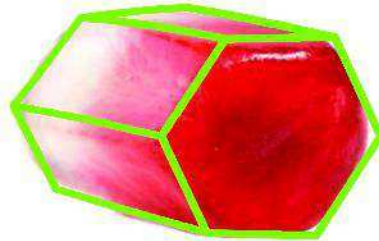




مجموعه کتاب‌های
علامه حلی

ریاضی هفتم



مریم خاکی



مجموعه کتاب‌های علامه حلی

ریاضی هفتم

• مریم خاکی





شناسنامه
کتاب

سرشناسه : خاکی، مریم، ۱۳۶۰
عنوان و نام پدیدآور : ریاضی هفتم، مؤلف مریم خاکی - ویراستار علمی خسرو داودی
مشخصات نشر : تهران: انتشارات حلی، ۱۴۰۲
مشخصات ظاهری : ۲۹×۲۲ س م. ۱: مصور (رنگی)، جدول (رنگی)، نمودار (رنگی)؛ ص ۲۲۴
فروست : مجموعه کتاب علامه حلی
شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۴۹۶-۳۰۴-۶
وضعیت فهرست نویسی : فیپای مختصر
یادداشت : واژه‌نامه
شناسه افزوده : داودی، خسرو، ۱۳۴۹-، ویراستار
شماره کتابشناسی ملی : ۹۴۰۱۸۲۳
رکورد کتابشناسی : فیپا



عنوان کتاب : ریاضی هفتم
ناشر : انتشارات حلی
مؤلف : مریم خاکی
ویراستار علمی : دکتر خسرو داودی
مسئول هماهنگی : سمیه سادات فاطمی
طراح جلد : راضیه سادات فرهانیان
صفحه آرا : راضیه سادات فرهانیان
چاپ و صحافی : چیترا
سال چاپ : پاییز ۱۴۰۲
نوبت چاپ : اول
شمارگان : ۲۰۰۰ جلد
قیمت : ۲۴۷۰۰۰ تومان
شماره شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۴۹۶-۳۰۴-۶



تهران، نیایان انقلاب، میدان فردوسی، ابتدای کوچه براتی، پلاک ۱۶ و ۱۴

تلفن دفتر مرکزی: ۵-۶۶۷۴۴۴۸۴



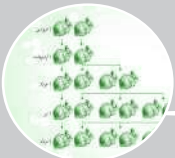






کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.

هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق برداشت تمام یا قسمتی از اثر را به صورت چاپ، فتوکپی، جزوه و مجازی ندارد.

متخلفان به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از ناشران تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



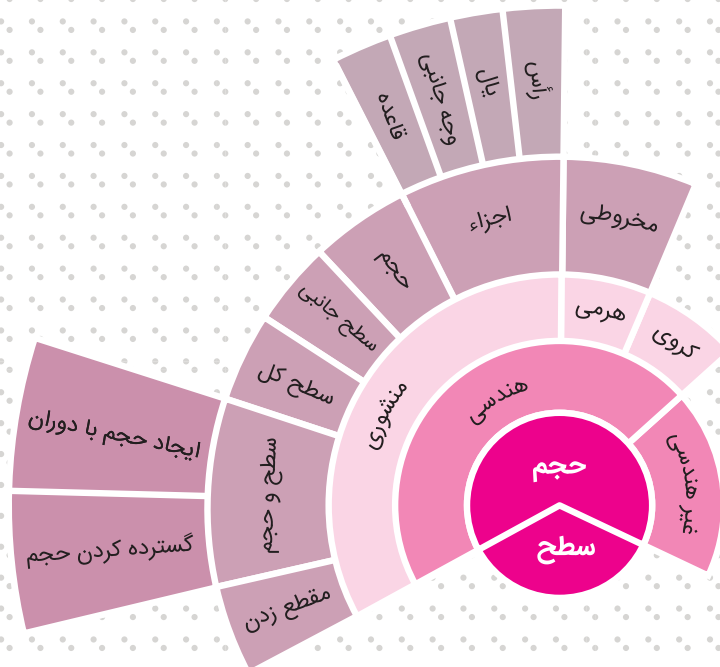
بالب است
براتی

	فصل ۱ روش‌های حل مسئله	درس‌نامه ۵ تمرین ۱۳ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۵
درس‌نامه ۱۷ تمرین ۲۹ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۳۰	فصل ۲ عددهای صحیح	
	فصل ۳ جبر و معادله	درس‌نامه ۳۳ تمرین ۴۵ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۴۷
درس‌نامه ۵۱ تمرین ۷۸ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۸۳	فصل ۴ هندسه و استدلال	
	فصل ۵ شمارنده‌ها و عددهای اول	درس‌نامه ۸۹ تمرین ۹۷ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۹۸
درس‌نامه ۱۰۱ تمرین ۱۱۵ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۱۹	فصل ۶ حجم‌های هندسی	
	فصل ۷ توان و جذر	درس‌نامه ۱۲۷ تمرین ۱۳۹ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۴۶
درس‌نامه ۱۴۹ تمرین ۱۵۹ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۶۰	فصل ۸ بردار و مختصات	
	فصل ۹ آمار و احتمال	درس‌نامه ۱۶۵ تمرین ۱۷۸ پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۱۸۲
۱۸۷	پاسخ‌ها	



◀ برای پی‌ریزی ساختمان، خاک‌برداری انجام می‌شود. آیا شما می‌دانید حجم خاکی که باید خارج شود را چگونه محاسبه می‌کنند؟

فصل ششم حجم‌های هندسی



اگر این فصل را به خوبی مطالعه کنی و مثال‌ها و تمرین‌های خواسته‌شده را به دقت انجام دهی؛

- حجم و سطح جانبی حجم‌های منشوری و استوانه‌ای را محاسبه کنی.
- مسائل کاربردی سطح و حجم را حل کنی.



هدفی رفتاری

حجم‌های هندسی

حجم چیست؟

اگر کمی به عقب برگردیم برای اندازه‌گیری طول شکل‌های یک‌بعدی مانند پاره‌خط به واحد تک‌بعدی نیاز داشتیم.

1 cm

مانند اندازه این پاره‌خط که دقیقاً یک سانتی‌متر است.

هر حرکت یا گسترش یک پاره‌خط، آن را از یک شکل تک‌بعدی به یک شکل دوبعدی (سطح) تبدیل می‌کند، مانند این مربع:

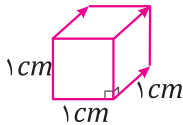
1 cm
1 cm

سانتی‌متر مربع 1 = سانتی‌متر \times 1 سانتی‌متر

این شکل‌های دوبعدی با واحد دوبعدی اندازه‌گیری می‌شوند که واحد سطح نامیده می‌شود. به اندازه یک سطح مساحت می‌گوییم.

سطحی که این مربع اشغال می‌کند 1 سانتی‌متر مربع است که واحد استاندارد معمول برای اندازه‌گیری سطح است.

حالا تصور کنید یک مربع را روی یک ضلع آن در یک جهت مشخص حرکت دهیم. این کار یک شکل سه‌بعدی (حجم) می‌سازد که به آن مکعب می‌گوییم.



حجم به ما می‌گوید شکل سه‌بعدی ما چقدر فضا را اشغال می‌کند.

ما در دنیای حجم‌ها زندگی می‌کنیم. هر چیزی که در اطراف شما است و می‌توانید آن را لمس کنید یک حجم است، حتی یک ورق کاغذ از این کتاب هم یک حجم است، اگرچه ضخامت آن خیلی ناچیز باشد.

واحد استاندارد معمول اندازه‌گیری حجم مکعب است. در مثال ما با توجه به اینکه طول برحسب سانتی‌متر انتخاب شده. واحد اندازه‌گیری حجم 1 سانتی‌متر مکعب خواهد بود.

سانتی‌متر مکعب 1 = سانتی‌متر \times 1 سانتی‌متر \times 1 سانتی‌متر

حجم‌ها به دو دسته هندسی و غیرهندسی تقسیم می‌شوند.

همه حجم‌هایی که شکل مشخص دارند، حجم‌های هندسی هستند، برای مثال مکعب، استوانه، مخروط و کره هندسی هستند.

همچنین، ممکن است یک حجم از ترکیب چند حجم هندسی ساخته شده باشد.

حجم‌های غیرهندسی را نمی‌توان با اسم مشخصی نام‌گذاری کرد، مانند یک تکه سنگ که نمی‌توان گفت کره هست یا مثلاً استوانه. در مورد یک انسان نمی‌توان گفت مکعب‌مستطیل است یا استوانه!

انواع حجم‌های هندسی

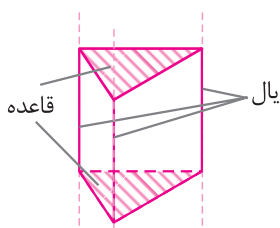
حجم‌های هندسی معمول به سه دسته تقسیم می‌شوند:

کروی - هرمی - منشوری

با جزئیات و خصوصیات حجم‌های کروی و هرمی در سال‌های آینده آشنا می‌شوید.

در ادامه به منشورها می‌پردازیم:

به چه نوع حجم‌هایی و با چه خصوصیات منشور می‌گوییم؟

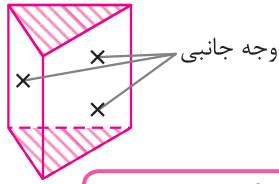


سطح منشوری، سطوحی هستند که یال‌های موازی با هم دارند و از دو طرف تا بی‌نهایت ادامه دارند یعنی، اگر سطح منشوری را با دو برش موازی با یال قطع کنیم، یک حجم منشوری ایجاد می‌شود.

در نتیجه، منشور حجمی است که یال‌های موازی دارد و با دو سطح موازی برش خورده است.

* به تعریف یال در ادامه توجه کنید.

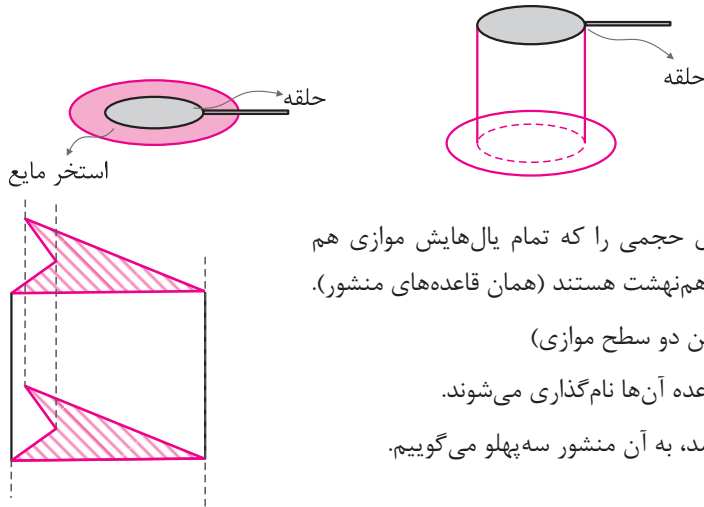
به دو سطح بالا و پایین که موازی یکدیگر هستند قاعده و به سطح‌های اطراف آن وجه‌های جانبی می‌گوییم.



محل برخورد هر دو سطح یال و نقطه برخورد هر سه سطح یا برخورد یال‌ها را رأس می‌گوییم.

یکی از فعالیت‌های جالب قرار دادن افراد در استوانه‌های حبایی است.

یک حلقه بزرگ داخل مایع وجود دارد که مستقیماً به بالا کشیده می‌شود و حبایی به شکل استوانه ایجاد می‌کند.



حجم حاصل یک منشور با قاعده دایره خواهد بود.

همین‌طور می‌توانیم بگوییم هرگاه دو سطح موازی حجمی را که تمام یال‌های موازی هم هستند، قطع کنند، می‌توان دو چندضلعی دید که هم‌نهشت هستند (همان قاعده‌های منشور).

در نتیجه حجم حاصل، منشور خواهد بود. (حجم بین دو سطح موازی)

به‌طور معمول منشورها بر اساس تعداد ضلع‌های قاعده آن‌ها نام‌گذاری می‌شوند.

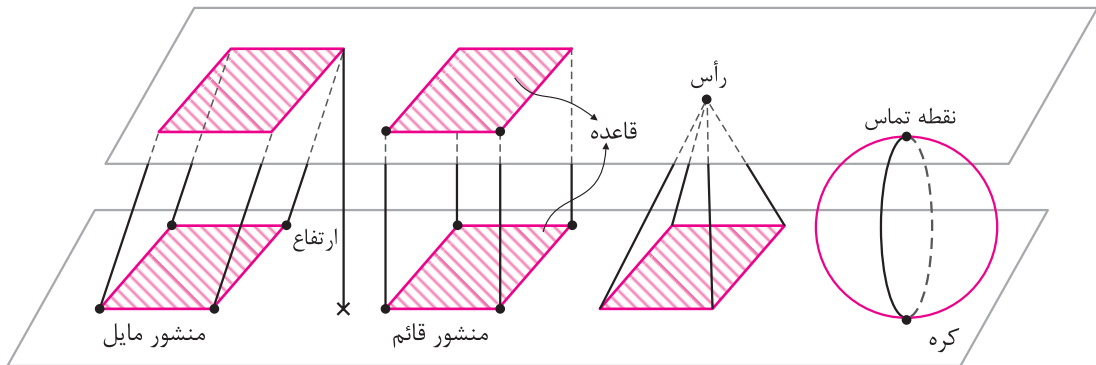
به‌عنوان مثال، اگر قاعده منشور سه ضلع داشته باشد، به آن منشور سه‌پهلوی می‌گوییم.



