درس ۱: ترسیم‌های هندسی

۱ دو خط d_1 و d_2 بر هم عمودند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از خط d_1 به فاصلهٔ ۴ و از خط d_2 به فاصلهٔ ۲ باشد؟

۱) ۱   ۲) ۲

۳) ۴   ۴) بی‌شمار

%۸۰ | %۴۴ | آذر۱۳۹۷

۲ نقطهٔ A به فاصلهٔ ۴ سانتی‌متر از نقطهٔ B قرار دارد. در صفحه چند نقطه وجود دارد که از A به فاصلهٔ ۷ سانتی‌متر و از B به فاصلهٔ ۳ سانتی‌متر باشد؟ (نقاط A و B در یک صفحه واقع‌اند.)

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) ۴

%۶۷ | %۳۰ | تیر۱۳۹۷

۳ نقطه‌ی A روی خط d قرار دارد. چند نقطه در صفحه می‌توان یافت که به فاصله‌ی برابر ۲ واحد از نقطه‌ی A و خط d باشند؟

۱) صفر   ۲) ۱

۳) ۲   ۴) ۴

%۶۶ | %۵۰ | آبان۱۳۹۶

۴ نقاط A و B به فاصلهٔ ۶ واحد از هم در یک صفحه مفروض‌اند. ابتدا دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ a باز نموده و کمانی به مرکز A رسم می‌کنیم. سپس دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ b باز نموده و کمانی به مرکز B رسم می‌کنیم تا کمان قبلی را در دو نقطه قطع کند. حاصل $a+b$ کدام مقدار می‌تواند باشد؟

۱) ۷   ۲) ۶

۳) ۵   ۴) ۴

%۶۵ | %۵۳ | مرداد۱۳۹۷

۵ برای رسم نیمساز یک زاویه، حداقل به ترسیم چند کمان نیاز داریم؟

۱) ۱   ۲) ۲

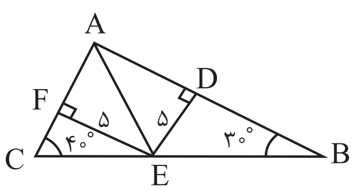
۳) ۳   ۴) ۴

%۹۳ | %۵۳ | مهر۱۳۹۷

۶ در شکل زیر، اندازه‌ی زاویه‌ی $C\hat{A}E$ کدام است؟

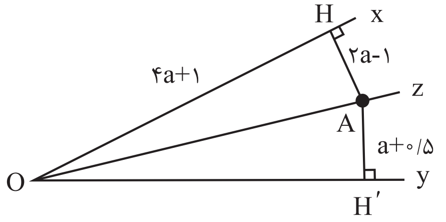
۱) 40° ۲) 45°

۳) 50° ۴) 55°



%۵۵ | %۳۴ | مهر۱۳۹۶

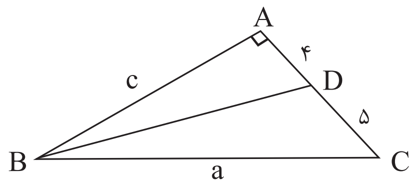
۷) در شکل مقابل Oz نیمساز زاویه‌ی $x\hat{O}y$ است. طول OH' کدام است؟



۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۹

%۶۱
%۴۷
مهر ۱۳۹۶

۸) در شکل زیر، BD نیمساز زاویهٔ B است. حاصل $a-c$ کدام است؟



۱) ۲
۲) $\frac{۵}{۲}$
۳) ۳
۴) $\frac{۹}{۲}$

%۳۲
%۲۷
مهر ۱۴۰۰

۹) خط d و دو نقطهٔ A و B در یک صفحه مفروض‌اند. در کدام حالت، حتماً نقطه‌ای روی خط d وجود دارد که از A و B به یک فاصله باشد؟

۱) خط d از نقطهٔ A عبور کند.
۲) خط d، امتداد پاره‌خط AB را قطع کند.
۳) خط d، پاره‌خط AB را در نقطه‌ای بین A و B قطع کند.
۴) خط d موازی پاره‌خط AB باشد.

%۵۶
%۳۶
بهمن ۱۳۹۸

۱۰) از دو سر پاره‌خط AB به طول ۸ سانتی‌متر، دو کمان به شعاع ۵ سانتی‌متر رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ M قطع کنند. فاصلهٔ نقطهٔ M از پاره‌خط AB کدام است؟

۱) ۱
۲) ۳
۳) ۴
۴) $\sqrt{۴۱}$

%۶۲
%۴۳
مهر ۱۳۹۷

۱۱) دو دایره به مراکز A و B یکدیگر را در نقاط C و D قطع کرده‌اند. کدام یک از گزینه‌های زیر همواره درست است؟

۱) AB عمودمنصف CD است.
۲) CD عمودمنصف AB است.
۳) $AB=CD$
۴) $C\hat{A}D=C\hat{B}D$

%۵۲
%۴۰
فروردین ۱۴۰۰

۱۲) چند دایره می‌توان رسم کرد که پاره‌خط AB به طول ۲ واحد، وتری از آن باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) بی‌شمار

%۴۱
%۳۰
فروردین ۱۳۹۹

۱۳) نقطهٔ A به فاصلهٔ ۸ واحد از خط d واقع است. برای رسم خطی عمود بر خط d از نقطهٔ A، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۱۰ واحد رسم می‌کنیم تا خط d را در نقاط B و C قطع کند و سپس از نقاط B و C دو کمان به شعاع R رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در دو نقطهٔ E و F قطع نمایند. R کدام‌یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۷

%۳۵
%۲۹
مهر ۱۳۹۹

۱۴ چند مستطیل می‌توان رسم کرد که طول یک ضلع آن $۳\sqrt{۲}$ و طول قطر آن ۴ باشد؟

۱) صفر ۲) ۱
۳) ۲ ۴) بی‌شمار

	٪۵۹
	٪۲۸
	مهر ۱۳۹۷

۱۵ عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم می‌کنیم تا این پاره خط را در نقطه‌ی H قطع کند. حال به مرکز H و به شعاع AH دایره‌ای رسم می‌کنیم تا عمودمنصف را در نقاط C و D قطع کند. چهارضلعی ACBD دقیقاً کدام است؟

۱) مربع ۲) لوزی‌ای که یک زاویه‌ی آن ۶۰° است.
۳) ذوزنقه ۴) مستطیلی که طول آن، دوبرابر عرض آن است.

	٪۵۷
	٪۳۹
	مهر ۱۳۹۶

۱۶ چند متوازی‌الاضلاع غیرهمنهشت به اضلاع ۴ و ۷ می‌توان رسم کرد؟

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۴ ۴) بی‌شمار

	٪۷۰
	٪۴۳
	آذر ۱۳۹۶

۱۷ چند لوزی به طول قطرهای ۶ و ۸ واحد می‌توان رسم نمود؟

۱) هیچ
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی‌شمار

	٪۷۵
	٪۴۱
	مرداد ۱۳۹۷

۱۸ نقطهٔ A خارج از خط d و نقطهٔ B روی این خط مفروض است. به مرکز B و شعاع AB کمانی رسم می‌کنیم تا خط d را در نقطهٔ C قطع کند. سپس به مراکز A و C و به شعاع BC، دو کمان رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ D (غیرواقع بر d) قطع کنند. چهار ضلعی ABCD همواره کدام است؟

۱) مربع ۲) لوزی ۳) مستطیل ۴) ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین

	٪۵۵
	٪۴۵
	بهمن ۱۳۹۹

۱۹ در مثلث ABC، $BC > AB$ و $\hat{B} = ۷۰^\circ$ است. کم‌ترین مقدار صحیحی که اندازهٔ زاویهٔ A بر حسب درجه می‌تواند داشته باشد، کدام است؟

۱) ۵۴ ۲) ۵۵ ۳) ۵۶ ۴) ۵۷

	٪۴۴
	٪۳۶
	بهمن ۱۳۹۷

۲۰ پاره‌خط AC به طول ۶ مفروض است. از نقطهٔ M وسط پاره‌خط AC دایره‌ای به شعاع ۴ رسم کرده و قطر BD از این دایره را نیز رسم می‌کنیم. چهارضلعی ABCD کدام است؟

۱) متوازی‌الاضلاعی به قطرهای ۶ و ۸ ۲) متوازی‌الاضلاعی به اضلاع ۶ و ۸
۳) مستطیلی به قطر ۸ ۴) مستطیلی به اضلاع ۶ و ۸

	٪۶۲
	٪۵۰
	مهر ۱۳۹۶

درس ۲: استدلال

۲۱) اگر با رسم چند مثلث مختلف و اندازه‌گیری مجموع زوایای داخلی آن‌ها به این نتیجه برسیم که مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰° است، از چه نوع استدلالی استفاده کرده‌ایم؟

۱) استنتاجی
۲) شهودی
۳) استقرایی
۴) محاسباتی

%۷۹
%۴۰
آبان ۱۳۹۶

۲۲) در مثلث ABC، بین زوایا رابطه‌ی $\hat{A}=\hat{B}+\hat{C}$ برقرار است. محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

۱) درون مثلث
۲) روی رأس A
۳) بیرون مثلث
۴) روی ضلع BC

%۷۸
%۳۳
آبان ۱۳۹۶

۲۳) از هر رأس مثلث ABC، خطی به موازات ضلع مقابل رسم می‌کنیم تا از برخورد آن‌ها، مثلث $A'B'C'$ به وجود آید. ارتفاع‌های مثلث ABC، منطبق بر کدام یک از اجزاء مثلث $A'B'C'$ هستند؟

۱) ارتفاع‌های مثلث
۲) نیمسازهای زوایای مثلث
۳) عمودمنصف‌های اضلاع مثلث
۴) میانه‌های وارد بر اضلاع مثلث

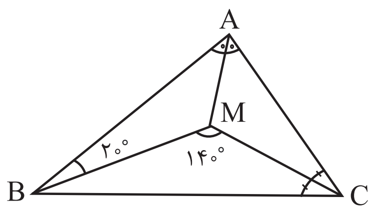
%۵۳
%۳۲
آبان ۱۳۹۶

۲۴) در مثلث ABC، اگر O نقطهٔ همرسی سه ارتفاع باشد، آنگاه نقطهٔ A برای مثلث OBC، چه نقطه‌ای است؟

۱) محل تلاقی سه ارتفاع
۲) محل تلاقی سه میانه
۳) محل تلاقی سه نیمساز
۴) محل تلاقی سه عمودمنصف

%۴۷
%۳۴
مهر ۱۳۹۷

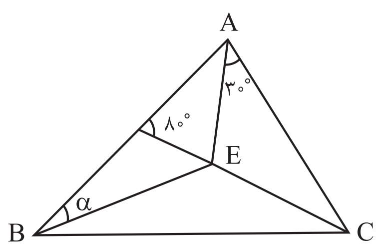
۲۵) در شکل زیر، نیمسازهای داخلی $B\hat{A}C$ و $A\hat{C}B$ در M متقاطع‌اند. با توجه به اندازه‌های روی شکل، اندازهٔ زاویهٔ AMB کدام است؟



۱) ۱۰۰°
۲) ۱۱۰°
۳) ۱۲۰°
۴) ۱۳۰°

%۴۷
%۳۷
آبان ۱۳۹۷

۲۶) در شکل زیر اگر E نقطهٔ همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث ABC باشد، زاویهٔ α چند درجه است؟



۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۴۰

%۴۵
%۳۴
مهر ۱۳۹۹

۲۷) برخی نتایج مهم و پرکاربرد که با استدلال .... به‌دست می‌آید، .... نامیده می‌شود.

۱) استنتاجی - قضیه
۲) استقرایی - قضیه
۳) استنتاجی - حکم
۴) استقرایی - حکم

%۷۲
%۴۸
آبان ۱۳۹۷

۲۸) در چهارضلعی ABCD، بین اندازه‌های زاویه‌های داخلی رابطهٔ $\hat{A}=\frac{\hat{B}}{۲}=\frac{\hat{C}}{۳}=\frac{\hat{D}}{۴}$ برقرار است. در این چهارضلعی نیمسازهای داخلی دو زاویهٔ... و ... بر هم عمودند.

۱) $D-A$
۲) $C-A$
۳) $A-B$
۴) $D-B$

%۲۷
%۲۰
بهمن ۱۳۹۸

۲۹) کدام حکم کلی نادرست است؟

۱) مجموع زوایای خارجی هر مثلث، ۱۸۰ درجه است.
۲) هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع آن به یک فاصله است.
۳) سه عمودمنصف اضلاع هر مثلث همرس‌اند.
۴) عمودمنصف هر وتر دایره از مرکز آن می‌گذرد.

