



گام دوم نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم. متحرک در بازه $(3 تا 4)S$ و $(4 تا 5)S$ $1m$ جابه‌جا شده است. بنابراین مساحت سطح زیر نمودار در این دو بازه یک واحد است. **گام سوم** از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{S}{S+S'} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow S' = 15S = 15m$$

گام چهارم

$$\ell = S' + S + S = 15 + 2 = 17m, s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{17}{5} m/s$$

گزینه ۲ ۲۹۸

گام اول چون جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند و در دو بازه زمانی یکسان و متوالی مسافت‌های طی شده یکسان است، می‌توان دریافت جسم در ابتدا حرکت کندشونده داشته است و متوقف می‌شود و سپس در خلاف جهت اولیه به صورت تندشونده، حرکت کرده است.

گام دوم مسافت طی شده در ۲ ثانیه سوم، یعنی بین $t_1 = 4S$ تا $t_2 = 6S$ با ۲ ثانیه چهارم، یعنی $t_1 = 6S$ تا $t_2 = 8S$ یکسان است. پس در لحظه $t' = 6S$ جسم متوقف شده است. یعنی لحظه توقف جسم برابر $t_2 = 6S$ و شتاب جسم برابر $-3 m/s^2$ است. برای محاسبه سرعت متوسط جسم از لحظه $t = 0$ تا $t = 6S$ می‌توانیم از دو روش استفاده کنیم.

روش اول سرعت اولیه را از رابطه $v = at + v_0$ به دست می‌آوریم:

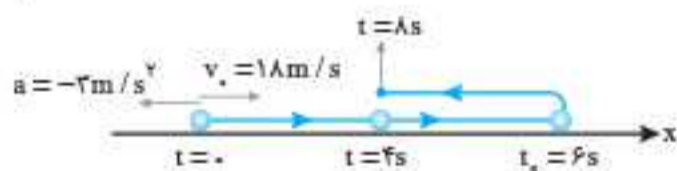
$$0 = -3 \times 6 + v_0 \Rightarrow v_0 = 18 m/s$$

اکنون از رابطه $v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$ سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{0 + 18}{2} = 9 m/s$$

روش دوم چون جسم در لحظه $t_2 = 6S$ متوقف شده است، وارون حرکت را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم جسم با سرعت اولیه صفر به حرکت درآمده و از رابطه $v = at + v_0$ سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 + 0 = 9 m/s$$



گزینه ۲ ۲۹۹

گام اول طبق اطلاعات سؤال چون متحرک در ابتدا در جهت محور x حرکت کرده است، $v_0 > 0$ است. همچنین چون جابه‌جایی و مسافت هم‌اندازه نیستند، پس متحرک حتماً تغییر جهت حرکت دارد و نمودار سرعت-زمان آن محور t را قطع کرده است و می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} \ell &= S_1 + S_2 = 15m \\ \Delta x &= S_1 - S_2 = 9m \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_1 = 12m, S_2 = 3m$$

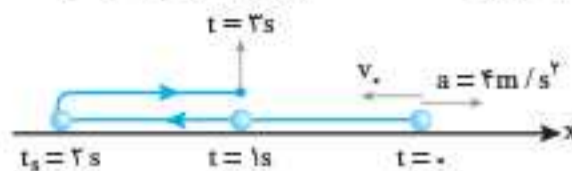
گام دوم دو مثلث S_1 و S_2 مشابه‌اند و به کمک هندسه می‌دانیم که نسبت تشابه این دو مثلث برابر است با:

$$\sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{t_2}{6 - t_2}$$

$$2 = \frac{t_2}{6 - t_2} \Rightarrow t_2 = 4s$$

$$S_1 = \frac{v_0 \times t_2}{2} \Rightarrow 12 = \frac{v_0 \times 4}{2} \Rightarrow v_0 = 6 m/s$$

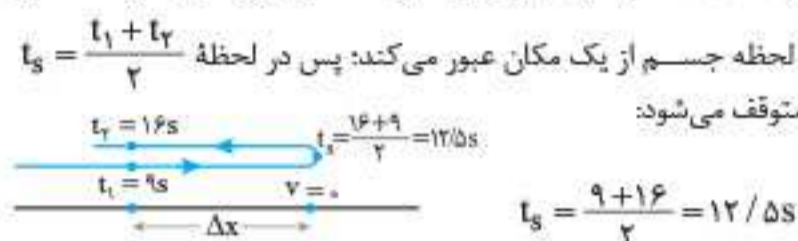
۲۹۵. **گزینه ۳** چون بزرگی جابه‌جایی یعنی مسافت‌های طی شده در ثانیه دوم ($t_1 = 1S$ تا $t_2 = 2S$) برابر ثانیه سوم ($t_3 = 2S$ تا $t_4 = 3S$) است، بنابراین آنچه که در درسته‌ما ذکر کردیم، جسم در لحظه $t_3 = 2S$ متوقف می‌شود و جهت حرکتش عوض می‌شود؛ بنابراین حرکت جسم ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. سرعت جسم در لحظه $t = 0$ را از رابطه زمان توقف به دست می‌آوریم:



$$t_3 = \frac{-v_0}{a} = \frac{-v_0}{4 m/s^2} \Rightarrow v_0 = -(2 \times 4) = -8 m/s \Rightarrow |v_0| = 8 m/s$$

گزینه ۲ ۲۹۶

روش اول گام اول با توجه به این که شتاب جسم ثابت است و در بازه $t_1 = 9S$ تا $t_2 = 16S$ جابه‌جایی آن صفر است، می‌توان نتیجه گرفت که در این دو لحظه جسم از یک مکان عبور می‌کند؛ پس در لحظه $t_3 = \frac{t_1 + t_2}{2}$ جسم متوقف می‌شود:



گام دوم از لحظه $t_1 = 9S$ تا لحظه $t_2 = 16S$ حرکت جسم کندشونده است و از رابطه جابه‌جایی-زمان برحسب سرعت نهایی می‌توان مسافت طی شده در این مدت را حساب کرد:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \xrightarrow{v=0} \Delta x = -\frac{1}{2} \times (-4) \times 3^2 = 18m$$

گام سوم چون کل مسافت طی شده از t_1 تا t_2 برابر Δx است، پس داریم:

$$\ell = 2\Delta x = 2 \times 18 = 36m$$

گام چهارم تندی متوسط را در بازه $t_1 = 9S$ تا $t_2 = 16S$ از رابطه $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{36}{16 - 9} = 7 m/s$$

روش دوم با توجه به این که در لحظه $t_3 = 12/5S$ سرعت صفر است، از رابطه $v = at + v_0$ سرعت جسم را در لحظه $t = 9S$ حساب می‌کنیم:

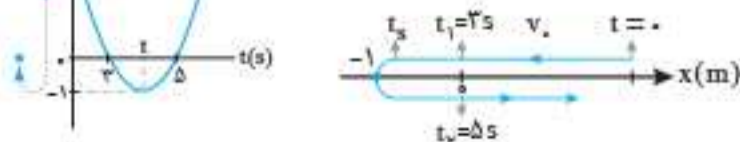
$$0 = -4 \times 3/5 + v_{9S} \Rightarrow v_{9S} = 12 m/s$$

چون تندی متوسط در بازه‌های زمانی $9S$ تا $12/5S$ و $12/5S$ تا $16S$ برابر است و در بازه $9S$ تا $12/5S$ جهت تغییر نکرده است، می‌توان نتیجه گرفت:

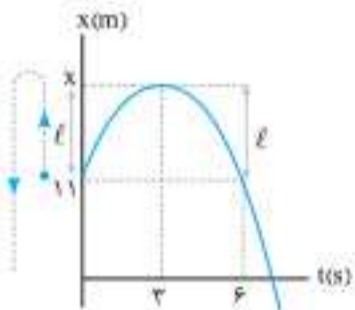
$$v_{av} = s_{av} = \frac{v_9 + v_{12/5}}{2} = \frac{12 + 0}{2} = 6 m/s$$

گزینه ۳ ۲۹۷

گام اول متحرک در دو لحظه $t_1 = 3S$ و $t_2 = 5S$ از مبدأ عبور می‌کند و در لحظه t در مکان $x = -1m$ تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین لحظه t رأس سهمی است.



$$t_3 = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{3 + 5}{2} \Rightarrow t_3 = 4s$$

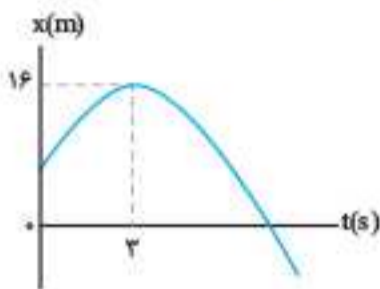


همان‌طور که از نمودار مشخص است، متحرک در لحظه $t = 3s$ متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد و در این لحظه بیشترین فاصله از مبدأ مکان ($x = 0$) را دارد:

$$\ell = x - 11 \rightarrow \ell = 9m$$

$$9 = x - 11 \Rightarrow x = 20m$$

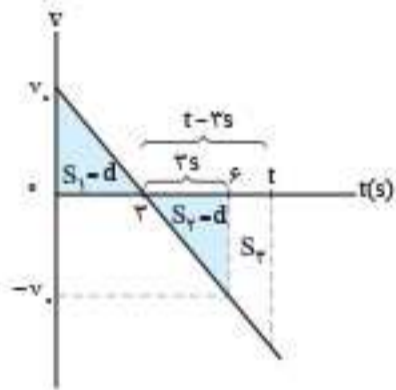
۴.۲ گزینه ۳



روش اول گام اول نمودار $v-t$ حرکت را رسم می‌کنیم. با توجه به مفهوم تندى و در نظر گرفتن این نکته که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با اندازه جابه‌جایی است، داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{d+d}{6}$$

$$\Rightarrow 2d = 18 \Rightarrow d = 9m$$



گام دوم اگر به نمودار مکان - زمان دقت کنیم، متحرک بین دو لحظه t_1 تا t_2 (محل برخورد نمودار با محور زمان) $16m$ را طی می‌کند؛ بنابراین داریم:

$$S_1 + S_2 = 16m$$

به کمک رابطه تشابه مثلث‌ها می‌توان نوشت:

$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{3}{t-3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{16} = \left(\frac{3}{t-3}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3}{t-3} \Rightarrow t-3 = 4 \Rightarrow t = 7s$$

بنابراین به مدت $t = 7s$ بردار مکان متحرک در جهت $+x$ می‌باشد.

روش دوم گام اول با توجه این که در مدت $3s$ ، مسافت طی شده برابر $9m$ است، از رابطه مستقل از شتاب در بازه 0 تا $3s$ سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 9 = \frac{0+v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = 6m/s$$

گام دوم اکنون شتاب را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v-v_0}{\Delta t} = \frac{0-6}{3} = -2m/s^2$$

گام سوم اکنون از رابطه جابه‌جایی - زمان استفاده می‌کنیم و از بازه $t = 3s$ که سرعت صفر است تا بازه t که $x = 0$ است با جایگذاری کمیت‌های معلوم در معادله، می‌توان t را حساب کرد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{a=-2m/s^2, x_0=16m, v_0=0, t=(t-3)}$$

$$0 = \frac{1}{2} \times (-2) \times (t-3)^2 + 0 \times (t-3) + 16 \Rightarrow t = 7s$$

۴.۴ گزینه ۱

گام اول نمودار مکان - زمان به شکل یک سهمی است (مربوط به یک حرکت با شتاب ثابت است). بنابراین با توجه به این که نمودار در لحظات $t = 2s$ و $t = 4s$ ، محور زمان را قطع کرده است، متحرک در این لحظات از مبدأ عبور کرده و 2 و 4 ریشه‌های معادله‌اند.

$$x = A(t-2)(t-4)$$

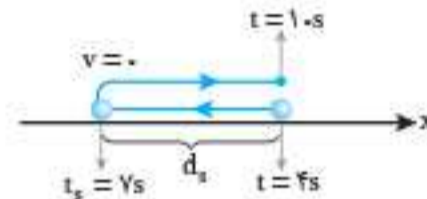
گام سوم حالا می‌توان اندازه شتاب را محاسبه کرد:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-v_0}{t_s-0} = \frac{0-6}{4} = -1.5m/s^2 \Rightarrow |a| = 1.5m/s^2$$

۴.۰۰ گزینه ۴

گام اول چون در این بازه سرعت متوسط صفر اما تندى متوسط مخالف صفر است؛ پس جسم در این لحظه‌ها دو بار از یک نقطه عبور کرده و در لحظه $t_s = \frac{t_1+t_2}{2} = \frac{4+10}{2} = 7s$ متوقف شده است. برای تندى متوسط جسم می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell=2d_s, s_{av}=6m/s, \Delta t=10-4=6s} 6 = \frac{2d_s}{6} \Rightarrow d_s = 18m$$



گام دوم از رابطه جابه‌جایی - زمان برای $t = 7s$ تا $t = 10s$ استفاده می‌کنیم و شتاب را به دست می‌آوریم (توجه کنید فرض می‌کنیم شتاب در جهت مثبت محور باشد):

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\xrightarrow{v_0=v_{7s}=0} 18 = \frac{1}{2}a \times (3)^2 + 0 \Rightarrow a = 4m/s^2$$

۴.۰۱ گزینه ۳

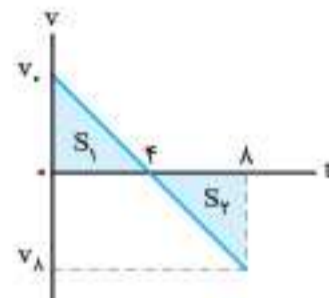
یادآوری: در نمودار درجه دوم، شیب خط مماس بر نقاطی که به فاصله مساوی از اکسترمم منحنی قرار دارند، قرینه یکدیگرند.

روش اول گام اول تابع سهمی در لحظه $t = 4s$ بیشینه است؛ پس در لحظه $t = 0$ که $4s$ با لحظه بیشینه تابع فاصله دارد، شیب خط مماس بر نمودار، قرینه شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 8s$ (که آن نیز $4s$ با لحظه بیشینه فاصله دارد) است.

گام دوم چون شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه برابر سرعت متحرک در آن لحظه است و شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌های $t = 8s$ و $t = 0$ قرینه یکدیگر هستند، بزرگی سرعت متحرک نیز در این لحظه‌ها با یکدیگر برابر است.

$$d_1 \text{ شیب} = -d_2 \text{ شیب} \Rightarrow v_0 = -v_8 \Rightarrow |v_0| = |v_8|$$

روش دوم نمودار سرعت - زمان این حرکت را نیز در نظر می‌گیریم. با توجه به این که دو مثلث S_1 و S_2 با هم برابرند، می‌توان دریافت:

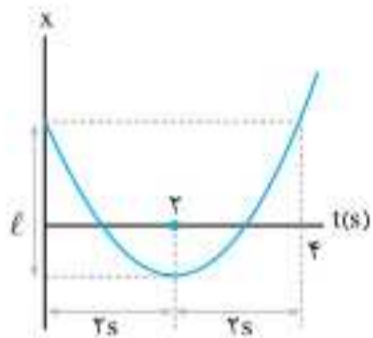


۴.۰۲ همان‌طور که می‌دانیم، در حرکت با شتاب ثابت، تمام ویژگی‌های حرکت نسبت به رأس سهمی یعنی لحظه سکون متحرک متقارن است. لحظات $t = 6s$ و $t = 0s$ در فواصل یکسانی از لحظه سکون ($t_s = 3s$) قرار دارند؛ بنابراین مکان متحرک در این دو لحظه یکسان است و داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell + \ell}{\Delta t} = \frac{2\ell}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{2\ell}{6} \Rightarrow \ell = 9m$$

۴.۶ گزینه ۱ متحرک در لحظه $t = 2s$ تغییر جهت می‌دهد. همچنین می‌دانیم که سهمی نسبت به خطی که از رأسش می‌گذرد متقارن است: در نتیجه طبق نمودار زیر مشخص است که متحرک در لحظه $t = 4s$ به مکان اولیه‌اش بازمی‌گردد، همچنین مشاهده می‌کنید که اندازه جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه اول حرکت با اندازه جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیه دوم حرکت برابر است. طبق نمودار اندازه هر کدام از این جابه‌جایی‌ها را ℓ فرض می‌کنیم.

بررسی همه گزینه‌ها



الف) نادرست: جابه‌جایی و سرعت متوسط در ۴ ثانیه اول حرکت صفر است: ولی جابه‌جایی در ۲ ثانیه اول حرکت برابر با $-\ell$ می‌شود و در نتیجه سرعت متوسط در این دو بازه هرگز نمی‌تواند یکی باشد.

