

درس‌نامه + پرسش‌های چهارگزینه‌ای + پاسخ‌های کاملاً تشریحی

هندسه (دهم)

ویراست سوم

حسن محمدبیگی، امیرمحمد هویدی



انتشارات
گنگو

به نام خدا

این کتاب را براساس محتوای کتاب درسی هندسه ۱ نوشته‌ایم. هر فصل کتاب به چند درس تقسیم شده و هر درس از یک یا چند بخش تشکیل شده است:

۱. خلاصه درس: در این بخش، ضمن مرور مطالب کتاب درسی، نمونه‌هایی از پرسش‌های چهارگزینه‌ای را هم حل کرده‌ایم تا خواننده با تکنیک‌های اصلی حل این‌گونه پرسش‌ها آشنا شود. تقسیم‌بندی درس‌ها مانند کتاب درسی است. چون هدف این کتاب آموزش مهارت‌های حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای است، اثبات قضیه‌ها و نکته‌ها را نیاورده‌ایم.

۲. پرسش‌های چهارگزینه‌ای: در پایان هر بخش مجموعه‌ای از پرسش‌های چهارگزینه‌ای مربوط به آن بخش را آورده‌ایم. در این قسمت، از همه مطالب کتاب درسی پرسش‌هایی طرح کرده‌ایم. علاوه بر این‌ها، تعداد زیادی پرسش تألیفی به همراه سوالات کنکورهای سال‌های اخیر را هم آورده‌ایم. پاسخ تشریحی همه پرسش‌های چهارگزینه‌ای در فصل پنجم قرار دارد. برای مطالعه این کتاب، ابتدا باید خلاصه درس را با دقت بخوانید و مطمئن شوید که روش‌های حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای آن را یاد گرفته‌اید. سپس به حل پرسش‌های چهارگزینه‌ای انتهای هر بخش بپردازید. با این کار، علاوه بر اینکه مطالب درسی را به‌طور کامل مرور می‌کنید، با انواع مختلف پرسش‌های چهارگزینه‌ای آشنا می‌شوید.

در این ویراست تعداد زیادی پرسش چهارگزینه‌ای اضافه کرده‌ایم. همچنین پرسش‌های چهارگزینه‌ای هر بخش از درس را به سه سطح تقسیم کرده‌ایم. در سطح ۱، پرسش‌هایی ساده و مفهومی را آورده‌ایم که با حل آن‌ها مفاهیم آن بخش مرور می‌شود. این پرسش‌ها کمتر در آزمون‌ها دیده می‌شوند ولی برای تسلط بر مفاهیم درس، حل آن‌ها ضروری است. در سطح ۲، پرسش‌هایی را آورده‌ایم که سطح دشواری آن‌ها متوسط است و در آزمون‌های آزمایشی و کنکور سراسری بیشتر این نوع پرسش‌ها مطرح می‌شوند. تعداد این پرسش‌ها بسیار بیشتر از پرسش‌های سطح ۱ است و حل آن‌ها را به تمام خوانندگان توصیه می‌کنیم. در سطح ۳، پرسش‌هایی را آورده‌ایم که سطح دشواری آن‌ها بالاتر از پرسش‌های سطح ۲ است. تعداد این پرسش‌ها زیاد نیست و حل آن‌ها به دانش‌آموزان مستعد و سخت‌کوش توصیه می‌شود. این سطح از پرسش‌ها ممکن است در آزمون‌های آزمایشی و کنکور سراسری مطرح شوند ولی فراوانی آن‌ها کم است. در ضمن در پایان هر فصل، ۳ آزمون از کل مطالب فصل قرار داده‌ایم که مرور مناسبی برای آن فصل است.

به یاد داشته باشید که سرعت مطالعه هندسه کمتر از درس‌های دیگر است. سعی کنید درباره آنچه که می‌خوانید تفکر و تأمل کنید، نه اینکه سرسری مطالب را حفظ کنید. حتماً به استدلال‌ها دقت کنید و مطمئن شوید می‌فهمید که چرا این کارها را در راه‌حل‌ها انجام داده‌ایم. هنگام مطالعه همیشه کاغذ و قلم کنار خود داشته باشید و هرگاه به مسئله‌ای رسیدید، پیش از اینکه راه‌حل آن را از روی کتاب بخوانید، سعی کنید خودتان آن را حل کنید و اگر نتوانستید آن را حل کنید، راه‌حلش را ببینید.

اگر فکر می‌کنید هنوز به مطالب درسی مسلط نیستید، بهتر است پیش از مطالعه هر درس، مطالب مربوط به آن را از کتاب «هندسه ۱ سه‌بعدی» از همین انتشارات مطالعه کنید.

در پایان، وظیفه خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، دکتر آریس آقانیانس، دکتر ابوالفضل علی‌بمانی و خانم عاطفه ربیعی برای مطالعه و ویرایش کتاب، خانم‌ها مریم احمدی و فاطمه احدی برای صفحه‌آرایی، خانم مرضیه کریمی برای رسم شکل‌ها و خانم ستین مختار مسئول واحد ویراستاری و حروف‌چینی انتشارات الگو تشکر کنیم.

فهرست

◆ فصل اول: ترسیم‌های هندسی و استدلال

درس اول: ترسیم‌های هندسی

- بخش اول: نقطه‌یابی ۲
- بخش دوم: رسم مثلث و چهارضلعی‌ها ۱۶
- سؤالات کنکور سراسری ۲۳

درس دوم: استدلال

- بخش اول: استدلال ۲۴
- بخش دوم: هم‌مرسی اجزای اصلی در مثلث ۳۲
- بخش سوم: نابرابری‌های هندسی ۴۱
- سؤالات کنکور سراسری ۴۸

آزمون‌های فصل ۵۰

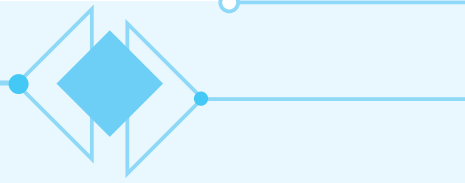
◆ فصل دوم: قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن

درس اول: نسبت و تناسب در هندسه

- بخش اول: نسبت و تناسب ۵۴
- بخش دوم: کاربرد تناسب در نسبت مساحت‌ها ۶۲
- سؤالات کنکور سراسری ۶۹

درس دوم: قضیهٔ تالس

- بخش اول: قضیهٔ تالس، تعمیم و عکس آن ۷۰
- بخش دوم: قضیهٔ تالس برای خطوط موازی و قضیهٔ تالس در دوزنقه ۹۰
- سؤالات کنکور سراسری ۹۶



درس سوم: تشابه مثلث‌ها

- بخش اول: مفهوم تشابه و قضیهٔ اساسی تشابه ۱۰۰
- بخش دوم: معیارهایی برای تشابه دو مثلث ۱۰۷
- بخش سوم: روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ۱۲۲
- سؤالات کنکور سراسری ۱۳۴

درس چهارم: کاربردهایی از قضیهٔ تالس و تشابه مثلث‌ها

- سؤالات کنکور سراسری ۱۳۹
- سؤالات کنکور سراسری ۱۵۶
- آزمون‌های فصل ۱۵۸

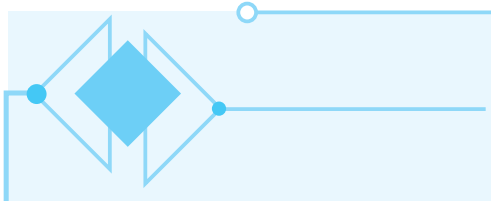
◆ فصل سوم: چندضلعی‌ها

درس اول: چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها

- بخش اول: چندضلعی‌های محدب و چندضلعی‌های منتظم ۱۶۲
- بخش دوم: متوازی‌الاضلاع ۱۷۰
- بخش سوم: مستطیل و کاربرد آن ۱۷۶
- بخش چهارم: لوزی، مربع، دوزنقه و کایت ۱۸۸
- بخش پنجم: نکته‌های تکمیلی ۱۹۸
- سؤالات کنکور سراسری ۲۰۴

درس دوم: مساحت و کاربردهای آن

- بخش اول: مساحت مثلث ۲۰۵
- بخش دوم: مساحت چهارضلعی‌ها ۲۲۷
- بخش سوم: نقطه‌های شبکه‌ای و مساحت ۲۴۲
- سؤالات کنکور سراسری ۲۴۷
- آزمون‌های فصل ۲۴۹



◆ فصل چهارم: تجسم فضایی

درس اول: خط، نقطه و صفحه ۲۵۴

سؤالات کنکور سراسری ۲۶۸

درس دوم: تفکر تجسمی

بخش اول: تفکر تجسمی ۲۶۹

بخش دوم: برش ۲۸۱

بخش سوم: دوران ۲۸۸

سؤالات کنکور سراسری ۲۹۷

آزمون‌های فصل ۲۹۸

◆ فصل پنجم: پاسخ‌های تشریحی

پاسخ‌های تشریحی ۳۰۱

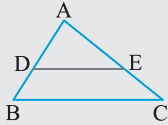
◆ فصل پنجم: پاسخ‌نامه کلیدی

پاسخ‌نامه کلیدی ۵۰۲

درس دوم / بخش اول: قضیه تالس، تعمیم و عکس آن

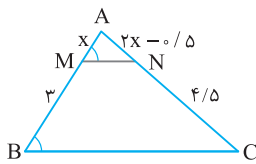
قضیه تالس

تست ۱



اگر خطی با یک ضلع مثلث موازی باشد و دو ضلع دیگر را در دو نقطه قطع کند، روی این دو ضلع چهار پاره‌خط جدا می‌کند که اندازه‌های آن‌ها متناسب‌اند. به عبارت دیگر، اگر در شکل