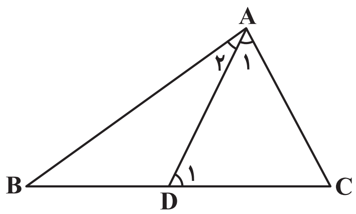
%۸۰
%۶۳
آبان ۱۳۹۷

۳۰) کدام گزینه صحیح است؟

۱) در استدلال استنتاجی از جزء به کل می‌رسیم.
۲) استدلالی که نتیجه‌گیری منطقی بر پایه‌ی واقعیت‌هایی است که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم، استدلال استنتاجی است.
۳) قضیه، نتایج مهم و کاربردی است که با استدلال استقرایی بدست می‌آوریم.
۴) عکس قضیه هم مانند خود قضیه درست است.

%۶۸
%۵۱
آذر ۱۳۹۶

۳۱) در شکل مقابل $\hat{A}_1=۸۰^\circ$ و $\hat{D}_1=۴۰^\circ$ می‌باشد. کدام گزینه لزوماً صحیح نیست؟



۱) $\hat{A}_1>\hat{A}_۲$
۲) $\hat{C}>\hat{B}$
۳) $\hat{B}>\hat{A}_۲$
۴) $\hat{C}>\hat{A}_۲$

%۷۴
%۵۷
بهمن ۱۳۹۶

۳۲) در مثلث ABC، $\hat{B}=۵۰^\circ$، $\hat{C}=۳۵^\circ$ و نقطهٔ D روی ضلع BC چنان قرار دارد که $D\hat{A}C=۲۵^\circ$ است. کدام یک از نامساوی‌های زیر نادرست است؟

۱) $AC>AB$
۲) $AB>BD$
۳) $AC>AD$
۴) $BD>AD$

%۴۳
%۲۹
مهر ۱۳۹۷

۳۳) در مثلث ABC، زاویه‌ی A برابر ۵۰° است، کدام‌یک از نتیجه‌گیری‌های زیر همواره صحیح است؟

۱) ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC است.
۲) ضلع BC کوچک‌ترین ضلع مثلث ABC است.
۳) ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC نیست.
۴) ضلع BC کوچک‌ترین ضلع مثلث ABC نیست.

%۶۴
%۴۳
آذر ۱۳۹۶

۳۴) نقیض گزارهٔ «مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب برابر 360° است.» کدام است؟

۱) اگر یک چهارضلعی محدّب باشد، آنگاه مجموع زوایای داخلی آن 360° است.

۲) چهارضلعی محدّبی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 360° نیست.

۳) مجموع زوایای خارجی هر چهارضلعی محدّب برابر 360° است.

۴) مجموع زوایای خارجی هر چهارضلعی محدّب برابر 360° نیست.

%۸۳
%۷۱
آذر ۱۳۹۷

۳۵) نقیض گزاره‌ی« هر دو خط موازی یکدیگر را قطع نمی‌کنند.» کدام است؟

۱) دو خط وجود دارد که یکدیگر را قطع می‌کنند ولی موازی نیستند.

۲) دو خط وجود دارد که یکدیگر را قطع می‌کنند و موازی هستند.

۳) چنین نیست که هر دو خط موازی یکدیگر را قطع کنند.

۴) چنین نیست که دو خطی که یکدیگر را قطع می‌کنند موازی باشند.

%۷۹
%۵۰
آبان ۱۳۹۶

۳۶) نقیض گزارهٔ « یک چهارضلعی وجود دارد که دو قطر آن برابر نیستند.» کدام است؟

۱) همهٔ چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.

۲) بعضی چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.

۳) همهٔ چهارضلعی‌ها دو قطر نابرابر دارند.

۴) مستطیل تنها چهارضلعی‌ای است که دو قطر برابر دارد.

%۷۷
%۴۴
آبان ۱۳۹۷

۳۷) چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

الف) نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، همواره داخل مثلث است.

ب) نقطه‌ی همرسی نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث، همواره داخل مثلث است.

پ) نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌های هر مثلث، همواره داخل مثلث است.

۱) صفر   ۲) ۱

۳) ۲   ۴) ۳

%۷۴
%۳۸
آبان ۱۳۹۶

۳۸) در اثبات یک قضیه به روش غیرمستقیم یا برهان خلف از کدام اصل استفاده می‌شود؟

۱) فرض را درست می‌گیریم و به حکم درست دست می‌یابیم.

۲) فرض را نادرست می‌گیریم و به حکم نادرست می‌رسیم.

۳) حکم را نادرست می‌گیریم و با فرض نادرست مواجه می‌شویم.

۴) حکم را درست می‌گیریم و به فرض درست می‌رسیم.

%۷۴
%۵۵
تیر ۱۳۹۷

۳۹) در اثبات قضیه‌ی« در مثلث ABC ، اگر $AB \neq AC$ باشد، آن‌گاه $\hat{B} \neq \hat{C}$ » به کمک برهان خلف، با کدام فرض اثبات را شروع می‌کنیم؟

۱) $\hat{B} > \hat{C}$ یا $\hat{B} < \hat{C}$ ۲) $AB > AC$ یا $AB < AC$

۳) $\hat{B} = \hat{C}$ ۴) $AB = AC$

%۷۱
%۳۲
آبان ۱۳۹۶

۴۰) نقیض گزاره‌ی « هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.» کدام است؟

۱) هر مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.

۲) هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.

۳) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.

۴) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.

%۸۷
%۷۳
مرداد ۱۳۹۶

۴۱) کدام‌یک از قضیه‌های زیر را نمی‌توان به صورت قضیهٔ دو شرطی نوشت؟

۱) نقطهٔ همرسی عمود منصف‌های اضلاع مثلث، از سه رأس مثلث به یک فاصله است.

۲) در هر مستطیل، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.

۳) هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

۴) در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و میانهٔ نظیر یکی از اضلاع بر هم منطبق‌اند.

%۵۴ | %۴۳ | مهر ۱۳۹۹

۴۲) محیط مثلثی ۱۸ واحد است. کدام گزینه در مورد طول اضلاع آن می‌تواند صحیح باشد؟

۱) طول کوچک‌ترین ضلع آن ۷ است.

۲) طول کوچک‌ترین ضلع آن ۳ و بزرگ‌ترین ضلع آن ۷ است.

۳) طول بزرگ‌ترین ضلع آن ۹ است.

۴) طول کوچک‌ترین ضلع آن ۴ و بزرگ‌ترین ضلع آن ۸ است.

%۵۷ | %۴۲ | آذر ۱۳۹۷

۴۳) کدام گزینه همواره می‌تواند یک مثال نقض برای عبارت زیر باشد؟

« نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌های هر مثلث، داخل یا خارج آن مثلث می‌باشد.»

۱) مثلث قائم‌الزاویه
۲) مثلث متساوی‌الساقین
۳) مثلث متساوی‌الاضلاع
۴) مثلثی با یک زاویه‌ی ۱۲۰ درجه

%۷۴ | %۵۴ | آذر ۱۳۹۶

۴۴) کدام‌یک از قضیه‌های زیر، دو شرطی نیست؟

۱) در هر مثلث، اگر سه ضلع برابر باشند، آنگاه سه زاویه نیز با هم برابرند.

۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آنگاه قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.

۳) اگر دو دایره محیط برابر داشته باشند، آنگاه مساحت برابر دارند.

۴) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، آنگاه مساحت‌های برابر دارند.

%۶۸ | %۴۵ | بهمن ۱۳۹۷

۴۵) کدام یک از گزاره‌های زیر در هر مثلث دلخواه همواره درست است؟

۱) روی ارتفاع نظیر هیچ کدام از رأس‌ها، نقطه‌ای وجود ندارد که از دو رأس دیگر مثلث به یک فاصله باشد.

۲) نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع، داخل یا خارج مثلث است.

۳) ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث، داخل مثلث قرار دارد.

۴) طول هیچ کدام از اضلاع، با طول میانهٔ وارد بر آن‌ها برابر نیست.

%۳۷ | %۲۶ | اردیبهشت ۱۴۰۰

۴۶) اگر در مثلث ABC، نیمساز داخلی زاویهٔ A بر میانهٔ CM عمود باشد، آنگاه کدام رابطه بین طول اضلاع مثلث همواره برقرار است؟

۱) $b=2c$
۲) $c=2b$
۳) $b+c=2a$
۴) $b+a=2c$

%۳۵ | %۲۴ | آذر ۱۳۹۷

۴۷) کدام گزینه مثال نقض ندارد؟

۱) در هر مثلث، اندازهٔ بزرگ‌ترین زاویه، از چهار برابر اندازهٔ کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.

۲) برای هر عدد طبیعی n، n^2+n+41، عددی اول است.

۳) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث کوچک‌تر است.

۴) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.

%۷۳ | %۵۲ | آذر ۱۳۹۷

فصل ۲: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن

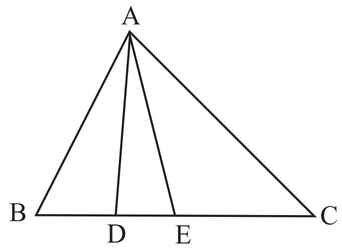
ردیف	نام مبحث	تعداد سؤال	پاسخ‌های صحیح بیشتر از ۴۰٪	پاسخ‌های صحیح بین ۳۰٪ تا ۴۰٪	پاسخ‌های صحیح کمتر از ۳۰٪
۱	نسبت و تناسب	۱۰	۲	۴	۴
۲	قضیهٔ تالس	۷	۶	۱	–
۳	تشابه مثلث‌ها	۱۳	۱	۶	۶
۴	کاربردهایی از قضیهٔ تالس و تشابه مثلث‌ها	۱۵	۳	۵	۷

در صورت هر سؤال سه نشانه زیر را مشاهده می‌کنید:

سطح دشواری	درصد مراجعه	درصد پاسخ‌گویی
سؤالات آزمون‌ها در هر سال و در هر آزمون، بر اساس درصد پاسخ‌گویی به سؤال‌ها به ۱۰ دهک تقسیم شده‌اند که دهک ۱ بیش‌ترین میزان پاسخ‌گویی و دهک ۱۰ کمترین میزان پاسخ‌گویی را دارد.	مجموع درصد پاسخ‌های درست و نادرست، درصد مراجعه است و برابر با نسبت تعداد دانش‌آموزانی است که به سؤال پاسخ داده‌اند خواه درست یا نادرست به تعداد کل شرکت‌کنندگان در آزمون.	میزان درصد پاسخ‌های درست به هر سؤال، درصد پاسخ‌گویی است و برابر با نسبت تعداد دانش‌آموزانی است که به سؤال پاسخ درست داده‌اند به تعداد کل شرکت کنندگان در آزمون.