ب) درست: مسافت طی شده در ۲ ثانیه اول حرکت برابر با ℓ و در ۴ ثانیه اول حرکت برابر با 2ℓ است: در نتیجه تندی متوسط در این دو بازه زمانی یکسان است:

$$S_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\Delta t} = \frac{\ell}{2}$$

دو ثانیه اول

$$S_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\Delta t} = \frac{2\ell}{4} = \frac{\ell}{2}$$

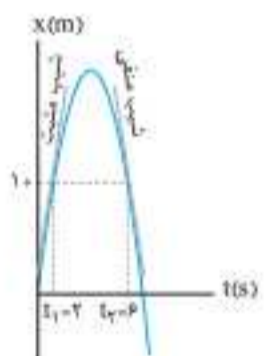
چهار ثانیه اول

ب) نادرست: طبق تقارن نمودار، اندازه سرعت در لحظات $t = 4s$ و $t = 0s$ یکی است: اما توجه داشته باشید که جهت حرکت در این دو لحظه متفاوت است و در نتیجه سرعت‌ها قرینه یکدیگرند و با هم برابر نیستند: ولی هم‌اندازه‌اند.

$$v_1 = -v_2 \Rightarrow |v_1| = |v_2|$$

ت) نادرست: در لحظاتی که نمودار مکان-زمان محور t را قطع می‌کند، متحرک در مبدأ مکان قرار دارد و فاصله آن تا مبدأ برابر با صفر است.

ث) نادرست: چون نمودار مکان-زمان یک سهمی است: در نتیجه در تمام طول مسیر شتاب ثابت و مخالف صفر است.



۴.۷ گزینه ۳ تندی متحرک در هر دو لحظه یکسان است: اما علامت سرعت آن در این دو لحظه متفاوت است. در شکل زیر، خط مماس بر نمودار در لحظات t_1 و t_2 را رسم کرده‌ایم. مشاهده می‌کنید که در لحظه $t_1 = 2s$ ، شیب خط مماس مثبت و در نتیجه سرعت نیز مثبت است ($v_1 = +4m/s$), همچنین در لحظه $t_2 = 6s$ ، شیب خط مماس بر نمودار منفی و سرعت نیز منفی است ($v_2 = -4m/s$): در نتیجه شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:

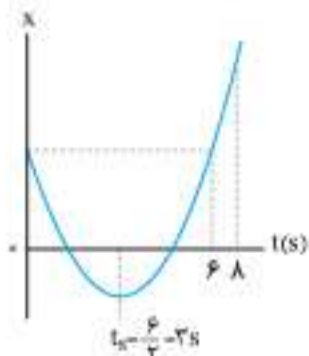
$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-4 - 4}{6 - 2} = -2 m/s^2$$

$$\Rightarrow |a_{av}| = 2 m/s^2$$

۴.۸ گزینه ۳ طبق تقارن سهمی نسبت به خطی که از مرکزش می‌گذرد، لحظه رأس در وسط فاصله زمانی صفر تا $6s$ قرار دارد:

$$t_s = \frac{6 - 0}{2} = 3s$$

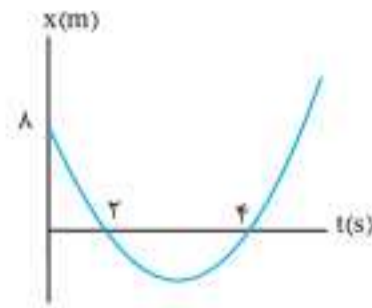
می‌دانیم که در لحظه $t_s = 3s$ ، سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد. همچنین شیب خط مماس بر نمودار در لحظه



$t = 8s$ برابر با سرعت متحرک در این لحظه است: در نتیجه می‌توان نوشت:

$$t = 8s \Rightarrow v = 10 m/s$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{8 - 3} = 2 m/s^2$$



گام دوم با جایگذاری $x_s = 8m$ و $t = 0s$ در معادله بالا داریم:

$$x = A(t-2)(t-4) \xrightarrow{t=0s, x_s=8m} 8 = A(-2)(-4) \Rightarrow A = 1$$

بنابراین معادله به صورت زیر نوشته می‌شود:

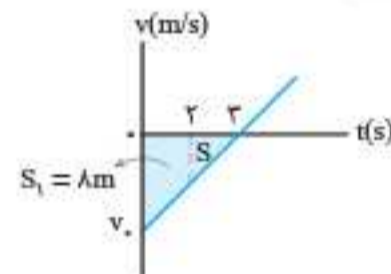
$$x = 1(t-2)(t-4) \Rightarrow x = t^2 - 6t + 8$$

گام سوم حالا با مقایسه معادله به دست آمده با فرم استاندارد

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0, \text{ شتاب و سرعت اولیه را به دست آورده و سپس رابطه سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت را می‌نویسیم:}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}a = 1 &\Rightarrow a = 2 m/s^2 \\ v_0 = -6 m/s & \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v &= at + v_0 \\ v &= 2t - 6 \end{aligned}$$

روش دوم گام اول نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم.



با توجه به این که در بازه ۰ تا $2s$ ، متحرک $8m$ جابه‌جا شده است می‌توان از تشابه مثلث‌ها نوشت:

$$\frac{S}{S+S_1} = \left(\frac{3-2}{3}\right)^2$$

$$\xrightarrow{S_1=8m} \frac{S}{8+S} = \frac{1}{9} \Rightarrow S = 1m$$

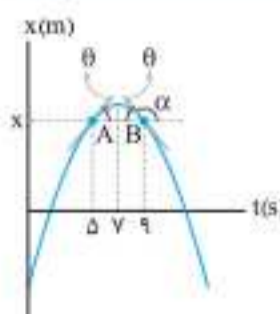
گام دوم نتیجه می‌گیریم که جابه‌جایی متحرک در بازه صفر تا $t = 3s$ برابر $8m + 1m = 9m$ است و چون در لحظه $t = 3s$ سرعت متحرک صفر است، از معادله مستقل از شتاب سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \xrightarrow{\Delta x = 9m} 9 = \frac{0 + v_0}{2} \times 3 \Rightarrow v_0 = -6 m/s$$

فقط در **گزینه ۱** این مقدار صدق می‌کند.

۴.۵ گزینه ۴

یادآوری: در نمودار سهمی، به‌ازای نقاطی که به فاصله یکسان از دو طرف نقطه اکسترمم قرار دارند، مقدار تابع یکسان و شیب خط مماس بر نمودار در این نقاط قرینه یکدیگر هستند.

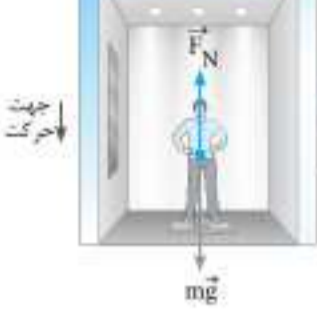


گام اول چون مقدار تابع مکان در لحظه $t = 5s$

بیشینه است و اختلاف هر یک از لحظه‌های $t_A = 5s$ و $t_B = 9s$ با لحظه $t = 5s$ یکسان است، دو نقطه A و B از نمودار در مکان یکسانی هستند و شیب خط مماس بر هر یک از آن‌ها قرینه شیب خط مماس بر دیگری است: یعنی سرعت متحرک در A قرینه سرعت متحرک در B است.

گام دوم سرعت در لحظه $t_A = 5s$ برابر $v_A = 10 m/s$ است، پس $v_B = -10 m/s$ است و مقدار آن برحسب بردار یکه برابر $\vec{v}_B = (-10 m/s)\vec{i}$ است.

۸۲۰. **گزینه ۴** در حالی که کابل آسانسور پاره شود (آسانسور سقوط آزاد کند)، شتاب آسانسور برابر g و رو به پایین است. در این حالت نیروی عمودی سطح صفر است.



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$

$$\Rightarrow F_N = m(g - a)$$

$$\xrightarrow{a=g} F_N = m(g - g) = 0$$

۸۲۱. **گزینه ۱**

گام اول حرکت آسانسور ۲ مرحله دارد: ۱) حرکت تندشونده با شتاب 1 m/s^2

۲) حرکت کندشونده با شتاب 2 m/s^2

۱) **حرکت تندشونده**: چون جهت حرکت رو به پایین و حرکت تندشونده است، پس جهت شتاب نیز رو به پایین است و داریم:

$$F_{net} = ma$$

$$\Rightarrow mg - F_N = ma$$

$$\Rightarrow F_N = m(g - a)$$

$$\Rightarrow F_N = 70(10 - 1) = 630 \text{ N}$$

۲) **حرکت کندشونده**: چون جهت حرکت رو به پایین و حرکت کندشونده است، پس جهت شتاب نیز رو به بالا است و داریم:

$$F_{net} = ma$$

$$\Rightarrow F'_N - mg = ma'$$

$$\Rightarrow F'_N = m(g + a')$$

$$\Rightarrow F'_N = 70(10 + 2) = 840 \text{ N}$$

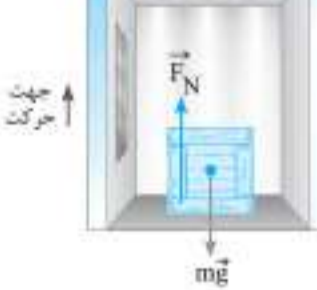
گام دوم می‌دانیم که ترازو مقدار نیروی عمودی سطح بر شخص را نشان می‌دهد، از این رو داریم:

$$\Delta F_N = F'_N - F_N = 840 - 630 = 210 \text{ N}$$

۸۲۲. **گزینه ۳**

گام اول N و N' واکنش نیروی عمودی سطح است که در دو حالت ذکر شده در صورت تست از طرف کف آسانسور بر جسم وارد می‌شود. پس کافی است نیروی عمودی سطح را در دو حالت محاسبه می‌کنیم و اختلاف آن‌ها را بیابیم:

۱) با شتاب رو به بالای 2 m/s^2 به سمت بالا حرکت کند:

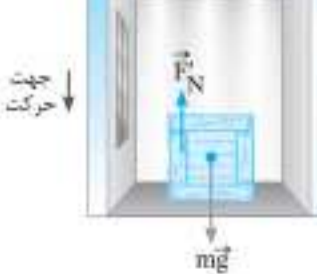


$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N = m(g + a)$$

$$\uparrow \vec{a} = 5(10 + 2) = 60 \text{ N}$$

۲) با شتاب رو به پایین 2 m/s^2 به سمت پایین حرکت کند:



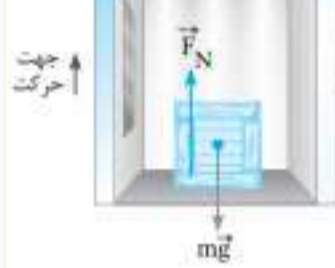
$$F_{net} = ma' \Rightarrow mg - F'_N = ma'$$

$$\Rightarrow F'_N = m(g - a')$$

$$= 5(10 - 2) = 40 \text{ N}$$

۸۱۶. **گزینه ۴** چون آسانسور به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند، حرکت تندشونده و شتاب آسانسور به طرف بالاست: در نتیجه شتاب جعبه نیز به سمت بالاست.

گام اول نیروهای وارد بر جعبه مطابق شکل است:



گام دوم حالا با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N = m(g + a)$$

$$= 6(10 + 4) = 84 \text{ N}$$

F_N همان نیرویی است که کف آسانسور بر جعبه به سمت بالا وارد می‌کند.



۸۱۷. **گزینه ۱** چون در صورت سؤال ذکر شده که شتاب رو به پایین است با استفاده از نیروهای وارد بر شخص که در شکل رسم شده است و بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توان نیروی F_N را حساب کرد.

$$mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g - a)$$

$$\Rightarrow F_N = 80(10 - 2) \Rightarrow F_N = 640 \text{ N}$$


۸۱۸. **گزینه ۱** از درسته به یاد دارید که هر وقت عددی که ترازو نشان می‌دهد (F_N) کوچک‌تر از وزن جسم باشد ($F_N < mg$) حتماً جهت شتاب به سمت پایین است از رابطه $F_N = m(g - a)$ می‌توانیم عددی که ترازو نشان می‌دهد را حساب کنیم:

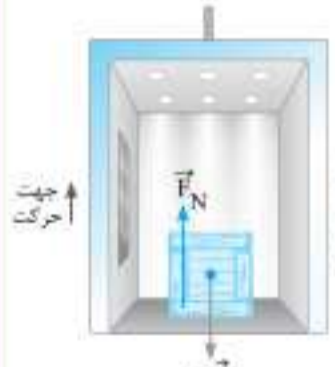
$$W = mg \Rightarrow 600 = m \times 10 \Rightarrow m = 60 \text{ kg}$$

$$F_N = m(g - a) \Rightarrow 480 = 60(10 - a)$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

تذکره: دقت کنید که در این حالت حرکت می‌تواند تندشونده رو به پایین یا کندشونده رو به بالا باشد که در هر ۲ حالت جهت شتاب رو به پایین است.

۸۱۹. **گزینه ۴** می‌دانیم که بسته به این که جهت شتاب آسانسور رو به بالا (حرکت کندشونده رو به بالا) یا رو به پایین (حرکت کندشونده رو به بالا) باشد، برای F_N مقادیر متفاوتی به دست می‌آید:



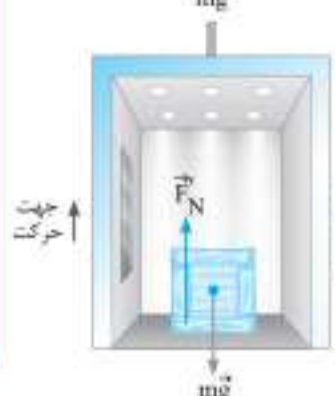
۱) حرکت کندشونده رو به بالا (جهت شتاب رو به بالا)

$$F_N = m(g + a) = 4(10 + 2) = 48 \text{ N}$$

۲) حرکت کندشونده رو به بالا (جهت شتاب رو به پایین)

$$F'_N = m(g - a) = 4(10 - 2) = 32 \text{ N}$$

بنابراین هر دو **گزینه‌های «۱» و «۲»** می‌توانند درست باشند.



۲ حرکت کندشونده از ۴s تا ۵s: جهت حرکت به سمت بالا ($v > 0$) و حرکت کندشونده است، پس جهت شتاب به سمت پایین است. با یافتن شتاب حرکت و استفاده از قانون دوم نیوتون، F_N'' را به دست می‌آوریم:

$$a_y = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{5 - 4} = -4 \text{ m/s}^2$$

$$F_{\text{net}} = ma_y \Rightarrow mg - F_N'' = ma_y \Rightarrow F_N'' = m(g - a_y) = 80(10 - 4) = 480 \text{ N}$$

پس فقط نمودار گزینه ۲ درست است.

۸۲۶. گزینه ۳

گام اول حرکت آسانسور در $t = 1\text{s}$ و $t = 5\text{s}$ را بررسی و نیروی عمودی سطح کف آسانسور بر جعبه در این دو لحظه را به دست می‌آوریم:

۱ $t = 1\text{s}$: در این لحظه آسانسور با شتاب 2 m/s^2 به سمت بالا در حرکت است (حرکت تندشونده به سمت بالا): بنابراین داریم:

$$F_{N_1} = m(g + a_1) = 10(10 + 2) = 120 \text{ N}$$

۲ $t = 5\text{s}$: در این لحظه آسانسور با شتاب -2 m/s^2 به سمت بالا در حرکت است (حرکت کندشونده به سمت بالا): بنابراین داریم:

$$F_{N_2} = m(g - a_2) = 10(10 - 2) = 80 \text{ N}$$

گام دوم در نهایت $\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{120}{80} = \frac{3}{2}$$

۸۲۷. گزینه ۲

یادآوری: از فیزیک دهم به یاد دارید که اگر نیروی F به طور عمود بر سطحی به مساحت A وارد شود. فشار وارد بر سطح با استفاده از رابطه $P = \frac{F}{A}$ به دست می‌آید.