روبه‌رو DE با BC موازی باشد، آن‌گاه $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$



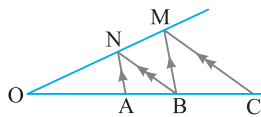
در شکل مقابل $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$. مقدار x کدام است؟

- ۱ (۱) ۱/۲
- ۲ (۲) ۲/۵
- ۳ (۳) ۱/۲
- ۴ (۴) ۳

تست ۱

راه‌حل

چون $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ ، از عکس قضیه خطوط موازی و مورب نتیجه می‌گیریم MN با BC موازی است و از موازی بودن MN با BC، بنابر قضیه تالس، به دست می‌آید $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$. یعنی $\frac{x}{3} = \frac{2x - 1/5}{4/5}$. با طرفین وسطین کردن این تناسب نتیجه می‌شود $4/5x = 6x - 1/5$. در نتیجه $1/5x = 1/5$ پس $x = 1$.



در شکل مقابل $OA = 3$ و $AC = 9$ طول پاره‌خط OB برابر کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{6}$
- ۲ (۲) ۶
- ۳ (۳) $3\sqrt{3}$
- ۴ (۴) ۴

تست ۲

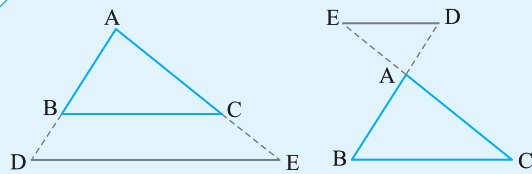
راه‌حل

با توجه به اطلاعات سؤال نتیجه می‌گیریم $AB = OB - 3$ و $OC = 12$ و $BC = 12 - OB$. حال با دو بار استفاده از قضیه تالس می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \triangle OBM : AN \parallel BM \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{ON}{MN} \\ \triangle OMC : BN \parallel MC \Rightarrow \frac{OB}{BC} = \frac{ON}{MN} \end{cases} \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BC} \Rightarrow \frac{3}{OB-3} = \frac{OB}{12-OB}$$

$$36 - 3OB = OB^2 - 3OB \Rightarrow OB^2 = 36 \Rightarrow OB = 6$$

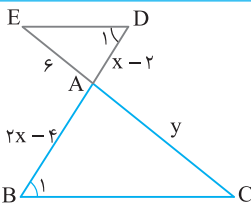
نکته



اگر خطی موازی یک ضلع مثلث، امتداد دو ضلع دیگر را قطع کند، باز هم حکم قضیه تالس برقرار است. یعنی در هر یک از شکل‌های روبه‌رو، اگر DE با BC موازی باشد، می‌توان نتیجه گرفت

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

تست ۳



در شکل مقابل $\widehat{B}_1 = \widehat{D}_1$. مقدار y چقدر است؟

- ۱ (۱) ۱۲
- ۲ (۲) ۳
- ۳ (۳) ۴
- ۴ (۴) نمی‌توان تعیین کرد.

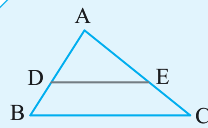
تست ۳

راه‌حل

چون $\widehat{B}_1 = \widehat{D}_1$ ، بنابر عکس قضیه خطوط موازی و مورب DE با BC موازی است. اکنون، بنابر قضیه تالس، می‌توان نوشت $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ یعنی

$$\frac{6}{2x-4} = \frac{x-2}{y} \text{ پس } \frac{x-2}{2x-4} = \frac{6}{y} \text{ در نتیجه } y = 12$$

صورت‌های دیگر قضیه تالس



۱- با ترکیب در مخرج، در تناسب حکم قضیه تالس، نتیجه می‌شود که اگر DE با BC موازی باشد،

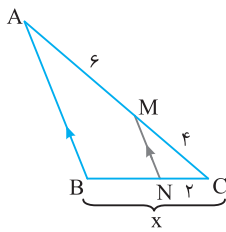
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

آن‌گاه

۲- با ترکیب در صورت، در تناسب حکم قضیه تالس و معکوس کردن تناسب به دست آمده هم می‌توان نتیجه گرفت که اگر DE با BC

$$\frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$$

موازی باشد، آن‌گاه

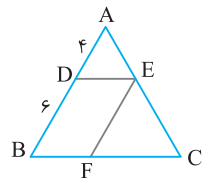


در شکل مقابل مقدار x چقدر است؟

- ۴ تست
- ۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

 چون MN با AB موازی است، بنا بر قضیه تالس، $\frac{CN}{CB} = \frac{CM}{CA}$ ، یعنی $\frac{2}{x} = \frac{4}{10}$ ، پس $x = 5$.

راه‌حل


 در شکل مقابل $DE \parallel BC$ و $EF \parallel AB$ حاصل $\frac{AC}{AE} + \frac{FC}{BC}$ چقدر است؟

- ۱) ۳/۲
۲) ۳/۱
۳) ۴/۵
۴) ۴

$$\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad (1)$$

 چون $DE \parallel BC$ ، بنا بر قضیه تالس،

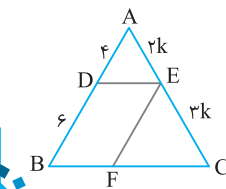
 پس عددی حقیقی مانند k وجود دارد به طوری که $AC = 5k$ و $AE = 2k$. از طرف دیگر چون $EF \parallel AB$ ، پس

$$\frac{FC}{BC} = \frac{EC}{AC} = \frac{2k}{5k} = \frac{2}{5} \quad (2)$$

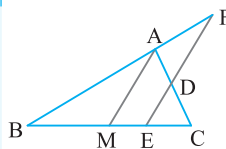
$$\frac{AC}{AE} + \frac{FC}{BC} = \frac{5}{2} + \frac{2}{5} = \frac{25+4}{10} = \frac{29}{10} = 2.9$$

اکنون با توجه به تساوی‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت

راه‌حل


 ۶ تست
در مثلث ABC اگر $\frac{AB}{AC} = 2$ ، M وسط BC باشد، $AM \parallel EF$ و $AD = 3$ ، اندازه پاره خط AF برابر کدام است؟

- ۱) ۵
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۲



از قضیه تالس دوبار استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم

$$\triangle AMC: AM \parallel DE \Rightarrow \frac{CM}{ME} = \frac{AC}{AD} \quad (1)$$

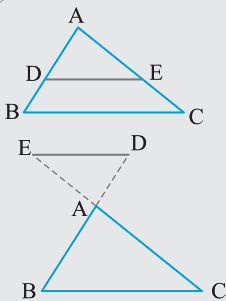
$$\triangle BFE: AM \parallel EF \Rightarrow \frac{BM}{ME} = \frac{AB}{AF} \quad (2)$$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AF} \Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AF}{3} = 2 \Rightarrow AF = 6$$

 چون $CM = BM$ ، پس یک طرف تساوی‌های (۱) و (۲) با هم مساوی‌اند و در نتیجه

راه‌حل

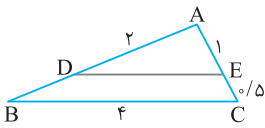
تعمیم قضیه تالس


 ۲ قضیه
اگر خطی دو ضلع از ضلع‌های مثلثی (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم مثلث موازی باشد، مثلثی ایجاد می‌شود که طول ضلع‌های آن، با طول ضلع‌های مثلث اصلی متناسب‌اند. به عبارت دیگر، اگر در شکل‌های مقابل DE با BC موازی باشد، آن‌گاه

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

تست

در شکل زیر $DE \parallel BC$. نسبت $\frac{DE}{AB}$ برابر کدام است؟



۰/۸ (۲)

۳/۴ (۱)

۸/۹ (۴)

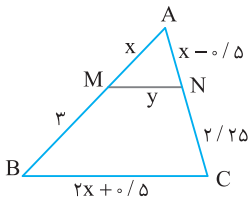
۱/۲ (۳)

بنابر تعمیم قضیه تالس، $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$. پس $\frac{2}{AB} = \frac{DE}{4} = \frac{1/5}{AC}$. در نتیجه $AB = 2 \times 1/5 = 3/5$ و $DE = \frac{4}{1/5} = \frac{8}{3}$. بنابراین $\frac{DE}{AB} = \frac{8/3}{3/5} = \frac{8}{9}$.

