

بخش اول: بانک تست

فصل پنجم:

گراف و مدل سازی

(فصل دوم کتاب ریاضیات گسسته)



- ۱۲۳ قسمت اول: آشنایی با گراف
- ۱۲۵ قسمت دوم: زیرگراف، گراف کامل، گراف منتظم
- ۱۲۸ قسمت سوم: مسیر، دور و همبندی در یک گراف
- ۱۳۲ قسمت چهارم: مدل سازی با گراف (احاطه‌گری)
- ۱۳۸ آزمون فصل ۵
- ۱۳۹ پاسخنامه تشریحی

فصل ششم:

مجموعه‌ها

(فصل اول کتاب آمار و احتمال)



- ۱۶۴ قسمت اول: مجموعه، زیر مجموعه و افراز
- ۱۶۵ قسمت دوم: قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها
- ۱۶۹ قسمت سوم: ضرب دکارتی
- ۱۷۲ آزمون فصل ۶
- ۱۷۳ پاسخنامه تشریحی

فصل هفتم:

ترکیبیات (شمارش)

(فصل سوم کتاب ریاضیات گسسته)



- ۱۸۵ قسمت اول: شمارش
- ۱۹۳ قسمت دوم: توزیع n شیء یکسان
- ۱۹۵ قسمت سوم: مربع لاتین
- ۱۹۸ قسمت چهارم: اصل شمول و عدم شمول
- ۲۰۰ قسمت پنجم: اصل لانه کبوتری
- ۲۰۴ آزمون اول فصل ۷
- ۲۰۵ آزمون دوم فصل ۷
- ۲۰۶ پاسخنامه تشریحی

فصل هشتم:

احتمال

(فصل دوم کتاب آمار و احتمال)



- ۲۴۲ قسمت اول: فضای نمونه‌ای - پیشامدها و اعمال روی پیشامدها
- ۲۴۳ قسمت دوم: احتمال رخداد یک پیشامد
- ۲۴۸ قسمت سوم: قوانین احتمال
- ۲۵۲ قسمت چهارم: احتمال غیر هم‌شانس
- ۲۵۳ قسمت پنجم: احتمال شرطی، قانون احتمال کل و قانون بیز
- ۲۶۰ قسمت ششم: پیشامدهای مستقل و احتمال دوجمله‌ای
- ۲۶۵ آزمون اول فصل ۸
- ۲۶۶ آزمون دوم فصل ۸
- ۲۶۷ پاسخنامه تشریحی
- ۵۰۵ تست‌های کنکور سراسری داخل و خارج ۱۴۰۱

فصل اول:

آمار توصیفی

(فصل سوم کتاب آمار و احتمال)



- ۹ قسمت اول: مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه، نمونه، ...
- ۱۰ قسمت دوم: فراوانی‌ها و نمودارها
- ۱۴ قسمت سوم: معیارهای گرایش به مرکز
- ۱۷ قسمت چهارم: معیارهای پراکنندگی
- ۲۰ آزمون فصل ۱
- ۲۲ پاسخنامه تشریحی

فصل دوم:

آمار استنباطی

(فصل چهارم کتاب آمار و احتمال)



- ۴۰ قسمت اول: جامعه آماری و نمونه
- ۴۲ قسمت دوم: برآورد
- ۴۴ آزمون فصل ۲
- ۴۵ پاسخنامه تشریحی

فصل سوم:

آشنایی با مبانی ریاضیات

(فصل اول کتاب آمار و احتمال)



- ۵۰ قسمت اول: آشنایی با منطق ریاضی و گزاره‌ها
- ۵۱ قسمت دوم: ترکیب شرطی، ترکیب دوشروطی و سورها
- ۵۵ آزمون فصل ۳
- ۵۶ پاسخنامه تشریحی

فصل چهارم:

آشنایی با نظریه اعداد

(فصل اول کتاب ریاضیات گسسته)



- ۶۴ قسمت اول: استدلال ریاضی
- ۶۷ قسمت دوم: بخش پذیری در اعداد صحیح
- ۷۰ قسمت سوم: بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه و کوچک‌ترین مضرب ...
- ۷۲ قسمت چهارم: قضیه تقسیم و کاربردها
- ۷۳ قسمت پنجم: هم‌نهمی در اعداد صحیح
- ۷۸ قسمت ششم: بخش پذیری بر اعداد خاص
- ۸۰ قسمت هفتم: معادله هم‌نهمی و معادله سیاله
- ۸۲ آزمون اول فصل ۴
- ۸۳ آزمون دوم فصل ۴
- ۸۴ پاسخنامه تشریحی

بخش دوم: درسنامه

فصل پنجم:

گراف و مدل سازی

(فصل دوم کتاب ریاضیات گسسته)



- قسمت اول: آشنایی با گراف ۳۹۹
- قسمت دوم: زیرگراف، گراف کامل، گراف منتظم ۴۰۷
- قسمت سوم: مسیر، دور و همبندی در یک گراف ۴۱۵
- قسمت چهارم: مدل سازی با گراف (احاطه‌گری) ۴۲۳
- خلاصه مطالب فصل پنجم ۴۲۹

فصل ششم:

مجموعه‌ها

(فصل اول کتاب آمار و احتمال)



- قسمت اول: مجموعه، زیرمجموعه و افراز ۴۳۳
- قسمت دوم: قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها ۴۳۶
- قسمت سوم: ضرب دکارتی ۴۴۰
- خلاصه مطالب فصل ششم ۴۴۳

فصل هفتم:

ترکیبیات (شمارش)

(فصل سوم کتاب ریاضیات گسسته)



- قسمت اول: شمارش ۴۴۶
- قسمت دوم: توزیع Π شیء یکسان ۴۵۹
- قسمت سوم: مربع لاتین ۴۶۳
- قسمت چهارم: اصل شمول و عدم شمول ۴۶۸
- قسمت پنجم: اصل لانه کبوتری ۴۷۵
- خلاصه مطالب فصل هفتم ۴۷۸

فصل هشتم:

احتمال

(فصل دوم کتاب آمار و احتمال)



- قسمت اول: فضای نمونه‌ای - پیشامدها و اعمال روی پیشامدها ۴۸۲
- قسمت دوم: احتمال رخداد یک پیشامد ۴۸۶
- قسمت سوم: قوانین احتمال ۴۸۹
- قسمت چهارم: احتمال غیر هم‌شانس ۴۹۲
- قسمت پنجم: احتمال شرطی، قانون احتمال کل و قانون بیز ۴۹۴
- قسمت ششم: پیشامدهای مستقل و احتمال دوجمله‌ای ۴۹۹
- خلاصه مطالب فصل هشتم ۵۰۳

فصل اول:

آمار توصیفی

(فصل سوم کتاب آمار و احتمال)



- قسمت اول: مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه، نمونه، ۳۰۶
- قسمت دوم: فراوانی‌ها و نمودارها ۳۰۸
- قسمت سوم: معیارهای گرایش به مرکز ۳۱۳
- قسمت چهارم: معیارهای پراکندگی ۳۱۸
- خلاصه مطالب فصل اول ۳۲۳

فصل دوم:

آمار استنباطی

(فصل چهارم کتاب آمار و احتمال)



- قسمت اول: جامعه آماری و نمونه ۳۲۷
- قسمت دوم: برآورد ۳۳۴
- خلاصه مطالب فصل دوم ۳۳۷

فصل سوم:

آشنایی با مبانی ریاضیات

(فصل اول کتاب آمار و احتمال)



- قسمت اول: آشنایی با منطق ریاضی و گزاره‌ها ۳۴۰
- قسمت دوم: ترکیب شرطی، ترکیب دوشروطی و سورها ۳۴۵
- خلاصه مطالب فصل سوم ۳۵۱

فصل چهارم:

آشنایی با نظریه اعداد

(فصل اول کتاب ریاضیات گسسته)



- قسمت اول: استدلال ریاضی ۳۵۵
- قسمت دوم: بخش پذیری در اعداد صحیح ۳۶۱
- قسمت سوم: بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه و کوچک‌ترین مضرب ۳۶۷
- قسمت چهارم: قضیه تقسیم و کاربردها ۳۷۲
- قسمت پنجم: هم‌نهشتی در اعداد صحیح ۳۷۶
- قسمت ششم: بخش پذیری بر اعداد خاص ۳۸۵
- قسمت هفتم: معادله هم‌نهشتی و معادله سیاله ۳۸۹
- خلاصه مطالب فصل چهارم ۳۹۳

آمار توصیفی

فصل ۱

قسمت اول: مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه، نمونه، متغیر و انواع آن

علم آمار، جامعه و نمونه

۱. ☆ به مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات می‌گوییم.
- (۱) نمونه (۲) علم آمار
۲. ☆ اولین قدم در استفاده از علم آمار، کدام است؟
- (۱) سازماندهی (۲) پیش‌بینی
۳. ☆ در کدام بررسی، اندازه نمونه برابر اندازه جامعه است؟
- (۱) نمونه تصادفی (۲) دسته‌بندی
۴. ☆ کدام یک از جملات زیر نادرست است؟
- (۱) تعداد اعضای جامعه، اندازه جامعه نام دارد.
(۲) جامعه آماری، زیرمجموعه‌ای از نمونه است.
(۳) سرشماری، یعنی مورد مطالعه قرار دادن تمام افراد جامعه.
(۴) تعداد اعضای نمونه، اندازه نمونه نام دارد.

متغیر

۵. ☆ کدام متغیر، کیفی ترتیبی نمی‌باشد؟
- (۱) مراحل کشت گیاه (۲) ماه تولد
۶. ☆ کدام متغیر، کیفی ترتیبی است؟
- (۱) گروه خونی (۲) جمعیت
۷. ☆ نوع آلاینده‌ی هوا چگونه متغیری است؟
- (۱) کمی گسسته (۲) کمی پیوسته
۸. ☆ میزان آلودگی هوا چه نوع متغیری است؟
- (۱) کمی گسسته (۲) کمی پیوسته
۹. ☆ گروه خونی افراد کدام نوع متغیر است؟
- (۱) کیفی اسمی (۲) کیفی ترتیبی
۱۰. ☆ مراحل تحصیلی، متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟
- (۱) کمی گسسته (۲) کمی پیوسته
۱۱. ☆ «شماره صدلی» متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟
- (۱) کمی پیوسته (۲) کمی گسسته
۱۲. ☆ شاخص توده بدن چه نوع متغیری است؟
- (۱) کمی پیوسته (۲) کمی گسسته
۱۳. ☆ شاخص توده بدن شخصی با وزن ۶۰ کیلوگرم و قد ۱۶۰ سانتی‌متر با تقریب دو رقم اعشار کدام است؟
- (۱) ۲۲/۸۲ (۲) ۲۲/۸۶ (۳) ۲۳/۴۴ (۴) ۲۳/۶۸
۱۴. ☆ شاخص توده بدن و قد شخصی به ترتیب ۲۰ و ۱۷۰ سانتی‌متر می‌باشد. وزن این شخص بر حسب کیلوگرم کدام است؟
- (۱) ۵۶/۲ (۲) ۵۷/۸ (۳) ۵۸/۴ (۴) ۵۸/۷

قسمت دوم: فراوانی‌ها و نمودارها

فراوانی و فراوانی نسبی داده‌ها

- ۱۵☆ اگر فراوانی و فراوانی نسبی داده‌های ۱۹ و ۲۵٪ باشد، فراوانی کل داده‌ها کدام است؟
- ۱) ۷۶ (۲) ۷۵ (۳) ۶۰ (۴) ۵۷
- ۱۶ در یک جدول فراوانی، فراوانی مطلق دسته اول $2x + 1$ ، تعداد کل داده‌ها برابر $16x + 2$ و فراوانی نسبی دسته اول $\frac{1}{14}$ می‌باشد. فراوانی مطلق دسته اول کدام است؟
- ۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸
- ۱۷ فراوانی نسبی گروه خونی ۸۰ نفر در جدول زیر داده شده است. چند نفر دارای گروه خونی O هستند؟
- | | | | | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---|--------|--------|
| گروه خونی | A | B | AB | O | ۱۶ (۲) | ۲۰ (۱) |
| فراوانی نسبی | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | x | ۸ (۴) | ۱۲ (۳) |
- ۱۸☆ دانش‌آموزان یک مدرسه با سال تولد یکسان را وزن‌کشی کرده و عدد صحیح وزن آن‌ها را یادداشت کرده‌ایم، چند درصد آن‌ها کم‌تر از ۵۰ وزن دارند؟

(سراسری تجربی فارج از کشور- ۸۸)

وزن	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱	۷۵ (۲)	۷۲ (۱)
تعداد	۸	۹	۱۲	۱۵	۶	۵	۸۰ (۴)	۷۸ (۳)

دسته‌بندی داده‌ها

- ۱۹ دامنه تغییرات داده‌های ۱۳، ۱۰، ۱۹، ۱۸، ۱۶، ۱۵، ۱۲، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۸ و ۱۱ کدام است؟
- ۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱
- ۲۰☆ اگر دامنه تغییرات داده‌های $n, 2, \dots, n$ ، $i = 1, 2, \dots, n$ باشد، دامنه تغییرات داده‌های $n, 3, \dots, n$ کدام است؟
- ۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۲۷ (۴) ۳۰
- ۲۱☆ در ۵۶ داده آماری، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین آن‌ها ۸۶ و ۶۵ است. این داده‌ها در ۷ طبقه، دسته‌بندی شده‌اند. اگر داده‌هایی که در یک دسته قرار دارند یکسان در نظر گرفته شوند، مقدار مشترک آن‌ها در دسته پنجم کدام است؟
- ۱) ۷۴ (۲) ۷۵ (۳) ۷۷/۵ (۴) ۷۸/۵
- ۲۲ تعدادی داده آماری در ۷ دسته با طول یکسان ۶ دسته‌بندی شده است. اگر مرکز دسته چهارم ۲۸ باشد، حدود دسته چهارم کدام است؟
- ۱) $22 \leq x < 34$ (۲) $22 \leq x \leq 34$ (۳) $25 \leq x \leq 31$ (۴) $25 \leq x < 31$
- ۲۳☆ در دسته‌بندی ۱۴۰ داده آماری در ۱۵ طبقه، دسته اول به صورت $5 \leq x < 9$ می‌باشد. مرکز دسته دوازدهم کدام است؟
- ۱) ۴۹ (۲) ۵۰ (۳) ۵۱ (۴) ۵۲
- ۲۴☆ ۷۵ داده آماری در ۱۰ دسته، دسته‌بندی شده است. اگر مرکز دسته‌های سوم و هفتم به ترتیب ۱۳ و ۲۵ باشد، طول دسته‌ها کدام است؟
- ۱) ۳ (۲) ۳/۵ (۳) ۴ (۴) ۴/۵
- ۲۵☆ ۱۵۰ داده آماری که کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن‌ها ۱۹ و ۷۳ می‌باشد، در تعدادی دسته با طول یکسان طبقه‌بندی شده‌اند. اگر تعداد دسته‌ها، ۳ واحد بیش‌تر از طول دسته‌ها باشد، مرکز دسته هفتم کدام است؟
- ۱) ۵۵ (۲) ۵۶ (۳) ۵۷ (۴) ۵۸
- ۲۶☆ تعدادی داده آماری در ۹ دسته طبقه‌بندی شده‌اند. اگر از طول دسته $\frac{1}{4}$ کم کنیم، آن‌گاه داده‌ها در ۱۰ دسته طبقه‌بندی می‌شوند. دامنه تغییرات این داده‌ها کدام است؟
- ۱) ۴۱/۵ (۲) ۴۵ (۳) ۴۹/۵ (۴) ۵۳/۵
- ۲۷ کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده آماری در بین ۱۵۰ داده آماری ۱۷ و ۴۷ می‌باشد. این داده‌ها در ۶ دسته، دسته‌بندی شده‌اند. تعدادی داده آماری کوچک‌تر از ۴۷ به آن‌ها اضافه شده است. داده‌های جدید را در ۷ دسته با همان طول دسته‌بندی می‌کنیم. کوچک‌ترین داده آماری اضافه‌شده کدام است؟
- ۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳
- ۲۸☆ تعدادی داده آماری که کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن‌ها ۱۱ و ۵۱ می‌باشد در ۱۰ دسته، دسته‌بندی شده است. ۳۰ داده بین ۳۵ و ۴۵ به آن‌ها اضافه می‌کنیم و داده‌های جدید را در ۸ دسته طبقه‌بندی می‌کنیم. طول دسته‌ها چگونه تغییر می‌کند؟
- ۱) یک واحد اضافه می‌شود. (۲) یک واحد کم می‌شود. (۳) تغییری نمی‌کند. (۴) نمی‌توان نظری داد.

فراوانی‌ها در جدول دسته‌بندی داده‌ها

۲۹☆ اندازهٔ قد ۱۲۰ دانش‌آموز، در جدول زیر دسته‌بندی شده است. فراوانی دستهٔ چهارم کدام است؟ (سراسری تجربی)

مرکز دسته	۱۵۵	۱۵۸	۱۶۱	۱۶۴	۱۶۷	۱۷۰	۲۴ (۲)	۲۰ (۱)
درصد فراوانی	۱۰	۱۵	۱۸	x	۲۰	۱۲	۳۰ (۴)	۲۵ (۳)

۳۰ داده‌های آماری زیر را در ۶ طبقه با طول یکسان دسته‌بندی کرده‌ایم. فراوانی نسبی دستهٔ چهارم کدام است؟

۲۰, ۲۲, ۱۸, ۱۰, ۱۱, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۱, ۲۲, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۱۳, ۲۳, ۲۴, ۲۶, ۲۶, ۲۷, ۲۰, ۱۷, ۲۵, ۱۲, ۲۸

۰/۱۶ (۴)	۰/۱۲ (۳)	۰/۲ (۲)	۰/۸ (۱)
----------	----------	---------	---------

۳۱☆ در جدول داده‌های زیر، اگر درصد فراوانی نسبی دستهٔ وسط برابر ۳۰ باشد، فراوانی دستهٔ [۱۰, ۱۲] کدام است؟ (سراسری تجربی)

مرکز دسته	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۶ (۲)	۱۴ (۱)
فراوانی دسته	۹	۱۵	x	۱۰	۸	۲۰ (۴)	۱۸ (۳)

۳۲ در دسته‌بندی ۱۸۰ دادهٔ آماری در ۷ طبقه، دستهٔ دوم به صورت $24 \leq x < 28$ می‌باشد. می‌دانیم ۵۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۶ و فراوانی نسبی دستهٔ وسط ۰/۱۵ است. چند داده کوچک‌تر از ۳۲ می‌باشد؟

۷۲ (۴)	۶۵ (۳)	۷۰ (۲)	۷۵ (۱)
--------	--------	--------	--------

۳۳☆ ۷۵ دادهٔ آماری در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. کوچک‌ترین داده ۲۷ و بزرگ‌ترین آن‌ها ۴۸ می‌باشد. می‌دانیم ۲۸ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۶ و ۴۰ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۹ می‌باشند، فراوانی مطلق دستهٔ وسط کدام است؟ (سراسری ریاضی)

۱۲ (۴)	۱۰ (۳)	۹ (۲)	۸ (۱)
--------	--------	-------	-------

۳۴☆ در دسته‌بندی ۶۰ دادهٔ آماری در ۷ طبقه، طبقهٔ اول به صورت ۹-۵ و فراوانی نسبی دستهٔ وسط ۰/۱۵ می‌باشد. اگر ۸ دادهٔ کوچک‌تر از ۱۳ و بزرگ‌تر از ۵ و ۲۲ دادهٔ بزرگ‌تر از ۲۱ و کم‌تر از ۳۳ به دسته‌ها اضافه کنیم، فراوانی نسبی جدید دستهٔ وسط کدام است؟

۰/۱۸ (۱)	۰/۱۵ (۲)	۰/۱۲ (۳)	۰/۱ (۴)
----------	----------	----------	---------

۳۵☆ ۱۲۰ دادهٔ آماری در ۹ طبقه، دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۳۰ دادهٔ جدید به این جدول افزوده شود، ۱۲ داده به دستهٔ وسط اضافه می‌شود و فراوانی نسبی آن نیز ۰/۰۲ کم‌تر می‌شود. فراوانی مطلق قبلی دستهٔ وسط کدام است؟

۴۰ (۱)	۵۰ (۲)	۶۰ (۳)	۸۰ (۴)
--------	--------	--------	--------

۳۶ در جدول فراوانی زیر، ۴۰ درصد داده‌ها کم‌تر از ۱۹ می‌باشند. فراوانی دستهٔ [۱۹, ۲۳] کدام است؟

مرکز دسته	۹	۱۳	۱۷	۲۱	۲۵	۲۱ (۲)	۲۴ (۱)
فراوانی	۸	۱۴	x	۳x	۲۱	۱۵ (۴)	۱۸ (۳)

۳۷☆ هشتاد دادهٔ آماری در ۷ طبقه، دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۲۰ دادهٔ جدید به این جدول افزوده شود، فراوانی نسبی دستهٔ وسط تغییر نمی‌کند. نسبت افزایش داده‌های دستهٔ مذکور به فراوانی مطلق قبلی آن کدام است؟ (سراسری ریاضی-۹۰)

$\frac{3}{8}$ (۱)	$\frac{1}{5}$ (۲)	$\frac{1}{4}$ (۳)	$\frac{1}{8}$ (۴)
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

۳۸☆ در دسته‌بندی ۱۲۰ دادهٔ آماری در ۹ طبقه، دستهٔ اول به صورت [۲۲, ۲۵] می‌باشد. می‌دانیم ۴۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۴ و فراوانی نسبی دستهٔ وسط ۰/۲ است. تعداد داده‌های کم‌تر از ۳۷ کدام است؟ (سراسری ریاضی-۸۹)

۶۷ (۱)	۷۶ (۲)	۷۸ (۳)	۸۷ (۴)
--------	--------	--------	--------

۳۹☆ کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌های آماری ۳۱ و ۵۲ می‌باشند. این داده‌ها در ۷ دسته، دسته‌بندی شده‌اند. ۳۷ درصد داده‌ها کم‌تر از ۴۰ و ۴۸ درصد آن‌ها بیش‌تر یا مساوی ۴۳ می‌باشد. اگر فراوانی کل ۸۰ باشد، فراوانی دستهٔ وسط کدام است؟ (سراسری تجربی-۸۵)

۹ (۱)	۱۲ (۲)	۱۵ (۳)	۱۶ (۴)
-------	--------	--------	--------

۴۰☆ داده‌های جدول زیر، داده‌های آماری پیوسته است. چند درصد داده‌ها، در فاصلهٔ $[18/5, 21/5]$ قرار دارند؟ (سراسری تجربی-۸۸)

مرکز دسته	۱۴	۱۷	۲۰	۲۳	۲۶	۲۵ (۲)	۲۰ (۱)
فراوانی	۵	۸	۱۲	۹	۶	۴۰ (۴)	۳۰ (۳)

