - t_{\text{قرمز}} = \frac{1}{53} \frac{d}{c} - \frac{1}{51} \frac{d}{c} = \frac{2d}{50c}$$

در واقع نور قرمز $\frac{d}{50c}$ ثانیه زودتر از نور آبی از تیغه خارج می‌شود.

۲ ۱۷۷۵ A

خط فکری

ابتدا باید زاویه شکست هر پرتو در تیغه را حساب کنید. سپس با استفاده از مثلثات در مثلث‌های OHN و OHM طول ضلع‌های HN و HM به‌دست آورده و از هم کم کنیم.



۱ ضریب شکست محیط برای پرتو A بیشتر است. بنابراین پرتو A بیشتر منحرف می‌شود. زاویه شکست A را حساب می‌کنیم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 53^\circ = 1/6 \sin \theta_A \Rightarrow 0/8 = 1/6 \sin \theta_A$$

$$\Rightarrow \sin \theta_A = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta_A = 30^\circ$$

۲ طول ضلع MH خواهد شد:

$$\Delta OHM: \tan \theta_A = \frac{HM}{OH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{HM}{10}$$

$$\Rightarrow HM = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm} = \frac{10 \times 1/7}{3} = 5/6 \text{ cm}$$

۳ زاویه شکست B را به‌دست می‌آوریم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 53^\circ = \frac{4}{3} \sin \theta_B \Rightarrow 0/8 = \frac{4}{3} \sin \theta_B$$

$$\Rightarrow \sin \theta_B = 0/6 \Rightarrow \theta_B = 37^\circ$$

۴ طول ضلع HN برابر است با:

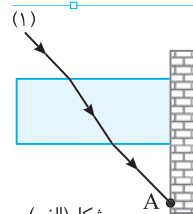
$$\Delta OHN: \tan \theta_B = \frac{HN}{OH} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{HN}{10} \Rightarrow HN = \frac{30}{4} = 7/5 \text{ cm}$$

۵ فاصله MN خواهد شد. $MN = HN - HM = 7/5 - 5/6 \Rightarrow MN = 1/9 \text{ cm}$

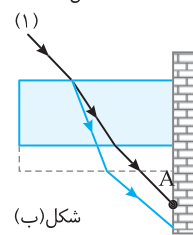
۲ ۱۷۷۶ A

خط فکری

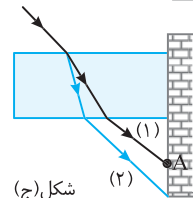
مسیر پرتو در ابتدا مطابق شکل (الف) بود و پرتو بعد از عبور از تیغه به نقطه A می‌رسد. برای آن که پرتو به نقطه پایین‌تر از A برسد، باید انحراف بیشتری پیدا کند. اکنون شما باید تک‌تک حالت‌ها را بررسی کنید.



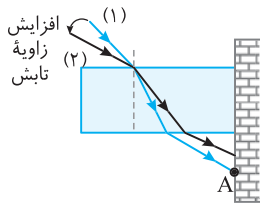
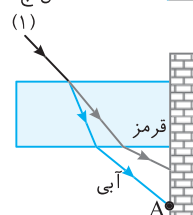
اگر ضخامت تیغه را بیشتر کنیم با توجه به مسیر پرتو در شکل روبه‌رو نور آبی پس از خروج از منشور در نقطه پایین‌تر از A قرار می‌گیرد (شکل ب) و روش (الف) درست است.



هرچه ضریب شکست تیغه بیشتر باشد، پرتو شکست بیشتر به خط عمود نزدیک می‌شود. پس از خروجی نیز پایین‌تر از A قرار می‌گیرد و روش (ب) درست است.

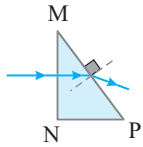


اگر از نور قرمز به جای نور آبی استفاده شود، چون طول موج نور قرمز از طول موج نور آبی بیشتر است، ضریب شکست تیغه برای نور قرمز کمتر از نور آبی بوده. یعنی پرتو قرمز کمتر منحرف شده و به نقطه بالای A می‌رسد و روش (پ) نادرست است.



اگر زاویه تابش را افزایش دهیم، از مسیر (۲) پرتو به نقطه‌ای بالاتر از A می‌رسد و روش (ت) نادرست است.

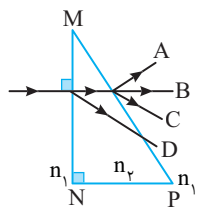
۴ ۱۷۷۷ A



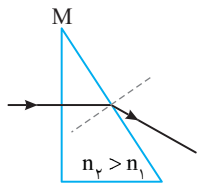
پرتو عمود بر وجه MN می‌تابد (زاویه تابش صفر است) و بدون انحراف وارد منشور می‌شود. سپس روی وجه MP از منشور وارد هوا می‌شود. بنابراین اگر خط عمود را

رسم کنید، باید پرتو از خط عمود دور شود، بنابراین پرتوهای BA نادرست هستند. اما پرتوهای C و D هر دو از خط عمود دور شده و ممکن است، پاسخ مسئله باشند.

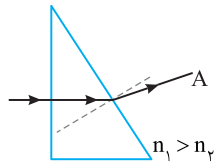
۴ ۱۷۷۸ A



پرتو عمود به MN می‌تابد و بدون انحراف باید وارد منشور شود. بنابراین مسیر D نادرست است. پرتو بر وجه MP عمود نمی‌تابد بنابراین باید روی این وجه منحرف شود بنابراین مسیر B نادرست است. اما مسئله بیان نکرده که n_1 بزرگتر است یا n_2 .

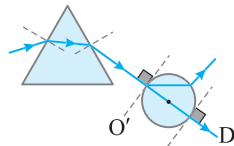


اگر $n_2 > n_1$ باشد، هنگام خروج پرتو از منشور باید پرتو از خط عمود دور شود، یعنی پرتو به سمت منشور منحرف می‌شود و مسیر C درست است.



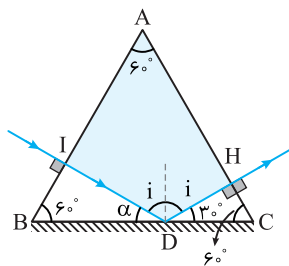
اگر $n_1 > n_2$ باشد، هنگام خروج پرتو از منشور باید به خط عمود نزدیک شود و پرتو به سمت رأس منحرف می‌شود و مسیر A درست است.

۴ ۱۷۷۹ A



هرگاه پرتو از خلأ به یک منشور بتابد مطابق شکل، به سمت قاعده منشور منحرف می‌شود. در نتیجه پرتو به سمت کره شیشه‌ای O نمی‌رود و وقتی پرتو به کره شیشه‌ای به‌گونه‌ای بتابد که امتداد آن از مرکز بگذرد، یعنی پرتو در امتداد قطر کره باشد، پرتو بر سطح کره عمود بوده و بدون انحراف از کره می‌گذرد. بنابراین مسیر D درست است و مسیر C نادرست است.

۱ ۱۷۸۰ A



۱ نور بر وجه AB عمود تابیده و زاویه تابش صفر است. از این‌رو پرتو بدون انحراف از وجه AB می‌گذرد و در نقطه D به آینه برخورد می‌کند.

۲ در مثلث قائم‌الزاویه BID زاویه α برابر است با:

$$\alpha + 60^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

۳ بنابراین زاویه تابش بر سطح

آینه $i = 60^\circ$ است و پرتو DH با سطح آینه زاویه 30° می‌سازد.

۴ زاویه‌ای که پرتو DH بر وجه AC می‌سازد 90° بوده و پرتو خروجی از منشور نیز با وجه AC زاویه 90° می‌سازد.

۳ زاویه‌ای که پرتو بازتاب (OA) با سطح تیغه می‌سازد برابر است با:

$$\beta = 90 - 22/5 = 67/5^\circ$$

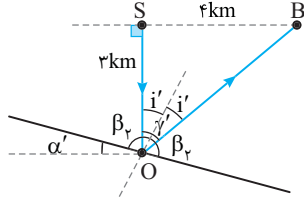
۴ زاویه α را به دست می‌آوریم.

$$\alpha + \beta_1 = 90 \Rightarrow \alpha + 67/5 = 90 \Rightarrow \alpha = 22/5^\circ$$

۵ در حالت دوم همان کارها را مجدداً تکرار می‌کنیم.

زاویه بین پرتو تابش SO و پرتو بازتاب OB را به دست می‌آوریم:

$$\tan \gamma' = \frac{SB}{SO} \Rightarrow \tan \gamma' = \frac{4}{3} \Rightarrow \gamma' = 53^\circ$$



۶ زاویه تابش بر سطح آینه در حالت دوم خواهد شد:

$$i' = \frac{\gamma'}{2} \Rightarrow i' = \frac{53}{2} \Rightarrow i' = 26/5^\circ$$

۷ زاویه β_2 را حساب می‌کنیم:

$$i' + \beta_2 = 90 \Rightarrow 26/5 + \beta_2 = 90 \Rightarrow \beta_2 = 63/5^\circ$$

۸ زاویه α' خواهد شد:

$$\alpha' + \beta_2 = 90 \Rightarrow \alpha' = 90 - 63/5 = 26/5^\circ$$

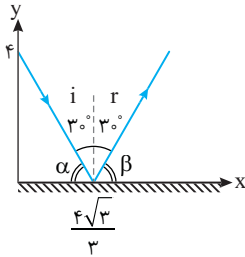
۹ بنابراین باید تیغه را $4^\circ = 26/5 - 22/5$ بچرخانیم.

C ۱۷۸۴ ۴

۱ ابتدا خط $y = -\sqrt{3}x + 4$ را رسم می‌کنیم. عرض از مبدأ خط ۴ و شیب خط

برابر $-\sqrt{3}$ است. زاویه بین پرتو و سطح آینه را به دست می‌آوریم:

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$



۲ زاویه پرتو تابش با سطح آینه 60° شد، بنابراین زاویه پرتو بازتاب با سطح آینه نیز

$\beta = 60^\circ$ می‌شود.

۳ محل برخورد پرتو بر سطح آینه را مشخص می‌کنیم.

$$y = -\sqrt{3}x + 4 \xrightarrow{y=0} -\sqrt{3}x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

۴ اکنون می‌توانیم معادله خطی که پرتو بازتاب بر آن منطبق است را به دست آوریم.

شیب خط خواهد شد:

$$\tan \beta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

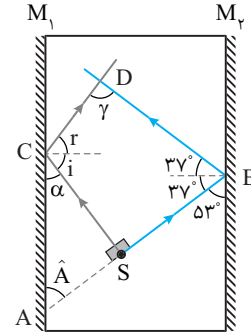
این خط از نقطه $(\frac{4\sqrt{3}}{3}, 0)$ می‌گذرد. در این صورت:

$$\tan \beta = \frac{y - y_0}{x - x_0} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{y - 0}{x - \frac{4\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 4$$

B ۱۷۸۱ ۱

خط فکری

حل مسئله را باید از زاویه تابش 37° به آینه M_1 شروع کرد و مرحله به مرحله زوایای روی شکل (زاویه‌های تابش، بازتاب ...) را مشخص کرد تا در نهایت زاویه بین دو پرتو بازتاب (γ) را به دست آورد.



۱ زاویه‌ای که پرتو SB با سطح آینه M_1

می‌سازد مطابق شکل $90 - 37 = 53^\circ$ است.

۲ اگر پرتو SB را امتداد دهیم تا در

نقطه A آینه M_1 را قطع کند چون زاویه

M_1 و M_2 موازی هستند، به دلیل خطوط

موازی و مورب زاویه A نیز 53° است.

۳ در مثلث قائم‌الزاویه ASC زاویه‌ای

که پرتو تابش SC با سطح آینه M_1

می‌سازد برابر است با:

$$\alpha + A = 90 \Rightarrow \alpha + 53 = 90 \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

۴ زاویه تابش و زاویه بازتاب روی آینه M_1 را حساب می‌کنیم:

$$i + \alpha = 90 \Rightarrow i + 37 = 90 \Rightarrow i = 53^\circ$$

۵ مجموع زوایای داخلی چهارضلعی SCDB، 360° است، بنابراین γ خواهد

$$\gamma + (2 \times 37) + (2 \times 53) + 90 = 360 \Rightarrow \gamma = 90^\circ$$

شد:

A ۱۷۸۲ ۴

یادآوری

زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابرند، از این رو زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب دو برابر زاویه تابش است.

در این مسئله زاویه بین پرتو تابش و پرتو

بازتاب 15° است، بنابراین زاویه تابش

خواهد شد:

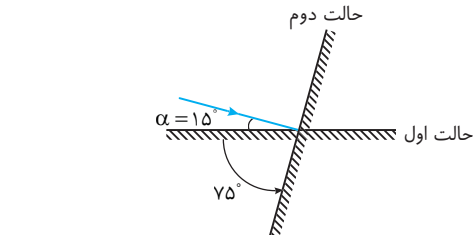
$$2i = 15^\circ \Rightarrow i = 7.5^\circ$$

زاویه بین پرتو تابش با سطح آینه $\alpha = 90 - 7.5 = 82.5^\circ$

می‌خواهیم پرتو تابش روی خودش بازتاب کند، بنابراین باید پرتو تابش بر سطح آینه

عمود شود، یعنی زاویه بین پرتو تابش با سطح آینه 90° شود. در نتیجه مطابق شکل آینه

باید 75° پادساعتگرد دوران کند.

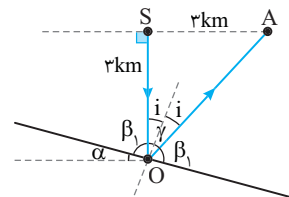


C ۱۷۸۳ ۱

۱ در مثلث قائم‌الزاویه SOA زاویه بین پرتو تابش SO و پرتو بازتاب OA را با

استفاده از روابط مثلثاتی به دست می‌آوریم:

$$\tan \gamma = \frac{SA}{SO} \Rightarrow \tan \gamma = \frac{3}{4} \Rightarrow \gamma = 37^\circ$$



۲ زاویه تابش بر سطح تیغه برابر نصف زاویه بین پرتو تابش و بازتاب است.

$$i = \frac{\gamma}{2} \Rightarrow i = \frac{37}{2} = 18.5^\circ$$

C ۱۷۸۵ ۳

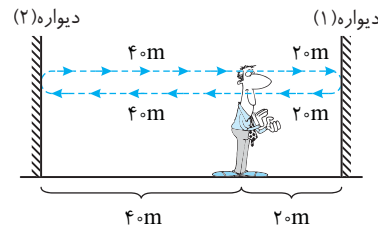
صوت تولید شده ابتدا به دیوار (۱) رسیده و پس از بازتاب به گوش شخص می‌رسد و پژواک دوم ناشی از پژواک از دیوار (۲) می‌باشد
زمان رفت و برگشت پژواک اول:

$$\begin{cases} d_1 = 2 \times 20 = 40 \text{ m} \\ v_1 = 320 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow t_1 = \frac{d_1}{v_1}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{40}{320} = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ s}$$

$$\begin{cases} d_2 = 40 + 40 = 80 \text{ m} \\ v_2 = 320 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow t_2 = \frac{d_2}{v_2}$$

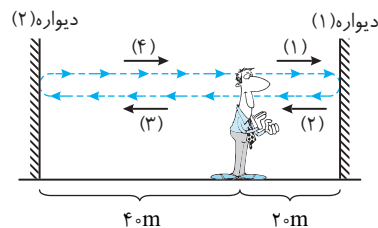
$$\Rightarrow t_2 = \frac{80}{320} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ s}$$



یعنی در لحظه‌های ۰/۱۲۵ و ۰/۲۵ از هر دیواره یک پژواک یعنی جمعاً دو پژواک به گوش شخص می‌رسد.

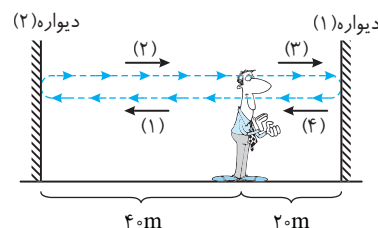
صوت برخورد کرده به دیواره (۱) می‌تواند به دیواره (۲) برخورد کند و سپس به گوش شخص برسد؛ زمان این پژواک را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} d'_1 = 2(20) + 2(40) = 120 \text{ m} \\ v = 320 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow t'_1 = \frac{d'_1}{v} = \frac{120}{320} = \frac{3}{8} = 0.375 \text{ s}$$



اما همین مطلب در مورد پژواک بازتابیده از دیواره (۲) نیز صدق می‌کند. یعنی این پژواک می‌تواند به دیواره (۱) برسد و از روی دیواره (۱) بازتاب کرده و مجدداً به گوش شخص برسد. زمان این پژواک را نیز به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} d'_2 = 2(40) + 2(20) = 120 \text{ m} \\ v = 320 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow t'_2 = \frac{d'_2}{v} = \frac{120}{320} = \frac{3}{8} = 0.375 \text{ s}$$



جالب شد! زمان پژواک دوم از هر دیواره ۰/۳۷۵ است. یعنی دو پژواک با هم به گوش می‌رسند. اما گوش نمی‌تواند آن‌ها را از هم تشخیص دهد زیرا برای تمیز دادن دو صوت از هم حداقل اختلاف زمانی ۰/۱۵ لازم است. در نتیجه گوش شخص در مدت ۰/۴۵ جمعاً سه پژواک را درک می‌کند.

C ۱۷۸۶ ۱

خط فکری ← به شکل سؤال دقت کنید. وقتی شخص دست می‌زند، امواج صوتی کروی به سوی پلکان می‌رود. اولین پژواک از اولین پله، دومین پژواک در اثر بازتاب از دومین پله و ... به گوش شخص می‌رسد و اختلاف زمانی هر دو پژواک متوالی که شخص دریافت می‌کند برابر دوره صدای دریافتی توسط شخص است؛ یعنی برای به دست آوردن دوره، شما باید زمان رفت و برگشت صوت روی یک پله (۲ℓ) را به دست بیاورید و از آنجا بسامد را حساب کنید.

دوره صدای بازگشتی را حساب می‌کنیم:

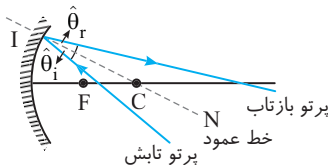
$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 2\ell = vT \Rightarrow T = \frac{2\ell}{v}$$

بسامد صدای دریافتی خواهد شد:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{v}{2\ell} \Rightarrow f = \frac{320}{2 \times 0.5} \Rightarrow f = 320 \text{ Hz}$$

B ۱۷۸۷ ۴

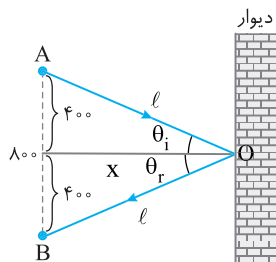
بنا به قانون بازتاب عمومی، زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابرند. یعنی اگر در نقطه تابش خطی عمود بر سطح بازتاب کننده رسم کنیم زاویه بین پرتو تابش با این خط عمود با زاویه بین پرتو بازتاب و خط عمود برابر است. اما چگونه خط عمود بر این سطح کاو را رسم کنیم. برای این کار کافی است یک شعاع از مرکز سطح به نقطه تابش (I) رسم کنید. شعاع بر سطح عمود است، بنابراین شما با این کار خط عمود بر سطح تابش را رسم کرده‌اید و می‌توانید پرتو بازتاب را رسم کنید. در این حالت گزینه (۴) پاسخ مسئله است.



C ۱۷۸۸ ۲

۱. صدا اول مستقیماً از محل شلیک در امتداد AB به شنونده می‌رسد، که این مدت برابر است با:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 320 = \frac{800}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow \Delta t_{AB} = 2.5 \text{ s}$$



۲. صدای دوم در اثر بازتاب صوت از دیوار به گوش شخص می‌رسد. با توجه به فرض مسئله اختلاف زمانی دو صورت رسیده به شخص ۰/۶۲۵ است؛ از این رو مدت زمان رسیدن صدای دوم از چشمه به شخص خواهد شد:

$$\Delta t' = 2.5 + 0.625 = 3.125 \text{ s}$$

۳. با توجه به قانون عمومی بازتاب صوت به صورت شکل روبه‌رو از دیوار بازتاب می‌شود، بنابراین فاصله هر شخص تا محل بازتاب خواهد شد:

$$v = \frac{2\ell}{\Delta t} \Rightarrow 320 = \frac{2\ell}{3.125} \Rightarrow 2\ell = 1000 \Rightarrow \ell = 500 \text{ m}$$

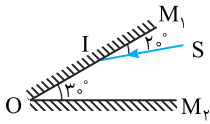
۴. در این صورت فاصله هر شخص از دیوار خواهد شد:

$$500^2 = 400^2 + x^2 \Rightarrow x = 300 \text{ m}$$

در نتیجه زاویه بین دو آینه از 70° به 50° رسیده و 20° کاهش یافته است.

پایه با سوال آینه M_1 را چند درجه و در کدام جهت حول O

بچرخانیم تا زاویه تابش بر آینه M_1 صفر درجه شود؟

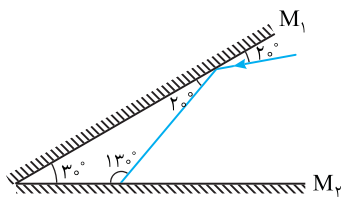


- (۱) پادساعتگرد 40°
- (۲) ساعتگرد 40°
- (۳) پادساعتگرد 20°
- (۴) ساعتگرد 20°

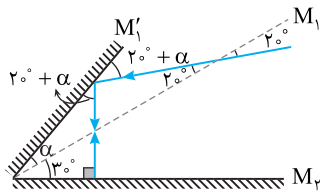
پاسخ زاویه تابش صفر یعنی پرتو بازتاب و تابش روی هم بیفتند. یعنی پرتو

با سطح آینه زاویه 90° می‌سازد، بنابراین باید زاویه پرتو با سطح آینه M_1

افزایش پیدا کند. در نتیجه آینه M_1 باید پادساعتگرد بچرخد.



با توجه به شکل:



$$20^\circ + \alpha + 20^\circ + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 40^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

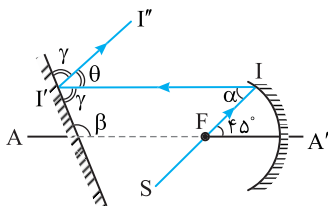
گزینه ۳

۲ ۱۷۹۱ C

نکته هرگاه پرتو از کانون بگذرد و به سطح کاو بتابد، در بازتاب موازی محور آینه باز می‌گردد.

۱ پرتو SI به سطح کاو می‌تابد و موازی محور AA' بازتاب می‌کند.

۲ با توجه به خطوط موازی و مورب، زاویه $\alpha = 45^\circ$ است.



۳ پرتو بازتاب II' به سطح آینه تخت تابیده و پرتو بازتاب آن بنا به فرض مسئله با پرتو SI موازی است.

۴ با توجه به خطوط موازی و مورب، دو زاویه θ و α برابرند:

$$\theta = \alpha \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

۵ بنا به قانون بازتاب عمومی، زاویه‌ای که پرتو II' با سطح آینه می‌سازد (γ) با

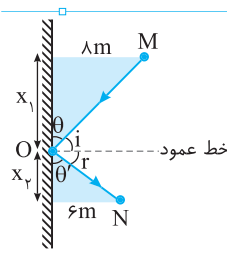
زاویه‌ای که پرتو بازتاب II'' با سطح آینه تخت می‌سازد هم اندازه است، بنابراین:

$$2\gamma + \theta = 180^\circ \xrightarrow{\theta = 45^\circ} 2\gamma = 180^\circ - 45^\circ \Rightarrow 2\gamma = 135^\circ \Rightarrow \gamma = 67.5^\circ$$

۶ بنا به خطوط موازی - مورب خواهیم داشت:

$$\beta = \gamma + \theta = 67.5^\circ + 45^\circ = 112.5^\circ$$

۳ ۱۷۸۹ B



مسیر پرتو عبوری از M که پس از بازتاب به N رسیده را رسم می‌کنیم.

با توجه به اینکه زاویه تابش (i) و زاویه بازتاب (r) با هم برابرند پس زاویه‌ای که پرتوها با سطح می‌سازند θ و θ' نیز با هم برابر بوده و دو مثلث رنگی با هم متشابه‌اند:

$$\text{دو مثلث متشابه: } \frac{PM}{PO} = \frac{NE}{EO} \Rightarrow \frac{\lambda}{x_1} = \frac{\epsilon}{x_2} \Rightarrow x_2 = \frac{\epsilon}{\lambda} x_1$$

با توجه به شکل سؤال $x_1 + x_2$ برابر $10/5$ متر است:

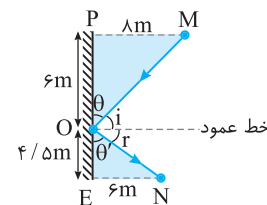
$$x_1 + x_2 = 10/5 \Rightarrow x_1 + \frac{\epsilon}{\lambda} x_1 = 10/5 \Rightarrow \frac{\lambda + \epsilon}{\lambda} x_1 = 10/5$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \epsilon} \times 10/5 = \frac{3}{4} \times 10/5 = 1.5 \text{ m}$$

حال طول پرتوهای MO و NO را حساب می‌کنیم:

$$OM = \sqrt{PM^2 + PO^2} \Rightarrow OM = \sqrt{\lambda^2 + \epsilon^2} = 10 \text{ m}$$

$$ON = \sqrt{NE^2 + OE^2} \Rightarrow ON = \sqrt{\epsilon^2 + (\lambda/5)^2} = 7/5 \text{ m}$$



حال با توجه به سرعت نور، مدت زمانی که هر مسیر طی می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$c = \frac{\text{طول مسیر طی شده}}{\text{مدت زمان}} \Rightarrow \begin{cases} 3 \times 10^8 = \frac{10}{\Delta t_{MO}} \Rightarrow \Delta t_{MO} = \frac{10}{3} \times 10^{-8} \\ 3 \times 10^8 = \frac{7/5}{\Delta t_{ON}} \Rightarrow \Delta t_{ON} = \frac{7/5}{3} \times 10^{-8} \end{cases}$$

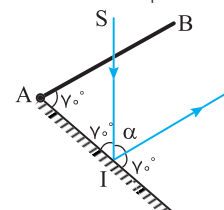
کل زمان طی شده برابر است با:

$$\Delta t_{\text{کل}} = \Delta t_{MO} + \Delta t_{ON} = \frac{10}{3} \times 10^{-8} + \frac{7/5}{3} \times 10^{-8}$$

$$\Rightarrow \Delta t_{\text{کل}} = \frac{17/5}{3} \times 10^{-8} \text{ s} = \frac{17/5}{3} \times 10^{-8} \text{ s}$$

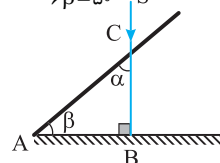
۲ ۱۷۹۰ B

حالت (۱) پرتو بازتاب و سطح AB با هم موازی‌اند پس طبق خطوط موازی و مورب زاویه پرتو بازتاب با آینه تخت برابر زاویه بین دو سطح 70° است بنابراین زاویه بین پرتو SI با سطح آینه نیز 70° است، زاویه α را حساب می‌کنیم.



حالت (۲): در این حالت باید پرتو بر مسیر پرتو SI عمود باشد تا بازتاب پرتو روی خودش صورت گیرد و پرتو از شکاف S خارج است، بنابراین مثلث ABC یک مثلث قائم‌الزاویه است که زاویه α در آن 40° است، بنابراین زاویه بین آینه و دیواره (β) خواهد شد.

$$\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ \xrightarrow{\alpha = 40^\circ} \beta = 50^\circ$$

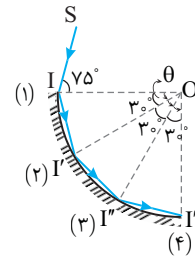


۴ ۱۷۹۲ C

خط فکری

مسئلهٔ زیبایی است اما شما باید چند مطلب را به خودتان یادآوری کنید.
 ۱- شعاع دایره در این مسئله در هر نقطه، همان خط عمود بر سطح آینه است.
 ۲- زاویه تابش و زاویه بازتاب با هم برابرند، اکنون باید مسیر پرتو را دنبال کنید.
 زاویه تابش در نقطه I، 75° است و زاویه بازتاب نیز 75° است. پرتو در نقطه I' به سطح آینه برخورد می‌کند. چون مثلث OHI' متساوی‌الساقین است، زاویه تابش در I' نیز 75° است. در این صورت در مثلث OII' زاویه θ برابر است با:

$$\theta + 75^\circ + 75^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$$



پرتو در ادامهٔ مسیری در دوباره به سطح آینه در نقطه I'' برخورد می‌کند و مجدداً زاویه تابش 75° است و زاویه رأس مثلث OI''I' 30° می‌شود؛ یعنی به ازای هر 30° چرخش شعاع، یک بار نور به آینه می‌خورد. بنابراین مطابق شکل ۴ بار پرتو از روی آینه بازتاب می‌کند.

میانبر

اگر زاویه تابش اول بر سطح این آینه کروی شکل I باشد، علاوه بر برخورد اول به ازای هر $\theta = 180 - 2i$ یک بار پرتو به آینه برخورد می‌کند.

$$n = \frac{90}{180 - (2 \times 75)} + 1 = \frac{90}{30} + 1 = 4$$

۱ ۱۷۹۳ B

۱- زاویه تابش SI بر سطح آینه، α نامیده شده است و بنا به قانون بازتاب عمومی، زاویه بازتاب آن را در شکل نیز با α نمایش داده‌ایم.

۲- در مثلث OII' دو ضلع OI و OI' شعاع دایره هستند و با هم برابرند. بنابراین مثلث OII' متساوی‌الساقین است و زاویه رأس I' نیز α است.

۳- زاویه پرتو بازتاب از نقطه I' نیز α است.

۴- مجموع زوایای یک مثلث 180° است؛ از این‌رو در مثلث OII' خواهیم داشت:

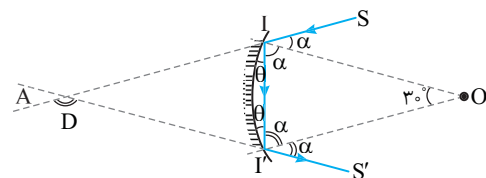
$$2\alpha + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

۵- مجموع دو زاویه α و زاویه θ برابر 180° است؛ از این‌رو:

$$2\alpha + \theta = 180^\circ \Rightarrow 2 \times 75^\circ + \theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = 15^\circ$$

۶- زاویه D زاویه خارجی مثلث AII' است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

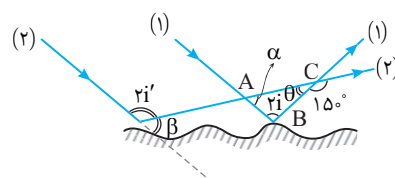
$$D = \theta + \theta \Rightarrow D = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$$



۴ ۱۷۹۴ C

۱- بنا به فرض مسئله دو پرتو (۱) و (۲) موازی هستند. پرتو (۲) را امتداد می‌دهیم، در این صورت زاویه α و زاویه β روی شکل بنا به خطوط موازی و مورب برابر هستند.

$$(\alpha = \beta)$$



۲- زاویه θ روی شکل برابر $30^\circ = 15^\circ - 18^\circ$ است.

۳- زاویه بین پرتو تابش (۱) و پرتو بازتاب آن را با α نمایش می‌دهیم، در این صورت می‌توان نوشت:

$$2i + \alpha + \theta = 180^\circ \Rightarrow 2i + \alpha + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2i = 150^\circ - \alpha \quad (I)$$

۴- زاویه بین پرتو تابش (۲) و پرتو بازتاب آن را با α' نمایش می‌دهیم، بنابراین می‌توان نوشت:

$$2i' + \beta = 180^\circ \xrightarrow{\beta = \alpha} 2i' + \alpha = 180^\circ \Rightarrow 2i' = 180^\circ - \alpha \quad (II)$$

۵- دو رابطه (I) و (II) از هم کم می‌کنیم:

$$2i' - 2i = 180^\circ - \alpha - (150^\circ - \alpha) \Rightarrow 2(i' - i) = 30^\circ \Rightarrow i' - i = 15^\circ$$

میانبر

هرگاه شکلی شبیه شکل مسئله به شما داده شود خواهیم داشت:

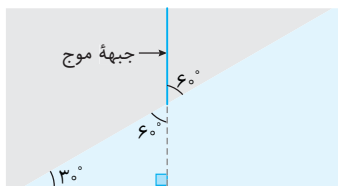
$$i' - i = \frac{\theta}{2}$$

۲ ۱۷۹۵ B

نکته زاویه بین جبههٔ موج و مرز برابر است با زاویه بین پرتو موج و خط عمود.

۱- در شکل زاویه بین جبهه‌های شکست و مرز دو محیط 30° است، بنابراین زاویه شکست ($\theta_r = 30^\circ$) می‌شود.

۲- حال باید سراغ زاویه تابش برویم. یکی از جبهه‌های تابش را امتداد می‌دهیم تا یک مثلث قائم‌الزاویه مطابق شکل بسازیم. اکنون مشخص است که جبهه‌های موج تابش با مرز دو محیط زاویه $\theta_i = 60^\circ$ می‌سازند.



۳- بنا به قانون شکست عمومی $\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{v_2}{v_1}$ و از طرفی هنگام گذر موج از یک محیط به محیط دیگر بسامد ثابت می‌ماند. از این‌رو طول موج با تندی انتشار موج در محیط نسبت مستقیم دارد.

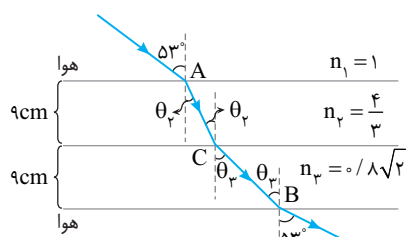
$$v_1 = f\lambda_1, \quad v_2 = f\lambda_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

۴- اکنون می‌توانیم نسبت $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ را حساب کنیم.

$$\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۳ ۱۷۹۶ B

این تست ساده‌ای است اما طراح، کنکور تجربی رو با المپیاد فیزیک رشتهٔ ریاضی اشتباه گرفته. ☺



۱- ابتدا تندی نور در محیط n_3 را حساب می‌کنیم.

$$\frac{n_3}{n_1} = \frac{v_1}{v_3} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times 10^8}{v_3} \Rightarrow v_3 = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} \text{ m/s}$$

* کلید سازمان سنجش، ۳ با تأثیر مثبت

پاسخ ۱: سرعت انتشار پرتو A از درون محیط شفاف n_p برابر است با:

$$v = \frac{c}{n_p} \Rightarrow v_A = \frac{c}{2}$$

زمان رسیدن پرتو A به نقطه F' از دو قسمت تشکیل شده است. در جابه‌جایی

ℓ سرعت $\frac{c}{2}$ و در جابه‌جایی ℓ بعدی تندی انتشار C است: بنابراین:

$$\Delta x = vt \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow t_A = \frac{\ell}{\frac{c}{2}} + \frac{\ell}{c} \Rightarrow t_A = \frac{3\ell}{c}$$

بنا به فرض مسئله زمان گذر پرتو B از محیط n_1 نیز برابر t_A است، از این‌رو:

$$t_B = t_A = \frac{3\ell}{c} \xrightarrow{t_B = \frac{\ell}{v_B}} \frac{\ell}{v_B} = \frac{3\ell}{c} \Rightarrow \frac{c}{v_B} = \frac{3}{2} \xrightarrow{n = \frac{c}{v}} n = \frac{3}{2}$$

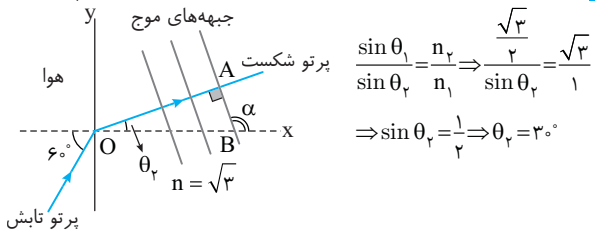
گزینه ۱

C ۱۷۹۸ ۴

خط فکری

دقت کنید که مرز دو محیط محور لاهاست. بنابراین زاویه‌ای که پرتو تابش با محور Xها می‌سازد، زاویه تابش است ($\theta_1 = 60^\circ$) با دانستن این مطلب زاویه شکست را بیابید ($\theta_2 = ?$)، سپس با رسم جبهه‌های موج زاویه بین این جبهه‌ها با محور Xها را مشخص کرده و شیب این جبهه‌ها را حساب کنید.

۱: ابتدا با توجه به قانون شکست اسنل زاویه شکست را به دست می‌آوریم:



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

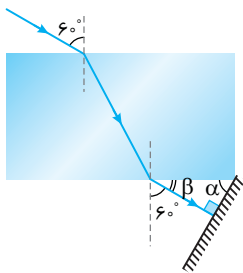
$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

۲: همان‌طور که می‌دانیم جبهه‌های موج بر پرتو عمودند، بنابراین جبهه‌های شکست بر پرتو شکست عمود بوده و جبهه‌های شکست با محور Xها زاویه α می‌سازند در مثلث OAB، α زاویه خارجی است و مقدار آن خواهد شد:

۳: اکنون شیب جبهه‌های موج شکست قابل محاسبه است:

$$\text{شیب جبهه‌های موج شکست} = \tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

B ۱۷۹۹ ۱

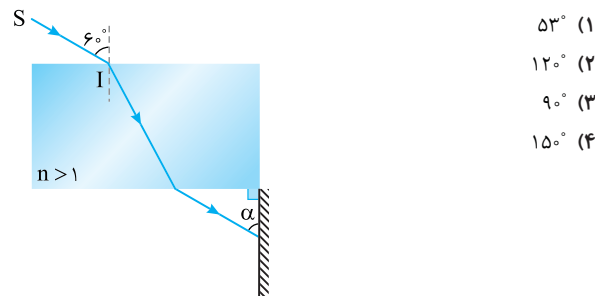


هنگامی بازتاب پرتو تابش روی خودش خواهد بود که پرتو بر سطح آینه عمود باشد. زاویه ورودی به یک تیغه متوازی السطوح با زاویه خروجی از تیغه برابر است. بنابراین زاویه‌ای که پرتو خروجی با وجه تیغه می‌سازد $\beta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ می‌شود. پرتو خروجی بر سطح آینه عمود است: از این‌رو زاویه α خواهد شد:

$$\alpha = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

بازی با سؤال ۱: مطابق شکل، پرتوی SI از هوا با زاویه تابش 60° به وجه AB

یک تیغه متوازی السطوح می‌تابد و وارد تیغه می‌شود. این پرتو پس از خروج از تیغه به یک آینه تخت برخورد می‌کند. پرتو بازتابیده از آینه با امتداد پرتوی SI چه زاویه‌ای می‌سازد؟



(۱) 53°

(۲) 12°

(۳) 9°

(۴) 15°

۲: زاویه ورود (شکست) به محیط (۲) را به دست می‌آوریم.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin \theta_2} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

۳: اکنون AC را حساب می‌کنیم:

$$\cos \theta_2 = \frac{9}{AC} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{9}{AC} \Rightarrow AC = \frac{9 \cdot 5}{4} = \frac{45}{4} = 11.25 \text{ m}$$

۴: زمان طی مسیر AC برابر است با:

$$t_{AC} = \frac{AC}{v_2} = \frac{\frac{45}{4}}{\frac{3}{4} \times 10^8} = \frac{45}{3} \times 10^{-8} = 15 \times 10^{-8} \text{ s} = 1.5 \text{ ns}$$

۵: اکنون به سراغ محیط (۳) می‌رویم:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_2} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ$$

۶: بنابراین CB برابر $9\sqrt{2} \text{ cm}$ خواهد بود. تندی در محیط (۳) برابر است با:

$$v_3 = \frac{c}{n_3} \Rightarrow v_3 = \frac{3 \times 10^8}{\frac{3}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$t_{CB} = \frac{CB}{v_3} = \frac{9\sqrt{2} \times 10^{-2}}{\sqrt{2} \times 10^8} = \frac{9 \times 10^{-2}}{10^8} = 9 \times 10^{-10} \text{ s} = 0.9 \text{ ns}$$

$$t_{CB} = 4 \times 10^{-10} = 0.4 \text{ ns}, \quad t_{\text{کل}} = 0.5 + 0.4 = 0.9 \text{ ns}$$

بالاخره حل تمام شد اما دقت کردید پاسخ در گزینه‌ها نیست. البته اگر حل را یاد گرفته‌اید نگران نباشید.

A ۱۷۹۷ ۱

یادآوری: ضریب شکست یک محیط برابر نسبت سرعت نور در خلأ به سرعت نور

در آن محیط است. $(n = \frac{c}{v})$.

۱: با توجه به ضریب شکست سرعت نور در هر لایه را به دست می‌آوریم:

$$v_1 = \frac{c}{n} = \frac{c}{1/5}, \quad v_2 = \frac{c}{n'} = \frac{c}{1/7}, \quad v_3 = \frac{c}{n''} = \frac{c}{1/6}$$

۲: پرتو یک‌بار از بین دو لایه با ضریب شکست‌های n و n' رد می‌شود و بار دیگر از

لایه با ضریب شکست n'' و همان‌طور که می‌دانید $t = \frac{x}{v}$ ، بنابراین زمان گذر از هر

لایه را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = \frac{\ell}{c} \Rightarrow t_1 = \frac{\ell}{1/5c}, \quad t_2 = \frac{\ell}{c} \Rightarrow t_2 = \frac{\ell}{1/7c}$$

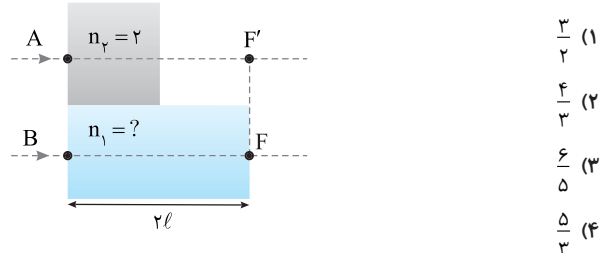
$$\Rightarrow \Delta t_{1,2} = t_1 + t_2 \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{2} \frac{\ell}{c}, \quad t_3 = \frac{2\ell}{c} \Rightarrow t_3 = \frac{3}{2} \frac{\ell}{c}$$

۳: بنابراین اختلاف زمان صفر است.

بازی با سؤال ۱: مطابق شکل روبه‌رو دو پرتو A و B به طور هم‌زمان از هوا

وارد محیط‌های شفاف n_1 و n_2 می‌شوند و به‌طور هم‌زمان از نقاط F' و F

عبور می‌کنند. ضریب شکست n_1 کدام است؟



(۱) $\frac{3}{2}$

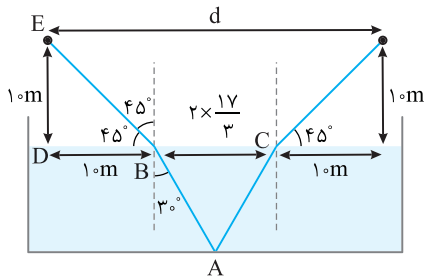
(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{6}{5}$

(۴) $\frac{5}{3}$

همچنین می‌توان θ_i را با توجه به قانون شکست اسنل به دست آورد:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin 3^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_i}{1} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \theta_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_i = 45^\circ$$



بنابراین مثلث BDE متساوی‌الساقین بوده و ضلع $BD = 1.0 \text{ cm}$ می‌شود.

در این صورت با توجه به شکل مقدار d خواهد شد:

$$d = 1.0 + 2 \times \frac{1.0}{3} + 1.0 = \frac{9.0}{3} \text{ m}$$

۱ ۱۸۰۲ B

خط فکری باید زاویه تابش بر هر وجه را به کمک زوایا و اضلاع روی شکل پیدا کنید، سپس با داشتن زوایای شکست در هر دو محیط، ضریب شکست آن‌ها را به دست

آوردید و نسبت $\frac{n}{n'}$ را حساب کنید.

۱ مثلث SAB، متساوی‌الساقین است، بنابراین زاویه β روی شکل 45° زاویه تابش پرتو SB بر وجه AB برابر $\theta_{i1} = 45^\circ$ است.

۲ ضلع CD برابر $\sqrt{3}d$ و ضلع SC برابر d است، از این‌رو زاویه α روی شکل خواهد شد:

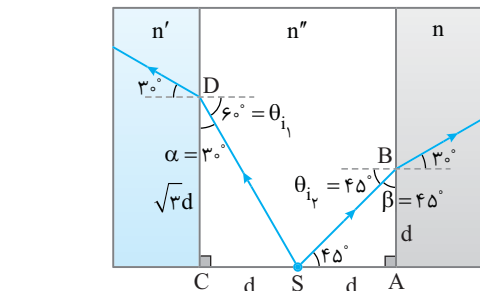
$$\tan \alpha = \frac{d}{\sqrt{3}d} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

در نتیجه زاویه تابش پرتو SD برابر $\theta_{i1} = 60^\circ$ است.

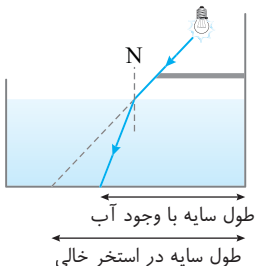
۳ اکنون به کمک قانون شکست اسنل، ضریب شکست هر محیط را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\sin \theta_{i1}}{\sin 30^\circ} = \frac{n'}{n''} \Rightarrow n' = \sqrt{3}n'' \quad , \quad \frac{\sin \theta_{i2}}{\sin 30^\circ} = \frac{n}{n''} \Rightarrow n = \sqrt{2}n''$$

۴ نسبت ضریب شکست‌ها خواهد شد:

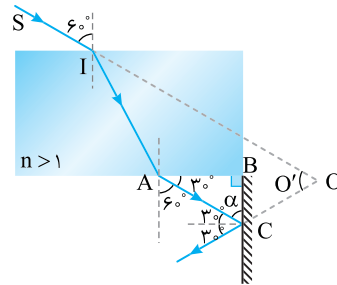


۱ ۱۸۰۳ A



هنگامی که پرتو به سطح آب می‌تابد و وارد آب می‌شود، به خط عمود (N) نزدیک می‌شود و طول سایه کوتاه‌تر می‌شود.

پاسخ پرتو خروجی از تیغه تخت با پرتوی ورودی به تیغه موازی است. بنابراین هر زاویه‌ای که پرتو بازتاب از آینه با پرتوی خروجی می‌سازد طبق خطوط موازی و مورب، همان زاویه را با پرتو SI می‌سازد. زاویه خروجی از تیغه 60° است و پرتوی خروجی با وجه تیغه زاویه 30° می‌سازد. مثلث قائم‌الزاویه بوده و زاویه $\alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ است. از این‌رو زاویه تابش بر سطح آینه $i = 30^\circ$ می‌شود و زاویه بین پرتو بازتاب و پرتو تابش $2i = 60^\circ$ خواهد شد. پرتو SI و پرتو AB موازی هستند، بنابراین زاویه O' بنا به خطوط موازی - مورب 60° و زاویه D، 120° خواهد بود.



۲ گزینه

۱ ۱۸۰۰ C

۱ ابتدا زاویه شکست در آب را به دست می‌آوریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow 1 \times \sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin r$$

$$\Rightarrow \sin r = \frac{1}{2} = 30^\circ \Rightarrow r = 30^\circ$$

۲ زاویه‌ای که پرتو شکست با سطح مایع می‌سازد خواهد شد:

$$\alpha = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

۳ مثلث RIC قائم‌الزاویه است، از این‌رو زاویه بین پرتو تابش IC و پرتو بازتاب CR خواهد شد:

$$2i + \alpha + 90^\circ = 180^\circ \xrightarrow{\alpha = 60^\circ} 2i + 60^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow i = 15^\circ$$

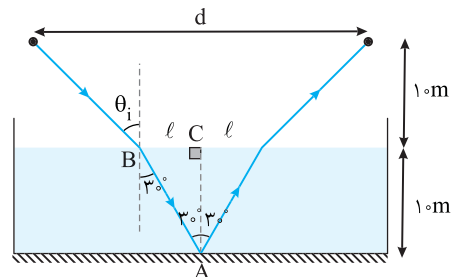
یادداشت ریاضی هرگاه دو ضلع یک زاویه بر دو ضلع زاویه دیگر عمود باشند، آن دو زاویه برابر یا مکمل یکدیگرند.

به اضلاع زاویه بازتاب i دقت کنید. یک ضلع آن خط عمود N است که بر سطح آینه یعنی یکی از ضلع‌های زاویه θ عمود است، ضلع دیگر آن خط RC است که بر سطح افقی یعنی ضلع دیگر زاویه θ عمود است، بنابراین $\theta = i = 15^\circ$ است.

۱ ۱۸۰۱ C

۱ با توجه به قانون بازتاب عمومی زاویه پرتو تابش به آینه و بازتاب از آن با هم برابر است، بنابراین در مثلث ABC می‌توان نوشت:

$$\Delta ABC \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{l}{1.0} \Rightarrow l = \frac{1.0 \times \sqrt{3}}{3} \text{ m} \Rightarrow l = \frac{1.0}{3} \text{ m}$$



۵ زمان حرکت B را به دست می آوریم:

$$\Delta x = vt \Rightarrow H'E = v_B t_B \Rightarrow t_B = \frac{H'E}{v_B} \Rightarrow t_B = \frac{H'E}{\frac{3c}{4}} \Rightarrow t_B = \frac{4H'E}{3c}$$

۶ با توجه به فرض مسئله $t_A = t_B$ از این رو خواهیم داشت:

$$\frac{6 \times 1/6}{c} = \frac{4H'E}{3c} \Rightarrow H'E = 7/2 \text{ cm}$$

۷ در مثلث OH'E طول ضلع OH' را به دست می آوریم:

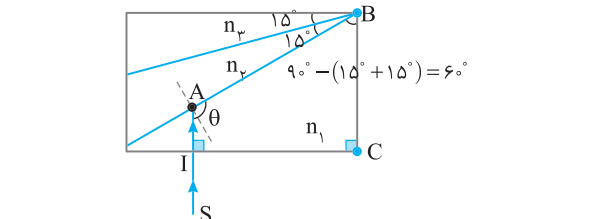
$$\tan 37^\circ = \frac{H'E}{OH'} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{7/2}{\lambda + x} \Rightarrow 9/6 = \lambda + x \Rightarrow x = 1/6 \text{ cm}$$

۲ ۱۸۰۶ C یادآوری

اگر پرتوی عمود بر مرز بین دو محیط بتابد، بدون انحراف وارد محیط دوم می شود.

۱ با توجه به یادآوری بالا مسیر پرتو در محیط (۱) را رسم می کنیم:

$$IABC \text{ ضلعی } \Rightarrow \theta = 90^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 360^\circ \Rightarrow \theta = 120^\circ$$



۲ برای پرتو IA نیم خط عمود را رسم می کنیم، زاویه تابش IA برابر 30° است. حال با توجه به قانون شکست زاویه θ_p را حساب می کنیم:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_p} = \frac{n_p}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta_p} = \frac{2}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \sin \theta_p = \sqrt{2} \sin 30^\circ \Rightarrow \sin \theta_p = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_p = 45^\circ$$

۳ در محیط (۲) مسیر پرتو را کشیده و زاویه تابش را به دست می آوریم:

$$\theta'' + 45^\circ + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta'' = 120^\circ$$

۴ نیم خط عمود را برای پرتو AA' کشیده و زاویه تابش 30° می شود:

$$\frac{\sin \theta_p}{\sin \theta_p} = \frac{n_p}{n_p} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta_p} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \theta_p = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin 30^\circ \Rightarrow \sin \theta_p = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_p = 45^\circ$$

۵ مسیر پرتو در محیط (۳) یعنی A'A'' را دنبال می کنیم:

$$\theta''' + 15^\circ + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta''' = 120^\circ$$

۶ نیم خط عمود را برای پرتو A'A'' رسم می کنیم، زاویه تابش 30° می شود:

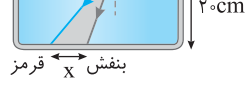
۷ قانون شکست را برای پرتو خروجی می نویسیم:

$$\frac{\sin \theta_p}{\sin \theta_{\text{خروجی}}} = \frac{n_{\text{خروجی}}}{n_p} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin \theta_{\text{خروجی}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin \theta_{\text{خروجی}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_{\text{خروجی}} = 45^\circ$$

۳ ۱۸۰۴ B

یادآوری عموماً ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج های کوتاه تر، بیشتر است.

۱ با توجه به نکته بالا در یک محیط، نور قرمز کمترین و نور بنفش بیشترین ضریب شکست را دارد، بنابراین:

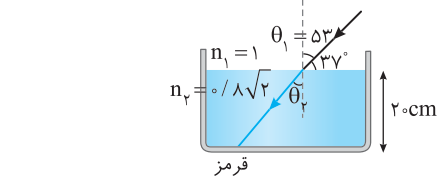


۲ در شکل بالا X خواسته سؤال است، زاویه شکست پرتو بنفش را حساب می کنیم:

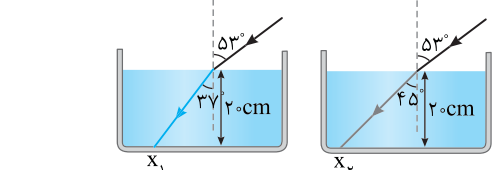
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_p} = \frac{n_p}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_p} = \frac{4/3}{1} \Rightarrow \frac{4/5}{\sin \theta_p} = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin \theta_p = 3/5 \Rightarrow \theta_p = 37^\circ$$

۳ زاویه شکست پرتو قرمز را رسم می کنیم:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_p} = \frac{n_p}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta_p} = \frac{1.8\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \theta_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin \theta_p = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_p = 45^\circ$$



۴ با توجه به زاویه های شکست و اینکه ارتفاع مایع ۲۰ cm است، خواهیم داشت:



$$\tan 45^\circ = \frac{\text{ضلع روبه رو}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan 45^\circ = 1 = \frac{x_p}{20} \Rightarrow x_p = 20 \text{ cm}$$

$$\tan 37^\circ = \frac{\text{ضلع روبه رو}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan 37^\circ = \frac{3}{4} = \frac{x_1}{20} \Rightarrow x_1 = 15 \text{ cm}$$

۵ حال X خواسته سؤال را حساب می کنیم:

$$x = x_p - x_1 \Rightarrow x = 20 - 15 = 5 \text{ cm}$$

۴ ۱۸۰۵ C

۱ طول مسیر HD در منشور را به کمک مثلثات در مثلث OHD حساب می کنیم:

$$\tan 37^\circ = \frac{HD}{OH} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{HD}{8} \Rightarrow HD = 6 \text{ cm}$$

۲ سرعت پرتو A در منشور را به کمک تعریف ضریب شکست به دست می آوریم:

$$v_A = \frac{c}{n_A} \Rightarrow v_A = \frac{c}{1/6} \Rightarrow v_A = \frac{6c}{1}$$

۳ زمان حرکت پرتو A در منشور خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow DH = v_A t_A \Rightarrow 6 = \frac{c}{1/6} t_A \Rightarrow t_A = \frac{6 \times 1 - 6}{c}$$

۴ سرعت پرتو B در منشور را حساب می کنیم:

$$v_B = \frac{c}{n_B} \Rightarrow v_B = \frac{c}{3/4} \Rightarrow v_B = \frac{4c}{3}$$

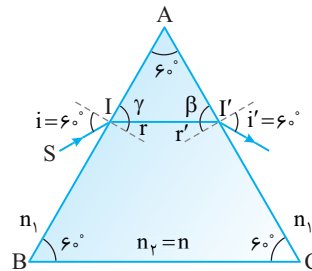
B ۱۸۰۷ ۲

خط فکری

تمام زوایای α با هم برابرند، بنابراین مثلث ABC باید یک مثلث متساوی الاضلاع یا زوایای 60° باشد. از طرفی زاویه تابش بر وجه AB نیز $i = 60^\circ$ بوده؛ همچنین زاویه پرتو خروجی با خط عمود بر وجه AC نیز $i' = 60^\circ$ است. اکنون با توجه به این مطالب باید به سراغ بررسی زوایای γ ، β و زوایای r و r' رفته و به کمک آن ضریب شکست منشور را حساب کرد.