یالب است
بازاری

به‌طور معمول پاره‌خط‌هایی که دو قاعده منشور را به هم متصل می‌کنند، بر هر دو قاعده عمود هستند و حکم ارتفاع را دارند که به این نوع حجم‌ها منشور قائم می‌گوییم، ولی همیشه این‌طور نیست.

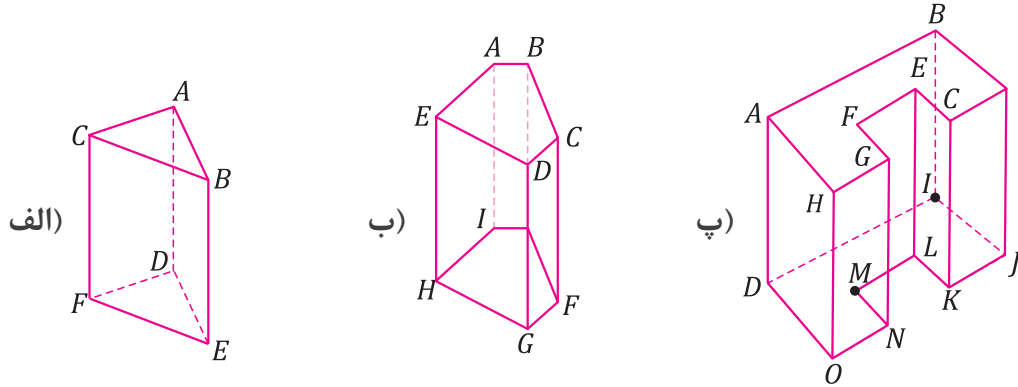
همان‌طور که در شکل می‌بینید امکان دارد ارتفاع منشور خارج از حجم قرار بگیرد، در این صورت به آن منشور مایل می‌گوییم. حالا بیایید سه نوع حجم هندسی را بین دو صفحه موازی قرار دهیم و تفاوت آن‌ها را ببینیم.



تفاوت منشور با دیگر حجم‌های هندسی کاملاً مشخص است.

با دقت به دو حجم منشور قائم و مایل، مشخص است که سطح‌های جانبی در منشور قائم ما مستطیل و در منشور مایل متوازی‌الاضلاع هستند.

مثال ۱. در حجم‌های منشوری زیر تعداد رأس، یال، وجه جانبی و قاعده را تعیین کنید:



پاسخ: الف)

وجه جانبی ۳: $ABDE$, $CBEF$, $ACFD$

قاعده ۲: ABC و DEF

رأس ۶: (A, B, C, D, E, F)

یال ۹: $(AB, AC, CB, AD, BE, CF, DE, EF, FD)$

ب)

وجه جانبی ۵: $ABJI$, $BCFJ$, $AEHI$, $EDGH$, $DCFG$

رأس ۱۰: $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$

یال ۱۵: $AB, BC, CD, DE, EA, AI, BJ, CF, DG, EH, IJ, JF, FG, GH, HI$

قاعده ۲: $ABCDE$, $IJFGH$

پ)

رأس: ۱۶

وجه جانبی: ۸

یال: ۲۴

قاعده: ۲

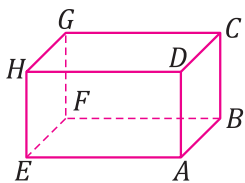
از پاسخ مثال‌های بالا می‌توان روابط زیر را نتیجه گرفت: (اگر تعداد ضلع‌های قاعده را n در نظر بگیریم)

وجه جانبی: n

رأس: $2 \times n$

قاعده: ۲

یال: $3 \times n$



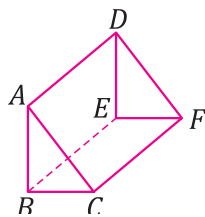
مثال ۲. در منشور روبه‌رو وجه‌های موازی را پیدا کنید:

پاسخ:

$GHCD$, $FEAB$

$GHFE$, $DCAB$

$HDEA$, $GFCB$

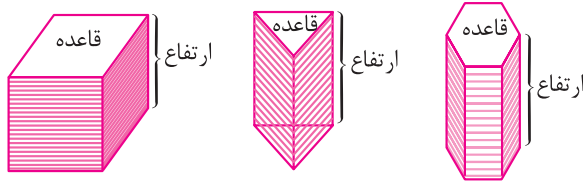


پاسخ: ABC , DEF

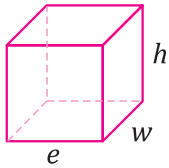
در منشورها الزاماً همه وجه‌ها با هم موازی نیستند.

محاسبه حجم منشور

سه منشوری که در ادامه می‌بینید از روی هم قرار دادن تعداد زیادی اشکال یکسان که از مقوا بریده شده‌اند، درست شده‌اند.



حجم یک منشور برابر است با:
(a) مساحت قاعده \times ارتفاع



اگر h ارتفاع، w را طول و ℓ را عرض و B را مساحت قاعده فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$B = \ell w$$

$$V = Bh$$

دقت کنید واحد اندازه‌گیری حجم:

$V =$ ارتفاع 1 بعدی \times مساحت 2 بعدی $V =$

$$\text{مثال: } V = (1\text{cm} \times 1\text{cm}) \times 1\text{cm} \Rightarrow V = 1\text{cm}^3$$



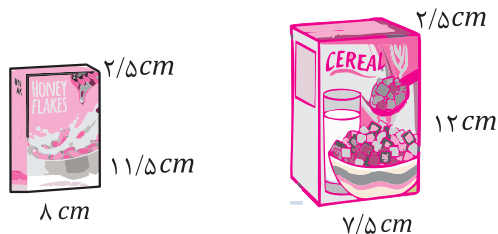
بالب است
برانی



استلاکتیت‌ها و استالاکمیت‌ها دو نمونه از حجم‌های مخروطی شکل هستند که در غارها بر اثر رسوب تشکیل می‌شوند. اگر شما اندازه شعاع قاعده آن‌ها را تخمین بزنید و ارتفاع آن‌ها را اندازه‌گیری کنید، می‌توانید حجم این صخره‌های معدنی را محاسبه کنید.

مثال ۳. یک شرکت تولید غلات صبحانه در حال بررسی دو نمونه جعبه با طراحی جدید است، کدام جعبه مقدار بیشتری

غلات در خود جای می‌دهد؟



جعبه B

جعبه A

پاسخ: حجم هر جعبه را محاسبه و با هم مقایسه می‌کنیم:
جعبه A

$$V = Bh$$

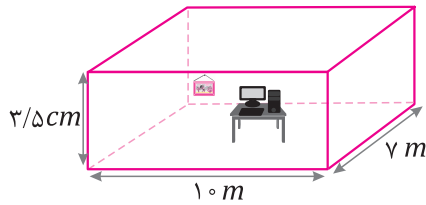
$$V = 7/5 \times 2/5 \times 12 \Rightarrow V = 225\text{ cm}^3$$

جعبه B

$$V = Bh \Rightarrow V = 8 \times 2/5 \times 11/5 \Rightarrow V = 230\text{ cm}^3$$

در نتیجه جعبه B گنجایش بیشتری دارد.

مثال ۴. شکل زیر ابعاد یک دفتر کار را نشان می‌دهد. تصفیه هوای هر مترمکعب از این اتاق در سال ۱۸۲/۵۰۰ هزار تومان هزینه دارد. به‌طور متوسط تصفیه هوای این اتاق در یک ماه چقدر هزینه دارد؟



پاسخ: هزینه تصفیه $1m^3$ در یک روز $x = 500$ $\frac{365}{1} = \frac{182/500}{x}$

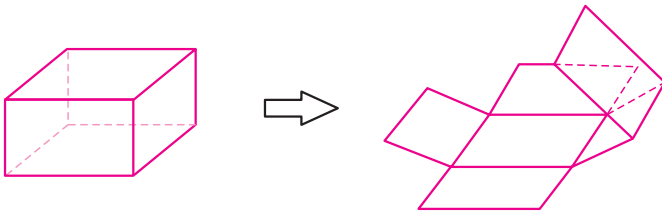
$$V = Bh \Rightarrow V = (10 \times 7) \times 3/5 = 245 m^3$$

تومان $245 \times 500 = 122,500$: هزینه کل دفتر در یک روز

تومان $122,500 \times 30 = 3,675,000$: هزینه یک ماه

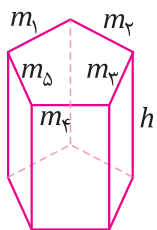
سطح منشور (جانبی و کل)

اگر شما یک جعبه مقوایی را به‌صورت زیر باز کنید و روی سطح پهن کنید:



سطح خارجی یک جعبه را خواهید دید.

در پنج‌ضلعی روبه‌رو پهلوها مستطیل هستند پس مساحت هر سطح برابر است با m_1h یا m_2h یا m_3h یا m_4h یا m_5h



مساحت کل مکعب اولیه برابر است با مساحت گسترده مکعب.

اگر مساحت پهلوها را محاسبه کنیم، مساحت جانبی را خواهیم داشت.

در پنج‌ضلعی زیر مجموع مساحت وجه‌ها برابر است با:

$$m_1h + m_2h + m_3h + m_4h + m_5h$$

$$h(m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5)$$

محیط قاعده P

$$S_{\text{جانبی}} = ph$$

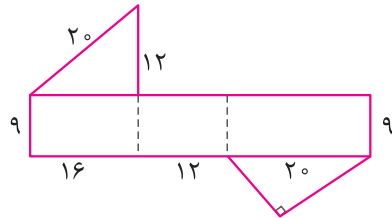
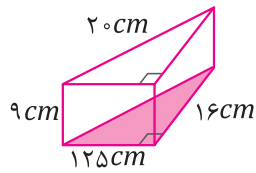
در نتیجه سطح جانبی منشور برابر است با:

مشخص است، اگر سطح کل را بخواهیم باید مساحت دو قاعده را به مساحت جانبی اضافه کنیم:

$$S_{\text{کل}} = 2 \times S_{\text{قاعده}} + S_{\text{جانبی}}$$

مساحت کل:

مثال ۵. گسترده منشور زیر را رسم کرده سپس حجم و مساحت کل آن را به دست آورید.



پاسخ:

گسترده حجم:

$$\text{مساحت قاعده} = \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 16\right) \text{cm}^2 = 96 \text{cm}^2$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم منشور}$$

$$V = (96 \times 9) \text{cm}^3 = 864 \text{cm}^3$$

$$\text{محیط قاعده} = (12 + 16 + 20) \text{cm} = 48 \text{cm}$$

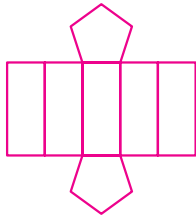
$$\text{مساحت قاعده} + 2 \times \text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت کل}$$

$$= [48 \times 9 + 2(96)] \text{cm}^2 = 624 \text{cm}^2$$

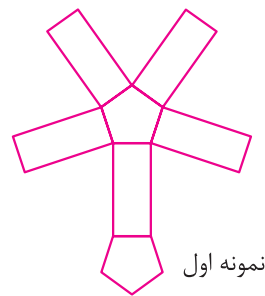
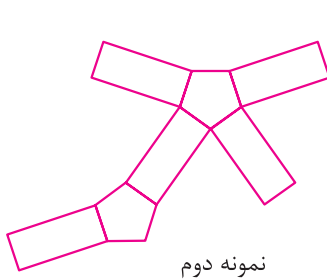
با من انجام بده:

می‌خواهیم گسترده یک پنج‌ضلعی منتظم را رسم کنیم، این بار به حالت‌هایی غیر از حالت معمول.

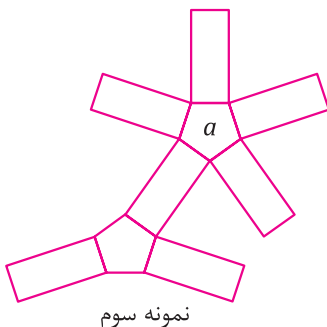
در حالت کلی ما گسترده یک پنج‌ضلعی منتظم را به این صورت رسم می‌کنیم:



حالا می‌خواهیم هیچ‌یک از وجه‌های جانبی بر خوردی با یکدیگر نداشته باشند. دو نمونه از این گسترده‌ها را ببینید:



در نمونه سوم کدام‌یک از مستطیل‌های دور پنج‌ضلعی a باید حذف شوند تا حجم ما درست ساخته شود؟

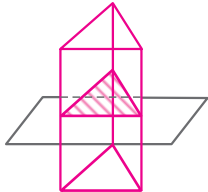


سعی کنید این کار را به چندین صورت متفاوت انجام دهید.

