ریاضیات کانگورو ۷ و ۸

انتشارات فاطمی

۱۳۹۳

مدیر تولید: فرید مصلحی
سرپرست واحد حروفچینی: زهره امینی
حروفچینی و صفحه‌بندی: زهره تاجیک،
زهره امینی
نمونه‌خوانی: شقایق میرصیافی

طراحی جلد: روشنک فتحی
طراحی صفحات داخلی و تصاویر: فاطمه ثقفی
نظارت بر چاپ: علی محمدپور
لیتوگرافی: نقش سبز
چاپ و صحافی: خاشع

ریاضیات کانگورو ۷ و ۸
ویرایش دوم

مترجمان: مهران اخباریفر، بردیا حسام، زهره پندی
ناشر: انتشارات فاطمی
ویرایش دوم: چاپ اول، ۱۳۹۳
تعداد نوبت چاپ ویرایش اول: ۱۰
شمارگان: ۳۰۰۰ نسخه
قیمت: ۱۲۰۰۰ تومان
شابک ۱ـ۷۹۴ـ۳۱۸ـ۹۶۴ـ۹۷۸
ISBN 978-964-318-794-1

نشانی دفتر: میدان فاطمی، خیابان جویبار، خیابان میرهادی،
شمارهٔ ۱۴، کدپستی ۱۴۱۵۸۸۴۷۴۱، تلفن: ۸۸۹۴۵۵۴۵ (۲۰ خط)
نمابر: ۸۸۹۴۴۰۵۱ www.fatemi.ir • info@fatemi.ir
نشانی فروشگاه: تهران، خیابان انقلاب، خیابان دانشگاه،
تقاطع شهدای ژاندارمری تلفن: ۶۶۹۷۳۴۷۸ نمابر: ۶۶۹۷۳۷۱۰

انتشارات فاطمی

ریاضیات کانگورو ۷ و ۸ به همراه مسأله‌ها و پاسخ‌های تشریحی ۲۰۱۴ / مترجمان مهران اخباریفر، بردیا حسام، زهره پندی. ویراست ۳. ــ
تهران: فاطمی، ۱۳۹۳.
شش، ۲۵۸ ص.: مصور.
ISBN 978-964-318-794-1
فیپا
۱. ریاضیات ــ مسابقه‌ها. ۲. ریاضیات ــ آزمون‌ها و تمرین‌ها (راهنمایی). الف. اخباریفر، مهران، ۱۳۴۵ـ ، مترجم. ب. حسام، بردیا، ۱۳۵۶ـ ، مترجم. ج. پندی، زهره، ۱۳۵۶ـ ، مترجم.
QA۴۳/ر۹۲۸۶ ۵۱۰/۷۶
۱۳۹۳
کتابخانهٔ ملی ایران ۳۴۷۳۲۰۰

فهرست

پیشگفتار	پنج
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۲	۱
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۲	۱۲
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۳	۲۳
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۳	۳۳
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۴	۴۳
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۴	۵۲
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۵	۶۱
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۵	۷۱
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۶	۸۱
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۶	۹۱
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۷	۱۰۱
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۷	۱۱۰
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۸	۱۱۷

راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۸	۱۲۶
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۹	۱۳۵
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۹	۱۴۴
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۰	۱۵۵
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۰	۱۶۷
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۱	۱۷۹
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۱	۱۸۹
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۲	۱۹۷
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۲	۲۱۰
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۳	۲۱۹
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۳	۲۳۰
مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۴	۲۴۱
راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۱۴	۲۵۰

به نام خدا

پیشگفتار

در اوایل دهه‌ی ۱۹۸۰ یکی از معلمان ریاضی استرالیا به نام پیتر هولوران روش نوینی را برای تصحیح پرسش‌نامه‌ی چندگزینه‌ای با کامپیوتر ابداع کرد. ابداع این روش موفقیت بزرگی برای مسابقه‌ی ملی ریاضی استرالیا بود و امکان شرکت همزمان دانش‌آموزان را در این مسابقه فراهم می‌آورد.

در سال ۱۹۹۱ دو معلم فرانسوی به نام‌های آندره لدیک و ژان پیر بودین به پاس خدمات دوستان استرالیایی‌شان مسابقه‌ی «ریاضی کانگورو» را در فرانسه بنیاد نهادند. یکصد و بیست هزار دانش‌آموز دوره‌ی ابتدایی در نخستین مسابقه شرکت کردند. در سال‌های بعد این مسابقه علاوه بر دانش‌آموزان دوره‌ی ابتدایی برای دانش‌آموزان دوره‌ی دبیرستان نیز برگزار شد.

