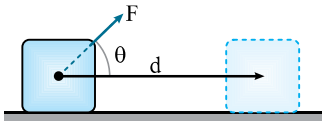
کار

بخش ۱

درس ۱: کار نیروی ثابت

مفهوم کار

مفهوم کار در فیزیک با مفهوم آن در زندگی روزمره بسیار متفاوت است. در فیزیک هرگاه **نیروی ثابت** $\vec{F}$ به جسمی وارد شود و جسم **به اندازهٔ** $\vec{d}$ جابه‌جا شود، کار این نیرو به‌صورت زیر تعریف می‌شود:



$$W = Fd\cos\theta$$

(J) کار ← W

F: اندازهٔ نیرو (N)

d: اندازهٔ جابه‌جایی (m)

θ: زاویهٔ بین $\vec{F}$ و $\vec{d}$

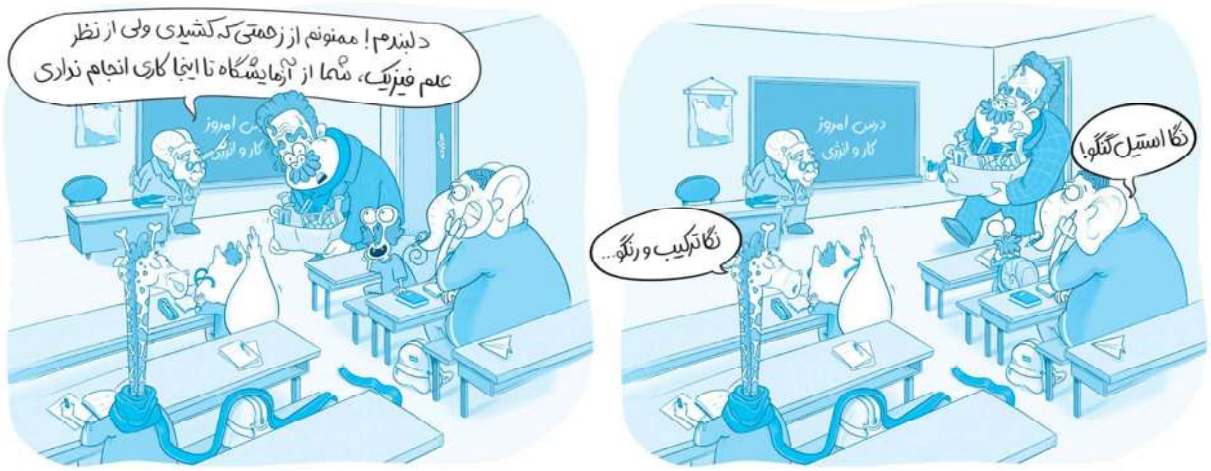
همان‌طور که می‌دانیم، $\vec{d}$ بردار جابه‌جایی است که نقطهٔ شروع حرکت را به نقطهٔ پایانی وصل می‌کند و d در رابطهٔ تعریف کار، **اندازهٔ جابه‌جایی** است. $\vec{F}$ بردار نیرو و F در رابطهٔ تعریف کار، **اندازهٔ نیرو** است و θ زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی است. به‌این‌ترتیب روشن می‌شود کار، کمیتی **نرده‌ای** است.

نکته یکای کار همان یکای انرژی یعنی **ژول (J)** است که **معادل N.m (نیوتون‌متر)** است.

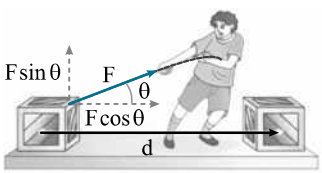
هشدار: رابطهٔ $W = Fd\cos\theta$ برای نیروهای **ثابت** قابل استفاده است، یعنی اندازهٔ نیرو و زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی در طول مسیر باید ثابت بماند.

نکته‌ها

۱ با توجه به تعریف کار، اگر زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی (θ) حاده باشد ($0 \le \theta < 90$)، مقدار کار عددی **مثبت** و اگر زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی (θ) منفرجه باشد ($90 < \theta \le 180$)، مقدار کار عددی **منفی** و اگر زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی (θ)، 90° باشد یعنی نیرو بر جابه‌جایی عمود باشد، مقدار کار برابر **صفر** است.

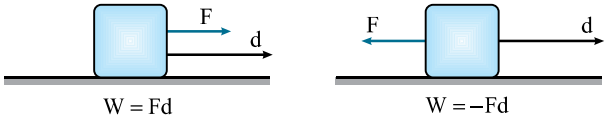


۲ می‌توانیم مطابق شکل مقابل برای نیرو دو مؤلفه در نظر بگیریم، یکی موازی با جابه‌جایی ($F_x = F\cos\theta$) و دیگری عمود بر آن ($F_y = F\sin\theta$). مؤلفه‌ای از نیرو که بر جابه‌جایی عمود است (F_y) کاری روی جسم انجام نمی‌دهد و کار انجام‌شده روی جسم، تنها ناشی از مؤلفه‌ای از نیرو است که در راستای جابه‌جایی است (F_x)، پس رابطهٔ کار به‌صورت زیر قابل بازنویسی است:

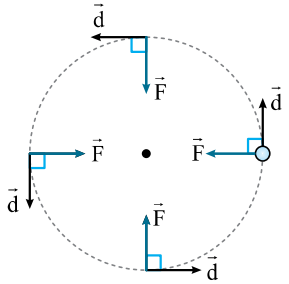


$$W = (F\cos\theta)d$$

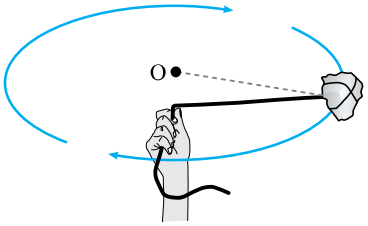
۳ هرگاه نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت باشند، زاویهٔ بین آن دو صفر است و مقدار کار برابر $W = Fd$ خواهد بود و اگر در خلاف جهت هم باشند، زاویهٔ بین آن دو 180° است و مقدار کار برابر $W = -Fd$ است، یعنی هرگاه نیرو خلاف جهت حرکت و جابه‌جایی جسم وارد می‌شود؛ کار این نیرو الزاماً منفی است، مانند نیروی مقاومت هوا.