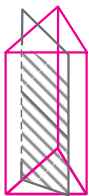
برش کاری (سطح مقطع در منشورها)

یکی از روش‌هایی که به کمک آن می‌توانیم تشخیص دهیم یک حجم مورد نظر یک حجم منشوری هست یا خیر، مقطع زدن است.

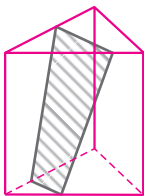
هر منشور را می‌توان از جهت‌های مختلفی برش زد و شکل‌های دوبعدی متفاوتی حاصل می‌شود. به این کار مقطع زدن می‌گوییم و شکل حاصل سطح مقطع می‌باشد.



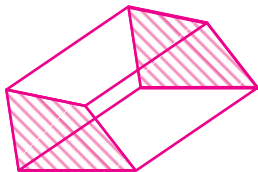
(۱) منشور را با صفحه‌ای موازی قاعده‌ها برش می‌زنیم: سطح حاصل مساوی با دو قاعده است.



(۲) منشور را با صفحه‌ای عمود بر قاعده برش می‌زنیم: سطح حاصل یک دوزنقه است.

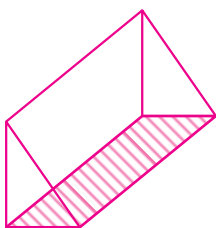


(۳) منشور را با صفحه‌ای مایل برش می‌زنیم: همین‌طور که در شکل می‌بینید شکل حاصل چهارضلعی با ضلع‌های مختلف است.



(۱)

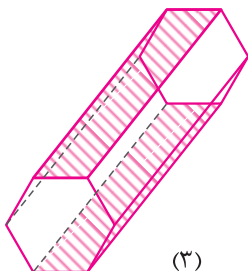
حالا بیایید در منشورهای زیر قاعده‌ها را پیدا کنیم:



(۲)

حجم‌های منشوری روبه‌رو را در نظر بگیرید:

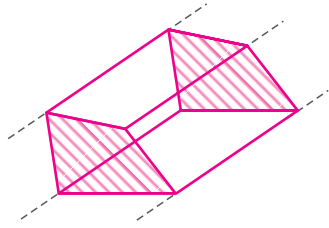
در شکل ۱ آیا دو سطح هاشورخورده قاعده‌های آن هستند؟



(۳)

در مورد شکل ۲ و ۳ چگونه؟ بخش‌های هاشورخورده قاعده حجم‌ها هستند؟

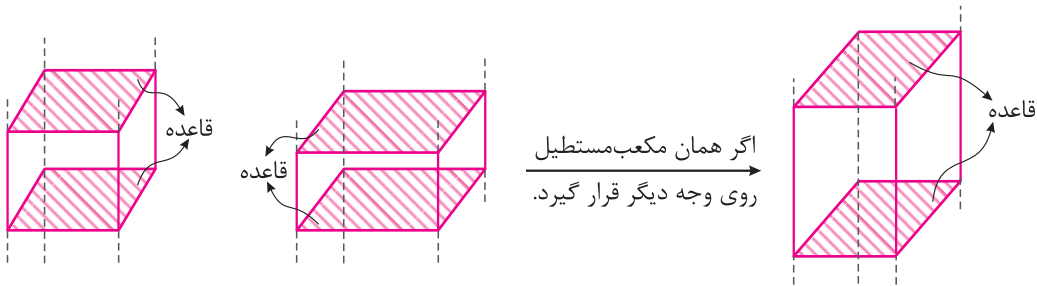
با توجه به توضیحی که در مورد منشورها داریم باید به دنبال خطوط موازی با هم بگردیم و سطح‌هایی که آن خطوط را قطع کرده‌اند، بیابیم. آن‌ها قاعده‌ها خواهند بود.



در شکل (۱) خط‌های موازی را می‌بینیم و سطح‌هایی که این خطوط را قطع کرده‌اند. در نتیجه سطح هاشور خورده قاعده‌های حجم ما خواهند بود.

قاعده‌های حجم‌های ۲ و ۳ را شما مشخص کنید.

در مورد حجم‌هایی مانند مکعب و مکعب‌مستطیل همان‌طور که در شکل‌های زیر می‌بینیم از هر طرف که روی زمین قرار گیرند می‌توانیم خطوط موازی با هم پیدا کنیم پس سطح بالا و پایین می‌توانند قاعده باشند.



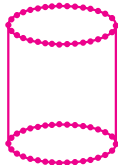
استوانه

ما می‌توانیم با روی هم قرار دادن تعدادی سکه یکسان حجمی مانند تصویر بسازیم که این حجم استوانه نام دارد. لوله‌ها، بشکه‌های نفت و بسیاری از قوطی‌های کنسرو مثال‌های رایجی از استوانه هستند.



قبل‌تر اشاره کردیم قاعده‌های منشورها چندضلعی هستند.

در مورد استوانه قاعده، می‌توانیم یک بی‌شمارضلعی فرض کنیم که مانند شکل به یک دایره تبدیل شده است در نتیجه می‌تواند در گروه منشورها قرار گیرد.

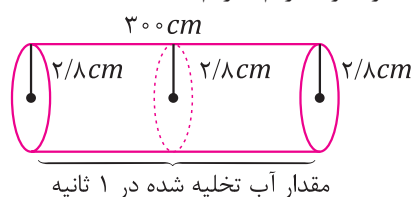
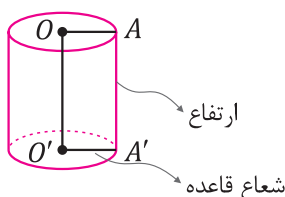


حجم استوانه

از آنجایی که استوانه زیر مجموعه‌ای از حجم‌های منشوری است، روش محاسبه حجم آن هم مانند منشور است.

ارتفاع \times مساحت قاعده : حجم استوانه : در نتیجه

اگر شعاع دایره را r و ارتفاع آن را h در نظر بگیریم، داریم: $V = \pi r^2 h$



مثال ۶. اگر آب با سرعت 3 m/s از یک لوله به قطر 56 mm عبور کند، چه حجمی از آب (برحسب لیتر) در هر دقیقه از آن خارج می‌شود؟

پاسخ:

$$r = 28 \text{ mm} = 2.8 \text{ cm}$$

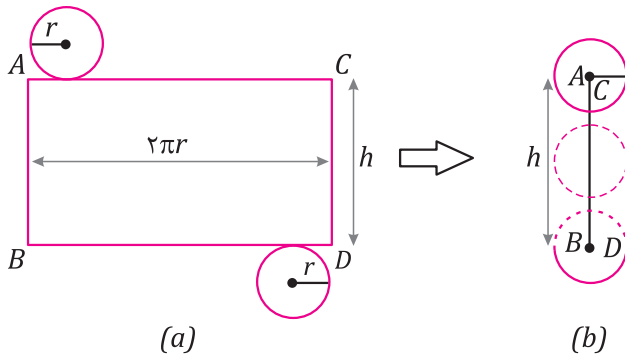
$$h = 3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$$

$$\text{حجم آب تخلیه شده در هر ثانیه: } \pi r^2 h = (3.14 \times 2.8^2 \times 300) \text{ cm}^3 = 7392 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم آب تخلیه شده در ۱ دقیقه: } (7392 \times 60) \text{ cm}^3 = 443520 \text{ cm}^3 = 443520 \div 1000 = 443.52 \text{ لیتر}$$

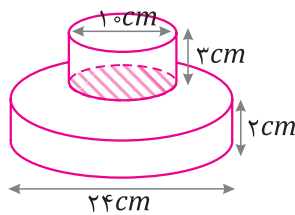
سطح استوانه (جانبی و کل)

شکل زیر دو دایره برابر با شعاع r و یک مستطیل به ارتفاع h را نشان می‌دهد. برای ساخت یک استوانه ما مستطیل را لوله می‌کنیم و دو لبه AB و CD را به هم می‌رسانیم. دو دایره قاعده‌های استوانه را می‌سازند. مشخص است که طول استوانه $2\pi r$ و برابر محیط دایره است.



$$\begin{aligned} \text{مساحت مستطیل} &= \text{مساحت منحنی شکل استوانه (مستطیل)} \\ &= 2\pi r h \\ \text{مساحت کل استوانه} &= \text{مساحت جانبی} + (\text{مساحت دایره شکل} \times 2) \\ &= 2\pi r h + 2\pi r^2 \end{aligned}$$

مثال ۷. حجم و سطح کل را برای شکل زیر محاسبه کنید.



$$\text{حجم استوانه کوچک: } \pi r^2 h$$

$$V_1 : (3.14 \times (\frac{10}{2})^2 \times 3) \text{ cm}^3$$

$$V_1 : 235.5 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم استوانه بزرگ: } (3.14 \times (\frac{24}{2})^2 \times 2) \text{ cm}^3$$

$$V_2 : 904.32 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم کل: } V_1 + V_2 : (235.5 + 904.32) \text{ cm}^3 : 1139.82 \text{ cm}^3$$

پاسخ:

سطح کل:

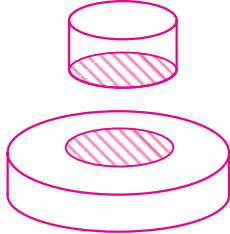
مساحت ۲ قاعده + مساحت جانبی: سطح کل استوانه کوچک

$$: (3/14 \times 10) \times 3 + (5)^2 (3/14) \times 2$$

$$: 94/2 + 157 = 251/2 \text{ cm}^2$$

$$\text{سطح کل استوانه بزرگ: } (24 \times 3/14 \times 2) + (12)^2 (3/14) (2)$$

$$: 150/72 + 904/32 = 1055/04 \text{ cm}^2$$



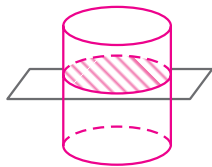
توجه کنید که سطح مشترک بین دو استوانه که روی هم قرار گرفته‌اند، در مساحت کل نیستند. در نتیجه باید به اندازه ۲ تا از این سطح از کل کم شود.

$$\text{سطح کل: } 251/2 + 1055/04 = 1306/24 \text{ cm}^2$$

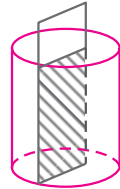
$$1306/24 - 157 = 1149/24 \text{ cm}^2$$

سطح مقطع استوانه

به برش‌ها و شکل‌های دوبعدی ایجاد شده توجه کنید.



(a)



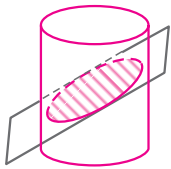
(b)

در شکل (a) صفحه برش موازی قاعده‌ها و سطح ایجاد شده دایره می‌باشد.

هر برش دلخواه به موازات قاعده‌ها به شما دایره‌های هم‌نهشت می‌دهد که این مطابق تعریف منشور است.

در شکل (b) صفحه برش عمود بر قاعده‌ها و سطح ایجاد شده مستطیل می‌باشد.

در شکل (c) صفحه برش با قاعده‌ها زاویه دارد و سطح ایجاد شده یک بیضی است.



(c)

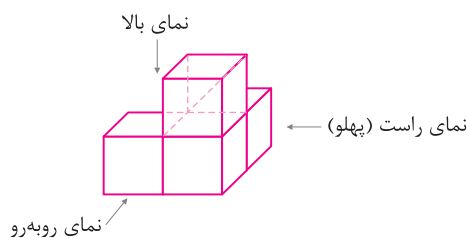
سرخ حجم‌ها (سه‌نما)

شما می‌توانید برای توصیف اینکه چگونه بخش‌های مختلف اشیا در فضا به هم مرتبط هستند، از طراحی سه‌بعدی اشیا استفاده کنید.

طراحان صنعتی، مهندسين، حتی هنرمندان از این نماهای جسم از جهات مختلف برای خلق آثارشان استفاده می‌کنند.

اگر از روبه‌رو، راست و بالا به یک جسم هندسی نگاه کنیم،

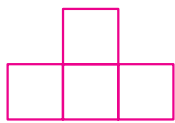
تصاویری قابل مشاهده هستند که به آن‌ها سه‌نما می‌گوییم.



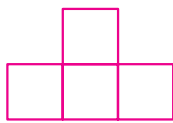
نمای بالا: اگر از بالا به حجم داده شده نگاه کنیم، شکل زیر را می‌بینیم.	نمای روبه‌رو: اگر از روبه‌رو به حجم داده شده نگاه کنیم، شکل زیر را می‌بینیم.	نمای راست: اگر از سمت راست به حجم داده شده نگاه کنیم، شکل زیر را می‌بینیم.