گام اول F در رابطه بالا واکنش نیروی عمودی سطح بر جسم یعنی F_N است. کافی است F_N را برای حرکت کندشونده به سمت پایین به دست می‌آوریم:

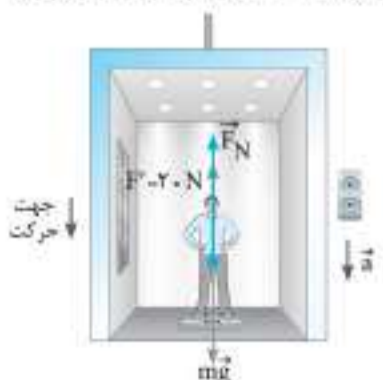
$$F_N = m(g - a) = 10(10 - 3) = 70 \text{ N}$$

گام دوم بنابراین با استفاده از رابطه $P = \frac{F}{A}$ داریم:

$$A = (\Delta \times \Delta) \text{ cm}^2 = 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{70}{25 \times 10^{-4}} = 28 \times 10^4 \text{ Pa} = 28 \text{ kPa}$$

۸۲۸. گزینه ۱ طبق قانون سوم نیوتون، چون شخص نیرویی به بزرگی



$F = 10 \text{ N}$ به میز و رو به پایین وارد می‌کند، میز نیرویی به بزرگی $F' = 10 \text{ N}$ و رو به بالا به شخص وارد می‌کند، در نتیجه نیروهای وارد بر شخص مطابق شکل است. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

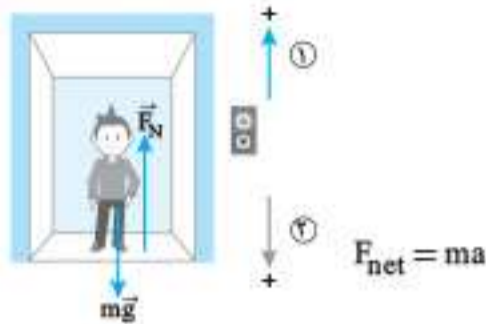
$$mg - F' - F_N = ma \Rightarrow F_N = 80 \times 10 - 10 - 80 \times 1 = 710 \text{ N}$$

ترازو $F_N = 710 \text{ N}$ را نمایش می‌دهد.

گام دوم اختلاف F_N و F_N' را به دست می‌آوریم:

$$|N - N'| = |F_N - F_N'| = |60 - 40| = 20 \text{ N}$$

۸۲۲. گزینه ۳



حالت اول $F_{N_1} - mg = ma_1 \xrightarrow{a_1=a} F_{N_1} = mg + ma$

حالت دوم $mg - F_{N_2} = ma_2 \xrightarrow{a_2=2a} F_{N_2} = mg - 2ma$

$$F_{N_1} - F_{N_2} = ma + 2ma$$

$$\Rightarrow F_{N_1} - F_{N_2} = 3ma \Rightarrow 270 = 3 \times 60 \times a \Rightarrow a = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

۸۲۴. گزینه ۲

یادآوری: شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر لحظه شتاب متحرک در آن لحظه را نشان می‌دهد.

گام اول با توجه به نمودار سرعت-زمان آسانسور، در بازه صفر تا ۲s شتاب

آسانسور برابر $a_1 = \frac{2-0}{2-0} = 1 \text{ m/s}^2$ ، در بازه ۲s تا ۸s شتاب آسانسور $a_2 = 0$ و در بازه ۸s تا ۹s شتاب آسانسور برابر $a_3 = \frac{0-2}{9-8} = -2 \text{ m/s}^2$ است.

گام دوم با توجه به این که، عددی که با سکول نشان می‌دهد، همان نیروی F_N است، برای هر حالت از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و نیروی F_N را به دست می‌آوریم: (جهت بالا را مثبت در نظر می‌گیریم)

$$1 \text{ حرکت کندشونده به سمت بالا (شتاب رو به بالا):}$$

$$a_1 = 1 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F_{N_1} - mg = ma_1$$

$$\Rightarrow F_{N_1} - 500 = 50 \times 1 \Rightarrow F_{N_1} = 550 \text{ N}$$

۲ حرکت با سرعت ثابت به سمت بالا (شتاب صفر):

$$a_2 = 0 \Rightarrow F_{N_2} - mg = 0 \Rightarrow F_{N_2} = 500 \text{ N}$$

۳ حرکت کندشونده به سمت بالا (شتاب رو به پایین):

$$|a_3| = 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow mg - F_{N_3} = ma_3$$

$$\Rightarrow 500 - F_{N_3} = 100 \Rightarrow F_{N_3} = 400 \text{ N}$$

بنابراین بیشترین اختلاف نیروی F_N برابر $550 - 400 = 150 \text{ N}$ است.

۸۲۵. گزینه ۲ مطابق نمودار $v-t$ داده شده، حرکت آسانسور ۳ مرحله دارد که مطابق زیر آن‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ حرکت کندشونده از صفر تا ۲s: با استفاده از شیب نمودار $v-t$ که نشان دهنده شتاب حرکت آسانسور است داریم:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-0}{2-0} = 2 \text{ m/s}^2$$

در این مرحله چون سرعت مثبت و شتاب نیز مثبت است، حرکت کندشونده به سمت بالا بوده است و داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma_1 \Rightarrow F_N = m(g + a_1)$$

$$= 80(10 + 2) = 960 \text{ N}$$

۲ حرکت با سرعت ثابت در این مرحله از حرکت (از ۲s تا ۴s) شتاب آسانسور صفر است و نیروهای وارد بر شخص متوازن اند، پس $F_N' = mg = 800 \text{ N}$ می‌باشد.

گام چهارم در نهایت خواسته سؤال یعنی ΔF_N را محاسبه می‌کنیم:

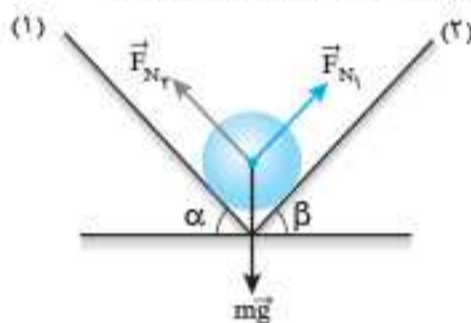
$$\Delta F_N = F_N - F'_N = mg + ma_1 - mg + ma_2 = m(a_1 + a_2)$$

$$\xrightarrow{|a_1| = 2|a_2|} \Delta F_N = m(2a_2 + a_2) = 3ma_2 = 3 \times 60 \times \frac{2}{3} = 120 \text{ N}$$

۸۲۲. گزینه ۳

گام اول چون آسانسور کندشونده به طرف بالا حرکت می‌کند، نتیجه می‌گیریم شتاب آسانسور به طرف پایین است.

گام دوم نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



گام سوم جسم همراه با آسانسور با شتاب ثابت $a = 2 \text{ m/s}^2$ به طرف بالا حرکت می‌کند. پس بنا بر قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد بر جسم را برابر ma قرار می‌دهیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

اگر جهت رو به بالا را با علامت مثبت در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2} = m\vec{a} - m\vec{g} \Rightarrow |\vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2}| = m(-a - (-g))$$

$$|\vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2}| = 5(-2 + 10) = 40 \text{ N}$$

۸۲۳. گزینه ۲ بررسی همه عبارت‌ها

الف نادرست: در صورتی که سرعت جسم ثابت باشد نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

ب درست: با توجه به توضیحات عبارت (الف) درست است.

پ درست: در حالتی که جسمی با شتاب ثابت و کندشونده حرکت می‌کند و در لحظه‌ای متوقف می‌شود و در خلاف جهت اولیه برمی‌گردد، نیروی خالص وارد بر جسم مخالف صفر است.

ت نادرست: واکنش نیروی وزن از جسم بر زمین وارد می‌شود.

ث نادرست: اگر تندی جسم ثابت باشد ممکن است جهت حرکت جسم تغییر کند. مثلاً در مسیر دایره‌ای حرکت کند، در این صورت نیروهای وارد بر آن متوازن نیستند.

۸۲۴. گزینه ۴

گام اول از قانون دوم نیوتون، برآیند نیروهای وارد بر جسم را بر حسب بردارهای یک‌به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \xrightarrow{\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j}} \vec{F}_{\text{net}} = 5 \times (-4\vec{i} + 2\vec{j}) = (-20 \text{ N})\vec{i} + (10 \text{ N})\vec{j}$$

گام دوم حالا برآیند سه نیروی \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 و \vec{F}_3 را برابر \vec{F}_{net} قرار می‌دهیم تا به دست آید:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow -20\vec{i} + 10\vec{j} = (-15\vec{i} + 8\vec{j}) + (-21\vec{i} + 19\vec{j}) + \vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_3 = (16 \text{ N})\vec{i} + (-12 \text{ N})\vec{j}$$

۸۲۵. گزینه ۴

گام اول بزرگی شتاب جسم را با استفاده از رابطه $F_{\text{net}} = ma$ حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -10 = 5a \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

توجه داریم که چون نیروی خالص در خلاف جهت محور x است علامت آن را منفی در نظر گرفتیم.

۸۲۹. گزینه ۱

گام اول چون آسانسور به صورت کندشونده پایین می‌رود نتیجه می‌گیریم شتاب آسانسور رو به بالاست و نیروی دست شخص بر جسم را در حالتی که ساکن است، حساب می‌کنیم:

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = 2(10 + 2) = 24 \text{ N}$$

گام دوم کار نیروی شخص را در جابه‌جایی 1 m به طرف بالا حساب می‌کنیم:

$$W_{F_N} = F_N d \cos \theta = 24 \times 1 \times 1 = 24 \text{ J}$$

۸۳۰. گزینه ۴

گام اول آسانسور با آهنگ ثابتی تندیش را از 0 به 4 m/s افزایش داده است. با استفاده از رابطه مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت آسانسور را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 4^2 - 0^2 = 2a \times 2 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

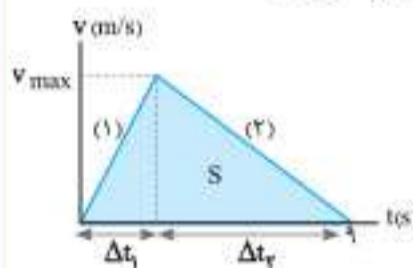
گام دوم آسانسور با شتاب 4 m/s^2 حرکت کندشونده رو به پایین دارد. پس جهت شتاب و حرکت آسانسور رو به پایین است و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g - a) = 60(10 - 4) = 360 \text{ N}$$

گام سوم F_N نیروی عمودی‌ای که کف آسانسور به شخص به سمت بالا وارد می‌کند، بنابراین طبق قانون سوم نیوتون، واکنش این نیرو $F'_N = 360 \text{ N}$ از طرف شخص بر آسانسور به سمت پایین وارد می‌شود.

۸۳۱. گزینه ۲

گام اول با توجه به داده‌های مسئله، ابتدا با رسم نمودار سرعت-زمان اندازه شتاب حرکت آسانسور در حرکت دو مرحله‌ای که دارد را به دست می‌آوریم:



$$|a_1| = 2|a_2| \Rightarrow \left| \frac{v_{\text{max}} - 0}{\Delta t_1} \right| = 2 \left| \frac{0 - v_{\text{max}}}{\Delta t_2} \right| \Rightarrow \Delta t_2 = 2\Delta t_1$$

حال با توجه به این که $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 9 \text{ s}$ است داریم:

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 = 9 \xrightarrow{\Delta t_2 = 2\Delta t_1} \begin{cases} \Delta t_1 = 3 \text{ s} \\ \Delta t_2 = 6 \text{ s} \end{cases}$$

گام دوم با توجه به جابه‌جایی 18 m در مدت 9 s که همان مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان است v_{max} را محاسبه و در ادامه شتاب حرکت آسانسور را می‌یابیم:

$$\Delta x = S \Rightarrow 18 = \frac{v_{\text{max}} \times 9}{2} \Rightarrow v_{\text{max}} = 4 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \begin{cases} a_1 = \frac{4 - 0}{3} = \frac{4}{3} \text{ m/s}^2 \\ a_2 = \frac{0 - 4}{6} = -\frac{2}{3} \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a_2| = \frac{2}{3} \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

گام سوم حالا از قانون دوم نیوتون در حرکت کندشونده و سپس در حرکت کندشونده استفاده می‌کنیم تا نیروی عمودی سطح بر شخص که همان عددی است که ترازو نشان می‌دهد را به دست آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow \text{جهت شتاب به سمت بالا} \Rightarrow \text{تندشونده به سمت بالا}$$

$$F_N - mg = ma_1 \Rightarrow F_N = mg + ma_1$$

$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow \text{جهت شتاب به سمت پایین} \Rightarrow \text{کندشونده به سمت بالا}$$

$$mg - F'_N = ma_2 \Rightarrow F'_N = mg - ma_2$$

۸۴۱. گزینه ۴ طبق آنچه در درسنامه آموختیم $F_N > mg$ تنها در حالت‌هایی برقرار است که جهت شتاب آسانسور به سمت بالا باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها: گزینه ۱: نادرست؛ در این حالت آسانسور حرکتی کندشونده به سمت بالا دارد که در آن $mg > F_N$ می‌باشد. گزینه ۲: نادرست؛ در این حالت آسانسور حرکتی تندشونده رو به پایین دارد که مانند گزینه ۱ $mg > F_N$ است. گزینه ۳: نادرست؛ در این حالت شتاب حرکت آسانسور صفر است و نیروهای وارد بر شخص متوازن‌اند؛ یعنی $F_N = mg$ می‌باشد.



۸۴۲. گزینه ۴ آسانسور تندشونده به سمت پایین در حرکت است؛ بنابراین جهت شتاب به سمت پایین است.

نیروهای وارد بر شخص در شکل رسم شده است. چون شتاب جسم رو به پایین است می‌توان در راستای قائم از قانون دوم نیوتون نوشت:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma$$

$$\Rightarrow 800 - F_N = 80 \times 1 \Rightarrow F_N = 720 \text{ N}$$

۸۴۳. گزینه ۴ می‌دانیم که طناب جسم را با نیرویی می‌کشد که جهت آن از



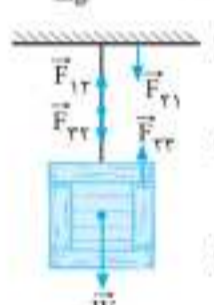
جسم به سمت بیرون و در راستای طناب است. بنابراین مطابق شکل نیرویی که طناب به شخص وارد می‌کند، به سمت چپ و نیرویی که طناب به جعبه وارد می‌کند، به سمت راست است.



۸۴۴. گزینه ۴ جهت نیروی کشش از جسم به سمت بیرون و در راستای طناب (به سمت بالا) است.

حالا با توجه به این که جسم ساکن است، نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند و داریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow T = mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$$



۸۴۵. گزینه ۲ زیروندهای (۱)، (۲) و (۳) را به ترتیب برای سقف، نخ و جسم در نظر می‌گیریم. مطابق شکل نیروهایی که سه جسم بر هم وارد می‌کنند را مشخص می‌کنیم. با توجه به ساکن بودن جسم و متعادل بودن نیروهای وارد بر آن داریم:

$$\begin{cases} \text{تعدادل جسم: } \vec{F}_{23} = -\vec{W} \\ \text{قانون سوم نیوتون: } \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32} \Rightarrow \vec{F}_{23} = \vec{W} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{تعدادل طناب: } \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{22} \Rightarrow \vec{F}_{12} = -\vec{W} \\ \text{قانون سوم نیوتون: } \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow \vec{F}_{12} = \vec{W} \end{cases}$$

بنابراین داریم:

- نیروی وارد بر سقف از طرف نخ \vec{F}_{21} و عکس‌العمل آن $\vec{F}_{12} = -\vec{W}$ است.
- نیروی وارد بر جسم از طرف نخ \vec{F}_{23} و عکس‌العمل آن $\vec{F}_{32} = \vec{W}$ است.



۸۴۶. گزینه ۱ نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل رسم می‌کنیم. با توجه به این که جسم ساکن است، داریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F - T - mg = 0$$

$$\Rightarrow T = F - mg = 40 - 2 \times 10 = 20 \text{ N}$$

تذکره: نخ از طرف دیگرش بر سطح افق نیز همین مقدار اما به طرف بالا وارد می‌کند.