درس ۱: نسبت و تناسب

۴۸) اگر در شکل زیر $EC = ۲BD = ۳DE$ باشد، آن‌گاه نسبت مساحت مثلث $\overset{\Delta}{AEC}$ به مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABE}$ کدام است؟



۱) $\frac{۶}{۵}$

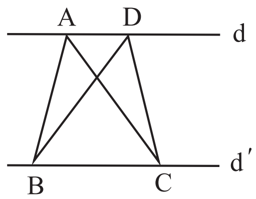
۲) $\frac{۵}{۶}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

%۵۷
%۵۱
آبان ۱۳۹۹

۴۹) در شکل مقابل $d \| d'$ و مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، ۸ واحد مربع است. اگر $BD = ۴$ باشد، فاصلهٔ نقطهٔ C از BD کدام است؟



۱) ۲

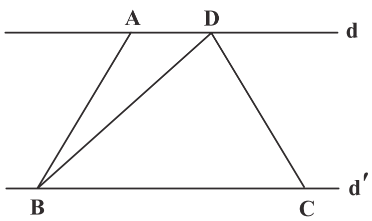
۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

%۳۷
%۳۰
آبان ۱۳۹۷

۵۰) در شکل مقابل، $d \| d'$، $AD = ۶$ و $BC = ۲۷$ است. نسبت فاصلهٔ C تا BD به فاصلهٔ A تا BD کدام است؟



۱) ۳

۲) ۳/۵

۳) ۴/۵

۴) ۴

%۳۳
%۲۷
مرداد ۱۳۹۷

۵۱) اندازه‌ی زاویه‌های مثلثی به نسبت ۲، ۳ و ۵ می‌باشد. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه در این مثلث چند درجه است؟

۱) ۳۶ ۲) ۵۴

۳) ۷۲ ۴) ۱۸

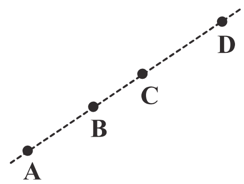
%۳۹
%۳۲
آذر ۱۳۹۶

۵۲) هرگاه $\frac{x}{۲} = \frac{y}{۳} = \frac{z}{۶} = ۰/۶$ باشد، آن‌گاه حاصل $x - y + z$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) ۳

%۶۰
%۵۳
مهر ۱۳۹۶

۵۳) در شکل زیر، چهار نقطهٔ A، B، C و D طوری روی یک خط قرار گرفته‌اند که $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} = \frac{۳}{۲}$؛ اگر $AD = ۱۰$ باشد، طول پاره‌خط BD کدام است؟



۱) ۶/۴

۲) ۶/۲۵

۳) ۶

۴) ۵/۷۵

%۴۶
%۳۳
مرداد ۱۳۹۷

۵۴ اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{a^۲+c^۲}{b^۲+d^۲}$ همواره برابر کدام‌یک از مقادیر زیر است؟ $(b,d\neq ۰)$

۱) $\frac{a+b}{c+d}$ ۲) $\frac{a+c}{b+d}$

۳) $\frac{ad}{bc}$ ۴) $\frac{ac}{bd}$

%۵۱
%۲۸
بهمن ۱۳۹۷

۵۵ اگر $\frac{d}{۴+a}=\frac{c}{۳}=\frac{b}{۲}=\frac{a}{۱}$ باشد، آن‌گاه کم‌ترین مقدار $a+b+c+d$ کدام است؟

۱) -۲۵ ۲) -۲۰

۳) -۱۵ ۴) -۱۰

%۲۹
%۲۳
آبان ۱۴۰۰

۵۶ در مثلثی به اضلاع $a=۳$، $b=۴$ و $c=۶$ حاصل $\frac{h_a-h_c}{h_b}$ کدام است؟ (h_a، h_b و h_c به‌ترتیب ارتفاع‌های نظیر اضلاع a، b و c می‌باشند.)

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

%۳۴
%۲۲
مرداد ۱۳۹۷

۵۷ می‌دانیم $\frac{۷}{۱۶}=\frac{a+۳c}{۲a+۷c}$ است. اگر پاره‌خطی به طول b واسطهٔ هندسی بین دو پاره‌خط به طول‌های a و c باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{۲}$

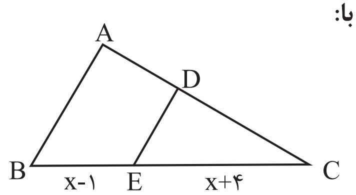
%۴۵
%۳۰
مرداد ۱۳۹۶

درس ۲: قضیهٔ تالس

۵۸ در شکل زیر $DE \parallel AB$ و $۲CD=۳AD$، مقدار x برابر است با:

۱) ۱۰ ۲) ۱۱

۳) ۱۲ ۴) ۱۳

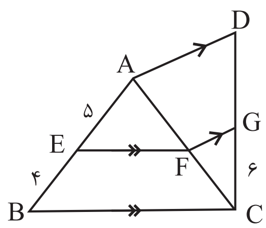


%۶۵
%۵۵
مرداد ۱۳۹۶

۵۹ در شکل مقابل $EF \parallel BC$ و $FG \parallel AD$. اگر $AE=۵$ و $EB=۴$ و $GC=۶$ باشد، GD کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۷/۵

۳) ۸ ۴) ۸/۵



%۴۸
%۴۳
مرداد ۱۳۹۶

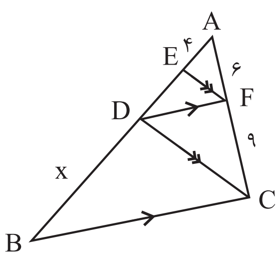
۶۰ در شکل زیر، $EF \parallel DC$ و $DF \parallel BC$ است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، $x=BD$ کدام است؟

۱) ۱۸

۲) ۱۵

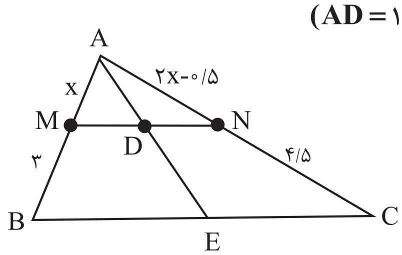
۳) ۱۲

۴) ۹



%۷۷
%۶۵
دی ۱۳۹۷

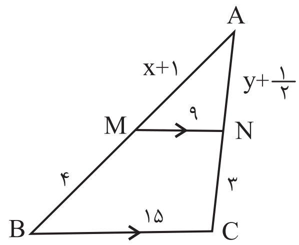
۶۱ در شکل زیر $MN \parallel BC$ است. طول DE کدام است؟ $(AD = ۱/۲)$



۱) ۳/۴
۲) ۳/۵
۳) ۳/۶
۴) ۳/۲

%۵۲ | %۴۲ | دی ۱۳۹۶

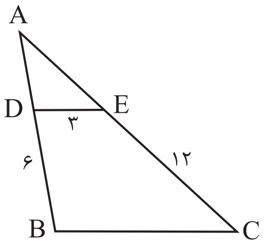
۶۲ مطابق شکل در مثلث ABC داریم: $MN \parallel BC$، در این صورت $x + y$ کدام است؟



۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

%۵۷ | %۴۹ | شهریور ۱۳۹۷

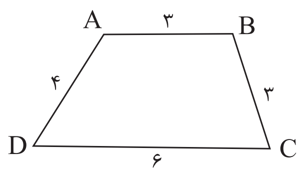
۶۳ در شکل زیر، محیط مثلث ADE برابر ۹ است. طول ضلع BC کدام است؟ $(DE \parallel BC)$



۱) ۹
۲) ۱۰
۳) ۱۰/۵
۴) ۱۲

%۵۷ | %۳۴ | دی ۱۳۹۷

۶۴ اگر ساق‌های ذوزنقهٔ شکل زیر را از سمت رأس‌های A و B امتداد دهیم تا یکدیگر را در نقطهٔ M قطع کنند، آنگاه محیط مثلث MAB چقدر است؟ $(AB \parallel CD)$

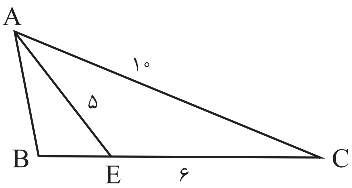


۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۷/۵

%۶۲ | %۴۷ | آذر ۱۳۹۷

درس ۳: تشابه مثلث‌ها

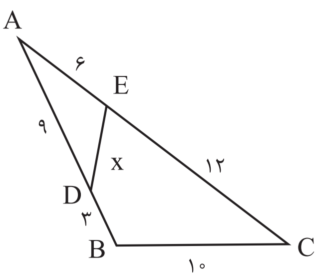
۶۵ در شکل مقابل، دو مثلث ABE و ABC متشابه‌اند. طول AB کدام است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۳
۴) $\frac{۹}{۲}$

%۴۳ | %۲۰ | شهریور ۱۳۹۷

۶۶ در شکل زیر، مقدار x کدام است؟

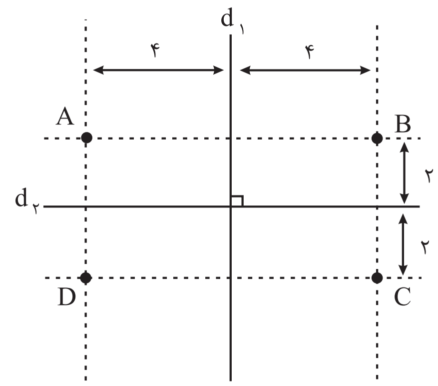


۱) $\frac{۱۰}{۳}$
۲) ۴/۵
۳) ۵
۴) $\frac{۱۴}{۳}$

%۵۱ | %۴۱ | دی ۱۳۹۷

فصل ۱: ترسیم‌های هندسی و استدلال

۱ گزینهٔ «۳»



مکان هندسی نقاطی که از یک خط به یک فاصله باشند، دو خط موازی در طرفین آن خط است.

مطابق شکل چهار نقطهٔ A، B، C و D به فاصلهٔ ۴ از خط d_1 و به فاصلهٔ ۲ از خط d_2 قرار دارند.

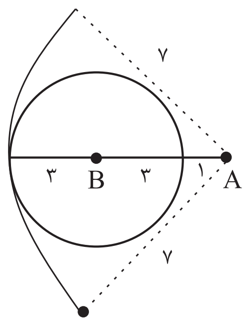
٪۴۴ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به مکان هندسی مربوط به نقاط متساوی‌الفاصله از یک خط توجه کرده‌اند.

نکته

مکان هندسی نقاطی که از یک خط به یک فاصله هستند به صورت دو خط موازی با آن خط در طرفین آن است.

۲ گزینهٔ «۱»

مطابق شکل مکان هندسی نقاطی که از B به فاصلهٔ ۳ هستند، دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۳ است و مکان هندسی نقاطی که از A به فاصلهٔ ۷ هستند نیز دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۷ است که مطابق شکل این دو مکان هندسی تنها در یک نقطه مشترک هستند.



٪۳۰ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به نامساوی مثلثی و کاربرد آن در اینگونه مسائل تسلط کافی داشته‌اند.

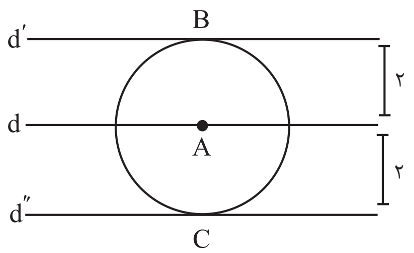
نکته

مکان هندسی نقاطی که از نقطهٔ A به فاصلهٔ r هستند یک دایره به مرکز نقطهٔ A و شعاع r است.

۳ گزینهٔ «۳»

نقاطی که به فاصلهٔ ۲ واحد از نقطهٔ A می‌باشند، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ واحد قرار دارند و نقاطی که به فاصلهٔ ۲ واحد از خط d می‌باشند، دو خط d' و d'' به موازات خط d در طرفین خط d هستند.

مطابق شکل خطوط d' و d'' در نقطهٔ B و C بر دایره مماس هستند که همان نقاط مطلوب سؤال است.

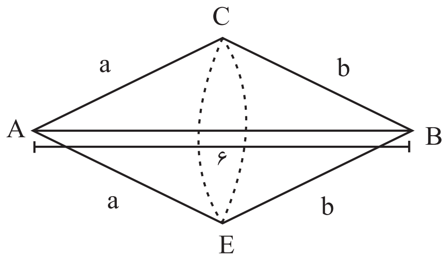


٪۵۰ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به مکان هندسی‌های مربوط به نقاط متساوی‌الفاصله از یک نقطه و خط توجه کرده‌اند.

نکته

نقاطی که به فاصلهٔ یکسان از یک نقطهٔ مشخص هستند، تشکیل دایره می‌دهند. نقاطی که به فاصلهٔ یکسان از خط هستند، به صورت دو خط موازی در طرفین آن خط قرار می‌گیرند.

۴ گزینهٔ «۱»



مطابق شکل، نقاط برخورد دو کمان را C و E می‌نامیم، به‌طوری که در مثلث ABC، $AC = a$ و $BC = b$ باشد، طبق نامساوی مثلث داریم:

$$AC + BC > AB \Rightarrow a + b > AB \Rightarrow a + b > ۶$$

پس $a + b$ می‌تواند ۷ باشد.

٪۵۳ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به نامساوی مثلثی و کاربرد آن در اینگونه مسائل تسلط کافی داشته‌اند.