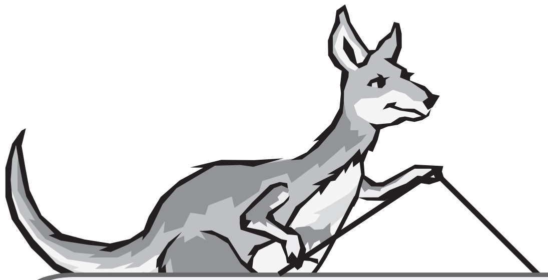
در سال ۱۹۹۳ هیئت اجرایی مسابقه‌ی کانگوروی فرانسه از برگزارکنندگان مسابقات ریاضی در کشورهای اروپایی برای شرکت در یک همایش دعوت کرد. مهمانان از مشاهده‌ی رشد سریع تعداد شرکت‌کنندگان در این مسابقه (که از ۱۲۰,۰۰۰ نفر در ۱۹۹۲ به ۵۰۰,۰۰۰ نفر در ۱۹۹۳ رسیده بود) شگفت‌زده شدند. هفت کشور بلاروس، مجارستان، هلند، رومانی، روسیه و اسپانیا تصمیم به برگزاری مسابقه‌ای مشابه در کشورشان گرفتند. در سال ۱۹۹۴ نمایندگان ده کشور اروپایی در استراسبورگ مسابقه‌ی «کانگورو بدون مرز» را پایه‌گذاری کردند. اعضای هیئت مدیره‌ی این مسابقه در سال ۱۹۹۵ انتخاب شدند و اساس‌نامه‌ی آن به تصویب رسید. از سال ۱۹۹۷ به بعد در ماه اکتبر یا نوامبر مجمع عمومی این مسابقه در یکی از کشورها تشکیل جلسه می‌دهند

و سؤالات مربوط به مسابقه‌ی سال بعد را انتخاب می‌کنند. هر کشور سازمان مربوط به خود را دارد و نتایج کشورها با هم مقایسه نمی‌شود. کشور ما نیز از سال ۲۰۰۹ با نمایندگی باشگاه دانش‌پژوهان جوان وزارت آموزش و پرورش به عضویت این مسابقه در آمده است. در این سال بیش از ۵/۵ میلیون دانش‌آموز از سراسر جهان در این مسابقه شرکت کردند که نزدیک به ۱۷۷ هزار نفر آنان ایرانی بودند. در حال حاضر این مسابقه برای دانش‌آموزان در سنین مختلف، از دوره‌ی ابتدایی تا پیش‌دانشگاهی برگزار می‌شود.

این مسابقه فرصت مغتنمی برای تمامی دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا با شرکت در رقابتی سالم، استعداد و علاقه‌ی خود را محک بزنند و برای نظام آموزشی نیز فرصت مناسبی است تا دانش‌آموزان مستعد علاقه‌مند به ریاضیات را شناسایی، تشویق و هدایت کند. این مسابقه می‌تواند در کنار برنامه‌های رسمی آموزش به پرورش استعدادها و رشد خلاقیت دانش‌آموزان کشورمان کمک کند و با توسعه‌ی مهارت‌های حل مسئله و تفکر خلاق و نقاد بین آنان به توسعه‌ی فرهنگ و اندیشه‌ی ریاضی که هدفی ارزشمند برای نظام آموزشی است یاری رساند. همچنین تعامل با فرایندی جهانی می‌تواند به برنامه‌های آموزشی در سطح ملی غنا بخشد.

مسابقه‌ی کانگورو بدون برنده است. به عبارت دیگر، همه‌ی شرکت‌کنندگان به عنوان برنده نگریسته می‌شوند. در بعضی کشورها به همه‌ی شرکت‌کنندگان در روز مسابقه جوایزی اهدا می‌شود و برنامه‌های سرگرم‌کننده‌ای برای آنان ترتیب می‌دهند. کسانی که بهترین نتایج را می‌آورند، بعداً جوایزی دریافت می‌کنند. هدف اصلی، ارتقای درک ریاضی دانش‌آموزان و رشد توانمندی آنان برای لذت بردن از فعالیت‌های هوشمندانه است. نشان دادن اهمیت آموزش ریاضی در تمام دنیا، تقویت اعتماد به نفس دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی، و کمک به آنان در درک کاربرد ریاضی در فعالیت‌های روزانه و قوانین طبیعت نیز از اهداف این مسابقه است.