راه حل

تست

در شکل مقابل $MN \parallel BC$. محیط دوزنقه $MNCB$ چند برابر محیط مثلث AMN است؟



۲۳۱/۱۰۶ (۲)

۱/۸ (۱)

۷۸/۷۳ (۴)

۱۴۷/۱۰۳ (۳)

چون $MN \parallel BC$ است، بنابر قضیه تالس، $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$. یعنی $\frac{x}{3-x} = \frac{x-5/5}{2/25}$. با طرفین وسطین کردن این تناسب نتیجه می شود

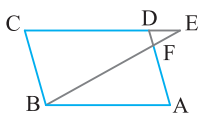
$x = 2$. از طرف دیگر، بنابر تعمیم قضیه تالس، $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$. یعنی $\frac{x}{3} = \frac{y}{2/25}$. پس $y = \frac{2}{3} \times \frac{25}{2} = \frac{25}{3}$. اکنون می توان نوشت

$$\frac{\text{محیط دوزنقه } MNCB}{\text{محیط مثلث } AMN} = \frac{MN+NC+CB+BM}{AM+MN+AN} = \frac{1/8+2/25+4/5+3}{2+1/8+1/5} = \frac{11/55}{5/3} = \frac{231}{106}$$

راه حل

تست

در شکل مقابل $ABCD$ متوازی الاضلاع است. $AB=16$ ، $BC=10$ و $DE=4$. طول FD چقدر است؟

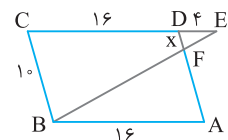


۲ (۲)

است؟

۴ (۴)

۳ (۳)



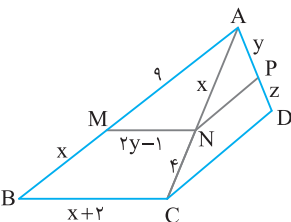
چون $ABCD$ متوازی الاضلاع است، پس $DF \parallel CB$ موازی است. در نتیجه، بنابر تعمیم قضیه تالس در

مثلث ECB ، $\frac{FD}{BC} = \frac{ED}{EC}$. یعنی $\frac{x}{10} = \frac{4}{20}$. پس $FD = x = 2$.

راه حل

تست

در شکل مقابل $MN \parallel BC$ و $NP \parallel CD$. حاصل $\frac{x+10y}{15z}$ کدام است؟



۲۹ (۲)

۳۵ (۱)

۱۱/۱۵ (۴)

۷/۴ (۳)

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{15}$$

در مثلث ABC ، بنابر قضیه تالس،

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{9}{15} = \frac{2y-1}{15}$$

پس $x = 6$. از طرف دیگر، بنابر تعمیم قضیه تالس،

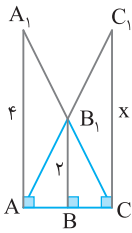
$$NP \parallel CD \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{AP}{PD} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{10}{z}$$

پس $y = \frac{29}{10}$. در مثلث ACD ، بنابر قضیه تالس،

$$\frac{x+10y}{15z} = \frac{6+29}{29} = \frac{35}{29}$$

در نتیجه $z = \frac{29}{15}$. در نهایت می توان نوشت

راه حل



در شکل مقابل مقدار x چقدر است؟

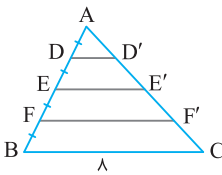
- ۱) ۶
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

تست ۱۱
□□□□

راه حل

چون $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ بر AC عمودند، پس $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$. چون $AA_1 \parallel BB_1$ ، بنابر تعمیم قضیه تالس در مثل CAA_1 ،
یعنی $\frac{CB}{CA} = \frac{BB_1}{AA_1}$. در نتیجه $CA = 2BC$. پس B وسط AC است. از طرف دیگر، بنابر تعمیم قضیه تالس در مثل ACC_1 ،

$$\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC} \text{ یعنی } \frac{2}{x} = \frac{1}{2} \text{ پس } x = 4.$$



در شکل مقابل $AD = DE = EF = FB$ و سه پاره خط DD' ، EE' و FF' با BC موازی هستند.

حاصل $DD' + EE' + FF'$ چقدر است؟

- ۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۸
۴) ۱۰

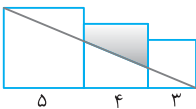
تست ۱۲
□□□□

راه حل

چون DD' موازی BC است، بنابر تعمیم قضیه تالس، $\frac{DD'}{BC} = \frac{AD}{AB}$ یعنی $\frac{DD'}{8} = \frac{1}{4}$ پس $DD' = 2$. چون EE' موازی BC است، بنابر

تعمیم قضیه تالس، $\frac{EE'}{BC} = \frac{AE}{AB}$ یعنی $\frac{EE'}{8} = \frac{2}{4}$ پس $EE' = 4$. همچنین FF' موازی BC است، بنابراین $\frac{FF'}{BC} = \frac{AF}{AB}$ پس $\frac{FF'}{8} = \frac{3}{4}$

یعنی $FF' = 6$. اکنون می‌توان نوشت $DD' + EE' + FF' = 2 + 4 + 6 = 12$.



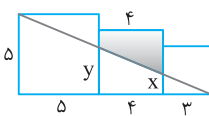
در شکل زیر سه مربع به طول ضلع‌های ۳، ۴ و ۵ در کنار هم قرار دارند. مساحت قسمت رنگی کدام است؟

- ۱) $\frac{23}{3}$
۲) ۶
۳) $\frac{12}{5}$
۴) $\frac{17}{4}$

تست ۱۳
□□□□

راه حل

در شکل زیر، به کمک تعمیم قضیه تالس مقادیرهای x و y را به دست می‌آوریم. سپس مساحت دوزنقه با قاعده‌های x و y را پیدا می‌کنیم و از مساحت مربع به ضلع ۴ کم می‌کنیم:



$$\frac{x}{5} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{15}{4}, \quad \frac{y}{5} = \frac{7}{12} \Rightarrow y = \frac{35}{12}$$

اکنون می‌توان نوشت $\frac{1}{2} \left(\frac{15}{4} + \frac{35}{12} \right) \cdot \left(\frac{5}{2} + \frac{35}{6} + \frac{5}{6} + \frac{25}{3} \right) = \frac{25}{3}$ مساحت دوزنقه با قاعده‌های x و y . بنابراین

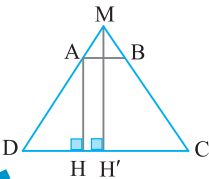
$$\text{مساحت قسمت رنگی} = 16 - \frac{25}{3} = \frac{48 - 25}{3} = \frac{23}{3}$$

در دوزنقه‌ای اندازه دو قاعده ۴ و ۱۶ است و طول ارتفاع برابر ۳ است. اگر M محل برخورد دو ساق باشد، فاصله M از قاعده بزرگ‌تر کدام است؟

- ۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۴
۴) ۸

تست ۱۴
□□□□

راه حل



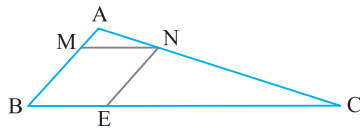
چون $AB \parallel DC$ موازی است، بنابر تعمیم قضیه تالس، $\frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC}$ یعنی $\frac{MA}{16} = \frac{4}{4}$. در نتیجه

در مثلث DMH' ، $\frac{MD - MA}{MD} = \frac{AD}{MD} = \frac{4 - 1}{4} = \frac{3}{4}$ ، چون AH' موازی است، بنابر تعمیم قضیه

تالس، $\frac{AH}{MH'} = \frac{DA}{DM}$ یعنی $\frac{3}{MH'} = \frac{3}{4}$ پس $MH' = 4$.

تست ۱۵

در شکل زیر چهارضلعی MNEB لوزی است و $AB = \frac{1}{3} BC$. طول ضلع لوزی چند برابر طول ضلع BC است؟



(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{6}$

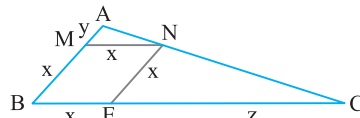
(۴) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{4}$

راه حل

اندازه ضلع لوزی را x در نظر می‌گیریم. در این صورت

$$NE \parallel AB \Rightarrow \frac{CE}{CB} = \frac{NE}{AB} \Rightarrow \frac{z}{x+z} = \frac{x}{x+y} \quad (1)$$



$$AB = \frac{1}{3} BC \Rightarrow x + y = \frac{1}{3}(x + z) \Rightarrow 3x + 3y = x + z \quad (2)$$

اکنون بنابر فرض سؤال می‌نویسیم

با مقایسه تساوی‌های (۱) و (۲) به تساوی $\frac{z}{3x+3y} = \frac{x}{x+y}$ ، یعنی $z = 3x$ می‌رسیم. بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با

$$\frac{\text{طول ضلع لوزی}}{\text{طول ضلع BC}} = \frac{x}{x+z} = \frac{x}{x+3x} = \frac{1}{4}$$

تست ۱۶

در دوزنقه‌ای طول قاعده‌ها ۴ و ۹ واحد و طول ساق‌ها ۵ و ۶ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل می‌شود، کدام است؟

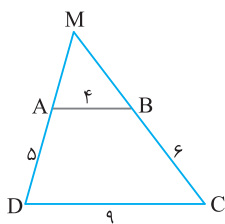
(۴) $12/8$

(۳) $12/2$

(۲) $11/6$

(۱) $11/4$

راه حل



در شکل مقابل، نقطه M محل برخورد امتداد ساق‌ها است. باید محیط مثلث MAB را پیدا کنیم. چون