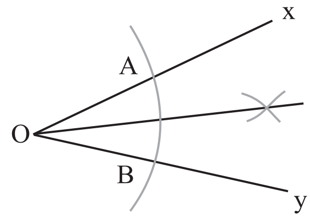
نکته

اگر پاره‌خط AB را فرض کنیم و به مرکز A کمانی به شعاع a و به مرکز B به شعاع b رسم کنیم، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} a + b > AB \rightarrow \text{کمان‌ها در دو نقطه متقاطع‌اند.} \\ a + b = AB \rightarrow \text{کمان‌ها در یک نقطه مماس‌اند.} \\ a + b < AB \rightarrow \text{کمان‌ها یکدیگر را قطع نمی‌کنند.} \end{cases}$$

۵ گزینهٔ «۳»

زاویهٔ $x\hat{O}y$ را در نظر بگیرید، برای رسم نیمساز این زاویه ابتدا کمانی به شعاع دلخواه و به مرکز O رسم می‌کنیم. تا اضلاع زاویه را قطع کند، نقاط تقاطع را A و B می‌نامیم،
کمان‌های دوم و سوم با شعاع‌های برابر و به طولی بزرگ‌تر از نصف طول AB و به مرکزهای A و B رسم می‌کنیم تا یکدیگر را قطع کنند، با وصل کردن این نقطه به O نیمساز زاویهٔ $x\hat{O}y$ به‌دست می‌آید. بنابراین حداقل با رسم سه کمان می‌توانیم نیمساز یک زاویه را رسم کنیم.



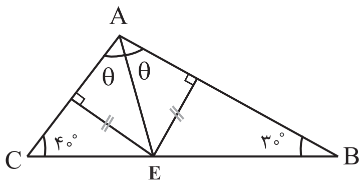
۵۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به روش رسم گفته شده برای نیمساز در کتاب درسی توجه کرده‌اند.

نکته

حداقل به سه کمان برای ترسیم نیمساز یک زاویه نیاز داریم.

۶ گزینهٔ «۴»

با توجه به این که نقطهٔ E که بر روی خط AE قرار دارد از اضلاع AB و AC به یک اندازه است، نتیجه می‌گیریم، AE نیمساز زاویهٔ $\hat{A}$ است، پس داریم:



$$\overset{\Delta}{ABC}: \hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰° \to ۲θ+۴۰°+۳۰°=۱۸۰°$$

$$\Rightarrow θ=۵۵°=C\hat{A}E$$

۳۴٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به خواص نیمساز و مجموع زوایای داخلی مثلث توجه کرده‌اند.

نکته

اگر یک نقطه از خطی که از رأس زاویه می‌گذرد، از دو ضلع زاویه به یک اندازه باشد، آن‌گاه آن خط نیمساز زاویه است.

۷ گزینهٔ «۳»

با توجه به این که فاصلهٔ هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک اندازه است، داریم:

$$Oz \text{ نیمساز زاویه } x\hat{O}y \Rightarrow AH=AH' \to ۲a-۱=a+۰/۵ \Rightarrow a=۱/۵$$

با توجه به این که دو مثلث OAH و OAH′ هم‌نهشت هستند، داریم:

$$OH=OH'=۴a+۱ \xrightarrow{a=۱/۵} OH'=۷$$

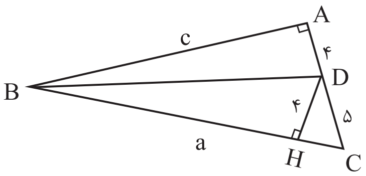
۴۷٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به خواص نیمساز و شکل ایجاد شده بعد از رسم آن توجه کرده‌اند.

نکته

فاصلهٔ هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک اندازه است.

۸ گزینهٔ «۳»

از D عمود DH را بر ضلع BC رسم می‌کنیم، D روی نیمساز زاویهٔ B است، پس از دو ضلع آن به یک فاصله است، پس داریم:



$$\left.\begin{array}{l} DH=DA \\ \hat{A}=\hat{H}=۹۰ \\ BD \text{ مشترک} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{ADB} \cong \overset{\Delta}{HDB} \Rightarrow BH=AB=c$$

$$\xrightarrow{BC=a} a-c=HC$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ DHC داریم:

$$\overset{\Delta}{DHC}: HC^۲+HD^۲=DC^۲ \to HC^۲+۴^۲=۵^۲$$

$$\Rightarrow HC^۲=۹ \Rightarrow HC=a-c=۳$$

۲۷٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به خواص نیمساز و رابطهٔ فیثاغورس تسلط کافی داشته‌اند.

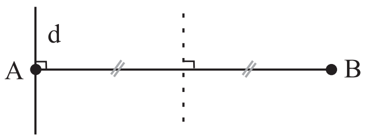
نکته

هر گاه که در سؤالی نیمساز داشتیم و به دنبال طولی بودیم، حتماً به این قضیه که فاصلهٔ هر نقطه روی نیمساز از دو سر اضلاع زاویه یکسان است، دقت کنید.

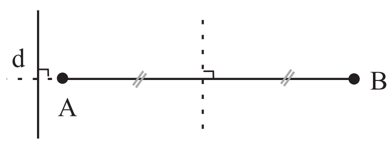
۹ گزینهٔ «۴»

مکان هندسی نقاطی که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله هستند، عمود منصف آن پاره‌خط است، پس با توجه به این نکته به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: مطابق شکل اگر d بر AB عمود باشد، با عمودمنصف تلاقی ندارد.

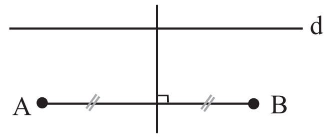


گزینهٔ «۲»: مطابق شکل اگر d بر امتداد AB عمود باشد، با محور عمود منصف تلاقی ندارد.



گزینهٔ «۳»: مطابق شکل اگر d بر AB عمود باشد، با محور عمودمنصف تلاقی ندارد.

گزینهٔ «۴»: اگر d موازی AB باشد حتماً عمودمنصف آن را در یک نقطه قطع می‌کند.



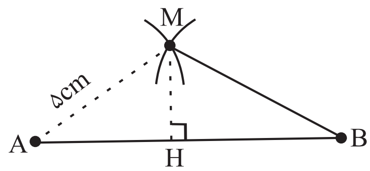
۳۶٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که توانسته‌اند حالت‌های هر چهار گزینه را به درستی بررسی کنند.

نکته

فاصلهٔ هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک اندازه است.

۱۰ گزینهٔ «۲»

از آن‌جا که نقطهٔ M از دو سر پاره‌خط به یک فاصله قرار دارد $(MA = MB)$، بنابراین روی عمود منصف این پاره‌خط قرار دارد، پس داریم:



$$AH = BH = ۴cm \,,\ \overset{\Delta}{AHM}: AH^۲ + MH^۲ = AM^۲$$
$$\Rightarrow ۴^۲ + MH^۲ = ۵^۲ \Rightarrow MH = ۳$$

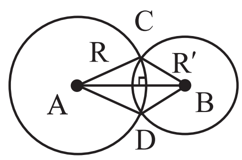
۴۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به رسم شکل مناسب و استفاده از اطلاعات آن به خوبی توجه کرده‌اند.

نکته

هر نقطه‌ای که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد.

۱۱ گزینهٔ «۱»

مطابق شکل دو دایره به مرکزهای A و B یکدیگر را در دو نقطهٔ C و D قطع کرده‌اند. بنابراین CD وتر مشترک برای دو دایره است، در این صورت داریم:



$AC = AD = R \Rightarrow$ A روی عمودمنصف CD است.
$BC = BD = R' \Rightarrow$ B روی عمودمنصف CD است.
} AB روی عمودمنصف CD است

توجه کنید: گزینه‌های «۲» و «۴» در صورتی درست هستند که شعاع دو دایره برابر باشد.

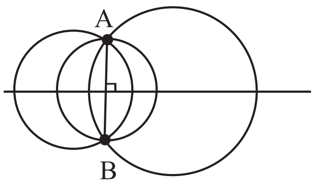
۴۰٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به ویژگی‌های مربوط به مکان هندسی خاص در شکل توجه کرده‌اند.

نکته

خط‌المرکزین دو دایره متقاطع، همواره عمودمنصف وتر مشترک آن‌ها است ولی عکس این قضیه در حالتی صادق است که شعاع دو دایره الزاماً برابر باشد.

۱۲ گزینهٔ «۴»

اگر AB وتری از دایره باشد، آن‌گاه مرکز از نقاط A و B به یک فاصله یا به عبارتی روی عمودمنصف پاره‌خط AB واقع است، چون این نقطه می‌تواند هر کجای عمودمنصف AB باشد، پس بی‌شمار دایره می‌توانیم رسم کنیم.



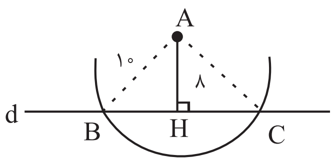
۳۰٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که بررسی حالت‌های مختلف را به درستی انجام داده‌اند.

نکته

مرکز دایره روی عمودمنصف وترهای دایره قرار دارد، به عبارتی عمودمنصف‌های تمام وترهای داخل دایره در مرکز دایره همرس هستند.

۱۳ گزینهٔ «۴»

نقطهٔ A از نقاط B و C به یک فاصله است، بنابراین روی عمودمنصف پاره‌خط BC واقع است، داریم:



$$\overset{\Delta}{ABH} = AB^۲ = AH^۲ + BH^۲ \Rightarrow ۱۰^۲ = ۸^۲ + BH^۲$$
$$\Rightarrow BH^۲ = ۳۶ \Rightarrow BH = ۶$$

برای این که دو کمان به مراکز B و C و به شعاع R یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند کافی است R بزرگ‌تر از نصف BC، یعنی $R > ۶$ باشد.

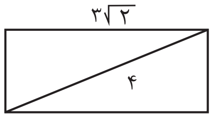
۲۹٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که توانسته‌اند شکل مطلوب سؤال را به درستی رسم کنند و با توجه به اطلاعات آن به سؤال پاسخ دهند.

نکته

اگر پاره‌خط AB را در نظر بگیرید و بخواهید دو کمان به شعاع R و به مراکز A و B رسم کنید که یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند، آن‌گاه $R > \frac{AB}{۲}$، اگر بخواهیم یکدیگر را در یک نقطه قطع کنند، آن‌گاه $R = \frac{AB}{۲}$ و اگر بخواهیم تقاطع نداشته باشند، آن‌گاه باید $R < \frac{AB}{۲}$ باشد.

۱۴ گزینهٔ «۱»

قطر مستطیل، وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که رئوس آن سه رأس مستطیل است، بنابراین همواره طول قطر مستطیل از طول اضلاع آن بیش‌تر است.



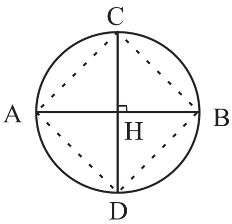
$3\sqrt{2} \simeq 3\times 1/4 = 4/2 > 4$ (تناقض)

۲۸٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به کاربرد نامساوی مثلثی در اشکال مختلف توجه کرده‌اند.

نکته

همواره طول قطر مستطیل از طول تمام اضلاع آن بیشتر است.

۱۵ گزینهٔ «۱»



با توجه به این که قطرهای چهارضلعی ACBD ، قطرهای دایره نیز می‌باشند، پس با یکدیگر برابر هستند، از طرفی بر هم عمود هستند و هم‌دیگر را نصف می‌کنند پس می‌توانیم نتیجه بگیریم چهارضلعی ACBD ، مربع می‌باشد.

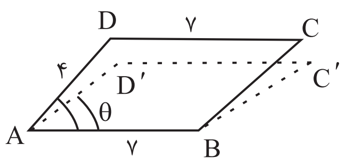
۳۹٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به ترکیب مکان هندسی‌ها و شکل حاصل از آن‌ها توجه کرده‌اند.

نکته

اگر قطرهای یک چهارضلعی برابر و عمودمنصف یک‌دیگر باشند، آن‌گاه آن چهارضلعی مربع است.

۱۶ گزینهٔ «۴»

با توجه به فرضیات مسئله با تغییر زاویهٔ $\hat{A}$ می‌توانیم بی‌شمار متوازی‌الاضلاع غیرهم‌نهشت با اضلاع ۴ و ۷ رسم کنیم.



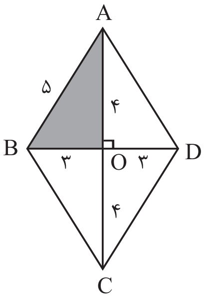
۴۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به رسم متوازی‌الاضلاع تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

برای رسم یک متوازی‌الاضلاع باید جدا از معلوم بودن اضلاع آن، زاویهٔ اضلاع هم معلوم باشد تا متوازی‌الاضلاع رسم شده یکتا باشد.