گام دوم از رابطه $v_2^2 - v_1^2 = 2ad$ (در حرکت با شتاب ثابت)، سرعت را پس از 6 m جابه‌جایی حساب می‌کنیم:

$$v_2^2 - 5^2 = -2 \times 2 \times 6 \Rightarrow v_2^2 = 1 \Rightarrow v_2 = 1 \text{ m/s}$$

گام سوم از رابطه $v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2}$ سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \text{ m/s}$$

۸۴۶. گزینه ۲ هنگامی که شخص به طرف اسکله می‌پرد، بر قایق نیرویی به سمت عقب وارد می‌کند و قایق نیز به همان اندازه به شخص به طرف جلو نیرو وارد می‌کند و بنا بر قانون دوم و سوم نیوتون می‌توان، tendy عقب‌زدن قایق را حساب کرد.

$$F_{12} = F_{21} \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$80 \times 5 = 100 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 4 \text{ m/s}$$

۸۴۷. گزینه ۳ می‌دانیم که جرم جسم مقدار ثابتی است. با استفاده از رابطه نیروی وزن $W = mg$ داریم:

$$\frac{W_{\text{مربخ}}}{W_{\text{زمین}}} = \frac{m}{m} \times \frac{g_{\text{مربخ}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{3/7}{10} = 0.37$$

۸۴۸. گزینه ۳ مطابق شکل، جسمی که در هوا سقوط می‌کند را در نظر بگیرید. به علت نیروی وزن رفته‌رفته tendy جسم بیشتر می‌شود و به همین دلیل نیروی مقاومت هوا (f_D) نیز بیشتر می‌شود تا جایی که در یک tendy خاص، نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر می‌شود و در این وضعیت شتاب حرکت صفر شده و tendy جسم ثابت می‌ماند که به این tendy، tendy حدی می‌گویند؛ بنابراین نمودار tendy گلوله بر حسب زمان مطابق شکل است:



۸۴۹. گزینه ۲ گام اول شتاب جسم در هنگام بالا رفتن و پایین رفتن را به دست می‌آوریم:

$$a = g + \frac{f_D}{m} = g + \frac{1}{5}(mg) = \frac{6}{5}g$$

$$a' = g - \frac{f_D}{m} = g - \frac{1}{5}(mg) = \frac{4}{5}g$$

گام دوم حال نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{a'}{a} = \frac{\frac{4}{5}g}{\frac{6}{5}g} = \frac{2}{3}$$

۸۴۰. گزینه ۳ گام اول با توجه به این که نمودار $x-t$ به صورت سهمی است، نتیجه می‌گیریم که شتاب متحرک ثابت است و لحظه رأس سهمی را حساب می‌کنیم:

$$t_s = \frac{1+5}{2} = 3 \text{ s}$$

گام دوم از لحظه ۰ تا $t = 3 \text{ s}$ حرکت جسم کندشونده است و $13/5 \text{ m}$ را پیموده است، پس از معادله جابه‌جایی - زمان بر حسب سرعت نهایی در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متحرک را حساب می‌کنیم.

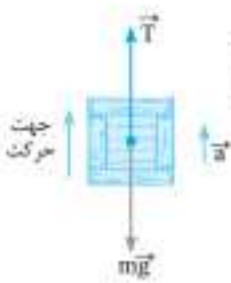
$$\Delta x = -\frac{1}{2}at + vt$$

$$\frac{\Delta x = -13/5 \text{ m}}{v = 0, t = 3 \text{ s}} \rightarrow -13/5 = -\frac{1}{2}a \times 3^2 + 0 \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

گام سوم در حرکت با شتاب ثابت بنا بر رابطه $F_{net} = ma$ ، نیروی خالص وارد بر جسم در همه لحظه‌های حرکت، ثابت است و آن را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = 2 \times 3 = 6 \text{ N}$$

۸۵۲. گزینه ۴ با توجه به این که از نوع حرکت جسم (تندشونده یا کندشونده) اطلاعی نداریم، جهت شتاب مشخص نیست و باید دو گام را در نظر بگیریم.



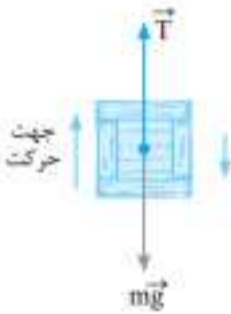
گام اول شتاب به سمت بالا باشد: حرکت تندشونده

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow T - mg = ma$$

$$\Rightarrow T = 1 \times 10 + 1 \times 2 = 12 \text{ N}$$

گام دوم

شتاب به سمت پایین باشد: حرکت کندشونده



$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - T = ma$$

$$\Rightarrow T = 1 \times 10 - 1 \times 2 = 8 \text{ N}$$

۸۵۴. گزینه ۴

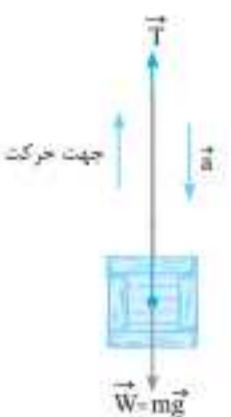
گام اول ابتدا باید تعیین کنیم که حرکت جسم چگونه است.

$$\left. \begin{aligned} W = mg = 5 \times 10 = 50 \text{ N} \\ T = 40 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W > T$$

پس جهت شتاب به سمت پایین و حرکت کندشونده است.

گام دوم حالا از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم

و اندازه شتاب را به دست می‌آوریم:



$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - T = ma$$

$$\Rightarrow 50 - 40 = 5a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

۸۵۵. گزینه ۲

گام اول چون شتاب رو به بالا است، در نتیجه

طبق قانون دوم نیوتون نیروی خالص نیز به سمت

بالا است، یعنی $T > mg$ است. با نوشتن قانون

دوم نیوتون T را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma$$

$$\Rightarrow T - 2 \times 10 = 2 \times 2 \Rightarrow T = 24 \text{ N}$$

گام دوم حالا در حالتی که نیروی کشش طناب دو برابر می‌شود

($T' = 2 \times 24 = 48 \text{ N}$)، شتاب را حساب می‌کنیم:

$$T' - mg = ma' \Rightarrow 48 - 2 \times 10 = 2 \times a'$$

$$\Rightarrow 28 = 2a' \Rightarrow a' = 14 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \frac{a'}{a} = \frac{14}{2} = 7$$

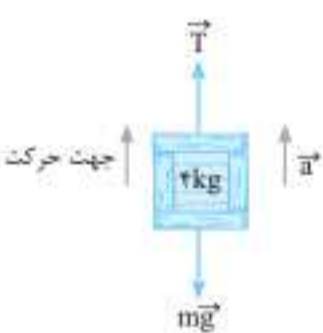
۸۵۶. گزینه ۱

گام اول چون جسم از حالت سکون به سمت

بالا شروع به حرکت می‌کند، جهت شتاب مطابق

شکل به سمت بالاست و با توجه به قانون دوم

نیوتون داریم:



$$F_{net,y} = ma \Rightarrow T - mg = ma$$

گام دوم حداکثر نیروی کشش را که طناب به ازای آن پاره نمی‌شود، در

رابطه جایگذاری می‌کنیم:

$$a_{max} = \frac{T_{max}}{m} - g = \frac{48}{2} - 10 = 14 - 10 = 4 \text{ m/s}^2$$



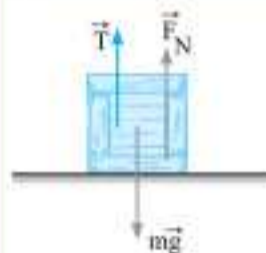
۸۴۷. گزینه ۳ نیروهای وارد بر شخص را مطابق شکل

رسم می‌کنیم. با توجه به این که شخص ساکن است، برآیند همه نیروهای وارد بر آن صفر است و داریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow T + F_N = mg \Rightarrow F_N = mg - T$$

$$\Rightarrow F_N = 60 \times 10 - 20 = 580 \text{ N}$$

تذکره: می‌دانیم که ترازو مقدار F_N را نشان می‌دهد.



۸۴۸. گزینه ۱ جسم روی سطح ساکن است،

بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است.

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N + T - mg = 0$$

$$\Rightarrow F_N = 5 \times 10 - 30 = 20 \text{ N}$$

۸۴۹. گزینه ۱

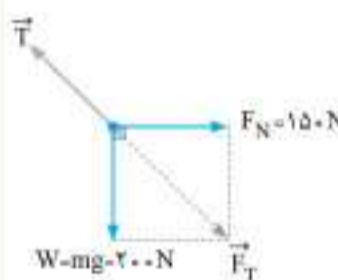
گام اول نیروهایی را که بر کره وارد

می‌شوند، مطابق شکل رسم می‌کنیم:

گام دوم چون نیروهای \vec{F}_N و \vec{mg} برهم

عمودند، برآیند این دو نیرو را با استفاده از رابطه

برآیند دو نیروی عمود برهم به دست می‌آوریم:



$$F_T = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250 \text{ N}$$

گام سوم چون جسم در حال تعادل است، باید برآیند نیروهای وارد بر آن

برابر صفر باشد و باید اندازه برآیند دو نیروی \vec{F}_N و \vec{mg} (همان F_T) برابر

$$T = F_T = 250 \text{ N}$$

بزرگی نیروی \vec{T} و در خلاف جهت آن باشد.

۸۵۰. گزینه ۳ نیروهای وارد بر جسم را مطابق

شکل رسم می‌کنیم. برای این که جسم در حال تعادل

باشد، برآیند دو نیروی عمود بر هم \vec{T} و \vec{T}' یعنی \vec{T}''

باید با اندازه نیروی وزن جسم برابر باشد (دقت کنید

که جسم در حال تعادل است، پس $T_1 = W$ است):

بنابراین داریم:

$$W = T'' = \sqrt{T^2 + T'^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ N}$$

۸۵۱. گزینه ۳ نیروهای وارد بر سطل را رسم

می‌کنیم. با توجه به این که سطل به سمت بالا شروع

به حرکت کرده است، جهت شتاب به سمت بالاست

و داریم:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow T - mg = ma$$

$$\Rightarrow T = m(g + a) = 2(10 + 2) = 24 \text{ N}$$

۸۵۲. گزینه ۳

گام اول از مقاومت هوا صرف‌نظر کرده و نیروهای

وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

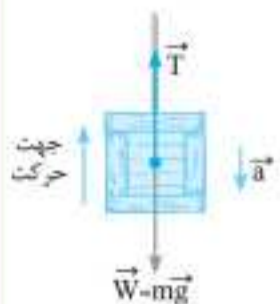
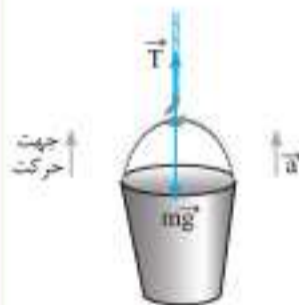
گام دوم چون نیروی وزن بیشتر از نیروی کشش

نخ است ($W > T$)، شتاب جسم رو به پایین است

و از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - T = ma$$

$$\frac{T}{3} \rightarrow mg - \frac{1}{3}mg = ma \Rightarrow \frac{a}{g} = \frac{2}{3}$$

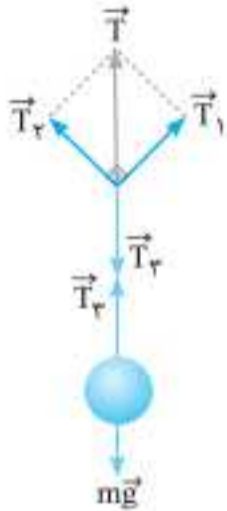


۸۶۰. گزینه ۲

یادآوری: اگر برآیند سه بردار که به یک نقطه اثر می‌کنند صفر باشد، می‌توان نشان داد که برآیند دو بردار برابر قرینه بردار سوم است.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

آسانسور کندشونده به سمت پایین در حرکت است، بنابراین جهت شتاب به سمت بالاست و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow T_p - mg = ma$$

$$\xrightarrow{T_p = T} T - mg = ma$$

$$\Rightarrow T = m(g+a) = 2(10+2) = 24N$$

۸۶۱. گزینه ۲

گام اول چون آسانسور حرکت کندشونده و رو به پایین دارد، شتاب آسانسور به طرف بالا است. از رابطه سرعت-زمان یعنی $v = at + v_0$ استفاده می‌کنیم و بزرگی شتاب جسم را به دست می‌آوریم. (جهت مثبت در جهت شتاب رو به بالاست.)



$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0 = -4m/s, t=2s, v=0} 0 = a \times 2 - 4 \Rightarrow a = 2 m/s^2$$

گام دوم با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow \frac{T}{mg} - 1 = \frac{a}{g}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{mg} = \frac{a}{g} + 1 = \frac{2}{10} + 1 = 1/2$$

۸۶۲. گزینه ۲

گام اول اگر جهت مثبت را بالا در نظر بگیریم. آسانسور در ثانیه اول حرکت تندشونده به سمت بالا در حرکت بوده است و در ۳ ثانیه دوم ($t_1 = 2s$) تا $t_2 = 6s$) حرکت آن کندشونده به سمت بالا خواهد بود؛ بنابراین داریم:

۱ $t_1 = 0$ تا $t_2 = 1s$: ابتدا با استفاده از شیب نمودار سرعت-زمان که نشان‌دهنده شتاب متحرک است، داریم:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5-0}{2-0} = 2/5 m/s^2$$

چون حرکت آسانسور تندشونده به سمت بالا بوده، با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:



۸۵۷. گزینه ۴ ابتدا با استفاده از رابطه مستقل از

زمان، شتاب جسم را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow{v_0=0, v=10m/s} 10^2 = 2 \times a \times 10 \Rightarrow a = 5 m/s^2$$

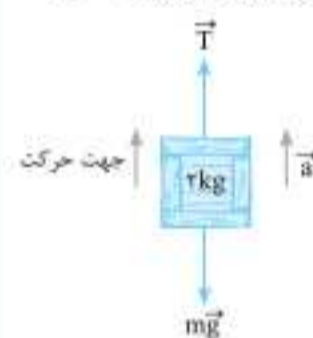
دقت کنید که حرکت تندشونده و جهت شتاب رو به بالاست. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow T - mg - f_D = ma$$

$$\Rightarrow T = m(g+a) + f_D = 2(10+5) + 5 = 25N$$

۸۵۸. گزینه ۲ حرکت جسم ۲ مرحله دارد:

۱ قبل از پاره شدن نخ حرکت کندشونده است.
 ۲ پس از پاره شدن نخ حرکت کندشونده است.
 بنابراین حرکت را در دو مرحله تحلیل می‌کنیم:
 ۱ از $t = 0$ تا $t = 2s$ قبل از پاره شدن نخ: با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

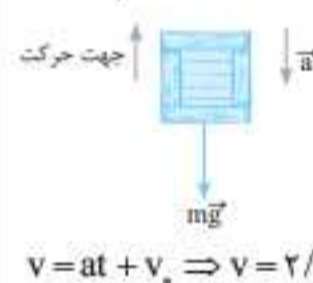


$$T - mg = ma \Rightarrow 25 - 2 \times 10 = 2a \Rightarrow a = 2/5 m/s^2$$

حالا با استفاده از معادله جابه‌جایی-زمان در حرکت با شتاب ثابت، میزان جابه‌جایی جسم در این مرحله را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} \times 2/5 \times 2^2 + 0 = 5m$$

برای تحلیل مرحله بعد سرعت جسم را در لحظه پاره شدن طناب به دست می‌آوریم. برای این کار بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 2s$ را در نظر می‌گیریم و از معادله سرعت-زمان در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم:



$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2/5 \times 2 + 0 = 5m/s$$

۲ لحظه $t = 2s$ به بعد که نخ پاره می‌شود: دقت کنید که تا لحظه $t = 2s$ شتاب رو به بالا بود و از این لحظه به بعد شتاب در جهت برآیند نیروها (فقط نیروی mg داریم) رو به پایین خواهد بود. یعنی حرکت جسم کندشونده می‌شود و می‌دانیم که مقدار شتاب جسمی که فقط نیروی وزن بر آن اثر کند، برابر g است.

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = -g$$

پس از لحظه $t = 2s$ به بعد، جسم با سرعت اولیه $5m/s$ و شتاب $a = g$ حرکت کندشونده دارد. در این بازه به اندازه $\Delta y'$ بالا می‌رود و در یک لحظه می‌ایستد.

مقدار $\Delta y'$ را از معادله مستقل از زمان $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y'$ به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y' \xrightarrow{v=0, v_0=5m/s, a=-g} 0 - 5^2 = 2 \times (-10) \times \Delta y'$$

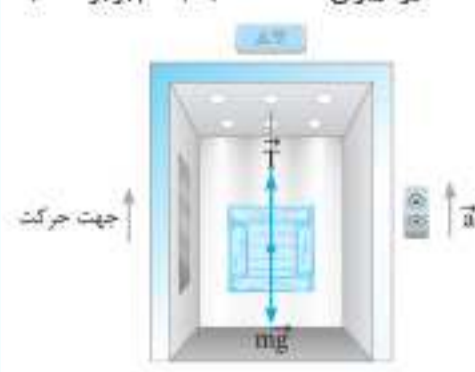
$$\Rightarrow \Delta y' = 1/25 m$$

در نهایت جابه‌جایی کل جسم تا بالاترین نقطه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta y_{کل} = \Delta y + \Delta y' = 5 + 1/25 = 6/25 m$$

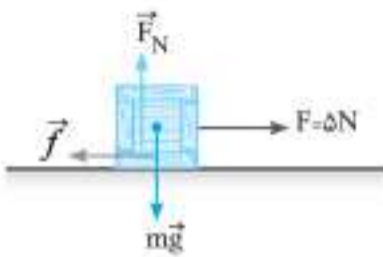
۸۵۹. گزینه ۴ چون جسم از سقف آسانسور آویزان است، شتاب جسم برابر شتاب

آسانسور است. از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم تا به ازای $T_{max} = 75N$ ، مقدار شتاب جسم را به دست آوریم. (حتماً می‌دانید که چون آسانسور از حالت سکون رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، جهت شتاب آن رو به بالاست.)