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}$$

موازی DC است، بنابر تعمیم قضیه تالس،

$$\frac{MA}{MD-MA} = \frac{MB}{MC-MB} = \frac{AB}{DC-AB}$$

در نتیجه بنابر ویژگی‌های تناسب،

$$\frac{MA}{5} = \frac{MB}{6} = \frac{4}{5} \quad \text{یعنی} \quad MA = 4 \quad \text{پس} \quad \frac{MA}{5} = \frac{MB}{6} = \frac{4}{5} \quad \text{یعنی} \quad MB = \frac{24}{5} = 4/8$$

$$MAB \text{ محیط مثلث} = MA + MB + AB = 4 + 4/8 + 4 = 12/8$$

تست ۱۷

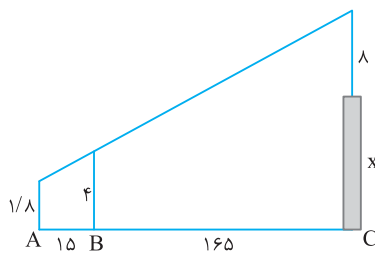
در شکل مقابل دکل به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشم ناظر به ارتفاع $1/8$ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است. بلندی برج چند متر است؟

(۱) $19/8$

(۲) $20/2$

(۳) $20/8$

(۴) $21/2$

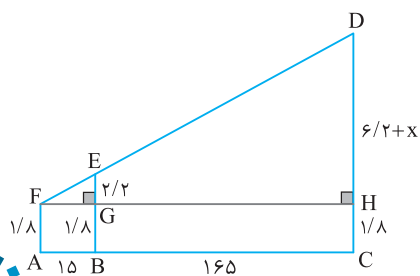


راه حل

در شکل مقابل، FH بر EB و DC عمود است. با کمی دقت معلوم می‌شود

$$EG = EB - BG = 4 - 1/8 = 2/2$$

$$DH = DC - CH = (x + 8) - 1/8 = 6/2 + x$$

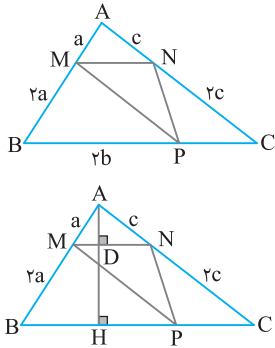


در مثلث FDH، چون EG موازی DH است، بنابر تعمیم قضیه تالس، $\frac{EG}{DH} = \frac{FG}{FH}$

$$\frac{2/2}{6/2+x} = \frac{15}{180} = \frac{1}{12} \quad \text{یعنی} \quad \frac{2/2}{6/2+x} = \frac{15}{180} = \frac{1}{12} \quad \text{پس} \quad 6/2+x = 26/4 \quad \text{و در نتیجه} \quad x = 20/2$$

تست ۱۸

در شکل مقابل هر ضلع مثلث ABC به نسبت ۲ به ۱ تقسیم شده است. مساحت مثلث MNP چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{9}$
 (۳) $\frac{2}{9}$
 (۴) $\frac{2}{7}$

راه حل

در شکل مقابل، AH عمود بر BC است. توجه کنید که $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2}$ پس بنابر عکس قضیه

تالس MN موازی BC است، در نتیجه بنابر تعمیم قضیه تالس $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ ، یعنی

$MN = \frac{1}{3} BC$. از طرف دیگر در مثلث ABH، چون MD موازی BH است، بنابر نتیجه قضیه تالس

یعنی $\frac{AD}{AH} = \frac{AM}{AB}$ ، یعنی $\frac{AD}{AH} = \frac{1}{3}$ ، اکنون با تفصیل در صورت تناسب به دست آمده نتیجه می شود $\frac{AH-AD}{AH} = \frac{3-1}{3}$ ، پس $\frac{DH}{AH} = \frac{2}{3}$ ، یعنی

$$\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times MN \times HD}{\frac{1}{2} \times BC \times AH} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} BC \times \frac{2}{3} AH}{\frac{1}{2} \times BC \times AH} = \frac{2}{9}$$

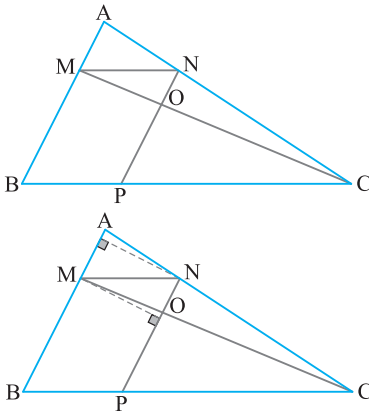
DH = $\frac{2}{3}$ AH . اکنون می توان نوشت

تست ۱۹

در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{7}$ و چهارضلعی MNPB متوازی الاضلاع است.

مساحت مثلث OMN چند درصد مساحت مثلث AMN است؟

- (۱) ۶۳
 (۲) ۶۰
 (۳) ۷۰
 (۴) ۸۴


راه حل

در شکل مقابل، دو مثلث OMN و AMN، ارتفاع هایی برابر دارند. پس نسبت مساحت

آن ها برابر با نسبت قاعده های نظیرشان است (یعنی $\frac{ON}{AM}$). در مثلث ON، CAM موازی

AM است، پس بنابر تعمیم قضیه تالس،

$$\frac{ON}{AM} = \frac{CN}{CA} \quad (1)$$

از طرف دیگر، در مثلث ABC، MN موازی BC است، پس بنابر قضیه تالس، $\frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} = \frac{3}{7}$ ، با ترکیب در صورت تناسب به دست آمده می توان نوشت

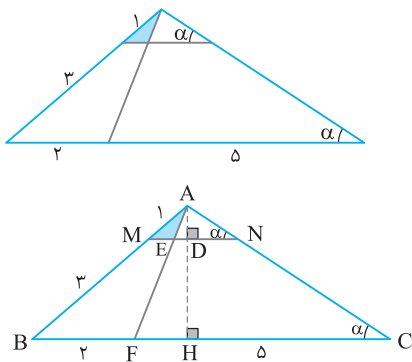
$$\frac{AN+NC}{NC} = \frac{10}{7} \Rightarrow \frac{AC}{NC} = \frac{10}{7} \quad (2)$$

از تساوی های (۱) و (۲) نتیجه می شود $\frac{ON}{AM} = \frac{7}{10}$ ، در نتیجه $\frac{S_{OMN}}{S_{AMN}} = \frac{ON}{AM} = \frac{7}{10}$ ، پس مساحت مثلث OMN، ۷۰ درصد مساحت مثلث AMN است.

تست ۲۰

در شکل مقابل مساحت قسمت رنگ شده چه کسری از مساحت کل مثلث است؟

- (۱) $\frac{2}{15}$
 (۲) $\frac{2}{21}$
 (۳) $\frac{1}{28}$
 (۴) $\frac{1}{56}$


راه حل

در شکل مقابل، AH بر BC عمود است. توجه کنید که $\hat{ACB} = \hat{ANM} = \alpha$ ، پس

MN با BC موازی است و در مثلث ABF بنابر تعمیم قضیه تالس، $\frac{ME}{BF} = \frac{AM}{AB}$

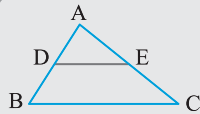
یعنی $\frac{ME}{2} = \frac{1}{4}$ ، پس $ME = \frac{1}{2}$. از طرف دیگر، $\frac{AD}{AH} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{4}$ پس

$$\frac{S_{AME}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times ME \times AD}{\frac{1}{2} \times BC \times AH} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} AH}{\frac{1}{2} \times 7 \times AH} = \frac{1}{56}$$

AD = $\frac{1}{4}$ AH . اکنون می توان نوشت

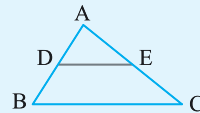
عکس قضیه تالس

قضیه ۳



اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آن ضلع‌ها، چهار پاره‌خط با اندازه‌های متناظراً متناسب جدا کند، آن گاه با ضلع سوم مثلث موازی است. به عبارت دیگر، اگر در شکل روبه‌رو $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ آن گاه DE با BC موازی است.

نکته

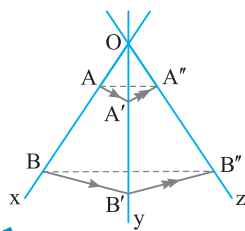


عکس نتایج قضیه تالس و عکس تعمیم قضیه تالس نیز درست‌اند، یعنی
 ۱- اگر $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ، آن گاه $DE \parallel BC$.
 ۲- اگر $\frac{DB}{AB} = \frac{CE}{AC}$ ، آن گاه $DE \parallel BC$.
 ۳- اگر $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ ، آن گاه $DE \parallel BC$.

تست ۲۱

سه نیم‌خط هم‌مرس Ox، Oy و Oz را در نظر بگیرید و از دو نقطه A و B روی Ox دو خط موازی رسم کنید تا Oy را در A' و B' قطع کنند. از نقطه‌های A' و B' دو خط موازی یکدیگر رسم کنید تا Oz را در نقطه‌های A'' و B'' قطع کنند. اگر $AB = 2OA$ ، نسبت $\frac{OA''}{OB''}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$



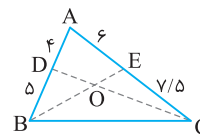
شکل مسئله را به صورت مقابل رسم می‌کنیم. در مثلث OBB' ، چون $AA' \parallel BB'$ موازی است، بنابر قضیه تالس، $\frac{OA}{AB} = \frac{OA'}{A'B'}$. در مثلث $OB'B''$ ، چون $A'A'' \parallel B'B''$ موازی است، بنابر قضیه تالس، $\frac{OA'}{A'B'} = \frac{OA''}{A''B''}$. پس $\frac{OA}{AB} = \frac{OA''}{A''B''}$. در نتیجه بنابر عکس قضیه تالس $AA'' \parallel BB''$ موازی است. بنابراین $\frac{OA''}{OB''} = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{3}$.