۱۷ گزینهٔ «۲»

در لوزی قطرها عمودمنصف یک‌دیگرند، بنابراین طبق رابطهٔ فیثاغورس در مثلث AOB می‌باشد و چون هر $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 5$ سه ضلع این مثلث مشخص است به صورت یکتا رسم می‌شود. برای رسم سه مثلث دیگر هم به این صورت است و در نهایت لوزی ABCD به صورت یکتا رسم می‌شود.



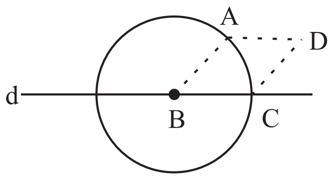
۴۱٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به هم‌نهشت بودن اشکال قابل رسم و نشمردن حالت‌های تکراری توجه کرده‌اند.

نکته

یک چهارضلعی را با داشتن طول قطرها و زاویهٔ بین آن‌ها می‌توان به صورت یکتا رسم کرد، حال در یک لوزی با توجه به این که زاویهٔ بین قطرها ۹۰ درجه است، کافی است طول قطرها را داشته باشیم تا لوزی به صورت یکتا رسم شود.

۱۸ گزینهٔ «۲»

با توجه به این که نقاط A و C روی محیط دایره قرار دارند، نتیجه می‌گیریم، AB = BC از طرفی طبق فرض سؤال فاصلهٔ D از A و C نیز برابر BC است، پس هر چهار ضلع ABCD با یک‌دیگر برابر است و لزومی هم ندارد پاره‌خط AB بر خط d عمود باشد تا تشکیل مربع دهد بنابراین چهار ضلعی ABCD لوزی است.



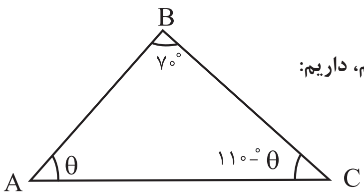
۴۵٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به ترسیم و خواص چهارضلعی‌ها تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

چهارضلعی که اضلاع آن با هم برابر باشد، لوزی نام دارد و اگر یکی از زاویه‌های لوزی قائمه باشد، آن‌گاه چهارضلعی حاصل مربع خواهد شد.

۱۹ گزینهٔ «۳»

مطابق شکل اگر $\hat{A} = \theta$ بنامیم، داریم:



$$BC > AB \Rightarrow \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow \theta > 110^\circ - \theta \Rightarrow 2\theta > 110^\circ \Rightarrow \theta > 55^\circ$$

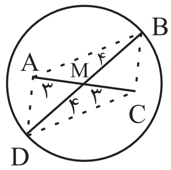
$$\xrightarrow{\theta\in\mathbb{Z}} \min(\theta) = 56^\circ$$

۳۶٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به این نکته توجه داشته‌اند که زاویهٔ مقابل ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است.

نکته

اگر در مثلث دلخواه ABC، $AB > BC$ باشد، آن‌گاه حتماً $\hat{C} > \hat{A}$ خواهد بود.

۲۰ گزینهٔ «۱»



مطابق شکل واضح است که قطرهای چهارضلعی $ABCD$ منصف یکدیگرند، بنابراین $ABCD$ متوازی‌الاضلاعی با قطرهایی به طول ۶ و ۸ است.

۵۰٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به خواص متوازی‌الاضلاع تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

اگر در یک چهارضلعی قطرها منصف یکدیگر باشند، آن‌گاه آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

۲۱ گزینهٔ «۳»

استدلالی که بر پایهٔ مجموعهٔ متناهی از مشاهدات انجام شده باشد، استدلال استقرایی نام دارد.

۴۰٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به انواع استدلال و تعریف و نحوهٔ بررسی آن‌ها تسلط کافی داشته‌اند.

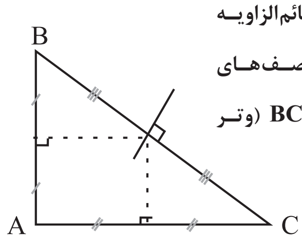
نکته

اگر چند حالت از پدیده یا اتفاقی را بررسی کنیم و نتیجهٔ آن را برای بقیهٔ حالات نیز تعیین کنیم، از استدلال استقرایی استفاده کرده‌ایم.

۲۲ گزینهٔ «۴»

با توجه به این که مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° است، داریم:

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ \xrightarrow{\hat{A}=\hat{B}+\hat{C}} ۲\hat{A}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A}=۹۰^\circ$$



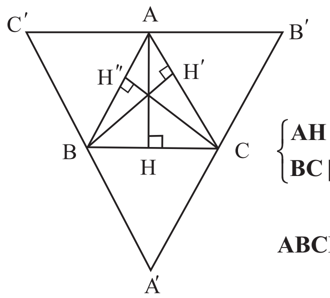
بنابراین مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ یک مثلث قائم‌الزاویه است، در نتیجه محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث دقیقاً وسط ضلع BC (وتر مثلث) قرار دارد.

۳۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به نوع مثلث با توجه به روابط بین زوایا رسیده‌اند.

نکته

محل تلاقی عمودمنصف‌های یک مثلث قائم‌الزاویه وسط وتر آن است.

۲۳ گزینهٔ «۳»



با توجه به فرض مسئله، نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BC \parallel B'C' \end{cases} \Rightarrow AH \perp B'C' \quad (I)$$

از طرفی برای چهارضلعی‌های $ABCB'$ و $C'BCA$ داریم:

هر دو چهارضلعی متوازی‌الاضلاع هستند.

$$\left.\begin{matrix} AB' \parallel BC\,,\, AB \parallel CB' \\ C'A \parallel BC\,,\, AC \parallel C'B \end{matrix}\right\} \rightarrow$$

$$\Rightarrow AB' = BC = AC' \quad (II)$$

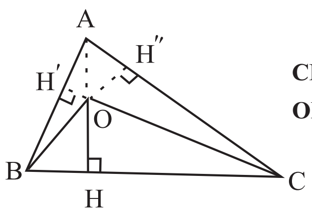
با توجه به نتایج (I) و (II) و تعمیم آن برای بقیهٔ شکل نتیجه می‌گیریم محل تلاقی ارتفاع‌ها در مثلث ABC، محل تلاقی عمودمنصف‌ها در مثلث $A'B'C'$ است.

۳۲٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که توانستند در شکل متوازی‌الاضلاع‌ها را مشخص کنند.

نکته

اگر دو جفت خط موازی یکدیگر را قطع کنند، متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید.

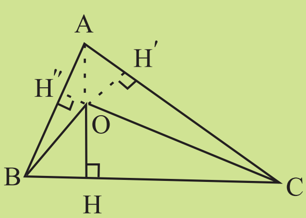
۲۴ گزینهٔ «۱»



در شکل واضح است که OH، CH' و BH'' ارتفاع مثلث OBC هستند که در نقطهٔ A همرس‌اند.

۳۴٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به ویژگی‌های مربوط به نقاط همرسی در مثلث‌های مختلف توجه کرده‌اند.

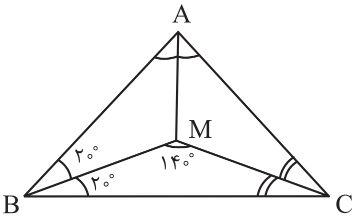
نکته



اگر در مثلث دلخواه ABC، محل تلاقی ارتفاع‌ها را O بنامیم، آن‌گاه به ترتیب محل همرسی ارتفاع‌های مثلث OBC، OAB و OAC، نقاط A، C و B خواهد بود.

۲۵ گزینهٔ «۲»

نیمسازهای داخلی هر مثلث همرس هستند، با توجه به این که AM و CM نیمساز داخلی هستند و در نقطهٔ M یکدیگر را قطع کردند، بنابراین BM نیز باید نیمساز داخلی $A\hat{B}C$ باشد، پس $M\hat{B}C = ۲۰°$ و داریم:



$$\begin{cases} \overset{\Delta}{BMC}: M\hat{B}C + B\hat{M}C + M\hat{C}B = ۱۸۰° \rightarrow ۲۰° + ۱۴۰° + M\hat{C}B = ۱۸۰° \\ \Rightarrow M\hat{C}B = ۲۰° \\ \text{نیمساز زاویهٔ } \hat{C}\ MC: M\hat{C}B = M\hat{C}A = ۲۰° \end{cases}$$

$$\overset{\Delta}{ABC}: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A} + ۲(۲۰°) + ۲(۲۰°) = ۱۸۰°$$

$$\Rightarrow \hat{A} = ۱۰۰° \xrightarrow{\text{نیمساز } MA} M\hat{A}B = ۵۰°$$

$$\overset{\Delta}{BAM}: A\hat{B}M + A\hat{M}B + M\hat{A}B = ۱۸۰° \rightarrow ۲۰° + ۵۰° + A\hat{M}B = ۱۸۰°$$

$$\Rightarrow A\hat{M}B = ۱۱۰°$$

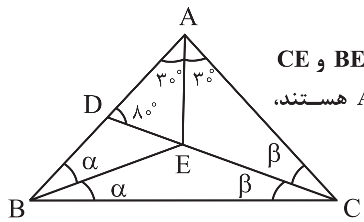
٪۳۷ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به خواص مربوط به نقطه همرسی نیمسازها تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

نیمسازهای داخلی هر مثلث دلخواه، درون مثلث همرس هستند.

۲۶ گزینهٔ «۲»

با توجه به این که CE و BE ، AE نیمسازهای داخلی مثلث ABC هستند، داریم:



$$\overset{\Delta}{ADC}: C\hat{D}A + \hat{A} + D\hat{C}A = ۱۸۰° \rightarrow ۸۰° + ۲(۳۰°) + \beta = ۱۸۰°$$

$$\Rightarrow \beta = ۴۰°$$

$$\overset{\Delta}{ABC}: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰° \rightarrow ۲(۳۰°) + ۲\alpha + ۲\beta = ۱۸۰$$

$$\rightarrow ۶۰° + ۲\alpha + ۸۰° = ۱۸۰° \Rightarrow \alpha = ۲۰°$$

٪۳۴ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به خواص نقطهٔ همرسی نیمسازها و مجموع زوایای داخلی مثلث‌ها توجه کرده‌اند.

نکته

در حل این گونه سؤالات از این که نیمساز زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند و مجموع زوایای هر مثلث ۱۸۰° است، استفاده کنید.

۲۷ گزینهٔ «۱»

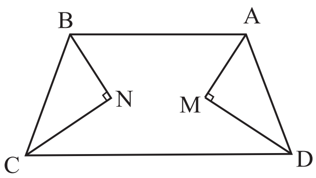
برخی نتایج مهم و پرکاربرد که با استدلال استنتاجی به‌دست می‌آید، قضیه نامیده می‌شود.

٪۴۸ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به انواع استدلال و نتایج حاصل از آن‌ها تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

برای اثبات نتایج مهم و کاربردی که باید همواره در تمام حالات درست باشند، از استدلال استنتاجی بهره می‌بریم.

۲۸ گزینهٔ «۱»



با توجه به این که مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی ۳۶۰° است، داریم:

$$ABCD: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = ۳۶۰° \rightarrow \hat{A} + ۲\hat{A} + ۳\hat{A} + ۴\hat{A} = ۱۰\hat{A} = ۳۶۰°$$

$$\Rightarrow \hat{A} = ۳۶°, \hat{B} = ۷۲°, \hat{C} = ۱۰۸°, \hat{D} = ۱۴۴°$$

با توجه به این که $\hat{A} + \hat{D} = ۱۸۰°$ است، اگر نیمسازهای داخلی آن را رسم کنیم داریم:

$$\overset{\Delta}{AMD}: A\hat{M}D + M\hat{A}D + M\hat{D}A = ۱۸۰° \rightarrow A\hat{M}D + \frac{\hat{A}}{۲} + \frac{\hat{D}}{۲}$$

$$= A\hat{M}D + \frac{۱۸۰°}{۲} = ۱۸۰° \Rightarrow A\hat{M}D = ۹۰°$$

بنابراین نیمسازهای داخلی دو زاویهٔ A و D به هم عمود هستند، با همین استدلال نتیجه می‌گیریم نیمسازهای داخلی B و C نیز بر هم عمود هستند که با توجه به گزینه‌ها، گزینهٔ «۱» درست است.

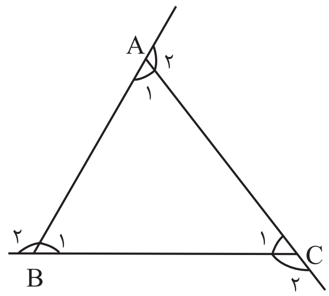
٪۲۰ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به مکمل بودن جفت رأس‌های چهارضلعی توجه کرده‌اند.