۴۱☆ تعدادی دادهٔ آماری در ۷ دسته، دسته‌بندی شده است. فراوانی نسبی دستهٔ وسط برابر $\frac{1}{6}$ می‌باشد. اگر فراوانی این دسته را دو برابر و فراوانی سایر دسته‌ها را چهار برابر کنیم، آن‌گاه فراوانی نسبی جدید دستهٔ وسط کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۱)	$\frac{2}{11}$ (۲)	$\frac{1}{12}$ (۳)	$\frac{1}{11}$ (۴)
-------------------	--------------------	--------------------	--------------------

۴۲. در جدول فراوانی داده‌های آماری زیر، سه داده ۱۲، ۱۴ و ۱۵ را از بین آن‌ها حذف می‌کنیم. فراوانی نسبی جدید دسته دوم کدام است؟

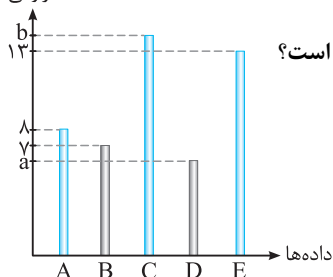
مرکز دسته	۹	۱۳	۱۷	۲۱	۲۵	۰/۲ (۲)	۰/۱۵ (۱)
فراوانی	۵	۱۱	۹	۱۳	۱۰	۰/۳ (۴)	۰/۲۵ (۳)

۴۳. در جدول فراوانی ۹۰ داده دسته‌بندی شده زیر، اگر فراوانی نسبی دسته وسط ۰/۲ باشد، فراوانی دسته پنجم کدام است؟

مرکز دسته	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۱۲ (۲)	۹ (۱)
فراوانی	۸	۹	۸	x	y	۹	۲۳	۱۸ (۴)	۱۵ (۳)

نمودارها و تحلیل داده‌ها

فراوانی



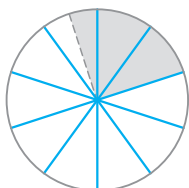
۴۴. نمودار میله‌ای ۵۰ داده آماری به صورت مقابل است. اگر فراوانی نسبی داده D، ۰/۱۲ باشد، $b - a$ کدام است؟

- ۱۰ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۴ (۳)
- ۱۵ (۴)

۴۵. در جدول داده‌های زیر، اگر درصد فراوانی نسبی دسته وسط برابر ۳۰ باشد، در نمودار بافت نگاشت، ارتفاع مستطیل متناظر با دسته وسط کدام است؟

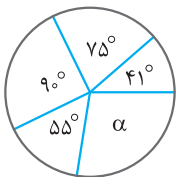
مرکز دسته	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۶ (۲)	۱۴ (۱)
فراوانی دسته	۹	۱۵	x	۱۰	۸	۲۰ (۴)	۱۸ (۳)

۴۶. در نمودار دایره‌ای مربوط به ۱۲۰ ورزشکار، قسمت رنگی متناظر با تعداد کشتی‌گیران است. چند نفر کشتی‌گیر هستند؟



- ۲۴ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۳۲ (۳)
- ۳۶ (۴)

۴۷. نمودار دایره‌ای سطح کشت گندم ۵ قاره به صورت مقابل است. قاره با زاویه مرکزی α ، چند درصد گندم را تولید می‌کند؟



- ۲۷/۵ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۳۲ (۳)
- ۳۵ (۴)

۴۸. جدول زیر مرکز دسته با فراوانی نسبی داده شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه مربوط به بازه (۲۴، ۲۱] چند درجه است؟

مرکز دسته	۱۹/۵	۲۲/۵	۲۵/۵	۲۸/۵	۳۱/۵	۷۲ (۲)	۶۶ (۱)
فراوانی نسبی	۰/۲	x	۰/۲۵	۰/۱۸	۰/۱۷	۸۰ (۴)	۷۵ (۳)

۴۹. مدرسه‌ای ۱۸۰ دانش آموز دارد که این دانش آموزان از نظر علاقه‌مندی به رشته‌های ورزشی به ۵ گروه تقسیم شده‌اند. در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی هر گروه بر حسب درجه، مطابق جدول زیر است. تعداد دانش آموزان گروه D کدام است؟

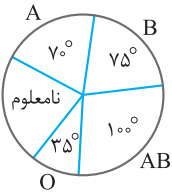
گروه	A	B	C	D	E	۳۱ (۲)	۳۴ (۱)
زاویه مرکزی	۸۴°	۷۲°	۶۰°	x	۸۸°	۲۸ (۴)	۳۰ (۳)

۵۰. تعدادی داده آماری را که کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن‌ها ۵ و ۲۶ می‌باشد در ۷ دسته، دسته‌بندی کرده‌ایم. اگر ۲۵ درصد داده‌ها کم‌تر از ۱۱ و ۴۰ درصد داده‌ها بیش‌تر یا مساوی ۱۴ باشند، اندازه زاویه متناظر با دسته سوم در نمودار دایره‌ای چند درجه است؟

- ۱۳۵ (۱)
- ۱۲۶ (۲)
- ۱۱۵ (۳)
- ۱۰۸ (۴)

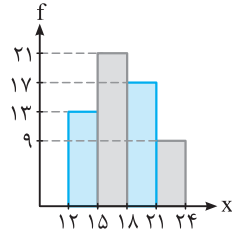
۵۱. تعدادی داده آماری در ۴ دسته A، B، C و D دسته‌بندی شده‌اند. اگر فراوانی دسته‌های B، C و D به ترتیب ۲، ۳ و ۴ برابر فراوانی دسته A باشند، در نمودار دایره‌ای اندازه زاویه مرکزی متناظر با دسته B کدام است؟

- ۶۵° (۱)
- ۶۷° (۲)
- ۷۱° (۳)
- ۷۲° (۴)



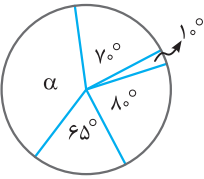
۵۲★ نمودار دایره‌ای روبه‌رو، متناسب با تعداد کارکنان سازمانی با گروه خونی متمایز است. گروه خونی ۳۲ نفر از آنان تعیین نشده است. چند نفر از آن‌ها، دارای نوع خون B هستند؟ (سراسری تجربی- ۹۵)

- (۱) ۲۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۶
- (۴) ۴۰



۵۳★ از داده‌های آماری با نمودار بافت‌نگاشت مقابل، سه داده ۱۴، ۱۶ و ۱۶ حذف شده است. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگ‌ترین زاویه مرکزی نظیر دسته‌ها، چند درجه است؟ (سراسری تجربی - ۹۴)

- (۱) ۹۰
- (۲) ۱۰۵
- (۳) ۱۲۰
- (۴) ۱۳۵



۵۴★ افراد یک جامعه، به ۵ گروه سنی تقسیم شده‌اند که نمودار دایره‌ای آن‌ها با زاویه مرکزی بر حسب درجه رسم شده است. گروه سنی با زاویه مرکزی α ، شامل چند درصد این جامعه است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۴)

- (۱) ۲۳
- (۲) ۳۲/۵
- (۳) ۳۶
- (۴) ۳۷/۵

۵۵ در یک شرکت دارویی، جدول توزیع کارکنان را با نمودار دایره‌ای نشان می‌دهیم. زاویه مربوط به کارکنان ارشد، چند درجه است؟ (سراسری تجربی- ۹۳)

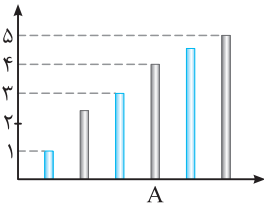
نوع مدرک	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	ارشد	دکترا
تعداد	۳۰	۹۰	۱۸۰	۱۲۰	۳۰

- (۱) ۸۴
- (۲) ۹۲
- (۳) ۹۶
- (۴) ۱۰۵

۵۶★ شرکتی ۱۶۰ کارمند دارد که مدارک تحصیلی آنان با ۶ کد متمایز مشخص شده‌اند. در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی هر گروه با واحد درجه مطابق جدول روبه‌رو است. تعداد کارکنان با کد ۴ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۰)

کد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زاویه مرکزی	۲۷	۴۵	۹۹	α	۵۴	۱۸

- (۱) ۵۲
- (۲) ۵۴
- (۳) ۵۶
- (۴) ۵۸



۵۷ در مقایسه سطح زیر کشت غله‌ای در شش استان، نمودار میله‌ای مقابل رسم شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیرصحیح هر دو میله ۰/۵ است). (سراسری تجربی- ۹۰)

- (۱) ۶۴
- (۲) ۷۲
- (۳) ۸۰
- (۴) ۹۶

۵۸★ در جدول زیر مرکز دسته با درصد فراوانی نسبی داده شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه مربوط به بازه [۲۵, ۲۸] چند درجه است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۱)

مرکز دسته	۱۷/۵	۲۰/۵	۲۳/۵	۲۶/۵	۲۹/۵
درصد فراوانی نسبی	۱۷	۲۰/۵	۲۲	x	۱۸

- (۱) ۷۲
- (۲) ۸۱
- (۳) ۸۴
- (۴) ۹۰

۵۹★ در جدول فراوانی ۶۰ داده دسته‌بندی شده به شکل زیر، زاویه مرکزی متناسب با فراوانی مطلق دسته وسط در نمودار دایره‌ای، ۹۰ درجه است. فراوانی دسته چهارم کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۵)

حدود دسته	۱۲-۱۴	۱۴-۱۶	۱۶-۱۸	۱۸-۲۰	۲۰-۲۲
فراوانی	۶	۱۱	x	y	۱۲

- (۱) ۱۴
- (۲) ۱۵
- (۳) ۱۶
- (۴) ۱۷

نمودار چندبر فراوانی

۶۰★ در نمودار چندبر فراوانی، اعداد واقع بر محور افقی کدام است؟ (۱) حدود دسته (۲) مرکز دسته

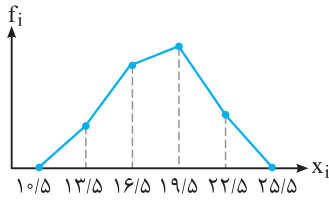
- (۳) کران پایین
- (۴) کران بالا

۶۱★ نمودار چندبر فراوانی برای کدام متغیر زیر مناسب نیست؟

- (۱) قد
- (۲) وزن
- (۳) تعداد کلاس‌ها
- (۴) مقاومت ترانزیستور

۶۲★ هرگاه دسته اول یک جدول فراوانی به صورت $(9, 15)$ و فراوانی آن ۵ باشد، طول‌های نقاط اول و دوم نمودار چندبر فراوانی تکمیل شده چه اعدادی هستند؟

- (۱) ۱۲ و ۶ (۲) صفر و ۵ (۳) ۵ و ۶ (۴) صفر و ۱۲



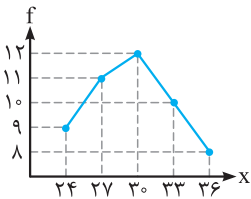
۶۳★ شکل مقابل نمودار چندبر فراوانی است. در نمودار بافت‌نگاشت کران پایین دسته دوم کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳/۵ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶/۵

(سراسری تیربی-۸۷)

۶۴★ در توزیع فراوانی داده‌های پیوسته، کدام نمودار مناسب است؟

- (۱) بافت‌نگاشت (۲) چندبر فراوانی (۳) میله‌ای (۴) دایره‌ای



۶۵★ اگر به داده‌های آماری با نمودار چندبر فراوانی روبه‌رو، دو داده ۲۹ و ۳۲ افزوده شود، درصد فراوانی نسبی در دسته وسط داده‌های جدید کدام است؟

(سراسری ریاضی-۹۴)

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶

۶۶★ در نمودار چندبر فراوانی، درصد فراوانی نسبی ۴۵۰ داده آماری پیوسته، دو نقطه متوالی $(23, 17)$ و $(27, 18)$ از روی جدول رسم شده است. چند داده در دسته $[25, 29)$ قرار دارند؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۸۶ (۳) ۹۰ (۴) ۹۶

قسمت سوم: معیارهای گرانش به مرکز

میانگین

۶۷★ میانگین داده‌های مقابل، کدام است؟
 $27, 26, 25, 24, 28, 23, 29, 25, 27, 29$
 (۱) ۲۵/۹ (۲) ۲۶/۳ (۳) ۲۶/۷ (۴) ۲۶/۹

۶۸★ اگر میانگین داده‌های $a, a, a, a, a+1$ برابر $\frac{3a}{4}$ باشد، میانگین داده‌های $a, a+1, a+2, a+3, a+4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{12}{5}$ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۶۹★ میانگین ۹ داده آماری ۱۲ و میانگین ۱۶ داده آماری دیگر ۱۷ می‌باشد. میانگین این ۲۵ داده آماری کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۵/۲ (۳) ۱۵/۴ (۴) ۱۵/۶

۷۰★ میانگین ۱۸ داده آماری ۲۱ است. اگر سه داده ۱۹، ۱۹ و ۱۰ را از بین آن‌ها حذف کنیم، میانگین ۱۵ داده باقی‌مانده کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۱/۸ (۳) ۲۱/۵ (۴) ۲۱

۷۱★ میانگین ۳۰ داده آماری برابر ۱۴ می‌باشد. چه تعداد داده با میانگین ۱۵ از بین آن‌ها حذف کنیم تا میانگین داده‌های باقی‌مانده $13/75$ شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۷۲★ اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, x_3, x_4 برابر \bar{X} باشد، میانگین داده‌های $x_1 + 2x_2, x_2 + 2x_3, x_3 + 2x_4, x_4 + 2x_1$ کدام است؟

- (۱) $4\bar{X}$ (۲) $3\bar{X}$ (۳) $2\bar{X}$ (۴) \bar{X}

۷۳★ میانگین چند داده برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده‌های حاصل را سه برابر کرده‌ایم. میانگین داده‌های نهایی کدام است؟

(سراسری تیربی فارغ از کشور)

- (۱) ۴۵ (۲) ۷۰ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۵۹

۷۴★ اگر میانگین داده‌های $n, n-1, n-2, \dots, 1$ برابر ۲۵ باشد، میانگین داده‌های $n, n-1, n-2, \dots, 1$ کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۴۸ (۳) ۴۷ (۴) ۴۹

میانگین از روی جدول

۷۵★ در جدول فراوانی مقابل، میانگین داده‌ها کدام است؟

(سراسری تجربی- ۹۳)

مرکز	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۹/۳ (۲)	۹/۲ (۱)
فراوانی	۸	۱۶	۲۰	۲۴	۱۲	۹/۵ (۴)	۹/۴ (۳)

۷۶★ میانگین ۵۰ داده‌دسته‌بندی‌شده مقابل کدام است؟

(سراسری تجربی- ۹۱)

x	۱۱۰	۱۱۶	۱۲۲	۱۲۸	۱۳۴	۱۲۳/۶۸ (۲)	۱۲۳/۶۲ (۱)
f	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰	۱۲۴/۰۶ (۴)	۱۲۴/۰۲ (۳)

۷۷ نمرات ریاضی ۴۰ دانش‌آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. میانگین وزنی نمرات، کدام است؟

(سراسری ریاضی- ۹۸)

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸	۱۴/۲۵ (۲)	۱۴/۲ (۱)
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴	۱۴/۷۵ (۴)	۱۴/۴ (۳)

۷۸ میانگین داده‌های جدول مقابل کدام است؟

(سراسری تجربی)

حدود دسته	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰	۵/۴ (۲)	۵/۲ (۱)
فراوانی	۲	۴	۳	۱	۵/۶ (۴)	۵/۵ (۳)

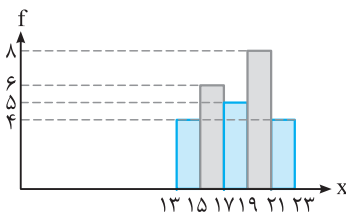
۷۹★ اگر میانگین داده‌ها در جدول فراوانی زیر، ۱۸ باشد، درصد فراوانی نسبی این داده‌ها در بازه (۲۴/۵، ۱۹/۵]، کدام است؟ (سراسری تجربی - ۹۷)

مرکز دسته	۷	۱۲	۱۷	۲۲	۲۷	۲۴ (۲)	۲۰ (۱)
فراوانی	۲	۵	۸	a	۴	۳۰ (۴)	۲۵ (۳)

۸۰ اگر داده‌های جدول فراوانی مقابل را ابتدا سه برابر و سپس ۲ واحد از آن کم کنیم، میانگین داده‌های حاصل ۴۰ می‌شود. a کدام است؟

حدود دسته	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	۱۴-۱۶	۱۶-۱۸	۵ (۲)	۴ (۱)
فراوانی	۵	a	۴	۶	۷ (۴)	۶ (۳)

۸۱★ با حذف دو داده ۱۸ و ۲۲ از نمودار بافت نگاهت مقابل، میانگین داده‌های باقی‌مانده کدام است؟



- ۱۷/۸ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۱۸/۵ (۳)
- ۱۹ (۴)

۸۲ میانگین ۴ درس یک دانش‌آموز هر کدام با ضریب ۱، برابر ۱۵/۵ است. نمره درس پنجم وی که با ضریب ۲ منظور می‌گردد، چه عددی باشد تا میانگین ۵ درس او ۱۶/۵ گردد؟

(سراسری ریاضی)

۱۹ (۴)	۱۸/۷۵ (۳)	۱۸/۵ (۲)	۱۸/۲۵ (۱)
--------	-----------	----------	-----------

۸۳★ نمره کل آزمون عمومی یک داوطلب مطابق جدول زیر ۵۸ درصد است. نمره زبان انگلیسی او چند درصد است؟ (سراسری تجربی)

درس	زبان انگلیسی	معارف اسلامی	عربی ادبیات فارسی	۳۱ (۱)
ضریب	۲	۳	۴	۳۲ (۲)
درصد	؟	۷۰	۶۵	۳۳ (۳)
				۳۴ (۴)

۸۴★ جدول زیر مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی‌شده را مشخص می‌کند. فراوانی نسبی دسته چهارم کدام است؟

انحراف از میانگین	-۳	-۱	۱	۳	۵	۰/۱ (۲)	۰/۰۵ (۱)
فراوانی	۵	۷	۴	x	۳	۰/۲ (۴)	۰/۱۵ (۳)

(سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۳)

۸۵★ در جدول فراوانی، میانگین داده‌ها کدام است؟

حدود دسته	۱۳-۱۷	۱۷-۲۱	۲۱-۲۵	۲۵-۲۹	۲۹-۳۳	۲۱/۶ (۲)	۲۱/۴ (۱)
فراوانی	۳	۴	۵	۲	۱	۲۱/۸ (۴)	۲۱/۷ (۳)

۸۶★ داده‌های آماری در ۴ دسته با درصد فراوانی نسبی آن‌ها بیان شده است. میانگین این داده‌ها کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۱)

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۱۶/۸ (۲)	۱۶/۵ (۱)
درصد فراوانی نسبی	۱۵	۳۰	۲۵	a	۱۷/۱ (۴)	۱۴ (۳)

۸۷. در جدول فراوانی داده‌های دسته‌بندی شده زیر، اگر به تمام داده‌ها ۱/۵ واحد اضافه شود، میانگین داده‌های جدید برابر ۱۰ می‌شود. فراوانی دسته سوم کدام است؟

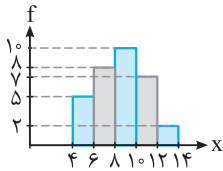
(سراسری تیربی-۸۹)

حدود دسته	۱-۵	۵-۹	۹-۱۳	۱۳-۱۷	۴ (۲)	۳ (۱)
فراوانی	۴	۵	a	۳	۶ (۴)	۵ (۳)

۸۸. جدول مقابل مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی شده را مشخص می‌کند. فراوانی در دسته ششم چقدر است؟ (سراسری تیربی فارغ از کشور-۸۵)

انحراف از میانگین	-۴	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	۱۵ (۲)	۱۴ (۱)
فراوانی	۵	۱۱	۹	۴	۸	x	۳	۱۷ (۴)	۱۶ (۳)

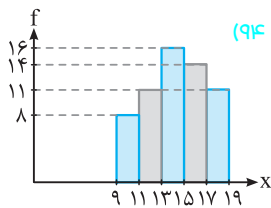
(سراسری ریاضی فارغ از کشور-۹۵)



۸۹. با توجه به نمودار بافت‌نگاشت روبه‌رو، میانگین کل داده‌ها کدام است؟

- ۱) ۸/۴۲
- ۲) ۸/۵۶
- ۳) ۸/۶۵
- ۴) ۸/۷۵

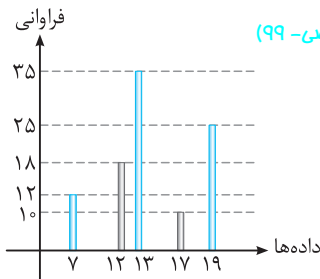
(سراسری ریاضی فارغ از کشور-۹۴)



۹۰. با توجه به نمودار بافت‌نگاشت روبه‌رو، میانگین داده‌های آماری کدام است؟

- ۱) ۱۴/۲
- ۲) ۱۴/۳
- ۳) ۱۴/۴
- ۴) ۱۴/۵

(سراسری ریاضی-۹۹)



۹۱. با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، میانگین کدام است؟

- ۱) ۱۳
- ۲) ۱۳/۸
- ۳) ۱۴
- ۴) ۱۴/۲

میان، چارک‌ها و مُد

۹۲. در یک امتحان ریاضی، نمرات ۱۵ دانش‌آموز به صورت زیر است. میانه این نمرات کدام است؟

۴, ۷, ۷, ۳, ۱۲, ۱۱, ۱۷, ۱۵, ۱۴, ۱۷, ۱۹, ۱۴, ۱۰, ۹, ۵

- ۱) ۱۰
- ۲) ۱۰/۵
- ۳) ۱۱
- ۴) ۱۱/۵

(سراسری تیربی فارغ از کشور-۹۷)

۹۳. اگر میانگین ۹ عدد ۲۰، ۹، ۱۸، ۱۶، ۱۱، ۱۴، ۱۰، ۷ و a، برابر ۱۳ باشد، میانه آن‌ها کدام است؟

- ۱) ۱۰
- ۲) ۱۱
- ۳) ۱۲
- ۴) ۱۴

۹۴. در داده‌های آماری ۲۳، ۱۶، ۱۴، ۱۷، ۱۱، ۹، ۱۲، ۱۰، ۵، ۱۹، ۲۱، ۷، ۸، ۲۰ و ۱۸، حاصل $Q_3 - Q_1$ کدام است؟

- ۱) ۱۰
- ۲) ۱۱
- ۳) ۱۲
- ۴) ۱۳

(سراسری ریاضی-۹۸)