راه‌حل

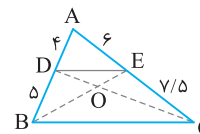
تست ۲۲

در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث OBD به مساحت مثلث OCE کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{5}{6}$ ۴) ۱



از D به E وصل می‌کنیم. در این صورت $\frac{AD}{DB} = \frac{4}{5}$ و $\frac{AE}{EC} = \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$ ، پس $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. بنابراین از عکس قضیه تالس نتیجه می‌گیریم DE با BC موازی است. در نتیجه چهارضلعی DECB دوزنقه است. بنابراین دو مثلث DBC و EBC دارای ارتفاع و قاعده مساوی هستند، در نتیجه هم مساحت‌اند: $S_{DBC} = S_{EBC}$. اگر از هر یک از آن‌ها مساحت مثلث OBC را کم کنیم، نتیجه می‌شود $S_{DBC} - S_{OBC} = S_{EBC} - S_{OBC} \Rightarrow S_{OBD} = S_{OCE}$. بنابراین دو مثلث OBD و OCE هم مساحت‌اند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر یک است.

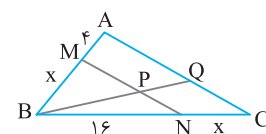


راه‌حل

تست ۲۳

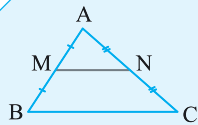
در شکل مقابل، اگر $\frac{BM}{MA} = \frac{BP}{PQ}$ مقدار x چقدر است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۸ ۴) ۱۰

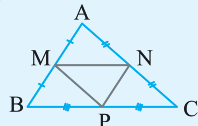


چون $\frac{BM}{MA} = \frac{BP}{PQ}$ ، بنابر عکس قضیه تالس، $MP \parallel AQ$ موازی است. در نتیجه $MN \parallel AC$ موازی است و بنابر قضیه تالس، $\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$. یعنی $\frac{x}{4} = \frac{16}{x}$ پس $x = 8$.

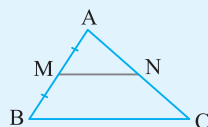
راه‌حل

میان خط در مثلث


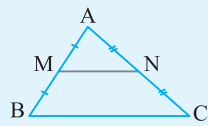
میان خط در مثلث، پاره خطی است که وسطهای دو تا از ضلعهای مثلث را به هم وصل می کند.

نکته


۱- هر مثلث سه میان خط دارد. به عبارت دیگر، در شکل مقابل MN، NP و PM سه میان خط مثلث ABC هستند.

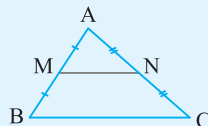


۲- اگر از وسط یک ضلع مثلث، پاره خطی موازی یکی دیگر از ضلعهای مثلث رسم کنیم، که سر دیگر آن روی ضلع سوم مثلث باشد، آن گاه این پاره خط میان خط است. به عبارت دیگر، در شکل مقابل، اگر M وسط AB باشد و MN موازی BC باشد، آن گاه MN میان خط مثلث است و همچنین N وسط AC است.



۳- میان خطی که وسطهای دو ضلع را به هم وصل می کند، با ضلع سوم موازی است. به عبارت دیگر، در شکل روبه رو، اگر M وسط AB و N وسط AC باشند، آن گاه

$$MN \parallel BC$$

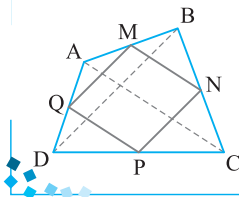


۴- طول میان خطی که وسطهای دو ضلع را به هم وصل می کند، نصف طول ضلع سوم است. به عبارت دیگر، در شکل روبه رو، $MN = \frac{1}{2} BC$.

تست ۲۴

وسطهای ضلعهای مجاور یک چهارضلعی را به یکدیگر وصل کرده ایم. شکل حاصل حتماً کدام است؟

- (۱) مربع (۲) متوازی الاضلاع (۳) مستطیل (۴) لوزی



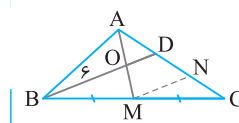
در شکل مقابل، نقطه های M، N، P و Q وسطهای ضلعهای چهارضلعی ABCD هستند. در مثلث ABC، MN میان خط است، پس $MN \parallel AC$ و $MN = \frac{1}{2} AC$. به طور مشابه در مثلث DAC، PQ میان خط است و $PQ \parallel AC$ و $PQ = \frac{1}{2} AC$. بنابراین $MN \parallel PQ$ و $MN = PQ$. در نتیجه MNPQ متوازی الاضلاع است.

راه حل

تست ۲۵

در مثلث ABC، از رأس B خطی رسم کرده ایم که از نقطه O، وسط میانه AM گذشته و ضلع AC را در نقطه D قطع کرده است. اگر $OB = 6$ ، طول OD چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



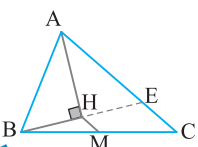
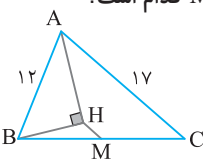
مطابق شکل روبه رو از نقطه M خطی موازی BD رسم کرده ایم و محل برخورد آن با AC را N نامیده ایم. در مثلث AMN، OD میان خط است، پس $OD = \frac{1}{2} MN$. از طرف دیگر، در مثلث CBD، MN میان خط است، پس $MN = \frac{1}{2} BD$. در نتیجه $OD = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} BD) = \frac{1}{4} BD$. بنابراین $OD = \frac{1}{4} (6 + OD)$. در نتیجه $OD = 2$.

راه حل

تست ۲۶

در شکل مقابل نقطه M وسط ضلع BC است و H پای عمود وارد از B بر نیمساز زاویه A است. اندازه MH کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$



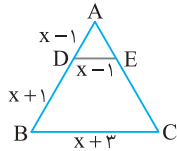
عمود BH را امتداد می دهیم تا AC را در E قطع کند. در این صورت مثلث ABE متساوی الساقین است، زیرا ارتفاع AH در این مثلث نیمساز نیز هست، پس $AB = AE$. از طرف دیگر AH میانه نیز هست، پس H وسط BE است. در نتیجه، بنا بر قضیه میان خط، HM مساوی نصف EC است. $HM = \frac{EC}{2} = \frac{AC - AE}{2} = \frac{AC - AB}{2} = \frac{17 - 12}{2} = \frac{5}{2}$.

راه حل

قضیه تالس، تعمیم و عکس آن

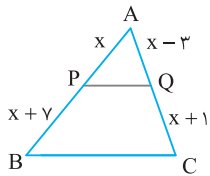
پرسش‌های چهارگزینه‌ای

سطح ۱



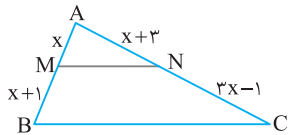
۳۴۸- در شکل مقابل پاره‌خط BC با پاره‌خط DE موازی است. مقدار x کدام است؟

- ۲ (۱) ۲/۵
۳ (۳) ۳/۵ (۴)



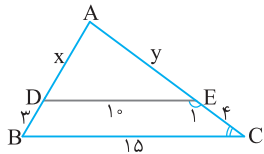
۳۴۹- در شکل روبه‌رو PQ با BC موازی است. مقدار x چقدر است؟

- ۷ (۱)
۱۰ (۲)
۱۸ (۳)
۲۱ (۴)



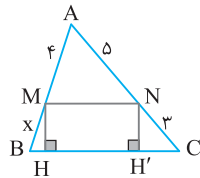
۳۵۰- در شکل مقابل MN با BC موازی است. مقدار x چقدر است؟

- ۲ (۲) ۱ (۱)
۴ (۴) ۳ (۳)



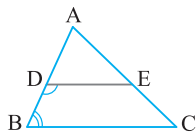
۳۵۱- در شکل مقابل زاویه‌های C و E_۱ مکمل‌اند. حاصل x+y کدام است؟

- ۱۲ (۱)
۱۳ (۲)
۱۴ (۳)
۱۵ (۴)



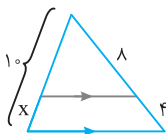
۳۵۲- در شکل مقابل اگر MH=NH'، مقدار x چقدر است؟

- ۲/۴ (۱) ۲۰ (۲)
۳ (۴) ۱۵ (۳)
۴



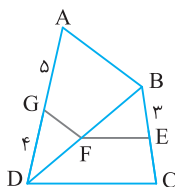
۳۵۳- در شکل مقابل $\hat{A}BC + \hat{E}DB = 118^\circ$. کدام تناسب نادرست است؟

- $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (۲) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (۱)
 $\frac{AD}{DB} = \frac{DE}{BC}$ (۴) $\frac{DB}{AB} = \frac{CE}{AC}$ (۳)



