

درسنامه

الگوهای عددی - عبارتهای جبری

الگوی عددی

در الگوهای عددی و هندسی رابطه‌ای وجود دارد که می‌توان آن را به صورت عبارتی شامل عدد و متغیر (حرف) نمایش داد. به این عبارتهای عبارت جبری می‌گوییم.

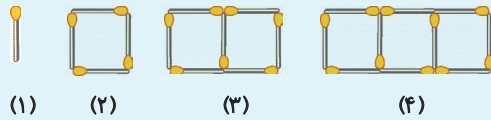
روز شنبه ۳ حلزون سوار زیردریایی شدند تا در نخستین سفر خود به دریا بروند. در سفر دوم، ۶ حلزون سوار زیردریایی شدند، در سفر سوم ۹ حلزون، در سفر چهارم ۱۲ و ... اگر به همین ترتیب حلزون‌ها سوار زیردریایی شوند:

$$3 \times 10 = 30$$

الف. در سفر دهم چند حلزون سوار زیردریایی می‌شوند؟

ب. در سفر n ام چند حلزون سوار زیردریایی می‌شوند؟

تعداد چوب کبریت‌های شکل n ام را مشخص کنید.



۲ - (شماره شکل) × تعداد چوب کبریت‌ها

تعداد چوب کبریت‌های شکل n ام = _____

جمله جبری

به هر یک از عبارتهایی مانند، $2x$ ، $-m$ ، $2b$ ، $\frac{1}{4}a$ و -5 یک جمله جبری می‌گوییم.

در هر جمله، به عددی که قبل از متغیر (حرف) در آن ضرب شده است، ضریب عددی گفته می‌شود.

$$7a \xrightarrow{\text{ضریب عددی}} 7$$

$$x \xrightarrow{\text{ضریب عددی}} 1$$

$$\frac{2}{5}ab \xrightarrow{\text{ضریب عددی}} \frac{2}{5}$$

به تساوی‌های زیر توجه کنید:

$$\Delta \times x \quad \Delta x \quad a \times b \quad ab \quad 1 \times x \quad x \quad . \times x \quad . \quad x \times y \quad x \cdot y \quad xy$$

جمله‌های متشابه

به جمله‌هایی که تمام قسمت حرفی آن‌ها مانند هم باشند، متشابه می‌گویند.

$$-2a, \frac{1}{3}a \quad \text{متشابه‌اند:}$$

$$2a, ab \quad \text{متشابه نیستند:}$$

$$2x, 2xx \quad \text{متشابه نیستند:}$$

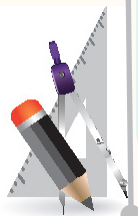
به جمله‌های جبری زیر توجه کنید:

$$3x, 3a, 2aa, 4ab, 5xx, 4a, -2x, ab$$

الف. جمله‌های متشابه با جمله « x » را بنویسید.

ب. جمله‌های متشابه با جمله « $2a$ » را بنویسید.

پ. جمله‌های متشابه با « $\frac{1}{3}ab$ » را بنویسید.





درسنامه

الگوهای عددی - عبارتهای جبری

عبارت جبری

عبارتهای جبری از چند عدد یا متغیر (حرف) همراه با چهار عمل اصلی تشکیل می‌شوند.

$$2x - 1, 2m + 2, 5 + \frac{x}{2}, 5$$

از عبارتهای جبری برای نوشتن قوانین و روابط موجود در ریاضیات می‌توان استفاده کرد.

- حاصل جمع هر عدد با قرینه‌اش برابر صفر می‌شود: $x + (-x)$

- سه واحد بیشتر از دو برابر عددی: $2m + 3$

جدول زیر را کامل کنید.

عملیات	رابطه جبری
۱. عددی را انتخاب کنید.	_____
۲. عدد انتخاب شده را در عدد ۳ ضرب کنید.	_____
۳. حاصل را با عدد ۷ جمع کنید.	_____
۴. از جواب به دست آمده عدد انتخاب شده را کم کنید.	_____

در یک عبارت جبری، عملیات جبری با علامت «+» یا «-» از هم جدا می‌شوند.