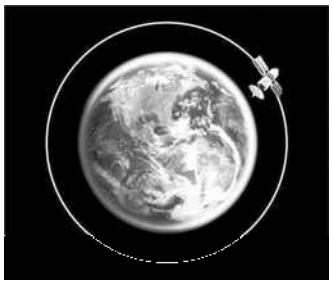
۴ اگر جسمی روی یک مسیر دایره‌ای در حرکت باشد، کار نیرویی که به‌سمت مرکز دایره باشد برابر **صفر** است، زیرا نیروی وارد بر جسم در هر لحظه بر جابه‌جایی عمود است، بنابراین کار آن صفر است.



نمونهٔ ۱ اگر تکه سنگی به طنابی بسته شده باشد و به کمک آن حول نقطهٔ O روی سطح افقی دوران کند، کار نیروی کشش طناب (T) برابر **صفر** است.



نمونهٔ ۲ کار نیروی وزن بر ماهواره‌ای که با تندی ثابت دور زمین می‌چرخد، **صفر** است.



تست و پاسخ

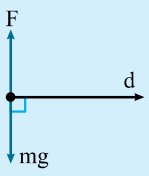
تست: مطابق شکل، سطل پر از آبی به جرم ۱۰ kg توسط شخصی به اندازهٔ ۴ m در راستای افقی جابه‌جا می‌شود. کار نیروی دست شخص در این جابه‌جایی چند ژول است؟ *(برگرفته از کتاب درسی)*

۱) ۲۰۰
۲) ۳۰۰
۳) ۴۰۰
۴) صفر

پاسخ گزینهٔ «۴». **گام اول** ابتدا نیروی وارد بر سطل را حساب می‌کنیم. نیروی دست، برابر با نیروی وزن سطل و جهت آن در خلاف جهت وزن است: $F = mg = 100\ N$

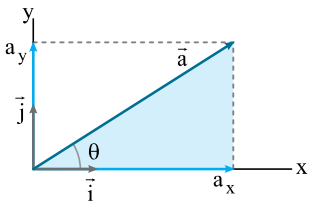
گام دوم از طرفی با توجه به اینکه نیروی دست و جابه‌جایی با هم زاویهٔ ۹۰ درجه می‌سازند، داریم:

$$W = Fd\cos\theta = 100 \times 4 \times \cos 90^\circ = 0$$



چرتکه

هر برداری مانند $\vec{a}$ را می‌توان مطابق شکل روی محورهای x و y تجزیه کرد و مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار را برحسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ نوشت:



$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$$

- اگر اندازهٔ بردار $\vec{a}$ و زاویهٔ آن با افق معلوم باشد، می‌توان بردار را به کمک رابطهٔ زیر برحسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ نوشت:

$$\vec{a} = (a\cos\theta)\vec{i} + (a\sin\theta)\vec{j}$$

این رابطه به کمک نوشتن روابط مثلثاتی در مثلث رنگی در شکل به دست می‌آید:

$$\cos\theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{a_x}{a} \Rightarrow a_x = a\cos\theta \qquad \sin\theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{a_y}{a} \Rightarrow a_y = a\sin\theta$$

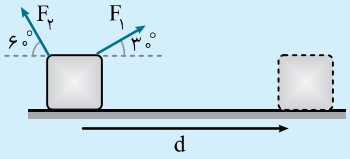
- اگر برداری برحسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ به‌صورت $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$ نوشته شده باشد، به کمک روابط زیر می‌توان اندازهٔ بردار و زاویهٔ بردار با افق را به دست آورد:

قضیهٔ فیثاغورس در مثلث رنگی $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

تعریف تانژانت: $\tan\theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$

تست و پاسخ

تست: به جسمی مطابق شکل دو نیروی ثابت F_1 و F_2 که $\frac{F_1}{F_2} = 2$ است، وارد شده و جسم روی سطح افقی به اندازهٔ d جابه‌جا شده است. اگر کار نیروی F_1 و F_2 به‌ترتیب برابر W_1 و W_2 باشد، مقدار $\frac{W_1}{W_2}$ برابر کدام گزینه است؟



۱) -2
۲) ۲
۳) $-2\sqrt{3}$
۴) $2\sqrt{3}$

پاسخ گزینهٔ «۳». **گام اول** ابتدا کار هر یک از نیروها را می‌نویسیم. توجه کنید که زاویهٔ بین $\vec{F}_1$ و $\vec{d}$ برابر ۳۰° و زاویهٔ بین $\vec{F}_2$ و $\vec{d}$ برابر ۱۲۰° است:

$$W = Fd\cos\theta \Rightarrow \begin{cases} W_1 = F_1 d\cos 30^\circ \Rightarrow W_1 = F_1 \times d \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ W_2 = F_2 d\cos 120^\circ \Rightarrow W_2 = F_2 \times d \times (\frac{-1}{2}) \end{cases}$$

گام دوم حالا می‌ریم سراغ نسبت خواسته‌شده:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{F_1 d\frac{\sqrt{3}}{2}}{-F_2 d\frac{1}{2}} = -\frac{F_1}{F_2} \times \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

تست: جسمی به جرم ۳ kg روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. نیروی $\vec{F} = 15\vec{i} + 20\vec{j}$ (در SI) به جسم وارد می شود و جسم روی محور x، ۱۰ متر جابه‌جا می‌شود. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟ *(ریاضی خارج از کشور ۹۳)*

۱) ۲۵۰
۲) ۲۰۰
۳) ۱۵۰
۴) ۹۰

پاسخ گزینهٔ «۳».

$$W = (F\cos\theta)d = F_x \times d \Rightarrow W = 15 \times 10 = 150\ J$$

هشدار: اینکه به‌جای $F\cos\theta$، مقدار F_x را قرار می‌دهیم، وقتی درست است که بردار $\vec{d}$ افقی و در راستای محور xهاست، درنتیجه مؤلفه‌ای از $\vec{F}$ که با $\vec{d}$ موازی است، همان F_x است ولی اگر بردار $\vec{d}$ عمودی و یا مایل باشد، نمی‌توان به‌جای $F\cos\theta$ مقدار F_x را قرار داد، زیرا F_x مؤلفهٔ افقی نیروست و در همهٔ مسائل لزوماً مؤلفهٔ افقی نیرو، موازی بردار جابه‌جایی **نیست**.