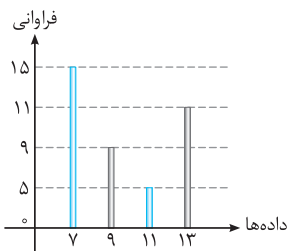
۹۵. نرخ بیکاری یک کشور در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است، مقدار $\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$ کدام است؟

- ۱) ۰/۲۲۵
- ۲) ۰/۱۲۵
- ۳) ۰/۱۷۵
- ۴) ۰/۲۷۵

۹۶. نمرات آمار ۵۰ دانش‌آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. اختلاف میانگین وزنی نمرات از میانه آن‌ها، کدام است؟

(سراسری ریاضی فارغ از کشور-۹۸)

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۶	۱۸	۰/۳۲ (۲)	۰/۲۸ (۱)
f	۶	۹	۱۰	۱۲	۸	۵	۰/۳۸ (۴)	۰/۳۶ (۳)



۹۷. با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های گسسته، تفاضل میانه از میانگین، کدام است؟

- (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۹)
- ۰/۳ (۱)
 - ۰/۴ (۲)
 - ۰/۵ (۳)
 - ۰/۶ (۴)

۹۸. در داده‌های ۲۱، ۲۶، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۴، ۱۸، ۲۰ و ۲۵، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم کدام است؟

- (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۵)
- ۱۸/۲۵ (۱)
 - ۱۸/۳۳ (۲)
 - ۱۸/۶۶ (۳)
 - ۱۸/۷۵ (۴)

۹۹. در یک نمونه‌گیری از ۱۰۰۰ اتومبیل در حال حرکت از نظر تعداد سرنشینان، جدول زیر تنظیم شده است. اختلاف میانگین سرنشینان از مد کدام است؟

تعداد سرنشینان	۱	۲	۳	۴	۵	۰/۵ (۲)	صفر (۱)
فراوانی نسبی	۰/۱۵	۰/۲	۰/۲۵	۰/۳	۰/۱	۱ (۴)	۰/۷۵ (۳)

۱۰۰. در مجموعه اعداد $\{x, ۶۴, ۶۵, ۷۷, ۵۰, ۶۶, ۷۰, ۶۳\}$ ، به ازای کدام مقدار x ، شاخص‌های میانگین، مد و میانه با هم برابرند؟

- (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۳)
- ۶۴ (۱)
 - ۶۵ (۲)
 - ۶۶ (۳)
 - ۴ نشدنی (۴)

قسمت چهارم: معیارهای پراکنگی

واریانس و انحراف معیار

۱۰۱. با حذف مد از داده‌های ۱۱، ۹، ۱۴، ۱۰، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۱، ۱۰، ۸، ۷، واریانس داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

- ۲/۵ (۱)
- ۳ (۲)
- ۳/۵ (۳)
- ۴ (۴)

۱۰۲. واریانس داده‌های آماری دسته‌بندی شده در جدول مقابل، کدام است؟

مرکز دسته	۱	۳	۵	۷	۹	۵/۶ (۲)	۵/۴ (۱)
فراوانی	۲	۷	۳	۵	۳	۶/۴ (۴)	۶/۲ (۳)

۱۰۳. در جدول فراوانی مقابل، واریانس داده‌ها کدام است؟

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۱۱/۹۶ (۲)	۱۱/۷۲ (۱)
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲	۱۲/۳۶ (۴)	۱۲/۲۴ (۳)

۱۰۴. اگر میانگین داده‌های دسته‌بندی شده، برابر ۱۶ باشد، با تعیین فراوانی دسته چهارم، مقدار واریانس کدام است؟

نماینده دسته	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۴/۹۲ (۲)	۴/۸۵ (۱)
فراوانی	۵	۷	۱۰	a	۳	۵/۷۴ (۴)	۵/۵۵ (۳)

۱۰۵. در جدول فراوانی داده‌های زیر، مقدار میانه برابر ۱۳/۵ و اختلاف چارک اول از سوم ۱۷ است. به هر یک از داده‌های جدول ۴ واحد اضافه می‌کنیم. واریانس جدول جدید، کدام است؟

(سراسری ریاضی- ۱۴۰۰)

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۱	a	۷۱/۵ (۲)	۷۱ (۱)
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۵	۱	۷۲/۵ (۴)	۷۲ (۳)

۱۰۶. جدول فراوانی داده‌های زیر مفروض است. اگر مقدار میانه برابر ۱۳ باشد، واریانس داده‌ها، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۱۴۰۰)

داده	۸	۱۲	۱۳	۱۴	۲۶	۲۷	۲۸	a	۵۵/۰۳ (۲)	۵۴/۸۶ (۱)
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۱	۱	۵	۱	۵۵/۶۳ (۴)	۵۵/۳۶ (۳)

۱۰۷. در داده‌هایی با جدول فراوانی زیر، اگر واریانس برابر ۶ باشد، فراوانی دسته سوم کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۹)

حدود دسته	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	۱۱-۱۳	۱۳-۱۵	۵ (۲)	۴ (۱)
فراوانی	۳	۲	a	۶	۱	۷ (۴)	۶ (۳)

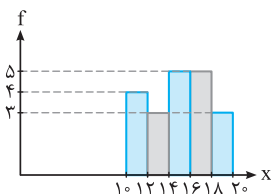
۱۰۸. جدول روبه‌رو فراوانی نسبی داده‌های دسته‌بندی شده است. با تعیین α ، مقدار واریانس کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۳)

مرکز دسته	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۱۶/۸ (۲)	۱۶/۵ (۱)
فراوانی نسبی	۰/۱	۰/۲۵	۰/۲	α	۱۷/۶ (۴)	۱۷/۲ (۳)

۱۰۹. اگر میانگین و واریانس داده‌های $a, a+2, a+4, a+6$ برابر باشند، واریانس داده‌های $a, 2a, 3a, 4a, 5a$ کدام است؟

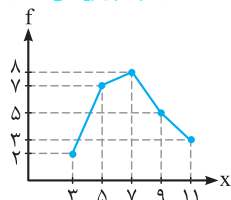
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴)



۱۱۰. با توجه به نمودار بافت نگاشت مقابل، واریانس تمام داده‌ها، کدام است؟

- ۷/۲ (۱)
۷/۴ (۲)
۷/۶ (۳)
۷/۸ (۴)

(سراسری ریاضی-۹۵)



۱۱۱. با توجه به نمودار چندبر فراوانی مقابل، واریانس کل داده‌ها کدام است؟

- ۴/۵ (۱)
۴/۸ (۲)
۴/۹۲ (۳)
۵/۱۲ (۴)

۱۱۲. اگر انحراف معیار داده‌های $a-1, b, c+2, d, 18$ برابر صفر باشد، میانگین داده‌های $a, b+1, c, d-4$ و 19 کدام است؟

- ۱۷/۳ (۴) ۱۷/۴ (۳) ۱۷/۸ (۲) ۱۸/۱ (۱)

۱۱۳. واریانس ۱۱ داده آماری صفر است. اگر داده‌های $24, 16$ و 26 به آن‌ها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند. انحراف معیار 14 داده حاصل کدام است؟

(سراسری ریاضی فارغ از کشور-۹۱)

- ۰/۷۵ (۱) ۱/۲۵ (۲) ۲ (۴) ۱/۵ (۳)

۱۱۴. داده آماری با میانگین 15 و واریانس 4 مفروض است. اگر دو داده 12 و 18 به آن‌ها اضافه شود، واریانس 10 داده حاصل کدام است؟ (سراسری تجربی)

- ۴ (۱) ۴/۵ (۲) ۴/۸ (۳) ۵ (۴)

۱۱۵. در 25 داده آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب 3 و 8 می‌باشد. اگر داده‌های $15, 10, 45$ و 50 از بین آن‌ها حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده، کدام است؟

(سراسری تجربی-۹۳)

- ۱۴/۷۲ (۱) ۱۴/۸۱ (۲) ۱۵/۳۳ (۳) ۱۶/۶۶ (۴)

۱۱۶. میانگین و انحراف معیار 18 داده آماری به ترتیب 25 و 3 می‌باشد. اگر داده‌های $20, 27$ و 28 به آنان افزوده شوند، واریانس 21 داده جدید کدام است؟

(سراسری تجربی فارغ از کشور-۹۳)

- ۹/۲۵ (۱) ۹/۳۶ (۲) ۹/۵۲ (۳) ۹/۶۳ (۴)

۱۱۷. انحراف معیار 26 داده آماری برابر 2 می‌باشد. اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است، از بین آنان حذف شود، واریانس 25 داده دیگر کدام است؟

(سراسری ریاضی فارغ از کشور-۸۷)

- ۳/۹۶ (۱) ۴/۰۸ (۲) ۴/۱۲ (۳) ۴/۱۶ (۴)

۱۱۸. یک جامعه با اندازه 12 و واریانس $12/6$ ، با جامعه دیگر به اندازه 24 و واریانس $7/2$ ، تشکیل جامعه جدیدی داده‌اند. اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشد، انحراف معیار جامعه جدید کدام است؟

(سراسری ریاضی-۹۶)

- ۲/۹ (۱) ۳ (۲) ۳/۱ (۳) ۳/۲ (۴)

ضریب تغییرات

(سراسری تجربی-۹۹)

۱۱۹. ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت زیر، کدام است؟

داده : $10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 11, 14, 14, 14, 14, 14, 14$

- ۰/۱۲ (۱) ۰/۱۵ (۲) ۰/۱۷ (۳) ۰/۱۸ (۴)

(سراسری تجربی فارغ از کشور-۹۹)

۱۲۰. داده‌های آماری $5, 7, 8, 8, 8, 10, 10$ مفروض‌اند. ضریب تغییرات داده‌ها، کدام است؟ $(\sqrt{\frac{2}{5}} \cong 0/534)$

- ۰/۱۵ (۱) ۰/۲۰ (۲) ۰/۲۵ (۳) ۰/۳۰ (۴)

(سراسری تجربی فارغ از کشور-۸۹)

۱۲۱. ضریب تغییرات داده‌ها در جدول فراوانی کدام است؟

x_i	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
f_i	۳	۲	۱۲	۶	۱

- ۰/۰۸ (۱)
۰/۲ (۳)
۰/۲۵ (۴)
۰/۱ (۲)

۱۲۲☆ با توجه به جدول آماری دسته‌بندی‌شده روبه‌رو، مقدار ضریب تغییرات داده‌های x تقریباً کدام است؟

$x-44$	-۳	-۱	۱	۳	۵		
فراوانی	۴	۷	۵	۳	۱	۰/۰۵ (۱)	۰/۰۸ (۲)
						۰/۱ (۳)	۰/۲ (۴)

۱۲۳☆ ضریب تغییرات در تعدادی داده آماری ۰/۰۸ محاسبه شده است. اگر به هر داده مفروض ۵ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات حاصل ۰/۰۷۵ خواهد شد. میانگین داده‌های اولیه کدام است؟

۵۶ (۱)	۶۴ (۲)	۷۵ (۳)	۸۰ (۴)
--------	--------	--------	--------

۱۲۴ میانگین و انحراف معیار ۵۰ داده آماری به ترتیب ۳ و ۱ می‌باشند. اگر داده‌ها را دو برابر کرده و سپس یک واحد از آن‌ها کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

۰/۵ (۱)	۰/۴ (۲)	۰/۳ (۳)	۰/۲ (۴)
---------	---------	---------	---------

۱۲۵☆ در ۶۰ داده آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار ۱/۲ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

۰/۱ (۱)	۰/۲ (۲)	۰/۳ (۳)	۰/۴ (۴)
---------	---------	---------	---------

۱۲۶ در داده‌های آماری با میانگین \bar{X} و انحراف معیار σ ، اگر به هر یک از داده‌ها، مقدار \bar{X} را اضافه کنیم تا داده‌های جدید حاصل شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

$\frac{1}{4}$ (۱)	$\frac{1}{2}$ (۲)	۱ (۳)	۲ (۴)
-------------------	-------------------	-------	-------

۱۲۷☆ اگر ۲۰ داده آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید، برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام است؟

۲۱۰ (۱)	۲۸۰ (۲)	۳۵۰ (۳)	۴۲۰ (۴)
---------	---------	---------	---------

۱۲۸ در n داده آماری $x_i: i=1, 2, \dots, n$ ، ضریب تغییرات برابر ۱/۲ محاسبه شده است. میانگین داده‌های مفروض را به هر یک از آنان اضافه

می‌کنیم. ضریب تغییرات در داده‌های جدید کدام است؟

۰/۶ (۱)	۱ (۲)	۱/۲ (۳)	۲/۴ (۴)
---------	-------	---------	---------

۱۲۹☆ در ۱۵۰ داده آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم تا داده‌های جدید حاصل شوند. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

$\frac{1}{9}$ (۱)	$\frac{5}{6}$ (۲)	$\frac{7}{8}$ (۳)	$\frac{1}{9}$ (۴)
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

۱۳۰☆ داده‌های $x_i = 1, 2, 3, 4, 5$ مفروض هستند. ضریب تغییرات داده‌های $u_i = 12x_i + 6$ کدام است؟

۰/۴ (۱)	۰/۴۸ (۲)	۰/۵۲ (۳)	۰/۶ (۴)
---------	----------	----------	---------

۱۳۱☆ نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت مقابل است:

A: ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹ , B: ۱۶, ۱۴, ۱۷, ۱۴, ۱۷, ۱۸

دقت عمل کدام بیش تر است؟

A (۱)	B (۲)	۳ یکسان (۳)	۴ غیر قابل پیش‌بینی (۴)
-------	-------	-------------	-------------------------

۱۳۲ نمرات مهارت برای کارگر (A): ۱۶, ۱۵, ۱۴, ۱۳ و ۱۲ و برای کارگر (B): ۱۶/۵, ۱۶, ۱۵/۵, ۱۳ و ۱۱/۵ بوده است. دقت عمل کدام بیش تر است؟

(سراسری تجربی-فاز ۱ کشور-۹۸)

A (۱)	B (۲)	۳ یکسان (۳)	۴ اظهارنظر نمی‌توان کرد. (۴)
-------	-------	-------------	------------------------------

۱۳۳☆ دستگاه A کالایی با میانگین وزن ۱۵۰ و انحراف معیار ۳/۶ و دستگاه B همان کالا را با میانگین وزن ۱۶۰ و انحراف معیار ۳/۸۴، بسته‌بندی

می‌کنند. دقت عمل کدام، پیرامون میانگین با اطمینان بیش تر است؟

(سراسری ریاضی-فاز ۱ کشور-۹۵)

یکسان (۱)	A (۲)	B (۳)	۴ نمی‌توان اظهار نظر کرد. (۴)
-----------	-------	-------	-------------------------------

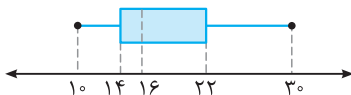
۱۳۴ در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت‌پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و ۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶

می‌باشد. کدام گروه بهتر است؟

(سراسری تجربی-۹۸)

گروه اول (۱)	گروه دوم (۲)	یکسان (۳)	۴ اظهارنظر نمی‌توان کرد. (۴)
--------------	--------------	-----------	------------------------------

نمودار جعبه‌ای



۱۳۵☆ با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل، حاصل $\frac{Q_1 + Q_3}{Q_2}$ کدام است؟

- (۱) $2/25$ (۲) ۲
(۳) $1/25$ (۴) $0/5$

۱۳۶☆ در داده‌های آماری ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۱، ۹، ۸، ۶، ۶، ۴، ۳ و ۳، داده‌های کم‌تر از چارک اول و بیش‌تر از چارک سوم را حذف کنید. ضریب تغییرات داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

- (۱) $0/15$ (۲) $0/17$ (۳) $0/21$ (۴) $0/25$

۱۳۷☆ در نمودار جعبه‌ای داده‌های آماری ۲۳، ۱۶، ۱۴، ۱۷، ۱۱، ۹، ۱۲، ۱۰، ۵، ۱۹، ۲۱، ۸، ۷، ۲۰ و ۱۸، دامنه تغییرات داده‌های روی و داخل جعبه کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۳۸☆ در نمودار جعبه‌ای ۱۹ داده آماری، میانگین دنباله‌های سمت چپ و سمت راست به ترتیب ۱۱ و $17/5$ و میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۱۵/۲ می‌باشد. میانگین این داده‌ها کدام است؟
(سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۹۷ و مشابه سراسری تجربی فارغ از کشور- ۹۵)

- (۱) $14/7$ (۲) $14/8$ (۳) $14/9$ (۴) $15/14$

۱۳۹☆ در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه جداگانه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می‌باشد. اگر میانگین تمام داده‌ها $27/5$ باشد، آن‌گاه میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟
(سراسری ریاضی- ۹۰)

- (۱) $29/5$ (۲) $28/5$ (۳) ۲۹ (۴) ۲۸

۱۴۰ در داده‌های آماری ۱۹، ۱۸، ۱۷، ۱۷، ۱۴، ۱۶، ۱۵، ۱۳، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۵، ۱۹، ۱۴، ۱۶، دامنه میان چارکی کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $2/5$ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۱☆ اگر داده‌های آماری ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸ و ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه کدام است؟
(سراسری تجربی- ۸۸)

- (۱) $1/1$ (۲) $1/2$ (۳) $1/25$ (۴) $1/3$

۱۴۲ داده‌های آماری ۱۸، ۷، ۲۰، ۱۶، ۱۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۷، ۲۱، ۱۲ و ۱۳ را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. واریانس داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟
(سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۹۰)

- (۱) $4/59$ (۲) $4/95$ (۳) $5/24$ (۴) $5/71$

۱۴۳☆ میزان بارندگی یک استان در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه، کدام است؟
(سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۹۸)

- (۱) $0/7$ (۲) $0/9$
(۳) $0/12$ (۴) $0/15$

۵۹، ۳۹، ۵۶، ۴۶، ۵۰، ۵۴، ۳۷، ۴۲، ۵۷، ۳۲

آزمون فصل اول

۱۴۴ مراحل زندگی چه نوع متغیری است؟

- (۱) کمتی گسسته (۲) کمتی پیوسته (۳) کیفی ترتیبی (۴) کیفی اسمی

۱۴۵ داده آماری را که بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین آن‌ها به ترتیب ۵۹ و ۲۳ است را در ۹ دسته با طول یکسان دسته‌بندی کرده‌ایم. مرکز دسته وسط کدام است؟

- (۱) ۴۱ (۲) $41/5$ (۳) ۴۲ (۴) $42/5$

۱۴۶ در جدول فراوانی نسبی زیر، اگر نمودار دایره‌ای داده‌ها را رسم کنیم، زاویه مربوط به داده هفده کدام است؟

داده‌ها	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸	۲۰	$98/4^\circ$ (۲)	98° (۱)
فراوانی نسبی	$0/2$	$0/1$	α	$0/3$	$0/12$	$100/8^\circ$ (۴)	102° (۳)

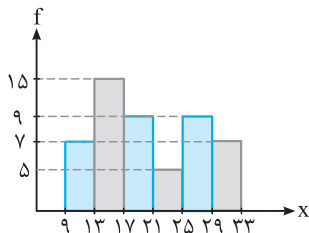
۱۴۷. میانگین ۵۰ داده آماری جدول فراوانی مقابل، کدام است؟

x	۲۱	۲۲	۲۵	۲۶	۲۷	۳۰	
f	۸	۹	۷	۱۴	۷	۹	۲۵/۳۷۵ (۲)
							۲۵/۷۲۵ (۴)

۲۵/۲۵ (۱)

۲۵/۶ (۳)

۱۴۸. با توجه به نمودار بافت‌نگاشت روبه‌رو، ابتدا دو داده ۱۷ و ۱۲ را حذف می‌کنیم و سپس ۵ واحد به داده‌ها اضافه می‌کنیم. میانگین داده‌های



جدید کدام است؟

۲۰/۱۲ (۱)

۲۰/۳۶ (۲)

۲۰/۵۴ (۳)

۲۱ (۴)

۱۴۹. داده‌های زیر دوه‌دو متمایز داده‌های کمی گسسته‌اند. اگر چارک سوم a باشد، حاصل $\frac{Q_1 + 2Q_3}{Q_3 - Q_1}$ کدام است؟

۹, ۱۲, ۱۴, ۱۹, ۲۶, ۲۸, ۲۴, ۱۶, ۱۳, ۱۱, ۱۰, ۱۸, ۲۲, a , ۱۷

۱۲/۲ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱/۸ (۲)

۱۱/۶ (۱)

۱۵۰. در مجموعه اعداد $\{48, 51, 52, 54, 55, x\}$ ، به ازای کدام مقدار x ، شاخص‌های میانگین، میانه و مد با هم برابرند؟

۴ نشدنی

۵۴ (۳)

۵۲ (۲)

۵۱ (۱)

۱۵۱. واریانس داده‌های آماری جدول مقابل، کدام است؟

داده	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۴
فراوانی	۴	۳	۵	۵	۳

۸/۶ (۲)

۸/۴ (۱)

۹ (۴)

۸/۸ (۳)

۱۵۲. میانگین و انحراف معیار ۲۳ داده آماری به ترتیب ۱۷ و ۳ است. اگر داده‌های ۱۸ و ۱۸ و ۱۵ از بین آن‌ها حذف شود، واریانس ۲۰ داده

باقی‌مانده کدام است؟

۱۰/۰۵ (۴)

۱۰/۰۱ (۳)

۹/۹۸ (۲)

۹/۹ (۱)

۱۵۳. در ۵۰ داده آماری، مجموع داده‌ها برابر ۶۰۰ و واریانس داده‌ها برابر ۱/۴۴ است. اگر داده‌ها را سه برابر کنیم و سپس ۴ واحد به آن اضافه

کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

۰/۱۵ (۴)

۰/۱۲ (۳)

۰/۱ (۲)

۰/۰۹ (۱)

۱۵۴. دو دونه A و B، در ۵ مرحله، مسافت ۴۰۰ متری را دویده‌اند. زمان‌های طی شده توسط آن‌ها به صورت زیر است:

A : ۴۱, ۴۳, ۴۳, ۴۵, ۴۳

B : ۴۴, ۴۴, ۴۵, ۴۶, ۴۶

عملکرد کدام یک با نوسان کم‌تر است؟

B (۴)

A (۳)

(۲) هر دو یکسان

(۱) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۵۵. در نمودار جعبه‌ای ۴۰ داده آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه، ۱۸ و ۲۴ است. اگر میانگین تمام داده‌ها برابر ۲۲ باشد، میانگین

داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۲۳/۵ (۴)

۲۳ (۳)

۲۲/۸ (۲)

۲۲/۵ (۱)

آمار توصیفی

پاسخ فصل ۱

۱ ۲ ۳ ۴

نوع آلاینده‌ها (کربن مونوکسید، کربن دی‌اکسید، ذرات معلق و ...)، متغیر کیفی اسمی است.