هدف این کتاب آشنایی بیش‌تر دانش‌آموزان و معلمان ریاضی با این مسابقه و خصوصاً سؤالات ساده، زیبا و جذاب و راه‌حل‌های بدیع و خلاقانه‌ی آن‌هاست.



مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۲

مسئله‌های سه امتیازی

۱. امسال مسابقات بین‌المللی کانگورو روز ۲۱ خرداد انجام می‌شود. عدد ۲۱ بر چند عدد اول بخش‌پذیر است؟

الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۱ ه) ۲۱

۲. کدام‌یک از کسرهای زیر از همه بزرگ‌تر است؟

الف) $\frac{۷}{۸}$ ب) $\frac{۶۶}{۷۷}$

ج) $\frac{۵۵۵}{۶۶۶}$ د) $\frac{۴۴۴۴}{۵۵۵۵}$

ه) $\frac{۳۳۳۳۳}{۴۴۴۴۴}$

۳. از ۱ تا ۱۰۰ بشمارید؛ هر بارکه به یک مضرب ۳ می‌رسید و هر بار به عددی

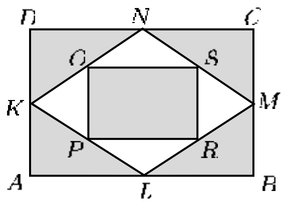
می‌رسید که مضرب ۳ نیست ولی رقم یکانش ۳ است، یک‌بار دست بزنید. چندبار دست خواهید زد؟

الف) ۳۰ ب) ۳۳ ج) ۳۶ د) ۳۹ ه) ۴۳

۴. روز اول تیر در تهران خورشید ساعت ۵۳ : ۴ طلوع و ساعت ۲۵ : ۹ غروب می‌کند. نقطه‌ی وسط این فاصله‌ی زمانی را ظهر محلی می‌نامند. ظهر محلی در تهران در روز اول تیر چه ساعتی است؟

الف) ساعت ۰۰ : ۱۲ ب) ساعت ۳۹ : ۱۲
ج) ساعت ۰۹ : ۱ د) ساعت ۳۲ : ۴
ه) ساعت ۰۸ : ۱۱

۵. نقاط K، L، M، و N نقاط وسط اضلاع مستطیل $ABCD$ و نقاط O، P، R، و S نقاط وسط لوزی $KLMN$ هستند. نسبت مساحت ناحیه‌های سایه‌خورده به مساحت مستطیل $ABCD$ برابر است با:



الف) $\frac{۳}{۵}$ ب) $\frac{۲}{۳}$ ج) $\frac{۵}{۶}$ د) $\frac{۳}{۴}$ ه) $\frac{۵}{۷}$

۶. مژگان کیسه‌ای دارد که در آن ۷ توپ خاکستری، ۴ توپ سفید، و ۳ توپ سیاه هست. چشمان او را می‌بندند و او شروع می‌کند به بیرون آوردن توپ‌ها ازکیسه. کم‌ترین تعداد توپ‌هایی که باید بیرون بیاورد تا مطمئن باشد از هر رنگ دست‌کم یک توپ بیرون کشیده است چندتاست؟

الف) ۱۲

ب) ۱۱

ج) ۱۰

د) ۴

ه) ۳

۷. مؤسسه‌ی خیریه‌ای می‌خواهد ۲۰۰۲ دفتر یادداشت بخرد. عمده‌فروشی دفترها را در بسته‌های ۲۴تایی می‌فروشد. کم‌ترین تعداد بسته‌هایی که برای داشتن ۲۰۰۲ دفترچه باید بخرد چندتاست و چند دفترچه اضافه می‌ماند؟

الف) ۸۳ بسته، ۱۰ دفترچه
ب) ۸۴ بسته، ۱۰ دفترچه
ج) ۸۳ بسته، ۱۴ دفترچه
د) ۸۴ بسته، ۱۶ دفترچه
ه) ۸۴ بسته، ۱۴ دفترچه

۸. اگر a و b عددهای طبیعی باشند، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نمی‌توانند مقدار ۲۰۰۲ داشته باشند؟