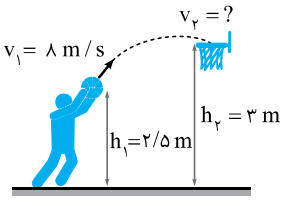
خوب است بدانید

اگر بردار نیرو به‌صورت $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{i}$ و جابه‌جایی به‌صورت $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j}$ داده شده باشد، کار نیروی $\vec{F}$ به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$W = F_x d_x + F_y d_y$$

چراغ قوه

مثال: شکل زیر ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبال با تندی $v_1 = 8\ m/s$ به‌طرف سبد نشان می‌دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به دهانهٔ سبد، چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید و $g = 10\ N/kg$) *(برگرفته از کتاب درسی)*



۱ ابتدا با توجه به معلومات و مجهولات مسئله، دو موقعیت از جسم را انتخاب کنید و با دو نماد متفاوت A و B یا ۱ و ۲ مشخص کنید؛ بنابراین در این مثال، موقعیت ۱ را لحظهٔ پرتاب و موقعیت ۲ را لحظهٔ ورود به سبد در نظر می‌گیریم.

۲ مبدأ انرژی پتانسیل را مشخص کنید. معمولاً بهتر است که بین دو موقعیت انتخاب‌شده، نقطه‌ای را که در سطح پایین‌تری قرار دارد، به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل (یعنی نقطه‌ای که انرژی پتانسیل آن صفر است) انتخاب کنید؛ بنابراین مبدأ انرژی پتانسیل را موقعیت ۱ در نظر می‌گیریم.

۳ انرژی جنبشی و پتانسیل را در هر دو وضعیت مشخص کنید (در واقع انرژی مکانیکی در هر وضعیت را معلوم کنید).

$$E_1 = U_1 + K_1 = 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m \times 8^2 = 32\ m$$

$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2 = m \times 10 \times 0/5 + \frac{1}{2}mv_2^2 = 5m + \frac{mv_2^2}{2}$$

۴ انرژی مکانیکی سامانه (دستگاه) را در دو موقعیت مشخص‌شده با هم برابر قرار دهید و از این معادله، مجهولات مسئله را به دست آورید.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 32m = 5m + \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow 27m = \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow v_2^2 = 54 \Rightarrow v_2 = 3\sqrt{6}\ m/s$$

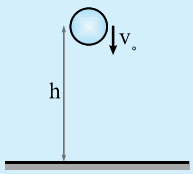
هشدار: در این روش می‌توانستیم سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل بگیریم و در پاسخ مسئله تفاوتی نداشت.

توجه معمولاً مسائلی که با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی حل می‌شوند، به کمک قضیهٔ کار و انرژی جنبشی نیز قابل حل هستند. در برخی از نمونه تست‌هایی که در ادامه آمده است، هر دو روش بیان شده است.

نکته انرژی پتانسیل (U) در تعریف انرژی مکانیکی، شامل انواع انرژی‌های پتانسیل گرانشی، کشسانی و ... است و اگر در مسئله‌ای چند نوع انرژی پتانسیل وجود داشته باشد، به‌جای U باید مجموع همهٔ انرژی‌های پتانسیل را جای‌گذاری کنیم.

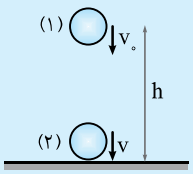
تست و پاسخ

تست: جسمی از ارتفاع h از سطح زمین با تندی v_0 به‌سمت پایین پرتاب می‌شود. تندی آن هنگام رسیدن به سطح زمین، برابر کدام گزینه است؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)



۱) $\sqrt{v_0^2 - gh}$
۲) $\sqrt{v_0^2 + gh}$
۳) $\sqrt{v_0^2 - 2gh}$
۴) $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$

پاسخ گزینهٔ «۴». **روش اول اصل پایستگی انرژی مکانیکی:** موقعیت ۱ را لحظهٔ پرتاب و موقعیت ۲ را لحظهٔ رسیدن به زمین در نظر می‌گیریم و مبدأ انرژی پتانسیل را در موقعیت ۲ فرض می‌کنیم:



$$E_1 = U_1 + K_1 = mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 \quad , \quad E_2 = U_2 + K_2 = 0 + \frac{1}{2}mv^2$$

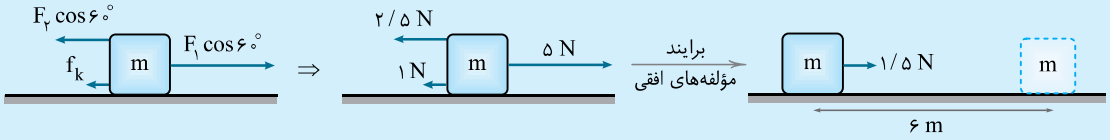
$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2gh \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

روش دوم قضیهٔ کار – انرژی جنبشی: تنها نیروی وارد بر جسم، وزن جسم است، بنابراین $W_{کل} = W_{mg}$ است:

$$W_{کل} = \Delta K \Rightarrow W_{mg} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow gh = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2$$

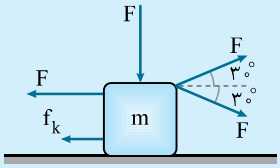
$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2gh \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

روش دوم مؤلفه‌های افقی (در راستای جابه‌جایی) $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را حساب می‌کنیم، سپس برایند آن‌ها را می‌نویسیم:



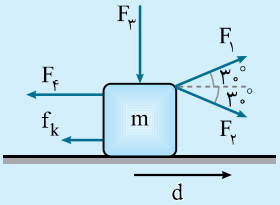
$W_t = ۱/۵ \times ۶ = ۹\ J$

تست: در شکل زیر اگر چهار نیروی هم‌اندازهٔ F مطابق شکل بر جسمی وارد شوند و کار کل انجام‌شده روی جسم در جابه‌جایی افقی به‌سمت راست صفر باشد، در این صورت اندازهٔ نیروی اصطکاک چند برابر F است؟