۱ قانون اسنل را برای وجه AB و AC می نویسیم تا ثابت شود دو زاویه r و r' برابر هستند.

$$\begin{cases} AB: n_1 \sin i = n_2 \sin r \\ AC: n_1 \sin i' = n_2 \sin r' \end{cases} \xrightarrow{i=i'} r=r'$$



۲ با برابر بودن r و r' مشخص می شود که زوایای β و γ نیز برابر هستند.

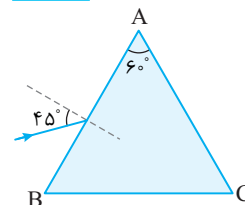
$$\gamma = \beta = 60^\circ$$

۳ بنابراین زوایای r و r' هر کدام برابر 30° می شوند.

۴ ضریب شکست n خواهد شد:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = n \times \frac{1}{2} \Rightarrow n = \sqrt{3}$$

۱ بازی با سوال مطابق شکل روبه رو پرتو تک رنگی از هوا با زاویه 45° به وجه AB منشوری می تابد و با همان زاویه از وجه AC بیرون می رود. ضریب شکست منشور کدام است؟



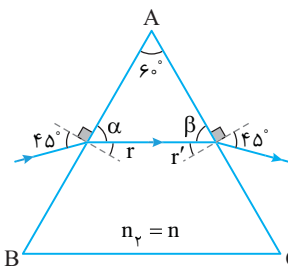
- ۱) ۲
- ۲) $\sqrt{2}$
- ۳) ۳
- ۴) $\sqrt{3}$

۱ با توجه به قانون اسنل $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ چون زوایای

ورودی و خروجی هر کدام 45° است، زوایای r و r' نیز با هم برابرند.

۲ با توجه به شکل می توان نوشت:

$$\begin{cases} \alpha + r = 90^\circ \\ \beta + r' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta + r + r' = 180^\circ \quad (I)$$



۳ مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است. از این رو:

$$\alpha + \beta + A = 180^\circ \quad (II)$$

از روابط (I) و (II) نتیجه می شود: $A = r + r'$. یعنی مجموع زوایای شکست داخلی

برابر با زاویه رأس منشور است. $A = r + r' \xrightarrow{r=r'} 60^\circ = 2r \Rightarrow r = 30^\circ$.
۴ ضریب شکست خواهد شد:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \xrightarrow{\frac{n_1=1}{n_2=n}} n = \frac{\sin i}{\sin r} \Rightarrow n = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

۱ نکته در منشور مجموع زوایای شکست داخلی برابر زاویه رأس منشور

است. $A = r + r'$

۲ گزینه

B ۱۸۰۸ ۳

۱ هر دو پرتو بدون انحراف وارد منشور شده اند؛ یعنی زاویه بین این پرتوها و وجه AC 90° است.

۲ زاویه بین پرتو HH' با وجه AB برابر $60^\circ = 90^\circ - 30^\circ$ است.

در نتیجه زاویه تابش پرتو HH' برابر 30° خواهد شد.

۳ زاویه شکست بر وجه AB را با حرف r_{AB} نشان داده و مقدار آن را حساب می کنیم.

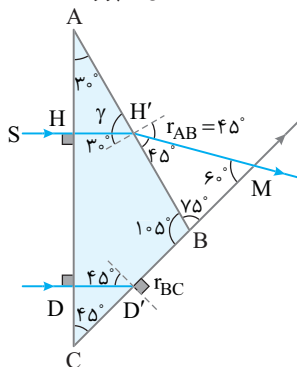
$$AB \text{ وجه در: } n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow \sqrt{2} \times \sin 30^\circ = 1 \times \sin r_{AB} \Rightarrow r_{AB} = 45^\circ$$

۴ با همین استدلال زاویه تابش پرتو DD' بر وجه BC، برابر 45° است. زاویه شکست بر وجه BC را با حرف r_{BC} نشان داده و مقدار آن را به دست می آوریم.

$$BC \text{ وجه در: } n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow \sqrt{2} \times \sin 45^\circ = 1 \times \sin r_{BC} \Rightarrow r_{BC} = 90^\circ$$

۵ زاویه A و C به ترتیب 30° و 45° بوده، بنابراین در مثلث ABC زاویه B برابر $105^\circ = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ)$ خواهد شد.

۶ بنابراین در مثلث H'BM زاویه بین دو پرتو، 60° به دست می آید.



پنجره ۴ روبه روی ۵

B ۱۸۰۸ ۱

خط فکری

علت این که شخص دو صدا با اختلاف زمانی Δt دریافت می کند متفاوت بودن تندی انتشار صوت در هوا و فلز است. صوتی که از درون فلز منتقل می شود سریع تر از صوتی که از درون هوا منتقل می شود به سر دیگر لوله می رسد. تندی انتشار موج ثابت است و معادله انتشار موج یک معادله سرعت $(\Delta x = vt)$ است. کافی است زمان را به دست آورده از هم کم کنیم.

$$\Delta x = v_{\text{هوا}} t_{\text{هوا}} \xrightarrow{\Delta x = \ell} t_{\text{هوا}} = \frac{\ell}{v_{\text{هوا}}}$$

زمان حرکت صوت در هوا برابر است با:

$$\Delta x = v_{\text{فلز}} t_{\text{فلز}} \Rightarrow t_{\text{فلز}} = \frac{\ell}{v_{\text{فلز}}}$$

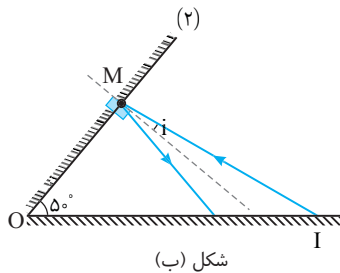
زمان حرکت صوت در فلز خواهد شد:

$$\Delta t = t_{\text{هوا}} - t_{\text{فلز}} = \frac{\ell}{v_{\text{هوا}}} - \frac{\ell}{v_{\text{فلز}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_{\text{فلز}} - v_{\text{هوا}}}{v_{\text{هوا}} v_{\text{فلز}}} \ell$$

بنابراین:

نمای ۲۶

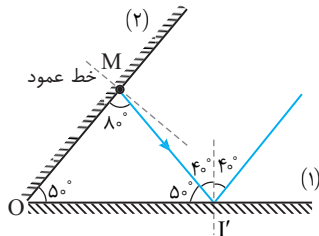
۳ در شکل (ب) خط عمود بر آینه (۲) را رسم کرده‌ایم تا زاویه‌ای که پرتو بازتاب از آینه (۲) با سطح آینه می‌سازد را بیابیم. زاویه \hat{A} روی شکل برابر است با:
 $i = 100^\circ - 90^\circ = 10^\circ$



شکل (ب)

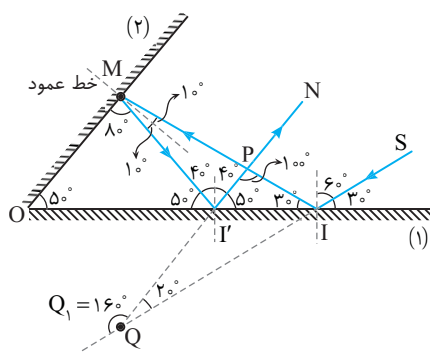
بنابراین زاویه بازتاب از آینه (۲) نیز 10° است و این پرتو با سطح آینه (۲) زاویه $90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$ می‌سازد.

۴ با توجه به شکل زاویه‌ای که پرتو بازتاب MI' با سطح آینه (۱) می‌سازد 5° است و زاویه تابش در این نقطه 40° می‌شود.

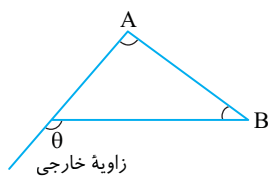


شکل (ب)

۵ اکنون مسیر کامل پرتو SI را پس از بازتاب از آینه‌های (۱) و (۲) رسم می‌کنیم و پرتو SI و پرتو IN را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را قطع کنند و زاویه بین آن‌ها را که روی شکل با حرف Q_1 نشان داده‌ایم، حساب می‌کنیم.



۶ زاویه خارجی مثلث همواره برابر مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور با آن است.
 $\hat{\theta} = \hat{A} + \hat{B}$



در شکل زاویه Q_1 زاویه خارجی مثلث QIP است. بنابراین:

$$Q_1 = 100^\circ + 30^\circ + 30^\circ = 160^\circ$$

نمای ۳۴

۱ ۱۸۰۸ B

۲ با توجه به تعریف تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو رابطه را از هم کم می‌کنیم}} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

با توجه به خاصیت لگاریتم $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$ می‌توان نوشت:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

۲ داده‌های مسئله را جای گذاری می‌کنیم. $\beta_2 = 12 \text{ dB}$ و $\beta_1 = 8 \text{ dB}$

$$12 - 8 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^4$$

۳ یادآوری شدت صوت با مجذور فاصله نسبت وارون دارد.

۳ به کمک نسبت شدت صوت‌ها، فاصله نقطه از منبع صوت در حالت دوم را به دست می‌آوریم.

$$I \propto \frac{1}{r^2} \quad I_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \quad r_1 = 20 \text{ m} \rightarrow 10^4 = \left(\frac{20}{r_2}\right)^2$$

$$10^2 = \frac{20}{r_2} \Rightarrow r_2 = \frac{20}{10} = 2 \text{ cm}$$

نمای ۲۷

۴ ۱۸۰۸ B

۱ شدت صوت یک چشمه صوتی I است. اگر n چشمه صوت شبیه آن با هم و در کنار هم صوت ایجاد کنند در همان فاصله از چشمه، شدت صوت nI خواهد شد.

۱ سه چشمه به چشمه اول اضافه شده یعنی جمعاً ۴ چشمه با هم صوت تولید می‌کنند و شدت صوت خواهد شد:

$$I_2 = 4I_1$$

۲ اختلاف تراز شدت صوت را در دو حالت به دست می‌آوریم.

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{4I_1}{I_1}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log 4 = 10 \log 2^2 \xrightarrow{\log a^n = n \log a} \beta_2 - \beta_1 = 20 \log 2$$

$$\xrightarrow{\log 2 = 0.3} \beta_2 - \beta_1 = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB}$$

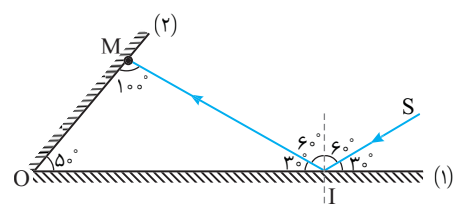
نمای ۲۷

۳ ۱۸۰۸ B

۱ زاویه تابش به آینه (۱) برابر $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ است.

۲ در شکل (الف) زاویه‌ای که پرتو با سطح آینه (۲) می‌سازد، یعنی زاویه M برابر خواهد شد با:

$$\Delta OMI \Rightarrow \hat{M} + 30^\circ + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{M} = 100^\circ \text{ C}$$



شکل (الف)

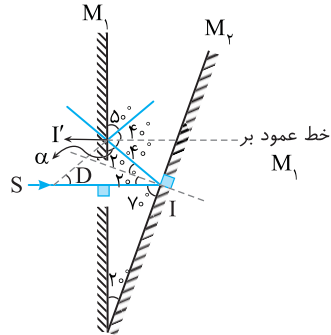
۲ ۱۸۰۸ B

۱ پرتو SI که به سطح آینه M_1 می‌تابد با سطح آینه زاویه $90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ می‌سازد.

۲ زاویه تابش بر سطح آینه M_2 برابر 20° و زاویه بین پرتو بازتاب از آینه (۲) و پرتو تابش بر آینه M_2 برابر $40^\circ = 2 \times 20^\circ$ است.

۳ با توجه به شکل زاویه α یعنی زاویه بین پرتو تابش (II) با سطح آینه برابر $\alpha = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ است بنابراین زاویه تابش و بازتاب بر سطح آینه M_1 برابر 40° می‌باشد.

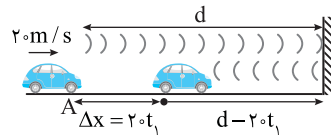
۴ خط عمود بر آینه M_1 و پرتو SI موازی هستند و بنا به خاصیت موازی مورب زاویه $D = 40^\circ$ می‌شود.



میانبر در آینه‌های متقاطع پس از دو بار بازتاب زاویه انحراف دو برابر زاویه بین دو آینه است.
 $D = 2 \times 20 = 40^\circ$
 نمای ۳۴

۱ ۱۸۰۸ C

۶ **حالت اول:** در مدت t_1 که پژواک به راننده می‌رسد خودرو با تندی 20 m/s به اندازه $20t_1$ جلو می‌رود و به مانع نزدیک می‌شود. بنابراین صوت مسیری که طی می‌کند مطابق شکل برابر است با:
 $\ell = d + d - 20t_1$

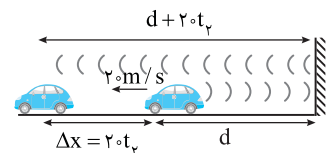


تندی انتشار صوت 340 m/s است بنابراین خواهیم داشت:

$$\ell = v_{\text{صوت}} t_1 \Rightarrow 2d - 20t_1 = 340t_1 \Rightarrow 2d = 360t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{d}{180}$$

حالت دوم: خودرو با تندی 20 m/s در مدت t_2 به اندازه $\Delta x = 20t_2$ از صخره دور می‌شود و مطابق شکل مسافتی که صوت طی می‌کند تا به مانع برسد و از آن برگردد تا به راننده برسد خواهد شد:

$$\ell_p = d + d + 20t_2 \Rightarrow \ell_p = 2d + 20t_2$$



ℓ_p را صوت با تندی 340 m/s طی کرده است بنابراین:

$$\ell = v_{\text{صوت}} t \Rightarrow 2d + 20t_2 = 340t_2 \Rightarrow 2d = 320t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{d}{160}$$

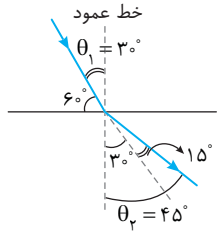
با توجه به فرض مسئله $t_2 - t_1 = 0.25 \text{ s}$ است در نتیجه:

$$\frac{d}{160} - \frac{d}{180} = 0.25 \Rightarrow \frac{9d - 14d}{1440} = 0.25 \Rightarrow d = 1440 \times 0.25 \Rightarrow d = 360 \text{ m}$$

نمای ۳۲

۱ ۱۸۰۸ C

ابتدا زاویه تابش $\theta_1 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ و زاویه شکست $\theta_2 = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$ را مشخص



می‌کنیم. سپس با استفاده از رابطه زیر خواهیم داشت:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \lambda_1$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = \sqrt{2} \lambda_1$$

نمای ۳۸

۳ ۱۸۰۸ B

یادآوری ضریب شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های مختلف نور متفاوت است و هرچه طول موج بزرگ‌تر باشد، ضریب شکست کمتر بوده و پرتو کمتر منحرف می‌شود (می‌شکند).

۱ طول موج نور قرمز از طول موج نور سبز بلندتر بوده و ضریب شکست شیشه برای نور قرمز کمتر بوده و نور قرمز کمتر منحرف می‌شود.

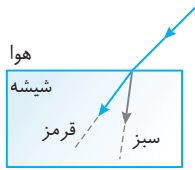
۲ پرتو از هوا وارد شیشه شده از این رو پرتوهای

شکست به خط عمود نزدیک‌تر می‌شوند.

۳ بنابراین پرتوهای وقتی وارد شیشه می‌شوند از هم

جدا شده و نور سبز به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود

بنابراین گزینه (۳) درست است. نمای ۳۸



۲ ۱۸۰۸ C

۹ **تکنه** زاویه بین جبهه‌های موج و مرز دو محیط برابر زاویه بین پرتو و خط عمود است. زاویه تابش در محیط (۱) برابر $\theta_1 = \alpha$ و زاویه شکست $\theta_2 = \beta$ است.

تکنه فاصله جبهه‌های موج از هم برابر طول موج است.

طول موج در محیط اول برابر $\lambda_1 = 600 \text{ nm}$ و در محیط دوم برابر $\lambda_2 = 450 \text{ nm}$ است.

۱ بسامد موج از یک محیط به محیط دیگر ثابت می‌ماند از این رو:

$$v_1 = f \lambda_1, v_2 = f \lambda_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{v_2}{600} = \frac{450}{600} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{3}{4} \quad (I)$$

۳ زاویه α و β متمم هستند ($\alpha + \beta = 90^\circ$) بنابراین:

$$\sin \beta = \cos(90^\circ - \beta) \Rightarrow \sin \beta = \cos \alpha$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

نمای ۳۹

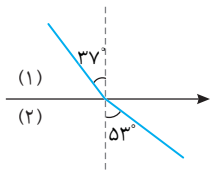
بازی با سوال شکل روبه‌رو جبهه

موجی را نشان می‌دهد که از محیط (۱) در

حال وارد شدن به محیط (۲) است. تندی موج

در محیط (۱) چند برابر تندی موج در محیط

(۲) است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6, \sin 53^\circ = 0.4)$



$$\frac{4}{5} \quad (3) \quad \frac{4}{3} \quad (2) \quad \frac{3}{4} \quad (1)$$

پاسخ دقت کنید، آنچه می‌بینید پرتو

نیست بلکه جبهه موج است. زاویه‌ای که جبهه

موج در محیط (۱) با مرز دو محیط می‌سازد،

$90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$ است و این همان زاویه تابش

است. $\theta_1 = 53^\circ$

زاویه بین جبهه موج در محیط (۲) با مرز دو محیط $90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$ است یعنی زاویه شکست در محیط (۲) برابر $\theta_2 = 37^\circ$ است.

بنا به قانون شکست عمومی:

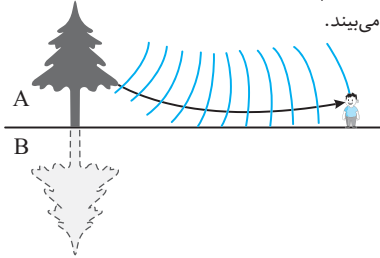
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{0.4}{0.6} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۲

نمای ۳۲

۳ ۱۸۰۹ B

شخص به طور مستقیم درخت را در ناحیه A می بیند و در اثر سراب تصویر درخت را نیز در ناحیه B می بیند.



نمای ۴۱

۱ ۱۸۰۹ A

در گذر موج از یک محیط به محیط دیگر دوره و بسامد موج که از ویژگی های چشمه است ثابت می ماند. اما سرعت انتشار موج که به ویژگی های فیزیکی محیط بستگی دارد، تغییر می کند. در نتیجه طول موج نیز تغییر خواهد کرد.

$$v_1 = f\lambda_1, v_2 = f\lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (I)$$

دو طناب از یک ماده ساخته شده اند، بنابراین چگالی آن ها با هم برابر است ($\rho_1 = \rho_2$).

دو طناب در یک نقطه به هم گره خورده و نیروی کشش در طول دو طناب یکسان است. $F_1 = F_2$.

نسبت تندی انتشار موج در دو طناب خواهد شد:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{2}{D_1} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}}{\frac{2}{D_2} \sqrt{\frac{F}{\pi \rho}}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{D_2}{D_1} \quad (II)$$

با توجه به رابطه (I) و (II) خواهیم داشت:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{D_2}{D_1} \quad \lambda_1 = \nu \text{ cm}, D_1 = 3D_2 \rightarrow \frac{\nu}{\lambda_2} = \frac{D_2}{3D_2} \Rightarrow \lambda_2 = 21 \text{ cm}$$

میانبر $\lambda_1 = \frac{D_2}{D_1}$ استفاده مستقیم از رابطه

نمای ۳۵

۲ ۱۸۰۹ B

دوره آونگ به میدان گرانش (g) بستگی دارد. بنابراین شما باید ابتدا شتاب گرانش در سیاره (g_p) را برحسب شتاب گرانش (g_e) حساب کنید.

نسبت حجم سیاره به حجم کره زمین خواهد شد:

$$\frac{V_p}{V_e} = \frac{\frac{4}{3} \pi R_p^3}{\frac{4}{3} \pi R_e^3} = \frac{R_p^3}{R_e^3} \quad R_p = 2R_e \rightarrow \frac{V_p}{V_e} = (2)^3 = 8 \Rightarrow V_p = 8V_e$$

با توجه به نسبت چگالی ها، نسبت جرم سیاره به جرم کره زمین را به دست می آوریم. $\rho_p = 3\rho_e \Rightarrow \frac{M_p}{V_p} = 3 \frac{M_e}{V_e} \Rightarrow 3 \frac{M_p}{8V_e} = 3 \frac{M_e}{V_e} \Rightarrow M_p = 24M_e$.

نسبت میدان گرانش در سطح سیاره به میدان گرانش در سطح زمین خواهد شد:

$$g_p = \frac{G \frac{M_p}{R_p^2}}{g_e} = \frac{G \frac{24M_e}{(2R_e)^2}}{g_e} = \frac{24}{4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 g_e = 6g_e$$

اکنون دوره آونگ را در سیاره جدید به دست می آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_p}} \quad T_e = 2s \rightarrow \frac{T_p}{2} = \sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow T_p = \frac{\sqrt{6}}{3} s$$

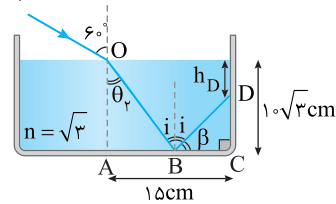
میانبر برای میدان گرانش سیاره ای که چگالی و شعاع آن را برحسب چگالی و شعاع زمین در اختیار داریم، می توان از رابطه مقابل استفاده کرد.

$$g = \frac{4}{3} \pi R G \rho$$

نمای ۸

۱ ۱۸۰۸ C

ابتدا زاویه شکست را به کمک قانون اسنل به دست می آوریم.



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \times \sin 60^\circ = \sqrt{3} \sin \theta_r$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \sin \theta_r \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

بنا به خاصیت موازی مورب زاویه تابش i با θ_r برابر است. از این رو:

$$i = \theta_r = 30^\circ$$

فاصله AB را به دست می آوریم.

$$\tan \theta_r = \frac{AB}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AB}{10\sqrt{3}} \Rightarrow AB = 10 \text{ cm}$$

فاصله BC خواهد شد: $15 - 10 = 5 \text{ cm}$

فاصله DC را به دست می آوریم:

$$i = 30^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\Delta BCD: \tan \beta = \frac{DC}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{DC}{5} \Rightarrow DC = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

عمق نقطه D برابر است با: $h_D = 10\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$

نمای ۳۹

پنجره تو در تو

۲ ۱۸۰۹ A

خط فکری هر ذره از محیط انتشار موج سینوسی دارای حرکت هماهنگ ساده است. از طرفی در حرکت هماهنگ ساده بیشینه شتاب نوسانگر در نقاط بازگشت (دو انتهای مسیر) اتفاق می افتد. یعنی نقاطی که در برآمدگی و یا فرورفتگی موج قرار دارند دارای بیشینه شتاب هستند.

نقاط P، Q و N در بیشترین فاصله از حالت تعادلشان یعنی در نقاط بازگشت قرار دارند. بنابراین دارای بیشینه شتاب هستند.

نمای ۱۴

۳ ۱۸۰۹ B

تندی انتشار تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان است. بنابراین:

$$\begin{cases} \lambda_A = \frac{c}{f_A} \\ \lambda_B = \frac{c}{f_B} \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \quad \frac{\lambda_A - \epsilon}{\lambda_B - \delta} = \frac{f_B}{f_A} \quad (I) \rightarrow f_A = \frac{\delta}{\epsilon} f_B$$

با توجه به صورت مسئله:

$$f_B - f_A = 100 \text{ MHz} \xrightarrow{(I)} f_B - \frac{\delta}{\epsilon} f_B = 100 \Rightarrow \frac{f_B}{\epsilon} = 100 \Rightarrow f_B = 600 \text{ Hz}$$

نمای ۲۲

۳ ۱۸۰۹ B

تندی انتشار موج را به دست می آوریم:

$$v = f\lambda \quad f = 40 \text{ Hz}, \lambda = 1/2 \text{ m} \rightarrow v = 40 \times 1/2 \rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

بنابراین گزینه های (۱) و (۲) نادرست هستند.

بیشینه تندی نوسان ذرات طناب را حساب می کنیم.

$$v_m = A\omega \quad \omega = 2\pi f \rightarrow v_m = A(2\pi f) \quad A = 2 \text{ cm}, f = 40 \text{ Hz} \rightarrow$$

$$v_m = 0.2 \times 2\pi \times 40 \Rightarrow v_m = 1/6\pi \text{ m/s}$$

نمای ۱۸

۲ ۱۸۰۹ B

۷

با توجه به فرض مسئله دوره آونگ ۳ برابر دوره سامانه جرم فنر بوده بنابراین کافی است به جای دوره آونگ $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ و به جای دوره سامانه جرم - فنر، $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ را قرار دهیم.

$$T_{\text{آونگ}} = 3T_{\text{فنر}} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 3 \times 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{l}{g} = 9 \times \frac{m}{k} \Rightarrow \frac{l}{10} = 9 \times \frac{m}{100} \Rightarrow l = 0.1m = 10 \text{ cm}$$

نمای ۸

۱ ۱۸۰۹ B

۸

هنگامی که سرنشینان درون ماشین قرار گرفتند، فنرها فشرده شده‌اند، بنابراین ثابت فنر کل فنرها (فنر آرمانی) خواهد شد:

$$mg = F_e \Rightarrow 4000 = kx \Rightarrow k = 10^5 \text{ N/m}$$

هنگامی که اتومبیل دارای سرنشین می‌باشد، دوره تناوب کمک فنرهای اتومبیل (فنر آرمانی) برابر ۱s شده است از این رو می‌توان جرم اتومبیل را حساب کرد.

$$\begin{cases} \text{جرم اتومبیل } m \\ \text{جرم سرنشینان } m' \end{cases} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m+m'}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m+400}{10^5}} \Rightarrow 1 = 4\pi^2 \left(\frac{m+400}{10^5}\right) \Rightarrow m+400 = 2500 \Rightarrow m = 2100 \text{ kg}$$

۳ حال اگر اتومبیل خالی باشد، روی فنرها تنها جرم اتومبیل ($m = 2100 \text{ kg}$) قرار

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2100}{10^5}} = \frac{2\pi\sqrt{21}}{10\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{21}}{5} \text{ s}$$

دارد.

نمای ۷

۲ ۱۸۰۹ B

۹

هرگاه حرکت نوسانگر به سمت نقطه تعادل باشد حرکت نوسانگر تندشونده است.

نکته همواره برای استفاده از بازه زمانی باید نسبت $\frac{x}{A}$ را به دست بیاورید.

$$\frac{x}{A} = \frac{+2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$

نسبت $\frac{x}{A}$ را حساب می‌کنیم.

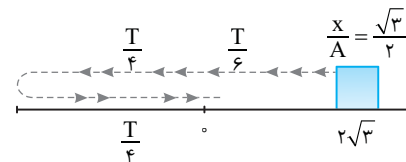
۲ حرکت در این مکان تندشونده است، یعنی نوسانگر به سوی مرکز نوسان در حال حرکت است.

۳ در بازه زمانی $\frac{4}{15} \text{ s}$ ، دو بار شتاب صفر شده است. شتاب نوسانگر در نقطه

تعادل $x = 0$ ، صفر می‌شود. بنابراین در این بازه نوسانگر از مکان $x = +\frac{\sqrt{3}}{2} A$ به

مکان $-A$ رفته و به $x = 0$ برمی‌گردد.

۴ مسیر حرکت را رسم می‌کنیم.



۵ به کمک بازه‌های زمانی شناخته شده دوره را حساب می‌کنیم.

$$\Delta t = \frac{4}{15} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{4}{15} \text{ s} \Rightarrow \frac{2T}{3} = \frac{4}{15} \text{ s} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

۶ بنابراین بسامد زاویه‌ای برابر $\omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi \text{ rad/s}$ می‌باشد و معادله حرکت

خواهد شد:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=4 \text{ cm}} x = 0.4 \cos(5\pi t)$$

نمای ۳

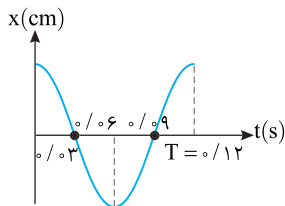
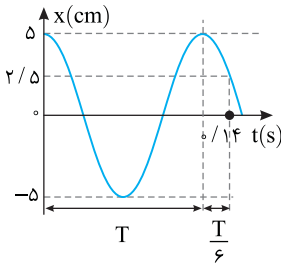
۲ ۱۸۰۹ B

۱۰

هنگامی در یک بازه زمانی تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط با هم برابر است که جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان باشد، یعنی در آن بازه مشترک تغییر جهت ندهد. بنابراین شما باید دوره را به دست بیاورید و بازه‌های زمانی داده شده در گزینه‌ها بررسی کنید. در هر بازه‌ای که نوسانگر تغییر جهت ندهد، جواب مسئله را یافته‌اید.

با توجه به بازه‌های زمانی شناخته شده می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta t &= T + \frac{T}{6} = \frac{7T}{6} \\ \Rightarrow 0.14 &= \frac{7T}{6} \\ \Rightarrow T &= 0.12 \text{ s} \end{aligned}$$



تندی متوسط با سرعت متوسط برابر است و گزینه (۲) در بازه $t = 0$ تا $t = 0.06 \text{ s}$ و پاسخ تست است.

نمای ۵

۱ ۱۸۰۹ B

۱۱

هرگاه به شما معادله سرعت - مکان یک حرکت هماهنگ ساده داده شود، اگر $x = 0$ را در معادله قرار دهید، تندی برابر تندی بیشینه می‌شود ($v = v_m$) زیرا در نقطه تعادل ($x = 0$) تندی بیشینه است و اگر به جای v ، صفر قرار دهید، x برابر $\pm A$ می‌شود.

۱ در لحظه‌ای که نوسانگر از مبدأ مکان می‌گذرد، سرعت بیشینه است:

$$v^2 = \frac{\pi^2}{400} - \frac{\pi^2}{4} x^2 \xrightarrow{x=0, v=v_m} v_m^2 = \frac{\pi^2}{400} \Rightarrow v_m = \frac{\pi}{20} \text{ m/s}$$

۲ در دو انتهای مسیر یعنی هرگاه $x = \pm A$ است، سرعت صفر می‌باشد:

$$v^2 = \frac{\pi^2}{400} - \frac{\pi^2}{4} x^2 \xrightarrow{v=0, x=\pm A} 0 = \frac{\pi^2}{400} - \frac{\pi^2}{4} A^2 \Rightarrow \frac{\pi^2}{400} = \frac{\pi^2}{4} A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow A = 0.1 \text{ m}$$

۳ بسامد زاویه‌ای خواهد شد: $v_m = A\omega \Rightarrow \frac{\pi}{20} = 0.1\omega \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$

۴ دوره را حساب می‌کنیم: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$

نمای ۱۰

۴ ۱۸۰۹ B

۱۲

انرژی مکانیکی برابر مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل است، با توجه به فرض مسئله اگر $U = K$ باشد، آنگاه:

$$E = U + K \xrightarrow{U=K} E = K + K = 2K \xrightarrow{E=K_m} K_m = 2K$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_m^2 = 2 \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \Rightarrow v = \frac{\sqrt{2}}{2} v_m \quad (I)$$

۲ از روی معادله $x = 0.2 \cos 2\pi t$ ، بیشینه تندی نوسانگر را به دست می‌آوریم.

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = 0.2 \times 2\pi \Rightarrow v_m = 0.4 \text{ m/s}$$

۳ در معادله (I) به جای v_m ، 0.4 m/s قرار می‌دهیم.

$$v = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.4 \Rightarrow v = 0.2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

نمای ۱۱

۲ ۱۸۰۹ B

۱۶ فاصله دو برآمدگی متوالی یعنی یک طول موج بنابراین $\lambda = 8\text{cm}$ است.
۲ فاصله یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش نصف طول موج است از این رو:

$$\frac{\lambda'}{2} = \lambda \Rightarrow \lambda' = 16\text{cm}$$

۳ نسبت تندی انتشار موج در دو سیم خواهد شد:

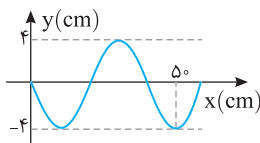
$$\frac{v'}{v} = \frac{f'\lambda'}{f\lambda} \quad f' = 2f \Rightarrow \frac{v'}{v} = 2 \times \frac{16}{8} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 4$$

۴ نیروی کشش F' را برحسب F به دست می آوریم.

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow 4 = \sqrt{\frac{F'}{F}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = 16$$

نمای ۱۹

۲ ۱۸۰۹ B



۱ با توجه به نمودار دامنه $A = 4\text{cm}$ است و طول موج برابر است با:

$$\frac{\Delta\lambda}{4} = \Delta\phi \Rightarrow \lambda = 4\text{cm}$$

۲ نسبت بیشینه سرعت نوسان ذرات $(v_m = A\omega)$ به سرعت انتشار موج $v = f\lambda$ خواهد شد:

$$\frac{v_m}{v} = \frac{A\omega}{f\lambda} \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow \frac{v_m}{v} = \frac{A(2\pi f)}{f\lambda} \Rightarrow \frac{v_m}{v} = \frac{2\pi A}{\lambda} \Rightarrow \frac{v_m}{v} = \frac{2\pi \times 4}{4} = \pi$$

نمای ۱۹

۱ ۱۸۰۹ A

۱۸ از شکل معادله $\vec{B} = B_m \cos(\pi \times 10^8 t) \vec{j}$ ترس به دلتان راه ندهید. در واقع میدان مغناطیسی بردار است و با این نحوه نمایش، مشخص می شود که میدان مغناطیسی در راستای محور Y است.

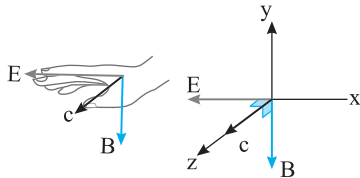
۱ در لحظه $t = 7.5\text{ns}$ ، میدان مغناطیسی B را به دست می آوریم.

$$\vec{B} = B_m \cos(\pi \times 10^8 t) \vec{j} \Rightarrow \vec{B} = B_m \cos(\pi \times 10^8 \times 7.5 \times 10^{-9}) \vec{j}$$

$$\vec{B} = B_m \cos(\pi/4) \vec{j} \Rightarrow \vec{B} = B_m \cos(\frac{\pi}{4}) \vec{j} \Rightarrow \vec{B} = B_m (-\frac{\sqrt{2}}{2}) \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = -\frac{\sqrt{2}}{2} B_m \vec{j}$$

۲ در این لحظه میدان مغناطیسی موج در جهت منفی محور Y است و جهت انتشار موج در جهت مثبت محور Z است.



به کمک قاعده دست راست برای امواج الکترومغناطیسی کف دست خود را به سمت Y های منفی به گونه ای قرار دهید که انگشت باز شست دست راست شما در جهت مثبت محور Z باشد، در این حالت چهار انگشت باز دست راست شما در خلاف جهت محور X خواهد بود. یعنی میدان الکتریکی در جهت منفی محور X است.

۳ بسامد موج را به دست می آوریم $\omega = 2\pi f \Rightarrow \pi \times 10^8 = 2\pi f \Rightarrow f = 5 \times 10^7 \text{ Hz}$

۴ طول موج را حساب می کنیم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad v = c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^7} \Rightarrow \lambda = 6\text{m}$$

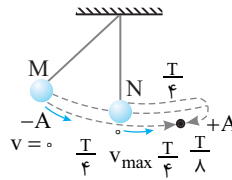
طول موج نور مرئی بین 400nm تا 700nm است. بنابراین این موج الکترومغناطیسی نور مرئی نبوده و موج رادیویی است و گزینه (۱) درست است.

نمای ۱۳

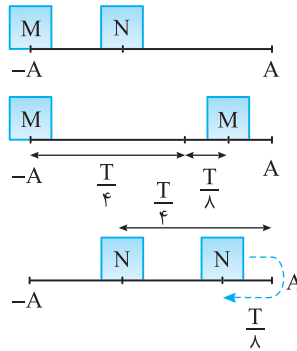
۳ ۱۸۰۹ C

۱ دو آونگ هم طول هستند و با توجه به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ دوره دو نوسانگر

یکسان است.



۲ در یک لحظه تندی یکی از آونگها صفر است. بنابراین این آونگ در نقطه بازگشت قرار دارد مانند آونگ M در شکل روبه رو. آونگ دیگر در این لحظه دارای بیشینه تندی است. یعنی مانند آونگ N حال گذر از نقطه تعادل است.



۳ دو آونگ در یک جهت در حرکت هستند. در مدت $\frac{T}{4}$ آونگ M به مرکز نوسان می رسد و آونگ N به دامنه $(+A)$ می رسد و تغییر جهت می دهد. اکنون دو متحرک هرکدام باید به مدت $\frac{T}{8}$ حرکت کنند تا به هم برسند. بنابراین دو آونگ پس از مدت Δt از کنار هم می گذرند:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{3T}{8}$$

نمای ۱۹

۳ ۱۸۰۹ B

۱۴ با توجه به رابطه تکانه و انرژی جنبشی و اینکه بیشینه انرژی جنبشی آنها با هم برابر است، می توان نسبت جرم سامانه ها را به دست آورد.

$$\left\{ \begin{aligned} P &= mv \\ K &= \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned} \right. \Rightarrow K_{\max} = \frac{P_{\max}^2}{2m} \quad K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{P_1^2}{2m_1} = \frac{P_2^2}{2m_2} \Rightarrow \frac{P_1^2}{m_1} = \frac{P_2^2}{m_2}$$

۲ بیشینه انرژی جنبشی آنها با هم برابر است:

$$K_{\max 1} = K_{\max 2} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1 v_{1\max}^2 = \frac{1}{2}m_2 v_{2\max}^2 \xrightarrow{m_2 = 9m_1} m_1 v_{1\max}^2 = 9m_1 v_{2\max}^2 \Rightarrow v_{1\max} = 3v_{2\max}$$

۳ اندازه بیشینه سرعت نوسانگر $v_m = A\omega$ است از این رو:

$$A_1 \omega_1 = 3A_2 \omega_2 \xrightarrow{A_1 = A_2} \omega_1 = 3\omega_2 \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow 2\pi f_1 = 3(2\pi f_2) \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{3}{2}$$

نمای ۱۱

۴ ۱۸۰۹ A

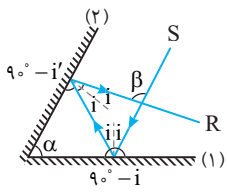
۱۵ خط فکری هنگامی نوسانگر وادارنده باعث تشدید مابقی نوسانگرها می شود که

بسامد آن با بسامد دیگر نوسانگرها برابر باشد. از طرفی بسامد یک آونگ به جرم آونگ بستگی ندارد و بسامد به طول آونگ بستگی دارد. $(f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}})$ و هرگاه طول دو

آونگ برابر باشد، بسامد طبیعی آنها با هم برابر است و می توانند سبب تشدید یکدیگر شوند. بنابراین شما باید ببینید طول کدام آونگها با آونگ ۳ برابر است.

طول آونگ (۱)، (۳) و (۷) با هم برابر است. $(l_1 = l_3 = l_7)$ بنابراین اگر (۳) را به نوسان درآوریم آونگ (۱) و (۷) نوسان آونگ (۳) را تشدید می کنند.

نمای ۱۳



پایسج زاویه خارجی است:

$$\beta = \gamma i + \gamma i' = 2(i+i') \quad (1)$$

از طرفی داریم:

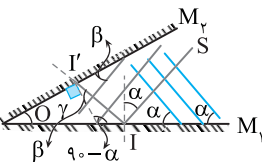
$$\alpha + 90^\circ - i' + 90^\circ - i = 180^\circ \Rightarrow \alpha = i' + i \quad (2)$$

با توجه به رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\beta = 2\alpha$$

گزینه ۲

B ۱۸۰۹



پدآوری زاویه‌ای که جبهه‌های موج

با سطح می‌سازند برابر زاویه بین پرتو و خط عمود است.

۱ زاویه تابش بر سطح آینه M_1

برابر α است. از این‌رو زاویه‌ای که پرتو بازتاب II' با آینه M_1 می‌سازد برابر $90^\circ - \alpha$ است.

۲ زاویه جبهه‌های موج با سطح آینه M_2 حاده و برابر β است. یعنی پرتو III' با

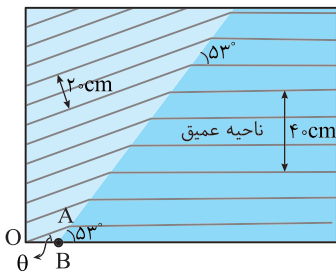
خط عمود زاویه β می‌سازد. بنابراین در مثل OII' برای زوایای آن می‌توانیم بنویسیم

$$\gamma + 90^\circ - \alpha + 90^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha - \beta = \gamma$$

نمای ۳۴

B ۱۸۰۹

پدآوری فاصله دو جبهه موج متوالی برابر یک طول موج (λ) است.



۱ طول موج در ناحیه عمیق برابر است با:

$$3\lambda_1 = 40 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

۲ طول موج در ناحیه کم عمق تر:

$$2\lambda_2 = 20 \Rightarrow \lambda_2 = 10 \text{ cm}$$

۳ زاویه‌ای که جبهه موج با مرز دو محیط می‌سازد برابر زاویه بین پرتو و خط عمود

است. بنابراین زاویه تابش $\theta_1 = 53^\circ$ است.

۴ بسامد موج از یک محیط به محیط دیگر ثابت است. در این صورت طول موج با

تندی انتشار موج در محیط نسبت مستقیم دارد.

$$\begin{cases} v_1 = f\lambda_1 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 1 \Rightarrow \frac{v_2}{3} = \frac{3}{4} \\ v_2 = f\lambda_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{40}{30} \Rightarrow \frac{v_2}{3} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

۵ با توجه به قانون شکست عمومی می‌توان نوشت:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin 53^\circ} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{5} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

۶ بنابراین زاویه بین جبهه موج شکست و مرز محیط 37° است.

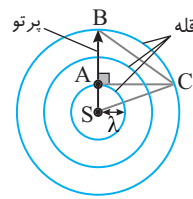
۷ در مثلث OAB زاویه 53° زاویه خارجی

مثلث است و برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور با آن است.

$$\theta + \theta_2 = 53^\circ \Rightarrow \theta + 37^\circ = 53^\circ \Rightarrow \theta = 16^\circ$$

نمای ۳۹

C ۱۸۰۹



نقطه S را به نقطه C وصل کنید. اکنون یک مثلث (ASC) در اختیار دارید که در آن طول ضلع SC برابر 3λ و طول ضلع SA برابر λ است. به کمک رابطه فیثاغورس طول AC را حساب می‌کنیم.

$$AS^2 + AC^2 = SC^2 \Rightarrow \lambda^2 + AC^2 = (3\lambda)^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 8\lambda^2 \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}\lambda$$

۲ نقطه B را به C وصل می‌کنیم در مثلث قائم‌الزاویه ABC می‌توان نوشت:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \quad AB = 2\lambda \Rightarrow (2\lambda)^2 + (2\sqrt{2}\lambda)^2 = 18\lambda^2$$

$$\Rightarrow 4\lambda^2 + 8\lambda^2 = 18\lambda^2 \Rightarrow 12\lambda^2 = 18\lambda^2 \Rightarrow \lambda^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \lambda = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ cm}$$

نمای ۲۰

B ۱۸۰۹

نکته اختلاف تراز شدت صوت با شدت‌های I_1 و I_2 از رابطه

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

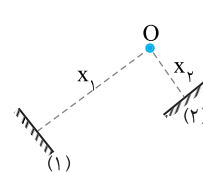
$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 (\log 2 + \log \sqrt{10}) = 10 (\log 2 + \frac{1}{2} \log 10) = 10 (\log 2 + \frac{1}{2}) = 10 \log 2 + 5 = 8 \text{ dB}$$

نمای ۲۷

تراز شدت صوت 8 دسی‌بل افزایش می‌یابد.

B ۱۸۰۹



برای آنکه گوش بتواند صدای دو پژواک را از هم تشخیص دهد باید اختلاف زمانی رسیدن دو پژواک به گوش $\frac{1}{10}$ باشد. زمان رفت و برگشت پژواک شماره

$$(1) \text{ برابر است با: } 2x_1 = vt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2x_1}{v}$$

$$2x_2 = vt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{2x_2}{v}$$

زمان رفت و برگشت پژواک شماره (۲) خواهد شد:

اختلاف این دو زمان باید $\frac{1}{10}$ باشد.

$$t_1 - t_2 = \frac{2x_1}{v} - \frac{2x_2}{v} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{2(x_1 - x_2)}{320} \Rightarrow x_1 - x_2 = 16 \text{ m}$$

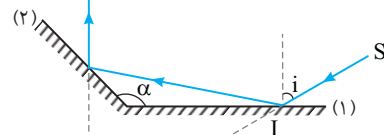
باید اختلاف x_1 و x_2 باشد که تنها در گزینه (۲) چنین است. نمای ۳۲

B ۱۸۰۹

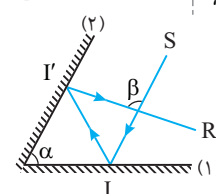
نکته در این‌گونه بازتاب از سطح آینه‌های متقاطع (پیدا کردن زاویه بین پرتو

تابش به آینه (۱) و بازتاب از آینه (۲) زاویه انحراف پرتو برابر 2α برای $\alpha < 90^\circ$ و

$2\alpha - 360^\circ$ برای $\alpha > 90^\circ$ است که به مقدار i بستگی ندارد.



نمای ۳۴



پاسخ سوال مطابق شکل روبه‌رو

پرتو SI پس از بازتابش از آینه‌های تخت در مسیر $I'R$ بازتاب می‌شود. اندازه زاویه β

چند برابر زاویه α است؟ **ریاضی - ۹۲**

۱ (۱)

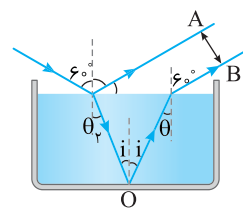
۲ (۲)

(۴) بستگی به زاویه تابش آینه (۱) دارد.

۳ (۳)

۴ (۴)

به کمک قانون اسنل زاویه شکست را به دست می آوریم.



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow 1 \times \sin 6^\circ = \sqrt{3} \sin \theta_p$$

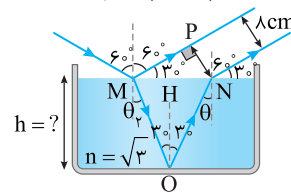
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \sin \theta_p$$

$$\Rightarrow \sin \theta_p = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_p = 30^\circ$$

۲ با توجه به خاصیت موازی - مورب زاویه تابش بر سطح آینه $i = 30^\circ$ و بازتاب آن نیز 30° خواهد بود.

۳ زاویه تابش بر مرز دو محیط (θ) نیز بنا به خاصیت موازی - مورب برابر 30° می شود. بنابراین پرتو با زاویه 60° وارد هوا می شود.

۴ دوباره شکل را برای شما رسم می کنیم و تمام زوایا را روی آن می نویسیم.



۵ مثلث MPN قائم الزاویه است و ضلع PN برابر 8 cm است. بنابراین طول وتر

آن یعنی MN خواهد شد: $\sin 30^\circ = \frac{PN}{MN} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{8}{MN} \Rightarrow MN = 16\text{ cm}$

۶ در مثلث MHO طول MH برابر است با: $MH = \frac{MN}{2} = \frac{16}{2} = 8\text{ cm}$

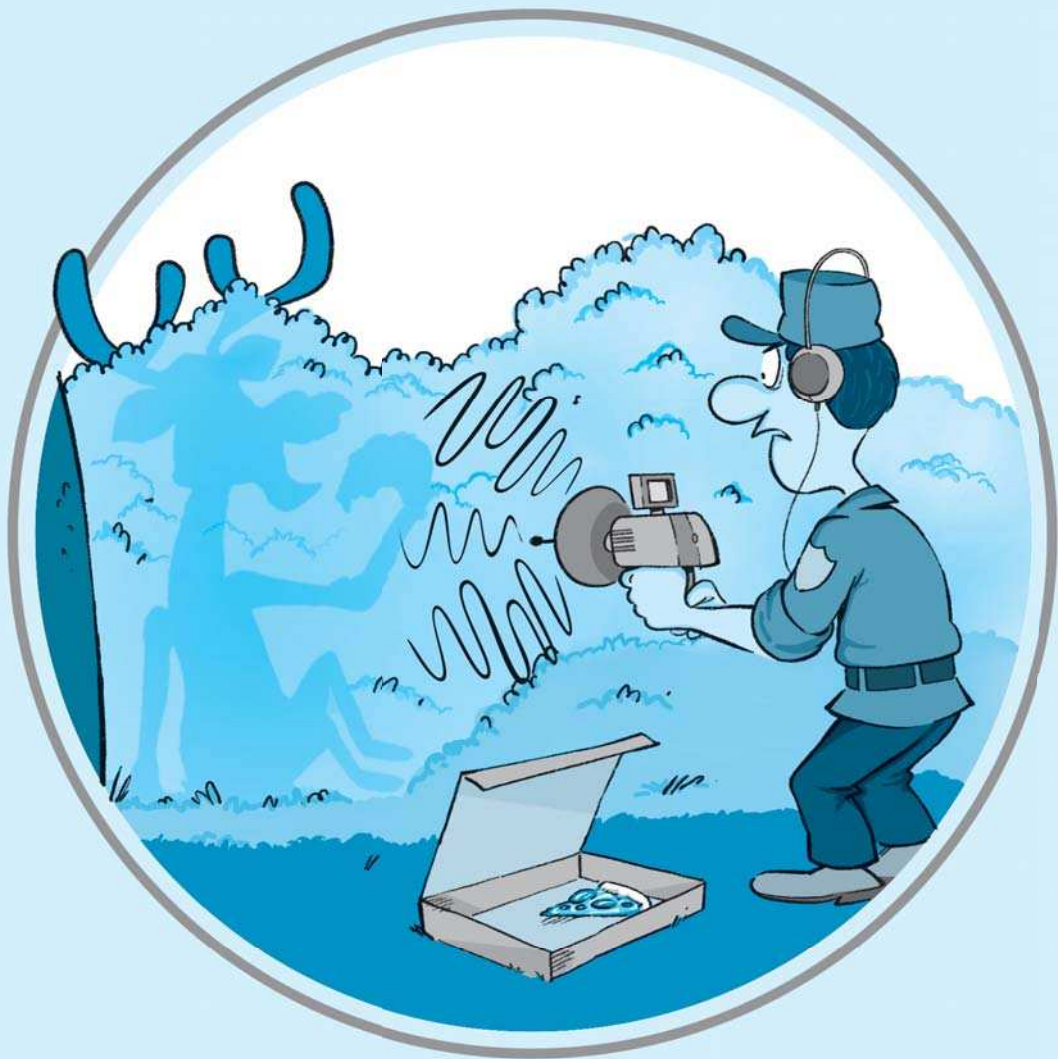
۷ ضخامت تیغه خواهد شد:

$$\triangle OMH: \tan 30^\circ = \frac{MH}{h} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{8}{h} \Rightarrow h = \frac{24}{\sqrt{3}} \Rightarrow h = 8\sqrt{3}\text{ cm}$$

نمای ۳۹

فصل چهارم

آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای



B ۱۸۱۶ ۲

۱ هر فوتون یک الکترون را جدا می‌کند، بنابراین بار الکتریکی که با 2×10^{14} فوتون از الکتروسکوپ جدا می‌شود خواهد شد:

$$Q = ne \Rightarrow Q = 2 \times 10^{14} \times (-1.6 \times 10^{-19}) \Rightarrow Q = -3.2 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$Q = -3.2 \times 10^{-6} \text{ C} = -3.2 \mu\text{C}$$

۲ بنابراین $-3.2 \mu\text{C}$ بار از الکتروسکوپ جدا شده و مقدار بار باقی‌مانده در الکتروسکوپ برابر است با:

$$-3.8 \mu\text{C} - (-3.2 \mu\text{C}) = -0.6 \mu\text{C}$$

A ۱۸۱۷ ۳

انرژی فوتون $E = hf$ است که با بسامد نسبت مستقیم دارد.

A ۱۸۱۸ ۲

در طیف نور مرئی (بنفش، آبی، سبز، زرد، نارنجی، قرمز) به ترتیب از بنفش به قرمز، بسامد کاهش می‌یابد، بنابراین انرژی فوتون (hf) کاهش می‌یابد، از این رو بسامد نارنجی از بقیه گزینه‌ها کمتر بوده و انرژی فوتون‌های نارنجی از بقیه کمتر است.

B ۱۸۱۹ ۳

یادآوری هر الکترون ولت برابر $1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ است ($1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$). به کمک یک تناسب ساده مسئله قابل حل است.

$1 \text{ eV} \cdot \text{s}$	$1.6 \times 10^{-19} \text{ J} \cdot \text{s}$
?	$6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$$\Rightarrow \frac{6.6 \times 10^{-34}}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{33}{8} \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$$

A ۱۸۲۰ ۳

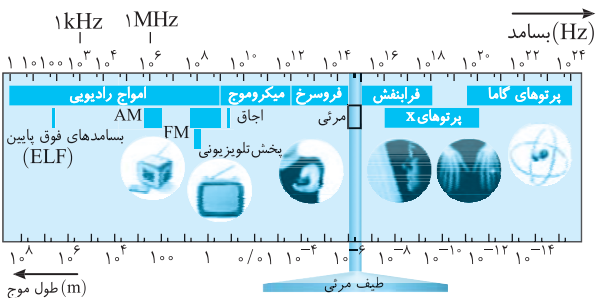
کافی است در رابطه انرژی فوتون، داده‌های مسئله $\lambda = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m}$ و $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ و $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ را قرار داد و انرژی فوتون را حساب کرد.

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{0.5 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 3.96 \times 10^{-19} \text{ J} = 2.475 \text{ eV}$$

B ۱۸۲۱ ۱

منظور از انرژی هر کوانتوم یک موج الکترومغناطیسی همان فوتون است.

خط فکری ابتدا انرژی فوتون را بر حسب یکای ژول حساب کنید. سپس به کمک رابطه انرژی فوتون طول موج را حساب کنید. اگر طول موج بین 400 nm تا 700 nm باشد، موج الکترومغناطیسی نور مرئی است. اگر از 700 nm بیشتر باشد در محدوده فرورسوخ است البته اگر طول موج به محدوده متر برسد با موج رادیویی سروکار داریم و اگر طول موج از 400 nm کمتر باشد به محدوده فرابنفش وارد می‌شوید.