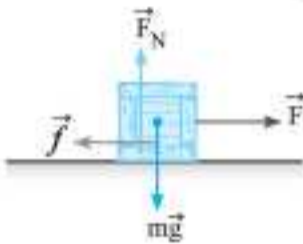
$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow a_{max} = \frac{T_{max}}{m} - g$$

$$\xrightarrow{\frac{T_{max}=75N}{m=6kg}} a_{max} = \frac{75}{6} - 10 = 2/5 m/s^2$$



گزینه ۳: درست: با توجه به این که جسم به جرم ۱kg به ازای نیروی $F = 5N$ ساکن مانده است: پس داریم:
 $f_{s,max} \geq 5N \Rightarrow \mu_s F_N \geq 5$
 $F_N = mg \Rightarrow \mu_s mg \geq 5$
 $\Rightarrow \mu_s \times 1 \times 10 \geq 5 \Rightarrow \mu_s \geq 0.5$

گزینه ۴: نادرست: اگر جسم حرکت کند، بخش دوم عبارت درست است، اما از کجا می‌دانید که مقدار $f_{s,max}$ چه قدر است؟ پس نمی‌توان در مورد این که جسم حرکت می‌کند یا ساکن می‌ماند استدلالی کرد.



گزینه ۴: بررسی همه عبارت‌ها (الف) درست: با توجه به این که در مرحله ۳ جسم در آستانه حرکت است، پس اصطکاک ایستایی بیشینه است و داریم:

$$f = f_{s,max} = F = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} \mu_s mg = 4$$

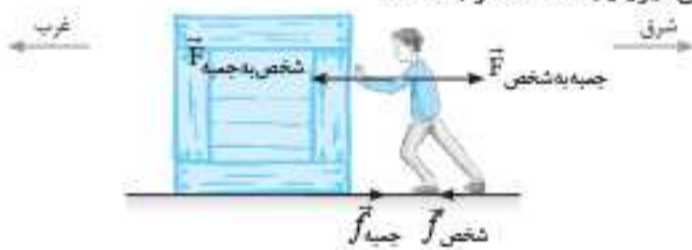
$$\Rightarrow \mu_s \times 2 \times 10 = 4 \Rightarrow \mu_s = \frac{4}{20} = 0.2$$

ب) درست: با توجه به این که در مرحله ۴، جسم با اعمال نیروی $F = 2N$ در حال حرکت با سرعت ثابت بوده، پس برابری نیروهای وارد بر آن در راستای افقی صفر و $f_k = F$ بوده است، و با اعمال نیروی $F > 2N$ جسم شتاب خواهد گرفت، چون $F > f_k$ خواهد شد. **پ) درست:** می‌دانیم تا موقعی که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی سطح برابر نیروی محرک است. **ت) درست:** با توجه به این که در مرحله ۴، جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، نیروهای وارد بر آن در راستای افقی متوازن‌اند و داریم:

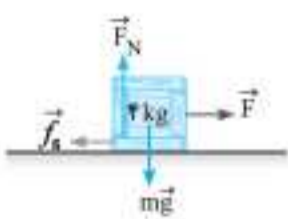
$$F = f_k = \mu_k F_N = 2 \xrightarrow{F_N = mg} \mu_k mg = 2$$

$$\Rightarrow \mu_k \times 2 \times 10 = 2 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

گزینه ۱: مطابق شکل، وضعیت نیروهای وارد بر جعبه و شخص را مشاهده می‌کنید. چون جعبه به سمت غرب می‌خواهد حرکت کند، نیروی اصطکاک وارد بر آن، خلاف جهت و به سمت شرق است. طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که جعبه به شخص وارد می‌کند در خلاف جهت نیروی شخص و به سمت شرق است، بنابراین برای این که شخص سر نخورد، نیروی اصطکاک وارد بر شخص در خلاف جهت این نیرو و به سمت غرب است.



گزینه ۲:



گام اول: جسم ساکن است، بنابراین نیروهای وارد بر آن در راستای افقی و قائم متوازن‌اند:

$$\begin{cases} F_{net,x} = 0 \Rightarrow F = f_s \\ F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg \end{cases}$$

گام دوم: با توجه به این که $0 < f_s \leq f_{s,max}$ است می‌توان نوشت:

$$0 < F \leq f_{s,max} \xrightarrow{f_{s,max} = \mu_s F_N} 0 < F \leq \mu_s mg$$

$$\Rightarrow 0 < F \leq 0.3 \times 4 \times 10 \Rightarrow 0 < F \leq 12$$

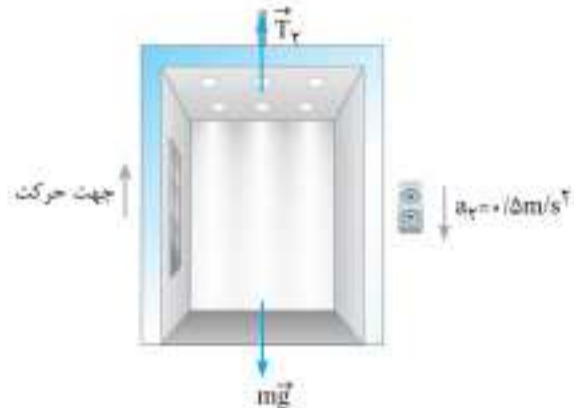
بنابراین اگر نیروی F ، کوچک‌تر مساوی $12N$ باشد، نیروی اصطکاک ایستایی برابر F و جسم ساکن خواهد ماند.

$$F_{net,y} = ma_y \Rightarrow T_1 - mg = ma_y \Rightarrow T_1 = m(g + a_y)$$

$$= (10 + 2/5)m = 12/5 m$$

۲ $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$: در این مرحله حرکت کندشونده به سمت بالاست و داریم:

$$a_y = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 5}{13 - 3} = -0.5 \text{ m/s}^2$$



$$F_{net,y} = ma_y \Rightarrow T_2 - mg = ma_y$$

$$\Rightarrow T_2 = m(a_y + g)$$

$$T_2 = m(-0.5 + 10)$$

$$T_2 = 9/5 m$$

گام دوم: حال نسبت خواسته شده را مطابق زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{12/5 m}{9/5 m} = \frac{25}{19}$$

گزینه ۴:

گزینه ۴: بررسی همه عبارت‌ها (الف) نادرست: رابطه $f_s = \mu_s F_N$ فقط برای حالتی برقرار است که جسم در آستانه حرکت باشد.

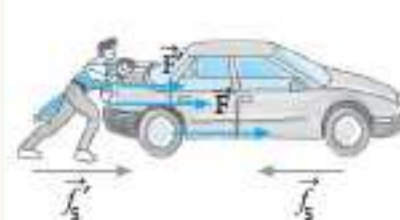
ب) نادرست: هنگامی که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی می‌تواند حداکثر برابر نیروی محرک باشد.

پ) نادرست: هنگامی که جسم ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی برابر با نیروی محرکی است که بر جسم وارد می‌شود و در این حالت نیروی عمودی سطح تأثیری بر نیروی اصطکاک ندارد.

ت) نادرست: متلاً هنگامی که شروع به حرکت می‌کنیم، نیروی اصطکاک ایستایی از طرف سطح زمین بر پاهای ما وارد می‌شود و سبب حرکت ما می‌شود. در این حالت نیروی اصطکاک هم جهت با حرکت بر بدن ما وارد می‌شود. یا هنگامی که جعبه روی کف کامیون قرار دارد، نیروی اصطکاک وارد بر جعبه در جهت حرکت کامیون است.

گزینه ۲:

گام اول: برای این که اشخاص بتوانند بر اتومبیل نیرو وارد کنند، باید از طریق پاهای بر سطح زمین به طرف عقب نیرو وارد کنند و واکنش این نیرو، نیرویی است که از سطح زمین بر اشخاص به طرف راست وارد می‌شود که همان نیروی اصطکاک است که مانع از سر خوردن اشخاص می‌شود.



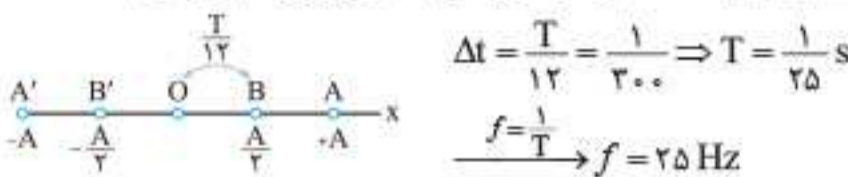
گام دوم: اشخاص نیروی خود را بر اتومبیل به طرف جلو وارد می‌کنند و اتومبیل تمایل به حرکت به طرف جلو دارد، پس نیروی اصطکاک وارد بر اتومبیل به طرف چپ وارد می‌شود.

گزینه ۳:

گزینه ۳: بررسی همه گزینه‌ها **گزینه ۱:** نادرست: لولاً ممکن است $f_{s,max} > 10N$ باشد و جسم همچنان ساکن بماند. ثانیاً جسم اگر به حرکت درآید با توجه به این که $\mu_k \leq \mu_s$ است، نیروی اصطکاک کاهش می‌یابد.

گزینه ۲: نادرست: ممکن است $f_{s,max} < 10N$ باشد و جسم حرکت کند!

گام دوم با استفاده از الگوهای زمانی، شکل زیر را رسم می‌کنیم:



۱۴۱۸. گزینه ۳ گام اول با استفاده از رابطه $T = \frac{t}{n}$ می‌توان نسبت دوره تناوب‌ها را به دست آورد:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{t_2}{t_1} \times \frac{n_1}{n_2} \quad t_2 = t_1 = 6 \text{ s} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{n_1 = 20}{n_2 = 5} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{20}{5} = 4$$

گام دوم دوره تناوب نوسانگر جرم و فتر از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آید، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \times \frac{k_1}{k_2}} \quad k_1 = k_2 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

گام سوم با ترکیب نتایج گام اول و گام دوم می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = 4 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 16 \xrightarrow{m_1 = 100 \text{ g}} m_2 = 1600 \text{ g}$$

گام چهارم حال می‌توان افزایش جرم را محاسبه کرد:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 1600 - 100 = 1500 \text{ g}$$

۱۴۱۹. گزینه ۲

گام اول برای به دست آوردن مکان نوسانگر در لحظه خواسته شده، باید ابتدا معادله مکان - زمان آن را بنویسیم. حالت کلی معادله مکان - زمان به صورت $x = A \cos(\omega t)$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = 1 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad/s}$$

تا این جا، معادله به صورت $x = A \cos(2\pi t)$ به دست آمد. با جایگذاری نقطه مشخص شده روی نمودار در معادله مکان - زمان داریم:

$$x = A \cos(2\pi t) \xrightarrow[t = \frac{5}{6} \text{ s}]{x = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}} \frac{\sqrt{3}}{2} = A \cos(2\pi \times \frac{5}{6})$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = A \times \frac{1}{2} \Rightarrow A = \sqrt{3} \text{ cm}$$

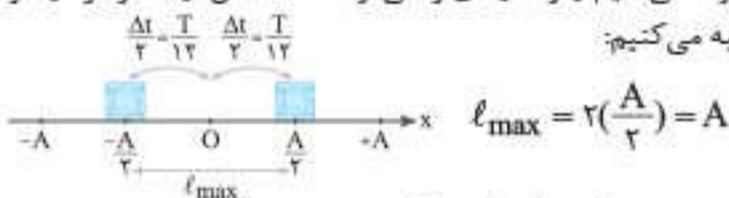
حال می‌توانیم معادله مکان - زمان را به راحتی بنویسیم:

$$x = \sqrt{3} \cos 2\pi t$$

گام دوم با قراردادن $t = \frac{7}{12} \text{ s}$ در معادله $x - t$ داریم:

$$t = \frac{7}{12} \text{ s} \Rightarrow x = \sqrt{3} \cos(2\pi \times \frac{7}{12}) = \sqrt{3} \times (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\frac{3}{2} \text{ cm}$$

۱۴۲۰. گزینه ۲ بیشینه جابه‌جایی وقتی رخ می‌دهد که نوسانگر در بازه‌های زمانی برابر حول مرکز نوسان حرکت می‌کند، بنابراین ابتدا بازه زمانی داده شده را تقسیم بر ۲ می‌کنیم و از الگوهای زمانی ارائه شده، مکان نوسانگر در دو سر بازه را محاسبه می‌کنیم:



حالا می‌توانیم تندی بیشینه را محاسبه کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow s_{av, \max} = \frac{\ell_{\max}}{\Delta t} = \frac{A}{\frac{T}{6}} = \frac{6A}{T}$$

گام دوم معادله نیرو - زمان نوسانگر از رابطه $F = -F_{\max} \cos(\omega t)$ به دست می‌آید:

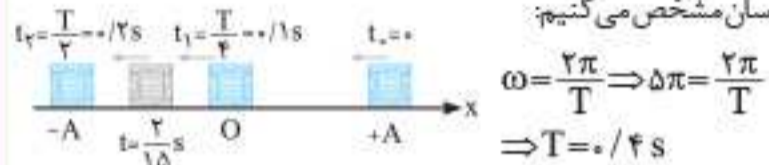
$$F = -F_{\max} \cos(\omega t) \xrightarrow[\omega = 5\pi \text{ rad/s}]{F_{\max} = 10 \text{ N}} F = -10 \cos(5\pi t)$$

گام سوم حالا کافی است که لحظه $t = \frac{2}{15} \text{ s}$ را در معادله نیرو قرار دهیم:

$$F = -10 \cos(5\pi t) \xrightarrow[t = \frac{2}{15} \text{ s}]{t = \frac{2}{15} \text{ s}} F = -10 \cos(5\pi \times \frac{2}{15}) = -10 \cos(\frac{2\pi}{3})$$

$$\Rightarrow F = -10 \times (-\frac{1}{2}) \Rightarrow F = +5 \text{ N}$$

گام چهارم دوره تناوب را محاسبه کرده و زمان‌های حساس را مانند شکل زیر روی پاره‌خط نوسان مشخص می‌کنیم:



در شکل بالا مشاهده می‌کنید که لحظه $t = \frac{2}{15} \text{ s} \approx 0.133 \text{ s}$ بین دو لحظه $t_1 = 0.25 \text{ s}$ و $t_2 = 0.5 \text{ s}$ قرار دارد؛ بنابراین نوسانگر در حال نزدیک شدن به انتهای پاره‌خط نوسان است و نیروی وارد بر آن در حال افزایش است.

۱۴۱۴. گزینه ۱

گام اول مدت زمان مشخص شده روی نمودار شتاب - زمان برابر با $\frac{T}{2}$ است، یعنی:

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{40} \Rightarrow T = \frac{1}{20} \text{ s}$$

با استفاده از رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow[T = \frac{1}{20} \text{ s}]{T = \frac{1}{20} \text{ s}} \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{20}} = 40\pi \text{ rad/s}$$

گام دوم طبق نمودار، مشخص است که $a_{\max} = 160 \text{ m/s}^2$ است. به کمک رابطه $a_{\max} = A\omega^2$ می‌توانیم دامنه نوسان را محاسبه کنیم:

$$a_{\max} = A\omega^2 \xrightarrow[\omega = 40\pi \text{ rad/s}]{a_{\max} = 160 \text{ m/s}^2} 160 = A(40\pi)^2$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{10\pi^2} \xrightarrow{\pi^2 = 10} A = \frac{1}{100} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

۱۴۱۵. گزینه ۴ گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ درست هستند اما در ارتباط با **گزینه ۴** باید گفت که در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر صفر است، نوسانگر در دو سر پاره‌خط نوسان قرار دارد و سرعت آن صفر است. در این حالت فتر متصل به نوسانگر، بیشترین میزان تغییر طول را دارد و شتاب بیشینه است ($a = -\omega^2 x$).

نکته: در لحظه عبور نوسانگر از نقطه تعادل، انرژی جنبشی، بیشینه و انرژی پتانسیل کشسانی، صفر است. در دو سر پاره‌خط نوسان، انرژی جنبشی صفر و انرژی پتانسیل کشسانی بیشینه است.

۱۴۱۶. گزینه ۴ نوسانگر در مدت زمان یک دوره تناوب، دوبار پاره‌خط نوسان را طی می‌کند، همان طور که می‌دانید طول پاره‌خط نوسان ۲ برابر دامنه نوسان است. در نتیجه، مسافت طی شده توسط نوسانگر در طی یک دوره تناوب برابر با $4A$ است. حالا با استفاده از تعریف تندی متوسط می‌توانیم پاسخ را به دست آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{4A}{T}$$

۱۴۱۷. گزینه ۱ گام اول پاره‌خط OB برابر با نصف دامنه است، یعنی مکان نوسانگر در نقطه B به صورت $x = +\frac{A}{2}$ است.