۱) $\sqrt{۳}$
۲) $\sqrt{۳}-۱$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ گزینهٔ «۲»



$$W_t = W_۱ + W_۲ + W_۳ + W_۴ + W_{f_k}$$
$$\Rightarrow ۰ = F_۱ d\cos ۳۰^\circ + F_۲ d\cos ۳۰^\circ + F_۳ d\cos ۹۰^\circ + F_۴ d\cos ۱۸۰^\circ + f_k d\cos ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۰ = Fd\frac{\sqrt{۳}}{۲} + Fd\frac{\sqrt{۳}}{۲} + ۰ - Fd - f_k d \Rightarrow f_k d = (\sqrt{۳}-۱)Fd \Rightarrow \frac{f_k}{F} = \sqrt{۳}-۱$$

جمع‌بندی:

موضوع	عنوان	رابطه	توضیحات
کار	تعریف کار	$W = Fd\cos\theta$	فقط برای نیروهای ثابت برقرار است. θ زاویهٔ بین $\vec{F}$ و $\vec{d}$ است.
	کار نیروی وزن	$W = +mgh$ $W = -mgh$	هرگاه جسم **پایین** برود، کار وزن **مثبت** و هرگاه جسم **بالا** برود، کار وزن **منفی** است.
	کار نیروی اصطکاک	$W = -f_k d$	-
	کار کل	$W_t = W_۱ + W_۲ + \cdots$, $W_t = W_{F_T}$	

پرسش‌های چهارگزینه‌ای درس اول

۴۲۵. کار چه نوع کمیتی است و یکای اندازه‌گیری آن در SI کدام است؟

۱) نرده‌ای، $\frac{kg.m^۲}{s^۲}$
۲) نرده‌ای، J
۳) برداری، $\frac{kg.m^۲}{s^۲}$
۴) برداری، J

۴۲۶. چه تعداد از کارهای زیر برابر صفر است؟

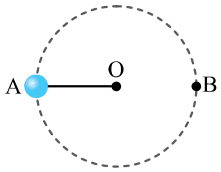
الف) کار نیروی وزن هنگامی که جسم روی سطح افقی حرکت می‌کند.

ب) کار نیروی عکس‌العمل عمودی سطح هنگامی که جسم روی سطح افقی حرکت می‌کند.

پ) کار نیروی جاذبهٔ زمین در حرکت ماهواره‌ای که به دور زمین می‌چرخد.

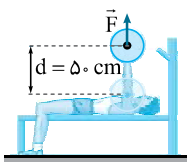
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۴۲۷. تکه سنگی به جرم ۱/۵ kg مطابق شکل، به ریسمان سبکی به طول ۱۲۰ cm متصل است و در یک مسیر دایره‌ای حول یک نقطهٔ ثابت می‌چرخد. کار انجام‌شده توسط نیروی کشش ریسمان هنگام جابه‌جایی گلوله از نقطهٔ A به B چند ژول است؟



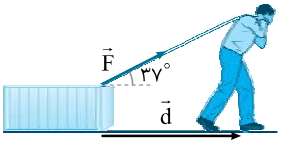
۱) صفر
۲) ۱۸
۳) ۲۴
۴) ۳۰

۴۲۸. مطابق شکل، یک ورزشکار وزنه‌ای به جرم ۸۰ kg را به‌طور یکنواخت، ۵۰ cm بالای سر خود می‌برد و پس از مدتی وزنه را به‌آرامی در همان راستا پایین می‌آورد. کار انجام‌شده توسط ورزشکار هنگام بالا بردن وزنه و پایین آوردن آن، به‌ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$ *(برگرفته از کتاب درسی)*



۱) ۲۰۰ و ۲۰۰−
۲) ۴۰۰ و ۴۰۰−
۳) ۲۰۰− و ۲۰۰
۴) ۴۰۰− و ۴۰۰

۴۲۹. شخصی مطابق شکل، جعبه‌ای به جرم ۱۵ kg را با نیروی ثابت $F = ۱۲۰\ N$ روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز به اندازهٔ ۱۵ m جابه‌جا می‌کند. کار انجام‌شده توسط نیروی شخص و نیروی وزن روی جعبه به‌ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟ $(g = ۱۰\ N/kg$ و $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$ *(برگرفته از کتاب درسی)*



۱) ۱۰۸۰ و ۲۲۵۰
۲) ۱۴۴۰ و ۲۲۵۰
۳) ۱۰۸۰ و صفر
۴) ۱۴۴۰ و صفر

۴۳۰. نیروی $\vec{F} = (۳۰\ N)\vec{i} + (۴۰\ N)\vec{j}$ به جسمی به جرم ۵ kg وارد می‌شود و آن را روی سطح افقی به اندازهٔ $\overrightarrow{\Delta x} = (۶m)\vec{i}$ جابه‌جا می‌کند. کار نیروی $\vec{F}$ در این جابه‌جایی چند ژول است؟ *(تجربی ۹۸)*

۱) ۱۸۰
۲) ۲۴۰
۳) ۳۰۰
۴) ۴۲۰

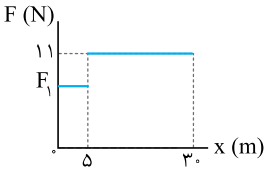
۴۳۱. جسمی به جرم ۳ kg روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. نیروی ثابت $\vec{F} = ۱۵\vec{i} + ۲۰\vec{j}$ (در SI) به جسم وارد می‌شود و جسم روی محور x، ۱۰ متر جابه‌جا می‌شود. کار نیروی F در این جابه‌جایی چند ژول است؟ *(ریاضی خارج از کشور ۹۳)*

۱) ۳۵۰
۲) ۲۰۰
۳) ۱۵۰
۴) ۹۰

۴۳۲. شخصی در طبقهٔ سوم ساختمان، سوار آسانسور می‌شود و به طبقهٔ دهم می‌رود. جرم شخص ۷۰ kg است و یک کوله‌پشتی به جرم ۵ kg بر دوش دارد. آسانسور بین طبقات پنجم تا هفتم مسافت ۶ m را در مدت ۲ s با سرعت ثابت طی می‌کند. در این ۲ s، کار نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند، چند ژول است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$ *(تجربی ۹۶)*