این عبارت ۳ جمله دارد $\rightarrow 5a - 6b + 7$

ساده کردن عبارت جبری

برای ساده کردن عبارتهای جبری، فقط جمله‌های مشابه را با هم جمع و تفریق می‌کنیم.

عبارت جبری روبه‌رو را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$4a - 3b + 2a + 3b$$

در ضرب کردن جمله‌های جبری، مشابه بودن جمله‌های جبری لازم نیست.

$$2x \cdot 2x = 4x^2, \quad 5(va) = 5va, \quad (va)(-ab) = -5ab$$



۱ جملات درست را با ✓ و نادرست را با ✗ مشخص کنید. (دلیل نادرستی آن‌ها را بنویسید.)

الف. ضرب عددی $\frac{-2a}{7}$ برابر ۳- است.

ب. اگر طول و عرض مستطیل به ترتیب x و y باشد، مساحت آن برابر $2(x+y)$ است.

پ. ساده شده عبارت $2(2a-5b+2a)$ از ۳ جمله تشکیل شده است.

ت. جمله n ام الگوی $0, 12, 9, 6, 2$ برابر $2n+2$ است.

۲ جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

الف. عبارت $6abc$ دارای _____ جمله است.

ب. در محیط دایره $(2\pi r)$ ، ضرب عددی برابر _____ است.

پ. عبارت جبری «هفت برابر عددی کم‌تر از ۹» به صورت _____ نوشته می‌شود.

۳ با توجه به الگوی مقابل به سؤالات زیر پاسخ دهید:



(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

الف. شکل پنجم از چند چوب کبریت تشکیل شده است؟

ب. چه رابطه‌ای میان شماره شکل و تعداد چوب کبریت‌ها

وجود دارد؟

پ. شکل n ام چند چوب کبریت دارد؟

۴ جمله‌های n ام الگوهای عددی زیر را بنویسید.

الف) $5, 10, 15, 20, \dots$

ب) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$

پ) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

ت) $2, 5, 8, 11, \dots$

۵ هر یک از عبارتهای کلامی زیر را به صورت عبارت جبری بیان کنید.

الف. هفت برابر عددی حاصل ضرب عددی در خودش

ب. پنج‌تا کم‌تر از نصف عددی

ج. قرینه قرینه هر عدد صحیح برابر خودش است.

۶ در هر قسمت عبارتهای جبری زیر را به صورت کلامی بیان کنید.

الف. $2a + 2b$

ب. $\frac{a}{1} = a$

پ. $a \times 1 = a$

ت. $\frac{x}{3} + 1$

ج. $a + (a)$

۷ قیمت هر کیلوگرم پرتقال n تومان و هر کیلوگرم سیب m تومان است.

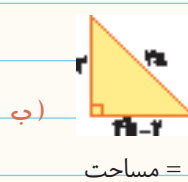
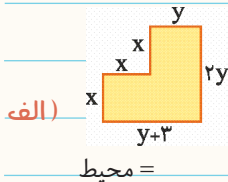
الف. قیمت ۳ کیلوگرم پرتقال به صورت جبری چه قدر است؟

ب. قیمت ۵ کیلوگرم پرتقال با ۲ کیلوگرم سیب را به صورت عبارت جبری بنویسید.





۸ در هر یک از شکل‌های زیر موارد خواسته شده را به دست آورید.



۹ عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

- الف) $5a + 9 - 2a$ ب) $(2x + 1) + (2x - 2)$
- پ) $2xy + 2 + 5xy + 1$ ت) $2x + 2(x - 2) - 5x + 2$
- ث) $2(2x - 1) + 2x + 5$ ج) $2(a + 5b) - 2(2a + 1)$
- ح) $\frac{2}{a} - \frac{2}{b} + \frac{5}{a} - \frac{1}{b}$ د) $2(2 - (m + n - 5(n - 2m) - 2) + 2n) - 2n + m$

۱۰ اگر عدد ورودی در نمودار زیر a باشد، عبارت خروجی را بنویسید.