۱ انرژی فوتون بر حسب ژول خواهد شد:

1 eV	$1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$
$4 \times 10^{-7} \text{ eV}$	$E = ?$

۲ طول موج خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4 \times 10^{-7}} = 4.95 \times 10^{-7} \text{ m}$$

۳ طول موج در محدوده متر بوده یعنی موج الکترومغناطیسی، رادیویی است.

پنجره ۱

A ۱۸۱۰ ۲

به قوانین مکانیک نیوتون، نظریه الکترومغناطیسی ماکسول و قوانین ترمودینامیک فیزیک کلاسیک گویند. فیزیک کلاسیک قادر به توجیه پدیده‌هایی مانند تابش گرمایی اجسام، پدیده فوتوالکتریک، ساختمان اتم، طیف اتمی، ساختار هسته و لیزر ... نیست، بنابراین گزینه (۲) درست است.

B ۱۸۱۱ ۱

آزمایش نشان می‌دهد هنگامی که نور بر سطح فلز می‌تابد رخ دادن پدیده فوتوالکتریک: ۱ به شدت نور فرودی بر فلز بستگی ندارد.

۲ به بسامد نور فرودی بر فلز بستگی دارد و هر گاه بسامد از حدی که به آن بسامد آستانه می‌گویند کوچکتر باشد، اثر فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. بنابراین گزینه (۱) درست است.

A ۱۸۱۲ ۴

یادآوری بنا به نظریه فیزیک کلاسیک، موج الکترومغناطیسی از یک میدان الکتریکی و یک میدان مغناطیسی تشکیل شده است.

از دیدگاه فیزیک کلاسیک، میدان الکتریکی بر الکترون سطح فلز نیروی الکتریکی ($F = qE \Rightarrow F = eE$) وارد می‌کند و چنانچه این نیرو به اندازه کافی قوی باشد، الکترون از سطح فلز جدا می‌شود. اگر موج فرودی بر فلز نتواند الکترون را جدا کند، می‌توان بدون تغییر بسامد نور تنها با افزایش شدت نور سبب افزایش میدان الکتریکی تابش فرودی شده تا الکترون از سطح فلز جدا شود. در واقع فیزیک کلاسیک پیش‌بینی می‌کند که رخ دادن پدیده فوتوالکتریک را می‌توان با هر بسامدی انجام داد و تنها باید شدت نور مناسب انتخاب شود. بنابراین گزینه (۴) درست است.

A ۱۸۱۳ ۴

یادآوری انرژی امواج الکترومغناطیسی بنا بر نظر اینشتین از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$E = n hf$$

انرژی فوتون تعداد فوتون‌ها

با افزایش شدت نور، تعداد فوتون‌ها (n) که در یکای زمان بر کلاهک الکتروسکوپ می‌تابد بیشتر می‌شود. بنابراین تعداد فوتوالکتریک‌ها در یکای زمان یعنی آهنگ خروج الکترون‌ها از سطح کلاهک افزایش یابد، یعنی کاهش انحراف ورقه‌ها بیشتر و در زمان کوتاه‌تری رخ می‌دهد.

A ۱۸۱۴ ۲

از دیدگاه تئوری یعنی بدون نگاه به واقعیت آزمایشگاهی می‌توان گفت که ابتدا الکتروسکوپ الکترون‌های اضافی‌اش را از دست می‌دهد و انحراف‌ها کاهش می‌یابد و ورقه‌ها بسته می‌شوند. اما چون همچنان بر کلاهک الکتروسکوپ به مدت طولانی نور تابیده می‌شود باید الکترون‌های بیشتری از الکتروسکوپ جدا شده و ورقه‌ها دارای بار مثبت شوند و یکدیگر را دفع کرده و انحراف ورقه‌ها بیشتر شود و گزینه (۴) درست است. اما واقعیت آزمایشگاهی چیز دیگری است و با تاباندن نور فرابنفش به یک الکتروسکوپ بدون بار تا امروز کسی نتوانسته است باعث باردار شدن الکتروسکوپ شود به گونه‌ای که ورقه‌ها از هم فاصله بگیرند. بنابراین از نظر آزمایشگاهی گزینه (۲) پاسخ درست است.

A ۱۸۱۵ ۳

نکته یکی از نتیجه‌های نظریه الکترومغناطیسی ماکسول این است که شدت نور با مربع دامنه میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی متناسب است. ($I \propto E^2$)

اگر دامنه میدان الکتریکی n برابر شود آن‌گاه شدت نور n^2 برابر می‌شود.

۲ ۱۸۲۸ B

۱ انرژی مصرفی لامپ 120W در هر دقیقه برابر است با:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt \Rightarrow E = 120 \times 60 \Rightarrow E = 7200\text{J}$$

۲ ۵ درصد این انرژی به نور تبدیل می‌شود. انرژی نور گسیلی از لامپ را حساب

$$Ra = \frac{E_r}{E_1} \times 100 \Rightarrow \Delta = \frac{E_r}{7200} \times 100 \Rightarrow E_r = 360\text{J}$$

می‌کنیم.

۳ انرژی را برحسب الکترون ولت حساب می‌کنیم.

1eV	$1/6 \times 10^{-19}\text{J}$
E	360J

$$\Rightarrow E = \frac{360}{1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow E = 225 \times 10^{19}\text{eV}$$

۴ تعداد فوتون‌های گسیلی را به دست می‌آوریم

$$E = nh \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 225 \times 10^{19} = n \times \frac{1240}{496} \Rightarrow n = 9 \times 10^{19} \Rightarrow n = 9 \times 10^2 \text{ فوتون}$$

۳ ۱۸۲۹ B

تعداد فوتون گسیلی
انرژی هر فوتون

خط فکری انرژی گسیلی از یک لامپ برابر $E = nhf$ است. توان یک لامپ برابر آهنگ انرژی گسیلی از آن یعنی $P = \frac{E}{t}$ است.

۱ توان لامپ نور بنفش:

$$P_1 = \frac{E_1}{t_1} \Rightarrow P_1 = \frac{n_1 hf_1}{t_1}$$

۲ توان لامپ نور زرد:

$$P_2 = \frac{E_2}{t_2} \Rightarrow P_2 = \frac{n_2 hf_2}{t_2}$$

۳ توان هر دو لامپ یکسان و برابر 200W است پس $P_1 = P_2$

$$\frac{n_1 hf_1}{t_1} = \frac{n_2 hf_2}{t_2} \xrightarrow{t_1 = t_2 = t} n_1 f_1 = n_2 f_2 \xrightarrow{f = \frac{c}{\lambda}} \frac{n_1 c}{\lambda_1} = \frac{n_2 c}{\lambda_2}$$

$$\frac{\lambda_1 = 400\text{nm}}{\lambda_2 = 600\text{nm}} \Rightarrow \frac{n_1}{400} = \frac{n_2}{600} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{600}{400} = \frac{3}{2}$$

۲ ۱۸۳۰ B

خط فکری با توجه به صورت مسئله شما باید یک دستگاه دو معادله دو مجهول به دست بیاورید و با حل آن طول موج پرتوها را بیابید.

۱ بنا بر فرض مسئله انرژی فوتون B سه برابر انرژی فوتون A است.

$$E_B = 3E_A \xrightarrow{E = \frac{hc}{\lambda}} \frac{hc}{\lambda_B} = 3 \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = 3\lambda_B \quad (I)$$

۲ بنابراین این طول موج A از طول موج B بزرگتر است و وقتی اختلاف طول موجها 4nm است، یعنی:

$$\lambda_A - \lambda_B = 4\text{nm} \quad (II)$$

۳ اکنون دو معادله دو مجهول در اختیار دارید. از معادله (I) در معادله (II) جایگذاری می‌کنیم.

$$3\lambda_B - \lambda_B = 4\text{nm} \Rightarrow \lambda_B = 2\text{nm} \Rightarrow \lambda_A = 3 \times 2 = 6\text{nm}$$

۴ ۱۸۳۱ B

۱ انرژی فوتون از رابطه $E = hf$ به دست می‌آید که در آن f بسامد فوتون و h ثابت پلانک است. با توجه به فرض مسئله خواهیم داشت:

$$E_A = 2/5 E_B \Rightarrow hf_A = 2/5 hf_B \Rightarrow f_A = 2/5 f_B \quad (I)$$

۲ با توجه به فرض مسئله اختلاف بسامد فوتون‌های A و B برابر $9 \times 10^{14}\text{Hz}$ است، از طرفی $f_A > f_B$ است، بنابراین باید بنویسیم:

$$f_A - f_B = 9 \times 10^{14}\text{Hz} \xrightarrow{(I)} 2/5 f_B - f_B = 9 \times 10^{14}$$

$$\Rightarrow 1/5 f_B = 9 \times 10^{14} \Rightarrow f_B = 6 \times 10^{14}\text{Hz} \xrightarrow{f_A = 2/5 f_B}$$

$$f_A = 2/5 \times 6 \times 10^{14} \Rightarrow f_A = 15 \times 10^{14}\text{Hz}$$

۳ طول موج فوتون A خواهد شد:

$$\lambda_A = \frac{c}{f_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{3 \times 10^8}{15 \times 10^{14}} \Rightarrow \lambda_A = 2 \times 10^{-7}\text{m} \Rightarrow \lambda_A = 0.2 \mu\text{m}$$

میانبر

در کتاب درسی حاصل ضرب hc به طور تقریبی برابر $1240\text{eV}\cdot\text{nm}$ بیان شده بنابراین حل مسئله بسیار ساده‌تر است. طول موج را به دست می‌آوریم.

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 4 \times 10^{-7} = \frac{1240}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1240}{4 \times 10^{-7}} = 31 \times 10^9 \text{ nm}$$

$$\lambda = 31 \times 10^9 \times 10^{-9} = 31\text{m} \Rightarrow \text{رادیویی}$$

دقت کنید در این صورت تمام اعداد داده شده در پراکنش روبه‌روی سؤال به هیچ دردی نمی‌خورد.

۴ ۱۸۲۲ A

رابطه انرژی فوتون را در دو حالت نوشته و بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{hc}{E_X} = \frac{\lambda_X}{\lambda_X} = \frac{\lambda}{\lambda_X} \Rightarrow \frac{E_X}{E} = \frac{\lambda}{\lambda_X}$$

$$\frac{\lambda_X = 2 \times 10^{-9}\text{m}, \lambda = 4 \times 10^{-6}\text{m}}{E} = \frac{4 \times 10^{-7}}{20 \times 10^{-9}} = \frac{4 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-8}} = 20$$

۳ ۱۸۲۳ A

نکته هر گاه یک موج از یک محیط وارد محیط شفاف دیگری شود، بسامدش ثابت می‌ماند اما طول موج و تندی انتشار موج تغییر می‌کند. انرژی فوتون به بسامد نور ($E = hf$) بستگی دارد، بنابراین هر گاه فوتون از خلأ وارد هر محیط دیگری شود چون بسامد ثابت می‌ماند، انرژی فوتون تغییر نمی‌کند.

۱ ۱۸۲۴ A

نکته انرژی فوتون در گذر از یک محیط شفاف و ورود به محیط شفاف دیگر تغییر نمی‌کند، کافی است انرژی فوتون را در هوا به دست بیاوریم.

$$E = h \frac{c}{\lambda} \xrightarrow{h = 6.6 \times 10^{-34}\text{J}, \lambda = 33 \times 10^{-6}\text{m}, c = 3 \times 10^8\text{m/s}} \rightarrow$$

$$E = 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{33 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 6 \times 10^{-19}\text{J}$$

۴ ۱۸۲۵ A

انرژی پرتوهای موج الکترومغناطیسی از رابطه $E = nh \frac{c}{\lambda}$ به دست می‌آید که در آن n تعداد فوتون‌های موج الکترومغناطیسی است از این رو خواهیم داشت:

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow{c = 3 \times 10^8\text{m/s}, \lambda = 66 \times 10^{-6}\text{m}} \rightarrow$$

$$120 = n \times 6.6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{66 \times 10^{-6}} \Rightarrow n = 4 \times 10^{19} \Rightarrow n = 4 \times 10^2$$

۳ ۱۸۲۶ A

۱ انرژی گسیل شده در مدت ۱۶ ثانیه از لامپ ۱۰۰ واتی را حساب می‌کنیم.

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt \Rightarrow E = 100 \times 16 \Rightarrow E = 1600\text{J}$$

۲ انرژی را برحسب الکترون ولت حساب می‌کنیم:

$$E = \frac{1600}{1/6 \times 10^{-19}}\text{eV}$$

۳ تعداد فوتون‌های گسیل شده نور زرد خواهد شد:

$$E = nhf \xrightarrow{hf = 2\text{eV}} \frac{1600}{1/6 \times 10^{-19}} = n \times 2 \Rightarrow n = 5 \times 10^{21}$$

۱ ۱۸۲۷ A

توان برابر است با:

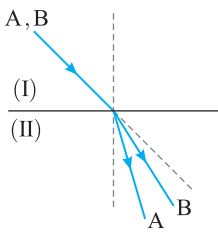
$$P = \frac{E}{t} \xrightarrow{E = nhf} Pt = nhf$$

$$\Rightarrow 4/8 \times 10^4 \times 1 = n(4 \times 10^{-15} \times 1/6 \times 10^{-19}) \times 75 \times 10^6 \Rightarrow n = 10^3$$

B ۱ ۱۸۳۲

۱ انرژی فوتون A بیشتر از انرژی فوتون B است از این رو:

$$E_A > E_B \xrightarrow{E = \frac{hc}{\lambda}} \frac{hc}{\lambda_A} > \frac{hc}{\lambda_B} \Rightarrow \lambda_A < \lambda_B$$



۲ هنگام ورود پرتو به محیط (II) چون این

محیط از محیط (I) غلیظتر است پرتوها به خط

عمود نزدیک می‌شوند.

۳ طول موج B از طول موج A بزرگ‌تر

است، بنابراین هنگام ورود به محیط (II) پرتو A

بیشتر منحرف شده و باید به خط عمود نزدیک‌تر

باشد. بنابراین گزینه (۲) درست است.

B ۱ ۱۸۳۶

۱ شدت تابش خورشید برابر است با انرژی که در هر ثانیه به هر مترمربع از زمین

می‌رسد، بنابراین انرژی فرودی بر هر متر مربع زمین در هر ثانیه خواهد شد:

$$E = 300 \times 1 \times 1 = 300 \text{ J}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}, \lambda = 600 \times 10^{-9} \text{ m}, h = 6.4 \times 10^{-34} \text{ eV.s}$$

۲ انرژی را بر حسب الکترون ولت (eV) به دست می‌آوریم.

$$\frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{300 \text{ J}} \quad | \quad \frac{1 \text{ eV}}{E = ?} \Rightarrow E = \frac{300}{1/6 \times 10^{-19}} = 3 \times 10^{22} \text{ eV}$$

۳ تعداد فوتون را حساب می‌کنیم.

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \quad \frac{\lambda = 600 \times 10^{-9} \text{ m}, h = 6.4 \times 10^{-34} \text{ eV.s}}{c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}} \rightarrow \frac{3 \times 10^{22}}{16} = n \times \frac{6.4 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}}$$

$$n = \frac{6 \times 10^{22}}{4 \times 16} \Rightarrow n = \frac{3}{4} \times 10^{22} \Rightarrow n = 9/375 \times 10^{20}$$

B ۱ ۱۸۳۷

۱ این نوع مسائل شبیه مسائل شدت صوت هستند که در آن‌ها یک

چشمه نقطه‌ای، صوت با توان P در محیط صوت منتشر می‌کند و در فاصله r از چشمه

یک میکروفون به مساحت A قرار داشت و از شما خواسته می‌شد مقدار انرژی که از

سطح میکروفون می‌گذرد را در مدت معین t حساب کنید.

شما ابتدا شدت صوت در محل را از رابطه $I = \frac{P}{A}$ به دست می‌آوردید و سپس انرژیگذرنده از سطح میکروفون t میکروفون $E = IA$ را حساب می‌کردید. اکنون نیز باید

همین کار را انجام بدهید.

۱ توان گسیلی از لامپ را حساب می‌کنیم.

$$Ra = \frac{P_r}{P_1} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{P_r}{50} \times 100 \Rightarrow P_r = 40 \text{ W}$$

۲ شدت نور در فاصله $r = 3 \text{ m}$ از چشمه را به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{P_r}{A} \quad \frac{A = 4\pi r^2}{\pi \sim 2} \rightarrow I = \frac{40}{4 \times 3 \times (2)^2} \Rightarrow I = \frac{5}{6} \text{ W/m}^2$$

۳ انرژی که در هر دقیقه به صفحه به مساحت 80 cm^2 می‌رسد خواهد شد:

$$E = IA \quad t \Rightarrow E = \frac{5}{6} \times 80 \times 60 \Rightarrow E = 4 \times 10^4 \text{ J}$$

۴ انرژی را بر حسب الکترون ولت (eV) حساب می‌کنیم:

$$\frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{4 \times 10^4 \text{ J}} \quad | \quad \frac{1 \text{ eV}}{E} \Rightarrow E = \frac{4 \times 10^4}{1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow E = 2/5 \times 10^{23} \text{ eV}$$

۵ تعداد فوتون‌های رسیده به صفحه خواهد شد:

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \quad \frac{hc = 1200 \text{ eVnm}, \lambda = 420 \text{ nm}}{\lambda} \rightarrow$$

$$2/5 \times 10^{23} = n \frac{1200}{420} \Rightarrow n = 8/75 \times 10^{22} \text{ فوتون}$$

خط فکری

طول موج هر فوتون را از رابطه $E = h \frac{c}{\lambda}$ بر حسب hc پیدا کنید.

سپس آن‌ها را باهم جمع کرده، انرژی فوتون جدید را به دست آورید.

طول موج هر فوتون خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} E_A = 4 \text{ eV} \rightarrow 4 = \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{hc}{4} \\ E_B = 12 \text{ eV} \rightarrow 12 = \frac{hc}{\lambda_B} \Rightarrow \lambda_B = \frac{hc}{12} \end{cases}$$

دو طول موج را باهم جمع می‌کنیم:

$$\lambda = \lambda_A + \lambda_B = \frac{hc}{4} + \frac{hc}{12} \Rightarrow \lambda = \frac{3hc + hc}{12} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{3}$$

انرژی فوتون با طول موج $\lambda = \lambda_A + \lambda_B$ را حساب می‌کنیم.

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{hc}{hc/3} \Rightarrow E = 3 \text{ eV}$$

۱ میانبر اگر انرژی فوتون‌ها با طول موج λ_A و λ_B به ترتیب E_A و E_B

$$E = \frac{E_A E_B}{E_A + E_B} \quad \text{باشد. انرژی فوتون با طول موج } \lambda_A + \lambda_B \text{ برابر است با:}$$

B ۲ ۱۸۳۳

۱ طول موج فوتون را بر حسب E حساب می‌کنیم.

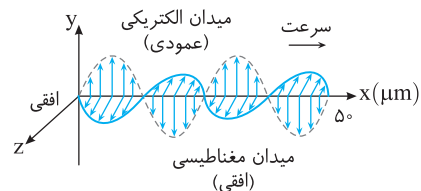
۲ در مسئله مسافت ۱۰ برابر طول موج بیان شده است.

۳ زمان طی این مسیر خواهد شد:

$$\Delta x = vt \Rightarrow 10 \frac{hc}{E} = ct \Rightarrow t = \frac{10h}{E}$$

B ۱ ۱۸۳۴

۱ با توجه به نقش موج داده شده می‌توان به راحتی طول موج را به دست آورد:



$$2\lambda = 50 \times 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 25 \times 10^{-6} \text{ m}$$

۲ انرژی هر فوتون برابر است با:

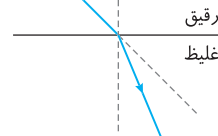
$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{25 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 4/8 \times 10^{-2} \text{ eV}$$

B ۱ ۱۸۳۵

۱ نکته هر گاه پرتو نور از محیط رقیق به

محیط غلیظ وارد شود، پرتو به خط عمود نزدیک

می‌شود.



۱ یادآوری ضربه شکست یک محیط شفاف برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بزرگ‌تر است و هنگام ورود پرتو با طول موج کوتاه‌تر، انحراف آن بیشتر است.

۲ خط فکری ابتدا باید به کمک انرژی فوتون‌ها مشخص کنید که طول موج کدام

پرتو بیشتر است، تا بتوانید در مورد انحراف آن‌ها اظهار نظر کنید.

۲ ۱۸۴۱ A

بنا به نظریه اینشتین در اثر فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم کنش دارد. اگر شدت نور را افزایش دهیم hf تغییر نمی کند بلکه تعداد فوتون‌ها (n) زیاد می شود، بنابراین افزایش شدت نور نقشی در انرژی جنبشی فوتوالکتریک ندارد و گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند.

هرگاه نور بر سطح فلز بتابد و از آن فوتوالکتریک جدا کند، بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون می شود و بقیه آن به انرژی جنبشی فوتوالکتریک تبدیل می شود. بنابراین هر چقدر که انرژی فوتون بیشتر باشد، انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها بیشتر است. از طرفی با توجه به رابطه $E = \frac{hc}{\lambda}$ هر چه طول موج نور کوتاه‌تر باشد انرژی فوتون بیشتر بوده و سبب می گردد انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها افزایش یابد و گزینه (۲) درست و گزینه (۴) نادرست است.

۴ ۱۸۴۲ B

با نور بنفش پدیده فوتوالکتریک رخ داده است. یعنی بسامد نور بنفش از بسامد آستانه فلز (f_0) بیشتر بوده است.

در طیف نور مرئی بسامد نور بنفش از بسامد رنگ‌های دیگر بیشتر است و اگر به جای نور بنفش نور سبزی یا زرد به کار ببریم ممکن است بسامد نور سبزی یا زرد از بسامد آستانه فلز کمتر شود و پدیده فوتوالکتریک رخ ندهد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند.

در اثر فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم کنش دارد. اگر به جای یک لامپ بنفش چند لامپ بنفش به کار ببریم، شدت نور یعنی تعداد فوتون‌های نور ($E = nhf$) افزایش می‌یابد و انرژی تک فوتون افزایش نمی‌یابد. بنابراین انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها یعنی تندی فوتوالکتریک‌ها ($K = \frac{1}{2}mv^2$) ثابت می‌ماند و گزینه (۳) نادرست است.

اگر از فلزی که بسامد آستانه آن کمتر است استفاده کنیم، انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از این فلز کاهش می‌یابد، بنابراین از انرژی فوتون نور فرودی بر فلز، مقداری بیشتری به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود و تندی الکترون افزایش می‌یابد.

۲ ۱۸۴۳ A

همیشه یادمان باشد که افزایش شدت نور، انرژی فوتون‌های نور (hf) را افزایش نمی‌دهد، بلکه تنها تعداد فوتون‌های نور (n) را افزایش می‌دهد و در پدیده فوتوالکتریک اگر بسامد نور از بسامد آستانه فلز کمتر باشد و پدیده رخ ندهد، هرگز با افزایش شدت نور نمی‌توان اثر فوتوالکتریک را مشاهده کرد و گزینه (۱) نادرست است.

اگر از فلزی که کمینه انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از آن کوچکتر باشد استفاده کنیم ممکن است انرژی فوتون‌های فرودی بتوانند الکترون‌ها را از فلز جدا کنند، بنابراین گزینه (۲) درست است. زمان تابش نور تأخیری در اثر فوتوالکتریک ندارد یعنی اگر نور نتواند الکترون را از فلز جدا کند هر چه مدت تابش نور فرودی بر فلز را افزایش دهیم اتفاقی نخواهد افتاد و گزینه (۳) نادرست است.

با افزایش طول موج نور ($E = \frac{hc}{\lambda}$) انرژی فوتون‌ها کاهش می‌یابد و قطعاً نمی‌تواند الکترون را جدا کند بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

از کتاب درسی

باز با سؤال - کدام گزینه درست است؟

- (۱) با افزایش بسامد نور، قطعاً تعداد فوتوالکتریک‌ها افزایش می‌یابد.
- (۲) با تاباندن نور با بسامد مناسب بر سطح فلز، الکترون به طور آنی گسیل می‌شود.
- (۳) با افزایش شدت نور، انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها افزایش می‌یابد.
- (۴) هر سه گزینه درست است.

پاسخ: هنگام تاباندن نور با بسامد مناسب ($f > f_0$) در پدیده فوتوالکتریک الکترون به طور آنی از فلز جدا می‌شود و گزینه (۲) درست است. افزایش بسامد نور بر تعداد فوتوالکتریک‌ها تأثیری ندارد اما سبب افزایش انرژی جنبشی آن‌ها می‌شود، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۳) نادرست‌اند. **گزینه (۲)**

۲ ۱۸۳۸ B

۱ شدت نور را در فاصله ۱۰ متری چشمه به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{P}{A} \quad A = 4\pi r^2 \rightarrow I = \frac{۱۵}{4\pi \times ۱۰^2} \Rightarrow I = \frac{۱۵}{۴۰۰\pi} \text{ W/m}^2$$

۲ مساحت مردمک را حساب می‌کنیم:

$$a_{\text{مردمک}} = \pi r^2 \quad r = ۱ \text{ mm} = ۱۰^{-3} \text{ m} \rightarrow a_{\text{مردمک}} = \pi \times ۱۰^{-6} \text{ m}^2$$

۳ انرژی نور فرودی بر مردمک خواهد شد:

$$E = I a_{\text{مردمک}} t \quad t = ۱ \text{ s} \rightarrow E = \frac{۱۵}{۴۰۰\pi} \times \pi \times ۱۰^{-6} \Rightarrow E = \frac{۱۵}{۴} \times ۱۰^{-8} \text{ J}$$

۴ تعداد فوتون‌های رسیده به مردمک برابر است با:

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \quad h = ۶/۶۳۱ \times ۱۰^{-۳۴} \text{ J.s}, \lambda = ۶۶۰ \times ۱۰^{-9} \text{ nm}$$

$$\frac{۱۵}{۴} \times ۱۰^{-۸} = n \times \frac{۶/۶۳۱ \times ۱۰^{-۳۴} \times ۳ \times ۱۰^8}{۶۶۰ \times ۱۰^{-9}}$$

$$n = \frac{۱۲۵ \times ۱۰^{-۸}}{۱۰^{-۱۷}} \Rightarrow n = ۱۲۵ \times ۱۰^9 \Rightarrow n = ۱/۲۵ \times ۱۰^{11} \text{ فوتون}$$

روش دیگر:

ابتدا انرژی هر فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{۶/۶۳۱ \times ۱۰^{-۳۴} \times ۳ \times ۱۰^8}{۶۶۰ \times ۱۰^{-9}} \Rightarrow E = ۳ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ J}$$

تعداد فوتون‌ها با توان ۱۵ W برابر است با:

$$E_{\text{کل}} = Pt \quad E_{\text{کل}} = nh \frac{c}{\lambda} \rightarrow n \times ۳ \times ۱۰^{-۱۹} = ۱۵ \times ۱ \Rightarrow n = ۵ \times ۱۰^{19} \text{ فوتون}$$

این تعداد فوتون از سطح کره‌ای به شعاع ۱۰ متر می‌گذرد پس تعداد فوتون‌های گذرنده از مردمک چشم خواهد شد:

$۴\pi R^2$ مساحت کره	۵×10^{19}
πr^2 مساحت مردمک	N
$\frac{۴\pi \times 10^2}{\pi \times (1 \times 10^{-3})^2}$	$\frac{۵ \times 10^{19}}{N} \Rightarrow N = \frac{۵}{۴} \times 10^{11} \Rightarrow N = ۱/۲۵ \times 10^{11}$

۱ ۱۸۳۹ B



جدا شدن الکترون از سطح فلز در اثر تابش الکترومغناطیسی فرودی بر فلز را پدیده فوتوالکتریک گویند و در شکل پرتو نور به سطح فلز برخورد کرده و سبب جدا شدن الکترون از فلز شده است پس پدیده مورد نظر پدیده فوتوالکتریک است.

۳ ۱۸۴۰ A

بسامد آستانه کمترین بسامدی است که می‌تواند الکترون‌های سطح یک فلز معین را از آن جدا کند، بسامد آستانه بستگی به جنس فلز دارد و به بسامد پرتوهای فرودی بر فلز بستگی ندارد.

باز با سؤال - بیشینه طول موج نور فرودی بر فلز که باعث جدا شدن الکترون از سطح آن می‌شود، به کدام عامل بستگی دارد؟

- (۱) شدت نور
 - (۲) ولتاژ اعمال شده
 - (۳) جنس فلز
 - (۴) جریان
- پاسخ: کمترین مقدار انرژی برای جدا شدن الکترون از سطح فلز، به جنس فلز بستگی دارد، بنابراین بلندترین طول نور فرودی بر فلز که سبب جدا شدن این الکترون می‌شود به جنس فلز بستگی دارد. **گزینه (۳)**

B ۱۸۴۴ ۲

نگته در پدیده فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم کنش دارد. با افزایش شدت نور انرژی فوتون‌های نور (hf) تغییر نمی‌کند و تنها بر تعداد فوتون‌ها افزوده می‌شود:

$$(E = \uparrow n hf) \rightarrow \text{ثابت}$$

۲ در پدیده فوتوالکتریک، بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون و بقیه آن به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود و با ثابت ماندن انرژی فوتون، انرژی جنبشی فوتو الکترون‌ها ($K = \frac{1}{2}mv^2$) ثابت می‌ماند. در این صورت تندی فوتوالکترتون‌های جدا شده ثابت می‌ماند.

۳ اما به دلیل افزایش تعداد فوتون‌ها، تعداد فوتوالکترتون‌های جدا شده افزایش می‌یابد بنابراین گزینه (۲) درست است.

بازی با سؤال در یک اثر فوتوالکتریک، اگر شدت نور فرودی بر فلز را دو برابر کنیم، بیشینه سرعت فوتوالکترتون‌ها چند برابر می‌شود؟

۲ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۳ (۳) تغییر نمی‌کند. (۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ با دو برابر شدن شدت نور، انرژی فوتون‌های نور که سبب جدا شدن الکترون‌ها می‌شوند تغییر نمی‌کند. بنابراین انرژی جنبشی فوتوالکترتون‌ها ثابت می‌ماند و بیشینه تندی آن‌ها تغییر نمی‌کند.

A ۱۸۴۵ ۴

بنابر نظریه اینشتین هر گاه بسامد نور فرودی بر فلز (f) برابر یا بیشتر از بسامد آستانه (f_0) برای فلز باشد، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

اگر بسامد فوتون فرودی بر این فلز $f = f_0 = 10^{15} \text{ Hz}$ باشد، اثر فوتوالکتریک رخ می‌دهد. اکنون کافی است انرژی این فوتون را حساب کنیم.

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{h \times 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}}{27 \times 10^{-9} \text{ m}} \Rightarrow E = 4 \text{ eV}$$

A ۱۸۴۶ ۴

اگر انرژی فوتون تابیده به فلز برابر یا بیشتر از 8 eV باشد، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد. کمینه انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از این فلز برابر 8 eV است، بنابراین انرژی فوتونی که بتواند الکترون را از این فلز جدا کند باید برابر یا بیشتر از 8 eV باشد. از این رو می‌توانیم بنویسیم

$$hf \geq 8 \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} \geq 8 \Rightarrow \frac{1240}{\lambda} \geq 8 \Rightarrow \lambda \leq 155 \text{ nm}$$

هر سه طول موج 120 nm ، 155 nm و 142 nm می‌تواند سبب پدیده فوتوالکتریک شود.

بازی با سؤال بسامد آستانه فلزی $1/5 \times 10^{15} \text{ Hz}$ است، طول موج پرتویی که می‌تواند از سطح این فلز، الکترون جدا کند، چند نانومتر می‌تواند باشد؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

$$345 \text{ (۴)} \quad 215 \text{ (۳)} \quad 198 \text{ (۲)} \quad 298 \text{ (۱)}$$

پاسخ طول موج مربوط به بسامد آستانه فلز را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{1/5 \times 10^{15}} \Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{-7} \Rightarrow \lambda = 200 \text{ nm}$$

طول موج پرتو فرودی بر فلز باید برابر یا کمتر از 200 nm باشد تا بسامد آن برابر یا بیشتر از بسامد آستانه فلز بوده و پدیده فوتوالکتریک رخ دهد.

گزینه (۲)

A ۱۸۴۷ ۴

خط فکری باید انرژی فوتون فرودی بر فلز را به دست آورده و با حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها مقایسه کنیم. انرژی فوتون نور فرودی خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{h \times 4/14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}}{30 \times 10^{-9} \text{ m}} \Rightarrow E = 2/0 \text{ eV}$$

$$E = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{60 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 2/0 \text{ eV}$$

حداقل انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سه فلز $4/24 \text{ eV}$ ، $2/26 \text{ eV}$ و $4/37 \text{ eV}$ است، بنابراین این فوتون نمی‌تواند از هیچ‌یک از این سه فلز الکترون جدا کند.

A ۱۸۴۸ ۱

در پدیده فوتوالکتریک اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد، می‌تواند الکترون را از فلز جدا کند. در این صورت انرژی اضافی آن به انرژی جنبشی فوتوالکترتون تبدیل می‌شود. بنابراین وقتی انرژی فوتون $6/4 \text{ eV}$ و انرژی لازم برای جدا کردن الکترون $2/7 \text{ eV}$ باشد، در این صورت انرژی جنبشی که الکترون به دست می‌آورد خواهد شد:

$$K = 6/4 - 2/7 = 3/7 \text{ eV}$$

B ۱۸۴۹ ۲

خط فکری انرژی لازم برای جدا شدن الکترون برابر $1/2 \text{ eV}$ است و اگر فوتون با انرژی بیشتر از $1/2 \text{ eV}$ به سطح فلز بتابد، انرژی جنبشی فوتوالکترتون افزایش می‌یابد. هر چه طول موج پرتو نور (λ) کمتر باشد، انرژی فوتون $\frac{hc}{\lambda}$ بزرگ‌تر شده و انرژی جنبشی فوتوالکترتون بیشتر می‌شود.

شما باید کوتاه‌ترین طول موج را انتخاب کرده و انرژی فوتون آن را حساب کنید.

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

۱ در نور مرئی کمترین طول موج مربوط به نور بنفش $\lambda = 400 \text{ nm}$ است و انرژی فوتون آن خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{h \times 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}}{400 \times 10^{-9} \text{ m}} \Rightarrow E = 3 \text{ eV}$$

۲ انرژی لازم برای جدا کردن الکترون $1/2 \text{ eV}$ بوده است، بنابراین انرژی اضافی فوتون به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود که مقدار آن برابر است با:

$$K = 3 - 1/2 = 1/8 \text{ eV}$$

بازی با سؤال کمینه انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از یک فلز 2 eV است. اگر پرتویی با طول موج 270 nm بر آن بتابانیم، بیشینه انرژی جنبشی این فوتوالکترتون‌ها هنگام جدا شدن از فلز چند eV است؟

$$(h = 4/14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s})$$

$$1/4 \text{ (۱)} \quad 2/6 \text{ (۲)} \quad 3/4 \text{ (۳)} \quad 4/6 \text{ (۴)}$$

پاسخ انرژی فوتون‌های پرتو نور را به دست می‌آوریم:

$$E = h \frac{c}{\lambda} = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{270 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 4/6 \text{ eV}$$

بنابراین نظریه اینشتین از این مقدار انرژی فوتون، 2 eV صرف جدا شدن الکترون شده و بقیه به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود.

$$4/6 - 2 = 2/6 \text{ eV}$$

گزینه (۲)

A ۱۸۵۰ ۲

قسمتی از انرژی که هر فوتون به الکترون می‌دهد، صرف جدا شدن الکترون از سطح فلز می‌شود و مابقی آن به فوتوالکترتون انرژی جنبشی می‌دهد.

۱ انرژی فوتون را حساب می‌کنیم:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{30 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 4 \text{ eV}$$

۲ انرژی جنبشی فوتوالکترتون هنگام جدا شدن 5 eV است بنابراین انرژی که صرف جدا شدن الکترون شده است، برابر است با:

$$4 - 5 = -1 \text{ eV}$$

۳ انرژی فوتونی که سبب گردد انرژی جنبشی این الکترون هنگام جدا شدن $1/5 \text{ eV}$ شود باید $3/5 + 1/5 = 5 \text{ eV}$ باشد، بنابراین طول موج این پرتو خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 5 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2/4 \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 240 \text{ nm}$$

بازی با سؤال الکترونی به وسیله پرتوهایی با طول موج کمتر یا مساوی 320 nm از سطح فلزی در پدیده فوتوالکتریک جدا می‌شود. به ازای کدام طول موج (بر حسب میکرومتر) که بر آن بتابد، انرژی جنبشی الکترون برابر $2/5 \text{ eV}$ الکترون ولت می‌شود؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ ، $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

$$(h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s})$$

$$1/3 \text{ (۱)} \quad 2/6 \text{ (۲)} \quad 3/4 \text{ (۳)} \quad 4/3 \text{ (۴)}$$

حال با جای گذاری K از معادله (۱) در معادله (۲) داریم:

$$4hf - 4E = mhf - E \Rightarrow 4hf - 3E = mhf$$

$$\Rightarrow m = \frac{4hf}{hf} - 3 \frac{E}{hf} \Rightarrow m = 4 - 3 \frac{E}{hf}$$

بنابراین از عدد ۴، مقدار $3 \frac{E}{hf}$ کم می‌شود و m به دست می‌آید، یعنی $m < 4$ است و

جواب گزینه (۱) می‌شود.

C ۱۸۵۶ ۳

نکته: بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها به دو عامل بستگی دارد:

۱) انرژی فوتون‌های فرودی بر فلز

۲) جنس فلز

دو فلز متفاوت هستند و جنس آن‌ها یکی نیست یعنی بسامد آستانه آن‌ها یکی نیست اما در دو آزمایش بیشینه انرژی جنبشی الکترون‌ها برابر شده است و این ممکن نیست مگر اینکه انرژی فوتوهای فرودی بر دو فلز متفاوت باشد. $hf_A \neq hf_B \Rightarrow f_B \neq f_A$ یعنی بسامد نور تابیده شده به آن‌ها متفاوت است.

B ۱۸۵۷ ۳

هرگاه فوتونی با انرژی hf به الکترونی بر سطح فلز برسد و فوتوالکترونیک رخ دهد، قسمتی از این انرژی صرف جدا شدن الکترون از سطح فلز می‌شود و مابقی به الکترون انرژی جنبشی می‌دهد. کمترین انرژی برای جدا کردن الکترون از سطح فلز زمانی است که بسامد نور تابیده شده برابر با بسامد آستانه باشد یعنی $f = f_0$ ، بنابراین انرژی این فوتون خواهد شد:

$$E = hf = 4eV \Rightarrow 4 \times 10^{-19} \times f_0 = 4 \Rightarrow f_0 = 10^{18} \text{ Hz}$$

با تاباندن پروتوی با طول موج λ ، سبب‌ترین الکترون از فلز جدا شده است، که برای جدا شدن آن ۴eV لازم است و انرژی جنبشی که الکترون به دست آورده ۸eV است یعنی انرژی فوتون نور تابیده بر فلز بنابر نظریه اینشتین برابر $12eV = 4 + 8$ می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 12 = \frac{4 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 10^{-7} \text{ m} = 100 \text{ nm}$$

A ۱۸۵۸ ۳

هر الکترون تنها با یک فوتون برهم کنش دارد. وقتی بنا به فرض مسئله تعداد فوتون‌های فرودی بر فلز در هر ثانیه ثابت مانده است، بنابراین تعداد فوتوالکترون‌ها نیز ثابت می‌ماند و همچنان برابر 10^{20} الکترون است.

B ۱۸۵۹ ۱

خط فکری: ابتدا انرژی فوتون فرودی بر فلز را به دست بیاورید. سپس انرژی لازم برای جدا کردن الکترون از سطح فلز را از آن کم کنید تا انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها هنگام جدا شدن از فلز به دست آید. با داشتن انرژی جنبشی تندی الکترون‌ها را حساب کنید.

۱) انرژی فوتون را حساب می‌کنیم:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}, \lambda = 200 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$E = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 6 \text{ eV}$$

۲) کمترین انرژی لازم برای جدا کردن الکترون ۴/۲eV بوده است از این رو انرژی جنبشی الکترون هنگام جدا شدن برابر است با:

$$K = 6 - 4/2 \Rightarrow K = 1/2 \text{ eV}$$

۳) انرژی جنبشی را بر حسب ژول می‌نویسیم:

$$K = 1/2 \text{ eV} \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 2/3 \times 10^{-19} \text{ J}$$

۴) تندی الکترون را حساب می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow 2/3 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 0/64 \times 10^{12} \Rightarrow v = 8 \times 10^5 \text{ m/s}$$

پایان: الکترون با پرتوهای با طول موج 320 nm و کمتر از سطح فلز جدا می‌شود، بنابراین کمینه انرژی لازم برای جدا شدن الکترون از سطح این فلز برابر است با:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{320 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 3/75 \text{ eV}$$

اگر این الکترون هنگام جدا شدن دارای انرژی جنبشی ۰/۲۵eV باشد بنابر نظریه اینشتین انرژی فوتون فرودی بر فلز برابر مجموع انرژی لازم برای جدا کردن الکترون و انرژی جنبشی الکترون یعنی $3/75 + 0/25 = 4 \text{ eV}$ خواهد بود، بنابراین طول موج فرودی بر فلز خواهد شد:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 4 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 3 \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0/3 \mu\text{m}$$

گزینه ۱

A ۱۸۵۱ ۳

موج‌های الکترومغناطیسی از بسته‌های حاوی انرژی به نام فوتون تشکیل شده‌اند. موج‌های الکترومغناطیسی دارای میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بوده بنابراین گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست هستند. از طرفی امواج الکترومغناطیسی بدون بار الکتریکی هستند و گزینه (۳) درست است. سرعت همه آن‌ها در خلأ یکسان و برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ است و سرعت آن‌ها در خلأ به بسامد آن‌ها بستگی ندارد، بنابراین گزینه (۲) نیز نادرست است.

A ۱۸۵۲ ۲

انرژی لازم برای جدا کردن الکترون‌ها از سطح یک فلز برای همه الکترون‌ها یکسان نیست یعنی بعضی از الکترون‌ها سفت‌تر و بعضی از آن‌ها شل‌تر به سطح فلز وصل هستند. انرژی یک فوتون مقدار مشخصی است. بنابراین الکترون‌های شل‌تر که برای جدا شدن به حداقل انرژی نیاز دارند، هنگام جدا شدن انرژی جنبشی بیشتری از فوتون به آن‌ها می‌رسد و هر چه الکترون به سطح فلز سفت‌تر چسبیده باشد، انرژی جنبشی فوتوالکترون کمتر خواهد بود. بنابراین گزینه (۲) درست است.

A ۱۸۵۳ ۳

یادآوری: هر ۱eV برابر $1/6 \times 10^{-19}$ ژول است.

۱) ابتدا انرژی را بر حسب ژول به دست می‌آوریم:

$$1/2 \text{ eV} \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1/8 \times 10^{-19} \text{ J}$$

۲) رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه به صورت $K = \frac{P^2}{2m}$ است:

$$K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow 1/8 \times 10^{-19} = \frac{P^2}{2 \times 9 \times 10^{-31}} \Rightarrow 9 \times 36 \times 10^{-52} = P^2$$

$$\Rightarrow P = 3 \times 6 \times 10^{-26} = 7/2 \times 10^{-25}$$

B ۱۸۵۴ ۱

نکته ۱: هر گاه در اثر فوتوالکترونیک با ثابت ماندن بسامد نور، شدت نور بر فلز را زیاد کنیم تعداد فوتون‌های نور افزایش می‌یابد و آهنگ خروج فوتوالکترون‌ها زیاد می‌شود. اما انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها تغییر نمی‌کند.

نکته ۲: هر گاه در اثر فوتوالکترونیک، بسامد نور فرودی بر فلز افزایش یابد انرژی فوتون‌های نور افزایش یافته و انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها هنگام جدا شدن افزایش می‌یابد. با توجه به نکات بالا گزینه (۱) درست است.

C ۱۸۵۵ ۱

هرگاه فوتونی با انرژی hf با الکترون سطح فلز برهم کنش کند، مقداری از انرژی صرف جدا شدن الکترون می‌شود و مابقی به الکترون انرژی جنبشی می‌دهد. اگر انرژی لازم برای جدا کردن الکترون را با E نشان دهیم، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) K = hf - E \\ (2) K' = mhf - E \end{array} \right. \xrightarrow{\text{فرض مسأله } K' = 4K} \left\{ \begin{array}{l} (1) K = hf - E \\ (2) K' = mhf - E \end{array} \right.$$

B ۱۸۶۰ ۲

۱ شدت تابش چراغ 10 W/m^2 است یعنی به هر 1 m^2 میز در هر ثانیه 10 J انرژی داده می‌شود. سطح میز برابر $2 \text{ m}^2 = 1 \times 2$ است و زمان انتقال انرژی $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ می‌باشد، بنابراین کل انرژی فرودی بر میز در مدت 1 h خواهد شد:

$$E = IAt \Rightarrow E = 10 \times 2 \times 3600 = 72000 \text{ J} = 72 \times 10^3 \text{ J}$$

یادآوری هر گاه به جسمی به جرم m با گرمای ویژه C گرما بدهیم و دمای آن به اندازه $\Delta\theta$ بالا برود گرمای داده شده به جسم برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 72 \times 10^3 \text{ J} = 5 \times 900 \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 16^\circ \text{C}$$

C ۱۸۶۱ ۲

۱ مقدار شدت تابشی که به سطح زمین می‌رسد 25% شدت تابش خورشید در خارج جو است.

$$I' = \frac{25}{100} I \Rightarrow I' = \frac{1}{4} \times 1360 \Rightarrow I' = 340 \text{ W/m}^2$$

۲ مساحت سطح زمین چمن برابر $A = 110 \text{ m} \times 75 \text{ m}$ است.

۳ مقدار انرژی که در مدت 1 h به چمن استاندارد می‌رسد را حساب می‌کنیم.

$$I = \frac{E}{At} \Rightarrow E = IAt \Rightarrow E = 340 \times 110 \times 75 \times 1 \times 3600 \text{ J}$$

۴ تعداد فوتون‌هایی که به چمن می‌رسد را به دست می‌آوریم.

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc}$$

$$n = \frac{340 \times 110 \times 75 \times 3600 \times 660 \times 10^{-9}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 3.366 \times 10^{24}$$

$$\Rightarrow n = \frac{3.366 \times 10^{24}}{3 \times 10^{-19}} = 1.122 \times 10^{43}$$

پنجره ۲

A ۱۸۶۲ ۲

اجسام در هر دمایی تابش گرمایی از خود گسیل می‌کنند که در دماهای معمولی این تابش در محدوده امواج فرسرخ می‌باشد و با افزایش دما، تابش در محدوده نورهای مرئی قرار می‌گیرد بنابراین گزاره‌های (الف) و (ب) درست است. برهم کنش قوی بین اتم‌های سازنده جسم جامد سبب تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد می‌شود. حال آنکه گازهای کم فشار و رقیق که اتم‌های منفرد آن‌ها از برهم کنش‌های قوی موجود در جسم جامد آزادند دارای طیف خطی هستند و گزاره (پ) نادرست است.

A ۱۸۶۳ ۲

تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است.

A ۱۸۶۴ ۲

یادآوری گازها و بخار عنصرها وقتی که تحریک می‌شوند دارای طیف نشری خطی هستند.

لامپ نئون روشن یعنی لامپی که در آن گاز نئون رقیق و کم فشار توسط تخلیه الکتریکی نور گسیل می‌کند و نور گسیل شده تشکیل طیف نشری خطی می‌دهد.

A ۱۸۶۵ ۳

رنگ نور گسیل شده و طیف خطی ایجاد شده از تخلیه الکتریکی درون یک لامپ به نوع گاز درون لامپ بستگی دارد بنابراین گزاره (الف) و (ب) درست است. در تمام طیف‌های تشکیل شده از برانگیختگی گاز درون لامپ طیف خطی می‌باشد و گزاره (پ) نادرست است.

A ۱۸۶۶ ۱

در رشته بالمر پرتوهای فرابنفش و مرئی وجود دارند.

A ۱۸۶۷ ۱

یادآوری در طیف اتمی هیدروژن در سری‌های پاشن ($n' = 3$)، براکت ($n' = 4$) و پفوند ($n' = 5$) تمام طول موج‌های گسیل شده در ناحیه فرسرخ بوده و در سری لیمان تمام طول موج‌ها در ناحیه فرابنفش و در سری بالمر، چهار طول موج مرئی و یک طول موج فرابنفش وجود دارد.

با توجه به یادآوری بالا در رشته‌های طول موجی پاشن، براکت و پفوند همه طول موج‌ها در ناحیه فرسرخ هستند.

A ۱۸۶۸ ۳

در رابطه ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ، n' و n عدد طبیعی هستند و $n' < n$ است. با

توجه به رابطه داده شده در مسئله $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{n^2} \right)$ ، $n^2 = 16$ بوده و $n = 4$ است.

در اتم هیدروژن هرگاه $n' \geq 4$ باشد، طول موج‌های گسیلی در ناحیه فرسرخ امواج الکترومغناطیسی قرار دارند. از طرفی $n' = 4$ مربوط به رشته براکت است.

A ۱۸۶۹ ۳

رابطه داده شده در مسئله $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ را با رابطه ریذبرگ مقایسه می‌کنیم

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$n^2 = 3^2 \Rightarrow n' = 3$$

در رابطه ریذبرگ هرگاه $n' \geq 3$ باشد، طول موج‌های گسیلی فرسرخ هستند. بنابراین گزینه (۳) درست است.

B ۱۸۷۰ ۴

رابطه داده شده در مسئله $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ را با رابطه ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

مقایسه می‌کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$n^2 = 3^2 \Rightarrow n = 3$$

در رابطه ریذبرگ $n' < n$ است. بنابراین $n' < 3$ بوده و می‌تواند $n' = 2$ و یا $n' = 1$ باشد. $n' = 2$ مربوط به سری بالمر بوده و هنگامی که $n = 3$ و $n' = 2$ است طول موج در ناحیه نور مرئی است ($\lambda = 656.3 \text{ nm}$ قرمز) و $n' = 1$ مربوط به سری لیمان است و تمام طول موج‌های رشته لیمان فرابنفش است.

بازی با سوال در رابطه ریذبرگ برای اتم هیدروژن هرگاه

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

ناحیه طیف الکترومغناطیسی است؟
(۱) بالمر، مرئی (۲) بالمر، فرابنفش (۳) لیمان، فرابنفش (۴) پاشن، فرسرخ

یادآوری در رابطه ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ همواره $n' < n$ است. در

رابطه مسئله $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ، $n = 2$ بوده بنابراین $n' = 1$ است. یعنی طول

موج گسیلی مربوط به رشته لیمان ($n' = 1$) بوده و در ناحیه فرابنفش امواج الکترومغناطیسی است.

گزینه ۳

B ۱۸۷۱ ۳

در رابطه ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ به جای m عدد $n' = 4$ و به جای n عدد

$$n = m + 2 = 4 + 2 = 6$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \frac{9-4}{144}$$

$$\Rightarrow \lambda = 2880 \text{ nm} = 2.88 \mu\text{m}$$

بازی پاسوال در اتم هیدروژن، الکترون از تراز n به تراز $n'=2$ آمده

و طول موج فوتون گسیل شده 720 نانومتر است. این گسیل در رشته است و n برابر با می باشد. $(R_H = 1.1 \times 10^8 \text{ nm}^{-1})$ **خارج تجربی - ۸۹**

(۱) بالمر، ۳ (۲) لیمان، ۳ (۳) بالمر، ۹ (۴) لیمان، ۹
پاسخ: مقصد الکترون تراز $n'=2$ بوده، بنابراین این طول موج مربوط به رشته بالمر است، اکنون به کمک رابطه ریدبرگ برای اتم هیدروژن، n را به دست می آوریم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{720} = 1.1 \times 10^8 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{720} = \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{720} \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{179}{720} \Rightarrow n = 3$$

گزینه ۱

خط فکری طول موج های گسیلی اتم هیدروژن از معادله ریدبرگ به دست می آید.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

تایم ریدبرگ
 به n' های مختلف نام های متفاوتی داده شده است وقتی $n'=1$ باشد رشته طول موج ها را رشته لیمان می گویند بنابراین در این مسئله معادله ریدبرگ به صورت مقابل است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

از طرفی شماره خط طیفی به این گونه است که در رشته لیمان اولین خط طیفی یعنی گذار از $n=2$ به $n'=1$ ، دومین خط طیفی یعنی گذار از $n=3$ به $n'=1$ و ... و برای یافتن شماره خط طیفی شما باید ابتدا طول موج گسیل شده را حساب کنید. طول موج گسیلی را حساب می کنیم:

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{\frac{1}{3} \times 10^{15}} \Rightarrow \lambda = \frac{9}{1} \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = \frac{900}{1} \text{ nm}$$

به کمک رابطه ریدبرگ - بالمر خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{R=1.1 \times 10^8 \text{ nm}^{-1}} \frac{1}{900} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow n^2 = 9 \Rightarrow n = 3$$

بنابراین این طول موج مربوط به دومین خط طیفی لیمان است.

۲ ۱۸۷۹ B

دقت کنید هنگامی اتم موج الکترومغناطیسی گسیل می کند که الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین تر جهش کند. بنابراین الکترون $n=3$ به $n'=1$ می رود.
۱ طول موج پرتو را حساب می کنیم.

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{\frac{1}{3} \times 10^{15}} \Rightarrow \lambda = \frac{9}{1} \times 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \lambda = \frac{900}{1} \text{ nm}$$

۲ به کمک رابطه ریدبرگ n' را حساب می کنیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{900} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{9} \right) = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{1}{n'^2} = \frac{2}{9} \Rightarrow n' = 3$$

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{1}{n'^2} \Rightarrow n' = 3$$

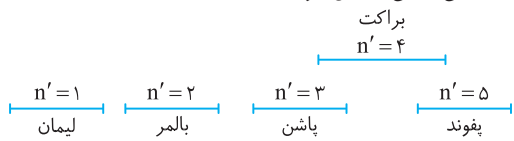
۳ $n'=1$ یعنی رشته لیمان.

۱ ۱۸۸۰ B

خط فکری در ابتدا شما باید بررسی کنید که سومین خط طیفی یک رشته از طول موج های اتم هیدروژن کدام است. اگر فرض شود که الکترون از ترازهای بالاتر به تراز n' برود در این صورت اولین خط طیفی اتم هیدروژن در این رشته از $n'+1$ به n' و دومین خطی اتم هیدروژن در این رشته از $n'+2$ به n' و سومین خط طیفی این رشته از $n'+3$ به n' است یعنی به طور کلی اگر شماره خط طیفی m باشد، طول موج گسیلی مربوط به گذار الکترون از تراز $n'+m$ به n' است.