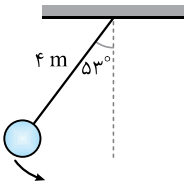
۱) صفر
۲) ۳۹۰۰
۳) ۴۲۰۰
۴) ۴۵۰۰

۴۳۳. نمودار بزرگی نیروی افقی وارد بر جسمی که روی محور افقی x حرکت می‌کند، برحسب جابه‌جایی جسم مطابق شکل است. اگر کار انجام‌شده توسط این نیرو در جابه‌جایی از $x = ۰$ تا $x = ۳۰\ m$ برابر ۳۱۵ J باشد، بزرگی $F_۱$ چند نیوتون است؟



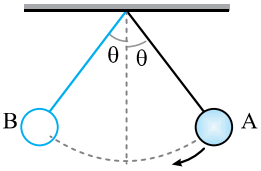
۱) ۷
۲) ۷/۵
۳) ۸
۴) ۸/۵

۴۳۴. جسمی به جرم ۲ kg توسط ریسمانی به طول ۴ m مطابق شکل از یک سقف آویزان است. اگر جسم را رها کنیم تا هنگامی که به پایین‌ترین نقطهٔ مسیر می‌رسد، کار نیروی وزن چند ژول است؟ $(g = ۱۰\ N/kg$ و $\cos ۵۳^\circ = ۰/۶)$



۱) +۳۲
۲) −۳۲
۳) +۴۸
۴) −۴۸

۴۳۵. گلوله‌ای مطابق شکل، توسط نخ از سقف آویزان است. گلوله را از نقطهٔ A رها می‌کنیم تا روی مسیر نشان‌داده‌شده حرکت کرده و در طرف دیگر به نقطهٔ B برسد. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، کدام گزینه در مورد کار نیروی کشش نخ و نیروی وزن در این مسیر درست است؟



۱) کار نیروی کشش نخ همواره منفی است.
۲) کار نیروی کشش نخ ابتدا مثبت و سپس منفی است.
۳) کار نیروی وزن در هر جابه‌جایی دلخواه از مسیر، صفر است.
۴) کار نیروی وزن در ابتدا مثبت و سپس منفی است.

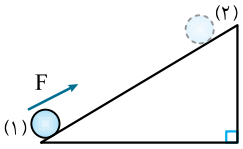
۴۳۶. جسمی به جرم ۵ kg به اندازهٔ ۲ m روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. اگر بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی ۱۰ N باشد، کار نیروی اصطکاک برابر چند ژول است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

۱) ۲۰
۲) −۲۰
۳) ۲۰۰
۴) −۲۰۰

۴۳۷. پرنده‌ای به جرم ۱/۲ kg، روی مسیر مستقیم پرواز می‌کند. اگر نیروی مقاومت هوای وارد بر پرنده برابر با ۲/۴ N باشد، کار نیروی مقاومت هوا روی پرنده در طی ۴ متر از مسیر، چند ژول است؟

۱) +۹/۶
۲) −۹/۶
۳) +۱۱/۵
۴) −۱۱/۵

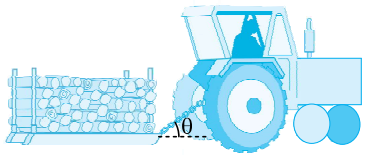
۴۳۸. مطابق شکل، جسمی به جرم m توسط نیروی ثابت F روی سطح شیب‌دار از نقطهٔ ۱ به نقطهٔ ۲ منتقل می‌شود و کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی برابر W است. اگر جسم از نقطهٔ ۲ تا نقطهٔ ۱ جابه‌جا شود و بزرگی نیروی اصطکاک در مسیر ثابت باشد، کار نیروی اصطکاک در مسیر بازگشت و در کل مسیر رفت و برگشت، به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) $-W$ و صفر
۲) W و صفر
۳) $-W$ و $2W$
۴) W و $2W$

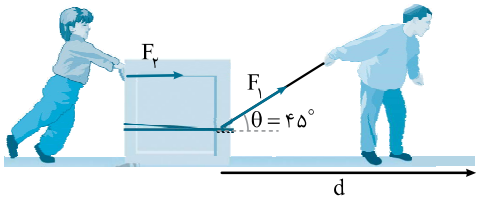
در تست‌های زیر با کار کل (کاربرایند نیروها) روبه‌رو هستیم:

۴۳۹. کشاورزی توسط تراکتور، سورتمه‌ای پر از هیزم را در راستای یک زمین هموار به اندازهٔ $100\ m$ جابه‌جا می‌کند. وزن کل سورتمه و بار آن $10000\ N$ است و تراکتور مطابق شکل، نیروی ثابت $F = 6000\ N$ را در زاویهٔ $\theta = 60^\circ$ بالای افق به سورتمه وارد می‌کند. اگر بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = 1500\ N$ باشد، کار کل انجام‌شده روی سورتمه چند کیلوژول است؟ *(برگرفته از کتاب درسی)*



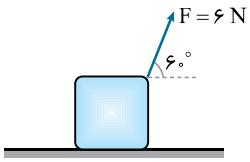
۱) ۱۵۰
۲) ۴۵۰
۳) ۱۱۵۰
۴) ۱۴۵۰

۴۴۰. پدر و پسری به‌ترتیب نیروی ثابت $F_1 = 150\ N$ و $F_2 = 60\ N$ را بر جعبه‌ای مطابق شکل وارد می‌کنند و جعبه روی سطح افقی به اندازهٔ $20\ m$ جابه‌جا می‌شود. اگر بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی بین سطح افقی و جعبه $f_k = 20\ N$ باشد، کار کل انجام‌شده روی جعبه در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(\sqrt{2} = 1/4)$ *(برگرفته از کتاب درسی)*



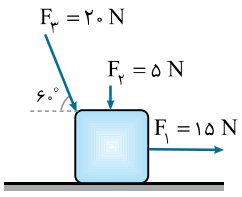
۱) ۲۴۰۰
۲) ۲۷۰۰
۳) ۲۹۰۰
۴) ۳۷۰۰

۴۴۱. مطابق شکل، جسمی به جرم $0/5\ kg$ توسط نیروی ثابت $F = 6\ N$ به اندازهٔ ۴ متر روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. اگر اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی برابر $2\ N$ باشد، کار برایند نیروهای وارد بر جسم در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = 10\ N/kg)$