نکته

اگر در چهارضلعی ABCD ، $\hat{A} + \hat{B} = \hat{C} + \hat{D} = ۱۸۰°$ باشد، آن‌گاه نیمسازهای داخلی $\hat{A}$ ، $\hat{B}$ و $\hat{C}$ ، $\hat{D}$ بر هم عمود هستند.

۲۹ گزینهٔ «۱»

در مثلث، اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی برابر با مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاورش می‌باشد، پس داریم:



$$\rightarrow \begin{cases} \hat{A}_۲ = \hat{B}_۱+\hat{C}_۱ \\ \hat{B}_۲ = \hat{A}_۱+\hat{C}_۱ \Rightarrow \hat{A}_۲+\hat{B}_۲+\hat{C}_۲ = ۲(\hat{A}_۱+\hat{B}_۱+\hat{C}_۱) \\ \hat{C}_۲ = \hat{A}_۱+\hat{B}_۱ \end{cases}$$

با توجه به این که مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است، پس داریم: $\hat{A}_۲+\hat{B}_۲+\hat{C}_۲ = ۳۶۰^\circ$

در نتیجه گزینهٔ «۱» نادرست است.

البته که با یک مثال نقض (مثلث متساوی‌الاضلاع) نیز می‌توانستیم نادرستی حکم گزینه «۱» را اثبات کنیم.

٪۶۳ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به خوبی توانسته‌اند گزینه‌ها را بررسی کنند تا گزارهٔ نادرست مشخص شود.

نکته

اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی برابر مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاورش می‌باشد.

۳۰ گزینهٔ «۲»

به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: در استدلال استقرایی از جزء به کل می‌رسیم.

گزینهٔ «۲»: طبق متن کتاب درسی این گزینه صحیح است.

گزینهٔ «۳»: قضیه، نتایج مهم و کاربردی است که با استدلال استنتاجی به‌دست می‌آوریم.

گزینهٔ «۴»: عکس قضیه ممکن است درست باشد یا نادرست.

٪۵۱ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به ویژگی‌های انواع استدلال و متن کتاب درسی تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

در استدلال استنتاجی طبق گزاره‌های منطقی، دلیل می‌آوریم.
در استدلال استقرایی با بررسی موضوعی در چند حالت، نتیجهٔ کلی در آن موضوع گرفته می‌شود یا به اصطلاح «از جزء به کل می‌رسیم.»

۳۱ گزینهٔ «۳»

با توجه به اطلاعات سؤال برای مثلث ADC داریم:

$$\overset{\Delta}{ADC}: \hat{C} = ۱۸۰^\circ - (\hat{A}_۱+\hat{D}_۱) = ۱۸۰^\circ-(۸۰^\circ+۴۰^\circ)=۶۰^\circ$$

از طرفی $\hat{D}_۱$ زاویهٔ خارجی مثلث ABD است، پس $\hat{D}_۱$ برابر با مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاورش یعنی $(\hat{A}_۲+\hat{B})$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\hat{B}+\hat{A}_۲ = \hat{D}_۱ = ۴۰^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_۲ < \hat{D}_۱ \\ \hat{B} < \hat{D}_۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_۲ < \hat{A}_۱ \\ \hat{B} < \hat{C} \\ \hat{A}_۲ < \hat{C} \end{cases}$$

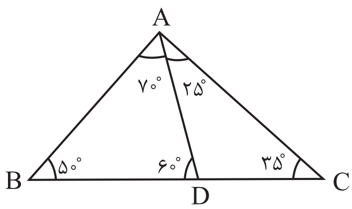
در نتیجه گزینهٔ «۳» الزاماً صحیح نمی‌باشد.

٪۵۷ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به ویژگی‌های مربوط به زوایای مثلث توجه کرده‌اند.

نکته

هر زاویهٔ داخلی در مثلث از زوایای خارجی غیر مجاورش کم‌تر می‌باشد.

۳۲ گزینهٔ «۲»



مطابق شکل با توجه به اطلاعات مسئله و این که مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° است تمام زوایا در شکل را مشخص می‌کنیم و به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: $\overset{\Delta}{ABC}: \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$ (درست است.)

گزینهٔ «۲»: $\overset{\Delta}{ABD}: \hat{A} > \hat{D} \Rightarrow BD > AB$ (نادرست است.)

گزینهٔ «۳»: $\overset{\Delta}{ADC}: \hat{D} > \hat{C} \Rightarrow AC > AD$ (درست است.)

گزینهٔ «۴»: $\overset{\Delta}{ABD}: \hat{A} > \hat{B} \Rightarrow BD > AD$ (درست است.)

٪۲۹ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که توانسته‌اند شکل مطلوب سؤال را رسم کنند و با توجه به آن به سؤال پاسخ دهند.

نکته

در این گونه سؤالات برای این که اندازه اضلاع را با هم مقایسه کنیم، باید در مثلثی که این دو ضلع بخشی از آن هستند، زوایای روبه‌رو به آن اضلاع را مقایسه کنیم.

۳۳ گزینهٔ «۳»

مجموع دو زاویهٔ B و C، برابر ۱۳۰° درجه است، بنابراین حداقل یکی از زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ از زاویهٔ $\hat{A}$ بزرگ‌تر است، در این صورت ضلع روبه‌رو به زاویهٔ مورد نظر ($\hat{B}$ یا $\hat{C}$) بزرگ‌تر از ضلع BC است، پس قطعاً ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC نیست.

٪۴۳ دانش‌آموزان بـه ایـن سـؤال پاسخ صحیح داده‌انـد، چـرا کـه می‌دانستند ضلع مقابل به زاویهٔ بزرگ‌تر در مثلث بزرگ‌تر است.

نکته

اگر در مثلث دلخواه ABC، $\hat{B} > \hat{A}$ باشد، آن‌گاه $BC > AC$ است یا به عبارتی ضلع رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر.

۳۴ گزینهٔ «۲»

نقیض گزارهٔ «مجموع زوایای داخلی هـر چهارضـلعی محـدب برابـر 360° است.» به صورت «چهارضلعی محدبی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 360° نیست.» می‌باشد.

٪۷۱ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که بر نقیض کردن یک گزاره تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

نقیض گزاره‌ای که می‌گوید، یک شرط به‌ازای هر حالتی صادق است را بـه صورت این که حالتی وجود دارد که آن شرط برقرار نیست، بیان می‌کنیم.

۳۵ گزینهٔ «۲»

نقیض گزارهٔ «هر دو خط موازی یکدیگر را قطع نمی‌کنند.» بـه صـورت «دو خط وجود دارد که یکدیگر را قطع می‌کنند و موازی هستند.» بیان می‌شود.

٪۵۰ دانش‌آمـوزان بـه ایـن سـؤال پاسخ صحیح داده‌انـد، چـرا کـه می‌دانستند نقیض یک گزاره ارزش مخالف با خود گزاره دارد و با توجه به این نکته به جواب رسیده‌اند.

نکته

در هنگام نقیض کردن یک گزاره دقت کنید که تنها باید حکـم گـزاره را نقیض کنید و در فرض گزاره نباید تغییری ایجاد کنید.

۳۶ گزینهٔ «۱»

نقیض گزارهٔ «یک چهار ضلعی وجود دارد که دو قطر آن برابر نیستند.» را به صورت «همهٔ چهار ضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.» یا «چنین نیست که چهـار ضلعی وجود داشته باشد که دو قطر آن برابر نباشند.» بیان می‌کنیم.

٪۴۴ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌انـد، چرا که به ایـن نکته که نقیض گزاره ارزشی مخالف خود گزاره دارد توجه کرده‌اند.

نکته

نقیض گزاره‌ای که می‌گوید، وجود دارد حالتی که یک شرط برقرار است را به صورت «در همهٔ‌حالات این شرط برقرار نیست.» یا «چنین نیسـت کـه این شرط برقرار باشد.» بیان می‌کنیم.

۳۷ گزینهٔ «۲»

نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث، همواره درون مثلث است ولی نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها یا ارتفاع‌ها بسته به شرایط می‌تواند داخل، خارج و یا روی محیط مثلث باشد.

٪۳۸ دانش‌آموزان بـه ایـن سـؤال پاسخ صحیح داده‌انـد، چـرا کـه توانسته‌اند گزاره‌ها را به درستی بررسی کنند.

نکته

به جدول نقاط همرسی زیر توجه کنید:

نوع مثلث	مثلث با سه زاویهٔ حاده	مثلث با زاویهٔ منفرجه	مثلث قائم‌الزاویه
ارتفاع‌ها	داخل	بالای رأس منفرجه	رأس قائمه
عمود منصف‌ها	داخل	پایین ضلع روبه‌روی زاویهٔ منفرجه	وسط وتر
نیمساز زوایای داخلی	داخل	داخل	داخل

۳۸ گزینهٔ «۳»

با توجه به متن کتاب درسی در اثبات یک قضیه بـه روش غیرمسـتقیم یـا برهان خلف، حکم را نادرست می‌گیریم و با فرض نادرست مواجه می‌شویم.

٪۵۵ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌انـد، چـرا کـه بـه روش‌های اثبات و روند آن‌ها تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

در اثبات یک قضیه با برهان خلف، حکم را نادرست می‌گیریم و بـه یـک تناقض یا گزارهٔ ناممکن می‌رسیم.

۳۹ گزینهٔ «۳»

در اثبات به کمک برهان خلف، فرض می‌کنیم که حکم نادرست اسـت و بـه تناقض می‌خوریم، در این قضیه $AB \neq AC$ فرض و $\hat{B} \neq \hat{C}$ حکم می‌باشد، بنابراین ابتدا با فرض $\hat{B} = \hat{C}$ باید اثبات را شروع کنیم.

٪۳۲ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌انـد، چـرا کـه بـه روش‌های اثبات و روند آن‌ها تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

در اثبات به کمک برهان خلف کافی است، حکم و فرض قضیه را تشخیص دهیم تا با نقیض حکم، اثبات را شروع کنیم.

۴۰ گزینهٔ «۳»

نقیض گزارهٔ «هیچ مثلثی بیش از یک زاویهٔ قائمه ندارد.» به این صورت است که «مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویهٔ قائمه دارد.»

۷۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به این نکته که نقیض گزاره ارزشی مخالف با خود گزاره دارد توجه کرده‌اند.

نکته

نقیض گزاره‌هایی که به برقرار نبودن شرطی به هیچ حالتی اشاره دارند را می‌توان با وجود حداقل یک حالت از برقرار بودن آن شرط بیان کرد.

۴۱ گزینهٔ «۲»

عکس قضیهٔ گزینهٔ «۲» همواره برقرار نیست، چون اگر قطرهای یک چهارضلعی منصف یک‌دیگر باشند، آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است و الزاماً مستطیل نمی‌باشد.

۴۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که درستی گزاره‌ها و عکس آن‌ها را به دقت بررسی کرده‌اند.

نکته

برای نقض یک قضیهٔ دو شرطی کافی است، برای خود قضیه یا عکس آن یک مثال نقض بیاوریم.

۴۲ گزینهٔ «۴»

به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: اگر طول کوچک‌ترین ضلع مثلث ۷ باشد، واضح است که طول دو ضلع دیگر، بزرگ‌تر مساوی ۷ است و محیط مثلث حداقل باید ۲۱ باشد. (تناقض)

گزینهٔ «۲»: اگر طول کوچک‌ترین ضلع مثلث ۳ و بزرگ‌ترین ضلع آن ۷ باشد، واضح است که طول ضلع سوم حداکثر می‌تواند ۷ باشد و به عبارتی محیط مثلث حداکثر می‌تواند ۱۷ باشد. (تناقض)

گزینهٔ «۳»: اگر طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث ۹ باشد واضح است که مجموع دو ضلع دیگر نیز نباید برابر با ۹ باشد که در این حالت مثلث تشکیل نمی‌شود. (تناقض)

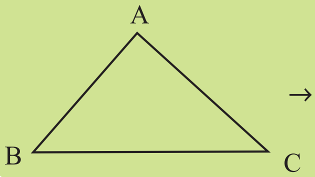
گزینهٔ «۴»: اگر طول کوچک‌ترین ضلع مثلث ۴ و بزرگ‌ترین ضلع آن ۸ باشد، اندازهٔ طول ضلع سوم برابر با ۶ است و مثلثی با اضلاع ۴، ۶ و ۸ با توجه به صادق بودن در نامساوی مثلثی قابل رسم است. (صحیح است)

۴۲٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که تمامی گزینه‌ها را با دقت بررسی کرده‌اند و به جواب درست رسیده‌اند.