۱ ۲ ۳ ۴

میزان آلودگی هوا، برحسب عدد است و هر عددی (اعشاری و غیراعشاری) می‌تواند اختیار کند. بنابراین متغیر کمی پیوسته است.

۱ ۲ ۳ ۴

گروه خونی افراد که نوع آن‌ها A، B، O و AB می‌باشد یک متغیر غیرقابل اندازه‌گیری و غیرترتیبی است. پس گروه خونی از نوع متغیر کیفی اسمی است.

۱ ۲ ۳ ۴

در مراحل تحصیلی که عبارت‌اند از: پیش دبستان، دبستان، متوسطه اول، متوسطه دوم، دانشگاه و ...، یک ترتیب طبیعی وجود دارد. پس این متغیر از نوع کیفی ترتیبی است.

۱ ۲ ۳ ۴

شمارهٔ صندلی بر حسب اعداد غیراعشاری بیان می‌شوند، بنابراین متغیر کمی گسسته می‌باشد.

۱ ۲ ۳ ۴

نکته: شاخص تودهٔ بدن قابل اندازه‌گیری از فرمول $\frac{W}{H^2}$ است.

این عدد می‌تواند صحیح و یا اعشاری باشد، بنابراین شاخص تودهٔ بدن، متغیر کمی پیوسته است.

۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{وزن برحسب کیلوگرم} = \frac{۶۰}{(۱/۶)^2} = \frac{۶۰}{۲/۵۶} = ۲۳/۴۳۷۵ \approx ۲۳/۴۴$$

۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{W}{H^2} = ۲۰ \Rightarrow \frac{W}{(۱/۷)^2} = ۲۰ \Rightarrow W = ۲۰ \times (۱/۷)^2 = ۲۰ \times ۲/۸۹ = ۵۷/۸$$

۱ ۲ ۳ ۴

نکته: تعداد دفعاتی که هر داده مشاهده می‌شود را **فراوانی** آن داده می‌گویند. فراوانی دادهٔ X_i را با نماد f_i نشان می‌دهیم. با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به‌دست می‌آید. مجموع تمام فراوانی‌های نسبی برابر ۱ می‌باشد.

اگر f_i فراوانی داده و n ، تعداد کل داده‌ها باشد، آن‌گاه:

$$۰/۲۵ = \frac{f}{n} \xrightarrow{f=۱۹} \frac{۱}{۴} = \frac{۱۹}{n} \Rightarrow n = ۴ \times ۱۹ = ۷۶$$

۱ ۲ ۳ ۴

نکته: آمار مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است، در صورتی که علم آمار مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی، نمایش و ... می‌باشد.

۱ ۲ ۳ ۴

نکته: علم آمار از چهار مرحله تشکیل شده است که به ترتیب عبارتند از: (۱) جمع‌آوری اعداد و ارقام (۲) سازماندهی و نمایش (۳) تحلیل و تفسیر داده‌ها (۴) نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی

بنابراین اولین قدم در استفاده از علم آمار، جمع‌آوری اعداد و ارقام است.

۱ ۲ ۳ ۴

نکته: مجموعهٔ تمام افراد یا اشیایی که دربارهٔ یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت گیرد، جامعه یا جمعیت نامیده می‌شود و هر یک از این افراد یا اشیاء را عضو جامعه می‌نامند. به تعداد اعضای جامعه، اندازه یا حجم جامعه گویند. به مطالعهٔ تمام اعضای جامعه سرشماری می‌گوییم. بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب می‌شود را نمونه می‌گوییم. تعداد اعضای نمونه را اندازهٔ نمونه یا حجم نمونه گویند.

در سرشماری تمام جامعه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱ ۲ ۳ ۴

نمونه بخشی از جامعه است، بنابراین نمونه زیرمجموعه‌ای از جامعهٔ آماری است و نه برعکس.

۱ ۲ ۳ ۴

نکته: متغیری که قابل اندازه‌گیری باشد را متغیر کمی می‌گوییم و در غیر این صورت، متغیر را کیفی می‌گوییم. متغیر کمی به دو دستهٔ کمی پیوسته و کمی گسسته تقسیم می‌شود. متغیری که اگر دو مقدار a و b را اختیار کند، هر مقدار بین آن‌ها را نیز بتواند اختیار کند، متغیر کمی پیوسته می‌گوییم و در غیر این صورت متغیر کمی گسسته می‌نامیم. متغیر کمی گسسته معمولاً از نوع تعداد است. متغیر کیفی به دو دستهٔ کیفی ترتیبی و اسمی دسته‌بندی می‌شود. متغیر کیفی که در آن نوعی ترتیب طبیعی وجود داشته باشد را متغیر کیفی ترتیبی و در غیر این صورت متغیر کیفی اسمی می‌نامیم.

در متغیرهای «مراحل کشت گیاه»، «ماه تولد» و «میزان تحصیلات» نوعی ترتیب طبیعی وجود دارد. اما در متغیر رشتهٔ تحصیلی ترتیب طبیعی وجود ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴

گروه خونی متغیر کیفی اسمی، جمعیت متغیر کمی گسسته، وزن متغیر کمی پیوسته و مراحل زندگی (نوزادی، کودکی، نوجوانی و ...) متغیر کیفی ترتیبی است.

۲۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

طول دسته: اگر بخواهیم داده‌های آماری را در k دسته با طول یکسان طبقه‌بندی کنیم، آن‌گاه اگر طول دسته‌ها را با C نشان دهیم، داریم:

$$C = \frac{R}{k}$$

در ساختن دسته‌ها، به‌جز دسته آخر، ابتدای تمام دسته‌ها را بسته و انتهای آن‌ها را باز در نظر می‌گیریم و در دسته آخر، ابتدا و انتهای آن را بسته در نظر می‌گیریم.

در دسته‌بندی، داده‌هایی در یک دسته قرار می‌گیرند که از نظر اندازه متغیر مورد مطالعه، تفاوت چندانی با هم ندارند، بنابراین داده‌هایی که در یک دسته قرار می‌گیرند، یکسان در نظر گرفته می‌شوند و مقدار مشترک آن‌ها را مرکز دسته می‌گوییم.

مرکز دسته: در دسته $a \leq x < b$ ، عدد $\frac{a+b}{2}$ را مرکز این دسته می‌گوییم.

نکته: فاصله مرکز دسته از ابتدا و انتهای آن برابر است و این فاصله برابر نصف طول دسته است. بنابراین با داشتن مرکز دسته و طول دسته می‌توان دسته را مشخص کرد. برای این کار اگر مرکز دسته را با $\frac{C}{2}$ جمع و تفریق کنیم، آن‌گاه انتها و ابتدای دسته مشخص می‌شود.

نکته: مرکز دسته‌ها تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت C می‌دهند. اگر x_1 مرکز دسته اول و C طول دسته باشد، آن‌گاه مرکز دسته n ام برابر $x_n = x_1 + (n-1)C$ می‌باشد.

مقدار مشترک داده‌ها در دسته پنجم، همان مرکز دسته پنجم است. ابتدا طول دسته‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$R = ۸۶ - ۶۵ = ۲۱, k = ۷ \Rightarrow C = \frac{R}{k} = \frac{۲۱}{۷} = ۳$$

مرکز دسته اول برابر $x_1 = ۶۵ + \frac{C}{2} = ۶۵ + ۱.۵ = ۶۶.۵$ و مرکز دسته پنجم برابر $x_5 = x_1 + 4C = ۶۶.۵ + ۱۲ = ۷۸.۵$ می‌باشد.

۲۲ (۱) (۲) (۳) (۴)

اگر نصف طول دسته را به مرکز دسته اضافه و کم کنیم، حدود دسته به‌دست می‌آید.

$$C = ۳ \Rightarrow \frac{C}{2} = ۱.۵ \Rightarrow \text{حدود دسته چهارم: } ۲۸ - ۳ \leq x < ۲۸ + ۳ \\ \Rightarrow ۲۵ \leq x < ۳۱$$

۲۳ (۱) (۲) (۳) (۴)

با توجه به دسته اول که به‌صورت $۵ \leq x < ۹$ می‌باشد، طول دسته برابر $C = ۹ - ۵ = ۴$ و مرکز دسته اول برابر $x_1 = \frac{۵+۹}{2} = ۷$ می‌باشد. بنابراین مرکز دسته دوازدهم برابر $x_{12} = x_1 + 11C = ۷ + 44 = ۵۱$ است.

۲۴ (۱) (۲) (۳) (۴)

مرکز دسته سوم برابر $x_3 = ۱۳$ و مرکز دسته هفتم برابر $x_7 = x_3 + 4C = ۲۵$ می‌باشد، داریم: $x_7 = ۲۵ \Rightarrow x_3 + 4C = ۲۵ \Rightarrow ۱۳ + 4C = ۲۵ \Rightarrow 4C = ۱۲ \Rightarrow C = ۳$

۱۶ (۱) (۲) (۳) (۴)

فراوانی نسبی دسته اول با فراوانی f_1 و تعداد کل داده‌های n برابر $\frac{f_1}{n}$ می‌باشد. داریم:

$$f_1 = ۱۴\% = ۰.۱۴, n = ۱۶x + ۲, \text{ فراوانی نسبی, } \\ \Rightarrow ۰.۱۴ = \frac{۲x+1}{۱۶x+2} \Rightarrow \frac{۱۴}{۱۰۰} = \frac{۲x+1}{۱۶x+2} \\ \Rightarrow ۷(۱۶x+2) = ۵۰(۲x+1) \Rightarrow ۱۱۲x + ۱۴ = ۱۰۰x + ۵۰ \\ \Rightarrow ۱۲x = ۳۶ \Rightarrow x = ۳$$

بنابراین فراوانی دسته اول برابر $f_1 = ۲x + 1 = ۷$ می‌باشد.

۱۷ (۱) (۲) (۳) (۴)

مجموع تمام فراوانی‌های نسبی برابر ۱ است. پس:

$$۰.۳ + ۰.۴ + ۰.۲ + x = ۱ \Rightarrow ۰.۹ + x = ۱ \Rightarrow x = ۰.۱$$

فراوانی کل برابر $n = ۸۰$ و فراوانی نسبی گروه خونی O برابر ۰.۱ است، بنابراین: $۰.۱ \times ۸۰ = ۸$ فراوانی گروه خونی O

۱۸ (۱) (۲) (۳) (۴)

تعداد دانش‌آموزان با وزن کم‌تر از ۵۰ کیلوگرم برابر $۸ + ۹ + ۱۲ + ۱۵ = ۴۴$ و تعداد کل دانش‌آموزان برابر $۸ + ۹ + ۱۲ + ۱۵ + ۶ + ۵ = ۵۵$ می‌باشد، بنابراین درصد دانش‌آموزان با وزن کم‌تر از ۵۰ کیلوگرم برابر $۸۰\% = \frac{۴۴}{۵۵} \times ۱۰۰ = \frac{۴}{۵} \times ۱۰۰ = ۸۰\%$ می‌باشد.

۱۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

دامنه تغییرات: اختلاف بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده را دامنه تغییرات می‌گوییم. دامنه تغییرات را با R نشان می‌دهیم. اگر a کوچک‌ترین و b بزرگ‌ترین داده باشد، آن‌گاه: $R = b - a$

بزرگ‌ترین داده $b = ۱۹$ و کوچک‌ترین داده $a = ۱۰$ می‌باشد، بنابراین دامنه تغییرات برابر $R = b - a = ۹$ می‌باشد.

۲۰ (۱) (۲) (۳) (۴)

نکته: اگر داده‌ها را با مقدار ثابت b جمع کنیم، آن‌گاه دامنه تغییرات داده‌های جدید، تغییری نمی‌کند. به عبارت دیگر اگر x_1, \dots, x_n داده‌های آماری با دامنه تغییرات R_x باشند، آن‌گاه دامنه تغییرات داده‌های $x_1 + b, \dots, x_n + b$ نیز برابر R_x است، در واقع $R_{x+b} = R_x$ می‌باشد.

نکته: اگر داده‌های آماری را در عدد ثابت a ضرب کنیم، آن‌گاه دامنه تغییرات داده‌های جدید، $|a|$ برابر دامنه تغییرات داده‌های اولیه خواهد شد. به عبارتی اگر R_x ، دامنه تغییرات داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n باشد، آن‌گاه دامنه تغییرات داده‌های ax_1, \dots, ax_n برابر $|a| R_x$ می‌باشد، یعنی $R_{ax} = |a| R_x$

دامنه تغییرات داده‌های $۵ + ۲x_i$ ، دو برابر دامنه تغییرات داده‌های x_i می‌باشد (جمع عدد ثابت در دامنه تغییرات تأثیری ندارد)، پس:

$$R_{2x+5} = 2R_x, R_{2x+5} = ۶ \Rightarrow 2R_x = ۶ \Rightarrow R_x = ۳ \\ \Rightarrow R_{5x-2} = 5R_x = ۵ \times ۳ = ۱۵$$

۳۰ (۴) (۳) (۲) (۱)

ابتدا دامنه تغییرات داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$R = 28 - 10 = 18, k = 6 \Rightarrow C = \frac{R}{k} = \frac{18}{6} = 3$$

دسته‌ها به صورت زیر است:

$$[10, 13), [13, 16), [16, 19), [19, 22), \dots$$

دسته چهارم به صورت $19 \leq x < 22$ می‌باشد، فراوانی این دسته برابر ۴ و

تعداد کل داده‌ها برابر ۲۵ است، بنابراین فراوانی نسبی این دسته $\frac{4}{25} = 0.16$ می‌باشد.

۳۱ (۴) (۳) (۲) (۱)

فراوانی دسته $[10, 12)$ با مرکز ۱۱ $\frac{10+12}{2} = 11$ برابر x است. از تعریف فراوانی نسبی، مقدار x را به دست می‌آوریم:

$$\frac{f_x}{n} = \frac{x}{9+15+x+10+8} = \frac{x}{42+x}$$

$$= \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow 10x = 3(42+x) \Rightarrow 10x = 3 \times 42 + 3x$$

$$\Rightarrow 7x = 3 \times 42 \Rightarrow x = \frac{3 \times 42}{7} = 18$$

۳۲ (۴) (۳) (۲) (۱)

دسته دوم $[24, 28)$ است پس طول دسته‌ها برابر $4 = 28 - 24 = C$ می‌باشد. دسته‌ها به صورت زیر می‌باشند:

$$[20, 24), [24, 28), [28, 32), [32, 36), \dots$$

۵۵ درصد داده‌ها

فراوانی نسبی دسته وسط 0.15 است، بنابراین 15 درصد داده‌ها در دسته وسط قرار دارند. پس $40 - 15 = 25$ درصد داده‌ها در سه دسته اول قرار می‌گیرند که همگی آن‌ها از 32 کم‌ترند، بنابراین تعداد داده‌های کوچک‌تر از 32 برابر $72 = 0.4 \times 180 = 72$ می‌باشد.

۳۳ (۴) (۳) (۲) (۱)

ابتدا دسته‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$R = 48 - 27 = 21, k = 7 \Rightarrow C = \frac{R}{k} = \frac{21}{7} = 3$$

دسته‌ها به صورت زیر می‌باشند:

$$27 - 30, 30 - 33, 33 - 36, 36 - 39, 39 - 42, 42 - 45, 45 - 48$$

طبق فرض، 28 درصد داده‌ها کم‌تر از 36 و 40 درصد داده‌ها کم‌تر از 39 می‌باشند، بنابراین:

$$\frac{28}{40} \times (27 - 30, 30 - 33, 33 - 36, 36 - 39, \dots)$$

پس $12 = 40 - 28$ درصد داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرند. پس:

$$102 \times \frac{n=75}{100} = 0.12 \times 75 = 9$$

۳۴ (۴) (۳) (۲) (۱)

با توجه به این‌که طبقه اول به صورت $(5, 9]$ می‌باشد، طول دسته‌ها برابر $C = 9 - 5 = 4$ و در نتیجه دسته‌ها به صورت زیر می‌باشند:

$$[5, 9), [9, 13), [13, 17), [17, 21), [21, 25), [25, 29), [29, 33]$$

۲۵ (۴) (۳) (۲) (۱)

دامنه تغییرات $R = 73 - 19 = 54$ می‌باشد. اگر طول دسته‌ها C باشد، آنگاه تعداد دسته‌ها برابر $k = C + 3$ است و داریم:

$$R = Ck \Rightarrow 54 = C(C+3) \Rightarrow C(C+3) = 6 \times 9 \Rightarrow C = 6$$

کران پایین دسته اول 19 و طول دسته برابر 6 می‌باشد، پس مرکز دسته

$$\text{اول } x_1 = 19 + \frac{C}{2} = 22$$

$$x_7 = x_1 + 6C = 22 + 36 = 58 \text{ می‌باشد.}$$

۲۶ (۴) (۳) (۲) (۱)

اگر طول دسته‌های اولیه برابر C باشد، آنگاه $k = 9 \Rightarrow R = Ck = 9C$

از طول دسته‌ها $\frac{1}{4}$ کم شده است و داده‌ها در 10 دسته، دسته‌بندی شده‌اند:

$$C' = C - \frac{1}{4}, k' = 10 \Rightarrow R' = C'k' = (C - \frac{1}{4}) \times 10 = 10C - 5$$

اما $R' = R$ می‌باشد، پس:

$$9C = 10C - 5 \Rightarrow C = 5 \Rightarrow R = 9C = 45$$

۲۷ (۴) (۳) (۲) (۱)

دامنه تغییرات برابر $R = 47 - 17 = 30$ و تعداد دسته‌ها برابر $k = 6$ است، بنابراین طول دسته‌ها برابر $C = \frac{R}{k} = \frac{30}{6} = 5$ می‌باشد. چون

تمام داده‌های اضافه‌شده از 47 کوچک‌ترند، پس بزرگ‌ترین داده هم‌چنان 47 می‌باشد. فرض کنیم کوچک‌ترین داده a باشد، در این صورت:

$$k' = 7, C' = C = 5 \Rightarrow R' = C'k' = 5 \times 7 = 35$$

$$\Rightarrow R' = 47 - a = 35 \Rightarrow a = 12$$

۲۸ (۴) (۳) (۲) (۱)

دامنه تغییرات برابر $R = 51 - 11 = 40$ و تعداد دسته‌ها برابر $k = 10$ می‌باشد، بنابراین طول دسته‌ها برابر $C = \frac{R}{k} = \frac{40}{10} = 4$ می‌باشد. با

توجه به این‌که داده‌های اضافه‌شده کوچک‌تر از 51 و بزرگ‌تر از 11 می‌باشند (تمام داده‌های اضافه‌شده بین 35 و 45 می‌باشند)، پس دامنه

تغییرات داده‌های جدید برابر $R' = 51 - 11 = 40$ می‌باشد و داریم:

$$k' = 8 \Rightarrow C' = \frac{R'}{k'} = \frac{40}{8} = 5$$

بنابراین یک واحد به طول دسته‌ها اضافه می‌شود.

۲۹ (۴) (۳) (۲) (۱)

نکته: اگر فراوانی نسبی داده‌ای را در 100 ضرب کنیم، آنگاه درصد فراوانی نسبی آن داده به دست می‌آید.

تعداد اعضای را که در دسته A_i قرار می‌گیرند، فراوانی دسته A_i می‌گوییم و آن را با f_i نشان می‌دهیم.

اگر f_i فراوانی دسته A_i و تعداد کل داده‌ها n باشد، کسر $\frac{f_i}{n}$ را فراوانی نسبی دسته A_i می‌گوییم.

نکته: اگر فراوانی نسبی دسته A_i را در 100 ضرب کنیم، درصد فراوانی نسبی دسته A_i به دست می‌آید.

در جدول فراوانی مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر 100 است.

در جدول درصد فراوانی نسبی، مجموع همه آن‌ها برابر 100 می‌باشد، پس:

$$10 + 15 + 18 + x + 20 + 12 = 100 \Rightarrow x + 75 = 100 \Rightarrow x = 25$$

بنابراین 25 درصد کل داده‌ها، یعنی $0.25 \times 120 = 30$ داده در دسته چهارم قرار دارد.

فراوانی نسبی دسته وسط، یعنی دسته $(۳۷, ۳۴]$ برابر $\frac{۱}{۲}$ می‌باشد، پس ۲۰ درصد داده‌ها در دسته وسط قرار دارند. پس $۶۵ = ۲۰ + ۴۵$ درصد داده‌ها کم‌تر از ۳۷ می‌باشند. بنابراین $۷۸ = ۱۲ \times \frac{۶۵}{۱۰۰}$ داده کوچک‌تر از ۳۷ می‌باشد.

۳۹ (۴ ۳ ۲ ۱)

دامنه تغییرات $R = ۵۲ - ۳۱ = ۲۱$ و تعداد دسته‌ها برابر $k = ۷$ می‌باشد، بنابراین طول دسته‌ها برابر $\frac{R}{k} = \frac{۲۱}{۷} = ۳$ می‌باشد. با توجه به این‌که کوچک‌ترین داده، ۳۱ می‌باشد، دسته‌ها به صورت زیر می‌باشند:

$$\underbrace{[۳۱, ۳۴)}, \underbrace{[۳۴, ۳۷)}, \underbrace{[۳۷, ۴۰)}, \underbrace{[۴۰, ۴۳)}, \underbrace{[۴۳, ۴۶)}, \dots$$

↓
۳۷ درصد داده‌ها دسته وسط ۴۸ درصد داده‌ها

بنابراین $۱۵ = (۳۷ + ۴۸) - ۱۰۰$ درصد داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرند. بنابراین فراوانی دسته وسط برابر $\frac{۱۲}{۱۵} = ۰.۸$ می‌باشد.

۴۰ (۴ ۳ ۲ ۱)

مرکز دسته $(۱۸/۵, ۲۱/۵)$ برابر $\frac{۱۸/۵ + ۲۱/۵}{۲} = ۲۰$ می‌باشد. با توجه به جدول فراوانی داده‌شده، داریم:

$$۴۰ = ۵ + ۸ + ۱۲ + ۹ + ۶ = \text{تعداد کل داده‌ها}$$

فراوانی دسته $(۱۸/۵, ۲۱/۵)$ با مرکز ۲۰ (دسته سوم)، برابر ۱۲ است.

بنابراین $۳۰ = ۱۰۰ \times \frac{۱۲}{۴۰}$ درصد داده‌ها در دسته سوم قرار دارند.