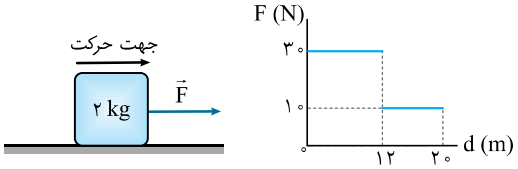
۱) ۲۰
۲) ۱۲
۳) ۸
۴) ۴

۴۴۲. مطابق شکل، سه نیروی ثابت $F_1 = 15\ N$، $F_2 = 5\ N$ و $F_3 = 20\ N$ بر جسمی به جرم $2\ kg$ وارد می‌شوند و جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک جابه‌جا می‌شود. کار کل انجام‌شده روی جسم پس از ۱۰ متر جابه‌جایی، چند ژول است؟ $(g = 10\ N/kg)$



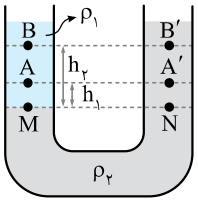
۱) ۱۵۰
۲) ۲۰۰
۳) ۲۵۰
۴) ۳۰۰

۴۴۳. مطابق شکل، جسمی به جرم $2\ kg$ توسط نیروی افقی $\vec{F}$ روی سطح دارای اصطکاکی کشیده می‌شود و نمودار تغییرات اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ برحسب جابه‌جایی جسم به‌صورت زیر است. اگر کار کل انجام‌شده روی جسم در این جابه‌جایی $330\ J$ باشد، کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند ژول است؟



۱) −۵۶۰
۲) −۴۱۰
۳) −۲۳۰
۴) −۱۱۰

۴۱۹. گزینهٔ ۳



گام اول با توجه به شکل، فشار در نقاط M و N برابر است. برای مقایسهٔ فشار در نقاط A و A' داریم (چون فشار هوا در دو طرف برابر است، آن را نمی‌نویسیم):

$$P_M = P_N$$

$$P_A + \rho_1 g h_1 = P_{A'} + \rho_2 g h_2 \Rightarrow P_A - P_{A'} = g h_1(\rho_2 - \rho_1) \quad (1)$$

با توجه به شکل $\rho_2 > \rho_1$ است، بنابراین $P_A > P_{A'}$ است.

گام دوم برای مقایسهٔ فشار در نقاط B و B' هم به‌طور مشابه داریم:

$$P_M = P_N$$

$$P_B + \rho_1 g h_2 = P_{B'} + \rho_2 g h_2 \Rightarrow P_B - P_{B'} = g h_2(\rho_2 - \rho_1) \quad (2)$$

$$\rho_2 > \rho_1 \Rightarrow P_B > P_{B'}$$

گام سوم چون $h_2 > h_1$ است، بنابراین با توجه به روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

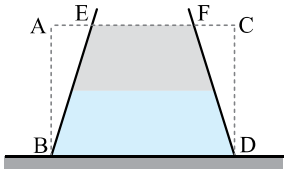
$$\Delta P_B > \Delta P_A$$

۴۲۰. گزینهٔ ۲ چون جرم ظرف ناچیز است، بنابراین:

$$F' \simeq W_1 + W_2$$

با توجه به اینکه $V_{BDFE} < V_{ABCD}$ بنابراین داریم:

$$F > W_1 + W_2$$



۴۲۱. گزینهٔ ۴ چون درون نیمکره‌ها خلأ است، هوای محیط از دو طرف نیمکره‌ها نیروی F به کره وارد می‌کند. می‌دانیم $F = PA$ است، بنابراین نیروی خالص ناشی از اختلاف فشار برابر می‌شود با:

$$F = \Delta P \times A = \Delta P \times \pi R^2 \Rightarrow F \propto R^2$$

۴۲۲. گزینهٔ ۱

گام اول ارتفاع قائم جیوه از سطح آزاد آن (h) برابر است با:

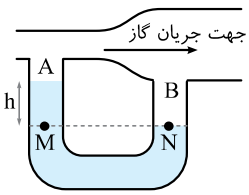
$$\theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$:زاویه نسبت به سطح افق

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{90} \Rightarrow h = \frac{90}{2} = 45\ \text{cm}$$

گام دوم از 76 cmHg فشار هوا، 45 cmHg آن به‌وسیلهٔ فشار ناشی از ستون جیوه خنثی می‌شود و مابقی به انتهای لوله وارد می‌شود. نیرویی که جیوه بر انتهای لوله وارد می‌کند، برابر است با:

$$F = PA = \rho g h A = 13 \times 10^3 \times 10 \times (76-45) \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-4} = 16/12\ \text{N}$$

۴۲۳. گزینهٔ ۲ با توجه به معادلهٔ پیوستگی، هرچه مساحت بیشتر باشد، تندی کمتر خواهد بود و با توجه به اصل برنولی اگر تندی کاهش پیدا کند، فشار افزایش می‌یابد؛ بنابراین فشار در نقطهٔ B بیشتر از نقطهٔ A است، درنتیجه مایع در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود.



$$\rho = 300 \frac{g}{L} \times \frac{1\,L}{10^{-3}\,m^3} \times \frac{1\,kg}{10^3\,g} = 300\ kg/m^3$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_B = P_A + \rho g h \Rightarrow P_B - P_A = \rho g h$$

$$\Rightarrow 4000 = 300 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{4}{3}\,m$$

۴۲۴. گزینهٔ ۱

گام اول فشار در حالت اول را P_1 و در حالت دوم را P_2 می‌نامیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{F_2}{A_2}}{\frac{F_1}{A_1}} \xrightarrow{A=\pi r^2} \frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (1)$$

گام دوم در حالت دوم، می‌خواهیم فشار وارد بر سطح نصف شود و جای دو قاعده برعکس گردد:

$$r_1 = \frac{1}{4} r_2 \Rightarrow \left.\begin{matrix} r_2 = 4r_1 \\ P_2 = \frac{1}{2} P_1 \end{matrix}\right\} \quad (2)$$

گام سوم با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\left.\begin{matrix} \frac{1}{2} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 8 \\ F_1 = mg \end{matrix}\right\} \Rightarrow F_2 = 8\,mg$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 8\,mg - mg = 7\,mg$$

پس وزنه‌ای ۷ برابر وزن مخروط باید به آن اضافه کنیم.