۱ ۱۸۷۲ A

نکته: در رشته های طیف اتم هیدروژن بازه های طول موجی و بسامدی امواج الکترومغناطیسی گسیلی به شکل زیر است:



از راست به چپ طول موج کاهش می یابد و بسامد افزایش می یابد. با توجه به نکته بیان شده در رشته پفوند بسامدها از پاشن، بالمر و لیمان کمتر است.

۳ ۱۸۷۳ A

در رشته لیمان ($n'=1$) تمام طول موج ها فرابنفش هستند و در رشته بالمر هرگاه $n=7$ و $n'=2$ باشد، طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش است. از این رو گزینه (۳) درست است.

۴ ۱۸۷۴ A

هنگامی که بیان می شود رشته بالمر یعنی مقصد الکترون تراز انرژی $n'=2$ است. بنابراین به کمک رابطه ریدبرگ λ را به دست می آوریم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 1.1 \times 10^8 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{3600}{5}$$

$$\Rightarrow \lambda = 720 \text{ nm} \Rightarrow \lambda = 720 \times 10^{-9} = 7.2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

۴ ۱۸۷۵ B

یادآوری در سری بالمر، ۴ خط طیفی مرئی وجود دارد و پنجمین خط طیفی فرابنفش است از طرفی طول موج امواج مرئی در بازه 400 تا 700 نانومتر است و در نتیجه طول موج فرابنفش کوتاه تر از 400 nm است. بنابراین گزینه (۴) درست است.

اگر چه این سؤال نیازی به راه حل و محاسبات ندارد، اما روش محاسبه آن برای به دست آوردن پنجمین خط طیفی اتمی رشته بالمر ($n=2+5=7$) به صورت زیر است:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 1.1 \times 10^8 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{395}{96} \text{ nm}$$

بازی پاسوال طول موج سومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشته پاشن

($n'=3$) چند نانومتر و در چه محدوده ای است؟ $(R = 1.1 \times 10^8 \text{ nm}^{-1})$

از کتاب درسی

(۱) 1200 رادیویی (۲) 1200 ، فرسوخ (۳) 850 ، رادیویی (۴) 850 ، فرسوخ

پاسخ: طول موج سومین خط طیف اتم هیدروژن در رشته پاشن یعنی $n=6$ و $n'=3$ ، از این رو به کمک رابطه ریدبرگ می توان طول موج را به دست آورد که قطعاً در ناحیه فرسوخ است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{13}{3600} \Rightarrow \lambda = 1200 \text{ nm}$$

گزینه ۲

۴ ۱۸۷۶ B

در رابطه ریدبرگ، رشته بالمر یعنی $n'=2$ می توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{450} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{450} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{450} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{4}{5} - \frac{1}{18} \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

۳ ۱۸۷۷ B

خط فکری هر گاه الکترون از مدار بالاتر به مدار پایین تر برود از خود یک فوتون موج الکترومغناطیسی گسیل می کند. دقت کنید که الکترون وقتی از تراز (مدار) n به تراز (مدار) $n'=3$ رفته فوتون گسیل کرده بنابراین $n > n'$ است.

در این حالت می توانید به کمک رابطه ریدبرگ - بالمر برای اتم هیدروژن مسئله را حل کنید. با توجه به رابطه ریدبرگ - بالمر می توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda=1200 \text{ nm}, R=1.1 \times 10^8 \text{ (nm)}^{-1}} \frac{1}{1200} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{1}{1200} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n^2} = \frac{4}{9} - \frac{1}{36} \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

B ۱۸۸۳ ۴

۱ کم انرژی‌ترین فوتون بالمر دارای بلندترین طول موج است و آن هنگامی است که الکترون از $n=3$ به $n=2$ می‌رود.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{5}{36} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{36}{5R}$$

۲ پرنانرژی‌ترین فوتون براکت دارای کوتاه‌ترین طول موج است و آن هنگامی است که الکترون از $n=\infty$ به $n=4$ می‌رود.

$$\frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{16} \right) \Rightarrow \lambda' = \frac{16}{R}$$

$$\frac{E_{\text{بالمر}}}{E_{\text{براکت}}} = \frac{h \frac{c}{\lambda}}{h \frac{c}{\lambda'}} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{R}{\frac{5}{36}} = \frac{36}{5} = 7.2$$

B ۱۸۸۴ ۲

خط فکری ← بلندترین طول موج گسیلی (کم انرژی‌ترین پرتو) رشته n' از $n'+1$ به n' خواهد بود.

کوتاه‌ترین طول موج گسیلی (پرنانرژی‌ترین پرتو) رشته n' از ∞ به n' خواهد بود. بلندترین طول موج گسیلی مربوط به گذار از $n=3$ به $n'=2$ است:

$$\frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{36}{5R} = 720 \text{ nm}$$

کوتاه‌ترین طول موج گسیلی مربوط به گذار از $n=\infty$ به $n'=2$ است.

$$\frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{4} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = \frac{4}{R} = 400 \text{ nm}$$

اختلاف طول موج‌های خواسته شده برابر است با: $\Delta\lambda = 720 - 400 = 320 \text{ nm}$

B ۱۸۸۵ ۱

۱ بلندترین طول موج فرابنفش در رابطه ریدبرگ هنگامی است که $n=7$ و $n'=2$ باشد.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2} \right) = R \left(\frac{49-4}{4 \times 49} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{4 \times 49}{45R} = \frac{196}{45R}$$

۲ کوتاه‌ترین طول موج فرابنفش در رابطه ریدبرگ در رشته لیمان ($n'=1$) است هنگامی که $n=\infty$ باشد، بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{196}{45R} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{196}{45}$$

۳ نسبت را به دست می‌آوریم.

پازی یا سوال → بلندترین طول موج فرابنفش طیف اتمی هیدروژن در صورتی گسیل می‌شود که اتم از n_1 به تراز n_2 برود، n_2 و n_1 کدام هستند؟

$$(1) \quad n_2 = 3 \text{ به } n_1 = 2 \quad (2) \quad n_2 = 3 \text{ به } n_1 = 1$$

$$(3) \quad n_2 = 1 \text{ به } n_1 = 2 \quad (4) \quad n_2 = 1 \text{ به } n_1 = 7$$

۱ پاسخ → در گزینه (۲)، الکترون از تراز $n_1=3$ به تراز $n_2=1$ می‌رود و در

گزینه (۳)، الکترون از تراز $n_1=2$ به تراز $n_2=1$ می‌رود بنابراین انرژی فوتون

گسیلی در گذار گزینه (۲) بیشتر و طول موج آن کوتاه‌تر است. از طرفی

کوتاه‌ترین طول موج سری بالمر از بلندترین طول موج سری لیمان بلندتر است،

بنابراین طول موج گسیلی در گذار از $n_1=7$ به $n_2=2$ در سری بالمر قطعاً از

گذار از $n_1=3$ به $n_2=1$ در سری لیمان بلندتر است. از این رو پاسخ گزینه

۴ گزینه است.

با توجه به اینکه ثابت ریدبرگ (R) داده شده سؤال را از رابطه $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ حل می‌کنیم.

۱ سومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشته n' برابر گذار از $n'+3$ به n' است، بنابراین:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \xrightarrow{n=n'+3} \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right)$$

۲ با توجه به بسامد، طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{v=c \times 10^8 \text{ m/s}}{f=2/5 \times 10^{14} \text{ Hz}} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{2/5 \times 10^{14}} \Rightarrow \lambda = \frac{6}{5} \times 10^{-6} \text{ m}$$

۳ در معادله ریدبرگ چون یکای R برحسب $\frac{1}{\text{nm}}$ داده شده پس باید یکای λ نیز برحسب nm گذاشته شود.

$$\lambda = \frac{6}{5} \times 10^{-6} \text{ m} \xrightarrow{1 \text{ m} = 10^9 \text{ nm}} \lambda = \frac{6}{5} \times 10^{-6} \times 10^9 \text{ nm} \Rightarrow \lambda = 1200 \text{ nm}$$

نکته → طول موج‌های بین 400 nm تا 700 nm در بازه نورهای مرئی‌اند و نورهایی با طول موج کمتر از 400 nm فرابنفش و نورهایی با طول موج بیشتر از 700 nm در گستره طول موج‌های فروسرخ‌اند.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{1200} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2}$$

نکته → رشته بالمر در ناحیه فرابنفش و مرئی قرار دارد و چون $\lambda = 1200 \text{ nm}$ در ناحیه فروسرخ است پس این طول موج برای رشته بالمر نیست.

برای حل معادله بالا به جای حل معادله بهتر است گزینه‌ها را در معادله قرار دهیم یعنی به جای n' اعداد داده شده در هر گزینه را قرار دهیم.

گزینه (۱):

$$\frac{1}{12} = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \xrightarrow{n'=3} \frac{1}{12} = \frac{1}{9} - \frac{1}{36} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{3}{36} \checkmark$$

بنابراین $n'=3$ و رشته آن پاشن است.

گزینه (۲):

$$\frac{1}{12} = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \xrightarrow{n'=4} \frac{1}{12} = \frac{1}{16} - \frac{1}{49} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{33}{784} \times$$

گزینه (۳):

$$\frac{1}{12} = \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{(n'+3)^2} \right) \xrightarrow{n'=5} \frac{1}{12} = \frac{1}{25} - \frac{1}{64} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{39}{1600} \times$$

B ۱۸۸۱ ۲

بلندترین طول موج مرئی در اتم هیدروژن مربوط به سری بالمر است، هنگامی که

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{36}{5R}$$

کوتاه‌ترین طول موج مرئی در اتم هیدروژن در سری بالمر هنگامی است که $n=6$ و $n'=2$ است. بنابراین طول موج خواهد شد:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) = R \left(\frac{9-1}{36} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{min مرئی}} = \frac{36}{8R} \Rightarrow \lambda_{\text{min مرئی}} = \frac{9}{2R}$$

A ۱۸۸۲ ۳

پرنانرژی‌ترین فوتون دارای کوتاه‌ترین طول موج بوده و الکترون در اتم هیدروژن وقتی از دورترین تراز به تراز $n'=2$ برود این فوتون را گسیل می‌کند (وقتی بیان می‌شود رشته بالمر یعنی مقصد الکترون تراز $n'=2$ است). اکنون به کمک رابطه ریدبرگ برای اتم

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 0.01 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda = 400 \text{ nm}$$

هیدروژن داریم: $\lambda = 400 \text{ nm}$

۱ ۱۸۹۰ B

خط فکری محدوده تقریبی طول موج‌های رشته‌های گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته بین بلندترین طول موج و کوتاه‌ترین طول موج گسیلی در آن رشته است. اما بلندترین طول موج هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n+1$ به تراز پایین‌تر $n' = n$ می‌رود و کوتاه‌ترین طول موج هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n = \infty$ به تراز $n' = n$ می‌رود. در این مسئله $n' = 3$ است. بلندترین طول موج رشته پاشن هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n = 4$ به تراز $n' = 3$ برود. با توجه به رابطه ریذبرگ - بالمر برای اتم هیدروژن خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\infty} - \frac{1}{4} \Rightarrow \lambda = 400 \text{ nm} \Rightarrow \lambda = 2 \mu\text{m}$$

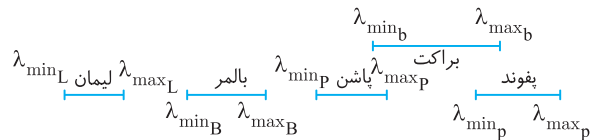
کوتاه‌ترین طول موج گسیلی رشته پاشن وقتی است که الکترون از تراز $n = \infty$ به تراز $n' = 3$ برود.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{9} - \frac{1}{\infty} \Rightarrow \lambda = 90 \text{ nm} = 0.09 \mu\text{m}$$

بنابراین محدوده تقریبی طول موج $0.09 \mu\text{m}$ تا $2 \mu\text{m}$ است.

۴ ۱۸۹۱ B

نکته در اتم هیدروژن بازه‌های طول موجی در رشته‌های مختلف به صورت زیر است:



بلندترین طول موج گسیلی رشته لیمان، از کوتاه‌ترین طول موج گسیلی رشته بالمر از کوتاه‌تر است و گزینه (۴) درست است. البته این مطلب در مورد رشته پاشن براکت و براکت پغوند صدق نمی‌کند.

۱ ۱۸۹۲ A

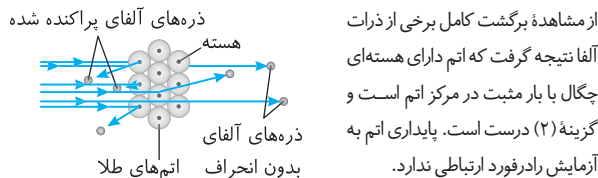
تامسون موفق به کشف الکترون و اندازه‌گیری نسبت بار به جرم آن ($\frac{e}{m}$) شد بنابراین گزاره (الف) درست است. در مدل تامسون، هسته وجود ندارد و اتم همچون کره‌ای است که بار مثبت به‌طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و گزاره (ب) نادرست است. در مدل اتمی تامسون، زمانی اتم تابش گسیل می‌کند که الکترون‌ها با بسامد معینی حول وضع تعادلشان نوسان کنند و گزاره (پ) درست است. مدل اتمی تامسون نمی‌تواند طیف خطی عناصر را توجیه کند و گزاره (ت) نادرست است.

۴ ۱۸۹۳ A

در مدل اتمی رادرفورد، اتم دارای هسته با بار مثبت است و اگر الکترون‌ها را نسبت به هسته ساکن فرض کنیم باید تحت تأثیر نیروی ربایش الکتریکی بین هسته و الکترون، روی هسته سقوط کند و اگر الکترون‌ها مانند سیاره‌های منظومه خورشیدی به‌گرد خورشید بچرخند باز هم این حرکت پایدار نمی‌ماند. الکترون در حال گردش به‌گرد هسته، چون دارای حرکت شتابدار است از خود تابش گسیل کرده و با از دست دادن تدریجی انرژی، بر هسته سقوط می‌کند.

۴ ۱۸۹۴ A

در آزمایش تاباندن ذرات آلفا به ورقه‌های طلا، مشاهده شد که تعداد زیادی از ذرات آلفا بدون انحراف از ورقه طلا می‌گذرند. از این رو رادرفورد نتیجه گرفت که بخش بزرگی از فضای اتم را فضای تهی تشکیل می‌دهد و گزینه (۱) درست است.



۲ ۱۸۸۶ B

خط فکری کوتاه‌ترین طول موج در طیف اتم هیدروژن وقتی گسیل می‌شود که الکترون از بالاترین تراز ممکن ($n = \infty$) به پایین‌ترین تراز ممکن $n' = 1$ برود که $n' = 1$ مربوط به رشته لیمان است. به کمک رابطه ریذبرگ - بالمر برای هیدروژن کوتاه‌ترین طول موج گسیلی را به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \Rightarrow \lambda = 100 \text{ nm}$$

۱ ۱۸۸۷ B

بلندترین طول موج غیر مرئی (فرابنفش) در رشته بالمر وقتی است که $n = 7$ و $n' = 2$ است. به کمک رابطه ریذبرگ طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{7^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{49-4}{4 \times 49} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{196}{45R}$$

کوتاه‌ترین طول موج غیر مرئی (فرابنفش) در رشته بالمر وقتی است که $n = \infty$ و $n' = 2$ باشد. از این رو:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{4}{R}$$

$$\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} = \frac{196}{45R} \Rightarrow \frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} = \frac{196}{45 \times 45} = \frac{4}{45}$$

نسبت $\frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}}$ خواهد شد:

۱ ۱۸۸۸ B

بیشینه بسامد یعنی کوتاه‌ترین طول موج ($\lambda = \frac{c}{f}$) و کوتاه‌ترین طول موج در ناحیه فرورسرخ مربوط به رشته پاشن است و وقتی گسیل می‌شود که $n = \infty$ و $n' = 3$ باشد. طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max \text{ فرورسرخ}}} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\max \text{ فرورسرخ}} = \frac{9}{R}$$

$$\frac{f = \frac{c}{\lambda}}{\lambda} \rightarrow f_{\text{فرورسرخ}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{cR}{9}$$

بیشینه بسامد در ناحیه مرئی مربوط به رشته بالمر ($n' = 2$) بوده و هنگامی گسیل می‌شود که $n = 6$ باشد. طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{مرئی}}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = R \left(\frac{9-1}{36} \right) \Rightarrow \lambda_{\text{مرئی}} = \frac{36}{8R} = \frac{9}{2R}$$

$$\frac{f = \frac{c}{\lambda}}{\lambda} \rightarrow f_{\text{مرئی}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{2Rc}{9}$$

$$\frac{f_{\text{فرورسرخ}}}{f_{\text{مرئی}}} = \frac{\frac{cR}{9}}{\frac{2Rc}{9}} = \frac{1}{2}$$

نسبت را به دست می‌آوریم.

۱ ۱۸۸۹ A

کوتاه‌ترین طول موج گسیلی بالمر یعنی الکترون از بالاترین تراز $n = \infty$ به تراز $n' = 2$ برود.

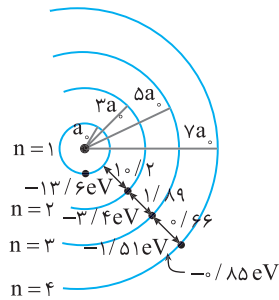
$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{4}{R}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{9} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{36}{5R}$$

$$\lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{36}{5R} - \frac{4}{R} = \frac{16}{5R}$$

گستره طول موج سری بالمر خواهد شد:

بنابراین اختلاف انرژی ترازاها کاهش می‌یابد.



B ۱۸۹۵ ۲

در مدل اتمی رادرفورد با توجه به فیزیک کلاسیک با چرخش الکترون، توسط الکترون امواج الکترومغناطیسی تولید می‌شود که بسامد آن با بسامد حرکت مداری الکترون یکسان است. با تولید این موج الکترومغناطیسی انرژی الکترون کاسته شده در نتیجه شعاع مدار الکترون به دور هسته به تدریج کاسته شده و بسامد حرکت آن به تدریج بیشتر می‌شود، بنابراین بسامد موج الکترومغناطیسی نیز زیاد شده و موج الکترومغناطیسی دارای طول موج‌های کوتاه‌تر می‌شود. در گزینه (۲) هرچه الکترون به هسته نزدیک‌تر می‌شود طول موج کوتاه‌تر شده است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

A ۱۸۹۶ ۳

این آزمایش ورقه طلا به وسیله پرتو α می‌باشد که تعداد کمی از پرتوهای α با زاویه بیش از 90° باز می‌گردند که رادرفورد برخلاف مدل تامسون به این نتیجه رسید که در اتم مرکزی بسیار چگال و بار مثبت وجود دارد، بنابراین گزاره (الف) و (ب) درست و گزاره (پ) نادرست است.

A ۱۸۹۷ ۳

در مدل اتمی رادرفورد بنابر فیزیک کلاسیک حرکت الکترون به دور هسته یک حرکت شتابدار می‌باشد که سبب تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود.

نکته منبع تولید امواج الکترومغناطیسی حرکت شتابدار ذره باردار می‌باشد.

نکته بسامد موج گسیل شده از یک چشمه موج برابر بسامد چشمه است.

الکترون با حرکت شتابدار، خود چشمه تولید موج است، بنابراین بسامد امواج الکترومغناطیسی گسیل شده با بسامد حرکت مداری الکترون برابر است.

A ۱۸۹۸ ۳

طیف خطی عنصرها توسط مدل اتمی بور قابل توجیه است. در الگوی اتمی تامسون و الگوی اتمی رادرفورد نمی‌توان خطی و منحصر به فرد بودن طیف عنصرها را توجیه کرد. در الگوی اتمی بور با فرض گسسته بودن انرژی الکترون در ترازهای انرژی و اینکه الکترون در این ترازاها تابش گسیل نمی‌کند و تنها زمانی تابش گسیل می‌کند که الکترون از یک تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر برود، می‌توان خطی بودن طیف خطی را توجیه کرد. از طرفی چون هر اتم دارای ترازهای انرژی ویژه خود است بنابراین بنا بر الگوی اتمی بور هر عنصر تابش منحصر به خود را خواهد داشت و طیف اتمی خطی خواهد بود.

B ۱۸۹۹ ۲

یادآوری در مدل اتمی بور، مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند، یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسسته‌ای مجاز هستند.

شعاع این مدارها و انرژی الکترون برای اتم هیدروژن از رابطه‌های زیر به دست می‌آید.

$$r_n = a_0 n^2 \quad \text{ترازهای انرژی} \quad E_n = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad \text{شعاع مدارها:}$$

بررسی شعاع مدارها:

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= a_0 \\ r_2 &= a_0 (2)^2 = 4a_0 \\ r_3 &= a_0 (3)^2 = 9a_0 \\ r_4 &= a_0 (4)^2 = 16a_0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} r_2 - r_1 &= 3a_0 \\ r_3 - r_2 &= 5a_0 \\ r_4 - r_3 &= 7a_0 \end{aligned}$$

بنابراین فاصله مدارهای چرخش الکترون در حال افزایش است.

بررسی انرژی ترازاها:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= -13.6 \text{ eV} \\ E_2 &= \frac{-13.6}{2^2} = -3.4 \text{ eV} \\ E_3 &= \frac{-13.6}{3^2} = -1.51 \text{ eV} \\ E_4 &= \frac{-13.6}{4^2} = -0.85 \text{ eV} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} E_2 - E_1 &= 10.2 \text{ eV} \\ E_3 - E_2 &= 1.89 \text{ eV} \\ E_4 - E_3 &= 0.66 \text{ eV} \end{aligned}$$

A ۱۹۰۰ ۳

با توجه به الگوی اتمی بور در مورد شعاع مدار چرخش الکترون شعاع مدار سوم و شعاع مدار اول را به دست آورده از هم کم می‌کنیم.

$$r_n = n^2 a_0 \quad \left\{ \begin{aligned} n=1 &\rightarrow r_1 = a_0 \\ n=3 &\rightarrow r_3 = 3^2 a_0 = 9a_0 \end{aligned} \right. \Rightarrow r_3 - r_1 = 8a_0$$

B ۱۹۰۱ ۲

یادآوری در مدل اتمی بور، انرژی الکترون در اتم هیدروژن از رابطه زیر به دست

$$E = -\frac{E_R}{n^2} \quad \text{می‌آید.}$$

شماره مداری که در آن انرژی الکترون -0.85 eV و -0.544 eV است را به کمک رابطه بالا به دست می‌آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad \left\{ \begin{aligned} E_K = -0.85 \text{ eV} &\rightarrow -0.85 = \frac{-13.6}{K^2} \Rightarrow K=4 \\ E_L = -0.544 \text{ eV} &\rightarrow -0.544 = \frac{-13.6}{L^2} \Rightarrow L=5 \end{aligned} \right.$$

A ۱۹۰۲ ۱

با توجه به شعاع مدار الکترون در الگوی اتمی بور، شماره مدار را به دست می‌آوریم.

$$\frac{r_n}{r_1} = \frac{r_n = n^2 a_0}{a_0} = n^2 \Rightarrow n=2$$

انرژی الکترون خواهد شد:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad \left\{ \begin{aligned} n=1 &\rightarrow E_1 = -E_R \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{4} \\ n=2 &\rightarrow E_2 = -\frac{E_R}{4} \end{aligned} \right.$$

بازی با سوال در اتم هیدروژن، الکترون از تراز $n=1$ به تراز $n=3$

می‌رود. در این انتقال، شعاع مدار و انرژی الکترون نسبت به حالت قبل، به

ریاضی - ۹۳

ترتیب چند برابر می‌شوند؟

$$\begin{matrix} 1) 3 \\ 2) 9 \\ 3) 3 \\ 4) 9.9 \end{matrix}$$

پاسخ شعاع مدار الکترون در اتم بور:

$$r_n = n^2 a_0 \quad \left\{ \begin{aligned} n=1 &\rightarrow r_1 = a_0 \\ n=3 &\rightarrow r_3 = 9a_0 \end{aligned} \right. \Rightarrow r_3 = 9r_1$$

انرژی الکترون:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad \left\{ \begin{aligned} n=1 &\rightarrow E_1 = -E_R \\ n=3 &\rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{9} \end{aligned} \right. \Rightarrow E_3 = \frac{1}{9} E_1$$

گزینه ۲

۴ ۱۹۰۵ B

رابطه شعاع مدار الکترون در الگوی اتمی بور را نوشته و در آن n و $n+1$ و $n+2$ را قرار می‌دهیم.

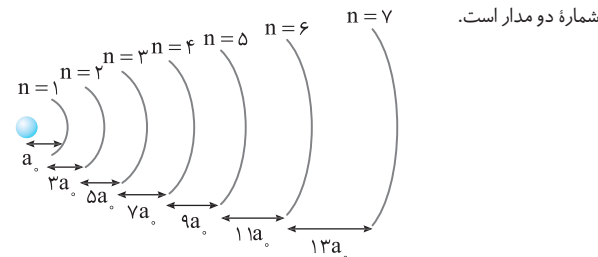
$$r_n = n^2 a_0 \begin{cases} r_n = n^2 a_0 \\ r_{n+1} = (n+1)^2 a_0 \\ r_{n+2} = (n+2)^2 a_0 \end{cases} \begin{cases} \Delta r = r_{n+1} - r_n = (n+1)^2 a_0 - n^2 a_0 \\ \Delta r' = r_{n+2} - r_{n+1} = (n+2)^2 a_0 - (n+1)^2 a_0 \end{cases}$$

با توجه به فرض مسئله:

$$\frac{\Delta r'}{\Delta r} = \frac{13}{11} \Rightarrow \frac{[(n+2)^2 - (n+1)^2] a_0}{[(n+1)^2 - n^2] a_0} = \frac{13}{11} \Rightarrow \frac{n^2 + 4n + 4 - n^2 - 2n - 1}{n^2 + 2n + 1 - n^2} = \frac{13}{11}$$

$$\Rightarrow \frac{2n+3}{2n+1} = \frac{13}{11} \Rightarrow 26n+13 = 22n+33 \Rightarrow 4n=20 \Rightarrow n=5$$

میانبر \rightarrow اختلاف شعاع دو مدار متوالی برابر ma_0 می‌شود که m مجموع دو شماره دو مدار است.



بنابراین $\Delta r'$ مربوط به اختلاف شعاع مدارهای ۶ و ۷ و Δr مربوط به اختلاف شعاع مدارهای ۵ و ۶ است.

۲ ۱۹۰۶ A

یادآوری انرژی $13/6 eV$ را یک ریذبرگ گویند. ($E_R = -13/6 eV$)

انرژی الکترون در تراز $n=1$ و $n=5$ را از رابطه انرژی الکترون در مدل اتمی بور به دست آورده و از هم کم می‌کنیم.

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow E_1 = -E_R \\ n=5 \Rightarrow E_5 = -\frac{E_R}{25} \end{cases}$$

انرژی لازم برای جابه‌جایی الکترون بین دو تراز برابر اختلاف انرژی الکترون در آن دو تراز است:

$$E_5 - E_1 = -\frac{E_R}{25} - (-E_R) \Rightarrow E_5 - E_1 = \frac{24}{25} E_R = 0.96 E_R$$

۳ ۱۹۰۷ A

۱ انرژی ترازها را به دست می‌آوریم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \begin{cases} n=2 \rightarrow E_2 = \frac{-13/6}{4} = -3/4 eV \\ n=4 \rightarrow E_4 = \frac{-13/6}{16} = -0.8125 eV \end{cases}$$

۲ انرژی لازم برای بردن الکترون از تراز $n=2$ به $n=4$ برابر اختلاف انرژی الکترون در این دو تراز است.

$$E_4 - E_2 = -0.8125 - (-0.75) = 0.0625 eV$$

۳ ۱۹۰۸ B

با توجه به رابطه انرژی فوتون با طول موج می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} E = A \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ E = hf \Rightarrow E = h \frac{c}{\lambda} \end{cases} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = A \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{A}{hc} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

با مقایسه رابطه به دست آمده با رابطه بالمر-ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda} = \frac{A}{hc} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \\ \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \end{cases} \Rightarrow R = \frac{A}{hc} \Rightarrow A = Rhc$$

۴ ۱۹۰۳ B

خط فکری ابتدا بررسی کنید که شعاع مدار الکترون یعنی فاصله الکترون از هسته چند برابر می‌شود. سپس به کمک قانون کولن درباره نیروی الکتریکی بین الکترون و هسته اظهار نظر کنید.

۱ ابتدا مشخص می‌کنیم که شعاع مدار چرخش الکترون چند برابر می‌شود:

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow \frac{r_3}{r_2} = \frac{3^2}{2^2} \Rightarrow \frac{r_3}{r_2} = \frac{9}{4}$$

۲ نیروی الکتریکی با مجذور فاصله نسبت وارون دارد از این رو:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F_3}{F_2} = \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 = \left(\frac{4}{9} \right)^2 = \frac{16}{81}$$

بازی با سوال در الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن، اگر الکترون از مدار $n=1$ به مدار $n=2$ برود، نیروی ربایش هسته بر آن چند برابر می‌شود؟

$$\frac{1}{16} \quad (4) \quad \frac{1}{8} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (1)$$

۱ پاسخ نیروی ربایش بین هسته و الکترون طبق رابطه $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ ، با مجذور فاصله رابطه عکس دارد.

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{a_0}{4a_0} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

۴ گزینه

۲ ۱۹۰۴ B

خط فکری انرژی الکترون در اتم هیدروژن در هر تراز از رابطه $E_n = \frac{E_R}{n^2}$

به دست می‌آید که در آن n شماره تراز است، بنابراین کافی است در این رابطه به جای n به ترتیب ۱ و ۳ قرار داده و اعداد به دست آمده را از هم کم کنیم و مجدداً ۴ و ۶ را قرار دهیم و اعداد به دست آمده را از هم کم کنیم.

$$E_n = \frac{E_R}{n^2} \begin{cases} E_1 = \frac{E_R}{1} \\ E_3 = \frac{E_R}{9} \end{cases} \xrightarrow{\Delta E = E_1 - E_3} \Delta E = \frac{E_R}{1} - \frac{E_R}{9} \Rightarrow \Delta E = \frac{8}{9} E_R$$

$$E_n = \frac{E_R}{n^2} \begin{cases} E_4 = \frac{E_R}{16} \\ E_6 = \frac{E_R}{36} \end{cases} \xrightarrow{\Delta E' = E_4 - E_6} \Delta E' = \frac{E_R}{16} - \frac{E_R}{36} \Rightarrow \Delta E' = \frac{9E_R}{144} - \frac{4E_R}{144} = \frac{5E_R}{144}$$

بنابراین نسبت $\frac{\Delta E}{\Delta E'}$ برابر است با:

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{\frac{8}{9} E_R}{\frac{5E_R}{144}} \Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{8 \times 144}{5 \times 9} = \frac{128}{5} = \frac{256}{10} = 25.6$$

بازی با سوال اختلاف انرژی تراز اول با تراز چهارم چند برابر اختلاف انرژی تراز اول با تراز دوم است؟

$$0.6 \quad (4) \quad 1/2 \quad (3) \quad 0.8 \quad (2) \quad 1/25 \quad (1)$$

۱ پاسخ انرژی هر تراز برابر $E = \frac{-E_R}{n^2}$ است:

$$\begin{cases} E_1 = \frac{-E_R}{1^2} \\ E_4 = \frac{-E_R}{4^2} \end{cases} \Rightarrow \Delta E = E_4 - E_1 = \frac{15}{16} E_R$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{\frac{15}{16} E_R}{\frac{5}{4} E_R} = \frac{15}{20} = 3/4$$

$$\begin{cases} E_1 = \frac{-E_R}{1^2} \\ E_2 = \frac{-E_R}{2^2} \end{cases} \Rightarrow \Delta E' = E_2 - E_1 = \frac{3}{4} E_R$$

۱ گزینه



B ۱ ۱۹۱۳

خط فکری ← باید با استفاده از رابطه ریدبرگ برای اتم هیدروژن $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ، λ' ، λ'' و λ را به دست بیاورید تا بتوانید مسئله را حل کنید.

۱ در گذار الکترون از تراز $n=4$ به $n'=2$ طول موج گسیلی خواهد شد:

$$\frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) \quad (I)$$

۲ در گذار الکترون از تراز $n=2$ به $n'=1$ طول موج گسیلی خواهد شد:

$$\frac{1}{\lambda''} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \quad (II)$$

۳ در گذار الکترون از تراز $n=4$ به $n'=1$ طول موج گسیلی خواهد شد.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) \quad (III)$$

۴ اکنون رابطه (I) و (II) را با هم جمع کرده و آن را با رابطه (III) مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{1}{\lambda'} + \frac{1}{\lambda''} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda''}$$

B ۱ ۱۹۱۴

نکته تراز $n=1$ را حالت پایه و ترازهای بالاتر را حالت برانگیخته می‌نامند، پس تراز m در واقع $m-1$ امین حالت برانگیخته است. به طول مثال $n=3$ ، $n=2$ امین حالت برانگیخته است.

اولین حالت برانگیختگی یعنی $n=2$ و حالت پایه یعنی $n=1$. بنابراین طبق رابطه اختلاف ترازهای انرژی خواهیم داشت:

$$\Delta E = E_U - E_L \Rightarrow \Delta E = \left(\frac{-E_R}{n_U^2} \right) - \left(\frac{-E_R}{n_L^2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta E = \left(\frac{-13/6}{4} \right) - \left(\frac{-13/6}{1} \right) = 10.2 \text{ eV}$$

حال این انرژی را به ژول تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta E = 10.2 \text{ eV} \times \frac{1.6 \times 10^{-19}}{1 \text{ eV}} = 16.32 \times 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow \Delta E = 1.632 \times 10^{-18} \text{ J}$$

B ۴ ۱۹۱۵

خط فکری ← ابتدا باید مشخص کنیم n کدام تراز است سپس انرژی تراز $n+1$ را به دست آورده و اختلاف انرژی الکترون در تراز n و $n+1$ را حساب کنیم.

۱ در مدل اتمی بور انرژی الکترون در تراز n از رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ به دست می‌آید. اکنون مشخص می‌کنیم که در کدام تراز انرژی الکترون -0.85 eV است.

$$-0.85 = -\frac{13/6}{n^2} \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n = 4$$

۲ شماره تراز $n+1$ برابر $n+1=5$ است. انرژی الکترون در این تراز برابر است

$$E_n = \frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_n = \frac{13/6}{25} \Rightarrow E_5 = 0.544 \text{ eV} \quad \text{با:}$$

۳ اختلاف انرژی دو تراز برابر انرژی لازم برای گذار الکترون از تراز $n=4$ به تراز

$$E_n - E_{n+1} = 0.85 - 0.544 = 0.306 \text{ eV} \quad \text{است. } n=5$$

B ۱ ۱۹۱۶

خط فکری ← الکترون در مدار $n=3$ است و با جذب یک فوتون به مدارهای بالا رفته است. بنابراین شما باید ابتدا انرژی الکترون در تراز $n=3$ را حساب کنید سپس انرژی فوتون را با آن جمع کرده و مداری که الکترون به آن گذار می‌کند را مشخص کنید.

۱ انرژی الکترون در تراز $n=3$ خواهد شد.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{9}$$

۲ بعد از جذب فوتون با انرژی $\frac{3E_R}{36}$ ، انرژی الکترون را حساب می‌کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{9} + \frac{3E_R}{36} \Rightarrow -\frac{E_R}{n^2} = \frac{-4E_R + 3E_R}{36} \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

بازر، با سؤال ← بین ثابت ریدبرگ برای اتم هیدروژن (R) و انرژی ریدبرگ (E_R)، کدام رابطه زیر برقرار است؟ (c سرعت نور و h ثابت پلانک است)

$$R = \frac{hc}{E_R} \quad (۱) \quad R = hcE_R \quad (۲) \quad R = \frac{E_R}{c} \quad (۳) \quad R = \frac{E_R}{hc} \quad (۴)$$

پایسج ← با مقایسه رابطه ریدبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ و رابطه بور

$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ مشخص می‌شود که $R = \frac{E_R}{hc}$ است. **گزینه ۲**

A ۱ ۱۹۰۹

۱ بنا بر الگوی اتمی بور برای اتم هیدروژن شعاع مدار الکترون برابر است با:

$$r_n = a \cdot n^2 \quad \xrightarrow[r_1=a]{r_n=16r_1} \quad a \cdot n^2 = 16a \Rightarrow n=4$$

۲ طول موج گسیل شده از پرش الکترون از هر تراز به تراز پایه $n=1$ مربوط به سری لیمان است.

B ۲ ۱۹۱۰

نکته ← برای آنکه الکترون فوتونی گسیل (تابش) کند باید الکترون از تراز بالا به پایین‌تر بجهد.

نکته ← بلندترین طول موج گسیلی یا به عبارت دیگری کم‌انرژی‌ترین فوتون گسیلی در هر رشته وقتی است که الکترون از تراز n به تراز $n-1$ برود.

کم‌انرژی‌ترین فوتون در رشته براکت هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز $n=5$ به تراز $n=4$ پرش کند. بنا بر الگوی اتمی بور انرژی الکترون در تراز n برابر

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2}$$

تراز را به صورت یک فوتون گسیل می‌کند. از این‌رو انرژی فوتون گسیلی خواهد شد:

$$E_5 - E_4 = -\frac{E_R}{25} - \left(-\frac{E_R}{16} \right) = \frac{(25-16)}{400} E_R = \frac{9}{400} E_R$$

B ۴ ۱۹۱۱

هرگاه الکترون از حالت مانا با انرژی بالاتر به حالت مانای دیگر با انرژی پایین‌تر برود اختلاف انرژی دو تراز را به صورت یک فوتون موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند و هر چه فاصله دو تراز بیشتر باشد، انرژی فوتون گسیلی بیشتر است. بنابراین وقتی الکترون در تراز $n=4$ قرار دارد پراثرترین فوتون را وقتی گسیل می‌کند که به تراز $n=1$ برود.

انرژی الکترون در تراز $n=4$ و $n=1$ را به دست آورده از هم کم می‌کنیم تا پراثرترین فوتون گسیلی را بیابیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \begin{cases} \xrightarrow{n=4} E_4 = -\frac{E_R}{16} \\ \xrightarrow{n=1} E_1 = -\frac{E_R}{1} \end{cases}$$

$$E_{\text{فوتون}} = E_4 - E_1 = -\frac{E_R}{16} - (-E_R) \Rightarrow E_{\text{فوتون}} = \frac{15}{16} E_R$$

B ۴ ۱۹۱۲

نکته ← اگر الکترون از تراز n به تراز n' برود تغییر انرژی آن برابر مجموع تغییر انرژی‌ها در گذار از تراز n به n' و از n' به n'' است.

$$\Delta E_{n \rightarrow n''} = E_n - E_{n''} = E_n - E_{n'} + E_{n'} - E_{n''} \Rightarrow$$

$$\Delta E_{n \rightarrow n''} = \Delta E_{n \rightarrow n'} + \Delta E_{n' \rightarrow n''}$$

هر کدام از تساوی‌های داده شده در صورت مسئله باید در نکته بالا صدق کند.

(الف) و (ب): $\Delta E_{5 \rightarrow 3} = \Delta E_{5 \rightarrow 4} + \Delta E_{4 \rightarrow 3}$

تساوی (الف) نادرست و (ب) درست هستند.

(پ): $\Delta E_{4 \rightarrow 2} = \Delta E_{4 \rightarrow 3} + \Delta E_{3 \rightarrow 2}$

تساوی (پ) درست است.

(ت): $\Delta E_{4 \rightarrow 1} = \Delta E_{4 \rightarrow 2} + \Delta E_{2 \rightarrow 1} \Rightarrow \Delta E_{4 \rightarrow 2} = \Delta E_{4 \rightarrow 1} - \Delta E_{2 \rightarrow 1}$

و تساوی (ت) نیز درست است.

۳ ۱۹۱۹ B

کم انرژی‌ترین فوتون جذبی برای گذار از $n=5$ به $n=6$ صورت می‌گیرد و انرژی فوتون برابر اختلاف انرژی الکترون در بین دو تراز است. از این رو خواهیم داشت:

$$E_U - E_L = hf \rightarrow \frac{E_n = -\frac{E_R}{n^2}}{6^2} - \frac{-E_R}{5^2} = hf$$

$$\xrightarrow{h=4 \times 10^{-15} \text{ eVs}} \frac{-25E_R + 36E_R}{25 \times 36} = 4 \times 10^{-15} f$$

$$\Rightarrow \frac{+11E_R}{25 \times 36} = 4 \times 10^{-15} f \Rightarrow f = \frac{11 \times 13 / 6}{25 \times 36 \times 4 \times 10^{-15}} \Rightarrow f = \frac{11 \times 13 / 6}{36 \times 10^{-13}}$$

$$\Rightarrow f = 4 / 15 \times 10^{13} \text{ Hz} \Rightarrow f = 4 / 5 \text{ THz}$$

۲ ۱۹۲۰ B

یادآوری: بنا به مدل اتمی بور هرگاه الکترون از یک حالت مانا با انرژی بالاتر E_U به حالت مانای دیگری با انرژی پایین‌تر E_L برود اختلاف انرژی دو تراز را به صورت $E = E_U - E_L$ یک فوتون الکترومغناطیسی گسیل می‌کند. چون الکترون انرژی گسیل کرده بنابراین الکترون از تراز $n=4$ به تراز پایین‌تر آمده است.

$$E = E_U - E_L \xrightarrow{\frac{E = -\frac{E_R}{n^2}, E_n = -\frac{E_R}{n^2}}{n=4}} \frac{3}{16} E_R = \frac{-E_R}{16} - E_L$$

$$\Rightarrow E_L = \frac{-E_R}{16} - \frac{3E_R}{16} \Rightarrow E_L = \frac{-4E_R}{16} \Rightarrow E_L = \frac{-E_R}{4}$$

۲ ۱۹۲۱ A

با توجه به الگوی اتمی بور: $E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -\frac{1}{16} E_R = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n=4$
با توجه به رابطه ریذبرگ برای اتم هیدروژن:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{1600} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{16} \Rightarrow n'=1$$

۱ ۱۹۲۲ B

خط فکری: الکترون از مدار n به مدار n' رفته و فوتونی با طول موج $112/5 \text{ nm}$ گسیل می‌کند. در حل این مسائل وقتی که از رابطه ریذبرگ استفاده می‌کنید معمولاً در نهایت باید n و n' را از روی گزینه‌ها حدس بزنید. به حل مسئله دقت کنید. با توجه به رابطه ریذبرگ n و n' را مشخص می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{112/5} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{100}{112/5} = \frac{1}{9}$$

اگر از خود بپرسیم $\frac{1}{9}$ را چگونه بنویسیم که به جواب برسیم $\frac{1}{9}$ تفاضل $1 - \frac{1}{9}$ است

$$\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \begin{cases} n'=1 \\ n=3 \end{cases}$$
 بنابراین:

۳ ۱۹۲۳ B

خط فکری: سریع‌ترین راه‌حل این مسئله، یافتن طول موج فوتون گسیلی است و دانستن اینکه در سری‌های اتم هیدروژن اگر طول موج از 400 nm کمتر بوده یعنی پرتو گسیلی فرابنفش است و $n'=1$ و یا ممکن است $n'=2$ باشد و اگر طول موج گسیلی بین 400 nm تا 700 nm باشد یعنی پرتو گسیلی مرئی بوده و قطعاً $n'=2$ است و اگر $700 \text{ nm} < \lambda$ پرتو در ناحیه فرورسرخ است که $n'=3$ یا 4 خواهد بود و در این حالت مسئله را کامل باید حل کرد. ابتدا طول موج پرتو گسیل شده را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{562/5 \times 10^{12}} \approx \frac{3}{600} \times 10^{-4} = \frac{1}{200} \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-3} \times 10^{-4} = 500 \text{ nm}$$

λ در محدوده نور مرئی به دست آمده است که تنها در سری بالمر یعنی $n'=2$ صدق می‌کند که تنها در گزینه (۳)، $n'=2$ بیان شده است. بنابراین گزینه (۳) درست است.

۳ بنابراین الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n=6$ می‌رود و نسبت شعاع مدار الکترون $\frac{r_6}{r_3}$ خواهد شد.

$$r_n = a \cdot n^2 \Rightarrow \frac{r_6}{r_3} = \frac{a \times 6^2}{a \times 3^2} \Rightarrow \frac{r_6}{r_3} = \frac{36}{9} = 4$$

۱ ۱۹۱۷ B

خط فکری: بلندترین طول موج وقتی گسیل می‌شود که الکترون از تراز n به نزدیک‌ترین تراز یعنی $n'=n-1$ برود. بنابراین شما باید انرژی الکترون را در تراز $n=3$ و $n=4$ به دست بیاورید و از هم کم کنید. اما کوتاه‌ترین طول موج جذبی وقتی رخ می‌دهد که الکترون از تراز n به بالاترین تراز ممکن یعنی $n=\infty$ برود. در این صورت انرژی فوتون جذب شده بیشترین مقدار ممکن است.

۱ انرژی فوتون مربوط به بلندترین طول موج خواهد شد.

$$E_{\min} = E_U - E_L \xrightarrow{\frac{E_n = -\frac{E_R}{n^2}}{n_U = \infty, n_L = 3}} E_{\min} = \frac{-E_R}{4^2} - \frac{-E_R}{3^2}$$

$$\Rightarrow E_{\min} = \frac{7E_R}{144}$$

۲ انرژی فوتون مربوط به کوتاه‌ترین طول موج جذبی را حساب می‌کنیم:

$$E_{\max} = E_U - E_L \xrightarrow{n_U = \infty, n_L = 4} E_{\max} = \frac{-E_R}{(\infty)^2} - \frac{-E_R}{4^2}$$

$$\Rightarrow E_{\max} = \frac{E_R}{16}$$

$$\frac{E_{\min}}{E_{\max}} = \frac{\frac{7E_R}{144}}{\frac{E_R}{16}} = \frac{7}{9}$$

۳ نسبت انرژی دو فوتون برابر است با:

۲ ۱۹۱۸ B

نکته: کمترین انرژی هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز n به تراز $n-1$ برود و بیشترین انرژی هنگامی گسیل می‌شود که الکترون از تراز n به تراز ۱ برود.

نکته: انرژی فوتون در هر تراز $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ است و انرژی فوتون گسیل شده

در انتقال از تراز n به n' برابر است با: $hf = E_n - E_{n'}$
کمترین انرژی فوتون گسیل شده در گذار الکترون از $n=5$ به $n'=4$ است.

$$E_n - E_{n'} = hf \xrightarrow{\frac{E_n = -\frac{E_R}{n^2}}{5^2} - \left(-\frac{E_R}{4^2} \right) = hf}$$

$$\Rightarrow \frac{-13/6 + 13/6}{25} = 4 \times 10^{-15} f \Rightarrow \frac{(25-16) \times 13/6}{25 \times 16} = 4 \times 10^{-15} f$$

$$f = \frac{9 \times 13 / 4 \times 10^{-15}}{25 \times 16} = 0.765 \times 10^{-15} \Rightarrow f = 76 / 5 \text{ THz}$$

بازی با سؤال:

الکترون اتم هیدروژنی در تراز $n=5$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، بسامد پرتوهای فوتونی که می‌تواند گسیل کند، چند تراهرتز است؟ ($h=4 \times 10^{-15} \text{ eVs}$)

- (۱) ۳۲۶۴ (۲) ۲۷۳۲ (۳) ۴۵۶۷ (۴) ۵۲۷۳

پاسخ: پرتوهای فوتون در گذار الکترون از تراز $n=5$ به تراز $n'=1$ گسیل می‌شود، بنابراین:

$$E_n - E_{n'} = hf \Rightarrow \frac{-E_R}{n^2} - \frac{-E_R}{n'^2} = hf$$

$$\frac{-13/6 - (-13/6)}{5^2} = 4 \times 10^{-15} f \Rightarrow 13/6 - \frac{13/6}{25} = 4 \times 10^{-15} f$$

$$\Rightarrow \frac{24}{25} \times 13/6 = 4 \times 10^{-15} f \Rightarrow f = 3/264 \times 10^{12} \times 10^3 \text{ Hz}$$

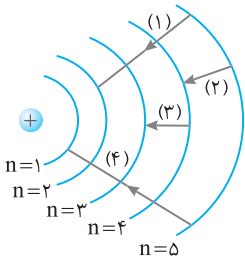
$$\Rightarrow f = 3264 \text{ THz}$$

۱ گزینه

۱ در مرحله اول گذار از $n=4$ به $n'=3$ صورت گرفته است و انرژی فوتون گسیلی خواهد شد.

$$E = E_U - E_L \xrightarrow{E_n = \frac{-E_R}{n^2}} E = \frac{-E_R}{4^2} - \left(\frac{-E_R}{3^2} \right) \Rightarrow E = \frac{7E_R}{144}$$

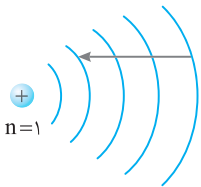
۲ گذار مرحله دوم از $n=3$ به $n'=2$ بوده که در این گذار نور قرمز گسیل می‌شود.



در گذارهایی که به تراز $n'=2$ ختم می‌شود طول موج در ناحیه فرابنفش و یا نور مرئی است و گزاره (الف) نادرست است. هرگاه الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=1$ برود طول موج‌های گسیلی در ناحیه فرابنفش است. گذار ۴ از تراز $n=5$ به تراز $n'=1$ صورت گرفته بنابراین طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش است و گزاره (ب) درست است.

در ترازهای انرژی اتم هیدروژن بنا به مدل اتمی بور، در ترازهای بالاتر، اختلاف انرژی ترازها کاهش می‌یابد. بنابراین در گذار (۲) که از $n=5$ به $n'=4$ صورت می‌گیرد، انرژی فوتون گسیلی از بقیه گذارها کمتر بوده در نتیجه کمترین بسامد مربوط به گذار (۲) است و گزاره (پ) درست است.

گذار (۱) از $n=5$ به $n=2$ بوده و گذار (۳) از $n=4$ به $n=3$ است. اختلاف انرژی ترازها در گذار (۱) از اختلاف انرژی ترازها در گذار ۳ بیشتر است. بنابراین انرژی فوتون گسیلی در این گذار بیشتر و طول موج کوتاه‌تر است ($E = h \frac{c}{\lambda}$) و گزاره (ت) درست است.

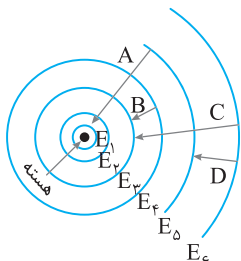


۱ بازی با سؤال در شکل روبه‌رو مدارهای یک اتم هیدروژن بنا بر الگوی اتمی بور رسم شده است. کدام گزینه در مورد آن درست است؟
(۱) اتم طول موج مرئی رشته لیمان را گسیل کرده است.
(۲) اتم طول موج فرابنفش رشته بالمر را گسیل کرده است.
(۳) اتم طول موج مرئی رشته بالمر را گسیل کرده است.
(۴) اتم طول موج فروسرخ رشته پفوند را گسیل کرده است.

۱ با توجه به شکل، مبدأ الکترون تراز $n=5$ و مقصد آن تراز $n=2$ بوده پس الکترون طول موج مرئی رشته بالمر را گسیل می‌کند. **گزینه ۳**

۴ ۱۹۲۷ B

اختلاف انرژی دو تراز ۵ و ۶ از بقیه گذارها کمتر بوده و انرژی فوتون گسیلی در این گذار کمترین مقدار و طول موج گسیلی شده نسبت به سه گذار دیگر بلندترین طول موج است.



راه‌حل کلی و طولانی: وارون طول موج را حساب می‌کنیم.

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{562/5 \times 10^{12}} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{562/5 \times 10^4}{3} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 187/5 \times 10^4 \text{ (m)}^{-1}$$

رابطه ریذبرگ را می‌نویسیم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow 187/5 \times 10^4 = \frac{1}{100 \times 10^{-9}} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

برای تبدیل به متر

$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = 187/5 \times 10^{-3} \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = 0.1875 = \frac{1875}{10000}$$

$$\xrightarrow{\text{صورت و مخرج را بر ۲۵ تقسیم می‌کنیم}} \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{75}{400} = \frac{3}{16} \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{4}{16} - \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{3}{16} \Rightarrow \begin{cases} n'^2 = 4 \Rightarrow n' = 2 \\ n^2 = 16 \Rightarrow n = 4 \end{cases}$$

۴ ۱۹۲۴ B

خط فکری

چون در پراتنر انرژی ریذبرگ داده شده است، پس باید مسئله را با استفاده از رابطه $E_U - E_L = hf$ حل کرد. همچنین باید دو رابطه زیر از مدل اتمی بور را به خاطر داشته باشیم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \quad r = n^2 a_0$$

شماره مدار ۱ شعاع مدار ۱
شماره تراز یک ریذبرگ

۱ ابتدا با توجه به رابطه $E_U - E_L = hf$ حل سؤال را آغاز می‌کنیم و شماره مدار r' و r را به دست می‌آوریم.

$$E_U - E_L = hf \xrightarrow{E_U = \frac{-E_R}{n_U^2}, E_L = \frac{-E_R}{n_L^2}} \frac{-13/6}{n_U^2} - \frac{-13/6}{n_L^2} = 2/55$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{n_U^2} - \left(-\frac{1}{n_L^2} \right) = \frac{2/55}{13/6} \Rightarrow \frac{-1}{n_U^2} + \frac{1}{n_L^2} = \frac{3}{16} \Rightarrow n_U = 4, n_L = 2$$

بنابراین شماره مدار ۴، r و شماره مدار ۲، r' است.

در این سؤال هم با توجه به معادله n_U و n_L را حدس زدیم.

۲ شعاع هر مدار را بر حسب شعاع بور (a_0) حساب کرده و آن‌ها را از هم کم می‌کنیم.

$$r_L = n_L^2 a_0 \xrightarrow{r_L = r'} \rightarrow r' = 4a_0 \quad (-) \rightarrow \Delta r = 12a_0 \Rightarrow \frac{\Delta r}{a_0} = 12$$

$$r_U = n_U^2 a_0 \xrightarrow{r_U = r} \rightarrow r = 16a_0$$

۱ بازی با سؤال در اتم هیدروژن اختلاف شعاع مدارهای m و n برابر ۲۴ برابر شعاع بور (a_0) است. m و n به ترتیب کدام گزینه می‌توانند باشند؟
($m > n$)
۱ و ۵ (۱) ۳ و ۵ (۲) ۳ و ۴ (۳) ۲ و ۴ (۴)

۱ با توجه به مدل اتمی بور شعاع مدار الکترون کوانتیده و گسسته بوده و از رابطه $r_n = a_0 n^2$ به دست می‌آید. بنا به فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$r_m - r_n = 24a_0 \Rightarrow a_0 m^2 - a_0 n^2 = 24a_0$$

$$m^2 - n^2 = 24 \Rightarrow m^2 - n^2 = 25 - 1 \Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = 1 \end{cases}$$

گزینه ۱

۳ ۱۹۲۵ C

خط فکری

سؤال براساس کتاب درسی فیزیک طراحی شده در کتاب فیزیک هرگاه الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=2$ برود طول موج گسیلی آبی رنگ است (در شیمی این طول موج سبز نامیده شده است). در حالت دوم، الکترون در مرحله اول از تراز $n=4$ باید به تراز $n'=3$ برود زیرا هرگاه $n'=3$ باشد، فوتون گسیلی فروسرخ است و سپس از $n=3$ به تراز $n=2$ گذار کند.