۱۱ اگر $A = 2x + 3y$ و $B = x - 5y$ باشد، حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

- الف) $A + B$
- ب) $A - B$
- پ) $2A + 5B$

■ به سوالات چهارگزینه‌ای زیر پاسخ دهید.

۱۲ متغیر در جمله جبری $-2ab$ کدام گزینه است؟

- a (۱) b (۲) ab (۳) $-y$ (۴)

۱۳ جمله n ام دنباله مقابل کدام است؟ $1, 8, 27, 64, \dots$

- $n \cdot n$ (۱) $n \cdot n \cdot n$ (۲) $2n$ (۳) n^3 (۴)

۱۴ کدام گزینه با $5a^2b$ متشابه است؟

- $-2a$ (۱) $5a$ (۲) $\frac{5a}{b}$ (۳) $-ba$ (۴)

۱۵ ساده شده عبارت $7 - 4x - 3y - 5x + 7y$ از چند جمله تشکیل شده است؟

- ۶ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۱۶ جمله جبری $-abc$ را به کدام حالت نمی‌توان نوشت؟

- $(-a)(b)(c)$ (۱) $(-1)(a) \cdot bc$ (۲) $(-1)(a) \times b \times c$ (۳) $a + b + c$ (۴)

درسنامه

مقدار عددی یک عبارت جبری - معادله

مقدار عددی یک عبارت جبری

یک عبارت جبری مقدار عددی ثابت و مشخصی ندارد، بلکه به ازای هر مقدار برای متغیرهای موجود در آن، مقدار عددی آن متفاوت می‌شود. بنابراین برای به دست آوردن مقدار عددی یک عبارت جبری، باید به جای متغیرهای موجود در عبارت، مقادیر داده شده آن‌ها را جایگزین کرد و سپس با توجه به ترتیب انجام عملیات، حاصل عبارت را به دست آورد.

الف) $a = 5$; $2a + 1$
 $2(5) + 1 = 11$

ب) $x = 2, y = 3$; $5x - y$
 $5(2) - 3 = 10 - 3 = 7$

پ)

n	0	-1	4
$2n - 3$	$2(0) - 3 = -3$	$2(-1) - 3 = -5$	$2(4) - 3 = 5$

در مناسبه مقدار عددی یک عبارت جبری، اگر آن عبارت قابل ساده شدن باشد بهتر است، ابتدا آن را ساده کنیم و سپس مقادیر داده شده را در عبارت جایگزین نماییم.

الف) $x = 2, 2(x - 5) - 2x = 1$
 $(2 \times 2) - 10 - 4 = 4 - 10 - 4 = -10$

ب) $x = 1, y = 2$
 $2(x - 2y) + 2x + 5y = 2x - 4y + 2x + 5y = 4x + y$
 $(4 \times 1) + (2) = 4 + 2 = 6$

معادله

یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل شود، یک معادله نامیده می‌شود.

$x + 1 = 2$, $5x = 2$, $2x = 2$

به عبارت دیگر می‌توان گفت حل معادله، برعکس محاسبه مقدار عددی عبارت جبری است.

$x \rightarrow ?$	$\Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$	$n \rightarrow ?$	$\Rightarrow n = 2 - 5 = -3$
$2x \rightarrow 8$		$n + 5 \rightarrow 2$	

جواب‌های معادله

جواب‌های یک معادله عددهایی هستند که به ازای آن‌ها تساوی عددی در معادله برقرار می‌شود. بعضی از معادله‌ها یک جواب و بعضی بیش از یک جواب دارند.

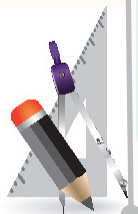
$2x - 6 = x + 2$ یک جواب دارد. ، $x \times x = 9 \Rightarrow \begin{cases} (3) \times (3) = 9 \\ (-3) \times (-3) = 9 \end{cases}$ دو جواب دارد.

روش‌های حل معادله

۱. یکی از روش‌های حل معادله، استفاده از راهبرد حدس و آزمایش است. در این روش عددهای مختلفی را برای جواب حدس می‌زنیم و در معادله آزمایش می‌کنیم تا به جواب مورد نظر برسیم.