مثال ۸. نمای شکل سه بعدی از سه جهت به صورت زیر است. حجم حاصل را رسم کنید. این حجم از چند مکعب ساخته شده است؟

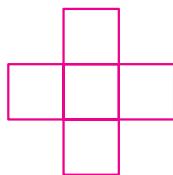
تعداد مکعب که می توان با استفاده از آن ها این حجم را ساخت چند عدد است؟



راست



روبه‌رو

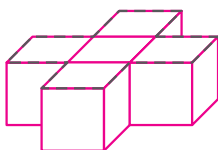


بالا

پاسخ:

مرحله اول:

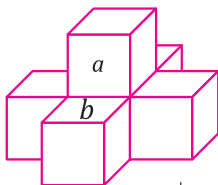
نمای بالای شکل را به صورت سه بعدی رسم می کنیم (روی نقطه چین ها را پررنگ کنید)



مرحله اول

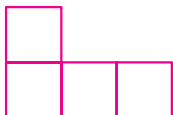
مرحله دوم:

نمای روبه‌رو و راست نشان می دهد یک مکعب دیگر در وسط قرار دارد. در نتیجه برای ساخت این حجم ۶ مکعب به کار رفته است.



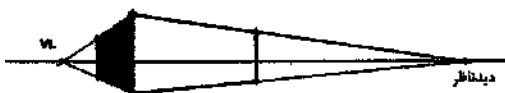
مرحله دوم

اگر مربع a را روی سطح b قرار دهیم کدام نما باید تغییر کند و به چه صورت خواهد شد؟
نمای بالا و نمای روبه‌رو تغییری نخواهد داشت.
نمای پهلو (راست) به صورت روبه‌رو باید تغییر کند.



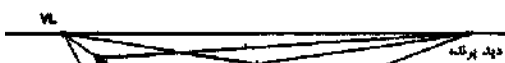
هر زمان که بخواهیم با استفاده از سه نما یک حجم را رسم کنیم، ممکن است از روش های متفاوت استفاده شود.

که با توجه به دید، به سه دسته تقسیم می شود:



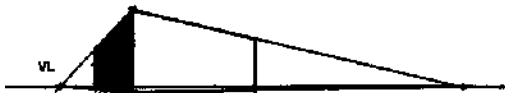
دید ناظر

برای حجم هایی که از دید یک انسان رسم می شوند، بیشتر برای تجربه مشابه در واقعیت



دید پرنده

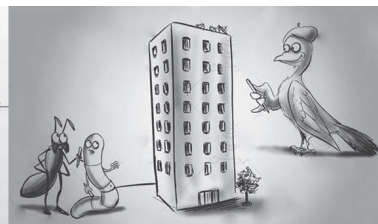
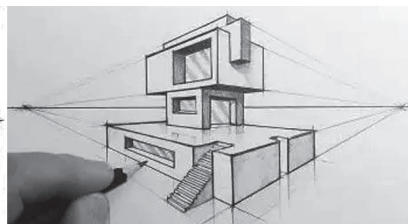
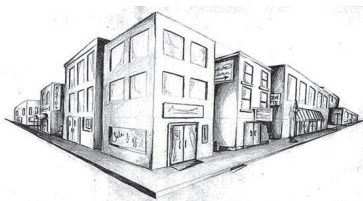
برای حجم هایی که ارتفاع زیادی دارند؛ مانند ساختمان ها و برج ها و درختان. مانند اینکه یک پرنده از بالا نگاه کند.



دید مورچه

دید در آن به گونه ای است که ارتفاع ناظر نسبت به بنا بسیار کم است.

دید مورچه (دید از چشم)



بالب است
بازنی

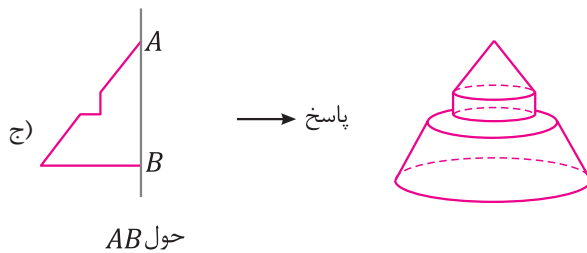
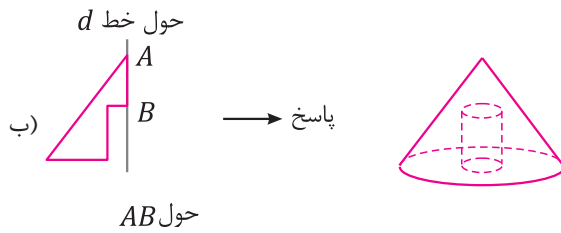
حجم حاصل از دوران سطح



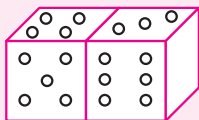
یک درب گردان ورودی را در نظر بگیرید. درب مستطیل شکل است. در لحظه‌ای که یک نفر وارد درب گردان می‌شود، درب به صورت دایره حول یک محور مرکزی می‌چرخد. چشمان خود را ببندید و تصور کنید، اگر درب هنگام چرخش، کل فضا را پر می‌کرد، این درب چرخان چه شکلی ایجاد می‌کرد؟ با چرخش درب حجم استوانه‌ای ایجاد می‌شود. به طور کلی، اگر یک مستطیل را حول یک محور ثابت (یکی از ضلع‌ها) بچرخانید یک حجم استوانه‌ای ایجاد خواهد شد.

با چرخاندن شکل‌های متفاوت به روش‌های متفاوت حول ضلع‌های خود شکل یا محوری خارج از شکل شما می‌توانید حجم‌های مختلف و زیبایی ایجاد کنید.

مثال ۹. حجم‌های حاصل از دوران شکل‌های زیر حول محورهای مشخص شده را به دست آورید.



دو تاس به صورت زیر، کنار هم قرار گرفته‌اند؛ آیا می‌توانی بگویی مجموع خال‌های روی وجه مقابل وجهی که ۵+۶ خال دارد و وجه مقابل وجهی که ۳+۴ خال دارد، چند خال دارد؟
۱ → ۶ (در تاس شش‌وجهی همواره جمع دو وجه روبه‌روی هم برابر ۷ است)

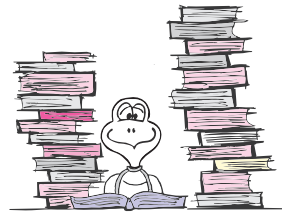


$$۵ \rightarrow ۲$$

$$۳ \rightarrow ۴$$

$$\left. \begin{array}{l} ۶ + ۵ \text{ روی روی} \Rightarrow ۱ + ۲ \\ ۳ + ۴ \text{ روی روی} \Rightarrow ۳ + ۴ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع}} ۱۰$$

لغت نامه



واژه علمی	ترجمه
Cube	مکعب
Cylinder	استوانه
Prism	منشور
Base	قاعده
Area	مساحت
Perimeter	محیط
Height	ارتفاع
Volume	حجم

لمح بنری کن



در هر جمله، از بین کلمات داخل پرانتز، دور یکی خط بکشید تا جمله درست‌تری ساخته شود:

۱. در یک منشور پنج‌پهلوی، مجموع تعداد یال‌ها، رأس‌ها و وجه‌ها برابر (۳۲ - ۳۰ - ۲۸ - ۳۶) است.

۲. در یک منشور محل برخورد یال‌ها (قاعده - وجه - رأس - زاویه) نام دارد.

۳. از دوران یک نیم‌دایره حول قطر آن (کره - منشور - مخروط - استوانه) پدید می‌آید.

۴. سطح جانبی یک منشور که قاعده آن به شکل مربع است از (۳ تا، ۴ تا، ۶ تا، ۲ تا) مستطیل تشکیل شده است.

۵. اگر شعاع قاعده یک استوانه را ۵ برابر کنیم، حجم آن (۵ - ۱۰ - ۴۰ - ۲۵) برابر می‌شود.

شهر فرنگ



وبگاه زیر یک فرهنگ لغت (دیکشنری) ریاضی به زبان انگلیسی است.

<http://www.amathsdictionaryforkids.com/dictionary.html>

در این وبگاه درباره هر یک از لغت‌های ریاضی که احتمالاً با آن مواجه می‌شوید، توضیح نوشتاری و تصویری مبسوطی ارائه شده است. اگر معادل انگلیسی لغت مورد نظرتان را نمی‌دانید، می‌توانید از com.google.translate کمک بگیرید.

در صفحه زیر توضیحاتی درباره حجم‌های منشوری آمده است:

A Maths Dictionary for Kids
2015

by Jenny Eather

terms of use
help

<p>Aa Bb coplanar Cc Dd corner Ee Ff corresponding Gg Hh cosine (cos) Ii Jj counterclockwise Kk Ll counting number Mm Nn counting principle Oo Pp cross-section Qq Rr cube Ss Tt cubed number Uu Vv cubed root Ww Xx cubic centimetre Yy Zz cubic metre cuboid cumulative frequency curve customary system (US measurement) cylinder</p>	<p>cube A solid shape that has: • 6 square faces all equal in size • 8 vertices (corners) and • 12 equal edges.</p> <p>EXAMPLES: surface area, volume</p> <p>Click > </p> <p>Click > </p>
--	--

back <

NEW 2014
AMDFK quick
reference

Device friendly
browser version.
Updated definitions,
more examples.

Maths Charts - App
Over 200 printable maths
charts/posters for home/school.

feedback

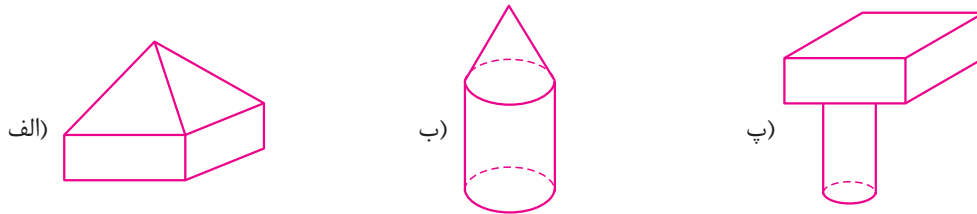
PRINT
(visible content above)

© Jenny Eather 2015
All rights reserved

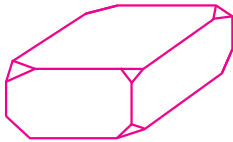


حجم‌های هندسی

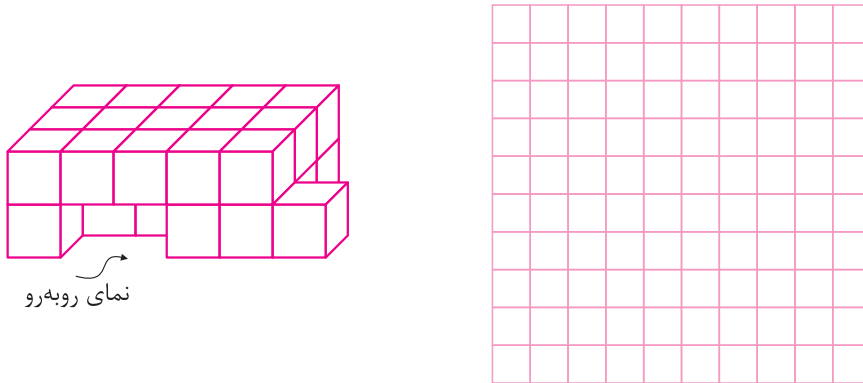
۱. هر یک از شکل‌های زیر ترکیبی از کدام حجم‌ها است؟



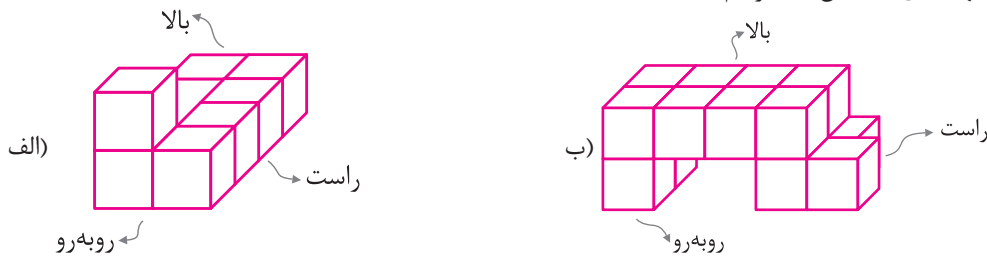
۲. تعداد رأس‌های یک منشور چهارپهلوی که مانند شکل گوشه‌های آن را برش داده‌ایم را محاسبه کنید.



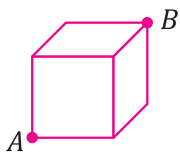
۳. نمای روبه‌روی حجم مقابل را رسم کنید.



۴. تصویر حجم‌های زیر را از جهت‌های مشخص شده رسم کنید.