۳ ۱۹۳۱ A

۱ با توجه به الگوی انمی بور انرژی دو تراز $n_1=1$ و $n_2=4$ را به دست می آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = -E_R \\ E_4 = -\frac{E_R}{16} \end{cases} \Rightarrow E_4 - E_1 = -\frac{E_R}{16} - (-E_R)$$

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{15}{16} E_R \Rightarrow \frac{\Delta E}{E_R} = \frac{15}{16} \approx 94\%$$

۲ الکترون با دریافت انرژی از تراز $n_1=1$ به تراز $n_2=4$ می رود و انرژی آن افزایش می یابد.

۳ ۱۹۳۲ B

خط فکری نکته مهم در حل این مسئله این است که وقتی شما انرژی الکترون را در تراز $n=2$ به دست می آورید، یک عدد منفی به دست می آید و وقتی 84% آن را حساب می کنید باید افزایش انرژی را مثبت در نظر بگیرید که به انرژی الکترون افزوده می شود.

۱ انرژی الکترون در تراز $n=2$ برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_2 = -\frac{E_R}{4}$$

۲ به این مقدار 84% انرژی افزوده شده است.

$$E_{n'} = -\frac{E_R}{4} + 84\% \times \frac{E_R}{4} = -\frac{16}{100} \frac{E_R}{4} = -\frac{E_R}{25} \Rightarrow n' = 5$$

بازی با سوال در اتم هیدروژن الکترون از تراز n به تراز $n'=5$ رفته و

انرژی آن 96% ریدبرگ افزایش یافته است. n کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ انرژی الکترون در تراز $n'=5$ برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_5 = -\frac{E_R}{25}$$

انرژی الکترون از n به $n'=5$ به اندازه $96\% E_R$ افزایش یافته است از این رو:

$$E_5 - E_n = 96\% E_R \Rightarrow -\frac{E_R}{25} - \left(-\frac{E_R}{n^2}\right) = \frac{96}{100} E_R$$

$$\Rightarrow \frac{E_R}{n^2} = \frac{96}{100} E_R + \frac{E_R}{25} \Rightarrow \frac{E_R}{n^2} = E_R \Rightarrow n=1$$

گزینه ۱

۳ ۱۹۳۳ B

شماره تراز که در آن انرژی الکترون -0.85eV و $-3/4\text{eV}$ است را مشخص می کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \begin{cases} \frac{E_{n_1} = -0.85\text{eV}}{-0.85 = \frac{-13/6}{n_1^2} \Rightarrow n_1^2 = 16 \Rightarrow n_1 = 4} \\ \frac{E_{n_2} = -3/4\text{eV}}{-3/4 = \frac{-13/6}{n_2^2} \Rightarrow n_2^2 = 4 \Rightarrow n_2 = 2} \end{cases}$$

شعاع مدار الکترون در این ترازها را به دست می آوریم.

$$r_n = n^2 a_0 \begin{cases} n_1 = 4 \rightarrow r_1 = 16a_0 \\ n_2 = 2 \rightarrow r_2 = 4a_0 \end{cases}$$

درصد تغییرات شعاع مدار چرخش الکترون خواهد شد.

$$\text{درصد تغییرات شعاع} = \frac{\Delta r}{r_1} \times 100 = \frac{4a_0 - 16a_0}{16a_0} \times 100 = \frac{-12a_0}{16a_0} \times 100 = -75\%$$

بنابراین شعاع 75% درصد کاهش می یابد.

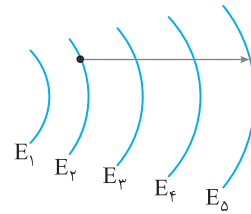
۲ ۱۹۲۸ B

با توجه به شکل مسئله الکترون با جذب انرژی یک فوتون از تراز E_p به تراز E_d رفته است. انرژی الکترون در این دو تراز را به دست می آوریم و از هم کم می کنیم و انرژی فوتون جذب شده را به دست می آوریم. سپس طول موج آن را حساب می کنیم.

$$E_n - E_{n'} = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_n - E_{n'}}{h} = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_n - E_{n'}}{h} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{E_n - E_{n'}}{hc} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{13/6}{1240} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{13/6}{1240} \left(\frac{25-4}{100} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{13/6}{1240} \times \frac{21}{100} \Rightarrow \lambda = \frac{1240 \times 100}{13/6 \times 21} \Rightarrow \lambda \approx 434\text{nm}$$



۲ ۱۹۲۹ B

راه حل اول: در طیف اتمی هیدروژن، چهار طول موج در ناحیه نور مرئی وجود دارد. قرمز با طول موج 656nm ، آبی با طول موج 486nm ، نیلی با طول موج 434nm و بنفش با طول موج 410nm که همگی مربوط به سری طول موج های رشته بالمر بوده یعنی الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=2$ می رود. طول موج 66nm از بقیه طول موج های بالمر بلندتر بوده و انرژی فوتون آن از بقیه کمتر می باشد. به همین دلیل الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ می رود.

- 0eV
- $-1/51\text{eV}$
- $-3/39\text{eV}$
- $-13/6\text{eV}$

راه حل دوم: ابتدا انرژی فوتون گسیلی را به دست آورده سپس با اختلاف انرژی ترازها مقایسه می کنیم.

$$E = h \frac{c}{\lambda} = \frac{4/136 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{66 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 1/88\text{eV}$$

که این انرژی با اختلاف انرژی تراز $n=3$ و $n'=2$ یکسان است:

$$E_p - E_{n'} = -1/51 - (-3/39) \Rightarrow E_p - E_{n'} = 1/88\text{eV}$$

۱ ۱۹۳۰ B

پادآوری در گذار الکترون از تراز بالاتر به تراز پایین تر، الکترون فوتونی گسیل می کند که انرژی این فوتون برابر اختلاف انرژی دو تراز است.

- $0/85\text{eV}$ n_4
- $-1/5\text{eV}$ n_3
- $-3/4\text{eV}$ n_2
- $-13/6\text{eV}$ n_1

۱ انرژی فوتون گسیلی را حساب می کنیم.

$$E = hf \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 4/75 \times 10^{14} \Rightarrow E = 1/9\text{eV}$$

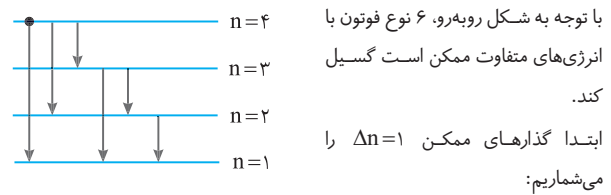
۲ به اعداد روی ترازها دقت کنید. اختلاف پتانسیل تراز n_3 و تراز n_2 برابر است

$$E_p - E_{n'} = -1/5 - (-3/4) \Rightarrow 1/9\text{eV}$$

با:

در نتیجه گذار الکترون از تراز n_3 به تراز n_2 بوده است.

B ۱۹۳۴ ۳



سه نوع فوتون $4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ سپس گذارهای ممکن $\Delta n=2$ را می‌شماریم: $4 \rightarrow 2$ ، $3 \rightarrow 1$ سرانجام گذارهای ممکن $\Delta n=3$ را می‌شماریم: $4 \rightarrow 1$ یک نوع فوتون

میانبر هرگاه در اتم هیدروژن الکترون در تراز n باشد با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، برای یافتن تعداد فوتون‌ها با انرژی‌های مختلف گسیل شده کافی است تمام اعداد طبیعی قبل از n را با هم جمع کنیم یعنی در این مسئله کافی است اعداد کوچک‌تر از ۴ را با هم جمع کنیم: $3+2+1=6$

بازی با سوال تعدادی از ترازهای اتم هیدروژن در شکل زیر نشان داده شده است: الکترون اتم هیدروژن در تراز قرار دارد که انرژی آن -0.54eV است. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن برای رفتن به تراز پایه، این الکترون چند نوع فوتون می‌تواند گسیل کند؟

- -0.54eV
- -0.85eV
- -1.51eV
- -3.39eV

$n=1$ -13.6eV

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۱۰

پایسج تراز ی که در آن انرژی الکترون (انرژی یونش) -0.54eV است، تراز پنجم ($n=5$) است که تعداد گذارهای ممکن در آن ۱۰ گذار است.

$5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ ، $5 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ ، $5 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ ، $5 \rightarrow 1$

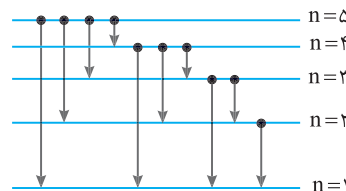
فوتون $N=4+3+2+1=10$

مزینه ۴

B ۱۹۳۵ ۲

با توجه به رابطه ریذبرگ $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$ ، تراز مبدأ الکترون $n=5$ بوده که از این تراز به ترازهای پایین‌تر پرش می‌کند.

راه حل اول: با توجه به پرش‌های شکل زیر ۱۰ نوع فوتون مختلف می‌تواند گسیل شود.



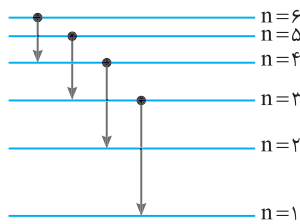
۴ نوع فوتون با $\Delta n=1$ $5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$
 ۳ نوع فوتون با $\Delta n=2$ $5 \rightarrow 3$ ، $4 \rightarrow 2$ ، $3 \rightarrow 1$
 ۲ نوع فوتون با $\Delta n=3$ $5 \rightarrow 2$ ، $4 \rightarrow 1$
 ۱ نوع فوتون با $\Delta n=4$ $5 \rightarrow 1$

راه حل دوم: کافی است اعداد کوچک‌تر از ۵ را با هم جمع کنیم:

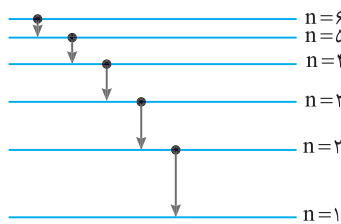
$N=4+3+2+1=10$

B ۱۹۳۶ ۴

در صورت مسئله تنها گذارهای $\Delta n \leq 2$ مجاز شمرده شده است یعنی $\Delta n=1$ یا $\Delta n=2$ باشد. در شکل‌های زیر گذارها رسم شده است کافی است آن‌ها را بشماریم.



گذارها با $\Delta n=2$: ۴ فوتون مختلف



گذارها با $\Delta n=1$: ۵ فوتون مختلف

بنابراین تعداد فوتون‌ها با انرژی مختلف برابر $5+4=9$ است.

C ۱۹۳۷ ۱

- ۱ در ششمین حالت برانگیخته، عدد کوانتومی $n=7$ است.
- ۲ فوتون در محدوده فرسرخ هنگامی گسیل می‌شود که الکترون به تراز $n=3$ و $n=4$ و $n=5$ و $n=6$

جهش کند. بنابراین تمام گذارهایی که از $n=7$ به این ترازها ختم می‌شوند را حساب می‌کنیم.

چهار فوتون $n=7 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 3$

سه فوتون $n=7 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ ، $n=6 \rightarrow 3 \rightarrow 4$

دو فوتون $n=7 \rightarrow 1 \rightarrow 4$ و $n=6 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

یک فوتون $n=7 \rightarrow 1 \rightarrow 3$

جمعاً ۱۰ فوتون فرسرخ متفاوت گسیل می‌کند.

برای گسیل طول موج‌های محدوده فرابنفش الکترون باید از تراز $n=7$ به تراز $n=2$

در رشته بالمر برود همچنین از ترازهای بالاتر به تراز $n=1$ (لیمان) جهش کند.

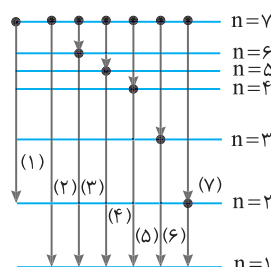
و $7 \rightarrow 1$ و $7 \rightarrow 2$

و $6 \rightarrow 1$ و $6 \rightarrow 2$ و $5 \rightarrow 1$

و $4 \rightarrow 1$ و $4 \rightarrow 2$ و $3 \rightarrow 1$

و $2 \rightarrow 1$

و جمعاً هفت فوتون در ناحیه فرابنفش.



۳ ۱۹۴۲ B

انرژی یونش کمترین انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از حالت پایه است و اندازه آن برابر اندازه انرژی الکترون در تراز پایه است.

۱ بنا به فرض مسئله انرژی الکترون در تراز پایه $E_1 = -13/5 \text{ eV}$ است.

۲ ابتدا انرژی فوتون‌های نور را که توسط الکترون اتم‌های هیدروژن جذب می‌شود به دست می‌آوریم.

$$E = hf \xrightarrow{f=3 \times 10^{15} \text{ Hz}} E = 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^{15} \Rightarrow E = 12 \text{ eV}$$

۳ الکترون این انرژی را دریافت می‌کند و به تراز بالاتر می‌رود. انرژی الکترون در این تراز جدید خواهد شد:

$$E_n = -13/5 + 12 = -1/5 \text{ eV}$$

۴ اکنون باید مشخص کنیم که الکترون به کدام تراز جهش کرده است.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{E_R}{n^2} \rightarrow E_1 = -13/5 \text{ eV} \\ E_n = -1/5 \text{ eV} \end{cases} \Rightarrow \frac{13/5}{1/5} = \frac{1}{n^2} \Rightarrow 9 = n^2 \Rightarrow n = 3$$

۵ در این صورت الکترون به تراز $n = 3$ می‌رود و در بازگشت ۳ نوع فوتون مختلف می‌تواند گسیل کند.

۲ ۱۹۴۳ A

نور گسیل شده از یک قطعه تنگستن گداخته دارای طیف پیوسته است و وقتی این نور از گاز نئون می‌گذرد و در طیف‌نما تشکیل می‌شود، رنگین‌کمانی با یک سری خطوط تاریک دیده می‌شود که این خطوط تاریک، طول موج‌هایی هستند که توسط گاز نئون جذب شده‌اند. به این طیف، طیف جذبی خطی عنصر (گاز نئون) می‌گویند.

۳ ۱۹۴۴ A

در شکل (الف)، تابش حاصل از برانگیختگی گاز کم‌فشار هیدروژن اتمی توسط منشور طیف‌نمایی شده که این طیف گسلی خطی است.

برای یک جسم جامد، نظیر رشته داغ یک لامپ روشن امواج الکترومغناطیسی گسلی شامل گستره پیوسته‌ای از طول موج‌هاست که به آن طیف پیوسته گویند، بنابراین شکل (ب) مربوط به طیف پیوسته گسلی جامدات است.

در شکل (پ)، نور حاصل از تنگستن از بین گازهای هیدروژن عبور کرده و برخی از خطها توسط این گاز جذب می‌شوند و طیف آن جذبی خطی است.

۴ ۱۹۴۵ A

هرگاه جسم جامدی ملتهب شود و از خود نور گسیل کند، چنانچه نور آن را به یک منشور بتابانیم، یک رنگین‌کمان خواهیم دید که تمام طول موج بدون فاصله در کنار هم قرار دارند که به آن طیف نشری (گسلی) پیوسته گویند. اگر این آزمایش را برای هر جسم جامد مانند آهن با رنگ تیره، طلا با رنگ زرد، شیشه بدون رنگ و ... تکرار کنیم، نتیجه یکسان است، بنابراین با استفاده از طیف نشری (گسلی) پیوسته نمی‌توان به نوع عنصر پی برد. اما هرگاه بخار عنصر و یا عنصر در حالت گازی را تحریک کنیم (آن را گرم کنیم، یا از آن جریان الکتریکی بگذرانیم و یا آن را به ولتاژ بالا متصل کنیم) از خود موج‌های الکترومغناطیسی و نور گسیل می‌کند، اگر این نور را به یک منشور بتابانیم برخلاف جسم جامد، در طیف بخار عنصر، خط‌های روشن و گسسته دیده می‌شود که آن را طیف گسلی (نشری) خطی عنصر گویند. که برای هر عنصر منحصر به فرد بوده و در شناسایی عنصر کاربرد دارد. از طرفی اگر به یک بخار عنصر یا گاز نور سفید بتابانیم و نور عبوری از بخار عنصر را به یک طیف‌نما بتابانیم، رنگین‌کمان نور سفید دیده می‌شود که در آن چند خط تاریک وجود دارد که این خط‌های تاریک، طول موج‌هایی هستند که توسط عنصر جذب شده است. به طیف نور سفید یا خط‌های تاریک، طیف جذبی خطی عنصر گویند که برای هر عنصر منحصر به فرد است، این طیف نیز در شناسایی عنصر کاربرد دارد.

۳ ۱۹۳۸ B

بدون حل می‌توان متوجه شد که برای آن که الکترون از تراز $n = 1$ (سری لیمان) کاملاً جدا شود (حتی اگر بخواهد به تراز $n = 2$ برود) طول موج مورد نیاز در ناحیه فرابنفش است. اما مسأله را حل می‌کنیم. انرژی الکترون در تراز پایه برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{n=1} E_1 = -13/6 \text{ eV}$$

انرژی فوتون باید برابر $13/6 \text{ eV}$ باشد تا الکترون با دریافت آن کاملاً از اتم جدا شود. از این‌رو:

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 13/6 = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda} \Rightarrow \lambda \approx 88 \times 10^{-9} \text{ m} \Rightarrow \lambda \approx 88 \text{ nm}$$

طول موج $\lambda = 88 \text{ nm} < 400 \text{ nm}$ بنابراین طول موج در ناحیه فرابنفش است.

۱ ۱۹۳۹ A

۱ یادآوری انرژی الکترون هنگامی که از اتم جدا شود برابر صفر است. با توجه به اینکه انرژی لازم برای جابه‌جایی الکترون‌ها از رابطه $E_U - E_L$ به دست می‌آید و در حالتی که الکترون جدا شده $E_U = 0$ است پس انرژی لازم برای جدا کردن الکترون برابر انرژی الکترون در آن تراز است.

انرژی الکترون در مدار $n = 2$ را حساب می‌کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{n=2} E_2 = -\frac{13/6}{2^2} \Rightarrow E_2 = -3/4 \text{ eV}$$

بنابراین اگر به الکترون در تراز $n = 2$ ، انرژی داده شود الکترون از اتم جدا می‌شود.

۴ ۱۹۴۰ B

الکترون در حالت پایه در مدار اول ($n = 1$) قرار داشته و در حالت یونیزه (خارج شدن الکترون از مدارهای اطراف هسته) n را برابر بی‌نهایت قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{R_H = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}, n=1, n'=\infty} \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{10^8} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \lambda = 100 \text{ nm}$$

۳ ۱۹۴۱ B

خط فکری انرژی یونش را برحسب الکترون‌ولت می‌نویسیم. انرژی فوتون گسلی برابر اختلاف انرژی الکترون در مدار n و n' است. اختلاف انرژی این دو تراز $16/32 \times 10^{-19} \text{ J}$ را برحسب الکترون‌ولت حساب می‌کنیم. سپس به کمک رابطه

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2}$$

برساند وجود ندارد و شما در نهایت باید n و n' را حدس بزنید و یا گزینه‌ها را امتحان کنید.

۱ انرژی یونش در حالت پایه $21/76 \times 10^{-19} \text{ J}$ است یعنی انرژی الکترون در تراز پایه برابر $21/76 \times 10^{-19}$ بوده که آن را برحسب الکترون‌ولت به دست می‌آوریم.

$$E_1 = \frac{-21/76 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow E_1 = -13/6 \text{ eV}$$

۲ اختلاف انرژی ترازهای n و n' را برحسب یکای eV می‌نویسیم.

$$|E_{n'} - E_n| = \frac{16/32 \times 10^{-19} \text{ J}}{1/6 \times 10^{-19}} = 10/2 \text{ eV} \Rightarrow |E_{n'} - E_n| = 10/2 \text{ eV}$$

۳ الکترون انرژی از دست می‌دهد بنابراین $E_{n'} - E_n = -10/2 \text{ eV}$ است.

$$E_{n'} - E_n = -10/2 \text{ eV} \xrightarrow{E_n = -13/6} \frac{-13/6}{n'^2} - \left(\frac{-13/6}{n^2} \right) = -10/2$$

$$\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{10/2}{13/6} \xrightarrow{\text{صورت و مخرج را به عدد ۳/۴ تقسیم می‌کنیم}} \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{3}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

در نتیجه $n = 2$ و $n' = 1$ خواهد بود.

A ۱۹۴۶ ۳

در سال ۱۸۱۴ فرانتوفر برای اولین بار در طیف نور خورشید، خطوط تاریکی را مشاهده کرد. امروزه می‌دانیم طول موج‌هایی از نور خورشید هنگام عبور نور از جو خورشید و جو زمین توسط عناصر موجود در جو جذب می‌شوند که در طیف خورشید، این خط‌های تاریک جذبی را ایجاد می‌کنند و به کمک این خط‌های تاریک و مقایسه آن‌ها با طیف جذبی خطی عنصرهای شناخته شده، می‌توان به عنصرهای موجود در اتمسفر زمین و اتمسفر خورشید پی برد.

B ۱۹۴۷ ۲

مدل بور نه تنها در مورد اتم هیدروژن بلکه در مورد اتم‌های هیدروژن گونه مانند اتم لیتیم که دو الکترون خود را از دست داده و دارای یک الکترون است با تجربه سازگاری خوبی دارد و گزاره (الف) نادرست است. این مدل انرژی یونش، پایداری اتم و طیف گسیلی و جذبی گاز هیدروژن را با موفقیت توجیه می‌کند و گزاره (ب) و (ت) درست است. این مدل قادر به توجیه تفاوت شدت خط‌های طیف گسیلی و همچنین اتم‌های دارای چند الکترون نیست و گزاره (پ) نادرست است. بنابراین دو گزاره (ب) و (ت) درست هستند.

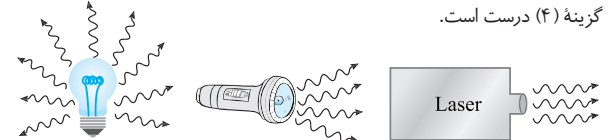
A ۱۹۴۸ ۳

در گسیل القایی یک فوتون ورودی، الکترون برانگیخته را تحریک (یا القا) می‌کند تا تراز انرژی خود را تغییر دهد و به تراز پایین‌تر برود. برای گسیل القایی، انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً با اختلاف انرژی‌های دو تراز یعنی $E_U - E_L$ یکسان باشد. گسیل القایی سه ویژگی عمده دارد. اول اینکه یک فوتون وارد و دو فوتون خارج می‌شود. به این ترتیب تعداد فوتون‌ها را افزایش می‌دهد و نور را تقویت می‌کند. بنابراین گزاره (الف) درست است. دوم اینکه فوتون گسیل شده، در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند و گزاره (ب) درست است.

سوم اینکه فوتون گسیل شده با فوتون ورودی همگام یا دارای همان فاز است و فوتون‌هایی که باریکه لیزر را ایجاد می‌کنند، هم‌بسامد، هم‌جهت و هم‌فاز هستند و گزاره (پ) نیز درست است.

A ۱۹۴۹ ۴

نور لیزر از جنس نور مرئی است. در نور مرئی لامپ فوتون‌ها به انرژی‌های متفاوت در تمام جهت‌ها گسیل می‌شوند اما در نور مرئی لیزر، نور از فوتون‌های کاملاً مشابه که در یک جهت حرکت می‌کنند تشکیل شده است. بنابراین گزینه (۴) درست است.



پاسخ سوال ۱-۱ فرق اساسی پرتوی لیزر با پرتوهای دیگر در این است که فوتون‌های پرتوی لیزر هستند.

- (۱) هم‌فاز و هم‌بسامد هستند. (۲) دارای طول موج بلندتر هستند.
(۳) دارای طول موج کوتاه‌تر هستند. (۴) قدرت نفوذ و سرعت بیشتری دارند.

پاسخ سوال ۱-۲ لیزر باریکه‌ای از فوتون‌های هم‌جهت، هم‌فاز و هم‌انرژی است.

B گزینه ۱

A ۱۹۵۰ ۳

به‌طور معمول و در دمای اتاق، بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند (شکل الف). در وضعیتی که وارونی جمعیت به‌وجود می‌آید بیشتر الکترون‌ها در تراز بالاتری موسوم به ترازهای شبه پایدار قرار دارند (شکل ب).

در این ترازها، الکترون‌ها مدت زمان بسیار طولانی‌تری (10^{-3} s) نسبت به حالت برانگیختگی معمولاً (10^{-8} s) باقی می‌ماند. این زمان طولانی‌تر، فرصت بیشتری برای افزایش وارونی جمعیت و در نتیجه تقویت نور لیزر فراهم می‌کند و گزینه (۳) درست است.

A ۱۹۵۱ ۲

در واقع اتم در حالت اول برانگیخته است که با گسیل خودبه‌خودی یک فوتون که انرژی‌اش با اختلاف انرژی دو تراز برابر است به حالت پایه می‌رود.

A ۱۹۵۲ ۲

هرگاه الکترون در تراز برانگیخته (E_U) قرار داشته باشد و بخواهیم آن را به کمک یک فوتون ورودی تحریک کنیم تا الکترون به تراز پایین‌تر (E_L) برود باید انرژی الکترون دقیقاً با اختلاف انرژی‌های دو تراز $E_U - E_L$ یکسان باشد.

الکترون در تراز $n=2$ قرار دارد و با فوتونی با انرژی $E_4 - E_2$ می‌توان الکترون را تحریک کرد تا با گسیل القایی به تراز پایه برود.

پاسخ سوال ۱-۲ الکترونی در تراز E_4 است. اگر یک فوتون که انرژی آن برابر $E_4 - E_2$ است به آن بتابانیم، الکترون ممکن است با به تراز E_2 برود.

- (۱) گسیل خودبه‌خودی (۲) جذب خودبه‌خودی
(۳) گسیل القایی (۴) جذب القایی

پاسخ سوال ۱-۳ هرگاه الکترون در تراز E_U قرار داشته باشد چنانچه فوتونی با انرژی $E_U - E_L$ به اتم بتابانیم، در اثر گسیل القایی الکترون به تراز E_L می‌رود. بنابراین الکترونی که در تراز E_4 قرار دارد می‌تواند توسط فوتونی که انرژی آن $E_4 - E_2$ است تحریک شده و با گسیل القایی به تراز E_2 برود.

B گزینه ۳

B ۱۹۵۳ ۲

شکل (الف) گسیل فوتون و یا گسیل خودبه‌خودی را نشان می‌دهد. شکل (ب) جذب فوتون توسط الکترون و گذار به تراز بالاتر را نشان می‌دهد. شکل (پ) وارونی جمعیت در عمل لیزر کردن را نشان می‌دهد. در شکل (ت) گسیل القایی که اساس کار لیزر است نشان داده شده است.

B ۱۹۵۴ ۱

خط فکری ۱-۱ انرژی نور خروجی لیزر را در مدت ۱s حساب می‌کنیم. انرژی هر فوتون را به دست می‌آوریم و تعداد فوتون‌های گسیل شده را در هر ثانیه به دست می‌آوریم. انرژی خروجی لیزر برابر است با:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt \xrightarrow{P=f \cdot \Delta W, t=1s} E = f \cdot \Delta J$$

تعداد فوتون‌ها را به دست می‌آوریم.

$$E = nh \frac{c}{\lambda} \quad \frac{\lambda = 660 \times 10^{-9} \text{ m}}{h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ Js}} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{660 \times 10^{-9} \text{ m}} = 4.5 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

$$n = \frac{E}{hf} = \frac{4.5 \times 10^{14} \times 10^{-9}}{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} \Rightarrow n = 2.2 \times 10^{20}$$

B ۱۹۵۵ ۴

۱- انرژی الکترون در تراز $n=3$ را به دست می‌آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = \frac{-E_R}{3^2} \Rightarrow E_3 = \frac{-E_R}{9}$$

۲- فرض می‌کنیم که الکترون بتواند این فوتون با انرژی $\frac{3}{36} E_R$ را جذب کرده و به ترازهای بالاتر برود.

$$E_n = E_3 + \frac{3}{36} E_R \Rightarrow E_n = \frac{-E_R}{9} + \frac{3}{36} E_R \Rightarrow E_n = \frac{-E_R}{36}$$

۳- شماره تراز که در آن انرژی الکترون $\frac{-E_R}{36}$ است حساب می‌کنیم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} = \frac{-E_R}{36} \Rightarrow n = 6$$

بنابراین الکترون با جذب این فوتون به تراز $n=6$ گذار می‌کند.

۱ ۱۹۶۰ B

طول موج‌های رشته‌های المر در ناحیه مرئی و فرابنفش بوده اما طول موج‌های رشته‌ی پفوند و پاشن و براکت در ناحیه‌ی فروسرخ است و انرژی فوتون‌های آن از انرژی فوتون‌های رشته‌ی المر کمتر بوده و چنانچه کوتاه‌ترین طول موج رشته‌ی المر نتواند سبب پدیده فوتوالکتریک شود فوتون‌های رشته‌ی پفوند، پاشن و براکت نیز قادر به انجام این پدیده نخواهند بود اما فوتون‌های سری لیمان در ناحیه فرابنفش هستند و در این سری انرژی فوتون‌ها از تمام فوتون‌های سری المر بیشتر بوده و ممکن است کوتاه‌ترین طول موج (یعنی پر انرژی‌ترین فوتون‌های) سری لیمان بتوانند سبب پدیده فوتوالکتریک شوند.

بازی با سوال اگر کوتاه‌ترین طول موج سری المر قادر به انجام پدیده فوتوالکتریک در سلولی معین نباشد، بلندترین طول موج کدام سری، احتمالاً قادر به انجام این پدیده خواهد بود؟

- (۱) لیمان (۲) پاشن (۳) براکت (۴) پفوند

پاسخ کوتاه‌ترین طول موج سری المر هنگام گذار الکترون از تراز $n=∞$ به $n=۲$ بوده و در ناحیه فرابنفش است. طول موج‌های رشته‌های پاشن، براکت و پفوند همگی در ناحیه فروسرخ هستند و انرژی فوتون آن‌ها از انرژی فوتون المر کمتر است و نمی‌توانند سبب پدیده فوتوالکتریک شوند. اما در رشته لیمان، فوتون‌ها در ناحیه فرابنفش هستند و ممکن است بتوانند سبب اثر فوتوالکتریک شوند.

گزینه ۱

۲ ۱۹۶۱ B

نکته طول موج‌های گسیلی در رشته المر هرگاه از تراز $n=۶$ ، $n=۵$ ، $n=۴$ و $n=۳$ به تراز $n'=۲$ می‌روند، در ناحیه نور مرئی هستند. با گذار از تراز $n_۱=۵$ به $n_۲=۲$ ، یک فوتون گسیل می‌شود که انرژی آن برابر اختلاف انرژی دو تراز است، انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E = E_۱ - E_۲ = \frac{E_R}{n_۲^2} - \frac{E_R}{n_۱^2} = \frac{E_R}{۲^2} - \left(-\frac{E_R}{۵^2}\right) = \frac{۱۳}{۲۵} \frac{E_R}{۴} = \frac{۱۳}{۱۰۰} E_R = \frac{۱۳}{۱۰۰} \times ۱۳.۶ \text{ eV} = ۱.۷۶ \text{ eV}$$

و گزینه (۲) درست است.

البته اگر به گزینه‌ها دقت کنید نیاز به محاسبه عددی نیست. زیرا تنها در گذار از $n=۵$ به $n'=۲$ نور مرئی گسیل می‌شود و اگر الکترون از $n=۴$ به $n'=۲$ و از $n=۳$ به $n'=۲$ برود دو فوتون فروسرخ و یک فوتون مرئی گسیل می‌کند. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) نادرست هستند.

۱ ۱۹۶۲ B

یادآوری نیروی الکتریکی بین دو بار بنا به قانون کولن $(F = k \frac{q_1 q_2}{r^2})$ با مربع فاصله نسبت وارون دارد.

خط فکری در حل مسئله باید، شعاع مدار الکترون در مدارهای ۱ و ۲ و ۳ را به دست بیاورید تا بتوانید در مورد نیروی الکتریکی بین هسته و الکترون اظهار نظر کنید.

۱ شعاع مدارها را حساب می‌کنیم.

$$r_n = a \cdot n^2 \begin{cases} n=1 \rightarrow r_1 = a \\ n=2 \rightarrow r_2 = 4a \\ n=3 \rightarrow r_3 = 9a \end{cases}$$

۲ نیروی الکتریکی بین هسته و الکترون را حساب می‌کنیم، بار هسته $(q_1 = e)$ و بار الکترون $(q_2 = -e)$ است.

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \begin{cases} n=1 \rightarrow F_1 = \frac{ke^2}{(a)^2} = \frac{ke^2}{a^2} \\ n=2 \rightarrow F_2 = \frac{ke^2}{(4a)^2} = \frac{ke^2}{16a^2} \\ n=3 \rightarrow F_3 = \frac{ke^2}{(9a)^2} = \frac{ke^2}{81a^2} \end{cases}$$

۲ ۱۹۵۶ B

خط فکری انرژی فوتون را به دست می‌آوریم. انرژی الکترون در تراز $n=۳$ را حساب می‌کنیم. یک بار فرض می‌کنیم که اگر الکترون این فوتون را جذب کند به کدام تراز بالاتر می‌رود. اگر برای این حالت پاسخی به دست آوردیم، حل مسئله تمام است. در غیر این صورت باید حالتی را فرض کنیم که این فوتون سبب گسیل القایی می‌شود یعنی الکترون از تراز $n=۳$ به تراز پایین‌تر می‌رود.

۱ انرژی فوتون برابر است با:

$$E = hf = \frac{f = 240 \text{ THz} = 24 \times 10^{12} \text{ Hz}}{E = 4 \times 10^{-15} \times 24 \times 10^{12} \Rightarrow E = 0.96 \text{ eV}}$$

۲ انرژی الکترون در تراز $n=۳$ را به دست می‌آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad E_R = 13.6 \text{ eV} \rightarrow E_3 = -\frac{13.6}{3^2} \Rightarrow E_3 = -1.51 \text{ eV}$$

۳ فرض می‌کنیم الکترون، فوتون با انرژی 0.96 eV را جذب می‌کند. در این صورت انرژی آن خواهد شد.

$$E = -1.51 + 0.96 = -0.55 \text{ eV}$$

۴ انرژی -0.55 eV را در رابطه انرژی الکترون در مدل اتمی بور قرار می‌دهیم. اگر عدد طبیعی به دست آمد جواب مسئله است و اگر n عدد طبیعی نشد یعنی الکترون این فوتون را جذب نمی‌کند.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -0.55 = -\frac{13.6}{n^2} \Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$$

در نتیجه الکترون با جذب این فوتون به تراز $n=۵$ می‌رود.

۴ ۱۹۵۷ B

۱ انرژی فوتون را به دست می‌آوریم.

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{\lambda = 800} \Rightarrow E = 1.55 \text{ eV}$$

۲ به انرژی ترازاها دقت کنید. اختلاف انرژی هیچ دو تراز 1.55 eV نمی‌شود. بنابراین بدون هیچ اتفاقی فوتون از اتم عبور می‌کند.

- $n=۴$ ————— -0.85 eV
- $n=۳$ ————— -1.51 eV
- $n=۲$ ————— -3.40 eV
- $n=۱$ ————— -13.6 eV

۲ ۱۹۵۸ B

همواره بسامد موج منتشر شده در محیط با بسامد چشمه موج برابر است. در حرکت شتابدار الکترون به گرد هسته، الکترون به عنوان چشمه امواج الکترومغناطیسی عمل می‌کند. بنابراین در هر لحظه بسامد (و دوره) موج الکترومغناطیسی گسیلی توسط الکترون با بسامد مداری حرکت الکترون برابر است.

بنا به نظریه فیزیک کلاسیک، با گسیل موج الکترومغناطیسی توسط الکترون، الکترون انرژی از دست می‌دهد و به هسته نزدیک‌تر شده بسامد مداری آن و همچنین بسامد امواج الکترومغناطیسی گسیلی الکترون افزایش می‌یابد.

$$f' > f \rightarrow \frac{f'}{T} > \frac{f}{T}$$

۲ ۱۹۵۹ B

یادآوری رشته پاشن به معنی گذار الکترون از ترازهای بالاتر به تراز $n'=۳$ است و بلندترین آن هنگامی است که الکترون از تراز $n=۴$ به تراز $n'=۳$ پرش کند.

۱ شعاع مدار الکترون:

$$r_n = n^2 a_0 \begin{cases} n=3 \rightarrow r_3 = 9a_0 \\ n=4 \rightarrow r_4 = 16a_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{r_3}{r_4} = \frac{9a_0}{16a_0} \Rightarrow \frac{r_3}{r_4} = \frac{9}{16}$$

۲ انرژی الکترون:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \begin{cases} n=3 \rightarrow E_3 = -\frac{E_R}{9} \\ n=4 \rightarrow E_4 = -\frac{E_R}{16} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_3}{E_4} = \frac{16}{9}$$



C ۱۹۶۵ ۱

خط فکری تقریباً با یک بازی ریاضی سروکار داریم که باید به کمک انرژی ترازهای اتم شماره ترازهای n ، n' و n'' را مشخص کنیم و مسئله را حل کنیم.

۱ در گذار الکترون از تراز n به n' انرژی فوتون گسیلی $E = \frac{1}{9} E_R$ است. بنابراین:

$$E = E_n - E_{n'} \Rightarrow \frac{-E_R}{n^2} - \left(-\frac{E_R}{n'^2} \right) = \frac{1}{9} E_R \Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{1}{9} \Rightarrow \begin{cases} n=3 \\ n'=1 \end{cases}$$

۲ بنابراین الکترون به تراز $n'=1$ جهش کرده است و حالا با دریافت فوتونی با انرژی $\frac{15}{16} E_R$ به تراز n'' می‌رود از این‌رو:

$$E = E_{n''} - E_{n'} \Rightarrow \frac{15}{16} E_R = E_{n''} - E_{n'} \Rightarrow E_{n''} = \frac{-E_R}{16}$$

$$\frac{E_{n''} = \frac{-E_R}{16}}{E_n = \frac{-E_R}{n^2}} \Rightarrow -\frac{E_R}{16} = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n'' = 4$$

۳ طول موج فوتونی که الکترون را از تراز $n=3$ به تراز $n=4$ می‌برد خواهد شد:

$$E_4 - E_3 = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow -\frac{E_R}{4^2} - \left(-\frac{E_R}{3^2} \right) = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow -\frac{13}{16} + \frac{13}{9} = \frac{1300}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{1300}{\lambda} = -\frac{1}{16} + \frac{1}{9} \Rightarrow \lambda = \frac{1300}{0/66} \sim 1818 \text{ nm}$$

B ۱۹۶۶ ۳

خط فکری انرژی فوتون را به دست می‌آوریم، ابتدا فرض می‌کنیم که الکترون این انرژی را جذب می‌کند. بنابراین انرژی فوتون را با انرژی الکترون جمع می‌کنیم و انرژی الکترون را در رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ قرار می‌دهیم تا n را به دست بیاوریم. اگر n عدد طبیعی

به دست آمد، حل مسئله تمام است و اگر عدد به دست آمده عدد صحیح نبود باید به گسیل القایی برویم و بررسی کنیم که آیا اختلاف انرژی ترازهای پایین‌تر با انرژی فوتون یکی است یا نه؟ اگر یکی بود، گسیل القایی رخ می‌دهد و الکترون در اثر تحریک (لقا) فوتون به تراز پایین‌تر می‌رود و اگر یکی نبود، فوتون روی اتم تأثیری نخواهد داشت و اتفاقی رخ نمی‌دهد. این یک اتم فرضی بوده و الکترون در تراز $n=2$ دارای انرژی $E_2 = -2eV$ است.

۱ ابتدا انرژی فوتون تابیده شده به اتم را حساب می‌کنیم:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{80 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 1/5 eV$$

۲ حال فرض می‌کنیم که الکترون این فوتون را جذب می‌کند، در این صورت انرژی الکترون برابر خواهد شد با:

$$E_{n'} = -2 + 1/5 = -9/5 eV$$

۳ اکنون باید بررسی کنیم آیا تراز n با انرژی $-9/5 eV$ برای این الکترون وجود دارد یا نه؟

$$\begin{cases} E_n = -\frac{E_R}{n^2} \\ E_{n'} = -\frac{E_R}{n'^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_n}{E_{n'}} = \frac{n'^2}{n^2} \Rightarrow \frac{-9/5}{-2} = \frac{n'^2}{n^2} \Rightarrow n' = 4$$

۴ برای $n'=4$ یک عدد طبیعی به دست آمده، بنابراین تراز $n'=4$ دارای انرژی $-9/5 eV$ بوده و الکترون با دریافت انرژی از تراز $n=2$ به تراز $n'=4$ می‌رود.

بازی با سؤال در یک اتم فرضی تک‌الکترون، الکترون در تراز $n=2$ دارای انرژی $-3eV$ است. اگر به آن یک فوتون با طول موج 0.72 میکرومتر بتابانیم چه اتفاقی رخ می‌دهد؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ، $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$)

(۱) الکترون با جذب انرژی فوتون به تراز $n=3$ می‌رود.

(۲) اتفاقی رخ نمی‌دهد.

(۳) الکترون با گسیل القایی به تراز $n=1$ می‌رود.

(۴) الکترون با جذب انرژی فوتون به تراز $n=4$ می‌رود.

۳ در فرض مسئله تغییر نیروی الکتریکی از تراز $n=1$ به تراز $n=2$ برابر F در نظر گرفته شده است. یعنی

$$F = F_1 - F_2 = \frac{ke^2}{a_0^2} - \frac{ke^2}{16a_0^2} \Rightarrow F = \frac{15}{16} k \frac{e^2}{a_0^2}$$

$$\frac{F_2}{F} = \frac{\frac{ke^2}{16a_0^2}}{\frac{15}{16} k \frac{e^2}{a_0^2}} \Rightarrow \frac{F_2}{F} = \frac{16}{81 \times 15} = \frac{16}{1215}$$

۴ اکنون نسبت $\frac{F_2}{F}$ را حساب می‌کنیم.

B ۱۹۶۳ ۳

۱ انرژی ترازهای اتم هیدروژن برابر $\frac{-E_R}{n^2}$ است که n شماره تراز است. انرژی ترازهای m و $m-1$ را به دست آورده از هم کم می‌کنیم.

$$\begin{cases} m-1 \text{ در تراز } m-1 \Rightarrow E = \frac{-E_R}{(m-1)^2} \Rightarrow E_1 = |E - E'| = \left| \frac{-E_R}{(m-1)^2} - \left(-\frac{E_R}{m^2} \right) \right| \\ m \text{ در تراز } m \Rightarrow E' = \frac{-E_R}{m^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_1 = \left| \frac{E_R}{m^2} - \frac{E_R}{(m-1)^2} \right| \Rightarrow E_1 = \frac{E_R}{m^2} - \frac{E_R}{(m-1)^2}$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{E_R |(m-1)^2 - m^2|}{m^2 (m-1)^2} \Rightarrow E_1 = \frac{E_R (1-2m)}{m^2 (m-1)^2} \quad (I)$$

۲ انرژی در ترازهای m و $m+1$ را حساب کرده اختلاف آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} m \text{ در تراز } m \Rightarrow E' = \frac{-E_R}{m^2} \\ m+1 \text{ در تراز } m+1 \Rightarrow E'' = \frac{-E_R}{(m+1)^2} \end{cases} \Rightarrow E_2 = |E' - E''| = \frac{E_R (2m+1)}{m^2 (m+1)^2}$$

$$\Rightarrow E_2 = \frac{E_R (2m+1)}{m^2 (m+1)^2} \quad (II)$$

نسبت $\frac{E_1}{E_2}$ خواهد شد:

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{E_R (1-2m)}{m^2 (m-1)^2}}{\frac{E_R (2m+1)}{m^2 (m+1)^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{(1-2m)(m+1)^2}{(2m+1)(m-1)^2}$$

B ۱۹۶۴ ۲

خط فکری در حل این مسئله سریع‌ترین راه حل، رفتن به سراغ گزینه‌ها و بررسی آن‌ها است. البته یادمان هست که طول موج‌های نور مرئی بین 400 nm تا 700 nm است. برای نور قرمز است. طول موج 1125 \AA یعنی 112.5 nm مربوط به فرابنفش است ($112.5 \text{ nm} < 400 \text{ nm}$).

گزینه (۱): گذار از $n=3$ به $n'=2$ مربوط به رشته‌های مرئی است و نور گسیلی آن قرمز و در ناحیه مرئی است و گزینه (۱) درست نیست.

گزینه (۲): طول موج در گذار الکترون از $n=3$ به $n'=1$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1} - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{900}{8} = 112.5 \text{ nm} = 1125 \text{ \AA}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است. اما گزینه (۳) مربوط به رشته پاشن بوده و نور فرابنفش گسیل نمی‌کند و گزینه (۳) نادرست است.

پنجره ۱ روبهروی ۲

۴ ۱۹۶۸ A

۱ با توجه به رابطه انرژی فوتون، طول موج را حساب می‌کنیم.

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad h = 4 \times 10^{-15} \text{ eVs}, E = 2 \times 10^3 \text{ eV} \rightarrow 2 \times 10^3 = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda}$$

$$\lambda = 6 \times 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 6 \text{ nm}$$

نمای ۲

۲ ۱۹۶۸ B

۲ خط فکری مسئله ساده‌ای است کافی است ابتدا به کمک تعریف توان $(P = E/t)$ انرژی گسیلی در مدت یک دقیقه را حساب کرده سپس به کمک رابطه

اینشتین، تعداد فوتون‌ها را به دست بیاورید.

انرژی که لامپ با این نور تکرنگ در مدت t گسیل می‌کند برابر است با:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P \cdot t \quad (1)$$

از طرفی بنا بر رابطه اینشتین برای اثر فوتوالکتتریک انرژی کل گسیلی برابر است با:

$$E = nhf \quad (2)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را برابر قرار می‌دهیم و داده‌های مسئله را در آن جای گذاری می‌کنیم:

$$Pt = nhf \quad \begin{matrix} t = 60 \text{ s}, P = 3 \text{ W} \\ h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ Js}, f = 6 \times 10^8 \text{ Hz} \end{matrix}$$

$$3 \times 60 = n \times 6.6 \times 10^{-34} \times 6 \times 10^8 \Rightarrow n = 5 \times 10^{21} \text{ فوتون}$$

نمای ۲

۴ ۱۹۶۸ A

۲ خط فکری موفقیت‌های مدل اتمی بور:

۱ تبیین پایداری اتم

۲ توجیه طیف گسیلی و جذبی گاز هیدروژن اتمی و اتم‌های هیدروژن گونه

۳ محاسبه انرژی یونش اتم هیدروژن بر مبنای گسسته بودن ترازهای انرژی الکترون

در اتم

نارسانای‌های مدل اتمی بور:

۱ این مدل برای چرخش بیش از یک الکترون به دور هسته به کار نمی‌رود.

۲ عدم توجیه متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی

بنابراین با توجه به یادآوری بالا گزینه (۴) صحیح است.

نمای ۱

۲ ۱۹۶۸ A

۴ نکته در مدل اتمی بور با افزایش شماره مدارها (ترازهای) اتم هیدروژن اختلاف

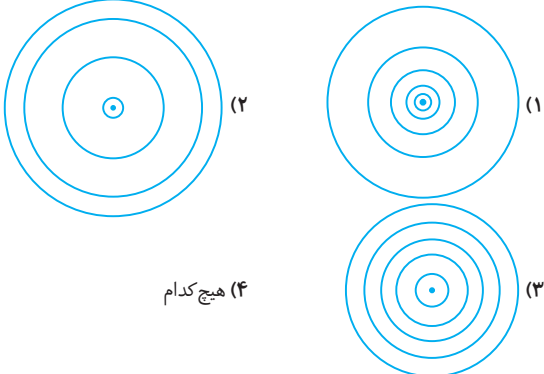
انرژی ترازها کاهش می‌یابد.

اختلاف انرژی ترازها با افزایش n کاهش یافته و باید خطوط مدل‌سازی ترازهای انرژی

به هم نزدیک تر رسم شوند و گزینه (۲) درست است.

۱ باز با سؤال بنا بر الگوی اتمی بور کدام شکل، مدارهای چرخشی

الکترون به گرد هسته اتم هیدروژن را درست نمایش می‌دهد؟



۱ پاسخ در الگوی اتمی بور، با افزایش شماره مدار و دور شدن از هسته،

فاصله مدارهای چرخشی الکترون به گرد هسته بیشتر می‌شود. گزینه ۱

نمای ۲

۱ پاسخ انرژی فوتون را حساب می‌کنیم.

$$E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{-10}} \Rightarrow E = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ eV}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \text{ eV} \Rightarrow E = \frac{5}{3} \text{ eV}$$

۲ حال فرض می‌کنیم این فوتون توسط الکترون جذب شود. انرژی الکترون

$$E_{n'} = -3 + \frac{5}{3} \Rightarrow E_{n'} = -\frac{4}{3} \text{ eV} \quad \text{پس از جذب فوتون برابر می‌شود با:}$$

اکنون بررسی می‌کنیم، آیا تراز با این انرژی وجود دارد یا نه؟

$$\frac{-E_R}{E_{n'}} = \frac{-4}{-3} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{(n')^2}{n^2} \Rightarrow n' = 3$$

بنابراین الکترون با دریافت انرژی فوتون از تراز $n = 2$ به تراز $n' = 3$ برانگیخته

می‌شود. گزینه ۱

۳ ۱۹۶۷ C

۱ ابتدا انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E = hf \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 2.25 \times 10^{15} \Rightarrow E = 9 \text{ eV}$$

۲ اگر الکترون این فوتون را جذب کند انرژی آن برابر $-3 + 9 = +6 \text{ eV}$ می‌شود

در حالی که در ترازهای اتمی، انرژی الکترون منفی بوده، بنابراین فوتون برای رفتن به ترازهای بالاتر این فوتون را جذب نمی‌کند و گزینه‌های (۱) و (۴) نادرست هستند.

۳ فرض می‌کنیم که الکترون با گسیل یک فوتون با انرژی 9 eV به تراز پایین تر

برود. در این صورت انرژی الکترون در تراز پایین تر برابر $-3 - 9 = -12 \text{ eV}$ خواهد شد.

۴ اکنون باید بررسی کرد که انرژی الکترون در تراز $n' = 1$ چند الکترون - ولت است:

$$\frac{-E_R}{E_{n'}} = \frac{-12}{-3} \Rightarrow \frac{12}{3} = \frac{(n')^2}{n^2} \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{(n')^2}{1} \Rightarrow E_{n'} = -12 \text{ eV}$$

۵ در این صورت الکترون تحت تأثیر فوتون، گسیل القایی انجام داده و به تراز پایه

$n' = 1$ می‌رود.

در واقع انرژی فوتون 9 eV برابر اختلاف انرژی ترازهای $n = 2$ و $n' = 1$ بوده و وقتی

فوتون به این اتم می‌تابد سبب تحریک (القا) الکترون شده و الکترون با گسیل القایی از

تراز ۲ به تراز ۱ رفته و یک فوتون با انرژی 9 eV علاوه بر فوتون ورودی، ایجاد می‌کند.

۲ ۱۹۶۸ C

۱ ابتدا انرژی فوتون را به دست می‌آوریم:

$$E = hf = 4 \times 10^{-15} \times 6 \times 10^8 \Rightarrow E = 2/4 \text{ eV}$$

۲ اگر الکترون این فوتون را جذب کند، انرژی آن برابر $-1/5 + 2/4 = 0/9 \text{ eV}$

می‌گردد. می‌دانیم انرژی الکترون در ترازهای اتمی منفی است و الکترون این فوتون را جذب نمی‌کند و به ترازهای بالاتر اتمی نمی‌رود، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

۳ اگر الکترون تحت تأثیر این فوتون، گسیل القایی انجام دهد، با گسیل یک فوتون

با انرژی $2/4 \text{ eV}$ به تراز پایین می‌رود و انرژی الکترون در تراز پایین تر برابر

$$-1/5 - 2/4 = -3/9 \text{ eV} \text{ می‌شود.}$$

۴ اکنون باید مشخص کرد که تراز با این انرژی وجود دارد یا نه:

$$\frac{-E_R}{E_{n'}} = \frac{-3/9}{-1/5} \Rightarrow \frac{3/9}{1/5} = \frac{(n')^2}{n^2} \Rightarrow n'^2 = 3/4 \text{ eV}$$

کاملاً مشخص است که n' عدد طبیعی نیست بنابراین گسیل القایی نیز رخ نمی‌دهد

و گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند. در نتیجه با تاباندن این فوتون اتفاقی رخ

نمی‌دهد و فوتون هیچ‌گونه تأثیری بر این اتم نخواهد داشت.

۲ ۱۹۶۸ B

انرژی الکترون در تراز $n=4$ و $n'=2$ را بنا به مدل اتمی بور به دست می‌آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_4 = -\frac{E_R}{16}, E_2 = -\frac{E_R}{4}$$

تغییر انرژی الکترون را به دست می‌آوریم:

$$E_2 - E_4 = -\frac{E_R}{4} - \left(-\frac{E_R}{16}\right) \Rightarrow \Delta E_{2 \rightarrow 4} = \frac{-3}{16} E_R$$

درصد تغییرات انرژی الکترون خواهد شد:

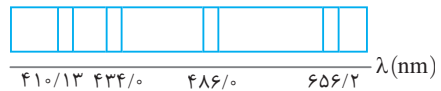
$$\text{درصد تغییرات انرژی: } \frac{\Delta E_{2 \rightarrow 4}}{E_4} \times 100 = \frac{\frac{-3}{16} E_R}{-\frac{E_R}{16}} = 3 \times 100 = 300\%$$

۲ ۱۹۶۸ B

الکترون با از دست دادن انرژی از تراز $n=4$ به تراز $n'=2$ می‌رود و انرژی آن کاهش می‌یابد.

۶ ۱۹۶۸ B

طول موج $656/2 \text{ nm}$ در ناحیه مرئی است. در اتم هیدروژن طول موج‌های گسیلی رشته‌ای بالمر ($n'=2$) هستند.



چهار عدد روی شکل مربوط به نور مرئی هستند که طول موج $656/2 \text{ nm}$ بلندترین طول موج است. بنابراین الکترون از تراز $n=3$ به تراز $n'=2$ جهش کرده است.

۱ ۱۹۶۸ B

انرژی فوتون گسیل شده برابر اختلاف انرژی دو تراز n و n' است.

$$E_n - E_{n'} = E_{\text{فوتون}}$$

با توجه به فرض مسئله انرژی فوتون 24 برابر E_n است. یعنی الکترون در تراز n ، $24E_n$ را از دست می‌دهد و به تراز n' می‌رود، بنابراین داریم:

$$E_n - E_{n'} = -24E_n \quad (\text{علامت منفی به دلیل از دست دادن انرژی است.})$$

$$E_{n'} = 25E_n \xrightarrow{E_n = \frac{E_R}{n^2}} \frac{-E_R}{n'^2} = 25 \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow n'^2 = 25n^2 \Rightarrow n' = 5n$$

بنابراین $n'=1$ (رشته لیمان) و $n=5$ است و طول موج گسیلی مربوط به چهارمین خط طیفی رشته لیمان است.