نکته

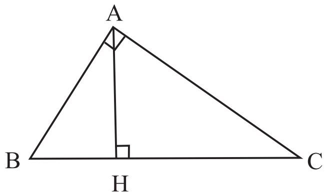
در مثلث ABC همواره داریم:

$$\rightarrow \begin{cases} AB < AC + BC \\ AC < AB + BC \\ BC < AB + AC \end{cases}$$



۴۳ گزینهٔ «۱»

در مثلث قائم‌الزاویه، اضلاع قائمه به عبارتی دو ارتفاع از مثلث هستند که با ارتفاع سوم (ارتفاع وارد بر وتر) در رأس قائمه همرس می‌باشند.



۵۴٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به همرسی ارتفاع‌ها در مثلث تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

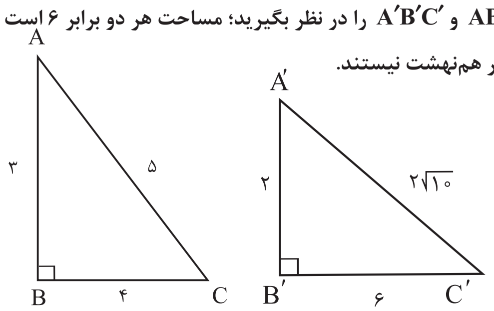
محل همرسی ارتفاع‌ها در مثلثی که دارای زاویهٔ منفرجه (بزرگ‌تر از 90°) است، خارج مثلث قرار می‌گیرد.

در مثلثی که تمام زاویه‌های آن حاده (کوچک‌تر از 90°) است، داخل مثلث قرار می‌گیرد.

در مثلث قائم‌الزاویه بر روی محیط مثلث (رأس قائمه) قرار می‌گیرد.

۴۴ گزینهٔ «۴»

در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» عکس قضایای داده شده نیز برقرار است، اما عکس قضیهٔ گزینهٔ «۴» لزوماً برقرار نیست. به‌طور کلی مثال دو مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC و $A'B'C'$ را در نظر بگیرید؛ مساحت هر دو برابر ۶ است ولی با یک‌دیگر همنهشت نیستند.



$$S = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \qquad S = \frac{2 \times 6}{2} = 6$$

۴۵٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که درستی گزاره‌ها و عکس آن‌ها را به دقت بررسی کرده‌اند.

نکته

برای اثبات دو شرطی بودن یک قضیه کافی است، خود قضیه و عکس آن درست باشد.

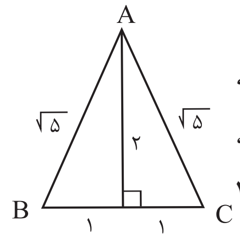
۴۵ گزینهٔ «۳»

مثال نقض گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» عبارت‌اند از:

گزینهٔ «۱»: در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع نظیر قاعده، عمود منصف قاعده است و در نتیجه هر نقطهٔ واقع بر آن از دو سر قاعده به یک فاصله است.

گزینهٔ «۲»: در هر مثلث قائم‌الزاویه، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها وسط وتر است.

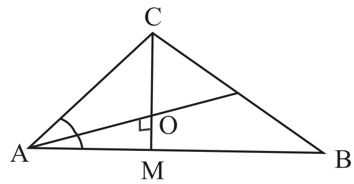
گزینهٔ «۴»: در مثلث متساوی‌الساقین ABC که طول ساق‌های آن $\sqrt{5}$ و طول قاعدهٔ آن ۲ است، مطابق شکل طول میانه وارد بر قاعده نیز برابر ۲ خواهد بود.



نکته

در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع، میانه و عمودمنصف قاعده و نیمساز زاویهٔ رو به قاعده بر هم منطبق هستند.

۴۶ گزینهٔ «۲»



در مثلث AMC، AO نیمساز داخلی زاویهٔ A است و AO بر CM عمود است، یعنی AO ارتفاع نظیر رأس A است. چون ارتفاع و نیمساز بر هم منطبق هستند، پس مثلث AMC، متساوی الساقین است، یعنی $AM = AC$ از طرفی CM میانه است و داریم:

$$\text{میانه } CM: 2AM = AB \xrightarrow{AM=AC} 2AC = AB \rightarrow 2b = c$$

۲۴٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که شکل مطلوب سؤال را به درستی رسم کرده‌اند و با توجه به آن به سؤال پاسخ داده‌اند.

نکته

اگر در مثلث دلخواه ABC ارتفاع و نیمساز رسم شده از رأس $\hat{A}$ بر هم منطبق باشد، آن‌گاه مثلث ABC، متساوی‌الساقین است و قاعدهٔ آن ضلع BC می‌باشد.

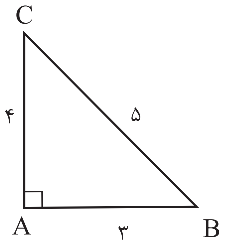
۴۷ گزینهٔ «۴»

به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: مثلثی با زوایای $90°$، $70°$ و $20°$ در نظر بگیرید.

گزینهٔ «۲»: به‌ازای $n = 41$، $n^2 + n + 41$ عدد اول نخواهد بود.

گزینهٔ «۳»: در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، ارتفاع وارد بر AB از ضلع AB بزرگ‌تر است.



گزینهٔ «۴»: با وصل کردن دو رأس غیرمجاور در یک چهار ضلعی محدب دو مثلث که مجموع زوایای داخلی هر یک $180°$ درجه است، پدید می‌آید که نشان می‌دهد، مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی محدب $360°$ است و بنابراین این گزینه مثال نقضی ندارد.

۵۲٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به مثال نقض مربوط به گزاره‌ها تسلط کافی داشته‌اند.

نکته

برای رد کردن درستی یک گزاره کافی است، تنها یک حالت پیدا کنید که آن گزاره برقرار نباشد.

یادداشت:

فصل ۲: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن

۴۸ گزینهٔ «۱»

با توجه به این که ارتفاع دو مثلث $\overset{\Delta}{AEC}$ و $\overset{\Delta}{ABE}$ مشترک است، داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{AEC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABE}}}=\frac{EC}{BE}=\frac{EC}{BD+DE}=\frac{EC}{\frac{EC}{۲}+\frac{EC}{۳}}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}}=\frac{۶}{۵}$$

٪۵۱ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به رابطهٔ مساحت مثلث‌های هم‌ارتفاع توجه کرده‌اند.

نکته

اگر دو مثلث در یک رأس مشترک باشند و قاعدهٔ مقابل به این رأس آن‌ها بر روی یک خط راست باشد، آن‌گاه نسبت مساحت دو مثلث با توجه به برابری ارتفاع آن‌ها، برابر با نسبت قاعدهٔ آن دو مثلث است.

۴۹ گزینهٔ «۲»

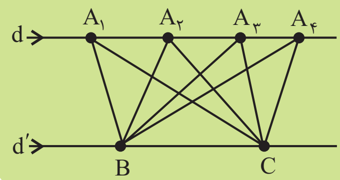
دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{BDC}$ به دلیل داشتن قاعدهٔ مشترک (BC) و ارتفاع برابر (فاصلهٔ دو خط d و d') دارای مساحت یکسان هستند، پس اگر ارتفاع رسم شده از رأس C در مثلث $\overset{\Delta}{BDC}$ را CH بنامیم، داریم:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}}=S_{\overset{\Delta}{BDC}}=۸=\frac{BD\times CH}{۲}\Rightarrow ۱۶=۴\times CH\Rightarrow CH=۴$$

٪۳۰ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به رابطهٔ بین مساحت مثلث‌ها توجه کرده‌اند.

نکته

در شکل زیر تمام مثلث‌هایی که در قاعدهٔ BC مشترک هستند، دارای مساحت یکسان می‌باشند.



۵۰ گزینهٔ «۳»

دو مثلث $\overset{\Delta}{ADB}$ و $\overset{\Delta}{BDC}$ به دلیل این که دارای ارتفاع هم‌اندازه (فاصلهٔ دو خط d و d') هستند، نسبت مساحت‌هایشان برابر با نسبت قاعده‌های آن‌ها است، پس داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{BCD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}=\frac{BC}{AD}=\frac{۲۷}{۶}=۴/۵$$

از طرفی اگر فاصلهٔ C از BD را CH و فاصلهٔ A از BD را AH' بنامیم، داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{BCD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}}=\frac{(\frac{۱}{۲}).BD.CH}{(\frac{۱}{۲}).BD.AH'}=\frac{CH}{AH'}=۴/۵$$

٪۲۷ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به نکات مربوط به مساحت‌ها و روابطشان توجه کرده‌اند.

نکته

تمام مثلث‌های ایجاد شده بین دو خط موازی دارای ارتفاع‌های یکسان هستند.

۵۱ گزینهٔ «۲»

زاویه‌های مثلث را به صورت $۲x$، $۳x$ و $۵x$ در نظر می‌گیریم، با توجه به این که مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° درجه است، داریم:

$$۲x+۳x+۵x=۱۰x=۱۸۰^\circ\Rightarrow x=۱۸^\circ$$

$$\text{بزرگ‌ترین زاویه} - \text{کوچک‌ترین زاویه} = ۵x-۲x=۳x=۳\times۱۸^\circ=۵۴^\circ$$

٪۳۲ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به مجموع زوایا در مثلث توجه کرده‌اند.

نکته

برای محاسبه در این گونه سؤالات، ضرایبی همانند (x) در نسبت‌های داده شده ضرب می‌کنیم تا مقدار هر زاویه بر حسب (x) به‌دست آید، سپس به کمک مجموع زوایا، مقدار (x) را مشخص می‌کنیم.

۵۲ گزینهٔ «۴»

با توجه به صورت سؤال $\frac{x}{۲}=\frac{-y}{-۳}=\frac{z}{۶}=\frac{۳}{۵}$ یا $\frac{x}{۲}=\frac{y}{۳}=\frac{z}{۶}=\frac{۶}{۱۰}$ است.

طبق ترکیب نسبت از ویژگی‌های تناسب داریم:

$$\frac{x}{۲}=\frac{-y}{-۳}=\frac{z}{۶}=\frac{۳}{۵}\rightarrow\frac{(x-y+z)}{(۲-۳+۶)}=\frac{۳}{۵}\rightarrow\frac{x-y+z}{۵}=\frac{۳}{۵}$$

$$\Rightarrow x-y+z=۳$$

راه دوم:

با توجه به صورت سؤال مقادیر x، y و z را داریم که برابر $x=۱/۲$، $y=۱/۸$ و $z=۳/۶$ می‌باشند و در نتیجه از ویژگی‌های تناسب، هم می‌توان صرف نظر کرد و با این مقادیر به خواستهٔ سؤال رسید.

٪۵۳ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به جدول ویژگی‌های تناسب در متن کتاب درسی توجه کرده‌اند.

نکته

هرگاه داشته باشیم، $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ آن‌گاه داریم: $\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

۵۳ گزینهٔ «۱»

با توجه به شکل و فرض سؤال داریم:

$$\frac{AB}{BC}=\frac{AC}{CD}=\frac{۳}{۲}\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}\frac{AB}{AB+BC}=\frac{AC}{AC+CD}=\frac{۳}{۳+۲}$$

$$\rightarrow\frac{AB}{AC}=\frac{AC}{AD}=\frac{۳}{۵}\overset{AD=۱۰}{\Rightarrow}AC=۶\Rightarrow AB=۳/۶$$

$$\Rightarrow BD=AD-AB=۱۰-۳/۶=۶/۴$$

۳۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به جدول ویژگی‌های تناسب در متن کتاب درسی توجه کرده‌اند.

نکته

اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$، آن‌گاه $\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$ است.

۵۴ گزینهٔ «۴»

با استفاده از ویژگی‌های تناسب داریم:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\to\frac{a^۲}{b^۲}=\frac{c^۲}{d^۲}\to\frac{a^۲}{b^۲}=\frac{c^۲}{d^۲}=\frac{a^۲+c^۲}{b^۲+d^۲}$$

از طرفی $\frac{ac}{bd}=\frac{a^۲}{b^۲}=\frac{c^۲}{d^۲}$ می‌باشد، پس همواره $\frac{ac}{bd}=\frac{a^۲+c^۲}{b^۲+d^۲}$ است.