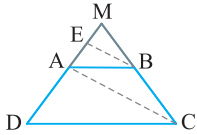
۳۵۴- در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟

- ۵ (۱) ۱۰ (۲)
۳ (۴) ۵ (۳)
۲



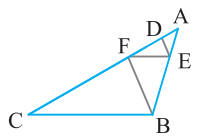
۳۵۵- در چهارضلعی ABCD در شکل روبه‌رو $EF \parallel CD$ و $FG \parallel BA$. طول EC کدام است؟

- ۲ (۱) ۲/۴ (۲)
۲۰ (۳) ۱۵ (۴)
۳



۳۵۶- در دوزنقه ABCD پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD=7$ و $AE=3$ ، طول کدام است؟

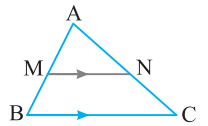
- (۱) ۱۲
(۲) $\frac{12}{25}$
(۳) $\frac{12}{5}$
(۴) $\frac{12}{75}$



۳۵۷- اگر در شکل مقابل $AD=2$ ، $FD=4$ ، $DE \parallel FB$ و $EF \parallel BC$ ، طول FC چقدر است؟

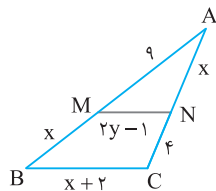
- (۱) ۱۲
(۲) ۸
(۳) ۶
(۴) ۹

۳۵۸- در شکل زیر نسبت $\frac{BC}{MN}$ حتماً برابر کدام است؟

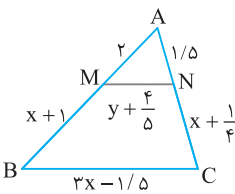


- (۱) $\frac{AM}{AB}$
(۲) $\frac{AN}{NC}$
(۳) $\frac{BM}{AB}$
(۴) $\frac{AC}{AN}$

۳۵۹- در شکل مقابل $MN \parallel BC$. حاصل $x+y$ چقدر است؟

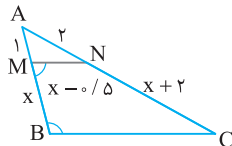


- (۱) ۶
(۲) $\frac{7}{3}$
(۳) $\frac{8}{9}$
(۴) ۹



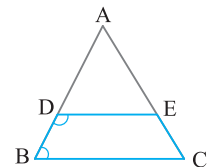
۳۶۰- در شکل مقابل MNCB دوزنقه است. حاصل $x+y$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) $\frac{3}{5}$



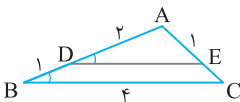
۳۶۱- در شکل مقابل دو زاویه NMB و ABC مکمل یکدیگرند. طول BC کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{7}$
(۲) $\frac{3}{5}$
(۳) ۴
(۴) $\frac{4}{5}$



۳۶۲- در شکل مقابل دو زاویه D و B از چهارضلعی DECB مکمل هم هستند، $BC = \frac{3}{2}DE$ و $AB=12$. اندازه BD کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) $\frac{4}{5}$
(۴) ۵



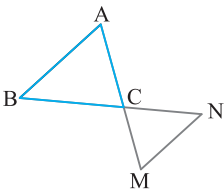
۳۶۳- در شکل زیر $\hat{ADE} = \hat{ABC}$. نسبت محیط مثلث ADE به محیط مثلث ABC کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{3}{5}$

۳۶۴- اندازه‌های سه ضلع مثلثی ۸، ۶ و ۴ سانتی‌متر است. از نقطه‌ای واقع بر ضلع کوچک‌تر که به فاصله ۳ سانتی‌متر از رأس مقابل به ضلع بزرگ‌تر واقع است، خطی موازی ضلع بزرگ‌تر رسم می‌کنیم تا ضلع سوم را قطع کند. طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث حاصل کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{2}$
(۲) ۶
(۳) $\frac{18}{5}$
(۴) ۷

۳۶۵- در شکل مقابل ضلع AC از مثلث ABC را به اندازه‌ای تا نقطه M امتداد داده‌ایم که $AM = \frac{y}{4}AC$. از M خطی موازی AB رسم می‌کنیم تا امتداد ضلع BC را در نقطه N قطع کند. MN چه کسری از AB است؟

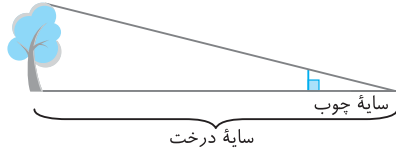


- (۱) $\frac{4}{7}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{3}{7}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۳۶۶- یک توپ تنیس از ارتفاع ۳ متری زده می‌شود و درست از لبه تور که به ارتفاع ۱ متر است، می‌گذرد. اگر فاصله بازیکن تا تور ۱۰ متر باشد و توپ مسیری مستقیم را بپیماید، در چه فاصله‌ای از تور به زمین حریف برخورد می‌کند؟

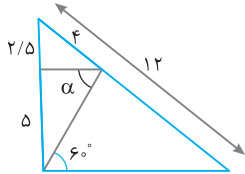
- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۳۶۷- برای محاسبه ارتفاع یک درخت، از یک قطعه چوب به طول یک متر که به صورت عمودی قرار دارد استفاده کرده‌ایم. اگر سایه چوب مطابق شکل منطبق بر سایه درخت باشد، در صورتی که طول سایه چوب ۴ متر و طول سایه درخت ۳۲ متر باشد، طول درخت چند متر است؟



- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

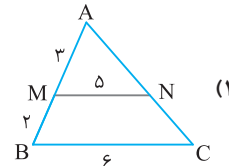
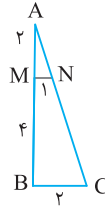
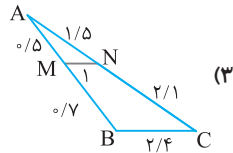
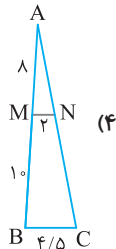
۳۶۸- در شکل مقابل اندازه α چقدر است؟



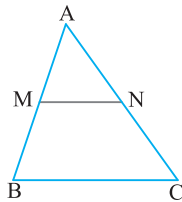
- (۱) 60° (۲) 45° (۳) 30°

(۴) نمی‌توان معلوم کرد.

۳۶۹- در کدام یک از مثلث‌های زیر MN با BC موازی است؟



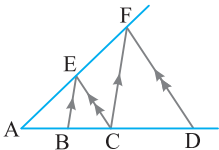
۳۷۰- در شکل مقابل، از کدام تناسب نتیجه می‌شود $MN \parallel BC$ ؟



(۱) $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$
 (۲) $\frac{AM}{MB} = \frac{NC}{AN}$
 (۳) $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$
 (۴) $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

(۱) $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$
 (۲) $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$
 (۳) $\frac{NC}{AN} = \frac{MB}{AB}$

۳۷۱- با توجه به شکل مقابل کدام گزینه همواره درست است؟

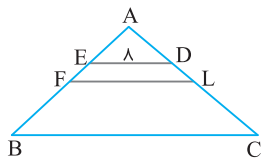


- (۱) AB واسطه هندسی بین BC و BD است.
 (۲) AB واسطه هندسی بین AC و AD است.
 (۳) BC واسطه هندسی بین AB و CD است.
 (۴) AC واسطه هندسی بین AB و AD است.

۳۷۲- نقاط M, N و E به ترتیب وسط‌های اضلاع AB, AC و BC از مثلث ABC هستند. اگر نقطه‌ای از رأس‌های مثلث ABC به یک فاصله باشد، کدام ویژگی را دارد؟

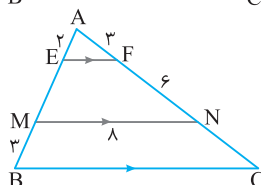
- (۱) از رأس‌های مثلث MNE به یک فاصله است.
 (۲) از اضلاع مثلث MNE به یک فاصله است.
 (۳) نقطه هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث MNE است.
 (۴) نقطه هم‌رسی میانه‌های مثلث MNE است.