۱ ۱۹۶۸ B

الکترون در تراز $n=4$ قرار دارد و بلندترین طول موجی که می‌تواند جذب کند برای گذار از $n=4$ به $n=5$ است. طول موج را به کمک رابطه ریدبرگ به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{n'=4, n=5} \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{25-16}{400} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{400}{9R}$$

بلندترین طول موجی که الکترون در تراز $n=4$ می‌تواند گسیل کند، در تراز الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n=3$ گسیل می‌شود. طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = R \left(\frac{16-9}{144} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{144}{7R}$$

نسبت طول موج‌ها خواهد شد:

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{400}{9R} \Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{175}{81}$$

نمای ۷

۳ ۱۹۶۸ B

دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشته براکت یعنی گذار الکترون از تراز $n=6$ به تراز $n'=4$. طول موج گسیلی را به کمک رابطه ریدبرگ به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{9-4}{144} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{14400}{5} \Rightarrow \lambda = 2880 \text{ nm}$$

دومین خط طیف اتمی هیدروژن در رشته بالمر ($n'=2$) یعنی گذار الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=2$. طول موج گسیلی را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{100} \left(\frac{4-1}{16} \right) \Rightarrow \lambda' = \frac{1600}{3} \text{ nm}$$

اختلاف طول موج‌ها برابر است با:

$$\lambda - \lambda' = 2880 - \frac{1600}{3} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{8640 - 1600}{3} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{7040}{3} \text{ nm}$$

۴ ۱۹۶۸ C

انرژی 3^0 فوتون با طول موج 660 nm را به دست می‌آوریم.

$$E = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow E = 3^0 \times \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9}} \Rightarrow E = 9 \times 10^{-18} \text{ J}$$

شدت نور در محل مردمک را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{E}{A_{\text{مردمک}} t} \Rightarrow \frac{A = \pi r^2}{r_{\text{مردمک}} = 10^{-3} \text{ m}} \rightarrow I = \frac{9 \times 10^{-18}}{\pi (10^{-3})^2} \Rightarrow I = \frac{9}{\pi} \times 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

اکنون به کمک تعریف شدت نور، فاصله d را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{P_{\text{چشمه}}}{A} \Rightarrow I = \frac{P_{\text{چشمه}}}{4\pi d^2} \xrightarrow{P_{\text{چشمه}} = 360 \text{ W}} \frac{9}{\pi} \times 10^{-12} = \frac{360}{4\pi d^2}$$

$$\Rightarrow d^2 = 10^4 \Rightarrow d = 10^2 \text{ m} = 100 \text{ km}$$

نمای ۲

پنجره ۳

۴ ۱۹۶۹ A

برای یک عنصر با نماد شیمیایی X ، نماد هسته به صورت ${}^A_Z X_N$ است که Z عدد اتمی (تعداد پروتون)، N تعداد نوترون و A عدد جرمی است، اما مشخص کردن N ضروری نیست و با توجه به رابطه $A = Z + N$ می‌توان با مشخص بودن عدد جرمی و عدد اتمی تعداد نوترون را به دست آورد. همچنین می‌توان برای خلاصه نشان دادن نماد شیمیایی عدد اتمی (Z) را نیز نشان نداد، چون نماد شیمیایی عنصر نشان‌دهنده مقدار Z نیز می‌باشد، برای مثال با نوشتن Al می‌فهمیم که این عنصر آلومینیوم می‌باشد که عدد اتمی آن همواره 13 است، بنابراین هر سه شکل نوشته شده در گزینه‌ها درست‌اند اما نماد گزینه‌های (۲) و (۳) خلاصه‌تر هستند.

۲ ۱۹۷۰ A

ابعاد هسته اتم حدود 10^{-15} m (یک فمتومتر یا یک فرمی) و ابعاد اتم حدود 10^{-10} متر (یک آنگستروم) است.

۳ ۱۹۷۱ A

برای نمایش یک عنصر از نماد ${}^A_Z X$ استفاده می‌شود که Z عدد اتمی عنصر و برابر با تعداد پروتون‌ها است و A عدد جرمی که برابر با مجموع پروتون‌ها و نوترون‌های درون هسته می‌باشد. بنابراین در ${}^{35}_{17}Cl$ ، عدد 17 تعداد پروتون‌های درون هسته است.

بازی با سؤال: هسته اتم آهن ${}^{56}_{26}Fe$ چند نوکلئون دارد؟

- ۱) ۳۰ ۲) ۵۶ ۳) ۲۶ ۴) ۱۵

پاسخ: یادآوری: به پروتون و نوترون، نوکلئون گویند و مجموع نوکلئون‌های هسته را عدد جرمی (A) می‌نامند.

در ${}^{56}_{26}Fe$ تعداد نوکلئون 56 است.

گزینه ۲

۲ ۱۹۷۸ A

عنصری که دارای عدد اتمی یکسان هستند ایزوتوپ یک عنصر بوده و دارای تعداد الکترونهای یکسان می‌باشند. از این‌رو رفتار شیمیایی یکسانی دارند. در سه مورد ${}^{59}_{26}Z$ و ${}^{61}_{26}X$ و ${}^{61}_{27}Y$ ، دو مورد ${}^{61}_{26}X$ و ${}^{61}_{26}Z$ ایزوتوپ یک عنصر بوده و دارای خواص شیمیایی یکسانی هستند. اما چون تعداد نوترون‌های آن‌ها متفاوت است دارای رفتار هسته‌ای متفاوت هستند. بنابراین گزینه (۲) درست است.

۳ ۱۹۷۹ A

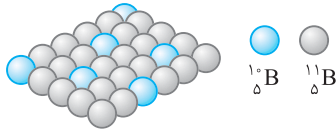
اتم هر عنصر دارای تعداد مشخصی الکترون است، به‌طور مثال اتم اکسیژن دارای ۸ الکترون است و یا اتم اورانیوم دارای ۹۲ الکترون است. اما هر عنصر ممکن است ایزوتوپ‌های مختلفی داشته باشد؛ همین امر سبب می‌گردد که تعداد هسته‌های موجود در طبیعت از تعداد اتم‌های موجود در طبیعت بیشتر باشد.

۴ ۱۹۸۰ B

نکته: جرم اتمی درج شده در جدول تناوبی عناصر، میانگین جرم‌های اتمی ایزوتوپ‌های مختلف هر عنصر است.

با توجه به درصد فراوانی ایزوتوپ‌های 1_5B و ${}^{11}_5B$ ، جرم اتمی بور را حساب می‌کنیم. به شکل دقت کنید. از 3_0 اتم بور ۶ اتم 1_5B و ۲۴ اتم ${}^{11}_5B$ است بنابراین:

$$\frac{6 \times (1) + 24 \times (11)}{30} = 10.8 \text{ g}$$



۴ ۱۹۸۱ C

عنصر دارای ۹ ایزوتوپ است و سنگین‌ترین ایزوتوپ ${}^A_Z X$ است. ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت (تعداد نوترون‌های متفاوت) هستند. حال فرض کنید ایزوتوپ‌ها به گونه‌ای هستند که هر ایزوتوپ با دیگری یک نوترون اختلاف داشته باشد. در این صورت عدد جرمی ایزوتوپ‌ها به‌صورت زیر است:

$$\underbrace{\frac{A}{Z}X, \frac{A-1}{Z}X, \frac{A-2}{Z}X, \frac{A-3}{Z}X, \dots, \frac{A-8}{Z}X}_{\text{ایزوتوپ ۹}}$$

بنابراین سبک‌ترین ایزوتوپ نمی‌تواند دارای عدد جرمی $A-7$ باشد. حال اگر هر ایزوتوپ با ایزوتوپ دیگر ۲ نوترون تفاوت داشته باشد، سبک‌ترین ایزوتوپ خواهد شد.

$$\underbrace{\frac{A}{Z}X, \frac{A-2}{Z}X, \frac{A-4}{Z}X, \frac{A-6}{Z}X, \dots, \frac{A-6}{Z}X}_{\text{ایزوتوپ ۹}}$$

مشاهده می‌کنید که هرچه تفاوت نوترون‌ها در دو ایزوتوپ بیشتر شود، سبک‌ترین ایزوتوپ از $\frac{A-8}{Z}X$ سبک‌تر خواهد شد.

۴ ۱۹۸۲ A

نیروی هسته‌ای در مقایسه با نیروی کولنی نیرویی بسیار قوی‌تر است اما بُرد نیروی هسته‌ای کوتاه است و در ابعاد هسته اتم (10^{-15} m) عمل می‌کند. پس گزینه (۴) درست است.

باز با سوال: نیروهای هسته‌ای و هستند و با افزایش تعداد پروتون‌ها در هسته، نقش نیروی بارزتر می‌شود.

- (۱) قوی - کوتاه‌برد - کولنی
- (۲) قوی - دوربرد - هسته‌ای
- (۳) ضعیف - کوتاه‌برد - کولنی
- (۴) ضعیف - کوتاه‌برد - هسته‌ای

پاسخ: نیروهای هسته‌ای بین نوکلئون‌ها نسبت به نیروی دافعه کولنی بین پروتون‌ها در هسته بسیار قوی‌تر بوده، از این رو آن را نیروی هسته‌ای قوی گویند. اما نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است و در هسته‌های سنگین که تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها زیاد شده و ابعاد هسته بزرگ می‌شود، نیروی دافعه کولنی نقش پررنگ‌تری خواهد داشت.

گزینه ۱

۳ ۱۹۷۲ A

در نمادنویسی عنصر ${}^A_Z X_N$ ، تعداد نوترون‌هاست. بنابراین تعداد نوترون‌های هسته X_{24} برابر ۲۴ واحد است.

با توجه به فرض مسئله، اختلاف تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها ۳ است و در هسته‌ها تعداد نوترون‌ها از تعداد پروتون‌ها بیشتر است. بنابراین: $N-Z=3 \Rightarrow 24-Z=3 \Rightarrow Z=21$. بنابراین عدد جرمی برابر مجموع پروتون‌ها و نوترون‌ها است:

$$A=Z+N \Rightarrow A=21+24 \Rightarrow A=45$$

۳ ۱۹۷۳ A

یادآوری: بار الکتریکی همواره مضرب درستی از بار پایه $e=1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ است. ($Q=ne$)

بار مثبت هسته Q است، بنابراین تعداد پروتون‌های هسته خواهد شد:

$$Q=ne \Rightarrow n = \frac{Q}{e}$$

۲ ۱۹۷۴ B

تعداد پروتون‌های هسته را به کمک بار الکتریکی هسته حساب می‌کنیم.

$$Q=Ze \Rightarrow 6/72 \times 10^{-18} = Z \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow Z = \frac{6/72 \times 10^{-18}}{1/6 \times 10^{-19}} = Z=42$$

با توجه به فرض مسئله $\frac{N}{Z} = \frac{9}{7}$ بوده، بنابراین:

عدد جرمی مجموع عدد اتمی (Z) و عدد نوترونی (N) است.

$$A=Z+N \Rightarrow A=42+54 \Rightarrow A=96$$

۴ ۱۹۷۵ A

در واکنش‌های هسته‌ای، با تبدیل جرم به انرژی سر و کار داریم که مقدار این جرم بسیار کوچک است، به همین دلیل در فیزیک هسته‌ای به جای یکای کیلوگرم از یکای جرم اتمی استفاده می‌شود که عبارت است از $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ و جرم هر اتم کربن ۱۲ را برابر $12/0000000000 \text{ u}$ در نظر می‌گیرند.

۳ ۱۹۷۶ A

نکته: تعداد ذرات در کپسول از هر ماده برابر $N_A = 6/022 \times 10^{23}$ است که به آن عدد آوگادرو گویند.

یکای جرم اتمی (1 u یا 1 amu) برابر $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ است. جرم مولی کربن

${}^{12}_6C$ برابر 12 g بوده، یعنی جرم $6/022 \times 10^{23}$ اتم کربن 12 g است. بنابراین $\frac{1}{12}$

$$1 \text{ u} = \frac{1}{12} \times \left(\frac{12}{1000} \right) \left(\frac{1}{6/022 \times 10^{23}} \right) = 1/66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

این تست را با مراجعه به گزینه‌ها نیز می‌توان پاسخ داد: گزینه (۴) عدد بسیار بزرگی است، بنابراین نادرست است. گزینه (۱) نیز برای یکای جرم اتمی عدد بزرگی است، بنابراین نادرست است. گزینه (۲) نیز بار الکتریکی الکترون و از طرفی ضریب تبدیل یکای انرژی الکترون - ولت به ژول است.

۲ ۱۹۷۷ A

یادآوری: اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) می‌نامند، زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند.

ایزوتوپ‌ها به دلیل داشتن ساختار ترازهای الکترونی یکسان دارای خواص شیمیایی یکسان می‌باشند و ایزوتوپ‌ها دارای تعداد نوکلئون متفاوت هستند بنابراین هسته‌های متفاوت داشته و انرژی بستگی هسته آن‌ها یکسان نخواهد بود و گزینه (۲) نادرست بوده و جواب تست است. بار هسته ایزوتوپ‌ها یکسان و تعداد نوکلئون‌هایشان متفاوت است، بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) درست هستند.

۴ ۱۹۸۳ A

نیروی هسته‌ای یک نیروی ربایشی بین نوکلئون‌های مجاور در هسته است. این نیرو کوتاه‌برد بوده و نسبت به نیروی الکتریکی رانشی پروتون‌ها بسیار قوی‌تر است، به همین علت آن را نیروی هسته‌ای قوی گویند.

۱ ۱۹۸۴ A

نیروی هسته‌ای یک نیروی کوتاه‌برد و ربایشی بین نوکلئون‌های هسته است. یعنی دو پروتون و یا دو نوترون و یا یک نوترون و یک پروتون همدیگر را با نیروی هسته‌ای می‌ربایند و این نیرو در فواصل یکسان برای همه حالت‌های بیان شده یکسان است.

پازری یا سوال - نیروی هسته‌ای در فاصله یکسان بین کدام دو ذره بیشتر از مابقی است؟

- (۱) پروتون - پروتون
(۲) پروتون - نوترون
(۳) نوترون - نوترون
(۴) هر سه نیروی هسته‌ای یکسانی دارند.

پایاس - نیروی هسته‌ای مستقل از بار ذره است. در واقع نیروی هسته‌ای بین دو پروتون و یک پروتون - یک نوترون با هم برابر است.

۳ ۱۹۸۵ A

نیروی هسته‌ای، قوی اما کوتاه‌برد است. به همین علت وقتی هسته سنگین و ابعاد آن بزرگ است، نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌های دور از هم بسیار ناچیز اما نیروی دافعه کولنی بین پروتون‌ها همچنان باقی و قابل ملاحظه است که سبب ناپایداری هسته‌های سنگین می‌شود، به همین علت ابعاد هسته‌های پایدار دارای یک حد است.

۲ ۱۹۸۶ A

وقتی تعداد پروتون‌های درون هسته افزایش یابد، اگر هسته بخواهد پایدار بماند باید تعداد نوترون‌های درون هسته نیز افزایش یابد. البته هرچه هسته سنگین‌تر می‌شود افزایش تعداد نوترون‌ها از افزایش تعداد پروتون‌ها بیشتر است و نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد.

پازری یا سوال - کدام گزینه در مورد نسبت تعداد نوترون به پروتون ($\frac{N}{Z}$) هسته‌های پایدار درست است؟

- (۱) برای هسته‌های پایدار سنگین بیشتر از هسته‌های سبک است.
(۲) برای هسته‌های پایدار سبک بیشینه از هسته‌های سنگین است.
(۳) برای همه هسته‌های پایدار تقریباً مساوی است.
(۴) این نسبت به سنگین یا سبک بودن هسته‌های پایدار بستگی ندارد.

پایاس - در هسته عناصر در جدول تناوبی، عناصر تا $Z=30$ را عناصر سبک گویند که در آن‌ها $\frac{N}{Z} \approx 1$ و هسته‌های سنگین به عنصرهایی مانند اورانیوم، رادیم و غیره در انتهای جدول می‌گویند که نسبت $\frac{N}{Z}$ آن‌ها حدود

$1/5$ است. بنابراین گزینه (۱) درست است.

۳ ۱۹۸۷ A

محدوده عدد اتمی عنصرهای موجود در طبیعت از $Z=1$ برای هیدروژن تا $Z=92$ برای اورانیوم می‌باشد و گزینه (۱) درست است. سنگین‌ترین عنصر پایدار بیسموت است ($Z=83$) و هسته‌های بعد از آن ناپایدار هستند و گزینه (۲) درست است.

از عناصر ناپایدار با $Z > 83$ تنها توریم ($Z=90$) و اورانیوم ($Z=92$) در طبیعت یافت می‌شوند و گزینه (۳) نادرست است. هرچه هسته بزرگ‌تر می‌شود (Z افزایش می‌یابد) تعداد نوترون‌ها به گونه‌ای افزایش می‌یابد که نسبت $\frac{N}{Z}$ زیاد می‌شود و گزینه (۴) درست است.

۲ ۱۹۸۸ A

بیسموت با عدد اتمی ۸۳ سنگین‌ترین هسته پایدار است. اما عنصری که دارای بیشترین عدد اتمی، بیشترین نوترون و سنگین‌ترین هسته است، ایزوتوپ ${}_{94}^{238}U$ می‌باشد.

۳ ۱۹۸۹ A

ویژگی‌های هر اتم توسط تعداد الکترون‌های آن مشخص می‌شود و گزاره (الف) درست است. ویژگی‌های هسته هر اتم را تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های آن مشخص می‌کند و گزاره (ب) نادرست است.

یادداشت ریاضی در صفحه XOY، جمع مختصات $(x+y)$ تمام نقطه‌های روی خط عمود بر نیمساز عدد ثابتی است. به‌طور مثال اگر از A به B برویم به همان اندازه که X زیاد می‌شود، Y کم شده و $x+y$ ثابت می‌ماند.

در نمودار $Z=N$ خط عمود بر نیمساز مشخص‌کننده عناصر با عدد جرمی یکسان است و گزاره (پ) درست است.

در نمودار $Z=N$ ، ایزوتوپ‌های یک عنصر بر خط عمود بر محور Z واقع شده‌اند. مطابق شکل روبه‌رو اگر بر محور Z برای $Z=1$ خطی عمود کنیم تمام ایزوتوپ‌هایی که دارای یک پروتون هستند مانند

هیدروژن، دوتریم، و تریتیم و ... مشخص می‌شوند. یعنی هرگاه عمودی بر محور Z رسم کنیم، به تعداد نقاطی که روی این خط قرار می‌گیرد آن عنصر دارای ایزوتوپ است و گزاره (ت) درست است. در نتیجه ۳ گزاره از ۴ گزاره درست است.

پازری یا سوال - در شکل روبه‌رو نمودار عدد اتمی بر حسب عدد نوترونی رسم شده است. عنصرهای روی کدام خط دارای عدد جرمی یکسان هستند؟

(۱) a
(۲) b
(۳) c
(۴) d

پایاس - با توجه به نمودار عنصرهای روی خط c (خط عمود بر نیمساز) دارای عدد جرمی $A=Z+N$ یکسان هستند.

گزینه ۳

۱ ۱۹۹۰ A

می‌دانیم تعداد پروتون‌های دو ایزوتوپ یکسان و تعداد نوترون‌های آن‌ها مختلف است. بنابراین با توجه به نمودار دو عنصر B و E که دارای عدد اتمی یکسان هستند، ایزوتوپ یکدیگرند.

گزینه ۱

۳ ۱۹۹۱ A

A و B دارای تعداد نوترون‌های برابرند اما عدد اتمی متفاوت دارند. بنابراین ممکن نیست که عدد جرمی آن‌ها $(A=Z+N)$ یکسان باشد و گزینه (۱) نادرست است. D و B دارای عدد اتمی یکسان و عدد نوترونی متفاوت هستند و ایزوتوپ یکدیگرند و عدد جرمی یکسانی ندارند. بنابراین گزینه (۲) نادرست است.

اگر به A و E دقت کنید تعداد نوترون‌های E، چهار واحد از تعداد نوترون‌های A بیشتر و تعداد پروتون‌های E چهار واحد از تعداد پروتون‌های A کمتر است؛ در این صورت عدد جرمی A و E $(A=Z+N)$ با هم برابر است و گزینه (۳) درست است.

عنصر D یک نوترون و دو پروتون از عنصر E بیشتر دارد، بنابراین $A_D > A_E$ و گزینه (۴) نادرست است.

بازی با سؤال - جرم نوترون‌هایی را که می‌توان کنار هم درون یک جعبه کبریت به ابعاد $۶\text{cm} \times ۴\text{cm} \times ۲\text{cm}$ قرار داد، تقریباً چند کیلوگرم است؟ (شعاع

و جرم نوترون تقریباً $۱۰^{-۱۵}\text{m}$ و $۱۰^{-۲۷}\text{kg}$ است و $\pi \approx ۳$). **از کتاب درسی**

(۱) $۱۰^۵$ (۲) $۱۰^{۱۳}$ (۳) $۱۰^{۲۰}$ (۴) $۱۰^{۲۵}$

پاسخ - حجمی که هر نوترون اشغال می‌کند، برابر است با:

$$V_{\text{نوترون}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (10^{-15})^3 = 4 \times 10^{-45} \text{m}^3$$

گنجایش قوطی کبریت برابر است با: $V = ۶ \times ۴ \times ۲ \times ۱۰^{-۶} \text{m}^3 = ۴/۸ \times ۱۰^{-۵} \text{m}^3$
تعداد نوترون‌هایی که در این قوطی جای می‌گیرند برابر است با:

$$n = \frac{V}{V_{\text{نوترون}}} = \frac{۴/۸ \times ۱۰^{-۵}}{۴ \times ۱۰^{-۴۵}} = ۱/۲ \times ۱۰^{۴۰}$$

بنابراین $۱/۲ \times ۱۰^{۴۰}$ نوترون در این قوطی جای می‌گیرند و می‌دانیم جرم هر نوترون برابر $۱۰^{-۲۷}\text{kg}$ است.

$$m_{\text{کل}} = nm_{\text{نوترون}} = ۱/۲ \times ۱۰^{۴۰} \times ۱۰^{-۲۷} = ۱/۲ \times ۱۰^{۱۳} \text{kg} \Rightarrow M_{\text{کل}} \sim ۱۰^{۱۳} \text{kg}$$

گزینه ۲

۳ ۱۹۹۶ A

آزمایش نشان می‌دهد جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده آن کمتر است. طبق رابطه اینشتین ($E = \Delta mc^2$) هنگام تشکیل هسته، این اختلاف جرم به انرژی تبدیل می‌شود که آن را انرژی بستگی می‌نامند.

۳ ۱۹۹۷ A

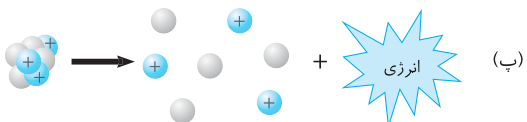
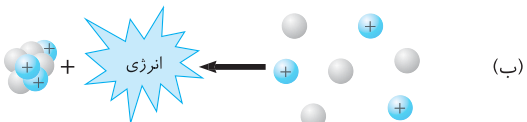
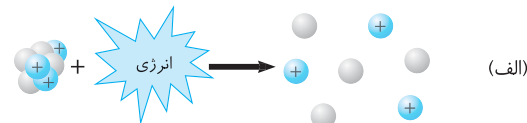
جرم هسته اتم از جرم نوکلئون‌های آن کمتر است. این کاستی جرم به انرژی بستگی هسته تبدیل می‌شود. بنابراین منشأ انرژی بستگی هسته، تبدیل جرم به انرژی است.

۳ ۱۹۹۸ A

فرض کنید می‌خواهیم نوکلئون‌های یک هسته را از هم جدا کنیم، در این صورت باید به نوکلئون‌ها انرژی داده شود تا از هسته جدا شوند. بنابراین هنگام تشکیل هسته که نوکلئون‌ها کنار هم قرار می‌گیرند، باید نوکلئون‌ها انرژی از دست داده باشند. بنابراین گزینه (۳) درست است.

۳ ۱۹۹۹ A

در شکل (الف) به جهت پیکان دقت کنید شکل (الف) واپاشی یک هسته به نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده‌اش را با دریافت انرژی نشان می‌دهد و این طرحواره می‌تواند درست باشد.

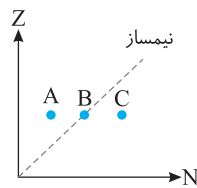


در شکل (ب) با توجه به جهت پیکان، تعدادی نوکلئون یک هسته تشکیل داده‌اند و مقداری انرژی آزاد کرده‌اند که سبب کاستی جرم هسته می‌شود. بنابراین طرحواره شکل (ب) نیز درست است. شکل (پ) هیچ‌گونه مفهوم فیزیکی را به ما ارائه نمی‌دهد.

۳ ۲۰۰۰ A

در یک هسته پایدار، مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده هسته از جرم هسته بیشتر است و گزینه (۳) درست است.

۱ ۱۹۹۲ B



در نمودار عدد اتمی برحسب عدد نوترونی تمام هسته‌های عناصر طبیعی در سمت راست نیمساز قرار دارند زیرا در سمت راست نیمساز، تعداد پروتون‌ها از تعداد نوترون‌ها کمتر است و در سمت چپ تعداد پروتون‌ها از تعداد نوترون‌ها بیشتر است و اگر تعداد

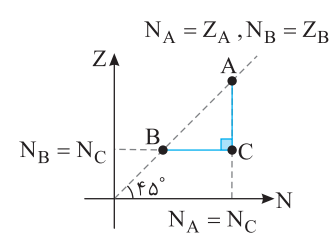
پروتون‌ها از نوترون‌ها بیشتر باشد، دافعه الکتریکی بین پروتون سبب می‌گردد هسته‌ای از این دست وجود نداشته باشد. بنابراین ایزوتوپ A امکان وجود طبیعی ندارد.

۱ ۱۹۹۳ B

عناصر B روی نیمساز نمودار Z-N قرار دارد و عدد اتمی آن با عدد نوترونی آن برابر است:

$$B: \begin{cases} Z=N \\ Z+N=۴۰ \end{cases} \Rightarrow Z=N=۲۰$$

بنا به فرض مسئله عدد جرمی B ۴۰ است، از این رو:



با توجه به نمودار عنصر C و عنصر B دارای عدد اتمی یکسان هستند و ایزوتوپ‌های یک عنصر می‌باشند و بنابراین عدد اتمی عنصر C نیز برابر ۲۰ است.
 $Z_C = Z_B = ۲۰$

A روی نیمساز قرار دارد. از طرفی عدد اتمی A بنا به فرض مسئله ۲۵ است. بنابراین:

$$N_A = Z_A = ۲۵$$

عناصر C و عنصر A با توجه به نمودار دارای عدد نوترونی برابر هستند و عدد نوترونی C خواهد شد:

$$N_C = N_A = ۲۵$$

عدد جرمی C را حساب می‌کنیم:

$$A_C = N_C + Z_C \Rightarrow A_C = ۲۵ + ۲۰ = ۴۵$$

$${}_{Z_C}^{A_C}C \Rightarrow {}_{۲۰}^{۴۵}C$$

اکنون نماد عنصر C را می‌نویسیم:

۴ ۱۹۹۴ B

به کمک بار هسته می‌توان تعداد پروتون‌های هسته (عدد اتمی) عنصر M را به دست آورد.

$$Q = Ze \Rightarrow ۱/۲۸ \times ۱۰^{-۱۸} = Z_M (1/۶ \times ۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow Z_M = ۸$$

عناصر M روی نیمساز قرار دارد، بنابراین تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن یکسان است از این رو:

$$N_M = Z_M = ۸$$

عدد جرمی عنصر M خواهد شد: $A_M = Z_M + N_M = ۸ + ۸ \Rightarrow A_M = ۱۶$

تمام هسته‌هایی که روی خطی عمود بر نیمساز قرار دارند دارای عدد جرمی یکسان هستند.

عناصر P روی خطی قرار دارد که شیب آن -۱ است، شیب نیمساز ۱ است بنابراین خط مورد نظر بر نیمساز عمود است. بنابراین $A_P = A_M = ۱۶$ است.

۴ ۱۹۹۵ B

در یک هسته اتم کربن ${}^{۱۲}_6C$ تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها به صورت $A = Z + N = ۱۲$ است، بنابراین حجم اشغالی یک هسته کربن برابر است با:

$$V_{\text{هسته}} = ۱۲ \times \frac{4}{3} \pi r^3 = ۱۶ \pi (10^{-۱۵})^3 = ۱۶ \pi \times ۱۰^{-۴۵} = ۴۸ \times ۱۰^{-۴۵} \text{m}^3$$

گنجایش توپ تنیس برابر است با:

$$V_{\text{توپ}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times ۳ \times (۳ \times ۱۰^{-۲})^3 = ۴ \times ۲۷ \times ۱۰^{-۶} \text{m}^3$$

$$n = \frac{V_{\text{توپ}}}{V_{\text{هسته}}} = \frac{۴ \times ۲۷ \times ۱۰^{-۶}}{۴۸ \times ۱۰^{-۴۵}} = ۲/۲۵ \times ۱۰^{۳۹} \sim ۱۰^{۳۹}$$

۳ ۲۰۰۱ A

جرم هر اتم از مجموع جرم ذره‌های تشکیل دهنده آن کمتر است، همچنین جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده آن کمتر است. بنابراین جرم هسته هلیوم که دارای دو پروتون و دو نوترون است، از مجموع جرم دو نوترون و دو پروتون کمتر است.

۱ ۲۰۰۲ B

اندازه‌گیری‌های تجربی نشان می‌دهد، جرم هسته اتم از جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده آن کمتر است. در واقع برای تشکیل هسته، مقداری انرژی لازم است که از تبدیل بخش کوچکی از جرم نوکلئون‌ها به انرژی تأمین می‌شود که به آن انرژی بستگی هسته گویند.

$$E = \Delta Mc^2 \Rightarrow E = [(NM_n + ZM_p) - M_x]c^2$$

بنابراین هرچه اختلاف مجموع جرم نوکلئون‌ها با جرم هسته بیشتر باشد، انرژی بستگی هسته بیشتر است و هسته پایدارتر است.

۴ ۲۰۰۳ A

کاستی جرم هسته برابر تفاضل مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده هسته و جرم هسته است. بنابراین باید مجموع جرم نوکلئون‌های هسته کربن $^{12}_6\text{C}$ را به دست آوریم

$$\Delta m = (6m_p + 6m_n) - m_C$$

۱ ۲۰۰۴ A

با توجه به رابطه اینشتین خواهیم داشت:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 1/67 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \\ \Rightarrow E = 1/67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} = 15/0.3 \times 10^{-11} \approx 1/5 \times 10^{-10} \text{ J}$$

۲ ۲۰۰۵ A

بنا بر نظریه اینشتین، جرم و انرژی صورت‌های مختلف یک کمیت فیزیکی هستند و رابطه $E = mc^2$ بین آن‌ها برقرار است که در آن c سرعت نور است.

$$E = mc^2 \quad E = 7/2 \times 10^{-12} \text{ J}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \rightarrow 7/2 \times 10^{12} = m \times (3 \times 10^8)^2 \\ \Rightarrow m = \frac{7/2 \times 10^{12}}{9 \times 10^{16}} = 0/8 \times 10^{-4} \text{ kg} \Rightarrow m = 0/8 \mu\text{g}$$

۲ ۲۰۰۶ A

۱ جرمی که به انرژی تبدیل می‌شود را برحسب kg می‌نویسیم:

$$m = 1 \mu\text{g} = 10^{-6} \text{ g} = 10^{-6} \times 10^{-3} \text{ kg} \Rightarrow m = 10^{-9} \text{ kg}$$

۲ ابتدا با استفاده از رابطه اینشتین، انرژی حاصل از تبدیل ۱ میکروگرم جرم به انرژی را به دست می‌آوریم:

$$E = mc^2 = (1 \times 10^{-9}) \times (3 \times 10^8)^2 = 9 \times 10^7 \text{ J} = 9 \times 10^4 \text{ kJ}$$

۳ حال مقدار نفت مورد نیاز برای تولید $9 \times 10^4 \text{ kJ}$ انرژی را با یک تناسب ساده حساب می‌کنیم:

۱ g	۵۰ kJ
m'	$9 \times 10^4 \text{ kJ}$

$$\Rightarrow m' = \frac{9 \times 10^4}{50} = 1/8 \times 10^3 \text{ g} = 1/8 \text{ kg}$$

۴ ۲۰۰۷ A

۱ انرژی حاصل از تبدیل ۴ گرم ماده به انرژی را به کمک رابطه اینشتین به دست می‌آوریم:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 4 \times 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 36 \times 10^{13} \text{ J}$$

۲ مقدار انرژی‌ای که هر لامپ ۱۰۰ واتی در مدت ۲۰ ساعت مصرف می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = 100 \times 20 \times 3600 \Rightarrow E = 7/2 \times 10^6 \text{ J}$$

۳ بنابراین تعداد لامپ‌ها را به کمک یک تناسب ساده می‌توان حساب کرد:

۷/۲ × ۱۰ ^۶	۱ لامپ
۳۶ × ۱۰ ^{۱۳}	n لامپ

$$\Rightarrow n = \frac{36 \times 10^{13}}{7/2 \times 10^6} \Rightarrow n = 5 \times 10^7 = 50000000$$

۱ ۲۰۰۸ A

خط فکری ← به کمک رابطه اینشتین، مقدار انرژی حاصل از تبدیل یک گرم جرم به انرژی را حساب کنید، سپس به کمک رابطه انرژی پتانسیل گرانشی $U = mgh$ جرمی را که با این انرژی می‌توان به ارتفاع صدمتری برد به دست بیاورید.

۱ ابتدا انرژی حاصل از یک گرم را به دست می‌آوریم:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 10^{-2} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 9 \times 10^{13} \text{ J}$$

۲ اکنون مقدار جرمی را که می‌توان با این انرژی به ارتفاع صدمتر بالا برد به دست می‌آوریم:

$$E = mgh \Rightarrow 9 \times 10^{13} = m \times 10 \times 100 \Rightarrow m = 9 \times 10^{10} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m = 90 \times 10^6 \text{ تن} \Rightarrow m = 90 \text{ میلیون تن}$$

۱ ۲۰۰۹ A

با توجه به رابطه $E = mc^2$ داریم:

$$\begin{cases} E = 1 \text{ u} \times c^2 = 1/66 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} = 1/49 \times 10^{-10} \text{ J} \\ 1 \text{ J} = 6/25 \times 10^{18} \text{ eV} = 6/25 \times 10^{12} \text{ MeV} \end{cases} \\ \Rightarrow E = 1/49 \times 10^{-10} \times 6/25 \times 10^{12} = 931/5 \text{ MeV}$$

نکته ← این تبدیل که انرژی معادل جرم 1 u برابر است با: $931/5 \text{ MeV}$

بهتر است به خاطر سپرده شود.

۳ ۲۰۱۰ A

انرژی بستگی برابر است با جرم کاستی هسته (Δm) ضرب در مجذور سرعت نور

$$(c^2), \text{ بنابراین:} \\ \frac{(\Delta mc^2)_{\text{کربن}}}{(\Delta mc^2)_{\text{دوتریم}}} = \frac{\Delta m_{\text{کربن}}}{\Delta m_{\text{دوتریم}}} = \frac{0/09}{0/15} = \frac{90}{150} = 0/6$$

۳ ۲۰۱۱ A

هسته مانند اتم دارای ترازهای انرژی کوانتیده است و نوکلئون درون هسته نمی‌تواند هر انرژی دلخواهی را اختیار کند و گزاره (الف) درست است. اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون در هسته از مرتبه MeV و ترازهای انرژی الکترون در اتم از مرتبه eV است، بنابراین گزاره (ب) نادرست است.

نوکلئون‌ها می‌توانند با جذب انرژی در هسته به ترازهای انرژی بالا بروند و هسته برانگیخته شود، بنابراین گزاره (پ) درست است.

اختلاف انرژی ترازهای هسته از مرتبه MeV (مگاالکترون‌ولت) است و گزاره (ت) نادرست است.

۳ ۲۰۱۲ A

نکته ← پروتو الکترومغناطیسی که هسته گسیل می‌کند همواره پروتو گاما است. بدون حل کاملاً مشخص است که پروتو گسیل شده از هسته قطعاً گاما است و گزینه (۳) درست است. اما اگر بخواهیم طول موج پروتو را به دست بیاوریم خواهیم داشت:

$$E = hf \Rightarrow E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 4 \times 10^{-16} \times 1/6 \times 10^{-19} = 6/4 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{\lambda}$$

$$\lambda = 3 \times 10^{-13} \text{ m} = 3 \times 10^{-4} \text{ nm}$$

طول موج فرابنفش حدود 400 nm است و طول موج فرورسرخ و رادیویی از 700 nm بیشتر است، بنابراین این طول موج مربوط به پروتو گاما است.

پنجره دو جداره

۲ ۲۰۱۳ A

کاستی جرم هسته را به دست می‌آوریم:

$$3/0245 - 3/0136 = 0/0109 \\ 0/0109 \times 931/5 \approx 10/15 \text{ MeV}$$

انرژی بستگی هسته خواهد شد:

بازی با سوال ← انرژی بستگی یک هسته برابر $310/5 \text{ MeV}$ است.

کاستی جرم هسته چند است u ؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

از کتاب درسی

$$1/4 \quad (4) \quad 0/27 \quad (3) \quad 0/45 \quad (2) \quad 0/33 \quad (1)$$

پنجره ۲ روبه‌روی ۳

۳ ۲۰۱۶ A

با توجه به بردارهای نیروی رسم شده در شکل، نیروی هسته‌ای بین دو نوترون و یا دو پروتون و یا یک نوترون و یک پروتون وجود دارد یعنی از دید نیروی هسته‌ای تفاوتی بین پروتون و نوترون نیست بنابراین گزاره (الف) را می‌توان نتیجه گرفت. از طرفی در شکل نشان داده شده است که هر نوکلئون تنها به نوکلئون‌های مجاورش نیرو وارد می‌کند، بنابراین نیروی هسته‌ای را کوتاه‌برد نشان می‌دهد و گزاره (ب) نیز درست است. این طرح‌واره در مورد واپاشیدن هسته چیزی به ما ارائه نمی‌دهد و گزاره (پ) نادرست است.

نمای ۱۱

۴ ۲۰۱۶ A

هنگام تشکیل هسته بخشی از جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده هسته به انرژی لازم برای تشکیل هسته تبدیل می‌شود و با یک کاستی جرم هسته روبه‌رو هستیم یعنی مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده هسته از جرم هسته بیشتر ($M > M_x$) است. دقت کنید که در صورت مسأله $N \neq 1$ در نظر گرفته شده است.

نمای ۱۲

۱ ۲۰۱۶ A

هنگامی که رادفورد به یک ورقه بسیار نازک طلا ذرات پراثری آلفا تاباند، مشاهده کرد که تعداد زیادی از ذرات آلفا بدون هیچ‌گونه انحرافی از ورقه طلا رد شدند و نتیجه گرفت، در اتم یک فضای تهی بزرگ نسبت به هسته وجود دارد که ذرات آلفا از این فضا بدون انحراف می‌گذرند. یعنی فاصله زیادی بین الکترون‌ها و هسته وجود دارد. بنابراین گزینه (۱) درست است.

نمای ۶

۲ ۲۰۱۶ A

خطوط فرانیهوفر خطوط تاریک جذبی هستند که در طیف‌نما در طیف خورشید دیده می‌شوند و مربوط به طول موج‌های جذب شده توسط عناصر موجود در جو خورشید و جو زمین هستند، بنابراین گزینه (۱) نادرست است. طیف گسیلی و جذبی هر عنصر که به آن طیف اتمی می‌گویند، منحصر به فرد است و گزینه (۲) درست است.

طیف اتمی توسط لامپ‌های حاوی بخار رقیق عنصر گسیل می‌شود و گزینه (۳) نادرست است. گسیل نور توسط اتم هنگامی صورت می‌گیرد که الکترون برانگیخته از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر جهش کند و گزینه (۴) نادرست است.

نمای ۸

۳ ۲۰۱۶ B

خط فکری در رشته پاشن ($n' = 3$) اولین طیف اتمی هیدروژن $n = 4$ ، دومین طیف اتمی هیدروژن $n = 5$ ، سومین طیف اتمی هیدروژن $n = 6$ و ... است. دومین طیف اتمی هیدروژن در رشته پاشن برابر $n = 5$ است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \frac{16}{225} \Rightarrow \lambda = \frac{225}{16} \times \frac{1}{R}$$

$$\lambda = \frac{225}{16} \times 10^2 \text{ nm}$$

سومین طیف اتمی هیدروژن در طیف پاشن برابر $n = 6$ است

$$\frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{36} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda'} = R \left(\frac{3}{36} \right) \Rightarrow \lambda' = \frac{36}{3} \times \frac{1}{R}$$

$$\lambda' = 12 \times 10^2 \text{ nm}$$

حال اختلاف دو طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda - \lambda' = \frac{225}{16} \times 10^2 - 12 \times 10^2 = 10^2 \left(\frac{225}{16} - 12 \right) = 10^2 \times \left(\frac{33}{16} \right) = \frac{8125}{4}$$

نمای ۵

پایسج نکته انرژی حاصل از تبدیل جرمی معادل $1u$ به انرژی، برابر $931/5 \text{ MeV}$ است. کافی است بستگی را بر $931/5$ تقسیم کنیم.

$$\frac{310/5}{931/5} = \frac{1}{3} \approx 0.33u$$

گزینه ۱

۲ ۲۰۱۴ A

ترتیب دارای سه نوکلئون است، از این رو انرژی بستگی هسته به ازای هر نوکلئون خواهد شد:

$$\frac{10/15}{3} = 3/383 \text{ MeV}$$

۲ ۲۰۱۵ A

تغییر جرم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta M = M_{\text{Ra}} - (M_{\text{Rn}} + M_{\text{He}}) \Rightarrow \Delta M = 223/0.18 - (219/0.09 + 4/0.03)$$

$$\Rightarrow \Delta M = 223/0.18 - 223/0.12 = 0.006u$$

به کمک رابطه اینشتین انرژی آزاد شده را حساب می‌کنیم.

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 0.006 \times 931/5 = 5/589 \text{ MeV}$$

$$= 5/589 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 10^6 = 8/9424 \times 10^{-13} \text{ J}$$

یازی یا سوال در هسته‌های یک عنصر، جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده هسته آن $2u$ بیشتر از جرم خود هسته است و هر $1u$ (یکای جرم اتمی)

معادل با $1/66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ است. انرژی بستگی هسته‌ای این عنصر چند ژول است؟ ($c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

$$\begin{aligned} (1) \quad & 2/988 \times 10^{-13} \\ (2) \quad & 1/494 \times 10^{-10} \\ (3) \quad & 7/47 \times 10^{-8} \\ (4) \quad & 1/8 \times 10^{-14} \end{aligned}$$

پایسج تفاوت جرم هسته و نوکلئون‌ها به انرژی تبدیل می‌شود. تفاوت جرم را بر حسب kg به دست می‌آوریم:

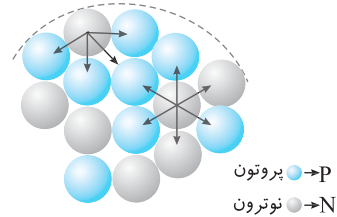
$$\Delta m = 0.002 \times 1/66 \times 10^{-27} = 3/32 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

$$E = \Delta mc^2 \Rightarrow E = 3/32 \times 10^{-30} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 2/988 \times 10^{-13} \text{ J}$$

گزینه ۱

۲ ۲۰۱۶ B

نکته قسمتی از هسته و نوکلئون‌های آن به صورت طرح‌واره نشان داده شده است. هر نوکلئون فقط به نزدیک‌ترین نوکلئون‌های مجاورش نیروی هسته‌ای وارد می‌کند.

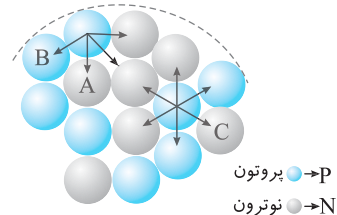


نیروی که دو پروتون بر هم وارد می‌کند:

۱ نیروی ربایشی هسته‌ای

۲ نیروی رانش الکتریکی

البته نیروی گرانش بین آن‌ها بسیار ناچیز هستند.



نیروی هسته‌ای پروتون‌های A و B بسیار قوی‌تر از نیروی الکتریکی بین آن‌ها است، زیرا این دو پروتون مجاور هم هستند، بنابراین نیروی خالص بین A و B ربایشی است. نیروی هسته‌ای نیروی کوتاه‌برد است، نیروی ربایشی هسته‌ای بین B و C کم است اما نیروی دافعه الکتریکی نیروی بلندبردتری است. بنابراین دافعه الکتریکی بین دو پروتون B و C از ربایش هسته‌ای بیشتر است و نیروی خالص رانشی است.

۲۰۱۶ B

۶

نکته

اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول موج در هر رشته را گستره طول موج‌های آن رشته می‌نامند.

۱ بلندترین طول موج رشته پاشن ($n'=3$) در گذار الکترون از تراز $n=4$ به $n'=3$ گسیل می‌شود و مقدار آن خواهد شد.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max P}} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\max P} = \frac{144}{\sqrt{R}}$$

۲ کوتاه‌ترین طول موج رشته پاشن در گذار الکترون از تراز $n=\infty$ به $n'=3$ گسیل می‌شود و طول موج آن برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min P}} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min P} = \frac{9}{R}$$

۳ گستره طول موج‌های رشته پاشن را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda_{\max P} - \lambda_{\min P} = \frac{144}{\sqrt{R}} - \frac{9}{R} = \frac{144 - 9\sqrt{R}}{\sqrt{R}} = \frac{11}{\sqrt{R}} \Rightarrow \Delta\lambda_P = \frac{11}{\sqrt{R}}$$

۴ بلندترین طول موج رشته لیمان در گذار الکترون از $n=2$ به $n'=1$ گسیل می‌شود. از این‌رو:

$$\frac{1}{\lambda_{\max L}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = R \left(\frac{3}{4} \right) \Rightarrow \lambda_{\max L} = \frac{4}{3R}$$

۵ کوتاه‌ترین طول موج رشته لیمان در گذار الکترون از $n=\infty$ به $n'=1$ گسیل می‌شود. در نتیجه:

$$\frac{1}{\lambda_{\min L}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min L} = \frac{1}{R}$$

۶ گستره طول موجی رشته لیمان را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda_{\max L} - \lambda_{\min L} = \frac{4}{3R} - \frac{1}{R} = \frac{4-3}{3R} \Rightarrow \Delta\lambda_L = \frac{1}{3R}$$

$$\frac{\Delta\lambda_P}{\Delta\lambda_L} = \frac{\frac{11}{\sqrt{R}}}{\frac{1}{3R}} = \frac{33}{\sqrt{R}}$$

۷ نسبت $\frac{\Delta\lambda_P}{\Delta\lambda_L}$ خواهد شد:

نمای ۵

۲۰۱۶ B

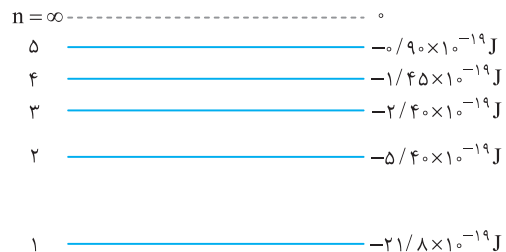
۷

۱ انرژی فوتون گسیلی را به‌دست می‌آوریم:

$$E = hf \quad h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s, } f = \nu / \Delta x = 1.4 \times 10^{14} \text{ Hz} \Rightarrow E = 6 \times 10^{-23} \times 1.4 \times 10^{14} \text{ J} \Rightarrow E = 4 / 5 \times 10^{-19} \text{ J}$$

۲ باید بررسی کنید اختلاف انرژی کدام دو تراز برابر انرژی فوتون است. انرژی تراز $n=5$ ، $n=2$ و انرژی تراز $n=2$ ، $n=5$ است و اختلاف انرژی این دو تراز برابر است با:

$$E_5 - E_2 = -0.9 \times 10^{-19} - (-5/4 \times 10^{-19}) = 4/5 \times 10^{-19} \text{ J}$$



۳ بنابراین الکترون از تراز $n=5$ به تراز $n'=2$ جهش کرده است.

نمای ۷

۲۰۱۶ C

۸

خط‌فکر

باید ابتدا، انرژی فوتون و انرژی الکترون در تراز $n=3$ را حساب کنید. سپس انرژی فوتون را با انرژی الکترون جمع کنید تا مشخص شود که الکترون به کدام تراز جهش کرده است، سپس می‌توانید تعداد گذارهای $\Delta n \leq 2$ را که طول موج گسیلی آن فرابنفش است مشخص کنید.

۱ انرژی فوتون را حساب می‌کنیم

$$E = hf \quad f = 24 \times 10^{14} \text{ Hz} \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 24 \times 10^{14} \text{ J} \Rightarrow E = 96 \times 10^{-1} \text{ eV} \Rightarrow E = 9.6 \text{ eV}$$

۲ انرژی الکترون در تراز $n=3$ را به‌دست می‌آوریم:

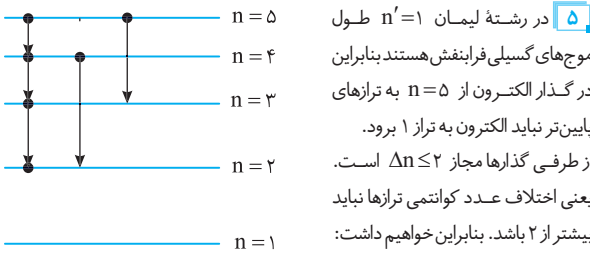
$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{13.6}{3^2} = -1.51 \text{ eV}$$

۳ انرژی الکترون بعد از جذب فوتون خواهد شد:

$$E_n = -1.51 + 9.6 \Rightarrow E_n = -0.91 \text{ eV}$$

۴ تراز که انرژی آن -0.91 eV را به‌دست می‌آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow -0.91 = -\frac{13.6}{n^2} \Rightarrow n^2 = 15 \Rightarrow n = 4$$



گذارهای $\Delta n = 1$ تا $n=2$ (۱) \rightarrow ۴ (۲) \rightarrow ۳ (۳) \rightarrow ۲ (۴) \rightarrow ۱ (۵) سه‌نوع فوتون

گذارهای $\Delta n = 2$ (۱) \rightarrow ۳ (۲) \rightarrow ۱ (۳) دو نوع فوتون

جمعاً ۵ نوع فوتون

نمای ۷

۲۰۱۶ A

۹

در گسیل القایی در لیزر، انرژی فوتون ورودی دقیقاً با اختلاف انرژی تراز پایه و حالت برانگیخته برابر است و گزینه (۳) درست است.

نمای ۱۱

۲۰۱۶ B

۱۰

نکته ریاضی

خط عمود بر هم، قرینه وارون یکدیگر است: $mm' = -1$
خط چین $Z=N$ نیمساز نمودار $Z-N$ و شیب آن برابر ۱ است. خط AB عمود بر نیمساز رسم شده و دارای شیب -1 خواهد بود. با توجه به نمودار شیب خط AB را نوشته و برابر -1 قرار می‌دهیم.

$$\text{شیب خط } AB = \frac{Z_A - Z_B}{N_A - N_B} = -1$$

$$Z_A - Z_B = N_B - N_A \Rightarrow N_A + Z_A = N_B + Z_B$$

بنابراین عدد جرمی‌های دو اتم A و B با هم برابر می‌باشد.

نمای ۹

پنجره ۴

۲۰۱۷ A

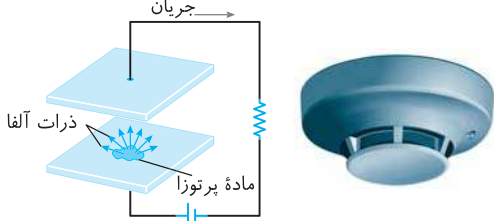
۱۱

آلفا، بتا و پوزیترون، ذره و گاما و ایکس موج الکترومغناطیسی هستند. پرتو گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی است. آلفا ذره‌ای یا دو نوترون و دو پروتون ${}^4_2\text{He}$ است.

ذره بتا، الکترون (${}^0_{-1}\text{e}$) است و پوزیترون نیز ذره‌ای با جرم الکترون و بار مثبت برابر با بار الکترون است (${}^0_{+1}\text{e}$). بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست است. پرتو ایکس مانند پرتو گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی است و گزینه (۴) درست است.

۴ ۲۰۲۳ A

ذره α دارای دو پروتون و دو نوترون بوده در واقع α ، هسته اتم هلیم بوده و دارای بار مثبت است. این ذره سنگین و دارای برد کوتاه است، بنابراین گزاره (الف) نادرست است. در تمام فرایندهای واپاشی پرتوزا مشاهده شده است که تعداد نوکلئون‌ها (مجموع پروتون‌ها و نوترون‌ها) در طی فرایند واپاشی هسته پایسته است یعنی تعداد نوکلئون‌ها، پیش از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند مساوی است. بنابراین گزاره (ب) درست است. یکی از کاربردهای گسترده واپاشی α ، در آشکارسازهای دود است و گزاره (پ) درست است.



واپاشی α در هسته‌های سنگین مانند اورانیوم صورت می‌گیرد و گزاره (ت) نادرست است. بنابراین گزینه (۴) درست است.

۳ ۲۰۲۴ A

یادآوری بار الکترون و بار پروتون هم اندازه هستند، ابتدا باید در ذهن خود طریقه تولید پوزیترون (β^+) و الکترون (β^-) در واپاشی هسته‌ای را یادآوری کنید.

۱. برای تولید پوزیترون، یک پروتون در هسته به یک نوترون و یک پوزیترون واپاشیده می‌شود. یعنی از تعداد پروتون‌های هسته یکی کم شده و بار هسته به اندازه بار یک پروتون ($1/6 \times 10^{-19} C$) کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

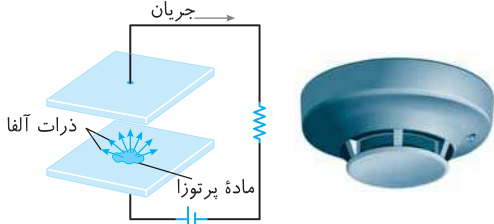
۲. در گسیل الکترون (β^-) یک نوترون به یک الکترون و یک پروتون واپاشیده می‌شود، الکترون از هسته خارج می‌شود و بر تعداد پروتون‌های هسته یک واحد افزوده می‌شود. بنابراین بار هسته به اندازه بار یک پروتون ($1/6 \times 10^{-19} C$) افزایش می‌یابد و گزینه (۲) نادرست است.

۳. ذره آلفا، از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده است ($\alpha = {}^4_2\text{He}$) و هر گاه هسته ذره آلفا گسیل کند قطعاً از تعداد پروتون‌های هسته دو واحد کاسته می‌شود و بار هسته به اندازه $3/2 \times 10^{-19} C = 3/2 \times 10^{-19} C$ کاهش می‌یابد و گزینه (۳) درست است.

۴. هنگام گسیل گاما که یک موج الکترومغناطیسی، تعداد پروتون‌های هسته تغییر نمی‌کند و بار هسته ثابت می‌ماند، اما در مورد پوزیترون و الکترون همان‌گونه که بیان شد بار هسته تغییر می‌کند و گزینه (۴) نادرست است.