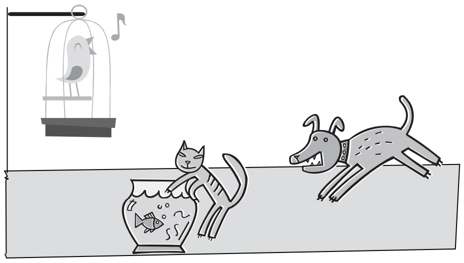
الف) $۷a + ۷b$
ب) $۱۳a + ۱۳b$
ج) $۱۷a + ۱۷b$
د) $۱۱(۲a + ۷b)$
ه) $۲۸a + ۱۴b$

۹. علی، مهران، سروش، و مرتضی هریک دقیقاً یکی از چهار حیوان خانگی سگ، گربه، ماهی، و قناری را دارد. حیوان خانگی مهران مو دارد، حیوان خانگی مرتضی چهار پا دارد، سروش پرنده دارد، و علی و مهران گربه دوست ندارند. کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست نیست؟

الف) مرتضی یک سگ دارد.
ب) سروش یک قناری دارد.

ج) علی یک ماهی دارد. د) مرتضی یک گربه دارد.

ه) مهران یک سگ دارد.



۱۰. قیمت یک سبد پرتقال ۲۰ زلوتی، قیمت یک سبد گلابی ۳۰ زلوتی، و قیمت یک سبد کیوی ۴۰ زلوتی است. ۸ سبد از این میوه‌ها را ۲۳۰ زلوتی خریده‌ایم. بیش‌ترین تعداد سبدهای کیوی که ممکن است خریده باشیم چندتاست؟

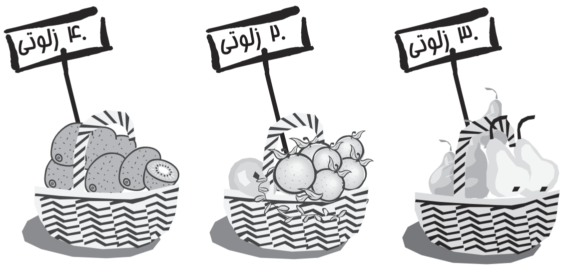
الف) ۱

ب) ۲

ج) ۳

د) ۴

ه) ۵



مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. اگر ۴ ÷ ۹ = $a \div b$ و ۳ ÷ ۵ = $b \div c$، آنگاه $(a-b) \div (b-c)$ برابر است با:

الف) ۱ ÷ ۴ ب) ۸ ÷ ۲۵

ج) ۱۲ ÷ ۷ د) ۲ ÷ ۵

ه) نمی‌توان تعیین کرد.

نمونه۳، ۹۲٫۱۱٫۲۳ امینی، j-2002178

۱۲. یک گروه پیشاهنگی پیش از رفتن به اردوگاه تابستانی آذوقه‌ی کافی برای ۳۰ روز را تهیه و بسته‌بندی کرده است. در آخرین لحظات ۱۵ پیشاهنگ به گروه اضافه می‌شود. اگر مقدار آذوقه‌ی تخصیص داده شده به هر نفر برای یک روز را تغییر ندهند، اکنون آذوقه‌ی موجود فقط برای ۲۵ روز کفایت می‌کند. گروه اولیه‌ی پیشاهنگان چند نفر بوده‌اند؟

الف) ۱۵ ب) ۲۰ ج) ۵۵ د) ۷۰ ه) ۷۵

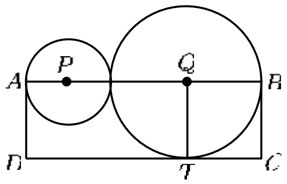
۱۳. در یک مسابقه‌ی دانش‌آموزی ۲۵٪ شرکت‌کنندگان پسر و ۷۵٪ شرکت‌کنندگان دختر هستند. نصف پسرها و ۲۰٪ دخترها که روی‌هم ۹۹ نفر هستند چشم سیاه دارند. چند نفر در این مسابقه شرکت کرده‌اند؟

الف) ۳۶۰ ب) ۳۴۰

ج) ۲۴۰ د) عددی غیر از این‌ها

ه) نمی‌توان تعیین کرد.