۱۴۲۷. گزینه ۳

گام اول طول پاره‌خط نوسان ۲ برابر دامنه نوسان است:

$$4 = 2A \Rightarrow A = 2 \text{ cm}$$

گام دوم نوسانگر در هر نوسان کامل، دو بار پاره‌خط نوسان را طی می‌کند بنابراین وقتی یک بار پاره‌خط نوسان را طی می‌کند، یعنی نصف یک نوسان کامل را انجام می‌دهد و مدت‌زمان این حرکت برابر با $\frac{T}{2}$ است:

$$\frac{T}{2} = 1 \text{ s} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

گام سوم با استفاده از رابطه $v_{\max} = A\omega$ ، بیشینه تندی را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} v_{\max} = A\left(\frac{2\pi}{T}\right) = 2 \times \frac{2\pi}{2} = 2\pi \text{ cm/s}$$

۱۴۲۸. گزینه ۴

گام اول طول پاره‌خط نوسان برابر با $2A$ است: در نتیجه می‌توان نوشت:

$$2A = 60 \text{ cm} \Rightarrow A = 30 \text{ cm} = \frac{3}{10} \text{ m}$$

گام دوم نوسانگر در هر تناوب دو بار پاره‌خط نوسان را به‌طور کامل طی می‌کند، در نتیجه تعداد نوسان‌های این نوسانگر در مدت ۱ min برابر با $n = \frac{60}{30} = 2$ است: بنابراین دوره تناوب برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{2} \Rightarrow T = 30 \text{ s}$$

گام سوم با استفاده از رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{30} = \frac{\pi}{15} \text{ rad/s}$$

گام چهارم حالا می‌توانیم با استفاده از رابطه $v_{\max} = A\omega$ ، تندی بیشینه را محاسبه کنیم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{A = \frac{3}{10} \text{ m}, \omega = \frac{\pi}{15} \text{ rad/s}} v_{\max} = \frac{3}{10} \times \frac{\pi}{15} \Rightarrow v_{\max} = \frac{\pi}{50} \text{ m/s}$$

۱۴۲۹. گزینه ۲ حداکثر تندی نوسانگر از رابطه $v_{\max} = A\omega$ به دست می‌آید، در نتیجه برای مقایسه حداکثر تندی در این دو حالت می‌توان نوشت:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow \frac{v_{\max_2}}{v_{\max_1}} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

با توجه به رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ چون نوسانگر جرم و فنر در هر دو حالت یکسان است، در نتیجه $\omega_1 = \omega_2$ است: بنابراین داریم:

$$\omega_2 = \omega_1 \Rightarrow \frac{v_{\max_2}}{v_{\max_1}} = \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{A_2 = 4 \text{ cm}, A_1 = 2 \text{ cm}} \frac{v_{\max_2}}{v_{\max_1}} = \frac{4}{2} = 2$$

۱۴۳۰. گزینه ۲

گام اول با استفاده از رابطه $v_{\max} = A\omega$ ، بسامد زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{v_{\max} = \frac{\pi}{50} \text{ m/s}, A = 5 \text{ cm} = \frac{1}{20} \text{ m}} \frac{\pi}{50} = \frac{1}{20} \omega \Rightarrow \omega = \frac{2}{5} \pi \text{ rad/s}$$

گام دوم حال به دنبال محاسبه دوره تناوب می‌رویم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{2\pi}{5} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 5 \text{ s}$$

گام سوم نوسانگر در مدت‌زمان یک دوره تناوب، مسافت $4A$ را طی می‌کند و در نتیجه، تندی متوسط آن برابر است با:

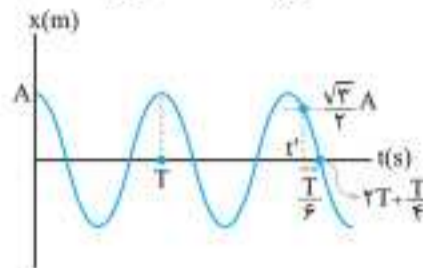
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = 4A, \Delta t = T} s_{av} = \frac{4A}{T} \xrightarrow{A = 5 \text{ cm}, T = 5 \text{ s}} s_{av} = \frac{4 \times 5}{5} = 4 \text{ cm/s}$$

۱۴۳۱. گزینه ۱

گام اول با استفاده از نمودار دوره تناوب را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{200} \Rightarrow T = \frac{1}{50} \text{ s}$$

گام دوم با استفاده از الگوهای زمانی، نمودار را مانند شکل مقابل کامل می‌کنیم:



$$t' = \left(2T + \frac{T}{4}\right) - \frac{T}{6} = \frac{25T}{12} \xrightarrow{T = \frac{1}{50} \text{ s}} t' = \frac{25 \times \frac{1}{50}}{12} = \frac{1}{24} \text{ s}$$

۱۴۳۲. گزینه ۱

گام اول به کمک رابطه $v_{\max} = A\omega$ ، برای بسامد زاویه‌ای نوسانگر داریم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{v_{\max} = 25 \text{ m/s}, A = 5 \times 10^{-2} \text{ m}} 25 = 5 \times 10^{-2} \omega \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$$

گام دوم بزرگی بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر، از رابطه $F_{\max} = mA\omega^2$ به دست می‌آید:

$$F_{\max} = mA\omega^2 = 2 \times 5 \times 10^{-2} \times 5^2 \Rightarrow F_{\max} = 2/5 \text{ N}$$

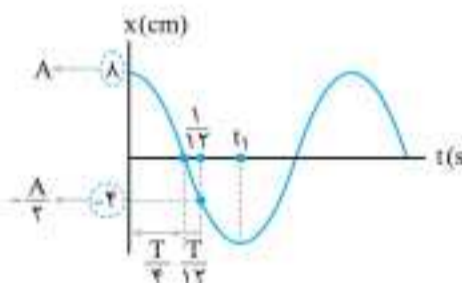
۱۴۳۳. گزینه ۳ در هر دوره تناوب، نوسانگر دو مرتبه از نقطه تعادل ($x=0$) عبور می‌کند. در این لحظه شتاب نوسانگر صفر می‌شود، در نتیجه تعداد نوسان‌های کامل نوسانگر در این مدت (۱ s) برابر است با:

$$n = \frac{t}{T} = 4 \quad \text{حال با استفاده از رابطه } T = \frac{t}{n} \text{، می‌توانیم دوره تناوب را محاسبه کنیم:}$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1 \text{ s}}{4} \Rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s}$$

۱۴۳۴. گزینه ۳

گام اول با استفاده از الگوهای زمانی حرکت هماهنگ ساده، نمودار را مانند شکل مقابل تکمیل کرده و دوره تناوب را محاسبه می‌کنیم:



$$\frac{1}{12} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} \Rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{2\pi}{1/4} = 8\pi \text{ rad/s}$$

گام دوم در لحظه t_1 ، نوسانگر در بیشینه مکان منفی قرار دارد، در نتیجه اندازه شتاب آن بیشینه است، همچنین چون علامت مکان و شتاب نوسانگر همواره قرینه یکدیگرند: در نتیجه شتاب نوسانگر مثبت است:

$$a_{t_1} = a_{\max} = A\omega^2 \xrightarrow{A = 8 \text{ cm} = 8 \times 10^{-2} \text{ m}, \omega = 8\pi \text{ rad/s}} a_{t_1} = 8 \times 10^{-2} \times (8\pi)^2 = 512\pi^2 \times 10^{-2} \xrightarrow{\pi^2 = 10} a_{t_1} = 512/2 \text{ m/s}^2$$

۱۴۳۵. گزینه ۲

گام اول رابطه بین بسامد زاویه‌ای و بسامد بصورت $\omega = 2\pi f$ است: در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f = 50 \text{ Hz}} \omega = 2\pi \times 50 \Rightarrow \omega = 100\pi \text{ rad/s}$$

گام دوم حداکثر تندی نوسانگر از رابطه $v_{\max} = A\omega$ محاسبه می‌شود: در نتیجه می‌توان نوشت:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{v_{\max} = 2\pi \text{ m/s}, \omega = 100\pi \text{ rad/s}} 2\pi = A \times 100\pi \Rightarrow A = \frac{2}{100} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

۱۴۳۶. گزینه ۲ در حرکت هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که مکان نوسانگر صفر است، نوسانگر در حال عبور از نقطه تعادلش است و تندی آن در این لحظه بیشینه می‌شود. شتاب نوسانگر از رابطه $a = -\omega^2 x$ به دست می‌آید مشخص است که اگر $x = 0$ باشد، شتاب نیز صفر است.

گام دوم طبق اطلاعات صورت سؤال، دامنه نوسان برابر $A = 10 \text{ cm}$ است (دامنه نوسان، حداکثر فاصله از نقطه تعادل است). حال با استفاده از رابطه $v_{\max} = A\omega$ ، می‌توانیم تندی نوسانگر در لحظه عبور از نقطه تعادل که همان تندی بیشینه است را محاسبه کنیم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\omega = 20 \text{ rad/s}} v_{\max} = 10 \times 20 = 200 \text{ cm/s} = 2 \text{ m/s}$$

گزینه ۲ ۱۴۲۵

گام اول در یک دوره تناوب، نوسانگر ۲ بار پاره‌خط نوسان را به‌طور کامل طی می‌کند، در نتیجه مسافت طی شده توسط نوسانگر در طی یک دوره تناوب برابر با $4A$ است. با استفاده از تعریف $s_{\text{av}} = \frac{\ell}{\Delta t}$ می‌توانیم تندی متوسط نوسانگر در مدت‌زمان یک دوره تناوب را محاسبه کنیم:

$$s_{\text{av}} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = 4A, \Delta t = T} s_{\text{av}} = \frac{4A}{T}$$

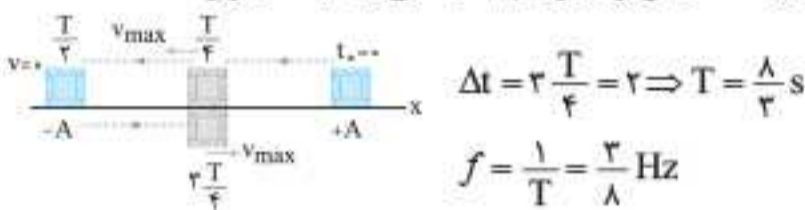
گام دوم تندی بیشینه نوسانگر برابر با $v_{\max} = A\omega$ است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} v_{\max} = A \times \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi A}{T}$$

گام سوم حالا می‌توانیم نسبت $\frac{s_{\text{av}}}{v_{\max}}$ را محاسبه کنیم:

$$\frac{s_{\text{av}}}{v_{\max}} = \frac{\frac{4A}{T}}{\frac{2\pi A}{T}} = \frac{4}{2\pi} = \frac{2}{\pi}$$

گزینه ۳ ۱۴۲۶ تندی نوسانگر در لحظه‌ای که نوسانگر از مرکز نوسان (نقطه تعادل) عبور می‌کند، بیشینه می‌شود، در نتیجه مسیر حرکت نوسانگر از لحظه $t_0 = 0$ تا لحظه‌ای که تندی‌اش برای بار دوم بیشینه می‌شود، به شکل زیر است:



گزینه ۴ ۱۴۲۷ طبق رابطه تندی متوسط می‌توان نوشت:

$$s_{\text{av}} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{\ell}{15} \Rightarrow \ell = 60 \text{ cm}$$

از آن‌جا که در هر نوسان کامل مسافتی معادل ۲ برابر طول پاره‌خط نوسان (یعنی $2 \times 60 = 120 \text{ cm}$) طی می‌شود و در این بازه مسافت 60 cm طی شده است، پس در این بازه ۵ نوسان کامل صورت گرفته است؛ در نتیجه داریم:

$$15 = 5T \Rightarrow T = 3 \text{ s}$$

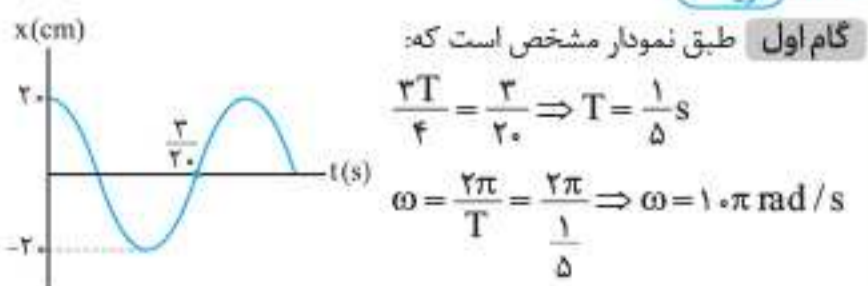
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times \pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/s}$$

دامنه نوسان، نصف پاره‌خط نوسان است:

$$A = \frac{L}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$v_{\max} = A\omega = 3 \times 10^{-2} \times \frac{2\pi}{3} = 2\pi \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

گزینه ۴ ۱۴۲۸



گام اول طبق نمودار مشخص است که:

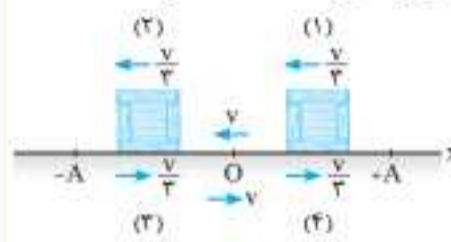
$$\frac{2T}{4} = \frac{1}{20} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/5} \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

گام دوم دامنه نوسان را از نمودار مکان - زمان به دست می‌آوریم:

$$A = 20 \text{ cm} = \frac{1}{5} \text{ m}$$

گزینه ۳ ۱۴۲۱ از لحظه‌ای که نوسانگر از مکان $x = +A$ (در لحظه $t = 0$)



از حال سکون رها می‌شود، تندی آن از صفر افزایش یافته و در لحظه عبور از مبدأ مکان (نقطه تعادل) تندی آن بیشینه می‌شود. در این بازه زمانی یک‌بار تندی نوسانگر، $\frac{v}{3}$ می‌شود (نقطه (۱)).

پس از لحظه عبور از نقطه تعادل تا لحظه رسیدن به انتهای پاره‌خط نوسان (حالت سکون) یک بار دیگر نیز تندی نوسانگر به $\frac{v}{3}$ می‌رسد (نقطه (۲)).

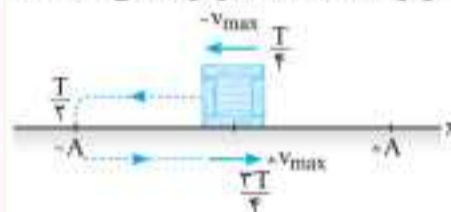
در مسیر بازگشت نوسانگر به نقطه شروع (مانند مسیر رفت)، تندی دومرتبه دیگر به $\frac{v}{3}$ می‌رسد (نقاط (۳) و (۴))؛ یعنی در هر دوره تناوب ۴ بار تندی نوسانگر به $\frac{v}{3}$ می‌رسد.



توجه: توجه کنید که پاسخ سؤال برای هر تندی بین صفر تا v ، همین ۴ مرتبه است. چون در هر ربع از مسیر حرکت، نوسانگر حتماً یک‌بار این تندی را تجربه می‌کند.