۲۸٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به جدول ویژگی‌های تناسب در متن کتاب درسی توجه کرده‌اند.

نکته

اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ باشد، آن‌گاه $\frac{a^n}{b^n}=\frac{c^n}{d^n}=\frac{a^n+c^n}{b^n+d^n}$ خواهد بود.

۵۵ گزینهٔ «۱»

طبق ویژگی ترکیب در صورت و مخرج داریم:

$$\frac{a}{۱}=\frac{b}{۲}=\frac{c}{۳}=\frac{d}{۴+a}=\frac{a+b+c+d}{۱۰+a}=\frac{a}{۱}$$

$$\Rightarrow a+b+c+d=a(۱۰+a)=(a+۵-۵)(a+۵+۵)$$

$$\Rightarrow a+b+c+d=(a+۵)^۲-۲۵$$

عبارت فوق به‌ازای $a=-۵$ دارای کم‌ترین مقدار است و این مقدار برابر با -۲۵ است.

۲۳٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به جدول ویژگی‌های تناسب در متن کتاب درسی توجه کرده‌اند.

نکته

برای به‌دست آوردن کم‌ترین یا بیش‌ترین مقدار یک تابع درجه دو می‌توانیم طول رأس سهمی آن را به‌دست آوریم و یا یک مربع دو جمله‌ای به کمک معادلهٔ آن تشکیل دهیم و به نحوی مقداردهی کنیم که بخش مربع دو جمله‌ای برابر صفر شود.

۵۶ گزینهٔ «۲»

اگر مساحت مثلث را S در نظر بگیریم، داریم:

$$S=\frac{۱}{۲}(a\times h_a)=\frac{۱}{۲}(b\times h_b)=\frac{۱}{۲}(c\times h_c)$$

$$\Rightarrow h_a=\frac{۲s}{a},\ h_b=\frac{۲s}{b},\ h_c=\frac{۲s}{c}$$

برای عبارت خواسته شده داریم:

$$\frac{h_a-h_c}{h_b}=\frac{\frac{۲S}{a}-\frac{۲S}{c}}{\frac{۲S}{b}}=\frac{b}{a}-\frac{b}{c}=\frac{۴}{۳}-\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$$

۲۲٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به رابطه بین نسبت اضلاع و ارتفاع‌ها توجه کرده‌اند.

نکته

در هر مثلث دلخواه نسبت ارتفاع‌ها، برابر عکس نسبت اضلاع است.

۵۷ گزینهٔ «۲»

اگر عبارت داده شده را ساده کنیم، داریم:

$$\frac{a+۳c}{۲a+۷c}=\frac{۷}{۱۶}\Rightarrow ۱۶a+۴۸c=۱۴a+۴۹c\Rightarrow ۲a=c$$

از طرفی b واسطهٔ هندسی a و c است، پس $b^۲=ac$ می‌باشد، در نتیجه داریم:

$$b^۲=ac=a(۲a)\Rightarrow(\frac{a}{b})^۲=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۳۰٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به مفاهیم تناسب مسلط بوده‌اند.

نکته

اگر b واسط هندسی a و c باشد، آن‌گاه $b^۲=ac$ می‌باشد.

۵۸ گزینهٔ «۲»

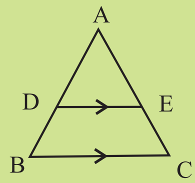
با توجه به قضیهٔ تالس در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، به دلیل این که $DE \parallel AB$، آن‌گاه داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: DE\parallel AB\Rightarrow\frac{DC}{AD}=\frac{EC}{BE}\xrightarrow{۲CD=۳AD}\frac{۳}{۲}=\frac{x+۴}{x-۱}$$

$$\to ۳x-۳=۲x+۸\Rightarrow x=۱۱$$

نکته

هر گاه در یک مثلث دلخواه $\overset{\Delta}{ABC}$، داشته باشیم $DE\parallel BC$، آن‌گاه داریم:



$$\to\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

۵۹ گزینهٔ «۲»

طبق قضیهٔ تالس برای دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{ADC}$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\overset{\Delta}{ABC}: EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{EB}=\frac{AF}{FC}\\ \overset{\Delta}{ADC}: FG \parallel AD \Rightarrow \frac{GD}{GC}=\frac{AF}{FC}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AE}{EB}=\frac{GD}{GC} \to \frac{۵}{۴}=\frac{GD}{۶}$$

$$\Rightarrow GD = ۷/۵$$

٪۴۳ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به نکات رابطهٔ تالس مسلط بوده‌اند.

۶۰ گزینهٔ «۲»

طبق قضیهٔ تالس در مثلث $\overset{\Delta}{ADC}$، به دلیل این که $EF \parallel DC$ است، داریم:

$$\overset{\Delta}{ADC}: EF \parallel DC \Rightarrow \frac{AE}{DE}=\frac{AF}{FC} \to \frac{۴}{DE}=\frac{۶}{۹} \Rightarrow DE = ۶$$

از طرفی در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، به دلیل این که $DF \parallel BC$ است، داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: DF \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{BD}=\frac{AF}{FC} \to \frac{AE+DE}{DB}=\frac{۱۰}{x}=\frac{۶}{۹}$$

$$\Rightarrow x = ۱۵$$

٪۶۵ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به کار بردن تالس در ۲ مثلث را به خوبی فرا گرفته‌اند.

نکته

در این گونه سؤالات باید به کمک نوشتن روابط قضیهٔ تالس برای هر جفت خط موازی، طول‌های مجهول را بیابید.

۶۱ گزینهٔ «۳»

طبق قضیهٔ تالس در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، به دلیل این که $MN \parallel BC$ است، داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC} \to \frac{x}{۳}=\frac{۲x-۰/۵}{۴/۵}$$

$$\to ۴/۵x = ۶x - ۱/۵ \Rightarrow x = ۱$$

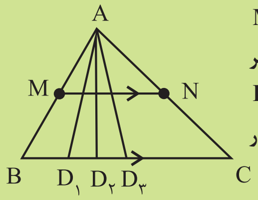
در مثلث $\overset{\Delta}{ABE}$ داریم:

$$\overset{\Delta}{ABE}: MD \parallel BE \Rightarrow \frac{AM}{MB}=\frac{AD}{DE} \to \frac{۱}{۳}=\frac{۱/۲}{DE} \Rightarrow DE = ۳/۶$$

٪۴۲ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به قضیهٔ تالس توجه کرده‌اند.

نکته

اگر در مثلث ABC، پاره‌خط MN موازی ضلع BC باشد، آن‌گاه به ازای هر نقطه روی ضلع BC هم‌چون $(D_۱, D_۲, D_۳)$ قضیهٔ تالس در مثلث‌های ایجاد شده نیز برقرار است.



۶۲ گزینهٔ «۳»

طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث ABC، به دلیل این که $MN \parallel BC$ است، داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

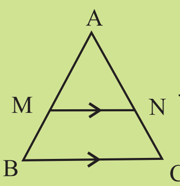
$$\to \frac{x+۱}{(x+۱)+۴}=\frac{y+\frac{۱}{۲}}{(y+\frac{۱}{۲})+۳}=\frac{۹}{۱۵}=\frac{۳}{۵}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۵x+۵=۳x+۱۵ \Rightarrow x=۵\\ ۵y+\frac{۵}{۲}=۳y+\frac{۲۱}{۲} \Rightarrow y=۴\end{cases} \Rightarrow x+y=۹$$

٪۴۹ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به قضیهٔ تالس و تعمیم آن توجه کرده‌اند.

نکته

هر گاه در مثلث دلخواه ABC، $MN \parallel BC$ باشد، آن‌گاه داریم:



$$\to \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

۶۳ گزینهٔ «۴»

با توجه به این که محیط ADE برابر ۹ و $DE = ۳$ است، نتیجه می‌گیریم $AD + AE = ۶$ پس داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}=\frac{AD}{۶}=\frac{AE}{۱۲}$$

$$\to ۲AD = AE \xrightarrow{AD+AE=۶} AE = ۴ \,,\, AD = ۲$$

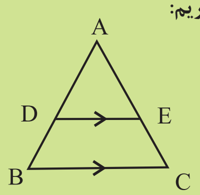
از طرفی طبق قضیهٔ تالس در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC} \to \frac{۲}{۲+۶}=\frac{۳}{BC} \Rightarrow BC = ۱۲$$

٪۳۴ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به قضیهٔ تالس توجه کرده‌اند.

نکته

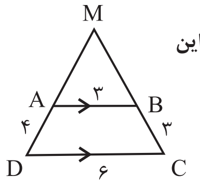
در مثلث ABC، اگر $DE \parallel BC$ باشد، آن‌گاه داریم:



$$\rightarrow \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}\ ,\ \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

۶۴ گزینهٔ «۳»

طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث DMC، به دلیل این که $AB \parallel DC$ است، داریم:



$$\overset{\Delta}{DMC}: AB \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD}=\frac{BM}{MC} \rightarrow \frac{AM}{AM+۴}=\frac{BM}{BM+۳}=\frac{۳}{۶}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AM=۴ \\ BM=۳ \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{محیط مثلث } MAB = AM+BM+AB=۴+۳+۳=۱۰$$

۴۷٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به قضیهٔ تالس در مثلث توجه کرده‌اند.

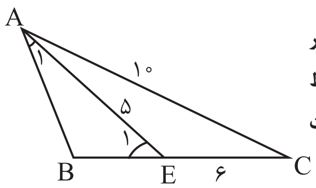
نکته

در محاسبات روابط قضیهٔ تالس می‌توانیم از ویژگی‌های تناسب استفاده کنیم، به‌طور مثال داریم:

$$\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

۶۵ گزینهٔ «۱»

با توجه به شکل زوایای برابر را در شکل مشخص می‌کنیم و سپس روابط تشابه را برای دو مثلث به‌دست می‌آوریم، پس داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{B} \text{ مشترک} \\ \hat{A}_1=\hat{C} \\ \hat{E}_1=\hat{A} \end{cases} \Rightarrow \frac{AE}{AC}=\frac{BE}{AB}=\frac{AB}{BC} \rightarrow \frac{۵}{۱۰}=\frac{BE}{AB}=\frac{AB}{BE+۶}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BE=\frac{AB}{۲} \\ BE+۶=۲AB \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{۲}+۶=۲AB \Rightarrow AB=۴$$

۲۰٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به نوشتن صحیح اضلاع متناسب توجه کرده‌اند.

نکته

پس از یافتن زوایای برابر در دو مثلث متشابه، نسبت اضلاع متناسب را با توجه به این که آن دو ضلع روبه‌روی دو زاویهٔ برابر هستند، بنویسید.

۶۶ گزینهٔ «۳»

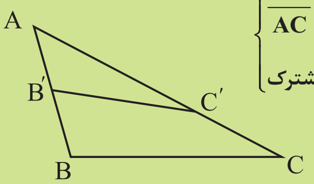
در دو مثلث ABC و ADE، زاویهٔ A مشترک است و از طرفی $\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{۱}{۲}$؛ بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم دو مثلث به حالت دو ضلع متناسب و زاویهٔ بین برابر، با هم متشابه هستند، پس داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{ADE} \Rightarrow \frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{x}{۱۰}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=۵$$

۴۱٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به نکتهٔ زیر توجه کرده‌اند.

نکته

اگر در مثلث‌های ABC و $AB'C'$، زاویهٔ $\hat{A}$ مشترک باشد و دو ضلع از این دو مثلث با یک‌دیگر متناسب باشند، آن‌گاه دو مثلث به حالت دو ضلع متناسب و زاویهٔ برابر، با هم متشابه هستند. به مثال زیر دقت کنید:



$$\begin{cases} \frac{AB'}{AC}=\frac{AC'}{AB} \\ \hat{A} \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AB'C'}$$

۶۷ گزینهٔ «۴»

برای دو مثلث ABC و DEC داریم:

$$\begin{cases} \hat{A}=\hat{D} \\ C \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{DEC} \Rightarrow \frac{AC}{DC}=\frac{BC}{EC}$$

$$\rightarrow \frac{۱۶}{۷}=\frac{BC}{۱۴} \Rightarrow BC=۳۲$$

از طرفی $BC=BD+DC$ است، پس $BD=۳۲-۷=۲۵$.

۳۱٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به نکات تشابه مثلث‌ها توجه کرده‌اند.

نکته

در هنگام یافتن مثلث‌های متشابه به زوایای مشترک و زوایای متقابل به رأس توجه کنید.