۴۱ (۴ ۳ ۲ ۱)

فرض کنیم فراوانی دسته وسط f و مجموع فراوانی سایر دسته‌ها برابر x باشد، در این صورت تعداد کل داده‌ها برابر $f + x$ و فراوانی نسبی دسته وسط برابر $\frac{f}{f+x}$ است، داریم:

$$\frac{f}{f+x} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow ۶f = f+x \Rightarrow x = ۵f \quad (*)$$

اگر فراوانی دسته وسط را دو برابر و فراوانی سایر دسته‌ها را چهار برابر کنیم، آن‌گاه فراوانی جدید دسته وسط $۲f$ و مجموع فراوانی‌های جدید سایر دسته‌ها برابر $۴x$ می‌شود، بنابراین:

$$\text{فراوانی نسبی جدید دسته وسط} = \frac{۲f}{۴x+۲f} \stackrel{(*)}{=} \frac{۲f}{۴(۵f)+۲f}$$

$$= \frac{۲f}{۲۲f} = \frac{۱}{۱۱}$$

۴۲ (۴ ۳ ۲ ۱)

تعداد کل داده‌ها برابر $۴۸ = ۱۰ + ۱۳ + ۹ + ۱۱ + ۵$ است.

با حذف ۳ داده، تعداد کل داده‌های جدید برابر $۴۵ = ۴۸ - ۳ = n$ می‌شود. طول دسته‌ها برابر $C = ۴$ است. بنابراین با توجه به مرکز دسته‌ها، دسته‌ها به صورت زیر خواهند بود $(\frac{C}{۲} = ۲)$:

$$[۹-۲, ۹+۲), [۱۱, ۱۵), [۱۵, ۱۹), \dots$$

پس داده‌های ۱۲ و ۱۴ از دسته دوم حذف می‌شوند و در نتیجه فراوانی جدید دسته دوم برابر $۹ = ۱۱ - ۲ = f_۲$ و فراوانی نسبی آن

$$\frac{f_۲}{n} = \frac{۹}{۴۵} = \frac{۱}{۵} \times \frac{۲}{۲} = ۰.۲ \text{ خواهد شد.}$$

فراوانی نسبی دسته وسط $\frac{۱۵}{۱۰۰} = ۰.۱۵$ می‌باشد، پس:

$$n = ۶۰ \Rightarrow f_۲ = n \times ۰.۱۵ = ۶۰ \times ۰.۱۵ = ۹$$

$$[۵, ۹), [۹, ۱۳), [۱۳, ۱۷), [۱۷, ۲۱), [۲۱, ۲۵), \dots$$

۲۲ داده اضافه شده است. ۸ داده اضافه شده است.

۳۰ داده اضافه شده است که هیچ‌یک در دسته وسط قرار نمی‌گیرند، بنابراین فراوانی دسته وسط همان ۹ و تعداد کل داده‌ها برابر $۹۰ = ۶۰ + ۳۰$ است. بنابراین:

$$\text{فراوانی نسبی جدید دسته وسط} = \frac{۹}{۹۰} = ۰.۱$$

۳۵ (۴ ۳ ۲ ۱)

فرض کنیم فراوانی اولیه دسته وسط برابر f باشد، در این صورت فراوانی نسبی دسته وسط برابر $\frac{f}{۱۲}$ می‌باشد. با اضافه شدن ۳۰ داده جدید، تعداد کل داده‌ها $۱۵۰ = ۱۲۰ + ۳۰$ و با اضافه شدن ۱۲ داده به دسته وسط، فراوانی جدید دسته وسط $f + ۱۲$ و در نتیجه فراوانی نسبی جدید دسته وسط $\frac{f+۱۲}{۱۵۰}$ می‌شود. از طرفی اختلاف بین فراوانی‌های نسبی قدیم و جدید دسته وسط $\frac{۱}{۲} = ۰.۵$ است، پس:

$$\frac{f}{۱۲۰} - \frac{f+۱۲}{۱۵۰} = \frac{۲}{۱۰۰} \xrightarrow{\times ۶۰۰} ۵f - ۴(f+۱۲) = ۱۲$$

$$\Rightarrow f - ۴۸ = ۱۲ \Rightarrow f = ۶۰$$

۳۶ (۴ ۳ ۲ ۱)

طول دسته‌ها برابر $C = ۴$ است. با توجه به مرکز دسته‌ها، جدول به صورت زیر درمی‌آید:

$$\text{حدود دسته} = [x_i - \frac{C}{۲}, x_i + \frac{C}{۲})$$

حدود دسته	۷-۱۱	۱۱-۱۵	۱۵-۱۹	۱۹-۲۳	۲۳-۲۷
فراوانی	۸	۱۴	x	۳x	۲۱

تعداد داده‌های کم‌تر از ۱۹ برابر $۲۲ + x = ۸ + ۱۴ + x$ و تعداد کل داده‌ها برابر $۴۳ + ۴x = ۴۳ + ۱۴ + x + ۳x + ۲۱$ است. می‌دانیم ۴۰ درصد داده‌ها کم‌تر از ۱۹ می‌باشند، پس:

$$\frac{۲۲+x}{۴۳+۴x} \times ۱۰۰ = ۴۰ \Rightarrow ۵(۲۲+x) = ۲(۴۳+۴x)$$

$$\Rightarrow ۱۱۰ + ۵x = ۸۶ + ۸x \Rightarrow ۱۱۰ - ۸۶ = ۸x - ۵x$$

$$\Rightarrow ۳x = ۲۴ \Rightarrow x = ۸$$

در نتیجه فراوانی دسته $(۱۹, ۲۳)$ برابر $۳x = ۲۴$ می‌باشد.

۳۷ (۴ ۳ ۲ ۱)

اگر فراوانی مطلق دسته وسط f باشد، آن‌گاه فراوانی نسبی دسته وسط برابر $\frac{f}{۸۰}$ می‌باشد. فرض کنیم از ۲۰ داده جدید اضافه شده، n تای آن‌ها در

دسته وسط قرار گیرد. در این صورت فراوانی نسبی جدید دسته وسط برابر $\frac{f+n}{۱۰۰} = \frac{f+n}{۸۰+۲۰}$ می‌باشد. طبق فرض این دو عدد با هم برابرند، پس:

$$\frac{f}{۸۰} = \frac{f+n}{۱۰۰} \Rightarrow ۵f = ۴(f+n) = ۴f + ۴n$$

$$\Rightarrow f = ۴n \Rightarrow \frac{n}{f} = \frac{۱}{۴}$$

۳۸ (۴ ۳ ۲ ۱)

با توجه به دسته اول که به صورت $۲۲-۲۵$ می‌باشد، طول دسته‌ها برابر ۳ است. دسته‌ها به صورت زیر خواهند بود:

$$[۲۲, ۲۵), [۲۵, ۲۸), [۲۸, ۳۱), [۳۱, ۳۴), [۳۴, ۳۷), \dots$$

۴۵ درصد داده‌ها

با توجه به نمودار، $\frac{2}{5}$ قسمت از 10° قسمت مربوط به کشتی‌گیران است، بنابراین 25 درصد ورزشکاران، کشتی‌گیر می‌باشند، داریم:

$$3 = 120 \times 25\% = \text{تعداد کشتی‌گیران}$$

۴۷ (۱) (۲) (۳) (۴)

مجموع زوایای مرکزی در نمودار دایره‌ای برابر 360° است:

$$99^\circ = 360^\circ - 261^\circ \Rightarrow \alpha = 99^\circ$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} \times 100 = \frac{99^\circ}{360^\circ} \times 100 = 27.5\%$$

بنابراین قاره با زاویه مرکزی α ، 27.5% درصد گندم را تولید می‌کند.

۴۸ (۱) (۲) (۳) (۴)

مجموع فراوانی‌های نسبی برابر 1 است، بنابراین:

$$0.2 + x + 0.25 + 0.18 + 0.17 = 1 \Rightarrow x = 0.2$$

مرکز دسته $(21, 24)$ ، $\frac{21+24}{2} = 22.5$ می‌باشد. فراوانی نسبی این دسته برابر 0.2 و در نتیجه اندازه زاویه متناسب با این دسته در نمودار دایره‌ای برابر $72^\circ = 0.2 \times 360^\circ$ می‌باشد.

۴۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

مجموع اندازه‌های زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای برابر 360° است. پس داریم:

$$360^\circ = 304^\circ + x \Rightarrow x = 56^\circ$$

اگر f تعداد دانش‌آموزان گروه D باشد، آن‌گاه:

$$\frac{f}{n} \times 360^\circ = 56^\circ \xrightarrow{n=180} \frac{f}{180} \times 360^\circ = 56^\circ \Rightarrow f = 28$$

۵۰ (۱) (۲) (۳) (۴)

ابتدا طول دسته‌ها و سپس دسته‌ها را با اطلاعات داده‌شده مشخص می‌کنیم:

$$R = 26 - 5 = 21, k = 7 \Rightarrow C = \frac{R}{k} = \frac{21}{7} = 3$$

$$[5, 8), [8, 11), [11, 14), [14, 17), \dots$$

۲۵ درصد داده‌ها ۴۰ درصد داده‌ها

پس $35 = 100 - (25 + 40)$ درصد داده‌ها در دسته سوم قرار دارند و در نتیجه فراوانی نسبی دسته سوم 0.35 است. بنابراین اندازه زاویه مرکزی متناظر با آن برابر است با:

$$126^\circ = 0.35 \times 360^\circ = \text{فراوانی نسبی}$$

۵۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

اگر فراوانی دسته A برابر f باشد، آن‌گاه طبق فرض، فراوانی دسته‌های C ، B و D به ترتیب $2f$ ، $3f$ و $4f$ می‌باشد، بنابراین اندازه زاویه مرکزی متناسب با دسته B برابر است با:

$$\frac{\text{فراوانی } B}{\text{مجموع فراوانی‌ها}} \times 360^\circ = \frac{2f}{f + 2f + 3f + 4f} \times 360^\circ = \frac{1}{5} \times 360^\circ = 72^\circ$$

۴۳ (۱) (۲) (۳) (۴)

با توجه به جدول فراوانی داده‌ها، فراوانی دسته وسط برابر $f_4 = X$ و فراوانی کل داده‌ها برابر $n = 90$ می‌باشد. از طرفی فراوانی نسبی دسته وسط برابر 0.2 می‌باشد، پس:

$$0.2 = \frac{f_4}{n} \Rightarrow f_4 = 0.2 \times 90 = 18 \Rightarrow X = 18$$

بنابراین فراوانی مطلق دسته پنجم برابر است با:

$$y = 90 - (8 + 9 + 8 + 18 + 9 + 23) = 15$$

۴۴ (۱) (۲) (۳) (۴)

نکته: نمودار میله‌ای روی دو محور عمود بر هم نشان داده می‌شود. محور افقی، داده‌ها و محور عمودی بر حسب فراوانی می‌باشد. نمودار میله‌ای برای مقایسه فراوانی داده‌ها است.

فراوانی نسبی داده D برابر $0.12 = \frac{a}{50}$ است. بنابراین:

$$a = 50 \times 0.12 = 6 \quad (*)$$

از طرفی مجموع بلندی‌ها (فراوانی‌ها) در نمودار میله‌ای برابر 50 است، پس:

$$8 + 7 + b + a + 13 = 50 \xrightarrow{(*)} 34 + b = 50 \Rightarrow b = 16$$

$$\Rightarrow b - a = 16 - 6 = 10$$

۴۵ (۱) (۲) (۳) (۴)

نکته: نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب است. در این نمودار، مستطیل‌هایی رسم می‌کنیم که قاعده آن‌ها روی محور X ها و برابر طول هر یک از دسته‌ها است و ارتفاع آن‌ها به موازات محور Y ها و متناسب با فراوانی است.

ارتفاع مستطیل، متناظر با فراوانی دسته است. طبق فرض 30 درصد داده‌ها در دسته وسط قرار دارند، بنابراین:

$$\frac{f_3}{n} \times 100 = 30 \Rightarrow \frac{x}{9 + 15 + x + 10 + 8} \times 100 = 30 \Rightarrow \frac{10x}{42 + x} = 3$$

$$\Rightarrow 10x = 3 \times 42 + 3x \Rightarrow 7x = 3 \times 42 \Rightarrow x = \frac{3 \times 42}{7} = 18$$

۴۶ (۱) (۲) (۳) (۴)

نکته: برای رسم نمودار دایره‌ای، ابتدا دایره را به 10 قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم که هر قسمت نشان‌دهنده 10 درصد کل دایره است. سپس با توجه به فراوانی نسبی یا درصد فراوانی نسبی هر داده، همان قسمت از دایره را رنگ می‌کنیم. نمودار دایره‌ای را می‌توان بر حسب زاویه‌های مرکزی و به صورت زیر نیز نمایش داد:

برای رسم نمودار دایره‌ای، دایره‌ای به شعاع دلخواه را به چند قطاع تقسیم می‌کنیم به طوری که اندازه زاویه مرکزی هر یک از این قسمت‌ها متناسب با فراوانی آن قسمت باشد. بنابراین اندازه زاویه مرکزی نظیر داده X_i برابر است با:

$$\alpha_i = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ = \text{فراوانی نسبی داده } X_i \times 360^\circ$$

مجموع زاویه‌های مرکزی در نمودار دایره‌ای برابر 360° است. از نمودار دایره‌ای برای نمایش هر نوع متغیری استفاده می‌کنیم. اما برای متغیرهای کیفی مناسب‌تر است.

۵۸ (۴ ۳ ۲ ۱)

مجموع تمام درصد فراوانی نسبی‌ها برابر ۱۰۰ است. بنابراین:

$$۱۷ + ۲۰/۵ + ۲۲ + x + ۱۸ = ۱۰۰ \Rightarrow x = ۱۰۰ - ۷۷/۵ = ۲۲/۵$$

بنابراین ۲۲/۵ درصد داده‌ها در دسته چهارم قرار دارند. پس فراوانی نسبی دسته چهارم برابر ۲۲۵٪ و در نتیجه اندازه زاویه مرکزی متناظر با دسته چهارم در نمودار دایره‌ای برابر $۸۱^\circ = ۲۲۵ \times ۳۶^\circ$ می‌باشد.

۵۹ (۴ ۳ ۲ ۱)

فراوانی مطلق دسته وسط x و تعداد کل داده‌ها برابر ۶۰ می‌باشد. اندازه زاویه مرکزی دسته وسط برابر $۳۶^\circ \times \frac{x}{۶۰}$ می‌باشد. داریم:

$$\frac{x}{۶۰} \times ۳۶^\circ = ۹^\circ \Rightarrow ۴x = ۶۰ \Rightarrow x = ۱۵$$

مجموع فراوانی‌ها برابر ۶۰ است، پس داریم:

$$۶ + ۱۱ + x + y + ۱۲ = ۶۰ \xrightarrow{x=15} ۴۴ + y = ۶۰ \Rightarrow y = ۱۶$$

۶۰ (۴ ۳ ۲ ۱)

نکته: در نمودار بافت‌نگاشت اگر وسط اضلاع بالایی (وسط مستطیل‌ها) را به هم وصل کنیم و همچنین دو دسته فرضی قبل از اولین دسته و بعد از آخرین دسته روی محور x ها انتخاب کرده و نمودار خط شکسته را به آن‌ها وصل کنیم، نمودار چندبر فراوانی بافت‌نگاشت به دست می‌آید.

در نمودار چندبر فراوانی، اعداد واقع بر محور افقی همان مرکز دسته‌ها می‌باشند.

۶۱ (۴ ۳ ۲ ۱)

از نمودار چندبر فراوانی برای داده‌های کمی پیوسته استفاده می‌کنیم. تعداد کلاس‌ها یک متغیر کمی گسسته است.

۶۲ (۴ ۳ ۲ ۱)

با توجه به دسته اول، طول دسته‌ها برابر $C = ۱۵ - ۹ = ۶$ و مرکز دسته اول برابر $x_1 = \frac{۹+۱۵}{۲} = ۱۲$ می‌باشد. در رسم نمودار چندبر فراوانی تکمیل شده، یک دسته با فراوانی صفر به ابتدای دسته‌ها اضافه می‌کنیم. پس مرکز این دسته برابر $C = ۶ - x_1$ می‌باشد. می‌دانیم طول نقاط در نمودار چندبر فراوانی، مرکز دسته‌ها می‌باشند. پس طول نقاط اول و دوم در نمودار ۶ و ۱۲ هستند.

۶۳ (۴ ۳ ۲ ۱)

محور افقی در نمودار چندبر فراوانی، مرکز دسته‌ها می‌باشد. با توجه به اعداد روی محور افقی، طول دسته‌ها برابر ۳ و مرکز دسته دوم برابر ۱۶/۵ می‌باشد (دسته به مرکز ۱/۵ و با فراوانی صفر را در رسم نمودار اضافه می‌کنیم)، بنابراین کران پایین دسته دوم برابر است با:

$$a_2 = x_2 - \frac{C}{۲} = ۱۶/۵ - ۱/۵ = ۱۵$$

۶۴ (۴ ۳ ۲ ۱)

نکته: مناسب‌ترین نمودار برای داده‌های پیوسته، نمودار چندبر فراوانی است.

۵۲ (۴ ۳ ۲ ۱)

اگر اندازه زاویه مرکزی متناظر با قسمت نامعلوم، α باشد، آن‌گاه:

$$\alpha + ۷^\circ + ۷۵^\circ + ۱۰^\circ + ۳۵^\circ = ۳۶^\circ \Rightarrow \alpha = ۸^\circ$$

از ۳۶° کل، ۸° مربوط به قسمت نامعلوم است، بنابراین تعداد کل کارکنان شرکت برابر است با:

$$۳۲ = \frac{۸^\circ}{۳۶^\circ} \times n \Rightarrow n = \frac{۹ \times ۳۲}{۲} = ۱۴۴$$

بنابراین تعداد کارکنان با گروه خونی B برابر است با:

$$\frac{۷۵^\circ}{۳۶^\circ} \times ۱۴۴ = ۳۰$$

۵۳ (۴ ۳ ۲ ۱)

جدول فراوانی نمودار بافت‌نگاشت داده‌شده به صورت زیر است:

دسته‌ها	۱۲-۱۵	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴
فراوانی	۱۳	۲۱	۱۷	۹

با حذف داده ۱۴ از دسته اول و دو داده ۱۶ از دسته دوم، جدول به صورت مقابل درمی‌آید:

دسته‌ها	۱۲-۱۵	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴
فراوانی	۱۲	۱۹	۱۷	۹

در جدول اخیر، اندازه بزرگ‌ترین زاویه مرکزی مربوط به دسته دوم است و اندازه آن برابر است با:

$$\frac{f_2}{n} \times ۳۶^\circ = \frac{۱۹}{۱۲+۱۹+۱۷+۹} \times ۳۶^\circ = \frac{۱۹}{۵۷} \times ۳۶^\circ = \frac{۱}{۳} \times ۳۶^\circ = ۱۲^\circ$$

۵۴ (۴ ۳ ۲ ۱)

مجموع اندازه زوایای مرکزی در نمودار دایره‌ای برابر ۳۶° است:

$$\alpha + ۷^\circ + ۱^\circ + ۸^\circ + ۶۵^\circ = ۳۶^\circ \Rightarrow \alpha = ۳۶^\circ - ۲۲۵^\circ = ۱۳۵^\circ$$

درصد گروه سنی با زاویه مرکزی α برابر است با:

$$\frac{۱۳۵^\circ}{۳۶^\circ} \times ۱۰۰ = \frac{۳}{۸} \times ۱۰۰ = ۳۷/۵$$

۵۵ (۴ ۳ ۲ ۱)

اندازه زاویه مرکزی مربوط به کارکنان ارشد در نمودار دایره‌ای برابر است با:

$$\frac{\text{تعداد کارکنان ارشد}}{\text{تعداد کل کارکنان}} \times ۳۶^\circ = \frac{۱۲}{۳۰+۹۰+۱۸۰+۱۲۰+۳۰} \times ۳۶^\circ = \frac{۱۲}{۴۵} \times ۳۶^\circ = ۲۴ \times ۴ = ۹۶^\circ$$

۵۶ (۴ ۳ ۲ ۱)

مجموع اندازه زاویه‌های مرکزی مربوط به تمام کدها در نمودار دایره‌ای

برابر ۳۶° است. بنابراین: $۲۷^\circ + ۴۵^\circ + ۹۹^\circ + \alpha + ۵۴^\circ + ۱۸^\circ = ۳۶^\circ \Rightarrow ۲۴۳^\circ + \alpha = ۳۶^\circ \Rightarrow \alpha = ۳۶^\circ - ۲۴۳^\circ = ۱۱۷^\circ$

بنابراین $\frac{۱۱۷}{۳۶} = \frac{۱۳}{۴}$ از کل داده‌ها با کد ۴ می‌باشند. بنابراین:

$$۴ \text{ فراوانی کد } ۴ = \frac{۱۳}{۴} \times ۱۶۰ = ۵۲$$

۵۷ (۴ ۳ ۲ ۱)

اندازه زاویه مرکزی متناظر با استان A برابر است با:

$$\frac{f_A}{n} \times ۳۶^\circ = \frac{۴}{۱+۲/۵+۳+۴+۴/۵+۵} \times ۳۶^\circ = \frac{۴}{۲۰} \times ۳۶^\circ = ۷۲^\circ$$

$$\bar{X}_7 = \frac{x_{10} + x_{11} + \dots + x_{25}}{16} = 17$$

$$\Rightarrow B = x_{10} + \dots + x_{25} = 16 \times 17 = 272$$

اگر \bar{X} میانگین این ۲۵ داده آماری باشد، آن‌گاه:

$$\bar{X} = \frac{A+B}{25} = \frac{108+272}{25} = \frac{380}{25} = 15.2$$

۶۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۷۰

می‌دانیم سه داده از هجده داده به صورت ۱۰، ۱۹، ۱۹ می‌باشند، از طرفی میانگین هجده داده آماری ۱۹، ۱۹، ۱۰، x_1, \dots, x_{15} برابر ۲۱ است. بنابراین:

$$\bar{X} = 21 = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{(x_1 + \dots + x_{15}) + 10 + 19 + 19}{18}$$

$$\Rightarrow (x_1 + \dots + x_{15}) + 48 = 18 \times 21 = 378$$

$$\Rightarrow x_1 + \dots + x_{15} = 378 - 48 = 330$$

$$\text{میانگین پانزده داده باقی‌مانده} = \frac{x_1 + \dots + x_{15}}{15} = \frac{330}{15} = 22$$

۶۶ ۴ ۳ ۲ ۱ ۷۱

فرض کنیم n داده با میانگین ۱۵ حذف شده‌اند. داریم:

$$15 = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow A = x_1 + \dots + x_n = 15n$$

میانگین ۳۰ داده آماری $x_1, \dots, x_{n+1}, x_n, \dots, x_3, x_2$ برابر ۱۴ می‌باشد، پس:

$$14 = \frac{\overbrace{x_1 + \dots + x_n}^A + \overbrace{x_{n+1} + \dots + x_3}^B}{30}$$

$$\Rightarrow A + B = 30 \times 14 = 420 \Rightarrow B = 420 - A = 420 - 15n$$

مجموع داده‌های باقی‌مانده برابر B و تعداد آن‌ها $30 - n$ می‌باشد، پس

$$13/75 = \frac{B}{30 - n} \Rightarrow (30 - n) \times 13/75 = 420 - 15n$$

$$\Rightarrow 412/5 - 13/75n = 420 - 15n \Rightarrow 1/25n = 7/5 \Rightarrow n = 6$$

۷۲ ۴ ۳ ۲ ۱ ۷۳

میانگین ۴ داده x_1, x_2, x_3, x_4 برابر \bar{X} است، بنابراین مجموع این ۴ داده برابر $4\bar{X} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = A$ می‌باشد. میانگین ۴ داده جدید برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{مجموع} &= \frac{(x_1 + 2x_2) + (x_2 + 2x_3) + (x_3 + 2x_4) + (x_4 + 2x_1)}{4} \\ &= \frac{3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)}{4} = \frac{3A}{4} = \frac{3 \times 4\bar{X}}{4} = 3\bar{X} \end{aligned}$$

۷۳ ۴ ۳ ۲ ۱ ۷۴

نکته: اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر \bar{X} باشد، آن‌گاه میانگین داده‌های $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ برابر $a\bar{X} + b$ است.