۴۲۵. گزینهٔ ۲ با توجه به اینکه کار از جنس انرژی است، پس یکای آن در SI **ژول** است. از طرفی کار به جهت وابسته نیست، پس کمیتی **نرده‌ای** است.

۴۲۶. گزینهٔ ۳ هر سه نیرو بر جابه‌جایی عمود هستند، پس کار انجام‌شده توسط هر سه نیرو صفر است.

۴۲۷. گزینهٔ ۱ نیروی کشش ریسمان در هر لحظه بر مسیر حرکت (بردار جابه‌جایی) عمود است. از طرفی چون $\cos 90^\circ$، برابر صفر است، بنابراین کار انجام‌شده در این فرایند صفر خواهد بود.

۴۲۸. گزینهٔ ۲

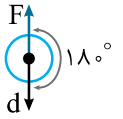
گام اول ابتدا نیروی وارد بر وزنه را حساب می‌کنیم. وقتی وزنه به‌صورت یکنواخت بالا یا پایین می‌رود، یعنی برایند نیروهای وارد بر وزنه صفر است، بنابراین اندازهٔ نیروی دست وزنه‌بردار با اندازهٔ نیروی وزن در هر دو مسیر، یکسان خواهد بود:

$$F = mg = 80 \times 10 = 800\ N$$

گام دوم مطابق شکل، هنگامی که وزنه به‌سمت بالا می‌رود، نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت بوده و بنابراین زاویهٔ بین این دو بردار، صفر است:

$$W = Fd\cos\theta = 800 \times 0/5 \times \cos 0^\circ = 400\ J$$

گام سوم از طرفی وقتی وزنه به‌سمت پایین می‌آید، بردار نیرو و جابه‌جایی با هم زاویهٔ ۱۸۰ درجه می‌سازند، پس:



$$W = Fd\cos\theta = 800 \times 0/5 \times \cos 180^\circ = -400\ J$$

۴۲۹. گزینهٔ ۴

گام اول با جای‌گذاری داده‌های مسئله در رابطهٔ کار، کار نیروی F را حساب می‌کنیم:

$$W = Fd\cos 37^\circ = 120 \times 15 \times 0/8 = 1440\ J$$

گام دوم نیروی وزن بر راستای جابه‌جایی عمود است، پس کار نیروی وزن صفر خواهد بود (چون $\cos 90^\circ$ برابر صفر است).

۴۳۰. گزینهٔ ۱ چون جابه‌جایی در راستای محور x (محور افقی) است، فقط مؤلفهٔ افقی نیرو (F_x) کار انجام می‌دهد و کار نیروی عمودی (F_y) در این جابه‌جایی صفر است:

$$W = F_x \times \Delta x = 30 \times 6 = 180\ J$$

تیزشیم

$$\left.\begin{matrix} \vec{F} = 30\vec{i} + 40\vec{j} \\ \vec{\Delta x} = 6\vec{i} \end{matrix}\right\} \Rightarrow W = 30 \times 6 + 40 \times 0 = 180\ J$$

۴۳۱. گزینهٔ ۳

$$\left.\begin{matrix} \vec{F} = 15\vec{i} + 20\vec{j} \\ \vec{\Delta x} = 10\vec{i} \end{matrix}\right\} \Rightarrow W = 15 \times 10 = 150\ J$$

۴۳۲. گزینهٔ ۴ چون آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند، مقدار نیروی ناشی از کف آسانسور با نیروی وزن کل (شخص + کوله‌پشتی) با هم برابر است:

$$F_N = mg = (70+5) \times 10 = 750\ N$$

با توجه به اینکه نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت است، با کمک رابطهٔ کار داریم:

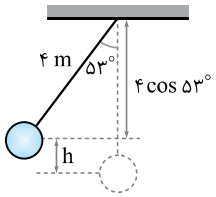
$$W = F_N d\cos\theta = 750 \times 6 \times \cos 0^\circ = 4500\ J$$

۴۳۳. **گزینهٔ ۳** با توجه به افقی بودن نیرو، زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی صفر است. کافی است هر نیرو را در جابه‌جایی آن ضرب کرده و با مقدار کار برابر قرار دهیم:

$$W = F_1 d_1 + F_2 d_2 \Rightarrow 315 = F_1 \times 5 + 11 \times (30 - 5)$$

$$\Rightarrow 315 = 5F_1 + 275 \Rightarrow 5F_1 = 40 \Rightarrow F_1 = 8\ N$$

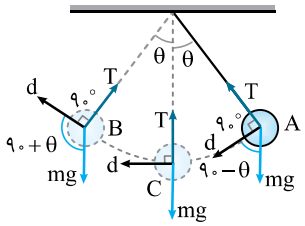
۴۳۴. **گزینهٔ ۱** مطابق شکل، جسم به اندازهٔ h پایین آمده است:



$$h = 4 - \underbrace{4\cos 53^\circ}_{0/6} = 1/6\ m$$

$$W_{mg} = +mgh = 2 \times 10 \times (1/6) = +32\ J$$

۴۳۵. **گزینهٔ ۴** **گام اول** ابتدا برای درک بهتر مسئله، بردار جابه‌جایی، نیروی وزن و نیروی کشش نخ‌ها (T) را در هر سه لحظهٔ A، B و C رسم می‌کنیم:



گام دوم نیروی کشش نخ در این سه لحظه (و در تمامی لحظات) بر بردار جابه‌جایی عمود است، بنابراین کار نیروی کشش نخ در تمامی مسیر صفر است، پس گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست هستند.