۱۴. نقطه‌های P و Q مرکزهای دو دایره‌ی مماس خارج هستند. (شکل زیر را ببینید.) خطی که از P و Q می‌گذرد، دایره‌ها را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر مساحت مستطیل $ABCD$ برابر ۱۵ باشد، مساحت مثلث PQT چه‌قدر است؟



الف) ۴ ب) $\frac{۱۵}{۴}$ ج) $\frac{\pi}{۲}$ د) ۵ ه) $۲\sqrt{۵}$

۱۵. از یک کلاس ۵ پسر را انتخاب کرده‌ایم و وزن هر دو نفر از آن‌ها را روی هم حساب کرده‌ایم. نتایج زیر به دست آمده است: ۹۰ kg، ۹۲ kg، ۹۳ kg، ۹۴ kg، ۹۵ kg، ۹۶ kg، ۹۷ kg، ۹۸ kg، ۱۰۰ kg، ۱۰۱ kg. وزن هر ۵ پسر روی هم برابر است با:

الف) ۲۲۵ kg

ب) ۲۳۰ kg

ج) ۲۳۹ kg

د) ۲۴۰ kg

ه) ۲۵۰ kg

۱۶. چهار خواهر، زهرا، مریم، نرگس، و نیره، با هم هدیه‌ای برای پدرشان خریدند. یکی از دخترها هدیه را پنهان کرد. مادرشان پرسید که کدام‌یک هدیه را پنهان کرده است. زهرا و مریم هردو گفتند: «من نکردم.» نرگس گفت: «کار نیره است.» نیره گفت: «کار مریم است.» بعداً معلوم شد که فقط یکی از دخترها دروغ گفته است. کدام‌یک از آن‌ها هدیه را پنهان کرده است؟

الف) زهرا

ب) مریم

ج) نرگس

د) نیره

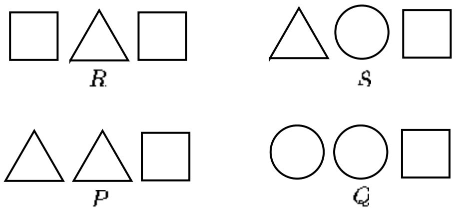
ه) نمی‌توان تعیین کرد.

۱۷. در کشوری، بخشی از مردم فقط انگلیسی و بخشی از مردم فقط فرانسوی صحبت می‌کنند و بقیه هر دو زبان را صحبت می‌کنند. معلوم شده است که ۸۵٪ مردم این کشور می‌توانند انگلیسی صحبت کنند و ۷۵٪ مردم می‌توانند فرانسوی صحبت کنند. چند درصد از مردم این کشور می‌توانند هم انگلیسی و هم فرانسوی صحبت کنند؟

الف) ۵۰٪ ب) ۵۷٪ ج) ۲۵٪ د) ۶۰٪ ه) ۴۰٪

نمونه۳، ۹۲٫۱۱٫۲۳ امینی، j-2002178

۱۸. هر یک از نمادهای P، Q، R، و S مجموع وزن شکل‌هایی را نشان می‌دهد که بالای آن کشیده شده است. (شکل زیر را ببینید.) می‌دانیم که هر دو شکل از یک نوع، وزن یکسان دارند. اگر $P < Q < R$، آنگاه کدام گزینه درست است؟



الف) $P < S < Q$

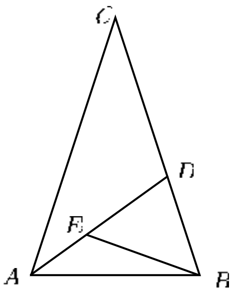
ب) $Q < S < R$

ج) $S < P$

د) $R < S$

هـ) $R = S$

۱۹. مثلث ABC متساوی‌الساقین است، $|AC| = |BC|$، و $\angle ACB = ۳۶^\circ$. مثلث‌های BDA و EBD هم مثلث‌های متساوی‌الساقین‌اند و $|AB| = |AD|$، $|DE| = |DB|$. اندازه‌ی $\angle DEB$ چه‌قدر است؟ (شکل مقابل را ببینید.)