گزینه ۴ ۱۴۲۲

گام اول تندی نوسانگر در لحظه عبور از نقطه تعادل (مرکز نوسان) بیشینه می‌شود. مطابق شکل، مشخص است که فاصله زمانی بین دو لحظه متوالی که تندی نوسانگر بیشینه می‌شود، برابر است با:



$$\Delta t = \frac{2T}{4} - \frac{T}{4} = \frac{2T}{4} = \frac{T}{2}$$

گام دوم تندی بیشینه نوسانگر از رابطه $v_{\max} = A\omega$ محاسبه می‌شود؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} v_{\max} = A \left(\frac{2\pi}{T} \right) = \frac{2\pi A}{T}$$

گام سوم با استفاده از رابطه $a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، می‌توانیم شتاب متوسط در این بازه زمانی را محاسبه کنیم:

$$a_{\text{av}} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \xrightarrow{v_2 = +v_{\max}, v_1 = -v_{\max}} a_{\text{av}} = \frac{v_{\max} - (-v_{\max})}{\Delta t} = \frac{2v_{\max}}{\Delta t}$$

با استفاده از نتیجه گام اول و دوم، می‌توان نوشت:

$$a_{\text{av}} = \frac{2 \left(\frac{2\pi A}{T} \right)}{\frac{T}{2}} \Rightarrow a_{\text{av}} = \frac{8\pi A}{T^2}$$

گزینه ۴ ۱۴۲۳ **گام اول** بسامد زاویه‌ای نوسانگر جرم و فنر از رابطه

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{k=22 \text{ N/m}, m=2 \times 10^{-2} \text{ kg}} \omega = \sqrt{\frac{22}{2 \times 10^{-2}}} = \sqrt{1100} \Rightarrow \omega = 40 \text{ rad/s}$$

گام دوم بیشینه تندی نوسانگر جرم و فنر برابر با $v_{\max} = A\omega$ است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{A=4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}, \omega=40 \text{ rad/s}} v_{\max} = 4 \times 10^{-2} \times 40 \Rightarrow v_{\max} = 1.6 \text{ m/s}$$

گزینه ۳ ۱۴۲۴

گام اول بسامد زاویه‌ای نوسانگر جرم و فنر از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ محاسبه می‌شود؛ در نتیجه داریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{k=180 \text{ N/m}, m=20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg}} \omega = \sqrt{\frac{180}{0.02}} = \sqrt{9000} \Rightarrow \omega = 30 \text{ rad/s}$$

گام چهارم حال با استفاده از رابطه $p = mv$ بیشینه تکانه جسم را به دست می آوریم:

$$p_{\max} = mv_{\max} \xrightarrow{m=2\text{kg}, v_{\max}=2\text{m/s}} p_{\max} = 2 \times 2 = 4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

۱۴۴۲. گزینه ۳

گام اول تندی نوسانگر در لحظه عبور از نقطه O (نقطه تعادل)، بیشینه است: $v_{\max} = 2 \text{ m/s}$

گام دوم اندازه شتاب نوسانگر در دوسر پاره خط نوسان، بیشینه است: در نتیجه داریم:

$$a_{\max} = 20 \text{ m/s}^2$$

گام سوم با استفاده از رابطه $a_{\max} = v_{\max} \omega$ می توان نوشت:

$$a_{\max} = v_{\max} \omega \xrightarrow{a_{\max}=20\text{m/s}^2, v_{\max}=2\text{m/s}} 20 = 2\omega \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

گام چهارم بسامد زاویه ای نوسانگر جرم و فنر از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ به دست می آید. حال می توانیم k را محاسبه کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{\omega=10\text{rad/s}, m=2\text{kg}} 10 = \sqrt{\frac{k}{2}} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} 100 = \frac{k}{2} \Rightarrow k = 200 \text{ N/m}$$

۱۴۴۳. گزینه ۱

گام اول در لحظه ای که سرعت نوسانگر ساده صفر می شود، شتاب آن

$$a_{\max} = 80 \text{ m/s}^2 \quad \text{بیشینه است: در نتیجه داریم:}$$

گام دوم در لحظه ای که نیروی وارد بر نوسانگر صفر است، نوسانگر در مرکز نوسان قرار دارد و تندی آن بیشینه است، در نتیجه داریم:

$$v_{\max} = 2 \text{ m/s}$$

گام سوم با استفاده از روابط $v_{\max} = A\omega$ و $a_{\max} = A\omega^2$ می توان نوشت:

$$\frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \omega \Rightarrow \omega = \frac{80}{2} = 40 \text{ rad/s}$$

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{v_{\max}=2\text{m/s}, \omega=40\text{rad/s}} 2 = A \times 40 \Rightarrow A = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ m}$$

گام چهارم معادله مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده به صورت $x = A \cos(\omega t)$ است: در نتیجه داریم:

$$x = A \cos(\omega t) \xrightarrow{A=0.05\text{m}, \omega=40\text{rad/s}} x = 0.05 \cos 40t$$

۱۴۴۴. گزینه ۳

گام اول بسامد زاویه ای نوسانگر جرم و فنر از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ به دست می آید:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{k=16\text{N/m}, m=1\text{kg}} \omega = \sqrt{\frac{16}{1}} = 4 \text{ rad/s}$$

گام دوم با استفاده از رابطه $a_{\max} = v_{\max} \omega$ می توانیم بیشینه شتاب را

محاسبه کنیم:

$$a_{\max} = v_{\max} \omega \xrightarrow{v_{\max}=2\text{m/s}, \omega=4\text{rad/s}} a_{\max} = 2 \times 4 = 8 \text{ m/s}^2$$

۱۴۴۵. گزینه ۳

گام اول طول پاره خط نوسان، ۲ برابر دامنه نوسان است: در نتیجه می توان نوشت:

$$2A = 4 \Rightarrow A = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

گام دوم تندی نوسانگر در لحظه عبور از نقطه تعادل، تندی بیشینه است و از رابطه $v_{\max} = A\omega$ محاسبه می شود:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{v_{\max}=4\text{m/s}, A=2 \times 10^{-3}\text{m}} 4 = 2 \times 10^{-3} \omega \Rightarrow \omega = 2 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

گام سوم بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر از رابطه $F_{\max} = mA\omega^2$

محاسبه می شود:

$$F_{\max} = mA\omega^2 \xrightarrow{m=20\text{g}=2 \times 10^{-2}\text{kg}, A=2 \times 10^{-3}\text{m}, \omega=2 \times 10^3\text{rad/s}}$$

$$F_{\max} = 2 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-3} \times (2 \times 10^3)^2 \Rightarrow F_{\max} = 160 \text{ N}$$

گام سوم با استفاده از رابطه $v_{\max} = A\omega$ می توانیم بیشینه تندی را محاسبه کنیم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{A=\frac{1}{5}\text{m}, \omega=10\pi\text{rad/s}} v_{\max} = \frac{1}{5} \times 10\pi = 2\pi \text{ m/s}$$

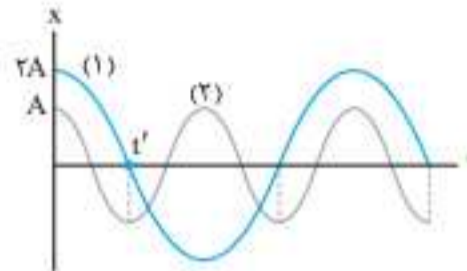
$$\xrightarrow{\pi=3} v_{\max} = 6 \text{ m/s}$$

۱۴۳۹. گزینه ۳

گام اول مطابق شکل مشاهده

می کنید که در لحظه t' رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{T_1}{4} = 2 \left(\frac{T_2}{4} \right) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2}$$



گام دوم بیشینه تندی از رابطه $v_{\max} = A\omega$ محاسبه می شود، همچنین $\omega = \frac{2\pi}{T}$ است و در نتیجه می توان نوشت:

$$\frac{v_{\max_1}}{v_{\max_2}} = \frac{A_1 \omega_1}{A_2 \omega_2} \xrightarrow{\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}, \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}} \frac{v_{\max_1}}{v_{\max_2}} = \frac{A_1}{A_2} \times \frac{T_2}{T_1}$$

گام سوم در مرحله آخر، اطلاعات سؤال را در رابطه بالا قرار می دهیم:

$$\left. \begin{aligned} A_1 = 2A, A_2 = A \\ \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_{\max_1}}{v_{\max_2}} = \frac{2A}{A} \times \frac{1}{2} = 1$$

۱۴۴۰. گزینه ۱

گام اول رابطه بین بیشینه شتاب و بیشینه تندی نوسانگر، به صورت

$$a_{\max} = v_{\max} \omega$$

است: در نتیجه می توان نوشت:

$$a_{\max} = v_{\max} \omega \Rightarrow \frac{a_{\max_A}}{a_{\max_B}} = \frac{v_{\max_A}}{v_{\max_B}} \times \frac{\omega_A}{\omega_B}$$

گام دوم اطلاعات صورت سؤال را در رابطه به دست آمده قرار می دهیم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_{\max_A}}{a_{\max_B}} = 6 \\ \frac{v_{\max_A}}{v_{\max_B}} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6 = 2 \times \frac{\omega_A}{\omega_B} \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = 3$$

گام سوم با استفاده از رابطه $\omega = \frac{2\pi}{T}$ می توان نوشت:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{T_B}{T_A} \xrightarrow{\frac{\omega_A}{\omega_B} = 3} \frac{T_B}{T_A} = 3$$

۱۴۴۱. گزینه ۳

گام اول بیشینه شتاب جسم از رابطه $a_{\max} = A\omega^2$ محاسبه می شود:

در نتیجه می توان نوشت:

$$a_{\max} = A\omega^2 \xrightarrow{a_{\max}=2\text{m/s}^2, A=0.2\text{m}} 2 = 0.2\omega^2 \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

گام دوم بسامد زاویه ای نوسانگر جرم و فنر، از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ به دست می آید، همچنین، طبق اطلاعات شکل، $k = 200 \text{ N/m}$ است: در نتیجه داریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{\omega=10\text{rad/s}, k=200\text{N/m}} 10 = \sqrt{\frac{200}{m}}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} 100 = \frac{200}{m} \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

گام سوم حال با استفاده از رابطه $v_{\max} = A\omega$ تندی بیشینه را

محاسبه می کنیم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{A=0.2\text{m}, \omega=10\text{rad/s}} v_{\max} = 0.2 \times 10 = 2 \text{ m/s}$$

۱۴۵۱. **گزینه ۴** همان طور که می‌دانید، با توجه به رابطه $\vec{F} = m\vec{a}$ ، علامت نیرو

و شتاب با هم برابر است؛ بنابراین داریم: $F < 0 \Rightarrow a < 0$. در بازه t_1 تا t_2

و چون شتاب با مکان مختلفاً علامت هستند، در این بازه $x > 0$ است. با توجه به نمودار، در بازه t_1 تا t_2 ، اندازه نیرو در حال افزایش است؛ در نتیجه نوسانگر در قسمت x های مثبت، در حال نزدیک شدن به انتهای پاره خط نوسان است، بنابراین انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر افزایش و چون انرژی مکانیکی آن پایسته است، انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد.

۱۴۵۲. **گزینه ۱** وقتی نوسانگر به سمت مرکز نوسان در حرکت است، اندازه سرعت آن (تندی) در حال افزایش است، در نتیجه طبق رابطه $p = mv$ ، تکانه آن افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها **گزینه ۲**: توجه کنید که انرژی مکانیکی نوسانگر ثابت است، چون در حرکت هماهنگ ساده، خبری از نیروهای اتلافی نیست.

گزینه ۳: طبق رابطه $a = -\omega^2 x$ با کاهش مقدار x ، اندازه شتاب نیز کاهش می‌یابد. **گزینه ۴**: با نزدیک شدن نوسانگر به مرکز نوسان، طول فتر به حالت عادی خود نزدیک می‌شود و در نتیجه انرژی پتانسیل کشسانی کاهش می‌یابد.

۱۴۵۳. **گزینه ۱** با توجه به رابطه $a = -\omega^2 x$ بردار مکان و شتاب خلاف جهت یکدیگرند، بنابراین در لحظه‌هایی که بردار سرعت و مکان نوسانگر با یکدیگر هم‌جهت هستند، بردار سرعت و شتاب خلاف جهت یکدیگرند، پس نوع حرکت نوسانگر کندشونده و در حال دور شدن از مرکز نوسان است، در نتیجه انرژی جنبشی آن در این لحظه‌ها، با گذشت زمان کاهش می‌یابد و مطابق رابطه $|a| = \omega^2 |x|$ با افزایش x اندازه شتاب نوسانگر افزایش می‌یابد.

۱۴۵۴. **گزینه ۳** بررسی همه گزینه‌ها **گزینه ۱**: طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ با کاهش جرم وزنه، دوره تناوب سامانه جرم - فنر کاهش می‌یابد.

گزینه ۲: طبق رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ با کاهش جرم وزنه، چون مقدار دامنه و ثابت فنر تغییر نمی‌کند؛ در نتیجه انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند.

گزینه ۳: طبق رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ با کاهش جرم وزنه، مقدار بسامد زاویه‌ای افزایش یافته و با توجه به رابطه $v_{max} = A\omega$ ، بیشینه تندی نوسانگر نیز افزایش می‌یابد.

گزینه ۴: با کاهش جرم وزنه، دامنه نوسان ثابت می‌ماند، بنابراین مسافت طی شده در یک دوره که برابر $4A$ است، ثابت می‌ماند.

۱۴۵۵. **گزینه ۳** مطابق اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$m = 50g = 5 \times 10^{-2} \text{ kg}, \quad A = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m}$$

$$T = 2s \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f = \frac{1}{2} \text{ Hz} \quad \text{همچنین از رابطه } T = \frac{1}{f} \text{ داریم:}$$

گام دوم با استفاده از رابطه $E = 2\pi^2 mA^2 f^2$ ، انرژی مکانیکی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$E = 2\pi^2 mA^2 f^2 = 2\pi^2 \times 5 \times 10^{-2} \times (10^{-1})^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow E = 25\pi^2 \times 10^{-5} \text{ J}$$

۱۴۵۶. **گزینه ۱** با استفاده از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ به سادگی به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{\substack{k=200 \text{ N/m} \\ A=5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}}} E = \frac{1}{2} \times 200 \times (5 \times 10^{-2})^2 = 100 \times 25 \times 10^{-4} \Rightarrow E = 0.25 \text{ J}$$

شاید تنها نکته جالب در حل این سؤال جرم وزنه است که یک داده اضافی است. **گزینه ۲** **گزینه ۱** در لحظه عبور از مرکز نوسان، به علت بیشینه بودن تندی نوسانگر، انرژی جنبشی بیشینه است. انرژی جنبشی بیشینه با انرژی مکانیکی نوسانگر برابر می‌باشد:

$$K_{max} = E$$

۱۴۴۶. **گزینه ۱** در لحظه تغییر جهت (دو سر پاره خط نوسان) شتاب بیشینه و در لحظه عبور نوسانگر از مرکز نوسان ($F = 0$)، تندی بیشینه است؛ در نتیجه داریم:

$$a_{max} = A\omega^2 = 0.1\pi^2 \text{ m/s}^2 \quad \downarrow \div$$

$$v_{max} = A\omega = 0.1\pi \text{ m/s}$$

$$\frac{a_{max}}{v_{max}} = \omega = \frac{0.1\pi^2}{0.1\pi} = \pi \text{ rad/s}$$

حالا به کمک رابطه $a = -\omega^2 x$ ، بزرگی شتاب نوسانگر در مکان $x = 1 \text{ cm}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$a = -\omega^2 x = -(\pi)^2 \times \left(\frac{1}{100}\right) = -0.1\pi^2 \Rightarrow |a| = 0.1\pi^2 \text{ m/s}^2$$

۱۴۴۷. **گزینه ۲** معادله مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده به صورت $x = A \cos(\omega t)$ است. نمودار مکان - زمان نیز مطابق شکل است. همان طور که مشاهده می‌کنید، تندی نوسانگر در لحظات $\frac{T}{4}$ ، $\frac{3T}{4}$ ، $\frac{5T}{4}$ و ... که نوسانگر از نقطه تعادل می‌گذرد، بیشینه می‌شود؛ یعنی تندی نوسانگر در لحظاتی که مضرب فردی از $\frac{T}{4}$ است، بیشینه می‌شود. به زبان ریاضی می‌توان نوشت:

$$\frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \frac{5T}{4}, \dots$$

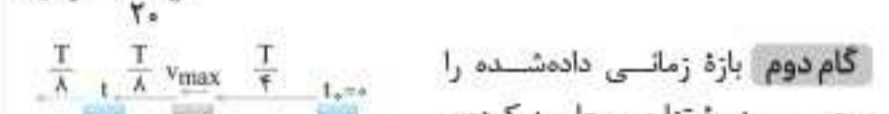
$$\frac{T}{4} = (2n-1)\frac{T}{4}$$

۱۴۴۸. **گزینه ۳** **گام اول** معادله مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده به صورت $x = A \cos(\omega t)$ است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$x = 3 \cos(4\pi t) \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = 4\pi$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

گام دوم بازه زمانی داده شده را بر حسب دوره تناوب محاسبه کرده و مسیر حرکت نوسانگر روی پاره خط نوسان را رسم می‌کنیم:



$$\frac{t}{T} = \frac{160}{20} = \frac{8}{1} \Rightarrow t = \frac{8}{1}T = \frac{8}{1} \times \frac{1}{2} = 4T = \frac{8}{4} + \frac{8}{4} = \frac{8}{4} + \frac{8}{4}$$

گام سوم در شکل بالا مشاهده می‌کنید که نوسانگر در لحظه t در حال نزدیک شدن به انتهای پاره خط نوسان است. از آنجایی که تندی نوسانگر در لحظه عبور آن از مرکز نوسان بیشینه می‌شود، بنابراین نوسانگر باید ابتدا به انتهای پاره خط نوسان برسد و سپس از آنجا به مرکز نوسان رسیده و تندی اش بیشینه شود. از روی شکل مشخص است که این مدت زمان برابر است با:

$$\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{2T}{4} \xrightarrow{T = \frac{1}{2} \text{ s}} \Delta t = \frac{2}{4} \text{ s} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

۱۴۴۹. **گزینه ۴** وقتی اصطکاک نداریم، انرژی مکانیکی تغییر نمی‌کند (انرژی مکانیکی مستقل از مکان نوسانگر است).