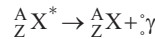
۳ ۲۰۲۵ A

یکی از کاربردهای گسترده واپاشی α در آشکارسازهای دود است که در آن مقدار اندکی از ماده پرتوزا که ذرات α گسیل می‌کند در وسط صفحه‌ای که بار مثبت دارد (که در اینجا صفحه A است زیرا به پایانه مثبت باتری متصل می‌باشد) می‌گذارند (با توجه به اینکه پرتوهای α مثبت هستند باید در صفحه مثبت قرار بگیرد تا از این صفحه به سمت صفحه منفی حرکت کنند) در طی گسیل پرتوی α ، به مولکول‌های هوا برخورد کرده و مولکول‌های هوا را یونیده می‌کند و یون‌های مثبت و منفی ایجاد می‌شود، این یون‌ها بین دو صفحه A و B توسط صفحه‌های ناهم نام خود جذب می‌شوند در نتیجه در مدار جریان برقرار می‌شود. هنگامی که دود در هوا باشد دود موجود بین صفحات جریان را کاهش می‌دهد زیرا یون‌هایی که به ذرات دود برخورد می‌کنند معمولاً خنثی می‌شوند و این باعث می‌شود که آمپرسنج عدد کوچک‌تری نمایش دهد.



۲ ۲۰۱۸ A

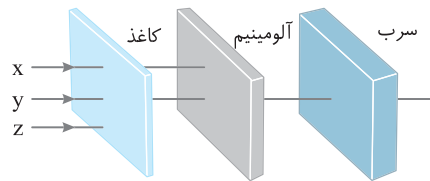
پرتو گاما از جنس پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و هنگامی که یک هسته برانگیخته با گسیل پرتو گاما به هسته حالت پایه تبدیل می‌شود، عدد جرمی و عدد اتمی آن تغییر نمی‌کند.



۲ ۲۰۱۹ A

در پرتوزایی طبیعی سه نوع پرتو ایجاد می‌شود. آلفا، بتا، گاما. پرتوهای آلفا کمترین نفوذ را دارند. این ذرات پس از طی مسافت کوتاهی در هوا (۱ تا ۲ سانتی‌متر) و یا با عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شوند. بنابراین پرتو Z ، پرتو α و دارای بار مثبت است.

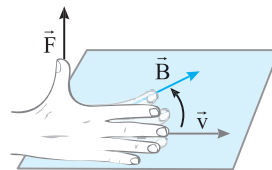
پرتوهای بتا نفوذ بیشتری دارند و در سرب به ضخامت $\approx 1\text{mm}$ نفوذ می‌کنند. بنابراین پرتو X که در آلومینیم جذب شده پرتو β بوده و دارای بار منفی است. پرتو γ از جنس امواج الکترومغناطیسی است و می‌تواند از ورقه‌ای سربی به ضخامت $\approx 1\text{cm}$ بگذرد، بنابراین پرتو Y در شکل بدون بار بوده و خنثی است.



۲ ۲۰۲۰ B

یادآوری هرگاه ذره بارداری از یک میدان مغناطیسی بگذرد و راستای حرکت آن در راستای خطوط میدان نباشد بر آن نیروی مغناطیسی $F = qvB \sin \alpha$ وارد می‌شود.

یادآوری قاعده دست راست برای نیروی وارد بر بار متحرک درون میدان مغناطیسی: چهار انگشت باز دست راست را در جهت حرکت بار به گونه‌ای قرار می‌دهیم که خم کردن آن‌ها (کف دست) در جهت میدان مغناطیسی قرار گیرد. در این صورت انگشت باز شست جهت نیروی وارد بر ذره باردار را نشان می‌دهد.



نوترون چون بدون بار است از مسیر خود منحرف نمی‌شود. آلفا دارای بار مثبت است، بنابراین با توجه به قاعده دست راست به سمت بالا منحرف می‌شود. بتا دارای بار منفی است پس با توجه به قاعده دست راست به سمت پایین منحرف می‌شود.

۱ ۲۰۲۱ B

یادآوری بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی و بر بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود. این نیرو برابر $F = qE$ است.

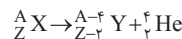
پرتو γ خنثی است، بنابراین در میدان الکتریکی منحرف نخواهد شد پس پرتو شماره (۲) است. با توجه به اینکه پرتوهای α و β باردار هستند بنابراین در میدان منحرف خواهند شد.

میدان الکتریکی برای هر دو یکسان است، اما با توجه به اینکه جنس α از جنس هسته ${}^4_2\text{He}$ است، بنابراین α دارای ۲ بار مثبت و β دارای یک بار منفی است و نیروی وارد بر آلفا دو برابر نیروی وارد بر β است ($F_\alpha = 2F_\beta$).

اما جرم پرتو α خیلی بیشتر از β است به این دلیل که α از دو پروتون و دو نوترون ساخته شده در حالی که β از یک الکترون تشکیل می‌شود و طبق قانون دوم نیوتون $F = ma$ چون جرم α خیلی بیشتر از β می‌باشد شتاب آن کمتر بوده و این پرتو کمتر منحرف می‌شود، پس پرتو (۱)، α و پرتو (۳)، β است. پرتو α به سمت پایین منحرف شده بنابراین جهت میدان الکتریکی رو به پایین است.

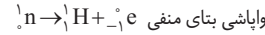
۴ ۲۰۲۲ A

ذره آلفا دارای ۲ پروتون و ۲ نوترون (${}^4_2\text{He}$) است و هنگامی که از یک هسته ذره α گسیل می‌شود، از عدد اتمی آن ۲ واحد و از عدد جرمی آن ۴ واحد کاسته می‌شود.

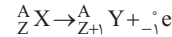


۴ ۲۰۲۶ A

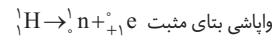
در واپاشی بتای منفی (الکترون‌زا) یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود.



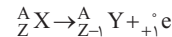
هرگاه هسته β^- گسیل کند عدد جرمی (تعداد نوکلئون‌ها) آن تغییر نمی‌کند اما عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) یک واحد افزایش می‌یابد.



در واپاشی پوزیترون یک پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.



هرگاه هسته β^+ (پوزیترون) گسیل کند عدد جرمی (تعداد نوکلئون‌ها) ثابت می‌ماند اما عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) یک واحد کاهش می‌یابد.



ریاضی - ۸۵

بازی با سؤال: در واپاشی بتای منفی

(۱) عدد اتمی ثابت می‌ماند.

(۲) جرم اتمی یک واحد زیاد می‌شود.

(۳) مجموع نوکلئون‌ها ثابت می‌ماند.

(۴) در هسته یک پروتون کم و یک نوترون اضافه می‌شود.

پاسخ: در واپاشی بتای منفی (${}^0_{-1}\text{e}$)، عدد جرمی بدون تغییر می‌ماند و به عدد اتمی یک واحد افزوده می‌شود.

در واقع یک نوترون در هسته عنصر پرتوزا واپاشیده شده و به یک پروتون و یک الکترون (بتای منفی) تبدیل می‌شود که بتا از هسته خارج می‌گردد. بنابراین مجموع نوکلئون‌ها ($A=Z+N$) ثابت می‌ماند، اما به تعداد پروتون‌های هسته

یک واحد افزوده می‌شود.

۴ ۲۰۲۷ A

در گسیل الکترون‌زا و پوزیترون به ترتیب به عدد اتمی عنصر یک واحد اضافه و کم می‌شود. در گسیل آلفا، دو واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود و در تابش گاما تنها انرژی آزاد شده و عدد اتمی تغییری نمی‌کند، بنابراین بیشترین تغییر عدد اتمی مربوط به گسیل α و کمترین تغییر عدد اتمی برای گسیل γ می‌باشد.

۴ ۲۰۲۸ A

پرتوهای α در عمق 1mm و ذرات بتا تا عمق 1mm و پرتو گاما تا عمق 100mm سرب نفوذ می‌کنند. بنابراین گزینه (۱) درست است. در واپاشی $({}^4_2\text{He})\alpha$ دو نوترون و دو پروتون از هسته کاسته می‌شود، بنابراین گزینه (۲) درست است. ذره‌های آلفا دارای بار مثبت بوده و ذرات سنگین شامل دو نوترون و دو پروتون هستند بنابراین گزینه (۳) درست است.

برد ذره‌های آلفا کوتاه بوده و بعد از جدایی از هسته پس از طی مسافتی کوتاه در هوا (در حدود ۱ یا ۲ cm) و یا با عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شود و اگر این ذره‌ها از راه تنفس یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند باعث آسیب شدیدی به بافت‌های بدن می‌شود، بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۱ ۲۰۲۹ A

پادآوری: در گسیل پوزیترون (${}^0_{+1}\text{e}$) از پروتون‌های هسته (عدد اتمی) یک واحد کاسته و عدد جرمی تغییر نمی‌کند.

در واکنش‌های هسته‌ای تعداد نوکلئون‌ها، پیش از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند مساوی است.

در واکنش‌های هسته‌ای بار الکتریکی پایسته می‌ماند یعنی مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش برابر است.

با توجه به قوانین پایستگی در واکنش هسته‌ای می‌توان نوشت.

$${}^1_6\text{C} \rightarrow {}^A_Z\text{X} + ({}^0_{+1}\text{e}) \Rightarrow \begin{cases} 11 = A + 0 \Rightarrow A = 11 \\ 6 = Z + 1 \Rightarrow Z = 5 \end{cases} \Rightarrow {}^1_5\text{B}$$

۴ ۲۰۳۰ A

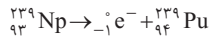
معادله واپاشی ایزوتوپ ${}^{15}_8\text{O}$ را می‌نویسیم. که با توجه به ${}^0_{+1}\beta$ ، عدد اتمی و عدد جرمی X به صورت ${}^{15}_7\text{X}$ می‌شود و مطابق جدول مندلیف عدد اتمی ۷ مربوط به ایزوتوپ‌های نیتروژن است.



معادله واپاشی ${}^{18}_9\text{F}$ را می‌نویسیم. که با توجه به ${}^0_{-1}\beta$ ، عدد اتمی و عدد جرمی Y به صورت ${}^{18}_{10}\text{Y}$ می‌شود مطابق جدول مندلیف عدد اتمی ۱۰ مربوط به ایزوتوپ‌های نئون است.

۴ ۲۰۳۱ A

هرگاه هسته بتای منفی (${}^0_{-1}\text{e}$) گسیل می‌کند، به عدد اتمی آن یک واحد افزوده می‌شود و عدد جرمی آن ثابت می‌ماند. بنابراین وقتی ${}^{239}_{93}\text{Np}$ واپاشی الکترون‌زا انجام می‌دهد در جدول تناوبی تبدیل به عنصر خانه بعدی یعنی پلوتونیم می‌شود.



۱ ۲۰۳۲ A

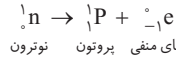
ذره آلفا هسته هلیوم است و دارای دو نوترون و دو پروتون است (${}^4_2\text{He}$). هرگاه هسته عنصر پرتوزا، آلفا گسیل کند از تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن هر کدام دو واحد کم می‌شود. تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های ${}^{238}_{92}\text{U}$ به ترتیب $Z=92$ و $Z'=92-2=90$ ، $N=238-92=146$ ، $N'=146-2=144$ است، بنابراین:

۳ ۲۰۳۳ A

در واکنش ${}^{60}_{28}\text{Ni}^* \rightarrow {}^{60}_{28}\text{Ni} + \dots$ نوع هسته تغییر نکرده است. بنابراین، هسته برانگیخته ${}^{60}_{28}\text{Ni}^*$ ، پرتو گاما گسیل کرده است.

۴ ۲۰۳۴ B

پادآوری: در واپاشی بتای منفی، یک نوترون در هسته واپاشی شده و یک پروتون و یک الکترون (β^-) ایجاد می‌شود.



بتای منفی پروتون نوترون

۱. تعداد نوترون‌های هسته ${}^{234}_{90}\text{Th}$ برابر است با:

$$A = Z + N \Rightarrow 234 = 90 + N \Rightarrow N = 144$$

۲. با واپاشی بتای منفی، تعداد نوترون‌های هسته یک واحد کاهش می‌یابد.

$$N' = 144 - 1 = 143$$

$$Z' = Z + 1 = 90 + 1 = 91$$

$$\frac{Z'}{N'} = \frac{91}{143}$$

۳. نسبت عدد اتمی و عدد نوترونی هسته دختر خواهد شد:

بازی با سؤال: در واکنش ${}^{239}_{92}\text{U} \rightarrow \text{X} + {}^{239}_{93}\text{Np}$ ، X کدام است؟

خارج ریاضی - ۸۹

(۱) الکترون (۲) پروتون (۳) نوترون (۴) پوزیترون

پاسخ: طبق قوانین پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای داریم:

$${}^{239}_{92}\text{U} \rightarrow {}^a_b\text{X} + {}^{239}_{93}\text{Np} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow {}^0_{-1}\text{e}$$

گزینه ۱

۱ ۲۰۳۵ A



$$56 + 36 = 92$$

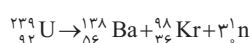
به جمع عدد اتمی در دو طرف واکنش دقت کنید.

بنابراین عدد اتمی علامت سؤال صفر است یعنی علامت سؤال باید نوترون ${}^1_0\text{n}$ باشد.

اکنون به تعداد نوکلئون‌ها در دو طرف واکنش دقت کنید.

$$239 = 138 + 94 + c \Rightarrow c = 3$$

در نتیجه باید در جای علامت ؟، سه نوترون ($3{}^1_0\text{n}$) قرار بگیرد.

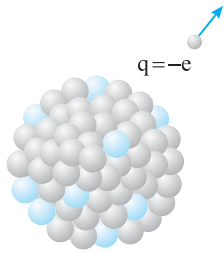


۳ ۲۰۴۱ B

در واپاشی بتا از یکی از نوترون‌های درون هسته به یک پروتون و یک بتا تبدیل می‌شود $n \rightarrow \text{H} + e^-$. بنابراین تعداد پروتون‌ها یک واحد افزایش می‌یابد و به $11+1=12$ رسیده و تعداد نوترون‌ها یک واحد کاهش می‌یابد و به $12-1=11$ می‌رسد. در این



صورت تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته دختر $Z=N=12$ است.



هسته واپاشی الکترون‌ها انجام داده است.

هرگاه هسته بتای منفی (e^-) گسیل کند، در

واقع یک نوترون در هسته به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود یعنی تعداد پروتون‌ها یک واحد افزایش و تعداد نوترون‌ها یک واحد کاهش می‌یابد.

۱ ۲۰۴۲ A

۲ ۲۰۴۳ A

۱ در واکنش‌های هسته‌ای تعداد نوکلئون‌ها، پیش از فرایند و پس از فرایند مساوی است.

۲ مجموع جبری عدد اتمی در دو طرف واکنش برابر است.

در گزینه (۱) ${}_{48}^{107}\text{Cd} + {}_{-1}^0\text{e} \rightarrow {}_{47}^{106}\text{Ag}$ تعداد نوکلئون‌ها برابر نیست $(107 \neq 106)$ و این گزینه نادرست است.

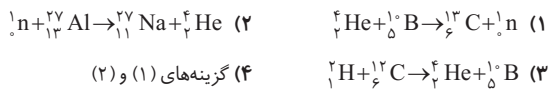
در گزینه (۲) ${}_{93}^{239}\text{Np} \rightarrow {}_{94}^{239}\text{Pu} + {}_{-1}^0\text{e}$ هر دو قانون پایستگی برقرار است و این گزینه درست است.

در گزینه (۳) ${}_{12}^2\text{C} + {}_{1}^1\text{H} \rightarrow {}_{13}^3\text{C} + {}_{+1}^0\text{e}$ تعداد نوکلئون‌ها برابر نیست $(12+1 \neq 13+0)$ و گزینه (۳) نادرست است.

در گزینه (۴) ${}_{1}^1\text{H} + {}_{1}^1\text{H} \rightarrow {}_{1}^2\text{H} + n$ مجموع عدد اتمی برابر نیست $(1+1 \neq 1+0)$ و گزینه (۴) نادرست است.

بازی با سؤال کدام یک از واکنش‌های زیر بنا بر قانون‌های پایستگی بار

الکتریکی یا عدد جرمی، ممنوع هستند؟



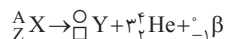
۱ در واکنش گزینه (۱) مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان نیست $(27+4 \neq 31)$ ، بنابراین این واکنش ممنوع است. در واکنش گزینه (۲)

مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش یکسان نیست $(27+4 \neq 31+1)$ ، بنابراین این واکنش نیز ممنوع است.

۳ ۲۰۴۴ B

راه‌حل اول: به ازای گسیل هر ذره آلفا، دو نوترون از هسته کاسته می‌شود بنابراین به ازای گسیل سه ذره آلفا، ۶ نوترون از هسته کاسته خواهد شد. از طرفی در گسیل بتای منفی (الکترون) یک نوترون به پروتون و الکترون تبدیل شده و از تعداد نوترون‌های هسته یکی کم می‌شود بنابراین جمعاً $6+1=7$ نوترون از هسته کاسته می‌شود.

راه‌حل دوم: اگر عنصر را به صورت ${}^A_Z\text{X}$ در نظر بگیریم واکنش به صورت:



مجموع عدد اتمی‌ها و عدد جرمی‌ها در دو طرف باید یکسان باشند.

$$Z = B + 3 \times 2 - 1 \Rightarrow B = Z - 5, \quad A = B + 3 \times 4 + 0 \Rightarrow A = B + 12$$

تعداد نوترون‌های اولیه برابر $A-Z$ و تعداد نوترون‌های عنصر حاصل برابر $(A-12) - (Z-5) = A-Z-7$ است. پس تعداد نوترون‌ها ۷ واحد کم می‌شود.

۴ ۲۰۳۶ A

بار الکتریکی در واکنش هسته‌ای پایسته است یعنی مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش یکسان است. بنابراین می‌نویسیم:



عدد اتمی نپتونیم $Z=93$ شده از این تعداد نوترون‌های آن خواهد شد:

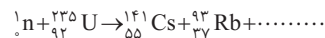
$$A = Z + N \Rightarrow 237 = 93 + N \Rightarrow N = 237 - 93 \Rightarrow N = 144$$

۳ ۲۰۳۷ A

با توجه به قانون پایستگی بار و پایستگی تعداد نوکلئون‌ها در واکنش‌های هسته‌ای مجموع نوکلئون‌ها و مجموع عدد اتمی‌ها را در دو طرف واکنش برابر قرار می‌دهیم. می‌توان نوشت:

$${}^4_2\text{He} + {}^{27}_{13}\text{Al} \rightarrow {}^A_Z\text{X} + n \Rightarrow \begin{cases} 4+27=A+1 \Rightarrow A=30 \\ 2+13=Z+0 \Rightarrow Z=15 \end{cases}$$

بازی با سؤال کدام گزینه واکنش هسته‌ای زیر را کامل می‌کند؟



- (۱) ${}_{+1}^0\text{e}$ (۲) ${}_{-1}^0\text{e}$ (۳) ${}_{-1}^1\text{e}$ (۴) n

پاسخ

$$n + {}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{55}^{141}\text{Cs} + {}_{37}^{92}\text{Rb} + \dots \Rightarrow \begin{cases} 1+235=141+92+a \Rightarrow a=2 \\ \Rightarrow 2n \\ 0+92=55+37+b \Rightarrow b=0 \end{cases}$$

گزینه

۳ ۲۰۳۸ A

در واکنش هسته‌ای تعداد نوکلئون‌ها پیش از فرایند و پس از فرایند با هم برابر هستند. همچنین مجموع عدد اتمی پیش و پس از فرایند یکسان هستند بنابراین معادلات زیر را می‌نویسیم و A و Z را به دست می‌آوریم.

$${}_{15}^3\text{P} + {}^A_Z\text{X} \rightarrow {}_{13}^{27}\text{Al} + {}_2^4\text{He} \Rightarrow \begin{cases} 3+A=27+4 \Rightarrow A=28 \\ 15+Z=13+2 \Rightarrow Z=0 \end{cases}$$

در این صورت X ذره نوترون n است.

۱ ۲۰۳۹ A

به جای نقطه‌چین هسته ${}^A_Z\text{X}$ را قرار می‌دهیم. سپس به کمک پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و پایستگی بار الکتریکی (عدد اتمی) A و Z را تعیین می‌کنیم و ذره X را مشخص می‌کنیم.

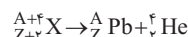
$${}_{14}^N + {}^A_Z\text{X} \rightarrow {}_{14}^{17}\text{O} + {}_1^1\text{H} \Rightarrow \begin{cases} 14+A=17+1 \Rightarrow A=4 \\ 7+Z=8+1 \Rightarrow Z=2 \end{cases}$$

یک ذره آلفا ${}^4_2\text{He}$

می‌بینید که با بمباران هسته‌های نیتروژن با ذره‌های آلفا (${}^4_2\text{He}$) می‌توان یکی از ایزوتوپ‌های عنصر اکسیژن را ایجاد کرد.

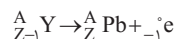
۱ ۲۰۴۰ B

اگر هسته‌ای ذره آلفا (${}^4_2\text{He}$) گسیل کند، عدد جرمی آن ۴ واحد و عدد اتمی آن دو واحد کاهش می‌یابد. بنابراین هسته‌ای که با گسیل آلفا به ${}^A_Z\text{Pb}$ تبدیل شده است، دارای عدد جرمی $A'=A+4$ و عدد اتمی $Z'=Z+2$ خواهد بود.



هسته‌مادر

اگر هسته ${}^A_Z\text{Pb}$ ذره بتای منفی (${}_{-1}^0\text{e}$) گسیل کند عدد جرمی آن ثابت می‌ماند و عدد اتمی آن یک واحد افزایش می‌یابد.



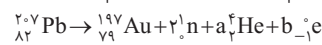
هسته‌مادر

بنابراین اختلاف عدد جرمی در هسته‌های مادر، ۴ واحد است.

B ۱ ۲۰۴۵

خط فکری

باید واکنش هسته‌ای که در صورت مسئله بیان شده را بنویسیم، تعداد ذرات α را با حرف a و تعداد ذرات بتا را با حرف b نمایش می‌دهیم و قانون‌های پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای را می‌نویسیم و a و b را حساب می‌کنیم.



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{پایستگی تعداد نوکلئون ها } 207 = 197 + 2 + 4a + 0 \Rightarrow a = 2 \\ \text{پایستگی عدد اتمی } 82 = 79 + 0 + 2a - b \Rightarrow 3 = 2 \times 2 - b \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

دو ذره α و یک ذره بتا منفی گسیل شده است.

بازی با سوال

اگر هسته عنصر ${}^7_3\text{Li}$ یک پرتو α و هم‌زمان یک پرتو بتا (الکترون) گسیل کند، به کدام یک از عناصر زیر تبدیل می‌شود؟ **ریاضی - ۹۰**



پایب

$${}^7_3\text{Li} \rightarrow {}^A_Z\text{X} + {}^4_2\text{He} + {}_{-1}^0\text{e} \Rightarrow \begin{cases} A = A' + 4 + 0 \Rightarrow A' = 3 \\ Z = Z' + 2 + (-1) \Rightarrow Z' = 2 \end{cases}$$

بنابراین هسته به اتم هلیوم ${}^4_2\text{He}$ تبدیل می‌شود. **گزینۀ ۳**

A ۳ ۲۰۴۶

با توجه به فرض مسأله:



(۲) با توجه به پایستگی تعداد نوکلئون‌ها خواهیم داشت:

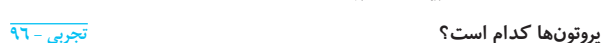
$$A = 208 + 0 + 4 \Rightarrow A = 212$$

(۳) مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را با هم برابر قرار می‌دهیم و عدد اتمی Z را به دست می‌آوریم.

$$Z = 81 + 1 + 2 \Rightarrow Z = 84$$

بازی با سوال

در فعل و انفعال هسته‌ای ${}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{141}_{54}\text{Ba} + {}^A_Z\text{X} + 3({}_0^1\text{n})$ ، برای عنصر X ، تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها کدام است؟ **تجربی - ۹۶**



(۲) با توجه به پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و پایستگی بار الکتریکی در واکنش‌های هسته‌ای می‌توان نوشت:

$${}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{141}_{54}\text{Ba} + {}^A_Z\text{X} + 3({}_0^1\text{n}) \Rightarrow \begin{cases} 1 + 235 = 141 + A + 3 \Rightarrow A = 92 \\ 0 + 92 = 56 + Z \Rightarrow Z = 36 \end{cases}$$

اما تعداد نوترون‌ها برابر است با:

$$A = Z + N \Rightarrow 92 = 36 + N \Rightarrow N = 56$$

گزینۀ ۲

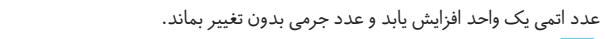
B ۳ ۲۰۴۷

نکته

پرتوهای α ذرات باردار مثبت از جنس هسته اتم هلیوم $({}^4_2\text{He})$ هستند و با گسیل هر ذره α ، ۲ واحد از عدد اتمی و ۴ واحد از عدد جرمی کم می‌شود.

نکته ذره β^- از جنس الکترون است و گسیل بتای منفی سبب می‌گردد که عدد اتمی یک واحد افزایش یابد و عدد جرمی بدون تغییر بماند.

معادله این واکنش هسته‌ای را می‌نویسیم.



ذره بتای منفی ذره α

(۲) باید مجموع عدد جرمی (تعداد نوکلئون‌ها) در دو طرف واکنش و هم‌چنین مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش هسته‌ای یکسان باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$237 = A + (3 \times 4) + 0 \Rightarrow A = 225$$

$$93 = Z + (3 \times 2) + (-1) \Rightarrow Z = 88$$

نکته عدد جرمی برابر مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های هسته است.

$$A = Z + N \Rightarrow 225 = 88 + N \Rightarrow N = 137$$

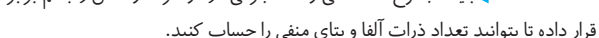
تعداد نوترون‌ها خواهد شد:

B ۲ ۲۰۴۸

یادآوری در واکنش‌های هسته‌ای مجموع عدد اتمی و مجموع عدد جرمی در دو طرف واکنش یکسان است.

خط فکری باید مجموع عدد اتمی و عدد جرمی در دو طرف واکنش را با هم برابر قرار داده تا بتوانید تعداد ذرات α و بتای منفی را حساب کنید.

ذره α هسته هلیوم $({}^4_2\text{He})$ و ذره بتای منفی، الکترون $({}_{-1}^0\text{e})$ است. واکنش را به‌طور کامل می‌نویسیم و تعداد α ها را با حرف M و تعداد β^- با حرف N مشخص می‌کنیم.



اکنون می‌توانیم بنویسیم:

$$A = A - 4M + 0 \Rightarrow M = 2$$

$$Z = Z + 2M - N \Rightarrow 2M = N \xrightarrow{M=2} N = 4$$

بنابراین به جای نقطه چین باید ۲ ذره α و ۴ ذره بتا قرار داد.

B ۳ ۲۰۴۹

(۱) ذره α از جنس هسته ${}^4_2\text{He}$ می‌باشد.



(۲) عدد اتمی دو طرف واکنش با هم برابر است:

$$93 = 2m - n + 88 \Rightarrow 2m - n = 5 \quad (1)$$

(۳) عدد جرمی دو طرف واکنش با هم برابر است:

$$237 = 4m + 225 \Rightarrow 4m = 12 \Rightarrow m = 3$$

(۴) با توجه به معادله‌های (۱) و (۲):

$$m = 3, n = 1$$

بنابراین $\frac{m}{n} = 3$ است.

B ۱ ۲۰۵۰

با توجه به واکنش هسته‌ای زیر قوانین پایستگی را می‌نویسیم.



(۱) دقت کنید که در گسیل ذره β^+ و β^- توسط هسته، عدد جرمی هسته تغییر نمی‌کند، بنابراین قانون پایستگی تعداد نوکلئون در این واکنش به صورت زیر است:

$$239 = 207 + 4A \Rightarrow A = 8$$

(۲) مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش هسته‌ای را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$92 = 82 + 8 \times 2 + B \Rightarrow B = -6$$

مفهوم منفی این است که در این واکنش هسته ۶ ذره الکترون (بتای منفی) گسیل می‌کند.

B ۱ ۲۰۵۱

(۱) معادله واپاشی کربن را براساس نمایش نشان داده شده می‌نویسیم



(۲) مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم

$$6 = Z + 3 \times 1 \Rightarrow Z = 3$$

(۳) قانون پایستگی تعداد نوکلئون‌ها را می‌نویسیم.

$$11 = 3 + N + 0 \Rightarrow N = 8$$



B ۱ ۲۰۵۲

(۱) با توجه به طرحواره معادله واپاشی شکل زیر می‌نویسیم:



(۲) مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش هسته‌ای را برابر قرار می‌دهیم.

$$0 + Z = 6 + 1 \Rightarrow Z = 7$$

پروتون $Z = 7$

۲۰۵۶ A

برای فعل و انفعال هسته‌ای (انرژی $^{137}_{55}\text{Cs} \rightarrow ^{137}_{56}\text{Ba} + X$) قوانین پایستگی را می‌نویسیم:

۱ قانون پایستگی تعداد نوکلئون‌ها:

$$137 = 137 + A_X \Rightarrow A_X = 0$$

۲ مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم.

$$55 = 56 + Z_X \Rightarrow Z_X = -1$$

بنابراین $^0_{-1}X$ بتای منفی است.

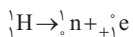
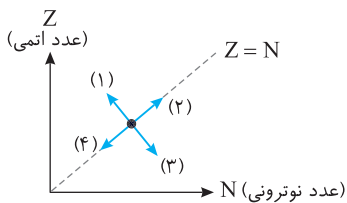
۳ اختلاف جرم را بر حسب kg به دست می‌آوریم و در رابطه اینشتین جای گذاری می‌کنیم:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = 0.001 \times 1.6 \times 10^{-19} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow E = 1.5 \times 10^{-14} \text{ J} = 1.5 \times 10^{-13} \text{ J}$$

۲۰۵۷ B

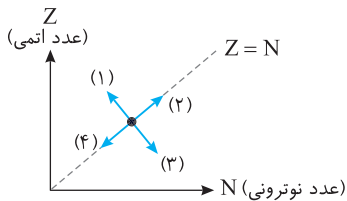
پوزیترون (β^+) در اثر واپاشی یک پروتون در هسته، گسیل می‌شود.



در این صورت از عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها) یک واحد کاسته می‌شود ($Z' = Z - 1$) و عدد نوترونی یک واحد افزایش می‌یابد ($N' = N + 1$).

در انتقال (۱)، افزایش و N کاهش یافته بنابراین این انتقال صحیح نیست. در انتقال (۲)، تعداد پروتون‌ها و تعداد نوترون افزایش یافته و این انتقال نیز نادرست است. در انتقال (۳)، عدد نوترونی افزایش و تعداد پروتون‌ها کاهش می‌یابد و این انتقال درست است. در انتقال (۴)، تعداد نوترون‌ها و تعداد پروتون‌ها کاهش می‌یابد و این انتقال نادرست است.

باز با سوال هرگاه هسته‌ای بتا گسیل کند، در جهت کدام فلش منتقل می‌شود؟



(۱) (۴) (۳) (۲) (۲) (۴) (۱)

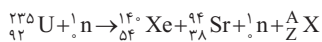
۱ پاسخ با گسیل بتا، عدد اتمی، یک واحد افزایش و عدد نوترونی، یک واحد کاهش می‌یابد، بنابراین در سوی فلش (۱) منتقل می‌شود. ۴ گزینه

۲۰۵۸ B

ذره آلفا (^4_2He) دارای دو نوترون و دو پروتون است و هرگاه هسته آلفا گسیل کند، عدد اتمی و عدد نوترونی هر کدام دو واحد کاهش می‌یابند. بنابراین در سوی فلش (۴) منتقل می‌شود.

۲۰۵۹ A

به جای نقطه چین هسته $^A_Z X$ را قرار می‌دهیم.



$$235 + 1 = 140 + 94 + 1 + A \Rightarrow A = 1$$

۲ مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم.

$$92 + 0 = 54 + 38 + 0 + Z \Rightarrow Z = 0$$

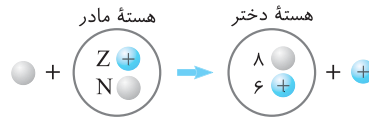
۳ بنابراین $^A_Z X$ ، نوترون ^1_0n است.

$$1 + N + 7 = 14 + 1 \Rightarrow N = 7$$

۳ پایستگی تعداد نوکلئون‌ها را می‌نویسیم.

$$\frac{N}{Z} = \frac{Y}{Y} = 1$$

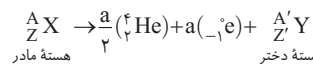
نسبت $\frac{N}{Z}$ خواهد شد.



۲۰۵۳ B

۱ واکنش هسته‌ای را می‌نویسیم. برای ذره بتای منفی ضریب a و برای ذره آلفا ضریب $\frac{a}{4}$ قرار می‌دهیم. سپس به کمک قوانین پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای عدد جرمی و عدد اتمی هسته دختر را به دست می‌آوریم.

۱ واکنش هسته‌ای به صورت زیر است:



۲ پایستگی تعداد نوکلئون‌ها خواهد شد: $A = 2a + 0 + A' \Rightarrow A' = A - 2a$

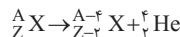
۳ مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم:

$$Z = a + (-a) + Z' \Rightarrow Z' = Z$$

بنابراین عدد جرمی کاهش می‌یابد و عدد اتمی ثابت می‌ماند.

۲۰۵۴ B

۱ معادله واپاشی آلفا را برای عنصر دلخواه $^A_Z X$ به صورت زیر است.



۲ عدد اتمی عنصر حاصل ($Z-2$)، برابر عدد اتمی عنصر اولیه (Z) است:

$$\frac{Z-2}{Z} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3Z-6 = 2Z \Rightarrow Z = 6$$

۳ عدد جرمی عنصر حاصل ($A-4$)، برابر عدد جرمی عنصر اولیه (A) است.

$$\frac{A-4}{A} = \frac{5}{7} \Rightarrow 7A-28 = 5A \Rightarrow A = 14$$

۴ تعداد نوترون‌های عنصر اولیه به صورت: $N = A - Z = 14 - 6 = 8$

۵ تعداد نوترون‌های عنصر حاصل به صورت:

$$N' = (A-4) - (Z-2) = 10 - 4 = 6$$

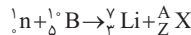
۶ بنابراین نسبت تعداد نوترون‌های عنصر حاصل به تعداد نوترون‌های عنصر اولیه

$$\frac{N'}{N} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

به صورت:

۲۰۵۵ B

ابتدا نوع پرتو X را به کمک قوانین پایستگی در واکنش‌های هسته‌ای مشخص می‌کنیم.

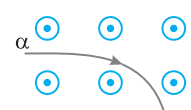


مجموع عدد اتمی‌های سمت راست = مجموع عدد اتمی‌های سمت چپ

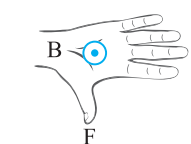
$$0 + 5 = 3 + Z \Rightarrow Z = 2$$

مجموع عدد جرمی‌های سمت راست = مجموع عدد جرمی‌های سمت چپ

$$1 + 10 = 7 + A \Rightarrow A = 4$$



بنابراین پرتو ^4_2X همان پرتو α است که دارای بار مثبت است و درون میدان برونسو شکل یا توجه به قاعده دست راست به صورت روبه‌رو منحرف می‌شود.



۲۰۶۰ A

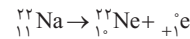
در واکنش هسته‌ای ${}^A_Z X + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{\Delta}_\delta \text{B} + {}^{\Delta'}_{\delta'} \text{C}$ قوانین پایستگی تعداد نوکلئون‌ها و عدد اتمی را می‌نویسیم

$$\begin{cases} 12 + A = 4 + 10 \Rightarrow A = 2 \\ 6 + Z = 2 + 5 \Rightarrow Z = 1 \end{cases}$$

بنابراین هسته ایزوتوپ ${}^2_1\text{H}$ یعنی دوتریم، واکنش را کامل می‌کند.

۲۰۶۱ A

سدیم عنصر شماره ۱۱ جدول و Ne عنصر شماره ۱۰ جدول است، بنابراین عدد اتمی یک واحد کاهش یافته و عدد جرمی بدون تغییر است، پس پوزیترون گسیل شده است.



۲۰۶۲ B

عدد اتمی هسته ${}^{232}_{90}\text{Th}$ برابر $Z=90$ است یعنی در هسته این عنصر ۹۰ پروتون وجود دارد، بنابراین بار هسته آن برابر $q = Ze = 90e$ است و میدان الکتریکی هسته خواهد شد:

$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow E = k \frac{90e}{r^2}$$

در زنجیره واپاشی هسته دو بار ذره α ، دو بار الکترون (β^-) و هم‌چنین پرتو γ گسیل کرده است.

با هر بار گسیل ذره α ، هسته دو پروتون از دست می‌دهد، بنابراین در دو بار گسیل α ، هسته ۴ پروتون از دست داده است. در واپاشی الکترون‌زا یک نوترون در هسته به یک پروتون و یک الکترون (β^-) تبدیل می‌شود. بنابراین در هر واپاشی الکترون‌زا بر تعداد پروتون‌ها یک واحد افزوده می‌شود. در نتیجه به‌طور کلی در این زنجیره تعداد پروتون‌ها $4 - 2 = 2$ واحد کاهش می‌یابد و برابر $Z' = 90 - 2 = 88$ می‌شود و میدان هسته در این حالت برابر است با:

$$E' = k \frac{q'}{r^2} \Rightarrow E' = k \frac{88e}{r^2}$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{k \frac{88e}{r^2}}{k \frac{90e}{r^2}} = \frac{88}{90} = \frac{44}{45}$$

از این رو نسبت $\frac{E'}{E}$ خواهد شد.

۱۲۰۶۳ B

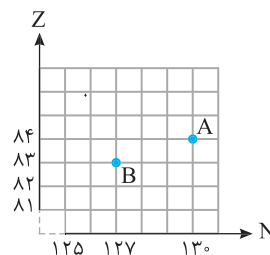
این پدیده برخورد ماده و ضد ماده است که در آن تمام جرم به انرژی تبدیل می‌شود. توجه به رابطه اینشتین، انرژی هر فوتون خواهد شد:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = (9 \times 10^{-31}) \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow E = 8.1 \times 10^{-15} \text{ J} = \frac{8.1 \times 10^{-15}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 5.0625 \times 10^4 \text{ eV} = 50.6 \text{ keV}$$

برای تبدیل به eV

۲۰۶۴ C



۱ عدد اتمی عنصر A، $Z_A = 84$ و

عدد نوترونی آن $N_A = 130$ بوده و

عدد جرمی آن خواهد شد.

$$A_A = Z_A + N_A \Rightarrow A_A = 84 + 130$$

$$\Rightarrow A_A = 214 \Rightarrow {}^{214}_{84}\text{A}$$

۲ عدد اتمی عنصر B، $Z_B = 83$ و

عدد نوترونی آن $N_B = 127$ بوده و عدد جرمی آن خواهد شد:

$$A_B = Z_B + N_B \Rightarrow A_B = 83 + 127 \Rightarrow A_B = 210 \Rightarrow {}^{210}_{83}\text{B}$$

۳ عدد جرمی A برای تبدیل به B ($214 - 210 = 4$) واحد کاهش یافته بنابراین

گسیل یک نوترون صورت گرفته است و گزینۀ (۱) نادرست است.

۴ اگر یک ذره آلفا گسیل کند از عدد نوترونی و همچنین عدد اتمی آن دو واحد کاسته می‌شود. از طرفی هنگام گسیل بتا از تعداد نوترون یک واحد کاسته و بر تعداد پروتون‌ها یک واحد افزوده می‌شود. در نتیجه با گسیل یک آلفا و یک بتای منفی جمعاً ۳ واحد از عدد نوترونی و یک واحد از عدد اتمی کاسته می‌شود.



۲۰۶۵ B

هرگاه جرمی برابر یکای جرم اتمی (۱u) به انرژی تبدیل شود انرژی آزاد شده برابر $931/5$ مگاالکترون‌ولت (MeV) است.

خط فکری: هسته کربن (${}^{12}_6\text{C}$) واپاشیده شده و سه ذره آلفا ایجاد شده است. برای آنکه انرژی مورد نیاز این فرایند را حساب کنیم، باید اختلاف جرم هسته کربن با سه ذره آلفا را پیدا کرده آن را در $931/5$ ضرب کنیم تا انرژی برحسب MeV را به دست بیاوریم.

$$\Delta m = 3m_\alpha - m_C \quad m_C = 12.000000 \text{ u}, m_\alpha = 4.00260 \text{ u}$$

$$\Delta m = 3 \times 4.00260 \text{ u} - 12.000000 \text{ u} = 0.00780 \text{ u}$$

$$E = 0.00780 \times 931.5 \approx 7.26 \text{ MeV}$$

انرژی حاصل خواهد شد:

۲۰۶۶ C

خط فکری: در واپاشی الکترون‌زا (β^-)، یک نوترون (n) به یک پروتون (${}^1_1\text{H}$) و یک ذره β^- واپاشیده می‌شود و مقداری انرژی آزاد می‌گردد جرم پروتون ایجاد شده بسیار سنگین‌تر از جرم الکترون ایجاد شده است و پروتون در هسته ساکن یا تقریباً ساکن می‌ماند و انرژی ایجاد شده به انرژی جنبشی الکترون تبدیل می‌شود، بنابراین شما باید تغییر جرمی را حساب کرده و مشخص کنید این جرم چند مگاالکترون‌ولت انرژی تولید می‌کند.

۱ جرمی که به انرژی جنبشی تبدیل شده است:

$$\Delta M = M_n - (M_p + M_e) = 1.00866 - (1.00728 + 0.000549)$$

$$\Rightarrow \Delta M = 0.000831 \text{ u}$$

هرگاه جرمی برابر ۱u به انرژی تبدیل شود به اندازه $931/5 \text{ MeV}$ انرژی تولید می‌کند.

۲ بیشینه انرژی جنبشی ذره‌های بتا برابر است با:

$$E = 0.000831 \times 931.5 = 0.774 \text{ MeV}$$

پنجره ۵

۲۰۶۷ A

نیمه‌عمر یک عنصر پرتوزا به جنس هسته آن بستگی دارد و با فشار، دما یا زمان تغییر نمی‌کند.

با واپاشی جسم پرتوزا نیمه‌عمر ثابت می‌ماند.

۲۰۶۸ A

یادآوری: اتم‌ها با تعداد پروتون یکسان و تعداد نوترون‌های مختلف را ایزوتوپ (هم‌مکان) می‌نامند، زیرا همگی در جدول مندلیف یک خانه را اشغال می‌کنند.

نیمه‌عمر به نوع هسته بستگی دارد و ایزوتوپ‌های یک عنصر ممکن است نیمه‌عمر متفاوتی داشته باشند و حتی ممکن است یک ایزوتوپ پایدار باشد مانند ${}^1_1\text{H}$ و ایزوتوپ دیگر ناپایدار باشد مانند ${}^3_1\text{T}$ و گزینۀ (۱) نادرست است.

انرژی بستگی هسته به تعداد نوکلئون‌های هسته بستگی دارد و برای ایزوتوپ‌های یک عنصر که تعداد نوکلئون‌های متفاوتی دارند یکسان نیست و گزینۀ (۲) نادرست است. ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی (Z) یکسان و عدد جرمی (A) و تعداد نوترون (N) متفاوت هستند. بنابراین گزینۀ (۳) درست و گزینۀ (۴) نادرست است.

۲۰۶۹ A

نیمه‌عمر یک عنصر پرتوزا، تنها تابع نوع هسته واپاشیده است و عامل‌های خارجی مانند دما، فشار، یا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تأثیری در آن ندارند و با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین گزینۀ (۱) نادرست است.

در اثر پرتوزایی بتا، عدد اتمی هسته افزایش می‌یابد (${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e$) بنابراین گزینۀ (۲) درست است.

۱۲۰۷۵ B

۱ با توجه به تعریف نیمه عمر یک ماده پرتوزا پس از گذشت سه نیمه عمر خواهیم داشت:

$$\text{جرم باقی مانده} \xrightarrow{t} \frac{M_0}{2} \xrightarrow{t} \frac{M_0}{4} \xrightarrow{t} \frac{M_0}{8}$$

جرم اولیه: M_0 : جرم باقی مانده $M_0 - \frac{M_0}{8} = \frac{7}{8} M_0$ جرم واپاشیده شده برابر است با:

۲ جرم واپاشیده شده برابر است با: $M_0 - \frac{M_0}{8} = \frac{7}{8} M_0$

۳ نسبت خواسته شده را حساب می کنیم.

$$\frac{\text{جرم واپاشیده}}{\text{جرم باقی مانده}} = \frac{\frac{7}{8} M_0}{\frac{M_0}{8}} = 7$$

۴۲۰۷۶ A

با توجه به تعریف نیمه عمر:

۱ مقدار هسته های فعال باقی مانده در مدت $n = 5$ نیمه عمر خواهد شد:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=5} N = \frac{N_0}{32}$$

۲ تعداد هسته های واپاشیده را به دست می آوریم.

$$N_0 - N = N_0 - \frac{N_0}{32} = \frac{31}{32} N_0 = \text{تعداد هسته های واپاشیده}$$

۳ درصد هسته های واپاشیده شده خواهد شد:

$$\frac{\frac{31}{32} N_0}{\frac{31}{32} N_0} \sim 97\% N_0$$

۴۲۰۷۷ A

بنا بر تعریف نیمه عمر:

۱ تعداد نیمه عمرها را حساب می کنیم.

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{\substack{t=32 \text{ روز} \\ T=8 \text{ روز}}} n = \frac{32}{8} = 4$$

۲ تعداد هسته های باقی مانده فعال را به دست می آوریم.

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow N = \frac{N_0}{16} = 6/25\% N_0$$

۳ درصد هسته های واپاشیده شده خواهد شد:

$$\Delta N = N_0 - N = 94/25\% N_0 \Rightarrow \Delta N = 93/75\% N_0$$

باز با سوال

در مدت ۴ نیمه عمر به صورت فعال باقی می ماند؟

۱) ۲/۵ (۱) ۲) ۳ (۲) ۳) ۶/۲۵ (۳) ۴) ۱۲/۵ (۴)

۴ در مدت ۴ نیمه عمر خواهیم داشت:

۳ گزینه

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow N = \frac{N_0}{16} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{16} = 6/25\%$$

۴۲۰۷۸ A

۱ ۸۷/۵ درصد از هسته های اولیه واپاشیده شده بنابراین ۱۲/۵ درصد از هسته های

اولیه باقی مانده است. $(N = \frac{12}{100} N_0)$ بنابراین می توان نوشت:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{12}{100} N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow n = 3$$

در مدت ۲۴h، سه نیمه عمر طی شده است. از این رو نیمه عمر این ماده پرتوزا برابر

است با: $T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{24}{3} = 8h$

۳۲۰۷۹ B

یادآوری برای به دست آوردن درصد هسته های پرتوزا باقی مانده می توان از رابطه

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times 100 \text{ استفاده کرد که در آن } n = \frac{t}{T} \text{ است.}$$

راه حل اول: نیمه عمر کربن ۵۷۳۰ سال است، بنابراین پس از ۲۲۹۲۰ سال، ۴ نیمه عمر

گذشته است. $n = \frac{22920}{5730} = 4$

حال با توجه به رابطه گفته شده در یادآوری درصد خواسته شده را حساب می کنیم:

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times 100 = 6/25\%$$

هر چه انرژی بستگی هسته بیشتر باشد، یعنی برای جدا کردن نوکلئون از هسته، انرژی بیشتری لازم است و هسته پایدارتر است، بنابراین گزینه (۳) نادرست است.

آلفا هسته هلیوم بوده و دارای دو پروتون و دو نوترون است. هرگاه هسته پرتوزا، آلفا گسیل کند، عدد اتمی آن دو واحد و عدد جرمی آن ۴ واحد کاهش می یابد. بنابراین گزینه (۴) نادرست است.

۱۲۰۷۰ A

یادآوری نیمه عمر مدت زمانی است که طول می کشد تا نیمی از هسته های عنصر پرتوزا واپاشیده شود.

$$N = \frac{\text{تعداد هسته های اولیه}}{\text{تعداد نیمه عمرها}} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = \frac{t}{T}$$

۱ تعداد نیمه عمرها را حساب می کنیم.

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{t=4h, T=1h} n = 4$$

۲ تعداد هسته های باقیمانده بیسموت خواهد شد:

$$N = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow N = \frac{N_0}{16}$$

۳۲۰۷۱ A

۱ با توجه به رابطه نیمه عمر تعداد نیمه عمرهای سپری شده را حساب می کنیم:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{\substack{N=N_0/128 \\ N_0=128}} \frac{N_0}{128} = \frac{N_0}{2^7} \Rightarrow 2^7 = 2^n \Rightarrow n = 7$$

۲ هر نیمه عمر ۲h است، بنابراین ۷ نیمه عمر خواهد شد:

$$t = nT \Rightarrow t = 7 \times 2 = 14h$$

۲۲۰۷۲ A

۱ با توجه به رابطه نیمه عمر تعداد نیمه عمرهای سپری شده را حساب می کنیم:

$$m = \frac{m_0}{2^n} \xrightarrow{\substack{m=12g, m_0=12g \\ m=3}} \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} \Rightarrow 2^2 = 2^n \Rightarrow n = 2$$

۲ کل مدت واپاشی ۱۸ روز بوده است. یعنی در مدت ۱۸ روز سه نیمه عمر طی شده

بنابراین $T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{18}{3} = 6$ روز

۱۲۰۷۳ A

راه حل اول: با توجه به تعریف نیمه عمر:

$$M_0 \xrightarrow{10h} \frac{M_0}{2} \xrightarrow{10h} \frac{M_0}{4} \xrightarrow{10h} \frac{M_0}{8} \xrightarrow{10h} \frac{M_0}{16}$$

جرم باقی مانده $\frac{M_0}{16}$

جرم واپاشیده - جرم اولیه = جرم عنصر پرتوزای باقی مانده

$$\Rightarrow \frac{M_0}{16} = M_0 - 15 \Rightarrow \frac{15M_0}{16} = 15 \Rightarrow M_0 = 16g$$

راه حل دوم:

۱ ابتدا تعداد نیمه عمرها را حساب می کنیم.

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{t=40h, T=10h} n = \frac{40}{10} = 4$$

۲ جرم واپاشیده شده برابر است با: $M = M_0 - 15$

رابطه نیمه عمر را نوشته جرم اولیه را به دست می آوریم.

$$M = \frac{M_0}{2^n} \xrightarrow{M=M_0-15} M_0 - 15 = \frac{M_0}{2^4} \Rightarrow M_0 - 15 = \frac{M_0}{16}$$

$$\frac{15}{16} M_0 = 15 \Rightarrow M_0 = 16g$$

۳۲۰۷۴ A

۱ با توجه به تعریف نیمه عمر، ابتدا تعداد نیمه عمرهای سپری شده را به دست

می آوریم: $m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow 0/125 = \frac{2}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{2}{0/125} \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$

۲ زمان سپری شده: $n = \frac{t}{T} \Rightarrow 4 = \frac{t}{28} \Rightarrow t = 112$ سال

۴ ۲۰۸۴ A

با توجه به فرض مسأله:

۱ اگر جرم باقیمانده را m و جرم اولیه را m_0 فرض کنیم جرم ماده واپاشیده $\Delta m = m_0 - m$ خواهد بود که در صورت مسئله بیان شده $\Delta m = 15m$ است. بنابراین:

$$\Delta m = 15m \Rightarrow m_0 - m = 15m \Rightarrow m_0 = 16m$$

$$\Rightarrow m_0 = 16m \Rightarrow m = \frac{m_0}{16}$$

۲ تعداد نیمه‌عمرها را حساب می‌کنیم.

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow \frac{m_0}{16} = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow n = 4$$

۳ زمان سپری شده خواهد شد: روز $t = 4 \times 16 = 64$

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow t = nT \Rightarrow t = 4 \times 16 = 64$$

۲ ۲۰۸۵ B

خط فکری وقتی ماده پرتوزای X واپاشیده شده و به ماده پرتوزای Y تبدیل می‌شود، در واقع تعداد هسته‌های ایجاد شده Y برابر تعداد هسته‌های واپاشیده X است و وقتی در صورت مسئله بیان می‌کند که تعداد هسته‌های Y (N_Y) ایجاد شده ۱۵ برابر تعداد هسته‌های باقی‌مانده X است یعنی $\Delta N_X = 15N_X$ است. حال با دانستن این مطلب مسئله را حل می‌کنیم.