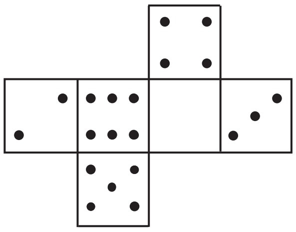


الف) ۹۰° ب) ۱۸°

ج) ۳۶° د) ۵۴°

هـ) ۷۲°

۲۰. با استفاده از صفحه‌ی شکل زیر یک مکعب ساخته‌ایم. بزرگ‌ترین مجموع تعداد نقطه‌های سه وجه با رأس مشترک برابر است با:



الف) ۱۵

ب) ۱۴

ج) ۱۳

د) ۱۲

هـ) عددی غیر از این‌ها

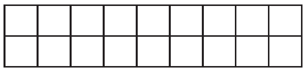
نمونه۳، ۹۲٫۱۱٫۲۳ امینی، 2002178-j

مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. می‌دانیم که عدد کامل مثبت n بر ۲۱ و بر ۹ بخش‌پذیر است. کدام‌یک از پاسخ‌های زیر می‌تواند تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد n باشد؟

الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ ه) ۷

۲۲. در برخی از خانه‌های نمودار مستطیلی‌شکل زیر با ابعاد ۹ × ۲ سکه گذاشته‌ایم. هر خانه یا سکه دارد یا یک ضلعش با خانه‌ای که سکه دارد مشترک است. تعداد سکه‌ها در این شکل دست‌کم باید برابر باشد با:



الف) ۵ ب) ۶ ج) ۷ د) ۸ ه) ۹

۲۳. در یک ماه سی‌روزه سه جمعه به تاریخ‌های فرد افتاده‌اند. بیستمین روز ماه چه روزی از هفته است؟

الف) دوشنبه ب) سه‌شنبه

ج) چهارشنبه د) پنج‌شنبه

ه) شنبه

۲۴. صفحه‌ی ساعتی شکسته و به سه قسمت تقسیم شده است به‌طوری که مجموع اعداد در هر سه قسمت یکسان است. می‌دانیم خطوط شکست صفحه‌ی ساعت، رقم‌های هیچ عددی را از هم جدا نکرده‌اند. می‌توانیم بگوییم:

الف) ۱۲ و ۳ در یک قسمت نیستند. ب) ۸ و ۴ در یک قسمت‌اند.

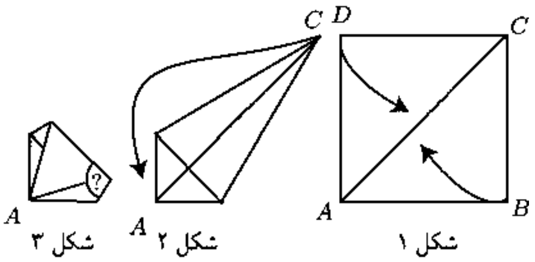
ج) ۷ و ۵ در یک قسمت نیستند. د) ۱۱، ۱، و ۵ در یک قسمت‌اند.

ه) ۲، ۱۱، و ۹ در یک قسمت‌اند.

۲۵. معلم کلاسی از دانش‌آموزان خواست که هرکدام دو دایره و سه خط روی یک صفحه بکشند. بعد از آن‌ها خواست که هرکدام تعداد نقاط تقاطع را در شکلی که کشیده‌اند حساب کنند. بزرگ‌ترین عددی که دانش‌آموزان ممکن است به دست بیاورند کدام است؟

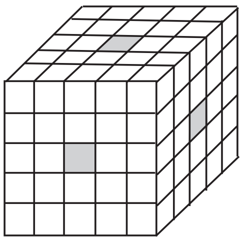
الف) ۱۸
ب) ۱۷
ج) ۱۶
د) ۱۵
ه) ۱۴

۲۶. یک تکه کاغذ مربعی را به‌ترتیب زیر به یک پنج‌ضلعی تبدیل می‌کنیم: ابتدا مربع را طوری تا می‌کنیم که رأس‌های B و D در نقطه‌ای از قطر AC روی هم قرار بگیرند (شکل ۲). سپس چهارضلعی حاصل را طوری تا می‌کنیم که نقطه‌ی C روی نقطه‌ی A قرار بگیرد (شکل ۳). اندازه‌ی زاویه‌ای که با علامت سؤال مشخص شده است، چه‌قدر است؟ (هر ۱° برابر ′۶۰ است.)