معادله $4x - 5 = 7$ را با روش حدس و آزمایش حل کنید.

x	$4x - 5$	بررسی
2	$4(2) - 5 = 3$	×
3	$4(3) - 5 = 7$	✓





درسنامه

مقدار عددی یک عبارت جبری - معادله

اگر به طرفین تساوی عددی ثابت اضافه شود، باز هم تساوی برقرار است.

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{cc} 5 & 5 \\ \hline 5+2 & 5+2 \\ \hline 8 & 8 \end{array} & \begin{array}{cc} 9 & 9 \\ \hline 9+(2) & 9+(2) \\ \hline 7 & 7 \end{array} \end{array}$$

اگر طرفین تساوی در عددی ثابت ضرب شود، باز هم تساوی برقرار است.

$$\begin{array}{l|l|l} \begin{array}{cc} 2 & 2 \\ \hline 2 \times 2 & 2 \times 2 \\ \hline 4 & 4 \end{array} & \begin{array}{cc} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \hline \frac{1}{5} \times 2 & \frac{1}{5} \times 2 \\ \hline \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \end{array} & \begin{array}{cc} 7 & 7 \\ \hline 7 \times (2) & 7 \times (2) \\ \hline 28 & 28 \end{array} \end{array}$$

۲. برای حل معادله باید مقدار مجهول معادله (متغیر) را به دست آوریم. بنابراین با اضافه کردن یک عدد ثابت به طرفین تساوی یا ضرب کردن یک عدد ثابت در طرفین تساوی، مقدار مجهول معادله به دست می‌آید.

$$\begin{array}{l|l|l} \begin{array}{cc} 2x & 12 \\ \hline \frac{1}{2} \times 2x & 12 \times \frac{1}{2} \\ \hline x & 6 \end{array} & \begin{array}{cc} x+5 & 8 \\ \hline \cancel{x+5} & \cancel{8} \\ \hline x & 3 \end{array} & \begin{array}{cc} 2x+2 & 7 \\ \hline \cancel{2x+2} & \cancel{7} \\ \hline \frac{1}{2} \times 2x & \frac{1}{2} \times 7 \\ \hline x & \frac{7}{2} \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{cc} 5x & 8 \\ \hline 5x & 2x+2 \\ \hline 2x & 12 \\ \hline x & \frac{12}{2} \\ \hline x & 6 \end{array} & \begin{array}{cc} 1.2x & 18 \\ \hline 1.2x & 2x \\ \hline 6x & 18 \\ \hline x & \frac{18}{6} \\ \hline x & 3 \end{array} \end{array}$$

۳. اگر در یک معادله تعداد جمله‌ها زیاد باشد، ابتدا می‌توانیم جمله‌های مجهول (حرفی) را در یک طرف تساوی و جمله‌های عددی را در طرف دیگر قرار دهیم سپس جواب معادله را به دست آوریم. در این حالت جملاتی که به طرف دیگر تساوی منتقل می‌شوند، قرینه می‌گردند.

حل مسائل به کمک معادله

برای حل بعضی از مسائل می‌توان از معادله استفاده کرد. به این ترتیب، خواسته مسئله را با متغیر (x) نشان می‌دهیم و سپس صورت مسئله را از حالت کلامی به عبارت جبری تبدیل می‌کنیم و با حل معادله جواب مسئله به دست می‌آید.

علی برای خرید ۴ مداد ۵۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۲۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر مداد را حساب کنید.

قیمت هر مداد = x

تبدیل عبارت کلامی به عبارت جبری

$$\begin{array}{l} \longrightarrow 2x+2000 = 5000 \\ 2x+2000 - 2000 = 5000 - 2000 \\ \frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 3000 \\ x = 1500 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{یا} \\ 2x+2000 = 5000 \\ 2x = 5000 - 2000 \\ 2x = 3000 \\ x = \frac{3000}{2} \\ x = 1500 \end{array}$$