گام سوم در نقطهٔ A، نیروی وزن و بردار جابه‌جایی، زاویهٔ حاده (کمتر از ۹۰ درجه) می‌سازند. در نقطهٔ C، این دو بردار بر هم عمودند و در نقطهٔ B با هم زاویهٔ منفرجه (بیش از ۹۰ درجه) می‌سازند. چون کسینوس زوایای کمتر از ۹۰ درجه عددی مثبت است، پس کار نیروی وزن در نقطهٔ A مثبت و چون کسینوس زوایای بیشتر از ۹۰ درجه منفی است، پس کار نیروی وزن در نقطهٔ B منفی است. از طرفی چون $\cos 90^\circ = 0$ است، پس کار نیروی وزن در نقطهٔ C صفر است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که کار نیروی وزن ابتدا مثبت بوده، سپس کاهش می‌یابد و صفر می‌شود و در نهایت منفی خواهد بود.

۴۳۶. **گزینهٔ ۲** **نکته** نیروی اصطکاک **اغلب** مخالف جهت حرکت است، بنابراین زاویهٔ بین نیروی اصطکاک و جابه‌جایی، ۱۸۰ درجه بوده و داریم:

$$W_{f_k} = -f_k d$$

حال با جای‌گذاری داده‌های مسئله در رابطهٔ کار، مطلوب سؤال را به دست می‌آوریم:

$$W_{f_k} = -f_k d = -10 \times 2 = -20\ J$$

۴۳۷. **گزینهٔ ۲** جهت نیروی مقاومت هوا، برخلاف جهت بردار جابه‌جایی است، بنابراین زاویهٔ بین این دو بردار ۱۸۰ درجه است، پس داریم:

$$W = Fd\cos\theta = 2/4 \times 4 \times \cos 180^\circ = -9/6\ J$$

۴۳۸. **گزینهٔ ۴** کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت، به‌دلیل برابر بودن نیروی اصطکاک و فاصله یکسان است، پس کار در مسیر برگشت W و در مجموع رفت و برگشت 2W است. توجه کنید که هم در مسیر رفت و هم در مسیر برگشت، زاویهٔ بین نیروی اصطکاک و جابه‌جایی، یکسان و برابر ۱۸۰° است.

۴۳۹. **گزینهٔ ۱** **گام اول** ابتدا کار هر یک از نیروها را به دست می‌آوریم:

$$W_F = Fd\cos\theta = 6000 \times 100 \times \cos 60^\circ = 300000\ J = 300\ kJ$$

$$W_{f_k} = f_k d\cos 180^\circ = -f_k d = -1500 \times 100 = -150000\ J = -150\ kJ$$

$$W_{mg} = mgd\cos\theta = 10000 \times 100 \times \cos 90^\circ = 0$$

گام دوم کار کل، از مجموع تمام کارها به دست می‌آید:

$$W_t = W_F + W_{f_k} + W_{mg} = 300 - 150 + 0 = 150\ kJ$$

۴۴۰. **گزینهٔ ۳** **گام اول** ابتدا کار هر یک از نیروها را حساب می‌کنیم:

$$W_1 = F_1 d\cos\theta_1 = 150 \times 20 \times \cos 45^\circ = 2100\ J$$

$$W_2 = F_2 d\cos\theta_2 = 60 \times 20 \times \cos 0^\circ = 1200\ J$$

$$W_{f_k} = f_k d\cos 180^\circ = -f_k d = -200 \times 2 = -400\ J$$

گام دوم کار کل از مجموع تمام کارها به دست می‌آید:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_{f_k} = 2100 + 1200 - 400 = 2900\ J$$

۴۴۱. **گزینهٔ ۴** **گام اول** ابتدا کار هر یک از نیروها را حساب می‌کنیم:

$$W_F = Fd\cos\theta = 6 \times 4 \times \cos 60^\circ = 12\ J$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -2 \times 4 = -8\ J$$

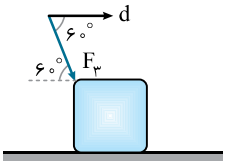
گام دوم با جمع هر یک از کارها، کار کل را به دست می‌آوریم:

$$W_t = W_F + W_{f_k} = 12 - 8 = 4\ J$$

۴۴۲. **گزینهٔ ۳** **گام اول**

$$W_1 = F_1 d\cos\theta = 15 \times 10 \times 1 = 150\ J$$

$$W_2 = F_2 d\cos 90^\circ = 50 \times 10 \times 0 = 0\ J$$



زاویهٔ نیروی F_3 و جابه‌جایی ۶۰ درجه است (برای درک بهتر کافی است از ابتدای بردار نیرو، برداری در جهت جابه‌جایی رسم کنید و زاویهٔ بین جابه‌جایی و نیرو را به دست آورید). طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب:

$$W_3 = F_3 d\cos 60^\circ \Rightarrow W_3 = 20 \times 10 \times \frac{1}{2} = 100\ J$$

$$W_{mg} = mgd\cos 90^\circ = 0$$

گام دوم حالا کافی است کار کل را با جمع کار هر نیرو به دست آوریم:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 + W_{mg} = 150 + 0 + 100 + 0 = 250\ J$$

۴۴۳. **گزینهٔ ۴** **گام اول** ابتدا کار هر نیرو را به نسبت جابه‌جایی آن به دست می‌آوریم. توجه داشته باشید که چون نیروی F به‌صورت افقی است، $\cos\theta$ را برابر ۱ در نظر می‌گیریم:

$$W_1 = F_1 d_1 \cos\theta = 30 \times 12 = 360\ J$$

$$W_2 = F_2 d_2 \cos\theta = 10 \times (20 - 12) = 80\ J$$

توجه داشته باشید که مسافت طی‌شده در زمان اعمال نیروی F_2، به اندازهٔ مسافت ۱۲ تا ۲۰ متر، یعنی ۸ متر خواهد بود.

گام دوم کار کل، برابر جمع کار هر یک از نیروها است، بنابراین داریم:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_{f_k} \Rightarrow 330 = 360 + 80 + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -110\ J$$

۴۴۴. **گزینهٔ ۱** حداکثر کار زمانی اتفاق می‌افتد که نیرو در جهت جابه‌جایی باشد (چون در این حالت، $\cos\theta$ بیشترین مقدار است)، بنابراین داریم:

$$W = Fd\cos\theta = 40 \times 0/8 \times \cos 0^\circ = 32\ J$$