۳۷۳- در شکل مقابل $ED \parallel FL \parallel BC$ و $DL = \frac{AD}{2} = \frac{LC}{3}$. طول پاره خط FL برابر کدام است؟



- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

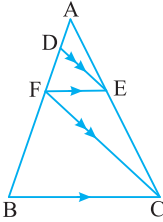
۳۷۴- در شکل مقابل، محیط مثلث ABC برابر کدام است؟



- (۱) $33/5$ (۲) ۳۴ (۳) $34/5$ (۴) ۳۵

۳۷۵- اندازه یک ضلع مثلثی ۱۵ و فاصله وسط یکی از دو ضلع دیگر از این ضلع برابر ۶ است. مساحت مثلث چقدر است؟

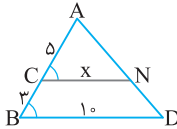
- (۱) ۴۵ (۲) ۹۰ (۳) ۸۰ (۴) ۴۰



- ۳۷۶- در شکل مقابل، اگر $AD=2$ ، $DF=3$ و $EF=4$ ، طول BC کدام است؟
- (۱) ۶
(۲) ۸
(۳) ۱۰
(۴) ۱۲

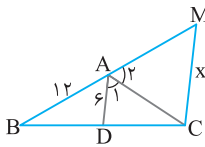
۳۷۷- در یک ذوزنقه متساوی الساقین، طول قاعده‌ها ۲ و ۵ و طول هر ساق ۳ است. اگر وسط‌های دو قاعده و وسط‌های قطرهای این ذوزنقه را به طور متوالی به یکدیگر وصل کنیم، محیط چهارضلعی حاصل کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰



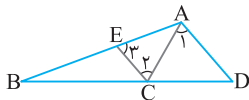
۳۷۸- در شکل روبه‌رو $\hat{B}=\hat{C}$. مقدار x کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۶/۲۵ (۳) ۶/۵ (۴) ۶/۷۵



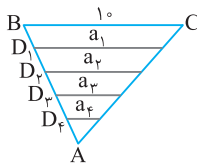
۳۷۹- در شکل مقابل $AD \parallel CM$ و $\hat{A}_1=\hat{A}_2$. مقدار x برابر کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۸



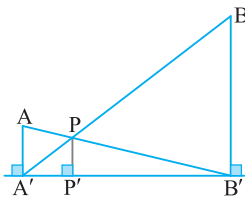
۳۸۰- در شکل زیر $\hat{A}_1=\hat{C}_2=\hat{E}_3$. اگر $AB=15$ و $AC=6$ ، چقدر است $\frac{BD}{DC}$ ؟

- (۱) ۵/۳ (۲) ۵/۲ (۳) ۲ (۴) ۳



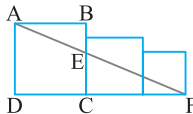
۳۸۱- در شکل مقابل ضلع AB از مثلث ABC را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم تا چهار پاره‌خط موازی محدود به ضلع‌های AB و AC ایجاد شود. طول این پاره‌خط‌ها را a_1, a_2, a_3, a_4 نامیده‌ایم. اگر طول ضلع BC برابر ۱۰ باشد، مجموع طول‌های چهار پاره‌خط ایجاد شده کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۸



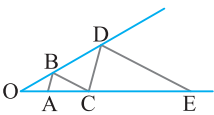
۳۸۲- در شکل مقابل، می‌دانیم $AA'=4$ ، $BB'=16$ و $A'B'=20$. طول PP' کدام است؟

- (۱) ۳/۲ (۲) ۲ (۳) ۲/۸ (۴) ۳/۵



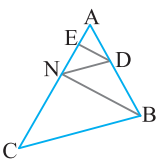
۳۸۳- در شکل زیر سه مربع با طول ضلع‌های ۳، ۴ و ۵ در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. طول پاره‌خط BE چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۲۵/۱۲ (۳) ۲۷/۱۲ (۴) ۲/۵



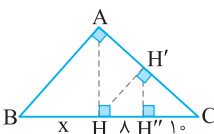
۳۸۴- در شکل مقابل $AB \parallel CD$ ، $BC \parallel DE$ ، $OA=4$ و $AC=6$. طول CE کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸



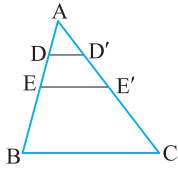
۳۸۵- در شکل مقابل $DE \parallel BN$ ، $DN \parallel BC$ ، $AE=2$ و $EN=3$. طول AC کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۲/۵



۳۸۶- در شکل زیر ارتفاع هر سه مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱۲/۴ (۲) ۱۴/۴ (۳) ۱۵/۶ (۴) ۱۹/۶

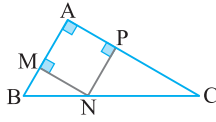


۳۸۷- در شکل مقابل $BC=12$ و نقاط E و E' وسطهای پاره‌های AB و AC و نقاط D و D' وسطهای پاره‌های AE و AE' هستند. مقدار $DD'+EE'$ کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۱۰
(۴) ۱۱

۳۸۸- نقطه‌های M ، N و P وسطهای سه ضلع مثلث ABC هستند. اگر محیط مثلث MNP برابر ۶ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۸
(۳) ۱۰
(۴) ۱۲



۳۸۹- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A}=90^\circ$)، مربعی چنان محاط کرده‌ایم که یک رأس آن روی وتر مثلث و رأس دیگرش روی رأس قائم مثلث قرار دارد. اگر طول ضلع مربع ۶ باشد، مقدار $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{6}$
(۳) ۱
(۴) $\frac{1}{3}$

۳۹۰- خط دلخواهی را از رأس C متوازی الاضلاع $ABCD$ می‌گذرانیم تا امتداد ضلع‌های AB و AD را به ترتیب در E و F قطع کند. اگر $CD=5$ ،

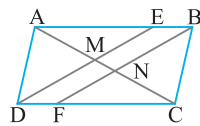
$AE=7$ و $AD=4$ ، طول AF کدام است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۲
(۳) ۱۴
(۴) ۱۶

۳۹۱- در مثلث ABC ، $AB=6$ ، $AC=3$ و $BC=4$ و نقطه‌های K ، P و M به ترتیب روی این ضلع‌ها هستند، به طوری که $AKMP$ لوزی است.

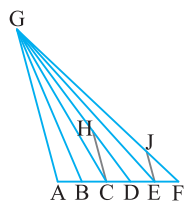
اندازه ضلع این لوزی چقدر است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴



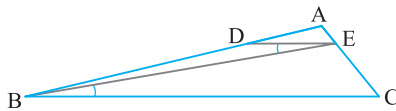
۳۹۲- در شکل مقابل اگر $ABCD$ متوازی‌الاضلاع باشد، $AB=12$ و $BE=DF=3$ ، مقدار $\frac{MN}{AM}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{1}{6}$



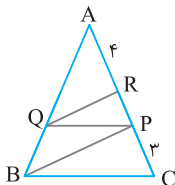
۳۹۳- در شکل مقابل $AB=BC=CD=DE=EF=1$ و پاره‌های AG ، CH و EJ موازی‌اند. مقدار $\frac{HC}{JE}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) $\frac{5}{3}$



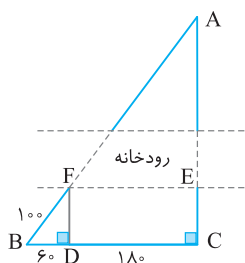
۳۹۴- در شکل مقابل $\hat{D}EB = \hat{E}BC$ ، $AD=1$ ، $DB=3$ و $AE = \frac{2}{3}$. طول AC کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{10}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{5}$



۳۹۵- در شکل مقابل $PQ \parallel BC$ و $QR \parallel BP$. طول RP کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$
(۲) $\frac{1}{8}$
(۳) ۲
(۴) $\frac{2}{4}$



۳۹۶- در شکل مقابل دهکده A در یک سوی رودخانه و دکل سراسری انتقال برق (B) در سوی دیگر رودخانه واقع است. با توجه به فاصله‌های داده شده در شکل، طول سیم لازم برای برق‌رسانی به دهکده (یعنی AB)

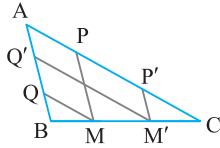
کدام است؟

- (۱) ۲۵۰
(۲) ۳۰۰
(۳) ۴۰۰
(۴) ۴۵۰

۳۹۷- از نقطه M روی ضلع AB در مثلث ABC دو خط موازی با ضلع‌های AC و BC رسم کرده‌ایم که این ضلع‌ها را به ترتیب در نقطه‌های E و F قطع کرده‌اند. حاصل $\frac{CE}{CA} + \frac{CF}{CB}$ برابر با کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

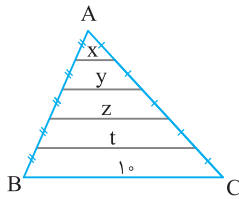
۳۹۸- در شکل مقابل $AB=4$ ، $BC=6$ و $CA=8$. اگر $MP \parallel M'P' \parallel AB$ و $MQ \parallel M'Q' \parallel AC$ ، طول پاره‌خط PP' چند برابر طول پاره‌خط QQ' است؟



- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$
۲ (۲)
۳ (۳) $\frac{2}{3}$
۴ (۴) با هم برابرند.