الف) °۱۰۴
ب) ′۳۰ °۱۰۶
ج) °۱۰۸
د) ′۳۰ °۱۱۲
ه) ′۳۰ °۱۱۴

۲۷. با استفاده از ۱۱۲ مکعب یکسان یک شکل فضایی ساخته‌ایم. این شکل فضایی مکعبی است که در آن سه تونل وجود دارد. (به شکل روبه‌رو توجه کنید). بعد از خشک شدن چسب، شکل فضایی را درون ظرفی پر از رنگ فرو می‌کنیم. چند مکعب کوچک دقیقاً یک وجه رنگی دارند؟



الف) ۳۰ ب) ۲۶ ج) ۴۰ د) ۴۸ ه) ۲۴

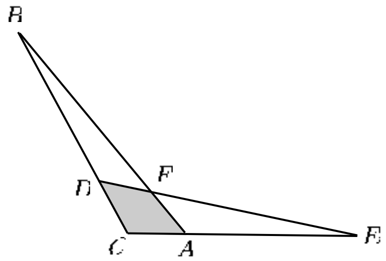
۲۸. با استفاده از رقم‌های ۱، ۲، ۳، و ۴ همه‌ی عددهای چهاررقمی ممکن را که رقم تکراری نداشته باشند می‌نویسیم. مجموع همه‌ی این عددها برابر است با:

الف) ۵۵,۵۵۰ ب) ۹۹,۹۹۰

ج) ۶۶,۶۶۰ د) ۱۰۰,۰۰۰

ه) ۹۸,۷۶۰

۲۹. در شکل زیر، $DC = AC = ۱$ و $CB = CE = ۴$. اگر مساحت مثلث ABC برابر با S باشد، آنگاه مساحت چهارضلعی $AFDC$ برابر است با:



الف) $\frac{S}{۲}$ ب) $\frac{S}{۴}$ ج) $\frac{S}{۵}$ د) $\frac{۲S}{۵}$ ه) $\frac{۲S}{۳}$

۳۰. درکلاس ریاضی، معلم عدد ۱ را روی تخته نوشت و از پویا خواست که یک عدد طبیعی دیگر روی تخته بنویسد. بعد، دانش‌آموزان دیگر به‌ترتیب پای

تخته آمدند و هرکدام مجموع همه‌ی عددهایی را که روی تخته نوشته شده بود نوشتند. علی وقتی پای تخته رفت عدد ۱۰۰۰ را نوشت. پویا کدام‌یک از عددهای زیر را مطمئناً روی تخته ننوشته است؟

الف) ۹۹۹

ب) ۴۹۹

ج) ۲۹۹

د) ۲۴۹

ه) ۱۲۴

راه‌حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۲۰۰۲

راه‌حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (الف) ۲۱ را می‌توان به صورت حاصل‌ضرب ۷×۳ نوشت. ۳ و ۷ اعداد اول هستند و تنها اعداد اولی هستند که ۲۱ بر آن‌ها بخش‌پذیر است.

۲. (الف) گزینه‌ها پس از ساده شدن به صورت زیر در می‌آیند:

$$\frac{۷}{۸}, \frac{۶}{۷}, \frac{۵}{۶}, \frac{۴}{۵}, \frac{۳}{۴}$$

این کسرها به صورت $\frac{n-۱}{n}$ یا $۱ - \frac{۱}{n}$ هستند. بدیهی است هرچه n بیش‌تر باشد مقدار $\frac{۱}{n}$ کوچک‌تر و در نتیجه $۱ - \frac{۱}{n}$ بزرگ‌تر است. یعنی $\frac{۷}{۸}$ از دیگر کسرها بزرگ‌تر است.

۳. (د) اعدادی که در فاصله‌ی ۱ تا ۱۰۰ بر سه بخش‌پذیرند عبارت‌اند از اعداد ۳، ۶، ...، ۹۶، ۹۹. تعداد آن‌ها $۳۳ = \frac{۹۹}{۳}$ است. علاوه بر این اعداد دورقمی

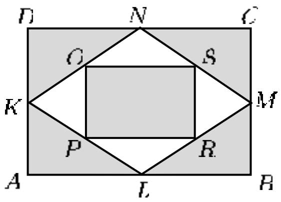
که رقم یکان آن‌ها ۳ است عبارت‌اند از ۱۳، ۲۳، ۳۳، ۴۳، ۵۳، ۶۳، ۷۳، ۸۳ و ۹۳. از این ۹ عدد، سه‌تای آن‌ها یعنی ۳۳، ۶۳ و ۹۳ قبلاً شمرده شده‌اند. بنابراین شش‌تای آن‌ها می‌ماند و تعداد کل دفعات دست زدن برابر است با: $۳۲ + ۶ = ۳۹$.