فرض کنیم میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۵۷ باشد، در این صورت میانگین داده‌های $x_1 - 12, x_2 - 12, \dots, x_n - 12$ برابر $45 = 57 - 12$ خواهد بود. اگر داده‌های جدید را سه برابر کنیم، آن‌گاه میانگین نیز سه برابر، یعنی $135 = 3 \times 45$ می‌شود.

۶۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۶۵

در نمودار چندبر فراوانی، محور افقی مرکز دسته‌ها و محور عمودی فراوانی مطلق می‌باشد. با توجه به فاصله بین اعداد در محور افقی، طول دسته‌ها برابر ۳ می‌باشد. جدول فراوانی نمودار چندبر فراوانی داده‌شده به صورت زیر می‌باشد:

حدود دسته	۲۲/۵-۲۵/۵	۲۵/۵-۲۸/۵	۲۸/۵-۳۱/۵	۳۱/۵-۳۴/۵	۳۴/۵-۳۷/۵
فراوانی	۹	۱۱	۱۲	۱۰	۸

از دو داده اضافه‌شده فقط ۲۹ در دسته وسط قرار دارد که با اضافه کردن آن فراوانی دسته وسط برابر ۱۳ و فراوانی کل برابر $52 = 9 + 11 + 12 + 10 + 8 + 2$ می‌شود. پس درصد فراوانی نسبی دسته وسط داده‌های جدید برابر $25 = \frac{13}{52} \times 100$ می‌باشد.

۶۶ ۴ ۳ ۲ ۱ ۶۶

در نمودار چندبر درصد فراوانی نسبی، طول نقاط، مرکز دسته‌ها و عرض نقاط، درصد فراوانی نسبی دسته‌ها می‌باشند. پس مرکز دو دسته متوالی ۲۳ و ۲۷ هستند که در نتیجه طول دسته‌ها برابر $4 = 27 - 23 = C$ می‌باشد. بنابراین حدود دسته با مرکز ۲۷ به صورت $(25, 29) = [27 - \frac{C}{2}, 27 + \frac{C}{2}]$ می‌باشد. از طرفی ۱۸ درصد داده‌ها در این دسته قرار دارند (عرض نقطه)، پس فراوانی این دسته برابر $81 = 0.18 \times 450$ می‌باشد.

۶۷ ۴ ۳ ۲ ۱ ۶۷

تعداد داده‌ها برابر ۱۰ است. ده داده داده‌شده را با هم جمع می‌کنیم و حاصل را بر ۱۰ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{27 + 26 + 25 + 24 + 23 + 22 + 21 + 20}{10} \\ &= \frac{10 \times 20 + (7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)}{10} \\ &= \frac{200 + 28}{10} = \frac{228}{10} = 22.8 \end{aligned}$$

۶۸ ۴ ۳ ۲ ۱ ۶۸

نکته: حاصل تقسیم مجموع داده‌ها بر تعداد داده‌ها را میانگین داده‌ها می‌گوییم.

حاصل تقسیم مجموع ۵ داده a, a, a, a, a و $a+1$ بر ۵ برابر $\frac{5a}{5}$ است، بنابراین:

$$\frac{a + a + a + a + (a + 1)}{5} = \frac{5a + 1}{5} \Rightarrow \frac{5a}{5} = \frac{5a + 1}{5}$$

$$\Rightarrow 2(5a + 1) = 15a \Rightarrow 5a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{5} (*)$$

بنابراین میانگین ۵ داده $a, a+1, a+2, a+3, a+4$ برابر است با:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) + (a + 4)}{5} = \frac{5a + 10}{5} \\ &= \frac{5(a + 2)}{5} = a + 2 \stackrel{(*)}{=} \frac{2}{5} + 2 = \frac{12}{5} \end{aligned}$$

۶۹ ۴ ۳ ۲ ۱ ۶۹

اگر ۲۵ داده آماری به صورت $x_1, x_2, \dots, x_9, x_{10}, \dots, x_{25}$ باشد، آن‌گاه:

$$\bar{X}_1 = \frac{x_1 + \dots + x_9}{9} = 12 \Rightarrow A = x_1 + \dots + x_9 = 9 \times 12 = 108$$

$$\bar{X} = \frac{۲(۳) + ۴(۵) + ۳(۷) + ۱(۹)}{۲ + ۴ + ۳ + ۱} = \frac{۶ + ۲۰ + ۲۱ + ۹}{۱۰} = \frac{۵۶}{۱۰} = ۵٫۶$$

۷۹ (۴ ۳ ۲ ۱)

میانگین فرضی داده‌ها را $y = ۱۸$ در نظر می‌گیریم. میانگین داده‌های $x_i - ۱۸$ را به دست می‌آوریم (A). میانگین جدول جدید برابر صفر می‌شود:

$x_i - ۱۸$	-۱۱	-۶	-۱	۴	۹
f	۲	۵	۸	a	۴

$$A = \frac{۲(-۱۱) + ۵(-۶) + ۸(-۱) + a(۴) + ۴(۹)}{۲ + ۵ + ۸ + a + ۴} = ۰$$

$$\Rightarrow \text{صورت کسر} = ۰ \Rightarrow ۴a - ۲۴ = ۰ \Rightarrow a = ۶$$

مرکز دسته (۲۴/۵, ۱۹/۵) برابر ۲۲ است، داریم:

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته چهارم} = \frac{a}{\text{مجموع فراوانی‌ها}} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۶}{۲ + ۵ + ۸ + ۶ + ۴} \times ۱۰۰ = ۲۴$$

۸۰ (۴ ۳ ۲ ۱)

فرض کنیم میانگین داده‌های جدول \bar{X} باشد، اگر داده‌ها را سه برابر و سپس ۲ واحد از آن کم کنیم، آن‌گاه میانگین داده‌های جدید برابر $۳\bar{X} - ۲$ می‌شود، داریم:

$$۳\bar{X} - ۲ = ۴۰ \Rightarrow ۳\bar{X} = ۴۲ \Rightarrow \bar{X} = ۱۴$$

پس میانگین داده‌های جدول برابر ۱۴ است. با به دست آوردن مرکز دسته‌ها، داریم:

مرکز دسته	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷
فراوانی	۵	a	۴	۶

$$\Rightarrow ۱۴ = \frac{۵ \times ۱۱ + ۱۳a + ۴ \times ۱۵ + ۶ \times ۱۷}{۵ + a + ۴ + ۶} \Rightarrow \frac{۱۳a + ۲۱۷}{۱۵ + a} = ۱۴$$

$$\Rightarrow ۱۳a + ۲۱۷ = ۲۱۰ + ۱۴a \Rightarrow a = ۷$$

۸۱ (۴ ۳ ۲ ۱)

با حذف دو داده ۱۸ و ۲۲ از دسته‌های سوم و پنجم، جدول فراوانی داده‌ها به صورت زیر درمی‌آید:

مرکز دسته	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲
فراوانی	۴	۶	۴	۸	۳

فرض کنیم $y = ۱۸$ میانگین حدسی داده‌ها باشد، با مشخص کردن $x - ۱۸$ داریم:

$x - ۱۸$	-۴	-۲	۰	۲	۴
f	۴	۶	۴	۸	۳

میانگین جدول جدید برابر است با:

$$\Rightarrow A = \frac{۴(-۴) + ۶(-۲) + ۴(۰) + ۸(۲) + ۳(۴)}{۴ + ۶ + ۴ + ۸ + ۳} = ۰$$

$$\Rightarrow \bar{X} = y + A = ۱۸ + ۰ = ۱۸$$

۸۲ (۴ ۳ ۲ ۱)

مجموع ۴ درس با ضریب ۱ و با میانگین ۱۵/۵ برابر است با:

$$A = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = ۴ \times ۱۵/۵ = ۶۲$$

اگر نمره ۴ درس پنجم با ضریب ۲ برابر x_5 باشد، آن‌گاه:

$$۱۶/۵ = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5}{۴ + ۲} \Rightarrow ۶۲ + 2x_5 = ۶ \times ۱۶/۵ = ۹۹$$

$$\Rightarrow 2x_5 = ۳۷ \Rightarrow x_5 = ۱۸/۵$$

۷۴ (۴ ۳ ۲ ۱)

فرض کنیم میانگین داده‌های x_i : $i = 1, 2, \dots, n$ برابر \bar{X} باشد، در این صورت میانگین داده‌های $2x_i + 1$: $i = 1, \dots, n$ برابر $2\bar{X} + 1$ است و داریم:

$$2\bar{X} + 1 = ۲۵ \Rightarrow 2\bar{X} = ۲۴ \Rightarrow \bar{X} = ۱۲ \Rightarrow \bar{Y} = 4\bar{X} + 1 = 4 \times ۱۲ + 1 = ۴۹$$

۷۵ (۴ ۳ ۲ ۱)

نکته: برای محاسبه میانگین داده‌های جدول فراوانی به صورت

x	x_1	x_2	\dots	x_k
f	f_1	f_2	\dots	f_k

$$\bar{X} = \frac{f_1 x_1 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$

روش سریع برای محاسبه میانگین: برای آن‌که در محاسبه میانگین با اعداد بزرگ دچار خطا نشویم و یا محاسبه راحت باشد، می‌توانیم عددی دلخواه را به عنوان میانگین حدسی (y) انتخاب و سپس میانگین حدسی را از داده‌ها کم کنیم ($x_i - y$)، میانگین داده‌های حاصل را به دست می‌آوریم (A)، در این صورت میانگین واقعی (\bar{X}) برابر است با:

$$\bar{X} = y + A$$

توجه کنیم که A می‌تواند عددی منفی، صفر و یا مثبت باشد.

با توجه به گزینه‌ها، میانگین فرضی را $y = ۹$ در نظر می‌گیریم و $x - ۹$ را به دست می‌آوریم:

$x - ۹$	-۲	-۱	۰	۱	۲
f	۸	۱۶	۲۰	۲۴	۱۲

میانگین داده‌های جدول اخیر برابر است با:

$$A = \frac{۸(-۲) + ۱۶(-۱) + ۲۰(۰) + ۲۴(۱) + ۱۲(۲)}{۸ + ۱۶ + ۲۰ + ۲۴ + ۱۲} = \frac{۱۶}{۸۰} = \frac{۱}{۵} = ۰٫۲$$

پس میانگین واقعی برابر $\bar{X} = y + A = ۹ + ۰٫۲ = ۹٫۲$ می‌باشد.

۷۶ (۴ ۳ ۲ ۱)

میانگین فرضی را $y = ۱۲۳$ در نظر می‌گیریم و $x - ۱۲۳$ را به دست می‌آوریم:

$x - ۱۲۳$	-۱۳	-۷	-۱	۵	۱۱
f	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰

میانگین داده‌های جدول اخیر برابر است با:

$$A = \frac{۵(-۱۳) + ۸(-۷) + ۱۵(-۱) + ۱۲(۵) + ۱۰(۱۱)}{۵ + ۸ + ۱۵ + ۱۲ + ۱۰} = \frac{۳۴}{۵۰} = ۰٫۶۸$$

بنابراین میانگین واقعی برابر $\bar{X} = y + A = ۱۲۳/۶۸$ می‌باشد.

۷۷ (۴ ۳ ۲ ۱)

فرض کنیم ۱۴ میانگین فرضی نمرات باشد. $x - ۱۴$ را به دست می‌آوریم:

$x - ۱۴$	-۴	-۲	۰	۱	۳	۴
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

میانگین جدول جدید را به دست می‌آوریم:

$$\text{میانگین} = \frac{۵(-۴) + ۸(-۲) + ۷(۰) + ۱۰(۱) + ۶(۳) + ۴(۴)}{۵ + ۸ + ۷ + ۱۰ + ۶ + ۴} = \frac{۸}{۴۰} = ۰٫۲$$

میانگین داده‌های اولیه $= ۱۴ + ۰٫۲ = ۱۴٫۲$

۷۸ (۴ ۳ ۲ ۱)

مرکز هر دسته را به دست می‌آوریم:

مرکز دسته (x)	۳	۵	۷	۹
فراوانی (f)	۲	۴	۳	۱

۸۷

با اضافه کردن ۱/۵ واحد به داده‌ها، میانگین جدید برابر ۱۰ می‌شود، پس میانگین داده‌ها برابر ۸/۵ = ۱۰ - ۱/۵ می‌باشد. مرکز دسته‌ها را به دست آورده و میانگین جدول را برابر ۸/۵ قرار می‌دهیم:

$$\begin{array}{c|cccc} x & 3 & 7 & 11 & 15 \\ f & 4 & 5 & a & 3 \end{array} \Rightarrow 8/5 = \frac{4(3) + 5(7) + a(11) + 3(15)}{4 + 5 + a + 3}$$

$$\Rightarrow 8/5 = \frac{92 + 11a}{12 + a} \Rightarrow 8/5(a + 12) = 92 + 11a$$

$$\Rightarrow 8/5a + 10.2 = 92 + 11a \Rightarrow 2/5a = 10 \Rightarrow a = 4$$

۸۸

مجموع انحراف از میانگین تمام داده‌ها برابر صفر است:

$$f_1(x_1 - \bar{X}) + f_2(x_2 - \bar{X}) + \dots + f_k(x_k - \bar{X}) = 0$$

$$\Rightarrow 5(-4) + 11(-2) + 9(-1) + 4(0) + 8(1) + x(2) + 3(3) = 0$$

$$\Rightarrow -20 - 22 - 9 + 8 + 2x + 9 = 0 \Rightarrow 2x = 34 \Rightarrow x = 17$$

بنابراین فراوانی مطلق دسته ششم برابر ۱۷ می‌باشد.

۸۹

جدول فراوانی نمودار بافت‌نگاشت به صورت زیر است:

مرکز دسته (x)	5	7	9	11	13
فراوانی (f)	5	8	10	7	2

فرض کنیم میانگین فرضی ۹ = y باشد. با تشکیل x - 9، میانگین جدول جدید را به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c|ccccc} x-9 & -4 & -2 & 0 & 2 & 4 \\ f & 5 & 8 & 10 & 7 & 2 \end{array}$$

$$A = \frac{5(-4) + 8(-2) + 10(0) + 7(2) + 2(4)}{5 + 8 + 10 + 7 + 2} = \frac{-14}{32} = -0.4375$$

$$\bar{X} = y + A = 9 - 0.4375 = 8.5625$$

بنابراین میانگین واقعی برابر ۸/۵۶۲۵ می‌باشد.

۹۰

جدول فراوانی نمودار بافت‌نگاشت داده شده به صورت زیر است (محور x ها حدود دسته و محور عمودی فراوانی دسته‌ها می‌باشند):

حدود دسته	9-11	11-13	13-15	15-17	17-19
f	8	11	16	14	11

مرکز دسته وسط ۱۴ می‌باشد. میانگین فرضی را ۱۴ = y در نظر می‌گیریم و با به دست آوردن مرکز دسته‌ها، x - 14 را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{array}{c|ccccc} x & 10 & 12 & 14 & 16 & 18 \\ x-14 & -4 & -2 & 0 & 2 & 4 \\ f & 8 & 11 & 16 & 14 & 11 \end{array}$$

$$A = \frac{8(-4) + 11(-2) + 16(0) + 14(2) + 11(4)}{8 + 11 + 16 + 14 + 11} = \frac{18}{60} = 0.3$$

بنابراین میانگین واقعی برابر ۱۴/۳ = ۱۴ + ۰/۳ = ۱۴ می‌باشد.

۹۱

با توجه به نمودار میله‌ای، داریم:

تعداد کل داده‌ها = ۱۲ + ۱۸ + ۳۵ + ۱۰ + ۲۵ = ۱۰۰

$$\text{میانگین داده‌ها} = \frac{12 \times 7 + 18 \times 12 + 35 \times 13 + 10 \times 17 + 25 \times 19}{100} = \frac{1400}{100} = 14$$

۸۳

ضریب هر درس به منزله فراوانی و نمره کل آزمون عمومی همان میانگین خواهد بود. فرض کنیم درصد درس زبان انگلیسی برابر a باشد، در این صورت:

$$58 = \frac{4(65) + 2(52) + 3(70) + 2(a)}{4 + 2 + 3 + 2} = \frac{2a + 574}{11}$$

$$\Rightarrow 2a + 574 = 11 \times 58 \Rightarrow 2a = 638 - 574 = 64 \Rightarrow a = 32$$

۸۴

نکته: مجموع انحراف از میانگین تمام داده‌ها برابر صفر است:

$$f_1(x_1 - \bar{X}) + \dots + f_k(x_k - \bar{X}) = 0$$

طبق جدول داریم:

$$5(-3) + 7(-1) + 4(1) + x(3) + 3(5) = 0$$

$$\Rightarrow -3 + 3x = 0 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین فراوانی نسبی دسته چهارم برابر

$$\frac{f_4}{n} = \frac{x}{5 + 7 + 4 + x + 3} \quad \frac{x=1}{20} \times \frac{5}{5} = 0.05 \text{ می‌باشد.}$$

۸۵

ابتدا از روی حدود دسته‌ها، مرکز دسته‌ها را به دست می‌آوریم. میانگین فرضی را ۲۱ = y (با توجه به گزینه‌ها) در نظر می‌گیریم و ۲۱ - x را به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c|ccccc} x & 15 & 19 & 23 & 27 & 31 \\ f & 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} x-21 & -6 & -2 & 2 & 6 & 10 \\ f & 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{array}$$

میانگین داده‌های جدول اخیر را به دست می‌آوریم:

$$A = \frac{3(-6) + 4(-2) + 5(2) + 2(6) + 1(10)}{3 + 4 + 5 + 2 + 1} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4$$

بنابراین میانگین واقعی داده‌ها برابر ۲۱/۴ = ۲۱ + ۰/۴ = ۲۱ می‌باشد.

۸۶

نکته: اگر n تعداد کل داده‌ها و f_i فراوانی داده x_i باشد، آن‌گاه

عدد فراوانی نسبی داده x_i است و داریم:

$$\bar{X} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_kx_k}{n}$$

$$= \left(\frac{f_1}{n}\right)x_1 + \left(\frac{f_2}{n}\right)x_2 + \dots + \left(\frac{f_k}{n}\right)x_k$$

فراوانی نسبی داده x₁ فراوانی نسبی داده x₂ فراوانی نسبی داده x_k

پس برای محاسبه میانگین از روی جدول فراوانی نسبی، فراوانی‌های نسبی را در x_i ها ضرب می‌کنیم و سپس با هم جمع می‌کنیم (حاصل را بر هیچ عددی تقسیم نمی‌کنیم).

مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر ۱۰۰ است:

$$15 + 30 + 25 + a = 100 \Rightarrow a = 30$$

فراوانی نسبی هر دسته را مشخص می‌کنیم و سپس با استفاده از آن میانگین به دست می‌آوریم:

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱
فراوانی نسبی	۰/۱۵	۰/۳	۰/۲۵	۰/۳

$$\text{میانگین} = 0.15 \times 12 + 0.3 \times 15 + 0.25 \times 18 + 0.3 \times 21 = 17.1$$

x	x_1	x_2	\dots	x_k
f	f_1	f_2	\dots	f_k

نکته: اگر جدول فراوانی داده‌ها به صورت $\frac{x}{f}$ باشد، با محاسبه میانگین جدول (\bar{X}) ، از فرمول زیر برای محاسبه واریانس استفاده می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{X})^2 + f_2(x_2 - \bar{X})^2 + \dots + f_k(x_k - \bar{X})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^k f_i(x_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

هم‌چنین مانند میانگین، برای محاسبه واریانس جدول فراوانی داده‌های دسته‌بندی‌شده، از مرکز دسته به جای x_i استفاده می‌کنیم.

$x - 5$ را به دست می‌آوریم. واریانس داده‌های جدید با واریانس داده‌های اولیه با هم برابر است:

$x - 5$	-4	-2	0	2	4
f	2	7	3	5	3

$$\bar{x} = \frac{2(-4) + 7(-2) + 3(0) + 5(2) + 3(4)}{2 + 7 + 3 + 5 + 3} = \frac{0}{20} = 0$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{2(-4-0)^2 + 7(-2-0)^2 + 3(0-0)^2 + 5(2-0)^2 + 3(4-0)^2}{2 + 7 + 3 + 5 + 3}$$

$$= \frac{32 + 28 + 0 + 48}{20} = \frac{128}{20} = 6.4$$

۱۰۳

$x - 18$ را به دست می‌آوریم. واریانس داده‌های جدید با واریانس داده‌های اولیه برابر می‌باشد:

$x - 18$	-6	-3	0	3	6
f	4	3	9	7	2

$$\bar{x} = \frac{4(-6) + 3(-3) + 9(0) + 7(3) + 2(6)}{4 + 3 + 9 + 7 + 2} = \frac{0}{25} = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{4(-6-0)^2 + 3(-3-0)^2 + 9(0-0)^2 + 7(3-0)^2 + 2(6-0)^2}{25}$$

$$= \frac{144 + 27 + 63 + 72}{25} = \frac{306}{25} = 12.24$$

۱۰۴

از آن‌جا که میانگین جدول ۱۶ است، پس با محاسبه $x - 16$ ، میانگین جدول جدید باید صفر باشد:

$x - 16$	-4	-2	0	2	4
f	5	7	10	a	3

$$\text{میانگین} = \frac{5(-4) + 7(-2) + 10(0) + 2a + 3(4)}{5 + 7 + 10 + a + 3} = 0$$

$$\Rightarrow -20 - 14 + 2a + 12 = 0 \Rightarrow 2a = 22 \Rightarrow a = 11$$

واریانس جدول جدید با واریانس جدول اولیه برابر است. با توجه به این‌که میانگین جدول جدید برابر صفر است، داریم:

$$\sigma^2 = \frac{5(-4-0)^2 + 7(-2-0)^2 + 10(0-0)^2 + 11(2-0)^2 + 3(4-0)^2}{5 + 7 + 10 + 11 + 3}$$

$$= \frac{80 + 28 + 44 + 48}{36} = \frac{200}{36} = \frac{50}{9} \approx 5.55$$

۱۰۰

مد، داده‌ای با بیش‌ترین فراوانی است. چون تمام داده‌ها یک بار تکرار شده‌اند، پس x باید با یکی از این داده‌ها برابر باشد تا مد برابر x شود. طبق فرض، مد و میانگین با هم برابرند. پس:

$$\frac{63 + 70 + 66 + 50 + 77 + 65 + 64 + x}{8} = x \Rightarrow 455 + x = 8x$$

$$\Rightarrow 7x = 455 \Rightarrow x = 65$$

اگر ۶۵، میانه داده‌ها باشد، آن‌گاه $x = 65$ جواب است و در غیر این صورت، نشدنی است. برای تعیین میانه، داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۵۰، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۵، ۶۶، ۷۰، ۷۷

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانگین دو داده وسط، یعنی ۶۵ و ۶۵ برابر میانه خواهد بود:

$$\text{میانه} = \frac{65 + 65}{2} = 65$$

پس $x = 65$ قابل قبول است.