۱ تعداد ذره‌های تولید شده Y برابر تعداد ذره‌های واپاشیده X است از این رو:

$$N_Y = \Delta N_X \Rightarrow N_Y = N_{0X} - N_X \Rightarrow N_X + N_Y = N_{0X}$$

۲ با توجه به فرض مسئله N_Y ، ۱۵ برابر N_X است.

$$N_X + 15N_X = N_{0X} \Rightarrow N_X = \frac{N_{0X}}{16}$$

۳ تعداد نیمه‌عمرها را به دست می‌آوریم.

$$N = \frac{N_{0X}}{2^n} \Rightarrow \frac{N_{0X}}{16} = \frac{N_{0X}}{2^n} \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

۴ بنابراین عمر قطعه سنگ برابر می‌شود با چهار نیمه‌عمر:

$$t = 5000 \times 4 = 2 \times 10^4 \text{ سال}$$

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow 4 = \frac{t}{5000} \Rightarrow t = 20000 \text{ سال}$$

۳ ۲۰۸۶ A

۱ تعداد هسته‌های موجود A و B در هر مرحله از واپاشیدن برابر تعداد هسته‌های اولیه عنصر پرتوزای A است. بنابراین:

N_{0A} : تعداد هسته‌های اولیه A و N_{MB} : تعداد هسته‌های B در نقطه M و N_{MA} : تعداد هسته‌های A در نقطه M

$$N_{0A} = (N_{MA} + N_{MB})$$

۲ با توجه به فرض مسئله تعداد هسته‌های B در نقطه M، ۱۵ برابر تعداد هسته‌های A است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$N_{0A} = (N_{MA} + 15N_{MA}) \Rightarrow N_{0A} = 16N_{MA} \Rightarrow N_{MA} = \frac{1}{16}N_{0A}$$

۳ تعداد نیمه‌عمر A را به دست می‌آوریم:

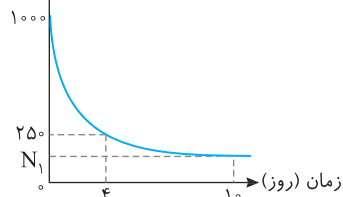
$$N_A = \frac{N_{0A}}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{16}N_{0A} = \frac{N_{0A}}{2^n} \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

۴ بعد از گذشتن ۴ نیمه‌عمر به حالت M می‌رسد و زمان سپری شده خواهد شد:

$$4 \times 1/2 \times 10^9 = 4/8 \times 10^9 = 4 \times 10^8 \text{ سال}$$

۴ ۲۰۸۷ A

N_A (میلیارد)



۱ به نمودار نگاه کنید. در مدت

۴ روز تعداد هسته‌های ماده فعال از

250×10^9 هسته به 1000×10^9

هسته می‌رسد یعنی تعداد نیمه‌عمر

سپری شده خواهد شد:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow 250 \times 10^9 = \frac{1000 \times 10^9}{2^n} \Rightarrow 2^n = 4 \Rightarrow n = 2$$

راه حل دوم: پس از هر نیمه‌عمر مقدار باقیمانده یک عنصر نصف می‌شود:

$$N \xrightarrow{\text{یک نیمه‌عمر}} \frac{N}{2} \xrightarrow{\text{دو نیمه‌عمر}} \frac{N}{4} \xrightarrow{\text{سه نیمه‌عمر}} \frac{N}{8}$$

$$\frac{N}{8} \xrightarrow{\text{چهار نیمه‌عمر}} \frac{N}{16}$$

↓ ۲۵٪ ↓ ۵۰٪

↓ ۶۲٫۵٪ ↓ ۱۲٫۵٪

۲ ۲۰۸۰ A

۱ تعداد نیمه‌عمر A و B را حساب می‌کنیم.

$$n = \frac{t}{T} \begin{cases} A: t = 600 \text{ روز}, T_A = 100 \text{ روز} \rightarrow n_A = \frac{600}{100} = 6 \\ B: t = 600 \text{ روز}, T_B = 150 \text{ روز} \rightarrow n_B = \frac{600}{150} = 4 \end{cases}$$

۲ تعداد هسته‌های فعال A و B با هم برابر شده است. ($N_A = N_B$)

$$N_A = N_B \Rightarrow \frac{N_{0A}}{2^{n_A}} = \frac{N_{0B}}{2^{n_B}} \Rightarrow \frac{N_{0A}}{2^6} = \frac{N_{0B}}{2^4} \Rightarrow \frac{N_{0A}}{N_{0B}} = 2^2 = 4$$

۴ ۲۰۸۱ A

با توجه به فرض‌های مسئله تعداد هسته‌های باقی‌مانده A، ۴ برابر تعداد هسته‌های باقی‌مانده B است:

$$N_A = 4N_B \xrightarrow{N = \frac{N_0}{2^n}} \frac{N_{0A}}{2^{n_A}} = 4 \frac{N_{0B}}{2^{n_B}} \xrightarrow{N_{0A} = N_{0B}} \frac{1}{2^{n_A}} = 4 \frac{1}{2^{n_B}} = 4 \frac{1}{2^{n_B - 2}}$$

$$\Rightarrow 2^{n_B - 2} = 2^2 \Rightarrow n_B - 2 = 2 \Rightarrow n_B = 4$$

۳ ۲۰۸۲ A

۱ در مدت ۳۰۰۰ سال تعداد هسته‌های باقیمانده $N = N_0/8$ است. نیمه‌عمر را به دست می‌آوریم:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{N_0}{8} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 3, \quad T_{\frac{1}{2}} = \frac{t}{n} = \frac{3000}{3} = 1000 \text{ سال}$$

۲ از ۳۰۰۰ سال تا ۶۰۰۰ سال نیز تعداد نیمه‌عمر $n = 3$ خواهد بود و تعداد هسته‌های باقی‌مانده خواهد شد:

$$\frac{N_0}{8} \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}} = 1000} \frac{N_0}{16} \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}} = 1000} \frac{N_0}{32} \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}} = 1000} \frac{N_0}{64}$$

۳ بنابراین تعداد هسته‌های واپاشیده در این مدت برابر است با:

$$\frac{N_0}{8} - \frac{N_0}{64} = \frac{8N_0 - N_0}{64} = \frac{7N_0}{64}$$

۳ ۲۰۸۳ B

خط فکری مسئله را از قسمت دوم آن یعنی باقی ماندن $\frac{m_1}{8}$ ماده فعال از مقدار

m_1 باید شروع کنید و مشخص کنید در بازه 300 h تا 450 h چند نیمه‌عمر گذشته است. سپس نیمه‌عمر را حساب کرده به سراغ ماده اولیه بروید.

۱ در مدت ۳۰۰ ساعت تا ۴۵۰ ساعت، جرم فعال از m_1 به $\frac{m_1}{8}$ رسیده است از

$$m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow \frac{m_1}{8} = \frac{m_1}{2^n} \Rightarrow n = 3$$

این رو:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{450 - 300}{3} \Rightarrow T = 50 \text{ h}$$

۲ نیمه‌عمر خواهد شد:

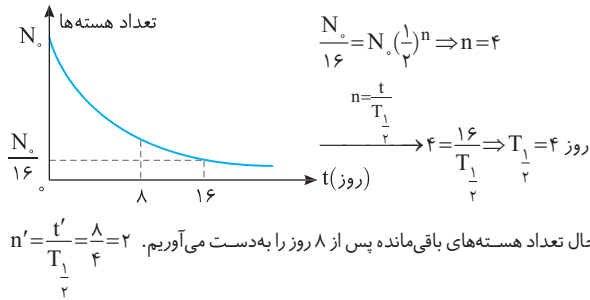
۳ اکنون مقدار عنصر فعال باقیمانده پس از گذشت ۴۵۰ ساعت را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow \frac{450}{50} \Rightarrow n = 9, \quad m = \frac{m_0}{2^n} \Rightarrow m = \frac{m_0}{512}$$

۴ مقدار ماده واپاشیده برابر است با:

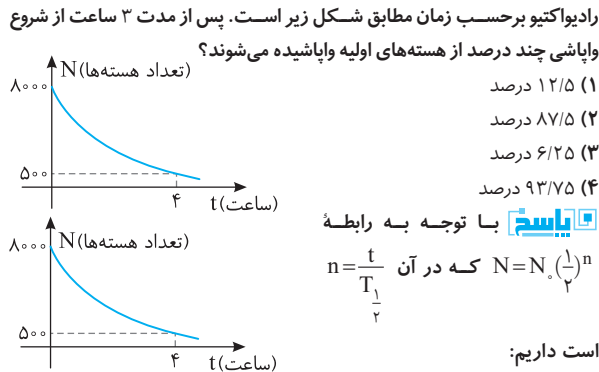
$$m_0 - m_x = m_0 - \frac{m_0}{512} = \frac{511}{512} m_0$$

روش دیگر: با توجه به رابطه $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ داریم:



بنابراین پس از ۸ روز، $\frac{1}{4}$ هسته فعال باقی‌مانده که همان ۲۵٪ باشد.

باز، با سؤال نمودار تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده در یک نمونه رادیواکتیو برحسب زمان مطابق شکل زیر است. پس از مدت ۳ ساعت از شروع واپاشی چند درصد از هسته‌های اولیه واپاشیده می‌شوند؟



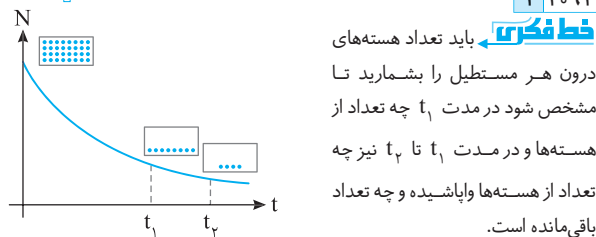
$5000 = 8000 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 1, n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 1 = \frac{4}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 4h$

بنابراین نیمه‌عمر برابر ۱h می‌باشد:

$n = \frac{t'}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{4} = 0.75, N' = 8000 \left(\frac{1}{2}\right)^{0.75} \Rightarrow N' = 1000$

بنابراین از ۸۰۰۰ هسته بعد از ۳ ساعت ۱۰۰۰ هسته باقی‌مانده است یعنی ۷۰۰۰ هسته واپاشی شده است. **گزینه ۲**

۲۰۹۱ B



۱ با توجه به تعداد هسته‌های اولیه درون مستطیل اول $N_0 = 32$ و تعداد هسته‌ها در لحظه t_1 ، $N_1 = 8$ است. بنابراین t_1 خواهد شد:

$N_1 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1} \Rightarrow 8 = 32 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1} \Rightarrow n_1 = 2, n_1 = \frac{t_1}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow t_1 = 2T_{\frac{1}{2}}$

۲ در لحظه t_2 تعداد هسته‌ها، ۴ شده است. بنابراین t_2 خواهد شد:

$N_2 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \Rightarrow 4 = 32 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \Rightarrow n_2 = 3, n_2 = \frac{t_2}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow t_2 = 3T_{\frac{1}{2}}$

۳ نسبت t_2/t_1 برابر است با: $\frac{3T_{\frac{1}{2}}}{2T_{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2}$

۲ نیمه‌عمر را به دست می‌آوریم. $n = \frac{t}{T} \Rightarrow 2 = \frac{4}{T} \Rightarrow T = 2$ روز

۳ برای به دست آوردن N_1 باید بررسی کنیم در مدت ۱۰ روز چند نیمه‌عمر سپری شده است. $n = \frac{t}{T} = \frac{10}{2} = 5$

۴ N_1 را حساب می‌کنیم.

$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow N_1 = \frac{N_0}{2^5} \Rightarrow N_1 = \frac{N_0}{32} = \frac{1000}{32} = 31.25 \times 10^9$

۲۰۸۸ B

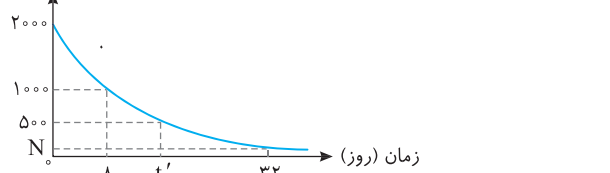
راه حل اول: با توجه به نمودار تعداد هسته‌های فعال در مدت ۸ روز، نصف شده است. بنابراین نیمه‌عمر آن ۸ روز می‌باشد. بنابراین t' که برابر دو نیمه‌عمر است. $2 \times 8 = 16$ روز است. بعد از گذشت ۳۲ روز، داریم:

$2000 \xrightarrow{8 \text{ روز}} 1000 \xrightarrow{8 \text{ روز}} 500 \xrightarrow{8 \text{ روز}} 250 \rightarrow N = 125$

راه حل دوم:

$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{32}{8} = 4, N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^4} \Rightarrow N = \frac{2000}{16} \Rightarrow N = 125$

(در مورد t' مانند راه حل قبل عمل می‌کنیم.)



۲۰۸۹ B

۱ نیمه‌عمر این ماده بنا به فرض مسئله ۸h است.

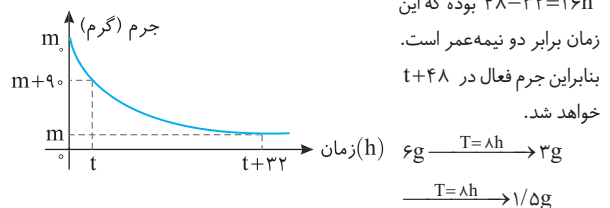
۲ در بازه $t + 32$ تا $t + 32$ ساعت زمان سپری شده، اکنون مشخص می‌کنیم این ۳۲ ساعت چند نیمه‌عمر است.

$n = \frac{t}{T} \Rightarrow n = \frac{32}{8} \Rightarrow n = 4$ نیمه‌عمر

۳ در مدت ۴ نیمه‌عمر جرم ماده فعال پرتوزا از مقدار اولیه $(m + 90)$ به m رسیده است. بنابراین می‌توان نوشت

$m = \frac{m + 90}{2^n} \Rightarrow m = \frac{m + 90}{2^4} \Rightarrow 16m = m + 90 \Rightarrow 15m = 90 \Rightarrow m = \frac{90}{15} \Rightarrow m = 6g$

۴ در $t + 32$ جرم ماده فعال ۶g است و در $t + 48$ زمان سپری شده



۲۰۹۰ B

یادآوری نیمه‌عمر یک ماده پرتوزا مدت زمانی است که طول می‌کشد تا نیمی از هسته‌های ماده پرتوزا واپاشیده شود.

با توجه به نمودار می‌توان مسیر تحولات ماده پرتوزا را در مدت ۱۶ روز نشان داد. تعداد نیمه‌عمرها در مدت ۱۶ روز برابر ۴

$4T_{\frac{1}{2}} = 16 \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 4$ روز

در مدت ۸ روز دو نیمه‌عمر می‌گذرد و تعداد هسته‌های فعال باقی‌مانده خواهد شد:

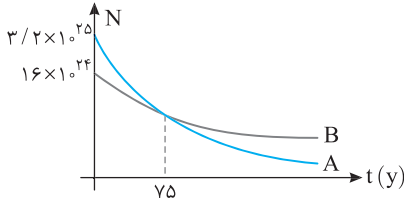
$N = \frac{N_0}{2} \Rightarrow N = \frac{N_0}{4} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 25\%$

۳ نیمه عمر عنصر A خواهد شد: $T_{\frac{1}{2}A} = \frac{t}{n} = \frac{75}{4} = 18.75$ y

۴ اکنون تعداد هسته‌های فعال A را بعد از ۱۱۲/۵ سال به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{112/5}{18.75} = \frac{45}{4} = 11.25$$

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N_A = \frac{3/2 \times 10^{25}}{2^{11.25}} \Rightarrow N_A = \frac{3 \times 10^{24}}{64} \Rightarrow N_A = 4.7 \times 10^{22}$$



۳ ۲۰۹۶ B

خط فکری دقت کنید که محور قائم این نمودار جرم واپاشی شده است و به همین دلیل در $t=0$ ، جرم واپاشی شده صفر است و در نهایت اگر کل ماده پرتوزا واپاشی شده شود، تعداد هسته‌های واپاشی شده N_0 یعنی همان تعداد هسته‌های اولیه است. وقتی روی نمودار تعداد هسته‌های واپاشی شده $\frac{15}{16} N_0$ است یعنی تعداد هسته‌های فعال

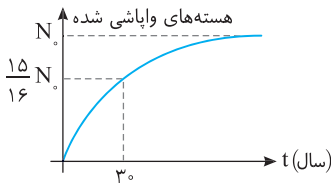
نمودار تعداد هسته‌های واپاشی شده $\frac{15}{16} N_0$ است. از اینجا به بعد دیگر مسئله قابل حل است.

۱ تعداد نیمه عمرها خواهد شد: $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{16} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 4$

۲ نیمه عمر برابر است با: $n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 4 = \frac{30}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 7.5$ سال

۳ اکنون زمانی که $N = \frac{1}{32} N_0$ می‌شود را به دست می‌آوریم:

سال $\frac{1}{32} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} \Rightarrow n' = 5$ ، $n' = \frac{t'}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 5 = \frac{t'}{7.5} \Rightarrow t' = 37.5$ سال



۲ ۲۰۹۷ A

برای هر یک از دو عنصر، هسته‌های فعال P و Q را بعد از گذشت ۱h حساب می‌کنیم:

۱ نیمه عمر عنصر P، ۲۰ دقیقه است. تعداد هسته‌های فعال آن بعد از $1h = 60 \text{ min}$ یعنی سه نیمه عمر ($n = \frac{60}{20} = 3$) را حساب می‌کنیم.

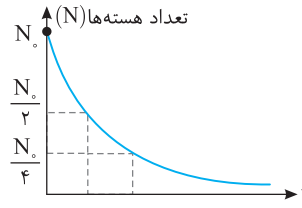
$$N_{0,P} \xrightarrow{20 \text{ min}} \frac{N_{0,P}}{2} \xrightarrow{20 \text{ min}} \frac{N_{0,P}}{4} \xrightarrow{20 \text{ min}} \frac{N_{0,P}}{8}$$

۲ نیمه عمر عنصر Q، ۳۰ دقیقه است. تعداد هسته‌های فعال عنصر Q را بعد از گذشت $1h = 60 \text{ min}$ یعنی دو نیمه عمر ($n = \frac{60}{30} = 2$) به دست می‌آوریم.

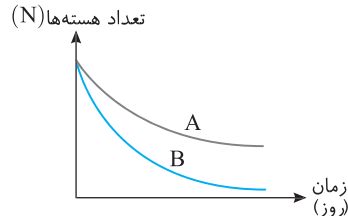
$$N_{0,Q} \xrightarrow{30 \text{ min}} \frac{N_{0,Q}}{2} \xrightarrow{30 \text{ min}} \frac{N_{0,Q}}{4}$$

۳ نسبت N_P/N_Q خواهد شد: $\frac{N_P}{N_Q} = \frac{N_{0,P}}{N_{0,Q}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

۲ ۲۰۹۲ A

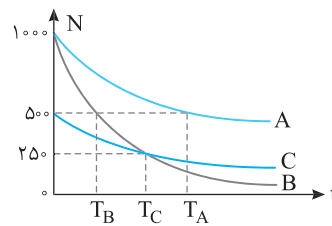


نکته با توجه به نمودار روبه‌رو هرچه نیمه عمر کوتاه‌تر باشد تعداد هسته‌های فعال در زمان کوتاه‌تری واپاشی شده و تعداد هسته‌های باقیمانده فعال به سرعت کاهش می‌یابد و شیب تغییرات آن تندتر است.



با توجه به نمودار شیب تغییرات B بسیار تندتر از A است. بنابراین نیمه عمر B کوتاه‌تر از نیمه عمر A است. $(T_{\frac{1}{2}})_A > (T_{\frac{1}{2}})_B$

۴ ۲۰۹۳ A



با توجه به تعریف نیمه عمر می‌دانیم در مدت یک نیمه عمر تعداد هسته‌های پرتوزا نصف می‌شود. بنابراین با پیدا کردن زمان‌های مربوط به هر نمودار وقتی که تعداد هسته‌های آن ماده پرتوزا نصف می‌شود مشخص است که:

$$T_B < T_C < T_A$$

۳ ۲۰۹۴ B

۱ با توجه به نمودار، تعداد هسته‌های A در مدت ۳ روز از ۱۰۰۰ هسته به ۵۰۰ هسته رسیده بنابراین نیمه عمر A، سه روز می‌باشد، پس ۹ روز معادل ۳ نیمه عمر عنصر A است.

۲ تعداد هسته‌های A بعد از ۹ روز خواهد شد:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow N = \frac{1000}{2^3} = 125 \text{ هسته}$$

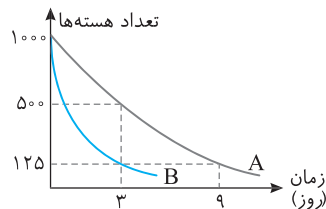
۳ برای عنصر B در مدت ۳ روز، تعداد هسته‌های فعال از ۱۰۰۰ به ۱۲۵ رسیده است، از این رو تعداد نیمه عمرها خواهد شد:

$$N_B = N_{0,B} \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow 125 = \frac{1000}{2^n} \Rightarrow n = 3$$

۴ نیمه عمر عنصر B خواهد شد: $T = \frac{t}{n} = \frac{3}{3} = 1$ روز

۵ اکنون مشخص می‌کنیم که پس از چند روز $\frac{1}{32}$ هسته‌های B فعال می‌ماند.

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{N_0}{32} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 5, T = \frac{t}{n} \Rightarrow 1 = \frac{t}{5} \Rightarrow t = 5 \text{ روز}$$



۲ ۲۰۹۵ B

۱ با توجه به نمودار پس از ۷۵ سال برای هسته‌های B برابر ($n = \frac{75}{25} = 3$) سه نیمه عمر است و تعداد هسته‌های B بعد از ۷۵ سال خواهد شد:

$$N_B = N_{0,B} \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow N_B = \frac{16 \times 10^{24}}{2^3} = 2 \times 10^{24}$$

۲ با توجه به نمودار پس از ۷۵ سال تعداد هسته‌های فعال A و B یکسان است از این رو:

$$N_A = N_B = 2 \times 10^{24}, N_A = \frac{N_{0,A}}{2^n} \Rightarrow 2 \times 10^{24} = \frac{3/2 \times 10^{25}}{2^n} \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

۱۲۰۹۹ B

۳ نکته: واپاشی β^- : این واپاشی، متداولترین نوع واپاشی در هسته‌هاست. دو نوع واپاشی β^- با نام‌های β^- و β^+ رخ می‌دهند.

• در واپاشی β^- ، الکترون گسیل شده حاصل تبدیل نوترون درون هسته به پروتون و الکترون است. در نتیجه عدد جرمی ثابت مانده و عدد اتمی به اضافه (۱) می‌شود. این الکترون نه در هسته و نه در مدار اتم وجود نداشته است. در واپاشی β^+ ، ذره‌های هم‌جرم با الکترون اما با بار مثبت از هسته گسیل می‌شود که پوزیترون نام دارد. در واپاشی β^+ ، یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود. اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتوگاما، به حالت پایه می‌رسند.

در واپاشی β^- ، الکترون گسیل شده حاصل تبدیل یک نوترون به پروتون است و گزاره (الف) درست است.

در واپاشی β^+ ، ذره گسیل شده دارای جرمی یکسان با الکترون، اما باری مثبت است و گزاره (ب) درست است.

هسته‌های برانگیخته برای رسیدن به پایداری پرتو گاما می‌تابانند پس گزاره (پ) نادرست است.

در واپاشی β^+ ، پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود و گزاره (ت) نادرست است.

نمای ۱۳

۴۲۰۹۹ B

۴ نکته: در واپاشی β^- که از جنس الکترون است یک نوترون واپاشیده شده و یک پروتون و یک الکترون (β^-) تولید می‌شود (${}^1_0\text{H} \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^0_{-1}\text{e}^-$). به همین دلیل عدد جرمی تغییر نمی‌کند. اما به تعداد پروتون‌ها یکی اضافه شده و عدد اتمی یک واحد افزایش می‌یابد و خواهیم داشت:

سدیم ${}^{24}_{11}\text{Na}$ دارای ۱۱ پروتون و $24 - 11 = 13$ نوترون است. با گسیل β^- ، از نوترون‌ها یکی کم می‌شود $13 - 1 = 12$ و بر تعداد پروتون‌ها یکی اضافه می‌شود. $11 + 1 = 12$

نمای ۱۳

۲۲۰۹۹ B

۵ یادآوری: آلفا هسته هلیوم ($\alpha = {}^4_2\text{He}$) و بتای منفی، الکترون (${}^0_{-1}\text{e}$) و نوترون (${}^1_0\text{n}$) است و در واکنش‌های هسته‌ای مجموع عدد اتمی طرف چپ معادله با طرف راست و همچنین مجموع عدد جرمی طرف چپ با طرف راست یکسان است.

با توجه به پایستگی مجموع عدد اتمی و عدد جرمی در دو طرف واکنش هسته‌ای خواهیم داشت:

$${}^{207}_{82}\text{X} \rightarrow {}^{197}_{79}\text{Y} + {}^4_2\text{He} + 2({}^1_0\text{n})$$

$$207 = 197 + 4 + 2 \Rightarrow 8 = 7 + 2 \Rightarrow N = 7$$

$$82 = 79 + 2 + 0 \Rightarrow 82 = 79 + 2 \Rightarrow M = 1$$

نمای ۱۳

۲۲۰۹۹ A

۶ معادله واکنش را می‌نویسیم، تعداد ذرات α را با حرف a و تعداد ذرات β^- را با حرف b نمایش می‌دهیم. a و b ضرایب α و β^- هستند. ${}^{243}_{95}\text{X} \rightarrow {}^{223}_{91}\text{Y} + a({}^4_2\text{He}) + b({}^0_{-1}\text{e})$. قانون پایستگی تعداد نوکلئون‌ها را می‌نویسیم:

$$243 = 223 + 4a + 0 \Rightarrow 20 = 4a \Rightarrow a = 5$$

مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم.

$$95 = 91 + 2a - b \Rightarrow 95 = 91 + 2 \times 5 - b \Rightarrow b = 6$$

نمای ۱۳

۲۲۰۹۹ A

۷ با توجه به رابطه نیمه‌عمر، تعداد نیمه‌عمرها را حساب می‌کنیم.

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \xrightarrow{N_0=1600, N=200} 200 = \frac{1600}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow 3 = \frac{t}{6} \Rightarrow t = 18\text{h}$$

زمان سپری شده خواهد شد: نمای ۱۴

۲۲۰۹۸ B

۱ تعداد نیمه‌عمرهای دو عنصر را در مدت t دقیقه بر حسب t به دست می‌آوریم.

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \begin{cases} \xrightarrow{\text{عنصر } x: T_{1/2} = 50 \text{ min}} n_x = \frac{t}{50} \\ \xrightarrow{\text{عنصر } y: T_{1/2} = 100 \text{ min}} n_y = \frac{t}{100} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_x}{n_y} = 2 \Rightarrow n_x = 2n_y$$

۲ جرم هسته‌های فعال باقی‌مانده X و Y را بر حسب t حساب می‌کنیم.

$$M = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \begin{cases} \xrightarrow{x} M_x = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_x} \Rightarrow M_x = \frac{100}{2^{n_x}} \\ \xrightarrow{y} M_y = 100 \left(\frac{1}{2}\right)^{n_y} \Rightarrow M_y = \frac{100}{2^{n_y}} \end{cases}$$

۳ نیمه‌عمر Y بزرگتر است و در مدت t تعداد نیمه‌های کمتری گذرانده و جرم فعال باقیمانده آن بزرگتر است و بنا به فرض مسئله خواهیم داشت.

$$M_y - M_x = 18/75g \Rightarrow \frac{100}{2^{n_y}} - \frac{100}{2^{n_x}} = 18/75 \xrightarrow{n_x = 2n_y}$$

$$\frac{1}{2^{n_y}} - \frac{1}{2^{2n_y}} = \frac{18/75}{100} \Rightarrow \frac{2^{n_y} - 1}{2^{2n_y}} = \frac{3}{16} \Rightarrow 2^{2n_y} = 16$$

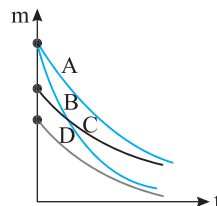
$$2n_y = 4 \Rightarrow n_y = 2$$

بنابراین در مدت t ، دو نیمه‌عمر برای عنصر Y با نیمه‌عمر 100 دقیقه می‌گذرد و t برابر $2 \times 100 = 200$ دقیقه است.

۲۲۰۹۹ B

با توجه به شکل مسئله، نیمه‌عمر B از همه کوتاه‌تر و سرعت واپاشی آن از بقیه بیشتر است.

نکته: در نمودار جرم (یا تعداد هسته‌های) فعال بر حسب زمان: هرچه شیب نمودار تندتر باشد و سرعت کاهش جرم فعال بیشتر باشد، نیمه‌عمر کوتاه‌تر است. به نمودار دقت کنید. سرعت کاهش جرم فعال عنصر B از بقیه بیشتر است. به همین دلیل نیمه‌عمر آن از بقیه کوتاه‌تر است و واپاشی آن سریع‌تر صورت می‌گیرد.



پنجره ۴ روبه‌روی ۵

۱۲۰۹۹ A

۱ ایزوتوپ‌های عناصر اغلب ناپایدارند و با گذشت زمان واپاشیده می‌شوند و گزینه (۱) درست است. نیروهای هسته‌ای کوتاه‌برد هستند و گزینه (۲) نادرست است. جرم هسته همواره از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده آن کمتر است و گزینه (۳) نادرست است. هر چه هسته عناصر سنگین‌تر می‌شود، نسبت $\frac{N}{Z}$ افزایش می‌یابد و برای

هسته‌های مختلف یکسان نیست و گزینه (۴) نادرست است. نمای ۱۲، ۱۱ و ۱۳

۲۲۰۹۹ A

۲ در پرتوهای طبیعی سه پرتو توسط هسته پرتوزا گسیل می‌شود. آلفا، بتا، گاما. آلفا دارای دو نوترون و دو پروتون بوده و دارای بار مثبت است و بتا از جنس الکترون بوده و منفی است و گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی است و در میدان مغناطیسی بر آن نیرو وارد نمی‌شود. جرم الکترون نسبت به ذره آلفا بسیار کم است. به همین علت در گذر از میدان مغناطیسی بیشتر منحرف می‌شود. بنابراین جنس پرتو Z باید الکترون (بتای منفی β^-) باشد.

چون الکترون دارای بار منفی است از دست چپ استفاده می‌کنیم. چهار انگشت باز دست چپ را به سمت بالای صفحه در جهت خروج الکترون از چشمه به گونه‌ای قرار دهید که انگشت باز شست به سمت راست باشد. در این حالت کف دست شما رو به صفحه کاغذ بوده و میدان مغناطیسی درون‌سوست. نمای ۱۳

پنجره تو در تو

۳ ۲۱۰۰ A

در پدیده فوتوالکتریک هر الکترون تنها با یک فوتون برهم کنش دارد و اگر بسامد نور فرودی (انرژی فوتون) از بسامد آستانه (حداقل انرژی لازم برای جداسدن الکترون) بیشتر باشد، الکترون از سطح فلز جدا شده و بخشی از انرژی فوتون به انرژی جنبشی فوتوالکتریکها تبدیل می‌شود. با افزایش شدت نور، تعداد فوتونها افزایش می‌یابد اما انرژی آنها ثابت می‌ماند. بنابراین افزایش شدت نور، تأثیری در انرژی جنبشی فوتوالکتریکها ندارد و گزینه (۱) درست است.

بسامد آستانه به جنس فلزی که نور بر آن می‌تابد بستگی دارد و گزینه (۲) درست است. با افزایش بسامد نور، انرژی فوتونها افزایش می‌یابد اما انرژی جنبشی فوتوالکتریکها به همان نسبت افزایش نمی‌یابد. یعنی اگر f دو برابر شود، K بیشتر از دو برابر خواهد شد و گزینه (۳) نادرست است.

بسامد آستانه یعنی حداقل بسامدی که با آن پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد. بنابراین گزینه (۴) درست است.

نمای ۱ و ۳

۴ ۲۱۰۰ B

با توجه به تعریف توان می‌توانیم بنویسیم:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt \quad (I)$$

بنا به رابطه اینشتین انرژی پرتوهای الکترومغناطیسی برابر است با:

$$E = \frac{nhc}{\lambda} \quad (II)$$

از رابطه (I) و (II) می‌توان نوشت:

$$Pt = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{Pt\lambda}{hc}$$

بنا به فرض مسئله تعداد فوتونها برابر است، از این‌رو:

$$n_A = n_B \Rightarrow \frac{P_A t_A \lambda_A}{hc} = \frac{P_B t_B \lambda_B}{hc} \quad P_B = 2P_A \text{ و } \lambda_B = 2\lambda_A \rightarrow$$

$$P_A t_A \lambda_A = 2P_A (t_B) 2\lambda_A \Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = 4$$

نمای ۲

۴ ۲۱۰۰ C

با دو برابر شدن توان تعداد فوتونهای نور دو برابر شده و میزان گسیل فوتوالکتریکها دو برابر می‌شود، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

با دو برابر شدن طول موج ممکن است انرژی فوتون ($E = h\frac{c}{\lambda}$) از تابع کار فلز (W_0) کمتر شده و پدیده فوتوالکتریک متوقف شود بنابراین گزینه (۲) در حالت کلی نادرست است.

با نصف شدن طول موج، انرژی هر فوتون ($E = h\frac{c}{\lambda}$) دو برابر می‌شود و برای ثابت ماندن $P = \frac{nhc}{\lambda t}$ باید n نصف شده بنابراین فوتوالکتریکهای جدا شده نصف می‌شود و گزینه (۳) نادرست است.

اگر توان دو برابر و طول موج نصف شود در این صورت:

$$P = \frac{nhc}{\lambda t} \rightarrow \frac{P' = 2P}{\lambda' = \frac{\lambda}{2}} \rightarrow n' = n$$

نمای ۲

۴ ۲۱۰۰ A

در حل این مسائل راه‌حلی که مستقیماً به شما اعداد n و n' را بدهد، وجود ندارد. شما باید رابطه ریذبرگ را نوشته، آن‌قدر آن را ساده کنید تا بتوانید در مورد n و n' حدس دقیق بزنید. به حل دقت کنید.

در رابطه بالمر - ریذبرگ طول موج $\frac{1600}{15} nm$ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{1600} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{15}{16} = \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow n = 4, n' = 1$$

۲ ۲۰۹۹ B

۷۵ درصد از هسته‌های ماده پرتوزا واپاشیده شده است یعنی ۲۵٪ از آن ماده فعال باقی مانده است:

$$N = N_0 - \frac{75}{100} N_0 \Rightarrow N = \frac{25 N_0}{100}$$

$$\Rightarrow N = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2} \quad N = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^n \rightarrow \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow n = 2$$

در هر نیمه‌عمر نصف ماده واپاشیده می‌شود پس برای آنکه مقدار ماده به $\frac{1}{4}$ حالت اولیه

برسد باید دو نیمه‌عمر بگذرد. زمان واپاشی خواهد شد:

$$t = n T_{\frac{1}{2}} \Rightarrow t = 2 \times 8 = 16 \text{ day}$$

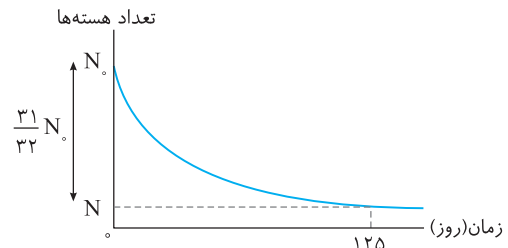
نمای ۱۴

۲ ۲۰۹۹ B

با توجه به نمودار اختلاف تعداد هسته‌های اولیه و تعداد هسته‌های فعال باقی مانده یعنی

$N_0 - N$ برابر فیزیک هسته‌ای $\frac{31}{32} N_0$ شده، درواقع $\frac{31}{32} N_0$ از هسته واپاشیده شده

و تعداد هسته فعال باقی مانده برابر است با:



$$N_0 - N = \frac{31}{32} N_0 \Rightarrow N = N_0 - \frac{31}{32} N_0 = \frac{1}{32} N_0 \Rightarrow$$

$$N = \frac{N_0}{2^5} \rightarrow \frac{N_0}{2^5} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 2^5 = 2^n \Rightarrow n = 5$$

۵ نیمه‌عمر ۱۲۵ روز طول کشیده است، پس هر نیمه‌عمر برابر است با:

$$5 T_{\frac{1}{2}} = 125 \text{ day} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 25 \text{ day}$$

نمای ۱۴

۲ ۲۰۹۹ A

وقتی تعداد هسته‌های پرتوزای فعال با تعداد هسته‌های واپاشیده برابر می‌شود، یعنی یک نیمه‌عمر از مدت واپاشی گذشته است. به راه‌حل زیر دقت کنید:

$$\frac{N_Y}{N_X} = \frac{N_X - N_X}{N_X} = 1 \Rightarrow N_X = 2N_X \Rightarrow N_X = \frac{N_X}{2} \Rightarrow n = 1$$

اکنون زمان لازم برای آن که این نسبت ۱۵ شود را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{N'_Y}{N'_X} = \frac{N_X - N'_X}{N'_X} = 15 \Rightarrow N_X = 16N'_X \Rightarrow N'_X = \frac{N_X}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{N_X}{2^n} = \frac{N_X}{16} \Rightarrow n = 4$$

بنابراین از آغاز واپاشی ۴ نیمه‌عمر و از زمانی که $\frac{N_Y}{N_X} = 1$ است سه نیمه‌عمر یعنی

$3 \times 20 = 60$ روز می‌گذرد.

دقت کنید وقتی عنصر پرتوزای X واپاشیده می‌شود و به عنصر Y تبدیل می‌شود، در واقع تعداد هسته‌های عنصر Y (N_Y) همان تعداد هسته‌های واپاشیده شده عنصر X

($N_X - N'_X$) است.

نمای ۱۴

۱ ۲۱۰۰ B

از رابطه انرژی الکترون در مدل اتمی بور برای اتم هیدروژن عدد کوانتومی n را به دست می آوریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \quad E_n = -\frac{1}{9}E_R \rightarrow -\frac{1}{9}E_R = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow n=3$$

اکنون به کمک رابطه بالمر-ریدربرگ n' را به دست می آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda = \frac{900}{\lambda}} \frac{1}{\frac{900}{\lambda}} = \frac{1}{900} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{\lambda}{900} = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow n'=1$$

نمای ۷

۲ ۲۱۰۰ B

۱۰ کمیته بسامد گسیلی یعنی بلندترین طول موج $(\lambda = \frac{c}{f})$ بلندترین طول موج در رشته لیمان هنگام گذار الکترون از تراز $n=2$ به تراز $n'=1$ گسیل می شود. به کمک رابطه ریدربرگ - طول موج را حساب می کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\max L}} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda_{\max L} = \frac{4}{3R}$$

$$f_{\min L} = \frac{c}{\lambda_{\max L}} = \frac{c}{\frac{4}{3R}} \Rightarrow f_{\min} = \frac{3Rc}{4}$$

۲ بیشینه بسامد گسیلی یعنی کوتاهترین طول موج $(\lambda = \frac{c}{f})$ کوتاهترین طول موج در رشته براکت هنگام گذار الکترون از تراز $n=\infty$ به تراز $n'=4$ گسیل می شود. طول موج گسیلی را به دست می آوریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min B}} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min B} = \frac{16}{R}$$

$$f_{\max B} = \frac{c}{\lambda_{\min B}} = \frac{c}{\frac{16}{R}} \Rightarrow f_{\max B} = \frac{Rc}{16}$$

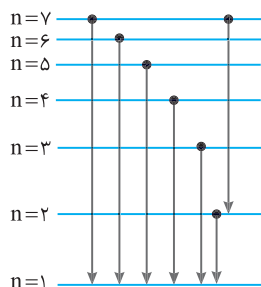
۳ نسبت بسامدها خواهد شد:

$$\frac{f_{\min L}}{f_{\max B}} = \frac{\frac{3Rc}{4}}{\frac{Rc}{16}} \Rightarrow \frac{f_{\min L}}{f_{\max B}} = 12$$

نمای ۵

۲ ۲۱۰۰ B

۱۱ در رشته های گسیلی هیدروژن تمام طول موج های رشته لیمان ($n'=1$) فرابنفش هستند و در رشته بالمر در گذار الکترون از تراز $n=7$ به تراز $n'=2$ طول موج گسیلی در ناحیه فرابنفش است. بنابراین باید الکترون در تراز با عدد کوانتومی $n=7$ باشد تا ۶ گذار از ترازهای ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲ به تراز $n'=1$ و یک گذار از تراز $n=7$ به تراز $n'=2$ صورت بگیرد و جمعاً ۷ فوتون با طول موج های مختلف گسیل شود.



نمای ۷

دقت کنید عدد $\frac{15}{16}$ تفاضل $1 - \frac{1}{16}$ است. بنابراین اگر به جای $n'=1$ و به جای $n=4$ قرار دهیم، عدد $\frac{15}{16}$ به دست می آید.

نمای ۵

۴ ۲۱۰۰ B

۵ با توجه به رابطه $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ همواره n و n' عدد طبیعی بوده و $n > n'$ است. در صورت سؤال $n=1$ بوده و الکترون در تراز پایه است، بنابراین تراز پایین تری وجود ندارد که الکترون با گذار به آن موج الکترومغناطیسی گسیل کند. از این رو الکترون نمی تواند تابش گسیل کند و گزینه (۴) درست است.

نمای ۵

۱ ۲۱۰۰ A

۶ طول موج 72 nm طول موج مرئی است. از طرفی $n'=2$ یعنی طول موج گسیلی مربوط به رشته بالمر است. برای به دست آوردن n از رابطه ریدربرگ استفاده می کنیم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \xrightarrow{\lambda = 72 \text{ nm}, n'=2} \frac{1}{72 \times 10^{-9}} = \frac{1}{\lambda} \times \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow n=3$$

نمای ۵

۳ ۲۱۰۰ B

۷ یادآوری با توجه به مدل اتمی بور هرگاه الکترون از یک حالت مانا با انرژی E_U به حالت مانای دیگری با انرژی پایین تر E_L برود، اختلاف انرژی دو تراز را به صورت یک فوتون گسیل می کند. $(E_U - E_L = hf)$

خط فکری در حل این مسئله شما باید ابتدا به کمک مدل اتمی بور، یک رابطه بین طول موج و شماره مدارها (عدد کوانتومی مدارها) پیدا کنید و رابطه به دست آمده را با رابطه ریدربرگ - بالمر مقایسه کنید و رابطه ای بین E_R و R به دست آورید.

در مدل اتمی بور انرژی الکترون در تراز با عدد کوانتومی n برابر $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ است. اکنون به جای E_U و E_L مقادیر آنها را قرار می دهیم:

$$E_U - E_L = hf \Rightarrow -\frac{E_R}{n_U^2} - \left(-\frac{E_R}{n_L^2} \right) = hf$$

$$hf = \frac{E_R}{n_L^2} - \frac{E_R}{n_U^2} \Rightarrow hf = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = E_R \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{E_R}{hc} \left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2} \right) \quad (I)$$

رابطه (I) را با رابطه ریدربرگ - بالمر $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ مقایسه می کنیم. از این رو

$$R = \frac{E_R}{hc} \Rightarrow \frac{E_R}{R} = hc$$

خواهیم داشت:

نمای ۷

۱ ۲۱۰۰ B

۸ انرژی الکترون در مدل اتمی بور، در مداری با عدد کوانتومی n از رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ به دست می آید. با توجه به این مطلب عدد کوانتومی مدارهایی را که

انرژی الکترون در آنها -0.85 eV و $-3/4 \text{ eV}$ است، به دست می آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} -0.85 = -\frac{13.6}{n^2} \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n=4 \\ -3/4 = -\frac{13.6}{n'^2} \Rightarrow n'^2 = 4 \Rightarrow n'=2 \end{cases}$$

۲ شعاع مدار الکترون به گرد هسته بنا به مدل اتمی بور خواهد بود:

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow \begin{cases} r_f = 16 a_0 \\ r_f = 4 a_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{r_f}{r_f} = \frac{1}{4}$$

نمای ۷

۴۲۱۰۰ A
۱۲

هرچه هسته سنگین‌تر شود یعنی عدد اتمی افزایش یابد نسبت $\frac{N}{Z}$ بیشتر می‌شود و

گزینه (۱) درست است.

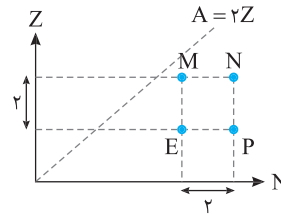
نیروی هسته‌ای بین دو نوکلئون وجود دارد، دو نوکلئون می‌توانند هر دو پروتون یا هر دو نوترون و یا یک نوترون و یک پروتون باشند یعنی نیروی هسته‌ای به نوع نوکلئون بستگی ندارد و گزینه (۲) درست است.

هسته‌های سنگین با عدد اتمی بزرگ‌تر از $Z=83$ که متعلق به بیسموت (${}_{83}^{209}\text{Bi}$) است، ناپایدارند و گزینه (۳) درست است.

رفتار شیمیایی ایزوتوپ‌های یک عنصر به دلیل داشتن عدد اتمی یکسان و ساختار ترازهای انرژی اتمی یکسان، شبیه به هم است و گزینه (۴) نادرست است.

نمای ۱۱

۴۲۱۰۰ B
۱۳



گزاره (الف): خط $A=2Z$ یعنی خطی که هسته‌های روی آن دارای تعداد پروتون و نوترون یکسان ($Z=N$) است و این خط نیمساز نمودار $Z-N$ بوده است.

نکته: تمام هسته‌های واقع بر خط عمود بر نیمساز دارای عدد جرمی یکسانی هستند.

اکنون به نمودار دقت کنید، خط PM قطر مربع $MNPE$ بوده و دقیقاً امتداد آن بر خط نیمساز عمود است، بنابراین دو عنصر M و P دارای عدد جرمی یکسانی بوده و گزاره (الف) درست است.

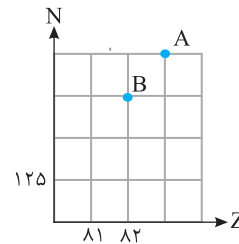
گزاره (ب): هسته N ، دو نوترون و دو پروتون بیشتر از هسته E دارد، یعنی مجموع نوترون‌ها و پروتون‌های N (عدد جرمی)، چهار واحد از E بیشتر است و گزاره (ب) نادرست است.

گزاره (پ): عدد اتمی دو عنصر M و N یکسان و عدد نوترونی آن‌ها متفاوت است، بنابراین M و N ایزوتوپ‌های یک عنصر هستند. ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای ترازهای الکترونی (اتم) یکسانی بوده و خواص شیمیایی آن‌ها یکسان است و گزاره (پ) درست است.

گزاره (ت): عدد اتمی هسته‌های N و P متفاوت است: $Z_N = Z_P + 2$. بنابراین N و P دو عنصر متفاوت هستند و ایزوتوپ یکدیگر نیستند و گزاره (ت) نادرست است.

نمای ۱۱

۴۲۱۰۰ A
۱۴

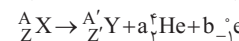


عنصر A یک نوترون و یک پروتون از دست می‌دهد تا به عنصر B تبدیل شود، ذره‌ای که دارای یک نوترون و یک پروتون است، هسته دوتریم ${}^2_1\text{D}$ بوده و گزینه (۳) پاسخ مسئله است.

نمای ۱۳

۴۲۱۰۰ A
۱۵

معادله واکنش را می‌نویسیم و تعداد ذرات α را با حرف a و تعداد ذرات بتا را با حرف b در معادله قرار می‌دهیم:



$$A = A' + 4a$$

بنا به پایستگی تعداد نوکلئون‌ها خواهیم داشت:

در فرض مسئله بیان شده که عدد جرمی 4 واحد کم شده ($A' = A - 4$) بنابراین:

$$A = A - 4 + 4a \Rightarrow a = 1 \text{ ذره آلفا}$$

مجموع عدد اتمی در دو طرف واکنش را برابر قرار می‌دهیم، بنا به فرض مسئله عدد اتمی ثابت مانده است ($Z = Z'$):

$$Z = Z' + 2a - b \xrightarrow{Z=Z'} \Rightarrow 0 = 2 - b \Rightarrow b = 2$$

نمای ۱۳

۱۲۱۰۰ A
۱۶

جرم اتم مجموع جرم الکترون‌های اتم و هسته اتم است. از طرفی اندازه‌گیری‌های دقیق نشان می‌دهد که جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها (Zm_p) و جرم نوترون‌های

(Nm_n) تشکیل‌دهنده‌اش اندکی کمتر است، یعنی هنگام تشکیل هسته، از جرم نوکلئون‌های هسته مقداری کاسته می‌شود و این جرم به انرژی لازم برای تشکیل هسته (انرژی بستگی هسته) تبدیل می‌شود و هر چه این کاستی جسم هسته بیشتر باشد نشان‌دهنده بزرگی انرژی بستگی هسته است.

نمای ۱۲

۳۲۱۰۰ B
۱۷

با توجه به رابطه بین جرم و انرژی، انرژی تولیدشده را حساب می‌کنیم:

$$E = mc^2 \quad m = 3 \times 10^{-6} \text{ kg} \Rightarrow E = 3 \times 10^{-6} \times (3 \times 10^8)^2 \\ \Rightarrow E = 18 \times 10^{10} \text{ J}$$

یادآوری: 1 kWh برابر $3.6 \times 10^6 \text{ J}$ است.

انرژی را بر حسب kWh می‌نویسیم:

$$\frac{3/6 \times 10^6 \text{ J}}{18 \times 10^{10} \text{ J}} \mid \frac{1 \text{ kWh}}{E=?} \quad E = \frac{18 \times 10^{10}}{3/6 \times 10^6} \Rightarrow E = 5 \times 10^4 \text{ kWh}$$

نمای ۱۲

۴۲۱۰۰ A
۱۸

با استفاده از رابطه نیمه‌عمر، تعداد هسته‌های باقیمانده را برحسب تعداد هسته‌های اولیه (N_0) به دست می‌آوریم:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=5} N = \frac{N_0}{2^5} \Rightarrow N = \frac{N_0}{32}$$

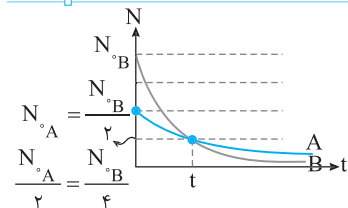
تعداد هسته‌های واپاشیده شده را برحسب تعداد هسته‌های اولیه حساب می‌کنیم:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 - \frac{N_0}{32} \Rightarrow \Delta N = \frac{31}{32} N_0$$

درصد تعداد هسته‌های واپاشیده خواهد شد: $\frac{\Delta N}{N_0} \times 100 = \frac{31}{32} \times 100 \approx 97\%$

نمای ۱۴

۳۲۱۰۰ A
۱۹



با توجه به نمودار در مدت t برای عنصر پرتوزای A یک نیمه‌عمر و برای عنصر پرتوزای B ، 2 نیمه‌عمر گذشته است. بنابراین:

$$\frac{T_{1/2,A}}{2} = \frac{t}{n_A} \Rightarrow \frac{T_{1/2,A}}{2} = \frac{n_B}{2} = \frac{t}{n_B}$$

نمای ۱۴

۲۲۱۰۰ A
۲۰

برای حل این مسئله مقدار $1/56$ درصد را به‌طور تقریبی برابر $\frac{1}{64}$ می‌گیریم تا بتوانیم

سن تقریبی زغال را حساب کنیم.

با توجه به رابطه تعداد هسته‌های فعال با نیمه‌عمر، تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده را حساب می‌کنیم:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow N = \frac{N_0}{2^n} \quad N = 1/56\% N_0 \Rightarrow \frac{1/56 N_0}{100} = \frac{N_0}{2^n} \\ \Rightarrow \frac{1}{64} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow 2^n = 64 \Rightarrow n = 6$$

زمان سپری شده (یا سن تقریبی زغال قدیمی) خواهد شد:

$$t = nT \Rightarrow t = 6 \times 5730 \Rightarrow t = 34380 \text{ سال}$$

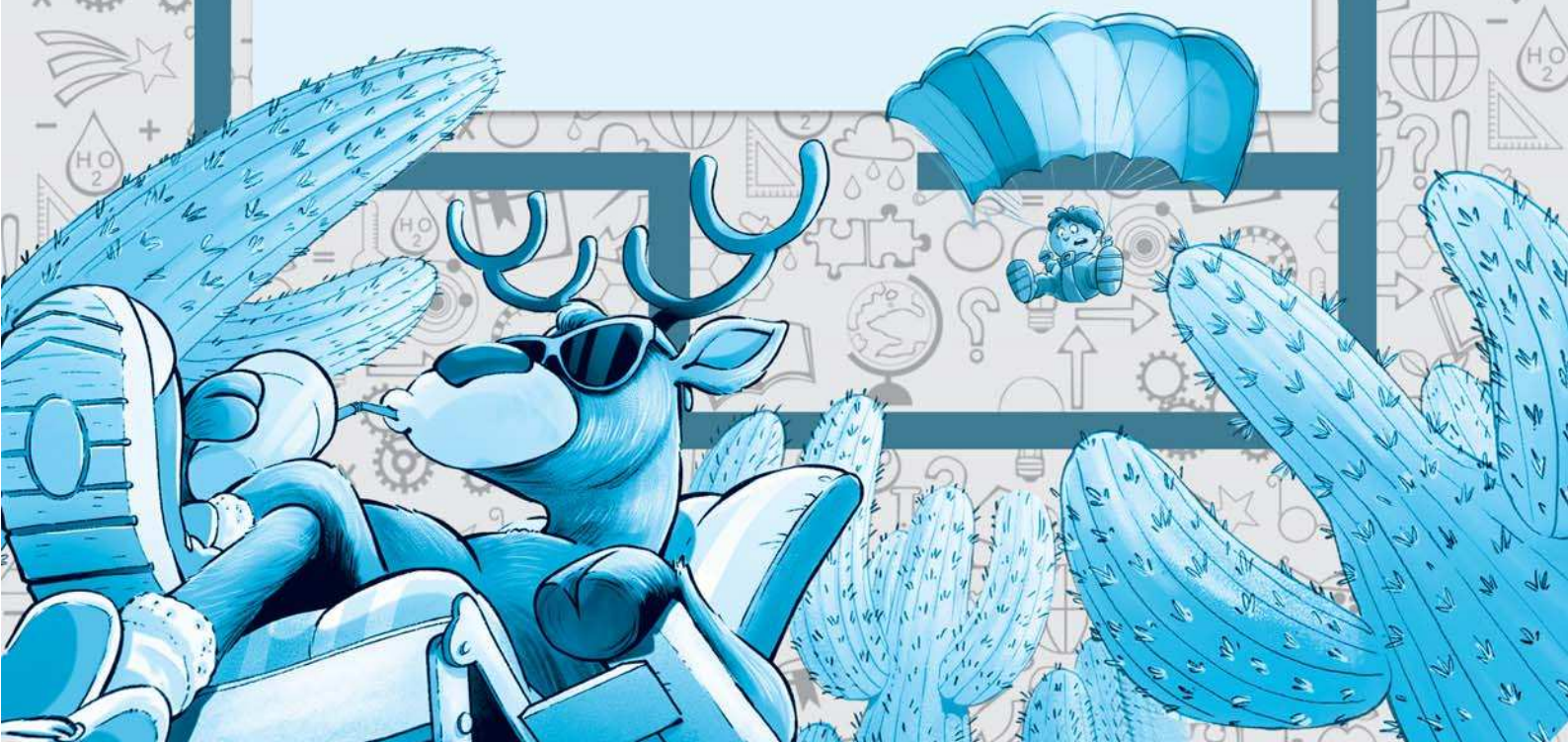
نمای ۱۴

◀ موج آزمون جامع فیزیک تجربی ▶

مؤلفان: رضا خالو، امیرعلی میری



- خلاصه درس‌هایی به سبک نمودار درختی (QR Code)
- ۳۴ آزمون فصل به فصل از فیزیک دهم
- ۳۷ آزمون فصل به فصل از فیزیک یازدهم
- ۵۰ آزمون فصل به فصل از فیزیک دوازدهم
- ۲۰ آزمون جامع از فیزیک ۱، ۲ و ۳ به سبک کنکور
- پاسخ‌های تشریحی با نیم‌نگاه‌هایی برای فهم بیشتر نکات
- میانبرهایی برای حل سریع‌تر تست در پاسخ تشریحی
- تست‌های کنکوری در پاسخ برای تسلط بر سوالات کنکور
- در مجموع ۱۷۷۰ تست با پاسخ تشریحی



جامع فیزیک پایه تجربی (جلد ۱ و ۲)

مؤلفان: رضا خالو، امیرعلی میری



- درس‌نامه کاربردی بر اساس مفاهیم کتاب درسی
- تقسیم هر فصل به ۵ پنجره و هر پنجره به چندین نما
- بیش از ۲۵۰۰ تست با چینش آموزشی (ساده به سخت)
- ارائه تست‌های چالشی در پنجره دو جداره
- ۴ پنجره روبه‌رو و ۱ پنجره تودرتو بدون طبقه‌بندی در هر فصل برای عمق بخشیدن به یادگیری
- مشخص کردن تست‌های مهم برای جمع‌بندی سریع
- تست‌های مشابه با عنوان بازی با سؤال در برخی پاسخ‌ها
- پاسخ‌های تشریحی با ارائه خط فکری برای حل مسائل
- راه‌حل‌های کوتاه و خلاقانه با عنوان میانبر در پاسخ‌ها