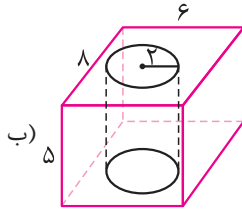
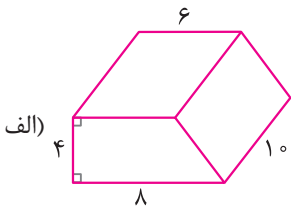
۵. می‌خواهیم با حرکت روی یال‌های مکعب از نقطه A به نقطه B برسیم، کوتاه‌ترین مسیرها را پیدا کنید:



محاسبه حجم‌ها

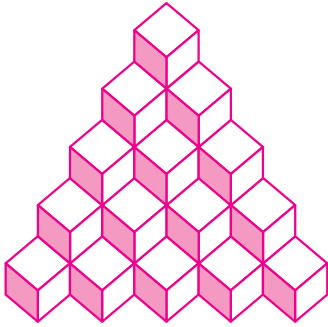
۶. درون یک استخر به شکل مکعب‌مستطیل 360 مترمکعب آب ریخته‌ایم، اگر طول این استخر 12 متر و عرض آن 6 متر باشد، آب تا چه ارتفاعی بالا می‌آید؟

۷. حجم، شکل‌های داده شده را به دست آورید:



۸. سارا تعداد زیادی مکعب مستطیل به ابعاد $1 \times 2 \times 3$ دارد، کمترین تعداد مکعب مستطیلی که برای ساختن یک مکعب توپر لازم است، چند تا است؟

۹. در شکل زیر هر مکعب دارای ضلع ۲ میلی‌لیتر است. پشت شکل کاملاً پر است. در این صورت حجم شکل چند سانتی‌متر مکعب است؟



۱۰. اگر ابعاد یک مستطیل را نصف کنیم، حجم آن چقدر کاهش می‌یابد؟

۱۱. در ظرفی به شکل منشور سه‌پهلوی که قاعده آن مثلث قائم‌الزاویه‌ای به ضلع‌های 10° و $2/5$ متر است تا ارتفاع ۴ متر، آب ریخته‌ایم. مکعب فلزی که طول هر یال آن $1/5$ متر باشد را درون ظرف می‌اندازیم. سطح آب درون ظرف چقدر بالا می‌آید؟

۱۲. فرض کنید حجم یک مکعب مستطیل برابر V باشد. با هر یک از تغییرات زیر، حجم مکعب مستطیل حاصل را بر حسب V به دست می‌آید:

(تکمیلی)

الف) عرض ۲ برابر و ارتفاع خمس شود.

ب) عرض ۳ برابر، ارتفاع ۴ برابر و طول $1/8$ برابر شود.

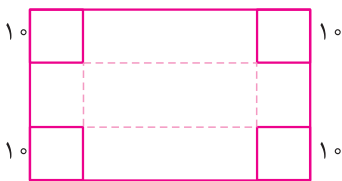
۱۳. طول و عرض و ارتفاع یک مکعب مستطیل به ترتیب 15 ، 18 و 121 است. حجم یک منشور با حجم این مکعب مستطیل برابر است، اگر مساحت قاعده این منشور 210° باشد، ارتفاع منشور را به دست آورید.

(تکمیلی)

۱۴. دو ظرف استوانه‌ای برای توت‌فرنگی ساخت یک کارخانه در قفسه‌های یک مغازه قرار دارد. ارتفاع ظرف بلندتر دو برابر ارتفاع ظرف کوتاه‌تر و شعاع ظرف بلندتر نصف شعاع ظرف کوتاه‌تر است. قیمت ظرف بلندتر ۲۳ هزار تومان و قیمت ظرف کوتاه‌تر ۴۳ هزار تومان است. کدام را می‌خرید؟

(تکمیلی)

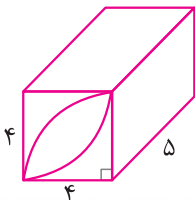
۱۵. از چهار گوشه مقوایی به شکل مربع به ضلع یک متر، چهار مربع کوچک به ضلع 10° سانتی‌متر بریده‌ایم سپس از قسمت خط‌چین، آن را تا می‌کنیم تا یک جعبه در باز ساخته شود، گنجایش این جعبه چند سانتی‌متر مکعب است؟



۱۶. استخری به ضلع‌های 20 و 6 و 3 متر به وسیله یک شیر ورودی که از آن در هر ثانیه 10° لیتر آب بیرون می‌آید در حال پر شدن است. چند ساعت طول می‌کشد که این استخر پر از آب شود؟

۱۷. دو شیر که از هر کدام $1/5$ متر مکعب آب در ساعت خارج می‌شود، طی چه مدتی ظرف مکعب‌شکل به ضلع ۳ متر را پر می‌کنند؟

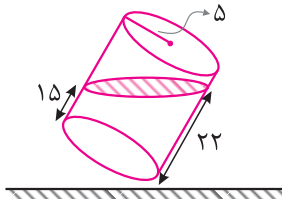
۱۸. در یک مکعب مستطیل سوراخی ایجاد کرده‌ایم، حجم باقی‌مانده چقدر است؟ ($\pi = 3$)



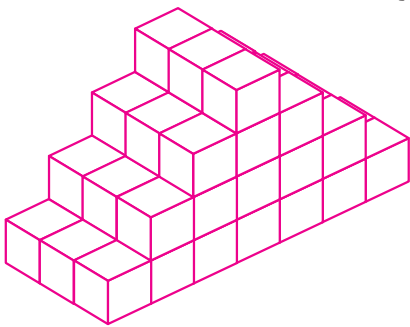
۱۹. مکعبی به ابعاد ۲ متر به مکعب‌های کوچک‌تری به ابعاد ۵ سانتی‌متر تقسیم شده است، اگر این مکعب‌ها را روی هم به صورت یک برج قرار دهیم، ارتفاع این برج چقدر است؟
(مسابقات ریاضی استرالیا)

۲۰. تعدادی پرتقال را در چند جعبه بسته‌بندی کرده‌ایم. متوسط قطر پرتقال‌ها ۶ سانتی‌متر، طول جعبه‌ها ۶۰ سانتی‌متر، عرض آن‌ها ۳۶ سانتی‌متر و ارتفاع آن‌ها ۲۴ سانتی‌متر است. تعداد پرتقال‌هایی که می‌توان در یک جعبه قرار داد را تخمین بزنید.
(TIMSS)

۲۱. طبق شکل، یک لیوان استوانه‌ای را کج کرده‌ایم تا آب درون آن هم کج شود. با توجه به اندازه‌ها، حجم میزان آب داخل آن را محاسبه کنید؟ $(\pi = \pi)$
(TIMSS)



۲۲. شکل زیر از مکعب‌هایی با ضلع ۱/۵ سانتی‌متر تشکیل شده است. حجم آن چند سانتی‌متر مکعب است؟
(مسابقات ریاضی)

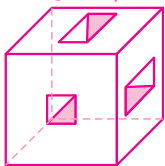


۲۳. می‌خواهیم ۴۰۰ لیتر آب را در بطری‌هایی با حجم ۲۵۰ سانتی‌متر مکعب بریزیم. تعداد بطری مورد نیاز را محاسبه کنید.
(المپیاد ریاضی)

۲۴. در یک ظرف به ابعاد ۵، ۲، ۱، ۲۰ و ۳۰ سانتی‌متر نوعی ژله هندوانه‌ای درست کرده‌ایم که در آن تکه‌های هندوانه به شکل مکعب مستطیل و ابعاد ۵، ۲، ۱ و ۵ سانتی‌متر موجود هستند، اگر بدانیم ۸٪ حجم ظرف را ژله و ۲۵٪ حجم ژله را هندوانه‌ها اشغال کرده‌اند و ضمناً در هر $5cm^3$ از یک تکه هندوانه ۳ تخم هندوانه موجود است. مجموعاً چند تکه هندوانه و چند تخم هندوانه در ظرف می‌توان پیدا کرد؟

□ مساحت جانبی کل

۲۵. یک مکعب چوبی به طول یال ۳ متر را از سه طرف سوراخ کرده‌ایم، به طوری که هر دو وجه مقابل با یک سوراخ به هم وصل می‌شوند و مقطع هر سوراخ با هر وجه، مربعی به ضلع یک متر است که درست در وسط آن وجه واقع می‌شود. (مطابق شکل) ضلع‌های این مربع‌ها با یال‌های مکعب، موازی هستند. سطح کل مکعب به اضافه سطح سوراخ‌های پدید آمده را محاسبه کنید.
(المپیاد ریاضی بلژیک)



۲۶. یک غلطک روی زمین آسفالت شده باید چهار بار غلط بزند تا سطح آن صاف شود، اگر شعاع غلطک ۵/۰ متر و ارتفاع استوانه یک متر باشد. در یک کوچه به طول ۲۰ متر و عرض ۶ متر چند بار باید غلطک بچرخد تا سطح آسفالت کوچه کاملاً صاف شود؟ $(\pi = 3)$

۲۷. ستونی به شکل منشور شش‌پهلوی داریم که قاعده آن به شکل یک شش ضلعی منتظم به ضلع‌های ۳cm و ارتفاع ستون ۱/۵m است. می‌خواهیم دیواره‌های اطراف ستون را رنگ بزنیم، اگر به ازای هر ۵ دسی‌متر مربع ۲۵ گرم رنگ از قرار کیلویی ۷۵۰۰ تومان نیاز باشد، هزینه رنگ چقدر می‌شود؟

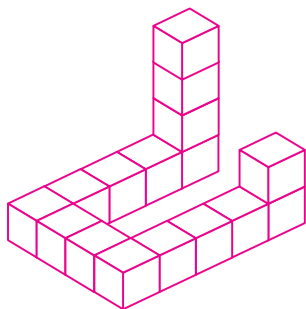
۲۸. سطح بیرونی مکعب چوبی به رنگ قرمز رنگ شده است. این مکعب را به موازات هر یک از وجه‌های خود دو برش می‌دهند تا به ۲۷ مکعب واحد تقسیم شود. نسبت مجموع مساحت‌های وجه‌های با رنگ طبیعی چوب به مجموع مساحت‌های وجه‌های با رنگ قرمز چقدر است؟

۲۹. در یک جعبه مکعبی بزرگ، هشت مکعب کوچک قرار داده‌ایم، به طوری که جعبه بزرگ پر شده است. کف جعبه بزرگ چند مکعب کوچک قرار داده شده است؟

حجم و سطح □

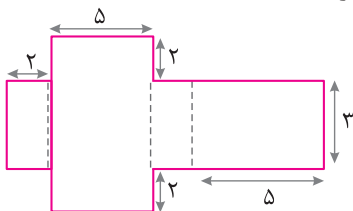
۳۰. شکل زیر از مکعب‌های به ضلع ۱ درست شده است. حداقل چند مکعب دیگر به شکل اضافه کنیم تا یک مکعب توپر بزرگ به دست آید؟ (امکان جابه‌جایی مکعب‌های شکل نیست)

(تکمیلی)



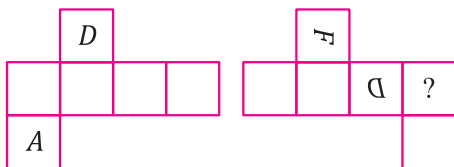
۳۱. اگر شکل گسترده زیر را تا بنزیم، یک جعبه مستطیل شکل به دست می‌آید. حجم این جعبه چقدر است؟

(TIMSS)



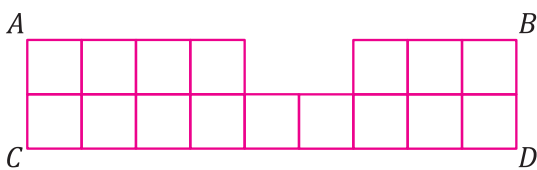
۳۲. در شکل زیر، گسترده دو مکعب یکسان داده شده است. روی هر وجه مکعب‌ها یک حرف دیده می‌شود. در شکل دوم فقط ۲ تا از این حرف‌ها نوشته شده است و بقیه حرف‌ها پاک شده‌اند. جای علامت ؟ چه حرفی باید نوشته شود؟

(نگارو)

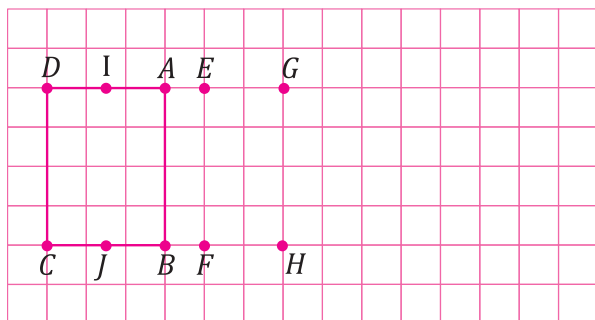


۳۳. در شکل زیر، هر مربع کوچک، یک واحد $\frac{1}{4}$ است. حجم شکل به دست آمده از دوران چندضلعی زیر را یک بار حول خط AB و یک بار حول خط CD به دست آورید.

(تکمیلی)



۳۴. در شکل زیر، هر مربع کوچک، یک واحد سطح است. حجم شکل به دست آمده از دوران مستطیل $ABCD$:



(الف) حول AB چقدر است؟

(ب) حول EF چقدر است؟

(پ) حول GH چقدر است؟

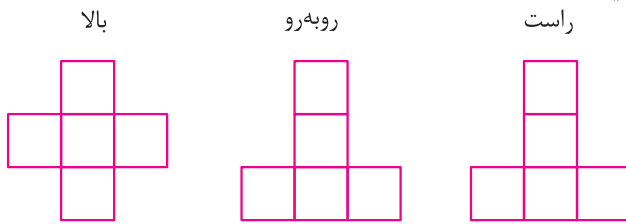
(ت) حول IJ چقدر است؟

اعداد به دست آمده در قسمت‌های بالا را با یکدیگر مقایسه کنید،

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

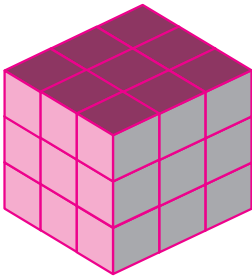
سرخ حجمها

۳۵. نمای بالا، روبه‌رو و راست آن را رسم کنید.