۱۴۵۰. **گزینه ۴** همان طور که می‌دانید شتاب و مکان نوسانگر مختلفاً علامت هستند، بنابراین شتاب نوسانگر در مکان‌های مثبت، منفی است. (بازه زمانی صفر تا t_1 و بازه زمانی t_1 تا t_2)

گام دوم وقتی نوسانگر از مرکز نوسان دور می‌شود، انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد. (بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_2 تا t_3)

گام سوم اشتراک بازه‌های زمانی به دست آمده در گام‌های اول و دوم، بازه زمانی t_2 تا t_3 است.

تندی نوسانگر در لحظه عبور از مرکز نوسان بیشینه است:

$$U_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \xrightarrow{\substack{v_{\max} = 0.5 \text{ m/s} \\ m = 4 \text{ kg}}} U_{\max} = \frac{1}{2} \times 4 \times (0.5)^2$$

$$\Rightarrow U_{\max} = 0.5 \text{ J}$$

توجه: برای پاسخ دادن به این سؤال نیازی به دانستن دامنه حرکت نبود!

۱۴۶۴. گزینه ۳ گام اول پاره‌خط نوسان ۲ برابر دامنه نوسان است:

$$2A = 2 \text{ cm} \Rightarrow A = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

گام دوم مدت زمانی که طول می‌کشد نوسانگر از مرکز نوسان به انتهای مسیر برسد، برابر با یک‌چهارم دوره تناوب است:

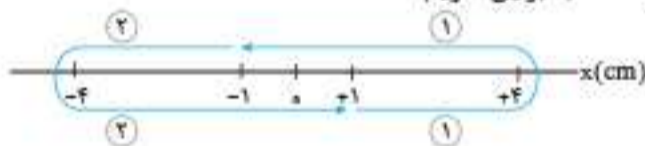
$$\frac{T}{4} = \frac{1}{4} \text{ s} \Rightarrow T = 1 \text{ s} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad/s}$$

گام سوم انرژی جنبشی نوسانگر در مرکز نوسان بیشینه و با انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است:

$$K_{\max} = E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow{\substack{m = 100 \text{ g} = 10^{-1} \text{ kg} \\ A = 10^{-2} \text{ m}, \omega = 2\pi \text{ rad/s}}} K_{\max} = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times (10^{-2})^2 \times (2\pi)^2$$

$$\Rightarrow K_{\max} = \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 4\pi^2 \xrightarrow{\pi^2 = 10} K_{\max} = 20 \times 10^{-3} \text{ J} = 20 \text{ mJ}$$

۱۴۶۵. گزینه ۳ مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $+1 \text{ cm}$ جهت $+x$ حرکت کند و دوباره به مکان $+1 \text{ cm}$ در جهت $+x$ برسد، برابر با دوره T است. اگر در شکل دقت کنیم، مدت زمان طی مسیر ۱ با طی مسیر ۲ با هم برابر است: بنابراین داریم:



$$t_1 = t_2 = \frac{T}{2} = 2 \Rightarrow T = 4 \text{ s}, \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{100} \times \left(\frac{4}{100}\right)^2 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow E = 4 \times 10^{-4} \text{ J} = 0.4 \text{ mJ}$$

۱۴۶۶. گزینه ۱ گام اول معادله نیرو - مکان حرکت هماهنگ ساده به صورت $F = -kx$ (قانون هوک) است. با مقایسه این رابطه و رابطه $F = -75x$ (رابطه داده شده در صورت سؤال) داریم: $k = 75 \text{ N/m}$

گام دوم طول پاره‌خط نوسان برابر $2A$ است، بنابراین $A = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$

است. حال با استفاده از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ داریم:

$$\xrightarrow{E} E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 75 \times (2 \times 10^{-2})^2 = 1/5 \text{ J}$$

۱۴۶۷. گزینه ۱ گام اول معادله نیرو - مکان نوسانگر هماهنگ ساده به صورت $F = -m\omega^2x$ است، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$F = -180x \Rightarrow m\omega^2 = 180 \xrightarrow{m = 2 \text{ kg}} \omega^2 = 90 \Rightarrow \omega = 30 \text{ rad/s}$$

گام دوم بیشینه انرژی جنبشی از رابطه $E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$ محاسبه می‌شود:

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow{\substack{K_{\max} = 225 \text{ mJ} = 225 \times 10^{-3} \text{ J}, m = 2 \text{ kg} \\ \omega = 30 \text{ rad/s}}} 225 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 2 \times A^2 \times 30^2 \Rightarrow A^2 = 25 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow A = 5 \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow A = 0.05 \text{ m}$$

گام دوم با استفاده از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{\substack{k = 100 \text{ N/m} \\ A = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}}} \rightarrow$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2} \times 100 \times (4 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow K_{\max} = 8 \times 10^{-2} = 0.08 \text{ J}$$

۱۴۵۸. گزینه ۱

گام اول در لحظه عبور نوسانگر از نقطه تعادل، سرعت و انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل کشسانی صفر است؛ در نتیجه در این لحظه داریم: $K_{\max} = E$

گام دوم با استفاده از تعریف انرژی جنبشی خواهیم داشت:

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \xrightarrow{K_{\max} = E} E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

$$\Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{2E}{m} \Rightarrow v_{\max} = \left(\frac{2E}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

۱۴۵۹. گزینه ۳ گام اول انرژی مکانیکی نوسانگر در هر لحظه برابر با مجموع انرژی‌های پتانسیل کشسانی و جنبشی است:

$$E = U + K \xrightarrow{\substack{U = 0.6 \text{ J} \\ K = 0.12 \text{ J}}} E = 0.6 + 0.12 = 0.72 \text{ J}$$

گام دوم با استفاده از رابطه $E = 2\pi^2mA^2f^2$ ، بسامد را محاسبه می‌کنیم:

$$E = 2\pi^2mA^2f^2 \xrightarrow{\substack{m = 10^{-2} \text{ kg}, A = 4 \times 10^{-2} \text{ m} \\ E = 0.72 \text{ J}}} \rightarrow$$

$$0.72 = 2\pi^2 \times 10^{-2} \times (4 \times 10^{-2})^2 \times f^2 \Rightarrow f = \frac{75}{\pi} \text{ Hz}$$

گام سوم حالا به سادگی و با استفاده از $T = \frac{1}{f}$ می‌توان نوشت:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{75}{\pi}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{75} \text{ s}$$

۱۴۶۰. گزینه ۳ گام اول در لحظه‌ای که تندی نوسانگر بیشینه است، انرژی جنبشی آن بیشینه و در نتیجه انرژی پتانسیل کشسانی آن صفر است:

بنابراین داریم: $K = 4 - U \xrightarrow{U=0} K_{\max} = 4 \text{ J}$

گام دوم با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \xrightarrow{\substack{K_{\max} = 4 \text{ J} \\ m = 2 \text{ kg}}} 4 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_{\max}^2$$

$$\Rightarrow v_{\max} = 2 \text{ m/s}$$

۱۴۶۱. گزینه ۳ در لحظه عبور نوسانگر از نقطه تعادل، انرژی جنبشی و تندی بیشینه است، در حالی که انرژی پتانسیل صفر است، در نتیجه وقتی در معادله انرژی پتانسیل - سرعت، $U = 0$ را قرار دهیم، v_{\max} محاسبه می‌شود:

$$U = 4 - v^2 \xrightarrow{\substack{U=0 \\ v=v_{\max}}} 0 = 4 - v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max} = 2 \text{ m/s}$$

۱۴۶۲. گزینه ۴ بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده برابر با انرژی مکانیکی آن است:

$$K_{\max} = E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow \frac{(K_{\max})_2}{(K_{\max})_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{A_2 = 2A_1} \frac{(K_{\max})_2}{(K_{\max})_1} = 2^2 = 4$$

توجه: بسامد زاویه‌ای مستقل از دامنه نوسان است و ثابت می‌ماند.

۱۴۶۳. گزینه ۲ گام اول انرژی پتانسیل نوسانگر در نقطه بازگشت بیشینه است. (چون در این نقطه تندی و انرژی جنبشی صفر است.)

گام دوم انرژی پتانسیل بیشینه و انرژی جنبشی بیشینه و انرژی مکانیکی هر سه با هم برابرند:

$$U_{\max} = K_{\max} = E = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$



۱۴۷۲. **گزینه ۱** نوسانگر هماهنگ ساده همواره حول نقطه تعادلش نوسان می‌کند، بنابراین جسم از نقطه‌ای که رها می‌شود حول نقطه تعادلش شروع به نوسان می‌کند. نقطه رها شدن جسم، معادل انتهای پاره‌خط نوسان است و فاصله آن تا نقطه تعادلش (مرکز نوسان) برابر با دامنه است. بنابراین مطابق شکل مقابل نیروهای وارد بر نوسانگر در نقطه تعادل رسم کرده و دامنه را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\text{کل}} = 0 \Rightarrow F_{\text{فنر}} = kx = mg \Rightarrow 40x = 0.2 \times 10$$

$$\Rightarrow x = A = 5 \text{ cm}$$

۱۴۷۳. **گزینه ۲**

گام اول انرژی پتانسیل را بر حسب انرژی جنبشی به دست می‌آوریم.

$$K = U + \frac{50}{100}U \Rightarrow K = \frac{3}{2}U \Rightarrow U = \frac{2}{3}K$$

گام دوم با توجه به رابطه انرژی مکانیکی، تبدی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$E = U + K \Rightarrow E = \frac{2}{3}K + K$$

$$E = \frac{5}{3}K \Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{5}{3} \left(\frac{1}{2}mv^2 \right)$$

از دو طرف معادله جذر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \omega A = \sqrt{\frac{5}{3}}v \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{5}}A\omega \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{5}} \times \frac{5}{100} \times 20$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{5}} \text{ m/s}$$

۱۴۷۴. **گزینه ۲**

گام اول با استفاده از رابطه $\frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_{\text{max}}} \right)^2$ می‌توان نوشت:

$$\frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_{\text{max}}} \right)^2 \xrightarrow{\frac{v}{v_{\text{max}}} = \frac{1}{2}} \frac{K}{E} = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow E = 4K$$

گام دوم انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل کشسانی آن است:

$$E = U + K \Rightarrow U = E - K \xrightarrow{E=4K} U = 3K \Rightarrow \frac{K}{U} = \frac{1}{3}$$

۱۴۷۵. **گزینه ۲** **گام اول** با استفاده از رابطه $E = U + K$ می‌توان نوشت:

$$E = U + K \xrightarrow{U=K} E = \frac{K}{\lambda} + K \Rightarrow E = \frac{9}{8}K \Rightarrow \frac{K}{E} = \frac{8}{9}$$

گام دوم حال با استفاده از رابطه $\frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_{\text{max}}} \right)^2$ ، نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_{\text{max}}} \right)^2 \xrightarrow{\frac{K}{E} = \frac{8}{9}} \frac{8}{9} = \left(\frac{v}{v_{\text{max}}} \right)^2 \Rightarrow \frac{v}{v_{\text{max}}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

۱۴۷۶. **گزینه ۲**

گام اول انرژی مکانیکی نوسانگر را از رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ حساب می‌کنیم. دقت کنید که دامنه حرکت نوسانگر ۴cm است.

$$k = 5 \text{ N/cm} \Rightarrow k = 5 \times 100 = 500 \text{ N/m}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 500 \times (4 \times 10^{-2})^2 \Rightarrow E = 0.4 \text{ J}$$

گام دوم هنگامی که تبدی نوسانگر $\frac{\sqrt{2}}{3}$ تبدی بیشینه است، انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{1}{3}$ بیشینه انرژی جنبشی است.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K}{K_{\text{max}}} = \left(\frac{v}{v_{\text{max}}} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{K}{K_{\text{max}}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)^2 \Rightarrow K = \frac{1}{3}K_{\text{max}}$$

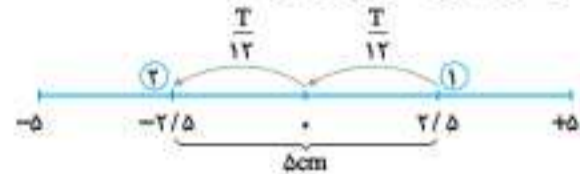
گام سوم معادله مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده به صورت $x = A \cos(\omega t)$ است، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$x = A \cos(\omega t) \xrightarrow[A=0.5 \text{ m}]{\omega=20 \text{ rad/s}} x = 0.5 \cos(20t)$$

۱۴۶۸. **گزینه ۲** **گام اول** مقدار دامنه را به دست می‌آوریم:

$$A = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

گام دوم حداقل زمان برای طی یک مسیر در حرکت هماهنگ ساده وقتی است که نوسانگر در دو طرف مرکز نوسان حرکت کند.



$$\Delta t = 2 \times \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \xrightarrow{\Delta t = \frac{1}{30} \text{ s}} \frac{T}{6} = \frac{1}{30} \Rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

گام سوم از رابطه بیشینه انرژی جنبشی مقدار آن را به دست می‌آوریم.

$$K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

$$\xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} K_m = \frac{1}{2} \times \frac{4}{100} \times (5)^2 \times \left(\frac{2\pi}{0.2} \right)^2$$

$$\Rightarrow K_m = 0.45 \text{ J} \Rightarrow K_m = 450 \text{ mJ}$$

۱۴۶۹. **گزینه ۲**

گام اول معادله مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده به صورت $x = A \cos(\omega t)$ است، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$x = 0.5 \cos(20t) \Rightarrow A = 0.5 \text{ m}, \omega = 20 \text{ rad/s}$$

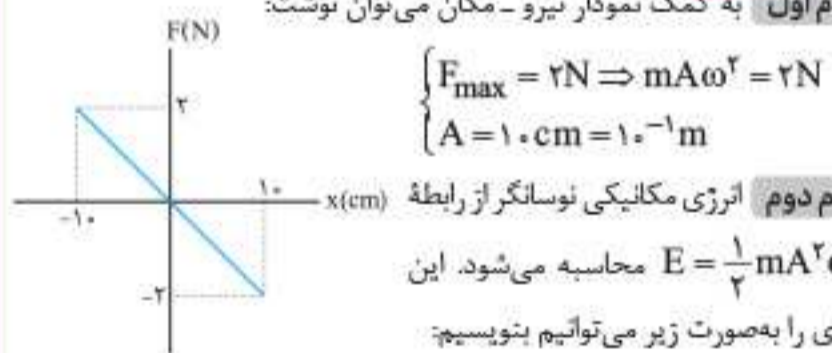
گام دوم بیشینه انرژی جنبشی برابر با انرژی مکانیکی است:

$$K_{\text{max}} = E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow[A=0.5 \text{ m}]{K_{\text{max}} = 6 \times 10^{-2} \text{ J}} 6 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} \times k \times 0.5^2$$

$$\Rightarrow k = 0.48 \text{ N/m}$$

۱۴۷۰. **گزینه ۱**

گام اول به کمک نمودار نیرو - مکان می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} F_{\text{max}} = 2 \text{ N} \Rightarrow mA\omega^2 = 2 \text{ N} \\ A = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m} \end{cases}$$

گام دوم انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$

محاسبه می‌شود. این انرژی را به صورت زیر می‌توانیم بنویسیم:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}A(mA\omega^2) = \frac{1}{2}A \times F_{\text{max}}$$

$$\xrightarrow[A=10^{-1} \text{ m}]{F_{\text{max}}=2 \text{ N}} E = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times 2 = 0.1 \text{ J}$$

۱۴۷۱. **گزینه ۳**

گام اول در هر دوره تناوب، ۴ مرتبه انرژی پتانسیل کشسانی و جنبشی برابر می‌شوند؛ در نتیجه تعداد نوسان‌های کامل در مدت ۱s برابر است با:

$$n = \frac{12}{4} = 3, \quad T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t=1 \text{ s}} T = \frac{1}{3} \text{ s}$$

گام دوم حالا به کمک رابطه $n = \frac{t}{T}$ ، تعداد نوسان‌های کامل در مدت

یک دقیقه را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow[t=\frac{1}{3} \text{ s}]{t=60 \text{ s}} n = \frac{60}{\frac{1}{3}} = 180 \text{ نوسان}$$