۴. (ج) زمان طلوع خورشید ۵۳ : ۴ پیش از ظهر و زمان غروب آن ۲۵ : ۹ بعد از ظهر، یعنی ساعت ۲۵ : ۲۱، است. زمان دقیق ظهر محلی برابر است با:

$$\frac{۲۱ : ۲۵ + ۴ : ۵۳}{۲} = \frac{۲۵ : ۷۸}{۲} = \frac{۲۶ : ۱۸}{۲} = ۱۳ : ۰۹$$

که همان ساعت ۰۹ : ۱ بعد از ظهر است.

۵. (د) چون K، L، M و N وسط اضلاع مستطیل $ABCD$ هستند. بنابراین مساحت چهارضلعی $KLMN$ نصف مساحت مستطیل $ABCD$ است. در نتیجه مجموع مساحت مثلث‌های KDN، NCM، LMB و AKL برابر با نصف مساحت مستطیل $ABCD$ است. به همین ترتیب مساحت چهارضلعی $QSRP$ نصف مساحت چهارضلعی $KLMN$ و در نتیجه یک چهارم مساحت مستطیل $ABCD$ است. در نتیجه نسبت مساحت قسمت سایه‌خورده $\frac{۳}{۴}$ مساحت مستطیل است.



۶. (الف) چون با چشم‌های بسته مهره‌ها خارج می‌شوند، باید بدترین حالت را در نظر بگیریم. در این صورت ۷ بار توپ خاکستری خارج می‌شود، ۴ بار هم توپ سفید خارج می‌شود. بدیهی است اولین توپی که بعد از این خارج می‌شود قطعاً سیاه است. لذا با خارج کردن $۱۲ = ۱ + ۴ + ۷$ توپ می‌توان مطمئناً گفت که دست‌کم یک توپ از هر رنگ از کیسه خارج شده است.

۷. (هـ) عدد ۲۰۰۲ را بر ۲۴ تقسیم می‌کنیم. خارج قسمت برابر ۸۳ می‌شود. امّا ۲۴×۸۳ از ۲۰۰۲ کم‌تر است. پس باید ۸۴ جعبه بخرد. ۲۴×۸۴ برابر است با ۲۰۱۶ پس ۱۴ دفترچه اضافه می‌ماند.

۸. (ج) اگر ۲۰۰۲ را به‌صورت حاصل‌ضرب عددهای اول بنویسیم، خواهیم داشت: $۲۰۰۲ = ۲ \times ۷ \times ۱۱ \times ۱۳$.

الف) $۷a + ۷b$ مضرب ۷ است چون داریم $۷a + ۷b = ۷(a+b)$. بنابراین اگر $a + b = ۲۲ \times ۱۳$ آنگاه $۷(a + b) = ۲۰۰۲$.

ب) با استدلالی مشابه استدلال بالا، اگر $a + b = ۱۴ \times ۱۱$، آنگاه $۱۳(a + b) = ۲۰۰۲$.

ج) $۱۷a + ۱۷b$ مضرب ۱۷ است. اما ۲۰۰۲ مضرب ۱۷ نیست. بنابراین ۲۰۰۲ را نمی‌توان به‌صورت $۱۷a + ۱۷b$ (مشروط به این‌که a و b اعداد طبیعی باشند) نوشت.

د و هـ) عبارت $۱۱(۲a + ۷b)$ مضرب ۱۱ است، و عبارت $۲۸a + ۱۴b = ۷(۴a + ۲b)$ مضرب ۷ است. بنابراین مقدار این عبارات نیز می‌تواند ۲۰۰۲ باشد.

۹. (الف) بدیهی است سروش قناری دارد چون گفته شده است او پرنده دارد و فقط یکی از این چهار جانور پرنده است. پس گزینه‌ی (ب)درست است. چون مهران و علی گربه دوست ندارند پس باید مرتضی گربه داشته باشد. در نتیجه گزینه‌ی (د) درست است. بنابراین گزینه‌ی (الف)نادرست است.

۱۰. (ج) می‌خواهیم بیش‌ترین تعداد سبدهای کیوی را خریده باشیم.

با ۲۳۰ زلوتی حداکثر می‌توانیم ۵ سبد کیوی بخریم $۲۰۰۰ = ۴۰ \times ۵$ و ۳۰ زلوتی اضافه می‌آوریم که با آن می‌توانیم ۱ سبد گلابی بخریم. امّا تعداد سبدهای میوه در این حالت $۶ = ۱ + ۵$ تا می‌شود، نه ۸تا.