(تکمیلی)

۳۶. شکل زیر یک مکعب روبیک $3 \times 3 \times 3$ است. مکعب را درون ظرف رنگی فرو برده و خارج کردیم.



الف) چند مکعب $1 \times 1 \times 1$ در مکعب $3 \times 3 \times 3$ وجود دارد؟

ب) در این مکعب، چند مکعب $1 \times 1 \times 1$ وجود دارد که سه وجه آن رنگی است؟

پ) چند مکعب دو وجه رنگ دارند؟

ت) چند مکعب اصلاً رنگ نشده‌اند؟

ث) مکعب‌هایی که رنگ نمی‌شوند، مکعب‌های پنهانی‌اند که روی سطح ظاهر نمی‌شوند، تعداد این مکعب‌ها در مکعب روبیک $4 \times 4 \times 4$ چند عدد است؟

ج) تعداد مکعب‌های پنهانی در یک مکعب (مکعب مستطیل) روبیک به ابعاد $d \times e \times f$ چند تا است؟

چ) در یک مکعب روبیک به ابعاد $a \times b \times c$ ، نصف مکعب‌ها پنهانی هستند، c, b, a چه اعدادی می‌توانند باشند؟

پرستش‌های پهارگزینه‌ای



حجم هندسی

۱. گوشه مکعبی را برش داده‌ایم (مانند شکل)، اگر چنین عملی را برای هر هشت گوشه مکعب انجام دهیم، شکل حاصل به ترتیب چند وجه و چند یال خواهد داشت؟



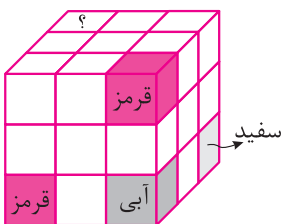
(۲) ۱۲ وجه، ۳۶ یال

(۴) ۱۴ وجه، ۳۶ یال

(۱) ۱۲ وجه، ۲۴ یال

(۳) ۱۴ وجه، ۲۴ یال

۲. با ۹ مکعب آبی، ۹ مکعب قرمز و ۹ مکعب سفید کوچک هم‌اندازه، یک مکعب به شکل زیر ساخته‌ایم. به طوری که در هیچ یک از ردیف‌ها ۲ مکعب هم‌رنگ وجود نداشته باشد. ردیف‌ها در راستای طول، عرض و ارتفاع مکعب هستند. رنگ ۴ تا از مکعب‌های کوچک مشخص شده است. مکعبی که با ؟ مشخص شده دارای چه رنگی است؟ (المپیاد ریاضی)




(۲) سفید

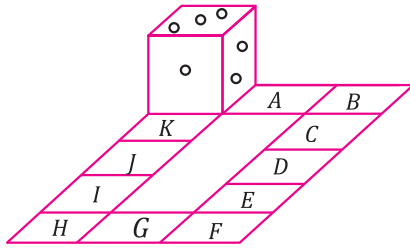
(۱) آبی


(۴) نمی‌توان تعیین کرد.

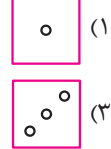
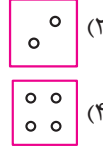
(۳) قرمز

۲. یک تاس را روی مسیّر زیر می‌گلتانیم، مثلاً حرکت اول وجه  روی خانه A می‌افتد و این گلتانیدن به ترتیب روی B و C و D و ... ادامه پیدا می‌کند تا اینکه تاس سر جای اول خود بازگردد.

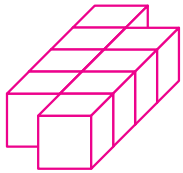
(المپیاد ریاضی)



اگر در ابتدا وجه  رو به بالا باشد، وقتی تاس به سر جای اول خود بازگردد، چه وجهی رو به بالاست؟



(مسابقه استرالیا)



۴. هشت مکعب را به شکل زیر به هم چسبانده‌ایم. چند وجه از مکعب‌ها چسب کاری شده‌اند؟

(۲) ۷

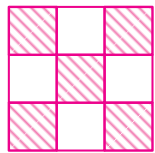
(۱) ۱۸

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

۵. با ۲۷ مکعب سیاه و سفید یک مکعب بزرگ‌تر ساخته‌ایم. همه وجه‌های این مکعب به شکل زیر است. تعداد مکعب‌های سیاه چند عدد می‌تواند باشد؟

(المپیاد ریاضی)



(۲) ۱۲ یا ۱۳

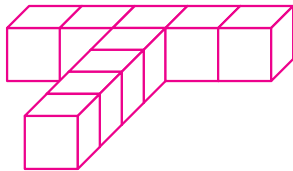
(۱) ۱۰ یا ۱۱

(۴) ۱۶ یا ۱۷

(۳) ۱۴ یا ۱۵

۶. با هشت مکعب کوچک، شکل زیر را می‌سازیم و سطح آن را رنگ می‌زنیم سپس مکعب‌های کوچک را جدا می‌کنیم، چند مکعب کوچک، چهار وجه رنگی دارند؟

(المپیاد آمریکا)



(۲) ۶

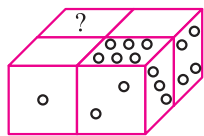
(۱) ۵

(۴) ۴

(۳) ۳

۷. در یک تاس مجموع نقطه‌های روی وجه‌های روبه‌روی هم همیشه ۷ است. ۴ تاس کاملاً مشابه، شکل زیر را ساخته‌اند. تاس‌ها طوری کنار هم قرار گرفته‌اند که تعداد نقطه‌های وجه‌هایی که به هم چسبیده‌اند، با هم برابر است. تعداد نقطه‌های روی وجهی که با علامت سؤال مشخص نشده است، چند تا است؟

(کاتگور)



(۲) ۴۴

(۱) ۶۴

(۴) ۲

(۳) ۳

۸. مکعب چوبی به ابعاد $5 \times 5 \times 5$ را با به هم چسباندن ۱۲۵ مکعب کوچک یک واحدی درست کرده‌ایم. از این مکعب به صورتی عکس می‌گیریم که بیشترین تعداد مکعب واحد دیده شود. چند مکعب واحد در عکس دیده می‌شود؟

(کاتگور)

(۴) ۶۱

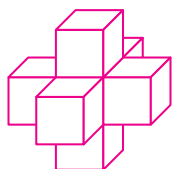
(۳) ۶۰

(۲) ۷۴

(۱) ۷۵

۹. هفت تاس استاندارد (اعداد ۱ تا ۶ روی هر تاس هستند) را مطابق شکل به هم چسبانده‌ایم. تعداد خال‌های روی وجه‌های به هم چسبیده با هم برابرند. تعداد کل خال‌های روی بقیه وجه‌های تاس چقدر است؟

(کاتگور)



(۲) ۹۰

(۱) ۲۴

(۴) ۱۰۵

(۳) ۹۵

محاسبه حجم‌ها

۱۰. اگر بخواهیم با مکعب‌های ۱ سانتی‌مترمکعبی، مکعب بزرگ‌تری بسازیم، تعداد مکعب‌ها در کدام گزینه درست نیست؟

- ۱۲۵ (۱) ۸ (۲) ۲۷ (۳) ۳۶ (۴)

۱۱. مکعب‌مستطیل به حجم ۴۸ واحد به ابعاد a و $2 \times a$ و $3 \times a$ مفروض است. مقدار a کدام است؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۱۲. منبعی به شکل مکعب‌مستطیل، به طول $3/5$ متر و عرض ۲ متر و ارتفاع $1/8$ متر موجود است. یک پمپ آب در هر ۶ ثانیه، ۷

دسی‌متر مکعب آب در آن می‌ریزد. این منبع خالی را با این پمپ آب در چند ساعت می‌توان پر کرد؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)

۱۳. مساحت سه وجه جعبه مکعب‌مستطیل شکل، ۱۲۶، ۱۵۳، ۲۳۸ سانتی‌مترمربع است. حجم این جعبه چند سانتی‌مترمکعب است؟

(المپیاد ریاضی)

- ۲۱۴۴ (۱) ۲۱۴۲ (۲) ۱۰۷۱ (۳) ۱۰۷۲ (۴)

۱۴. مساحت هر یک از وجه‌های جانبی و قاعده مکعب‌مستطیلی، به ترتیب ۱۲ و ۸ و ۶ سانتی‌مترمربع است. حجم این مکعب‌مستطیل چند

سانتی‌متر مکعب است؟

- ۵۷۶ (۱) ۷۲ (۲) ۱۰۴ (۳) ۲۴ (۴)

۱۵. کمترین تعداد مکعب‌های مساوی برای درست کردن مکعب‌مستطیل به ابعاد طول، عرض و ارتفاع به ترتیب ۶۰، ۴۰ و ۴۰ واحد لازم

است، چند تا است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- ۶ (۱) ۱۲ (۲) ۹۶ (۳) ۱۲۰۰۰ (۴)

۱۶. یک منشور با قاعده متوازی‌الاضلاع چنان است که ضلع‌های قاعده آن ۴ و ۵ سانتی‌متر و زاویه تند قاعده آن 30° درجه است، اگر

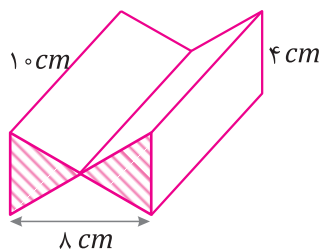
ارتفاع منشور ۶ سانتی‌متر باشد، حجم آن چند سانتی‌متر مکعب است؟

(تیزهوشان)

- ۱۰۰ (۱) ۸ (۲) ۶۰ (۳) ۵۰ (۴)

۱۷. در شکل روبه‌رو دو منشور با قاعده مثلثی برابر را از رأس به هم چسبانده‌ایم. طوری که قاعده مثلث‌ها با هم موازی و عمود بر زمین

باشند، حجم شکل کدام گزینه است؟



۱۶۰ cm^3 (۱)

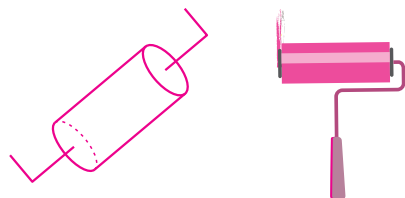
۸۰ cm^3 (۲)

۳۲۰ cm^3 (۳)

(۴) بدون اطلاع از ارتفاع مثلث‌ها جواب میسر نیست.

۱۸. حجم سیلندر غلتک زیر به شعاع قاعده ۱ متر، ۱۲ مترمکعب است، اگر این غلتک برای آسفالت کردن خیابانی ۵ دور بزند، چه

مساحتی را آسفالت کرده است؟ ($\pi \approx 3$)



۱۰۰ (۱) ۱۲۰ (۲)

۱۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴)

۱۹. در یک انبار به ابعاد ۲۱ و ۱۸ و ۶، چند جعبه مکعب شکل مساوی با بزرگ‌ترین ضلع ممکن می‌توان جای داد به طوری که هیچ فضایی

از انبار خالی نماند؟

- ۸۴ (۱) ۱۲۶ (۲) ۹ (۳) ۴ نمی‌توان معلوم کرد (۴)

$$= (\pi r^2 \times \text{ارتفاع}) - (\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده})$$

$$= (6 \times 8 \times 5) - (3/14 \times 4 \times 5) = 240 - 62/8 = 177/2$$

۹. حداقل ضلع مکعب باید ۶ باشد.

$$\frac{6}{1} \times \frac{6}{2} \times \frac{6}{3} = 6 \times 3 \times 2 = 36$$

۱۰.

$$2mm = 0.2cm$$

تعداد کل مکعبها ۳۵ تا است.

$$(5+4+3+2+1) + (4+3+2+1) + (3+2+1) + (2+1) + 1 = 35$$

حجم هر مکعب $0.2 \times 0.2 \times 0.2 = 0.008cm^3$

پس حجم کل شکل برابر است با:

$$35 \times 0.008 = 0.28cm^3$$

۱۱. اگر ابعاد یک مکعب مستطیل را X, Y, Z در نظر بگیریم. ابعاد مکعب مستطیل جدید $\frac{Z}{Y} = \frac{Y}{X} = \frac{X}{Z}$ هستند؛ در نتیجه حجم مکعب اولیه و حجم مکعب جدید به ترتیب برابر است با: XYZ و $\frac{XYZ}{8}$ ؛ یعنی حجم مکعب جدید $\frac{1}{8} \times 100 = 12.5\%$ حجم مکعب اولیه است.

۱۲. می‌دانیم حجم مایعی که بالا آمده = حجم جسم فرورفته در مایع است.