۱۰۱

نکته: میانگین مجذور انحرافات از میانگین داده‌ها را واریانس داده‌ها می‌گوییم و آن را با σ^2 نشان می‌دهیم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

داده ۱۴ با فراوانی ۳، مد داده‌ها می‌باشد. با حذف داده ۱۴، داده‌های باقی‌مانده به صورت روبه‌رو می‌باشند: ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۲، ۱۰، ۹، ۱۱

میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 13 + 12 + 10 + 9 + 11}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

واریانس داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(7-10)^2 + (8-10)^2 + 2(9-10)^2 + 2(10-10)^2}{10}$$

$$+ \frac{2(11-10)^2 + (12-10)^2 + (13-10)^2}{10} = \frac{9 + 4 + 2 + 2 + 4 + 9}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

۱۰۲

نکته: اگر داده‌ها را با عدد ثابتی جمع کنیم، واریانس آن‌ها تغییری نمی‌کند و اگر داده‌ها را در عدد ثابتی ضرب کنیم، واریانس آن‌ها در مجذور این عدد ضرب خواهد شد. با بیان ریاضی، اگر واریانس داده‌های x_1, \dots, x_n برابر σ_x^2 باشد، آن‌گاه واریانس داده‌های $x_1 + b, \dots, x_n + b$ برابر σ_x^2 و واریانس داده‌های ax_1, \dots, ax_n برابر $a^2 \sigma_x^2$ خواهد بود و در حالت کلی داریم:

$$\sigma_{ax+b}^2 = a^2 \sigma_x^2$$

$$\sigma^2 = 0.1 \times (8 - 16)^2 + 0.25 \times (12 - 16)^2 + 0.2 \times (16 - 16)^2 + 0.45 \times (20 - 16)^2 = 6.4 + 4 + 0 + 7.2 = 17.6$$

۱۰۹ (۴ ۳ ۲ ۱)

میانگین و واریانس داده‌های a ، $a+2$ ، $a+4$ ، $a+6$ را به دست می‌آوریم و آن‌ها را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\bar{x}_1 = \frac{0 + 2 + 4 + 6}{4} = 3$$

$$\Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{(0-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (6-3)^2}{4} = \frac{9+1+1+9}{4} = 5$$

میانگین واقعی $a+3$ و واریانس واقعی همان ۵ است. داریم:

$$a+3=5 \Rightarrow a=2$$

داده‌های جدید: $2, 4, 6, 8, 10 \xrightarrow{-6} -4, -2, 0, 2, 4$

$$\Rightarrow \bar{x}_2 = \frac{-4 - 2 + 0 + 2 + 4}{5} = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_2^2 = \frac{(-4)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 2^2 + 4^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

۱۱۰ (۴ ۳ ۲ ۱)

از روی نمودار بافت نگاشت، جدول فراوانی داده‌ها، شامل مرکز دسته و فراوانی را مشخص می‌کنیم:

مرکز دسته (x)	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
فراوانی (f)	۴	۳	۵	۵	۳

۱۵-x را به دست می‌آوریم. واریانس داده‌های جدید با واریانس داده‌های اولیه برابر است:

۱۵-x	-4	-2	0	2	4
f	4	3	5	5	3

$$\bar{x} = \frac{4(-4) + 3(-2) + 5(0) + 5(2) + 3(4)}{4+3+5+5+3} = \frac{0}{20} = 0$$

واریانس داده‌ها با میانگین صفر، برابر است با:

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{4(-4-0)^2 + 3(-2-0)^2 + 5(0-0)^2 + 5(2-0)^2 + 3(4-0)^2}{20} = \frac{64+12+0+48}{20} = \frac{124}{20} = 7.2$$

۱۱۱ (۴ ۳ ۲ ۱)

در نمودار چندبهر فراوانی، محور افقی، محور دسته و محور عمودی، فراوانی داده‌ها می‌باشند. فرض کنیم میانگین فرضی داده‌ها برابر ۷ باشد، جدول فراوانی با $x-7$ را تشکیل می‌دهیم:

x-7	-4	-2	0	2	4
f	2	7	8	5	3

$$\text{میانگین} = \frac{2(-4) + 7(-2) + 8(0) + 5(2) + 3(4)}{2+7+8+5+3} = \frac{0}{25} = 0$$

واریانس جدول با میانگین صفر برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{2(-4-0)^2 + 7(-2-0)^2 + 8(0-0)^2 + 5(2-0)^2 + 3(4-0)^2}{25} = \frac{32+28+0+48}{25} = \frac{108}{25} = 4.32$$

۱۰۵ (۴ ۳ ۲ ۱)

طبق جدول تعداد داده‌ها برابر $3+2+6+3+2+5+1=22$ است. میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم برابر میانه است. ششمین داده، چارک اول و هفدهمین داده، چارک سوم است. داریم $Q_1 = a_6 = 13$ ، بنابراین:

$$Q_3 - Q_1 = 17 \Rightarrow Q_3 - 13 = 17 \Rightarrow Q_3 = 30$$

طبق جدول، $a = 30$ است و جدول به صورت زیر خواهد شد:

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۰	۳۱
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۱	۵

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{22} = \frac{3 \times 11 + 2 \times 12 + \dots + 5 \times 31}{22} = 19$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{3(11-19)^2 + 2(12-19)^2 + \dots + 5(31-19)^2}{22} = 72$$

با اضافه کردن ۴ واحد به داده‌ها واریانس تغییر نمی‌کند.

۱۰۶ (۴ ۳ ۲ ۱)

تعداد داده‌ها برابر $3+2+6+3+1+1+5+1=22$ است.

میانگین یازدهمین و دوازدهمین داده، میانه داده‌ها است. طبق میانه و داده‌ها در جدول و فراوانی آن‌ها، داده a باید برابر ۱۳ باشد، پس جدول به صورت زیر در می‌آید:

داده	-6	-2	-1	0	12	13	14
فراوانی	1	2	3	4	6	7	5

$$\bar{x} = \frac{2(-6) + 2(-2) + 7(-1) + 3(0) + 1(12) + 1(13) + 5(14)}{22} = 3$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{2(-6-3)^2 + 2(-2-3)^2 + 7(-1-3)^2 + 3(0-3)^2 + 1(12-3)^2 + 1(13-3)^2 + 5(14-3)^2}{22} = \frac{1218}{22} = 55.36$$

۱۰۷ (۴ ۳ ۲ ۱)

مرکز دسته‌ها را به دست می‌آوریم:

x	6	8	10	12	14
f	3	2	a	6	1

مرکز دسته سوم برابر ۱۰ می‌باشد. $x-10$ را به دست می‌آوریم. واریانس جدول جدید نیز برابر ۶ خواهد بود.

x-10	-4	-2	0	2	4
f	3	2	a	6	1

$$\bar{x} = \frac{3(-4) + 2(-2) + a(0) + 6(2) + 1(4)}{3+2+a+6+1} = \frac{0}{a+12} = 0$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{3(-4-0)^2 + 2(-2-0)^2 + a(0-0)^2 + 6(2-0)^2 + 1(4-0)^2}{a+12} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{48+8+24+16}{a+12} = 6 \Rightarrow 96 = 6a + 72 \Rightarrow 6a = 24 \Rightarrow a = 4$$

بنابراین فراوانی دسته سوم برابر $a = 4$ می‌باشد.

۱۰۸ (۴ ۳ ۲ ۱)

مجموع فراوانی‌های نسبی برابر ۱ می‌باشد:

$$0.1 + 0.25 + 0.2 + \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0.45$$

میانگین و واریانس جدول را از روی فراوانی نسبی به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = 0.1 \times 8 + 0.25 \times 12 + 0.2 \times 16 + 0.45 \times 20 = 0.8 + 3 + 3.2 + 9 = 16$$

$$\Rightarrow 64 = \frac{A}{25} + \frac{(15-30)^2 + (45-30)^2 + (50-30)^2}{25}$$

$$\Rightarrow 25 \times 64 = A + 400 + 225 + 225 + 400 \Rightarrow A = 1600 - 1250 = 350$$

چون میانگین چهار داده حذف شده برابر ۳۰ است $(\frac{10+15+45+50}{4} = 30)$ پس میانگین ۲۱ داده باقی مانده نیز برابر ۳۰ خواهد بود. پس واریانس ۲۱ داده باقی مانده برابر است با:

$$\frac{(x_1-30)^2 + (x_2-30)^2 + \dots + (x_{21}-30)^2}{21} = \frac{350}{21} = \frac{50}{3} = 16.66$$

۱۱۶

میانگین سه داده اضافه شده برابر ۲۵ $\frac{20+27+28}{3}$ می باشد و با توجه به این که میانگین ۱۸ داده اولیه نیز برابر ۲۵ می باشد، پس میانگین ۲۱ داده حاصل برابر ۲۵ می شود.

از طرفی داریم:

$$\sigma = 3 \Rightarrow \sigma^2 = 9 = \frac{(x_1-25)^2 + \dots + (x_{18}-25)^2}{18}$$

$$\Rightarrow A = (x_1-25)^2 + \dots + (x_{18}-25)^2 = 9 \times 18 = 162$$

بنابراین واریانس ۲۱ داده $x_1, x_2, \dots, x_{18}, 20, 27$ و 28 ، با میانگین ۲۵ برابر است با:

$$\frac{A}{21} = \frac{(x_1-25)^2 + \dots + (x_{18}-25)^2 + (20-25)^2 + (27-25)^2 + (28-25)^2}{21}$$

$$= \frac{A + 25 + 4 + 9}{21} = \frac{162 + 38}{21} = \frac{200}{21} \approx 9.52$$

۱۱۷

یکی از داده های آماری با میانگین (\bar{X}) برابر است. بنابراین ۲۶ داده آماری به صورت x_1, \dots, x_{25} و \bar{X} می باشند. داریم:

$$\sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4 = \frac{A}{26} + (\bar{X} - \bar{X})^2$$

$$\Rightarrow \frac{A}{26} = 4 \Rightarrow A = 4 \times 26 = 104 (*)$$

با حذف \bar{X} ، میانگین ۲۵ داده باقی مانده نیز برابر \bar{X} خواهد ماند و در نتیجه واریانس ۲۵ داده آماری x_1, \dots, x_{25} با میانگین \bar{X} برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{A}{25} + (\bar{X} - \bar{X})^2 (*) = \frac{104}{25} = 4.16$$

۱۱۲

نکته: اگر انحراف معیار، واریانس و ضریب تغییرات داده ها صفر باشد، آن گاه داده ها همگی با هم برابرند.

انحراف معیار داده های $a-1, b, c+2, d$ و 18 برابر صفر است، پس این داده ها همگی با هم برابرند. بنابراین:

$$a-1 = b = c+2 = d = 18 \Rightarrow a = 19, b = d = 18, c = 16$$

میانگین داده های $a, b+1, c, d-4$ و 19 برابر است با:

$$\bar{X} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{5} = \frac{17}{5} = 17/4$$

۱۱۳

اگر واریانس داده های آماری برابر صفر باشد، آن گاه داده ها همگی با هم برابر و در نتیجه میانگین داده ها نیز برابر همین داده های مساوی خواهد شد.

با اضافه کردن داده های $16, 24$ و 26 به یازده داده اولیه، میانگین تغییر نکرده است، پس میانگین یازده داده اولیه با میانگین این سه عدد، یعنی

$$\frac{24+16+26}{3} = 22$$

یازده داده برابر ۲۲ می باشند:

داده ها	۲۲	۱۶	۲۴	۲۶
فراوانی	۱۱	۱	۱	۱

$$\sigma^2 = \frac{11(22-22)^2 + 1(16-22)^2 + 1(24-22)^2 + 1(26-22)^2}{14}$$

$$= \frac{36+4+16}{14} = 4 \Rightarrow \sigma = 2$$

۱۱۴

میانگین دو داده 12 و 18 برابر $\frac{12+18}{2} = 15$ می باشد. چون میانگین هشت داده اولیه نیز برابر 15 می باشد، پس میانگین 10 داده حاصل نیز برابر 15 خواهد بود. واریانس هشت داده اولیه برابر 4 است، پس:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1-15)^2 + \dots + (x_8-15)^2}{8} = 4$$

$$\Rightarrow (x_1-15)^2 + \dots + (x_8-15)^2 = 32 (*)$$

بنابراین واریانس 10 داده $x_1, \dots, x_8, 12, 18$ با میانگین 15 برابر است با:

$$\frac{(x_1-15)^2 + \dots + (x_8-15)^2 + (12-15)^2 + (18-15)^2}{10}$$

$$\frac{32+9+9}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

۱۱۵

25 داده آماری که چهارتای آن ها $10, 15, 45$ و 50 می باشد، دارای میانگین 30 و انحراف معیار 8 می باشند. بنابراین داریم:

$$x_1, x_2, \dots, x_{21}, 10, 15, 45, 50$$

$$\sigma = 8 \Rightarrow \sigma^2 = 64$$

۱۲۱ (۴ ۳ ۲ ۱)

میانگین فرضی را 10 در نظر می‌گیریم و $x_i - 10$ را تشکیل می‌دهیم:

$x_i - 10$	-۲	-۱	۰	۱	۲
f_i	۳	۲	۱۲	۶	۱

$$\text{میانگین جدول} = \frac{3(-2) + 2(-1) + 12(0) + 6(1) + 1(2)}{3 + 2 + 12 + 6 + 1} = \frac{0}{24} = 0$$

بنابراین میانگین واقعی برابر $10 + 0 = 10$ می‌باشد. از طرفی انحراف معیار جدول اخیر با انحراف معیار جدول اولیه برابر است، بنابراین:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{3(-2-0)^2 + 2(-1-0)^2 + 12(0-0)^2 + 6(1-0)^2 + 1(2-0)^2}{24} \\ &= \frac{12 + 2 + 6 + 6 + 4}{24} = 1 \Rightarrow \sigma = 1 \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{1}{10} = 0.1 \end{aligned}$$

۱۲۲ (۴ ۳ ۲ ۱)

۴۴ واحد از داده‌ها کم شده است، بنابراین اگر به میانگین جدول جدید، ۴۴ واحد اضافه کنیم، میانگین واقعی به دست می‌آید. واریانس جدول جدید با واریانس داده‌های اولیه برابر می‌باشد:

$$\text{میانگین جدول جدید} = \frac{4(-3) + 7(-1) + 5(1) + 3(3) + 1(5)}{4 + 7 + 5 + 3 + 1} = \frac{0}{20} = 0$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{4(-3-0)^2 + 7(-1-0)^2 + 5(1-0)^2 + 3(3-0)^2 + 1(5-0)^2}{20}$$

$$= \frac{100}{20} = 5$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{5} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{5}}{44} \approx 0.05$$

۱۲۳ (۴ ۳ ۲ ۱)

فرض کنیم ضریب تغییرات داده‌های آماری x_1, \dots, x_n با میانگین \bar{X} و انحراف معیار σ برابر 0.08 باشد، بنابراین:

$$\frac{\sigma}{\bar{X}} = 0.08 \Rightarrow \sigma = 0.08\bar{X} \quad (*)$$

اگر به هر داده 5 واحد اضافه کنیم، میانگین داده‌های جدید برابر است با میانگین داده‌های اولیه به علاوه 5 و انحراف معیار تغییری نمی‌کند، پس:

$\sigma =$ انحراف معیار جدید، $\bar{X} + 5 =$ میانگین جدید

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{X} + 5} \stackrel{(*)}{=} \frac{0.08\bar{X}}{\bar{X} + 5} = 0.075$$

$$\Rightarrow \frac{0.08\bar{X}}{\bar{X} + 5} = \frac{0.075}{1.000} \Rightarrow \frac{0.08\bar{X}}{1.000(\bar{X} + 5)} = \frac{0.075}{1.000} \Rightarrow 80\bar{X} = 75\bar{X} + 5 \times 75$$

$$\Rightarrow 5\bar{X} = 5 \times 75 \Rightarrow \bar{X} = 75$$

۱۲۴ (۴ ۳ ۲ ۱)

فرض کنیم 50 داده آماری به صورت x_1, \dots, x_{50} باشد. در این صورت:

$$x_1, \dots, x_{50} \Rightarrow \bar{X} = 3, \sigma = 1$$

باید میانگین و انحراف معیار داده‌های $1 - 2x_1, \dots, 1 - 2x_{50}$ را به دست آوریم. داریم:

$$\bar{X}' = 2\bar{X} - 1 = 2(3) - 1 = 5, \sigma' = \sigma_{2x-1} = 2\sigma = 2$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma'}{\bar{X}'} = \frac{2}{5} = 0.4$$

۱۱۸ (۴ ۳ ۲ ۱)

فرض کنیم میانگین هر دو گروه داده‌های $\{x_1, \dots, x_{12}\}$ و $\{y_1, \dots, y_{24}\}$ برابر \bar{X} باشد. داریم:

$$\sigma_1^2 = 12/6 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{12} - \bar{X})^2}{12}$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{12} - \bar{X})^2 = 151/2 \quad (1)$$

$$\sigma_2^2 = 7/2 = \frac{(y_1 - \bar{X})^2 + \dots + (y_{24} - \bar{X})^2}{24}$$

$$\Rightarrow (y_1 - \bar{X})^2 + \dots + (y_{24} - \bar{X})^2 = 24 \times 7/2 = 172/8 \quad (2)$$

چون میانگین هر دو گروه با هم برابرند، پس میانگین 36 داده x_1, \dots, x_{12} و y_1, \dots, y_{24} برابر \bar{X} می‌باشد و داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{12} - \bar{X})^2 + (y_1 - \bar{X})^2 + \dots + (y_{24} - \bar{X})^2}{12 + 24}$$

$$= \frac{151/2 + 172/8}{36} = \frac{324}{36} = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

۱۱۹ (۴ ۳ ۲ ۱)

نکته: ضریب تغییرات که آن را با نماد CV نشان می‌دهیم عبارت است از خارج قسمت تقسیم انحراف معیار بر میانگین، پس:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}$$

ابتدا میانگین و انحراف معیار داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\text{میانگین داده‌ها} = \bar{X} = \frac{5 \times 10 + 4 \times 11 + 7 \times 14}{5 + 4 + 7} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{5(10-12)^2 + 4(11-12)^2 + 7(14-12)^2}{5 + 4 + 7} = \frac{4 \times 13}{16} = \frac{13}{4}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{12} = \frac{\sqrt{13}}{24} \approx 0.15$$

۱۲۰ (۴ ۳ ۲ ۱)

ابتدا میانگین و سپس واریانس داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\bar{X} = \frac{5 + 7 + 3 \times 8 + 2 \times 10}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(5-8)^2 + (7-8)^2 + 3(8-8)^2 + 2(10-8)^2}{7} = \frac{18}{7}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{18}{7}} = 3\sqrt{\frac{2}{7}}$$

ضریب تغییرات داده‌ها برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{3\sqrt{\frac{2}{7}}}{8} = \frac{3 \times 0.5345}{8} \approx 0.20$$

۱۳۰ (۴ ۳ ۲ ۱)

ابتدا میانگین و انحراف معیار داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را به دست می‌آوریم:

$$\bar{X} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\sigma_x^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\Rightarrow \sigma_x = \sqrt{2} \approx 1.4$$

داده‌های u_i از ضرب عدد ثابت ۱۲ در X_i و جمع کردن با عدد ثابت ۶ به دست می‌آیند، پس:

$$\bar{u} = 12\bar{X} + 6 = 12 \times 3 + 6 = 42, \quad \sigma_u = 12\sigma_x = 12 \times 1.4$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma_u}{\bar{u}} = \frac{12 \times 1.4}{42} = \frac{16.8}{42} = 0.4$$

۱۳۱ (۴ ۳ ۲ ۱)

میانگین نمرات هر دو کارگر را به دست می‌آوریم:

$$\bar{X}_A = \frac{15+14+15+16+17+19}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

$$\bar{X}_B = \frac{16+14+17+14+17+18}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

هر چه واریانس کوچک‌تر باشد، نشان‌دهنده آن است که داده‌ها به هم نزدیک‌تر و در نتیجه دقت عمل بیشتر است:

$$\sigma_A^2 = \frac{(14-16)^2 + 2(15-16)^2 + (16-16)^2 + (17-16)^2 + (19-16)^2}{6}$$

$$= \frac{4+2+0+1+9}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{2(14-16)^2 + (16-16)^2 + 2(17-16)^2 + (18-16)^2}{6}$$

$$= \frac{8+0+2+4}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

واریانس B کم‌تر و در نتیجه دقت عمل کارگر B بیشتر است.

۱۳۲ (۴ ۳ ۲ ۱)

هر یک دارای ضریب تغییرات کم‌تری باشد، دقت عمل بیشتر دارد.

$$A: 12, 13, 14, 15, 16 \Rightarrow \bar{X} = \frac{12+13+14+15+16}{5} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{(12-14)^2 + (13-14)^2 + (14-14)^2 + (15-14)^2 + (16-14)^2}{5} = 2$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{2}}{14}$$

$$B: 11/5, 13, 15/5, 16, 16/5$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{11/5 + 13 + 15/5 + 16 + 16/5}{5} = 14/5$$

$$\sigma^2 = \frac{(11/5 - 14/5)^2 + (13 - 14/5)^2 + (15/5 - 14/5)^2}{5}$$

$$+ \frac{(16 - 14/5)^2 + (16/5 - 14/5)^2}{5}$$

$$= \frac{18/5}{5} = 3.7 \Rightarrow CV = \frac{\sqrt{3.7}}{14/5}$$

ضریب تغییرات کارگر A عددی کوچک‌تر است، پس دقت عمل کارگر A بهتر است.