ارتفاع مایع بالا آمده \times مساحت قاعده (کف ظرف): حجم جسم فرورفته در مایع

$$1/5 \times 1/5 \times 1/5 = (\frac{2/5 \times 10}{4}) \times X$$

$$3/75 = 12/5 \times X \Rightarrow X = \frac{3/375}{12/5} = 0.27m = 27cm$$

۱۳. فرض کنیم که طول و عرض و ارتفاع این مکعب مستطیل به ترتیب a و b و h باشد. در این صورت حجم مکعب مستطیل برابر است با:

$$V = abh$$

الف) عرض $2b = 2$ برابر و ارتفاع $5h = 5$

حجم مکعب مستطیل $a(2b)(\frac{1}{5}h) = \frac{2}{5}abh = \frac{2}{5}V$

ب) عرض $3b = 3$ برابر و ارتفاع $4h = 4$ و طول $\frac{1}{8}a = \frac{1}{8}$ برابر

در این حالت حجم مکعب مستطیل برابر است با:

$$(\frac{1}{8}a)(3b)(4h) = \frac{3}{2}abh = \frac{3}{2}V$$

۱۴. اگر ارتفاع منشور را h در نظر بگیریم و اینکه می‌دانیم: حجم منشور = ارتفاع \times مساحت قاعده است

داریم:

از طرفی حجم منشور برابر حجم مکعب مستطیل است پس داریم:

$$21 \cdot h = 15 \times 21 \times 18 \Rightarrow h = \frac{15 \times 21 \times 18}{21} \Rightarrow h = 3 \times 9 = 27$$

۱۵. اگر ارتفاع ظرف کوتاه را h بنامیم. ارتفاع ظرف بلند برابر $2h$ خواهد بود، اگر قاعده ظرف کوتاه را r بنامیم، قاعده ظرف بلند $\frac{1}{4}r$ خواهد بود؛ بنابراین حجم ظرف کوتاه برابر است با: $\pi r^2 h$

حجم ظرف بلند برابر است با:

$$\pi (\frac{1}{4}r)^2 (2h) = \frac{1}{8} \pi r^2 h$$

پس حجم ظرف کوتاه دو برابر حجم ظرف بلند است؛ زیرا:

$$\frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{8} \pi r^2 h} = 8$$

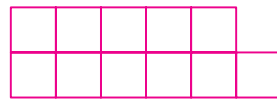
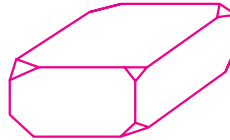
قیمت ظرف کوتاه کمتر از دو برابر قیمت ظرف بلند است: $43 < 2 \times 23$



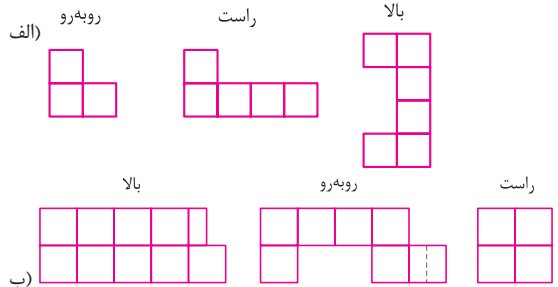
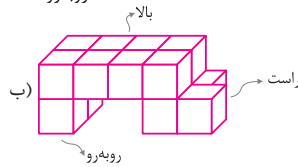
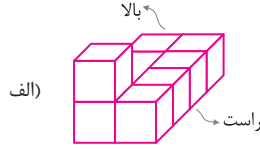
تمرین‌های فصل ۶: حجم و سطح

۱. الف) هرم - مکعب مستطیل
ب) مخروط - استوانه
پ) مکعب مستطیل - استوانه

۲. منشور چهارپهلوی: ۸ رأس دارد. با این برش‌ها هر یک رأس به ۳ رأس تبدیل می‌شود؛ بنابراین داریم: $8 \times 3 = 24$



۳. تصویر حجم‌های زیر را از جهت‌های مشخص شده رسم کنید.



۶. برای پیمودن کوتاه‌ترین مسیر باید یک واحد بالا، یک واحد راست و یک واحد جلو رفت.

اگر حرکت بالا را u ، حرکت راست r ، حرکت جلو را با f نمایش دهیم، داریم: $ruf, fru, ruf, fur, ufr, urf$

۷. ارتفاع \times مساحت قاعده: حجم مکعب مستطیل

$$360 = \frac{72}{m^2} \times h \Rightarrow h = \frac{360}{72} = 5m$$

آب ۱۵ متر بالا می‌آید.

۸. الف) قاعده به شکل دوزنقه و ارتفاع برابر ۱۰ است.

ارتفاع \times مساحت قاعده: حجم

$$\left(\frac{\text{مجموع دو قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} \right) \Rightarrow \frac{2 \times (6+8)}{2} \times 10 = 280$$

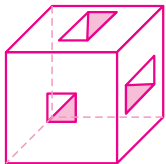


۱۶. هر ضلع قاعده این جعبه ۸۰ سانتی‌متر و ارتفاع نیز ۱۰ سانتی‌متر است.
سانتی‌متر مکعب $V = ۸۰ \times ۸۰ \times ۱۰ = ۶۴۰۰۰$: گنجایش جعبه

بنابراین، به تعداد $\frac{۱۲۰۰}{۵۰} = ۲۴$ تکه هندوانه در ظرف داریم. ضمناً چون در هر

$۵cm^3$ از هندوانه ۳ تخم هندوانه وجود دارد پس در یک تکه هندوانه به حجم $۵cm^3$ ، $۳ \times ۱۰ = ۳۰$ تخم هندوانه موجود است.

بنابراین، در ۲۴ تکه $۲۴ \times ۳۰ = ۷۲۰$ تخم هندوانه داریم: $۷۲۰ + ۲۴ = ۷۴۴$
۲۵. سطح کل مربع هر وجه را به دست آورده سپس ۶ برابر می‌کنیم، تا سطح کل مکعب مشخص شود.



$$۵۶m^2 = (۲ \times ۲) \times ۶ \text{ : سطح کل مکعب}$$

سپس سطح سوراخ‌ها را باید از آن کم کنیم.

هر وجه دارای یک مربع به مساحت یک مترمربع است در نتیجه سطح کل مکعب برابر $۴۸ - ۶ = ۴۲$ مترمربع است.

حالا سطح سوراخ‌های پدید آمده را محاسبه می‌کنیم، اندازه سوراخ روی هر وجه اندازه یک مکعب $(۱ \times ۱ \times ۱)$ است که تعداد آن‌ها ۶ تا است.

اشتراک سوراخ‌های ایجاد شده در مرکز مکعب $(۳ \times ۳ \times ۳)$ یک مکعب

$(۱ \times ۱ \times ۱)$ است؛ یعنی فضای $(۱ \times ۱ \times ۱)$ در داخل مکعب خالی می‌باشد پس

سطح داخلی هر سوراخ روی وجه‌ها از ۴ مربع (۱×۱) ساخته شده که برابر ۴

مترمربع است و در نتیجه، اگر در ۶ ضرب شود برابر ۲۴ مترمربع است پس:

$$۴۸ + ۲۴ = ۷۲ \text{ : سطح کل مطلوب}$$

۲۶.

$۴۸ = ۴ \times ۱۲ = ۴ \times ۳ \times ۴ = ۱۲ \times ۴$: مساحت کوچه

چون ارتفاع استوانه غلطک ۱ متر است، باید ۴۸ متر جلو برود تا سطح صاف شود:

مسافت طی شده با هر دور غلطک

$$۱۶m = ۴۸ \div ۳ \Rightarrow \pi \times ۲ \times ۵ \div ۰$$

۲۷. هر متر ۱۰ دسی‌متر و هر دسی‌متر برابر ۱۰ سانتی‌متر است.

$$۲۷۰ \text{ دسی مترمربع} = (۶ \times ۳) \times ۱۵ = ۲۷۰ \times h = P_{\text{محیط قاعده}} \times \text{جانبی}$$

گرم رنگ نیاز است $۱۳۵ = ۵۴ \times ۲۵ \div ۲۷۰$

$$۱۳۵ \div ۱۰۰۰ = ۱/۳۵ \text{ کیلوگرم}$$

$$\Rightarrow ۱/۳۵ \times ۷۵۰۰ = ۱۰۱۲۵ \text{ تومان هزینه رنگ}$$

۲۸. در هر وجه مکعب بزرگ $۳ \times ۳ = ۹$ وجه از مکعب‌های کوچک قرار دارند که

رنگی هستند. چون هر مکعب ۶ وجه دارد؛ بنابراین تعداد کل وجوه رنگی

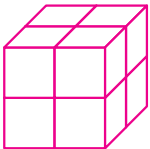
$۵۴ = ۶ \times ۳ \times ۳$ تا است؛ اما از آنجایی که کلاً ۲۷ مکعب داریم و هر مکعب ۶

وجه دارد پس مجموعاً $۱۶۲ = ۲۷ \times ۶$ وجه داریم که ۵۴ تا از آن‌ها رنگ شده‌اند

و در نتیجه $۱۰۸ = ۱۶۲ - ۵۴$ وجه دارای رنگ طبیعی چوب هستند؛ بنابراین

$$\frac{۱۰۸}{۵۴} = ۲ \text{ نسبت خواسته شده برابر است با:}$$

۲۹. ۸ مکعب به صورت زیر در جعبه قرار گرفته‌اند.



۳۰. هر وجه مکعب باید حداقل ۵×۵ باشد. از طرفی، تعداد مکعب‌های فعلی ۱۶

است؛ بنابراین باید حداقل ۱۰۹ مکعب دیگر به شکل اضافه کنیم تا یک مکعب

توپر بزرگ به دست آید:

$$\Rightarrow ۵ \times ۵ \times ۵ - ۱۶ = ۱۲۵ - ۱۶ = ۱۰۹$$

۳۱.

$$\frac{\text{عرض}}{\text{طول}} = ۳ \times ۲ = ۳$$

$$۳۶۰m^3 = ۲۰ \times ۶ \times ۳ \text{ : گنجایش استخر}$$

$$۳۶۰ \times ۱۰۰۰ = ۳۶۰۰۰۰ \text{ لیتر}$$

$$۳۶۰۰۰۰ \div ۱۰ = ۳۶۰۰۰ \text{ زمان مورد نیاز برحسب ثانیه}$$

$$۳۶۰۰۰ \div ۳۶۰۰ = ۱۰ \text{ ساعت : پس داریم:}$$

۱۸.

$$\left. \begin{aligned} V = ۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷ \text{ حجم ظرف} \\ \frac{۲ \times ۱}{۵} = ۳ \text{ متر مکعب} \\ \text{آب خروجی از شیردریک ساعت} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{۲۷}{۳} = ۹ \text{ ساعت لازم است.}$$

$$S = ۲(S_{\text{ربع دایره}} - S_{\text{مثلث}}) = ۲\left(\frac{۴ \times ۴ \times \pi}{۴} - \frac{۴ \times ۴}{۲}\right) = ۲(۱۲ - ۸) = ۸$$

$$S = (S_{\text{ربع}} - S_{\text{سوراخ}}) = (۴ \times ۴) - ۸ = ۱۶ - ۸ = ۸$$

$$V_{\text{حجم}} = ۸ \times ۵ = ۴۰$$

۱۹.

$$۲۰۰cm = ۲ \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{ضلع مربع بزرگ}$$

$$\frac{۲۰۰}{۵} = ۴۰ \text{ : تعداد مکعب‌های کوچک در هر ضلع مکعب بزرگ}$$

$$۴۰ \times ۴۰ \times ۴۰ = ۶۴۰۰۰ \text{ : تعداد مکعب‌های کوچک در مکعب بزرگ}$$

$$۶۴۰۰۰ \times ۵cm = ۳۲۰۰۰۰cm \text{ یا } ۳/۲km$$

۲۰.

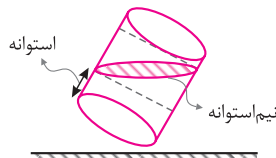
$$\begin{array}{ccc} ۶۰ & \times & ۳۶ & \times & ۲۴ \\ \div ۶ \downarrow & & \div ۶ \downarrow & & \div ۶ \downarrow \\ ۱۰ & \times & ۶ & \times & ۴ = ۲۴۰ \end{array}$$

۲۱.

$$\text{حجم استوانه} = (۵ \times ۵ \times \pi) \times ۱۵ = ۳۷۵\pi$$

$$\text{حجم نیم استوانه} = (۵ \times ۵ \times \pi) \times (۲۲ - ۱۵) \times \frac{۱}{۲} = ۸۷/۵\pi$$

$$۳۷۵\pi + ۸۷/۵\pi = ۴۶۲/۵\pi$$



۲۲.

$$\text{تعداد مکعب‌ها: } ۳ \times \frac{(۷ + ۵ + ۳ + ۱)}{۱۶} = ۴۸$$

$$۱/۵ \times ۱/۵ \times ۱۵ = ۳/۳۷۵ \text{ هر مکعب کوچک برابر}$$

سانتی‌متر مکعب است پس حجم کل برابر است با:

$$۴۸ \times ۳ / ۳۷۵ = ۱۶۲cm^3$$

۲۳.

$$۴۰۰ \times ۱۰۰۰ = ۴۰۰۰۰۰cm^3$$

$$۴۰۰۰۰۰ \div ۲۵۰ = ۱۶۰۰ \Rightarrow \text{بطری نیاز است}$$

۲۴.

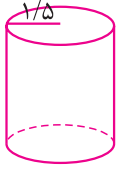
$$۶۰۰cm^3 = ۱۰ \times ۲۰ \times ۳۰ \text{ : حجم ظرف}$$

$$\frac{۸۰}{۱۰۰} \times ۶۰۰۰ = ۴۸۰۰cm^3 \text{ : حجم ظرف زله است}$$

$$۱۲۰۰cm^3 = \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۴۱۰۰ \text{ هندوانه در ظرف موجود هست، چون}$$

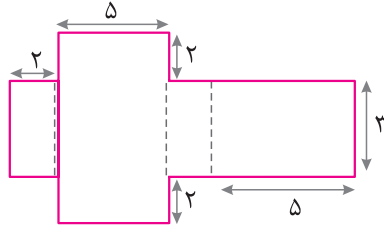
حجم هر تکه هندوانه $۵cm^3 = ۲ \times ۵ \times ۵$ است:

ت) $V : 1/5 \times 1/5 \times \pi \times 4 = 9\pi$

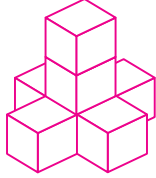


واضح است افزایش شعاع تأثیر بسیاری روی افزایش حجم استوانه دارد.

۳۵.



حرف E ۳۲



$3 \times 3 \times 3 = 27$

الف ۳۶

ب) ۸ مکعب، ۳ وجه رنگی دارند.

پ) ۱۲ مکعب، ۲ وجه رنگی دارند.

۶ مکعب، ۱ وجه رنگی دارند.

ت) ۱ مکعب (مکعبی که دیده نمی‌شود) اصلاً رنگ نشده است.

ث) تعداد مکعب‌های پنهانی یک روبیک $4 \times 4 \times 4$ برابر است با:

$(4-2) \times (4-2) \times (4-2) = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$(d-2)(e-2)(f-2)$

ج)

چ) نصف مکعب‌ها پنهان هستند؛ یعنی:

$(a-2)(b-2)(c-2) = \frac{1}{2} abc \Rightarrow (a-2)(b-2)(c-2) = \frac{1}{2} abc$

رابطه (۱) $2 = \frac{abc}{(a-2)(b-2)(c-2)} \Rightarrow 2 = \frac{a}{a-2} \times \frac{b}{b-2} \times \frac{c}{c-2}$

حالا در رابطه (۱) به جای C تعداد قرار می‌دهیم تا a, b را به دست آوریم. برای مثال، اگر $C = 5$ قرار دهیم، داریم:

رابطه (۲) $2 = \frac{a}{a-2} \times \frac{b}{b-2} \times \frac{5}{3} \Rightarrow ab = 12a + 12(b-2)$

در نتیجه، چون b عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۲ است

۲ است.

$\Rightarrow ab > 12a \Rightarrow b > 12$

پس $b = 13$ آنگاه: $ab = 12a + 12(b-2)$

$\Rightarrow 13a = 12a + 12(13-2) \Rightarrow 13a - 12a = 12 \times 11 \Rightarrow a = 132$

بنابراین، $a = 132$ ، $b = 13$ و $c = 5$ یکی از جواب‌های این مسئله است.



پاسخ سوالات چهارگزینه‌ای فصل ششم

۱. گزینه «۴»

وقتی برش برای هر ۸ گوشه انجام شده پس ۸ وجه اضافه می‌شود: $6 + 8 = 14$

در هر گوشه ۳ یال جدید به وجود می‌آید پس: $12 + 8 \times 3 = 36$

۲. گزینه «۳»

خانه ۱ باید صورتی باشد، خانه‌های ۵ و ۶

هم‌رنگ هستند و باید صورتی باشند. خانه ۲ با

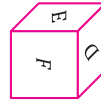
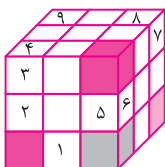
۵ که صورتی است و قرمز هم‌ردیف است، باید

خاکستری باشد.

در نتیجه ۳ باید قرمز و خاکستری نباشد پس ۳ باید صورتی باشد و ۴ نیز با آن هم‌رنگ و صورتی است. حالا برای ۷ چون با صورتی و قرمز هم‌ردیف است، خاکستری می‌شود.

۸ نیز خاکستری می‌شود و خانه ۹ چون با ۸ و ۴ هم‌ردیف است پس خاکستری

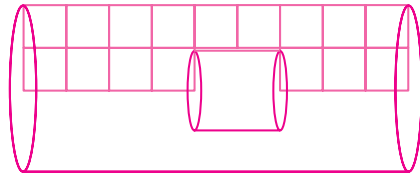
و صورتی نمی‌تواند باشد؛ بنابراین قرمز است.



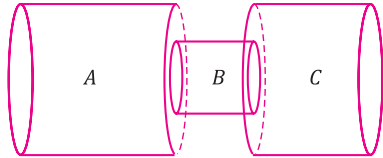
۳۳

حجم استوانه داخلی: $1 \times 1 \times \pi \times 2 = 2\pi$

حجم استوانه خارجی: $2 \times 2 \times \pi \times 9 = 36\pi$



دوران حول CD

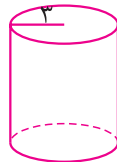


حجم A: $2 \times 2 \times \pi \times 4 = 16\pi$
حجم B: $1 \times 1 \times \pi \times 2 = 2\pi$
حجم C: $2 \times 2 \times 3 \times \pi = 12\pi$
حجم کل: $3 \times \pi$

حجم حاصل از دوران: $36\pi - 2\pi = 34\pi$

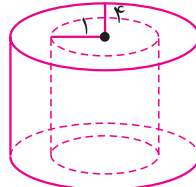
۳۴. استوانه به شعاع ۳ و ارتفاع ۴ ساخته می‌شود.

الف) $V = 3 \times 3 \times 4 \times \pi = 36\pi$



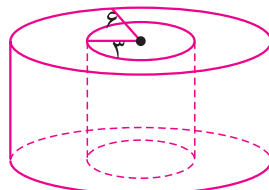
حجم استوانه کوچک - حجم استوانه بزرگ (ب)

$4 \times 4 \times \pi \times 4 - 1 \times 1 \times \pi \times 4 = 64\pi - 4\pi = 60\pi$

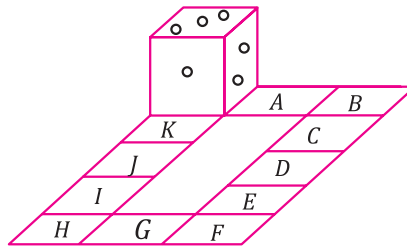


حجم استوانه کوچک - حجم استوانه بزرگ (پ)

$6 \times 6 \times \pi \times 4 - 3 \times 3 \times \pi \times 4 = 144\pi - 36\pi = 108\pi$



۲. گزینه «۳»



اگر تاس را دو بار متوالی بغلتانیم جای وجه پایین و بالای تاس عوض می‌شود پس وقتی تاس به B می‌رسد، وجه مقابل ۳ رو به پایین می‌شود. وقتی تاس به D می‌رسد وجه ۳ رو به بالا و به همین ترتیب برای خانه‌های F و H و J تکرار می‌شود پس وقتی تاس به جای اول برمی‌گردد، وجه ۳ رو به بالا است.

۳. گزینه «۱»

در شکل مکعب‌ها در ۹ وجه مشترک شده‌اند پس داریم:

$$9 \times 2 = 18 \text{ وجه چسب کاری شده است.}$$

۴. گزینه «۳»

۱ مکعب کوچک در مرکز مکعب بزرگ است که دیده نمی‌شود و ۲۶ مکعب دیگر دیده می‌شوند.

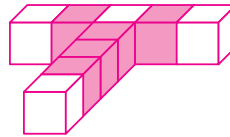
$$\text{تعداد مکعب‌های سفید} = 12 = \frac{6 \times 4}{2} \text{ تا است.}$$

$$\begin{cases} 26 - 12 = 14 \\ 27 - 12 = 15 \end{cases} \text{ پس مکعب‌های سیاه عدد است.}$$

(مکعب وسط می‌تواند سیاه یا سفید باشد)

۵. گزینه «۱»

مکعب‌های رنگ شده دارای ۴ وجه رنگ شده هستند.



۶. گزینه «۱»

۲ وجه آن به صورت روبه‌رو است:



حالا کافی است آن را بچرخانیم.



۷. گزینه «۴»

در یک مکعب حداکثر ۳ وجه دیده می‌شوند. هر وجه ۲۵ مکعب دارد $3 \times 25 = 75$ ، ولی مکعب روی ۳ یال مشترک ۲ بار شمرده شده پس $3 \times 4 = 12$ و مکعب وسطی هم ۳ بار حساب شده، ۲ بار اضافه شمرده شده. $75 - 12 = 63 - 2 = 61$

۸. گزینه «۴»

$$\text{مجموع خال‌های روی تاس} = \frac{1+2+3+4+5+6}{2} = \frac{21}{2}$$

$$\text{مجموع خال‌های روی ۷ تاس} = 21 \times 7 = 147$$

۱ تاس در مرکز قرار گرفته و ۶ تاس دیگر از یک وجه به یک وجه تا سر مرکزی چسبیده‌اند.

از آنجایی که در صورت ذکر شده وجه‌های به هم چسبیده اعداد یکسان را نشان می‌دهند پس مجموع اعداد روی ۶ وجه تا سر مرکزی با مجموع اعداد روی وجه‌های تاس‌هایی که به این تاس چسبیده‌اند هم برابر ۲۱ است. در نتیجه مجموع اعداد همه وجه‌هایی که به هم چسبیده‌اند برابر $42 = 21 + 21$ است.

پس مجموع خال‌های روی وجه‌های دیگر تا سرها برابر است با:

$$147 - 42 = 105$$

۹. گزینه «۴»

۳۶ نمی‌تواند حجم مکعب باشد؛ زیرا عددی وجود ندارد که ۳ بار ضرب شده و حاصل ۳۶ باشد.

۱۰. گزینه «۴»

$$(3 \times a) \times (2 \times a) \times a = 48 \Rightarrow 6 \times a \times a \times a = 48 \\ \Rightarrow a \times a \times a = 8 \Rightarrow a = 2$$

۱۱. گزینه «۱»

نکته: هر مترمکعب ۱۰۰۰ دسی‌مترمکعب و برابر با، ۱۰۰۰۰۰۰ سانتی‌مترمکعب است.

$$\text{دسی‌مترمکعب} = 12600 = 12 / 6 \times 1000$$

$$\text{حجم} = 3 / 5 \times 2 \times 1 / 8 = 12 / 6 m^3$$

در هر ۶ ثانیه ۷ دسی‌مترمکعب وارد منبع می‌شود پس در یک ثانیه، $\frac{7}{6}$ دسی‌مترمکعب آب در منبع می‌ریزد.

$$\Rightarrow 12600 \div \frac{7}{6} = 12600 \times \frac{6}{7} = 10800 \text{ ثانیه}$$

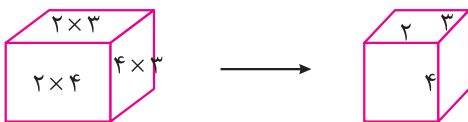
چون می‌دانیم هر ساعت ۳۶۰۰ ثانیه است، داریم (۴):

$$\text{ساعت} = 3 = 10800 \div 3600$$

۱۲. گزینه «۲»

$$126 \times 238 \times 153 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 17 \times 17 \\ = (2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 17) \times (2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 17) = 2142$$

۱۳. گزینه «۴»



$$S = 2 \times 3 cm^2 \text{ مساحت قاعده}$$

$$\text{حجم} : S \times h = 6 \times 4 = 24 cm^3$$

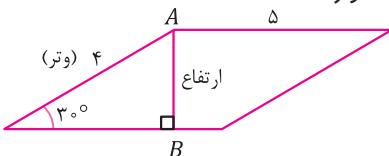
۱۴. گزینه «۲»

هر یک از اعداد ۶۰ و ۴۰ و ۲۰ بخش‌پذیر هستند. بزرگ‌ترین مکعب ممکن ابعادی برابر $20 \times 20 \times 20$ دارد. هر بعد مکعب مستطیل را بر ۲۰ تقسیم می‌کنیم:

$$\left. \begin{cases} 40 \div 20 = 2 \\ 40 \div 20 = 2 \\ 60 \div 20 = 3 \end{cases} \right\} \Rightarrow 2 \times 2 \times 3 = 12$$

۱۵. گزینه «۳»

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه بزرگ‌ترین ضلع رو به زاویه ۹۰ درجه (وتر) است. ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰ درجه نصف وتر است.



$$AB = \frac{4}{2} = 2$$

$$10 = 5 \times 2 = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت متوازی‌الضلع‌های}$$

$$60 = 6 \times 10 = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع: حجم}$$