۱۲۵ (۴ ۳ ۲ ۱)

با اضافه کردن مقدار ثابت به داده‌های اولیه، میانگین اولیه با همان مقدار ثابت جمع می‌شود ولی انحراف معیار تغییر نمی‌کند. بنابراین اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های X_1, \dots, X_n به ترتیب ۳ و $1/2$ باشند، آن‌گاه میانگین و انحراف معیار داده‌های $X_1 + 9, \dots, X_n + 9$ به ترتیب $12 = 3 + 9$ و $1/2$ خواهند شد. پس ضریب تغییرات داده‌ها برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{1/2}{12} = 0.1$$

۱۲۶ (۴ ۳ ۲ ۱)

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های X_1, \dots, X_n به ترتیب \bar{X} و σ باشند، آن‌گاه با اضافه کردن مقدار ثابت \bar{X} به داده‌ها، میانگین داده‌های جدید با اضافه کردن مقدار \bar{X} به میانگین اولیه (\bar{X}) به دست می‌آید و انحراف معیار تغییری نمی‌کند. بنابراین:

$$CV_1 = \frac{\sigma}{\bar{X}}, \quad CV_2 = \frac{\sigma}{\bar{X} + \bar{X}} = \frac{\sigma}{2\bar{X}} \Rightarrow \frac{CV_2}{CV_1} = \frac{2\bar{X}}{\sigma} = \frac{1}{2}$$

۱۲۷ (۴ ۳ ۲ ۱)

اگر میانگین و انحراف معیار ۲۰ داده آماری X_1, \dots, X_{20} به ترتیب \bar{X} و σ باشند، آن‌گاه میانگین و انحراف معیار داده‌های $2X_1 - 7, \dots, 2X_{20} - 7$ به ترتیب $2\bar{X} - 7$ و 2σ می‌باشند. داریم:

$$CV_1 = \frac{\sigma}{\bar{X}}, \quad CV_2 = \frac{2\sigma}{2\bar{X} - 7}$$

طبق فرض $CV_2 = 1.5 CV_1$ می‌باشد، پس:

$$\frac{2\sigma}{2\bar{X} - 7} = 1.5 \times \frac{\sigma}{\bar{X}} \Rightarrow 2\bar{X} = 1.5(2\bar{X} - 7)$$

$$\Rightarrow 2\bar{X} = 3\bar{X} - 10.5 \Rightarrow \bar{X} = 10.5$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_{20}}{20} = 10.5 \Rightarrow X_1 + \dots + X_{20} = 20 \times 10.5 = 210$$

۱۲۸ (۴ ۳ ۲ ۱)

ضریب تغییرات داده‌های X_1, \dots, X_n برابر $1/2$ است، پس:

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{X}_1} = 1/2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{6}{5} \bar{X}_1 \quad (*)$$

با اضافه کردن \bar{X}_1 (میانگین) به داده‌های اولیه، داده‌های جدید به صورت زیر می‌باشند:

$$X_1 + \bar{X}_1, X_2 + \bar{X}_1, \dots, X_n + \bar{X}_1$$

$$\bar{X}_2 = \bar{X}_1 + \bar{X}_1 = 2\bar{X}_1, \quad \sigma_2 = \sigma_1$$

$$\Rightarrow CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{X}_2} = \frac{\sigma_1}{2\bar{X}_1} \stackrel{(*)}{=} \frac{6}{5} \frac{\bar{X}_1}{2\bar{X}_1} = 0.6$$

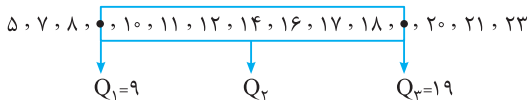
۱۲۹ (۴ ۳ ۲ ۱)

اگر میانگین و انحراف معیار ۱۵۰ داده آماری X_1, \dots, X_{150} به ترتیب σ و 12 باشد، آن‌گاه میانگین و انحراف معیار داده‌های $2X_1 + 3, \dots, 2X_{150} + 3$ و $2X_{150} + 3$ (به دو برابر داده‌ها، سه واحد اضافه کرده‌ایم) به ترتیب $27 = 2 \times 12 + 3$ و 2σ خواهند شد. بنابراین:

$$CV_1 = \frac{\sigma}{12}, \quad CV_2 = \frac{2\sigma}{27} \Rightarrow \frac{CV_2}{CV_1} = \frac{2\sigma}{27} \times \frac{12}{\sigma} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$$

۱۳۷ (۱) (۲) (۳) (۴)

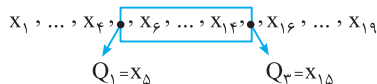
داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. چون $15 = 4 \times 3 + 3$ می‌باشد، داده‌ها در چهار دسته ۳ تایی تقسیم می‌شوند و ۳ داده اضافه، چارک‌ها می‌باشند:



بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده روی و داخل جعبه ۹ و ۱۹ می‌باشد، بنابراین $R = 19 - 9 = 10$ است.

۱۳۸ (۱) (۲) (۳) (۴)

با تقسیم ۱۹ بر ۴ داریم: $19 = 4 \times 4 + 3$ یعنی داده‌ها به ۴ دسته ۴ تایی بین ۳ چارک تقسیم می‌شوند و سه داده اضافی همان چارک‌ها خواهند بود. بنابراین نمودار جعبه‌ای به صورت زیر می‌باشد:



میانگین داده‌های X_1, \dots, X_4 برابر ۱۱ است، پس:

$$A = X_1 + \dots + X_4 = 4 \times 11 = 44$$

میانگین ۱۱ داده X_5, \dots, X_{15} برابر $15/2$ می‌باشد، پس:

$$B = X_5 + \dots + X_{15} = 11 \times 15/2 = 167/2$$

هم‌چنین میانگین داده‌های X_{16}, \dots, X_{19} برابر $17/5$ است، پس:

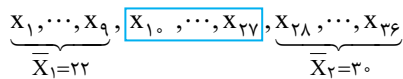
$$C = X_{16} + \dots + X_{19} = 4 \times 17/5 = 70$$

بنابراین میانگین ۱۹ داده کل برابر است با:

$$\bar{X} = \frac{A+B+C}{23} = \frac{44 + 167/2 + 70}{19} = \frac{281/2}{19} = 14/8$$

۱۳۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده آماری، ۱۸ داده در دو طرف جعبه‌ها (هر طرف ۹ داده) و ۱۸ داده درون جعبه قرار می‌گیرند:



$$\bar{X}_1 = \frac{X_1 + \dots + X_{12}}{12} = 22 \Rightarrow X_1 + \dots + X_{12} = 12 \times 22 = 198 \quad (1)$$

$$\bar{X}_2 = \frac{X_{13} + \dots + X_{24}}{12} = 30 \Rightarrow X_{13} + \dots + X_{24} = 12 \times 30 = 360 \quad (2)$$

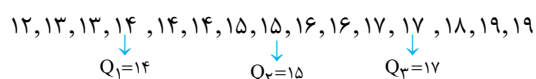
$$\bar{X} = \frac{(X_1 + \dots + X_{12}) + (X_{13} + \dots + X_{24}) + (X_{25} + \dots + X_{36})}{36} = 27/5$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{198 + A + 360}{36} = 27/5 \Rightarrow 468 + A = 990 \Rightarrow A = 522$$

بنابراین میانگین ۱۸ داده درون جعبه برابر $29 = \frac{522}{18}$ است.

۱۴۰ (۱) (۲) (۳) (۴)

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و چارک‌های اول و سوم و دست می‌آوریم. دامنه میان چارکی برابر $Q_3 - Q_1$ است:



$$\Rightarrow Q_3 - Q_1 = 17 - 14 = 3$$

۱۳۳ (۱) (۲) (۳) (۴)

چون میانگین دو دستگاه برابر نمی‌باشد، هر چه ضریب تغییرات کم‌تر باشد، دقت عمل و در نتیجه اطمینان بیش‌تر است.

ضریب تغییرات دستگاه A برابر $CV_A = \frac{3/6}{150} = 0/24$ و ضریب

تغییرات دستگاه B نیز برابر $0/24 = \frac{3/84}{160}$ است. چون ضریب تغییرات

یکسان است، پس دقت عمل هر دو با هم برابر است.

۱۳۴ (۱) (۲) (۳) (۴)

هر گروه که ضریب تغییرات کم‌تری داشته باشد، گروه بهتری است.

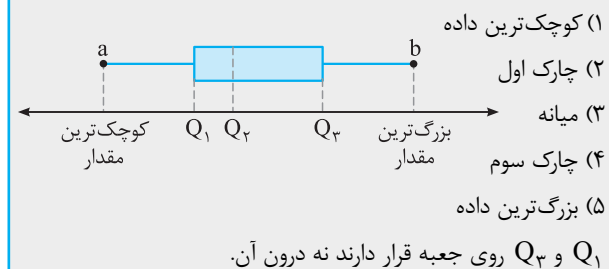
$$\text{ضریب تغییرات گروه اول} = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$$

$$\text{ضریب تغییرات گروه دوم} = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{4}{72} = \frac{1}{18}$$

ضریب تغییرات گروه دوم کم‌تر است، پس گروه بهتری می‌باشد.

۱۳۵ (۱) (۲) (۳) (۴)

نکته: نمودار جعبه‌ای، نموداری تصویری است که داده‌ها را بر اساس پنج مقدار نمایش می‌دهد. این مقادیر به ترتیب از چپ به راست (روی محور) عبارتند از:



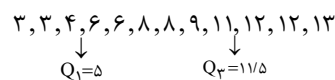
با توجه به نمودار داده‌شده، داریم:

$$Q_1 = 14, Q_2 = 16, Q_3 = 22$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1 + Q_3}{Q_2} = \frac{14 + 22}{16} = \frac{36}{16} = \frac{9}{4} = 2/25$$

۱۳۶ (۱) (۲) (۳) (۴)

داده‌های داده‌شده از کوچک به بزرگ مرتب می‌باشند و تعداد آن‌ها برابر ۱۲ می‌باشد. چون $12 = 4 \times 3$ است، پس داده‌ها به ۴ گروه ۳ تایی تقسیم می‌شوند:



با حذف داده‌های کم‌تر از چارک اول و بیش‌تر از چارک سوم، ۶ داده به صورت $6, 6, 8, 8, 9, 11$ روبه‌رو خواهیم داشت:

$$\bar{X} = \frac{6+6+8+8+9+11}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{2(6-8)^2 + 2(8-8)^2 + (9-8)^2 + (11-8)^2}{6}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{8+0+1+9}{6} = 3 \Rightarrow \sigma = \sqrt{3} = 1/7$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{1/7}{8} = 0/21$$

۱۴۶

مجموع فراوانی نسبی تمام داده‌ها برابر یک است:

$$0/2 + 0/1 + \alpha + 0/3 + 0/12 = 1 \Rightarrow \alpha + 0/12 = 1$$

$$\Rightarrow \alpha = 1 - 0/12 = 0/12$$

$$17 \text{ اندازه زاویه داده } 17 = \frac{28}{5} \times 36^\circ = 100/8^\circ$$

۱۴۷

عدد ۲۶ را به عنوان میانگین فرض در نظر می‌گیریم و داده‌ها را منهای ۲۶ می‌کنیم.

x-26	-5	-4	-1	0	1	4
f	8	9	7	14	7	9

میانگین جدول را به دست می‌آوریم:

$$A = \frac{8(-5) + 9(-4) + 7(-1) + 14(0) + 7(1) + 9(4)}{8+9+7+14+7+9} = \frac{-40}{64} = -\frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 26 - 0/625 = 25/375$$

۱۴۸

داده ۱۲ از دسته اول و داده ۱۷ از دسته سوم حذف می‌شود. جدول فراوانی داده‌ها به صورت زیر درمی‌آید:

دسته‌ها	9-13	13-17	17-21	21-25	25-29	29-33
فراوانی	6	15	8	5	9	7

مرکز دسته‌ها را به دست می‌آوریم و مرکز دسته سوم را به عنوان میانگین فرض در نظر می‌گیریم:

x	-8	-4	0	4	8	12
f	6	15	8	5	9	7

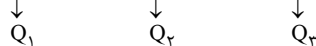
$$A = \frac{6(-8) + 15(-4) + 8(0) + 5(4) + 9(8) + 7(12)}{6+15+8+5+9+7} = \frac{68}{50} \times \frac{2}{2} = 1/36$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 19 + 1/36 = 20/36$$

۱۴۹

تعداد داده‌ها برابر ۱۵ است. بعد از مرتب کردن داده‌ها، داده چهارم، چارک اول، داده هشتم، چارک دوم و داده دوازدهم، چارک سوم است.

داده‌ها: 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 22, a, 24, 26, 28



a یک عدد طبیعی (داده کمی گسسته) و متمایز با ۲۲ و ۲۴ است. بنابراین:

$$Q_3 = a = 23 \Rightarrow \frac{Q_1 + 2Q_3}{Q_3 - Q_1} = \frac{12 + 2(23)}{17 - 12} = \frac{58}{5} = 11/6$$

۱۵۰

مد داده‌ای با بیشترین فراوانی است. تمام داده‌ها با فراوانی یک است، پس X باید یکی از داده‌ها باشد و در نتیجه X مد داده‌ها است.

از طرفی میانگین داده‌ها با مد برابر است. بنابراین:

$$\frac{48 + 51 + 52 + 54 + 55 + X}{6} = X \Rightarrow 260 + X = 6X$$

$$\Rightarrow 5X = 260 \Rightarrow X = 52$$

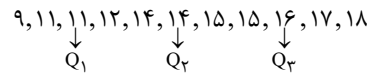
باید داده‌ها را مرتب کنیم و بررسی کنیم که میانه داده‌ها برابر ۵۲ است یا نه.

$$\text{داده‌ها: } 48, 51, 52, 52, 54, 55 \Rightarrow \text{میانه} = \frac{52 + 52}{2} = 52$$

بنابراین $X = 52$ قابل قبول است و در نتیجه گزینه (۲) صحیح است.

۱۴۱

تعداد داده‌ها برابر ۱۱ می‌باشد و داریم $11 = 4(2) + 3$ ، بنابراین سه داده اضافه، چارک‌های اول، دوم و سوم می‌باشند. داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:



داده‌های درون جعبه

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{12+14+14+15+15}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{(12-14)^2 + 2(14-14)^2 + 2(15-14)^2}{5} = \frac{4+0+2}{5} = 1/2$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{1/2} = 1/1$$

۱۴۲

تعداد داده‌ها برابر ۱۳ است. چون $13 = 4 \times 3 + 1$ می‌باشد، پس اگر داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، آن‌گاه سه داده اول و سه داده آخر خارج جعبه قرار دارند و ۷ داده میانی درون جعبه قرار می‌گیرند:

7, 9, 10, 11, 12, 12, 13, 16, 17, 17, 18, 20, 21

۷ داده میانی

میانگین و واریانس ۷ داده میانی به صورت زیر می‌باشند:

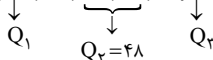
$$\bar{X} = \frac{11+12+12+13+16+17+17}{7} = 14$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(11-14)^2 + 2(12-14)^2 + (13-14)^2 + (16-14)^2 + 2(17-14)^2}{7} = \frac{40}{7} = 5/71$$

۱۴۳

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و چارک‌ها را مشخص می‌کنیم:

32, 37, 39, 42, 46, 50, 54, 56, 57, 59



داده‌های بین Q_1 و Q_3 ، یعنی داده‌های 42, 46, 50, 54 درون جعبه قرار می‌گیرند.

$$\bar{X} = \frac{42+46+50+54}{4} = 48$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(42-48)^2 + (46-48)^2 + (50-48)^2 + (54-48)^2}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

$$= \frac{100}{4} = 25$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{5}{48} = 0/104$$

۱۴۴

مراحل زندگی شامل نوزادی، کودکی و ... یک متغیر کیفی ترتیبی است.

۱۴۵

$$R = 59 - 23 = 36, k = 9 \Rightarrow c = \frac{R}{k} = \frac{36}{9} = 4$$

روش اول: دسته پنجم، دسته وسط است:

دسته‌ها: (23, 27), (27, 31), (31, 35), (35, 39), (39, 43), ...

$$\text{مرکز دسته پنجم} = \frac{39+43}{2} = 41$$

روش دوم: دسته اول (23, 27) و مرکز آن برابر 25 $X_1 = \frac{23+27}{2} = 25$ است.

$$X_5 = X_1 + 4c = 25 + 4(4) = 41$$

۱۵۴ (۴ ۳ ۲ ۱)

هر چه داده‌ها به هم نزدیک‌تر باشد، نوسان عملکرد کم‌تر است، میانگین و واریانس هر یک از دو دوندۀ A و B را به دست می‌آوریم:

(۱) دوندۀ A:

$$\bar{X}_A = \frac{۴۱+۴۳+۴۳+۴۵+۴۳}{۵} = \frac{۵ \times ۴۰ + ۱۵}{۵} = ۴۳$$

$$\sigma_A^2 = \frac{(۴۱-۴۳)^2 + ۳(۴۳-۴۳)^2 + (۴۵-۴۳)^2}{۵} = \frac{۸}{۵} = ۱/۶$$

(۲) دوندۀ B:

$$\bar{X}_B = \frac{۴۴+۴۴+۴۵+۴۶+۴۶}{۵} = \frac{۵ \times ۴۰ + ۲۵}{۵} = ۴۵$$

$$\sigma_B^2 = \frac{۲(۴۴-۴۵)^2 + (۴۵-۴۵)^2 + (۴۶-۴۵)^2}{۵} = \frac{۳}{۵} = ۰/۶$$

چون میانگین‌ها با هم برابر نیستند، هر کدام که ضریب تغییرات کوچک‌تری داشته باشد، دارای نوسان کم‌تری در عملکرد دارد:

$$C.V_A = \frac{\sigma_A}{\bar{X}_A} = \frac{\sqrt{1/6}}{۴۳} \approx \frac{1/25}{۴۳} \approx ۰/۰۳$$

$$C.V_B = \frac{\sigma_B}{\bar{X}_B} = \frac{\sqrt{0/6}}{۴۵} \approx \frac{0/8}{۴۵} \approx ۰/۰۲$$

عملکرد B دارای نوسان کمتر است. $C.V_B < C.V_A \Rightarrow$

۱۵۵ (۴ ۳ ۲ ۱)

در نمایش نمودار جعبه‌ای ۴۰ داده، ۱۰ داده در سمت چپ جعبه، ۱۰ داده در سمت راست جعبه و ۲۰ داده درون جعبه قرار دارد.

$$\underbrace{X_1, \dots, X_{10}}_A, \underbrace{X_{11}, \dots, X_{30}}_B, \underbrace{X_{31}, \dots, X_{40}}_C$$

$$A \text{ میانگین داده‌های } = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10} = 18 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} X_i = 18 \times 10 = 180$$

$$C \text{ میانگین داده‌های } = \frac{\sum_{i=31}^{40} X_i}{10} = 24 \Rightarrow \sum_{i=31}^{40} X_i = 24 \times 10 = 240$$

میانگین تمام داده‌ها

$$= \frac{180}{(X_1 + \dots + X_{10})} + \frac{240}{(X_{11} + \dots + X_{30})} + \frac{240}{(X_{31} + \dots + X_{40})} = 22$$

$$\Rightarrow 180 + \sum_{i=11}^{30} X_i + 240 = 40 \times 22 = 880$$

$$\Rightarrow \sum_{i=11}^{30} X_i = 880 - 180 - 240 = 460$$

$$\Rightarrow \frac{\sum_{i=11}^{30} X_i}{20} = \frac{460}{20} = 23$$

۱۵۱ (۴ ۳ ۲ ۱)

ابتدا داده‌ها را منهای ۲۰ می‌کنیم. در واریانس تغییری ایجاد نمی‌شود. پس واریانس جدول اصلی با واریانس جدول زیر برابر است:

$$\begin{array}{c|cccc} X & -۴ & -۲ & ۰ & ۲ & ۴ \\ \hline f & ۴ & ۳ & ۵ & ۵ & ۳ \end{array}$$

$$\bar{X} = \frac{-۱۶ - ۶ + ۰ + ۱۰ + ۱۲}{۴ + ۳ + ۵ + ۵ + ۳} = \frac{۰}{۲۰} = ۰$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{۴(-۴-۰)^2 + ۳(-۲-۰)^2 + ۵(۰-۰)^2 + ۵(۲-۰)^2 + ۳(۴-۰)^2}{۲۰} \\ &= \frac{۹۶ + ۱۲ + ۰ + ۲۰ + ۴۸}{۲۰} = \frac{۱۷۶}{۲۰} = ۸/۵ \end{aligned}$$

۱۵۲ (۴ ۳ ۲ ۱)

از ۲۳ داده، ۳ تا از آن‌ها ۱۸، ۱۸ و ۱۵ است. بنابراین داده‌ها به صورت زیر است:

$$\underbrace{X_1, X_2, \dots, X_{20}}_{۱۵ \text{ داده}}, ۱۵, ۱۸, ۱۸$$

انحراف معیار داده‌ها برابر ۳ است و در نتیجه واریانس داده‌ها برابر ۹ می‌باشد. طبق فرض میانگین ۲۳ داده برابر ۱۷ است، بنابراین:

$$\sigma^2 = \frac{(X_1 - 17)^2 + \dots + (X_{20} - 17)^2 + (15 - 17)^2 + (18 - 17)^2 + (18 - 17)^2}{23} = 9$$

$$\Rightarrow (X_1 - 17)^2 + \dots + (X_{20} - 17)^2 + 4 + 1 + 1 = 23 \times 9 = 207$$

$$\Rightarrow (X_1 - 17)^2 + \dots + (X_{20} - 17)^2 = 207 - 6 = 201 \quad (*)$$

میانگین سه داده ۱۵، ۱۸ و ۱۸ برابر ۱۷ است و در نتیجه با حذف آن‌ها، میانگین ۲۰ داده X_1, \dots, X_{20} برابر همان عدد ۱۷ می‌باشد. پس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(X_1 - 17)^2 + \dots + (X_{20} - 17)^2}{20} \stackrel{(*)}{=} \frac{201}{20} = 10/5$$

۱۵۳ (۴ ۳ ۲ ۱)

مجموع داده‌ها برابر ۶۰۰ است، بنابراین میانگین داده‌ها

$$\bar{X} = \frac{600}{50} = 12 \text{ برابر آن‌ها}$$

اضافه کرده‌ایم، بنابراین میانگین داده‌های جدید برابر است با:

$$\bar{X}' = 3\bar{X} + 4 = 3 \times 12 + 4 = 40$$

از طرفی واریانس داده‌های جدید $\sigma'^2 = 9$ برابر می‌شود (جمع و تفریق در واریانس تأثیری ندارد)، بنابراین:

$$\sigma'^2 = 9\sigma^2 = 9 \times 1/44 \Rightarrow \sigma = 3 \times 1/2 = 3/6$$

$$\text{ضریب تغییرات داده‌های جدید برابر } 0/9 = \frac{3/6}{40} = \frac{36}{40 \times 10} = \frac{9}{10 \times 10} \text{ می‌شود.}$$