۳۹۹- در مثلث ABC، $AB < AC$. نیمساز داخلی AD را رسم کرده‌ایم. از نقطه‌ی D خطی موازی با AB رسم می‌کنیم تا AC را در E قطع کند. کدام تناسب ممکن است نادرست باشد؟

- (۱) $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{CD}$ (۲) $\frac{CE}{ED} = \frac{CD}{BD}$ (۳) $\frac{CE}{AE} = \frac{CD}{BD}$ (۴) $\frac{CE}{AC} = \frac{AE}{AB}$

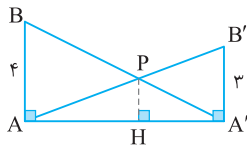


۴۰۰- در شکل مقابل مجموع $x+y+z+t$ برابر کدام است؟

- (۱) ۲۰
(۲) ۲۴
(۳) ۲۵
(۴) ۳۰

۴۰۱- در دوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ و طول ساق‌ها ۶ و ۵ است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل می‌شود، کدام است؟

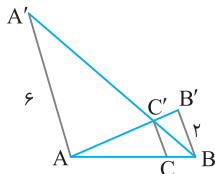
- (۱) $11\frac{1}{4}$ (۲) $11\frac{1}{6}$ (۳) $12\frac{1}{2}$ (۴) $12\frac{1}{8}$



۴۰۲- در شکل مقابل، اندازه‌ی پاره‌خط PH کدام است؟

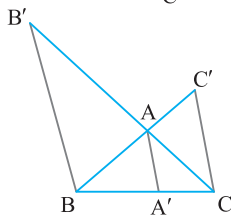
- (۱) $\frac{12}{5}$ (۲) $\frac{14}{5}$
(۳) $\frac{24}{7}$ (۴) $\frac{12}{7}$

۴۰۳- در شکل مقابل AA' ، BB' و CC' موازی‌اند. طول CC' چقدر است؟



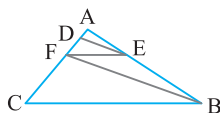
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱
(۳) $1\frac{1}{25}$ (۴) $\frac{5}{10}$

۴۰۴- در شکل مقابل $AA' \parallel BB' \parallel CC'$ و $AA'=2$ مقدار $\frac{1}{BB'} + \frac{1}{CC'}$ چقدر است؟



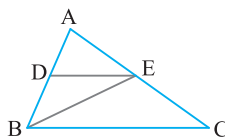
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱
(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۴۰۵- در شکل زیر $DE \parallel FB$ و $BC \parallel EF$. اگر $AD=3$ و $DF=6$ ، طول BC چند برابر طول EF است؟



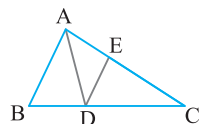
- (۱) ۲ (۲) $2\frac{1}{5}$
(۳) $2\frac{1}{75}$ (۴) ۳

۴۰۶- در مثلث ABC در شکل مقابل، پاره‌خط DE موازی ضلع BC است و $AD = \frac{4}{5}DB$. مساحت مثلث EBC چند برابر مساحت مثلث EBD است؟



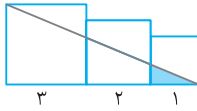
- (۱) ۲ (۲) $2\frac{1}{25}$
(۳) $2\frac{1}{5}$ (۴) $2\frac{1}{75}$

۴۰۷- در شکل مقابل، $5AB=3AC=60$ و AD نیمساز است. اگر $DE \parallel AB$ ، اندازه‌ی EC کدام است؟



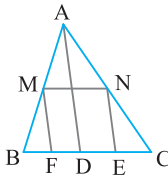
- (۱) ۱۲ (۲) $12\frac{1}{5}$
(۳) $13\frac{1}{5}$ (۴) ۱۵

۴۰۸- در شکل زیر سه مربع به طول ضلع‌های ۱، ۲ و ۳ در کنار هم قرار دارند. مساحت قسمت رنگی کدام است؟



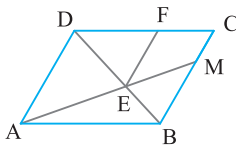
- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) ۱
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{3}{4}$

۴۰۹- در شکل مقابل $AD=6$ ، $BC=2$ ، $MF \parallel AD$ و MNEF لوزی است. محیط لوزی برابر کدام است؟



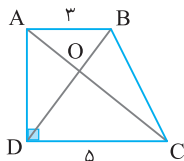
- (۱) ۱۲
 (۲) ۴
 (۳) ۸
 (۴) ۶

۴۱۰- در شکل روبه‌رو ABCD متوازی‌الاضلاع است و $EF \parallel BC$. اگر $\frac{CM}{MB} = \frac{1}{2}$ و $EF=9$ ، طول ضلع AD چقدر است؟



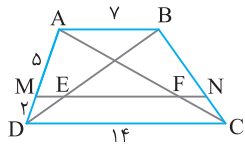
- (۱) ۱۲
 (۲) ۱۵
 (۳) ۱۸
 (۴) ۲۷

۴۱۱- در دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD در شکل روبه‌رو فاصله نقطه برخورد دو قطر دوزنقه از ضلع AD برابر کدام است؟



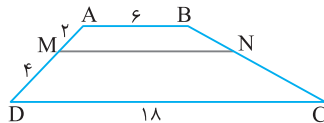
- (۱) $\frac{15}{8}$
 (۲) ۴
 (۳) ۳
 (۴) $\frac{15}{7}$

۴۱۲- در دوزنقه ABCD در شکل مقابل اگر MN موازی قاعده‌ها باشد، اندازه EF برابر کدام است؟



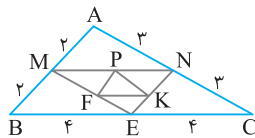
- (۱) $\frac{3}{5}$
 (۲) ۵
 (۳) ۸
 (۴) $\frac{10}{5}$

۴۱۳- در شکل مقابل MN موازی قاعده‌های دوزنقه ABCD است. نسبت مساحت‌های دو دوزنقه ABNM و MNCD برابر کدام است؟



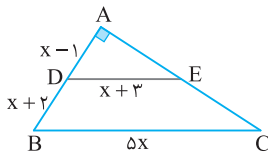
- (۱) $\frac{3}{7}$
 (۲) $\frac{2}{7}$
 (۳) $\frac{2}{9}$
 (۴) $\frac{1}{3}$

۴۱۴- در شکل مقابل نقاط P، F و K به ترتیب وسط‌های پاره‌های MN، ME و NE هستند. نسبت $\frac{FK+PF}{BC}$ برابر کدام است؟



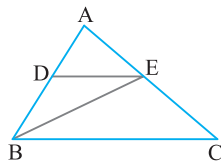
- (۱) ۱
 (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{1}{5}$
 (۴) $\frac{1}{6}$

۴۱۵- در شکل مقابل چهارضلعی دوزنقه است. اندازه AC چند برابر x است؟



- (۱) $2\sqrt{5}$
 (۲) $5\sqrt{2}$
 (۳) $2\sqrt{3}$
 (۴) $3\sqrt{2}$

۴۱۶- در مثلث ABC، پاره‌خط DE موازی ضلع BC است. اگر $\frac{S_{EBC}}{S_{EBD}} = \frac{2}{25}$ ، آن‌گاه نسبت $\frac{AD}{DB}$ برابر کدام است؟

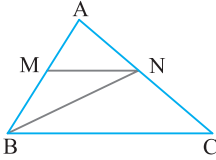


- (۱) $\frac{1}{8}$
 (۲) $\frac{1}{6}$
 (۳) $\frac{1}{9}$
 (۴) $\frac{1}{7}$

۴۱۷- در مثلث ABC اگر $BC=12$ و نقطه‌های E و E' به ترتیب وسط‌های ضلع‌های AB و AC و نقطه‌های D و D' به ترتیب وسط‌های پاره‌خط‌های AE و AE' باشند، $DD'+EE'$ برابر کدام است؟

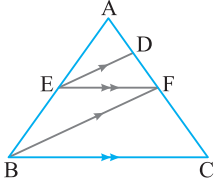
- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴)

۴۱۸- در شکل مقابل چهارضلعی BMNC دوزنقه است. اگر $4BM=5AM$ ، آن گاه نسبت $\frac{S_{MNB}}{S_{NBC}}$ کدام است؟



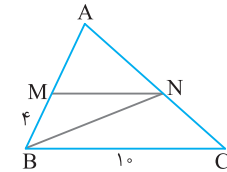
- ۴ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴)

۴۱۹- در شکل اگر $2BC=5FE$ ، آن گاه نسبت $\frac{AF}{CD}$ کدام است؟



- ۲ (۱) ۲۱ (۲) ۲۵ (۳) ۲۱ (۴)

۴۲۰- در شکل مقابل چهارضلعی BMNC دوزنقه و نقطه N از اضلاع AB و BC به یک فاصله است. طول ضلع AB برابر کدام است؟

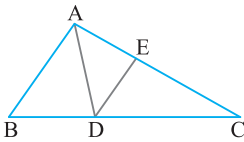


- ۲ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

۴۲۱- دوزنقه با قاعده‌های به طول‌های ۴ و ۹ و ساق‌های به طول‌های ۵ و ۷ مفروض است. محیط مثلث بزرگی که از برخورد امتداد‌های دو ساق این دوزنقه به دست می‌آید، کدام است؟

- ۳۰/۶ (۱) ۲۹ (۲) ۲۸/۲ (۳) ۳۱/۸ (۴)

۴۲۲- در مثلث ABC نقطه D روی ضلع BC از اضلاع AB و AC به یک فاصله است. اگر $DE \parallel AB$ ، $AB=12$ و $AC=20$ ، آن گاه طول EC برابر کدام است؟

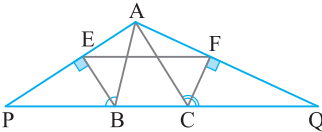


- ۱۲ (۱) ۱۲/۲۵ (۲) ۱۲/۵ (۳) ۱۲/۷۵ (۴)

۴۲۳- در چهارضلعی ABCD دو ضلع غیرمجاور مساوی‌اند. در این صورت وسط‌های دو ضلع غیرمجاور دیگر به همراه وسط‌های دو قطر الزاماً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟

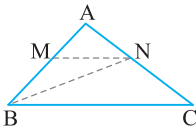
- ۱) متوازی‌الاضلاع (۲) لوزی (۳) مربع (۴) مستطیل

۴۲۴- در مثلث ABC عمودهای AE و AF را به ترتیب بر نیم‌سازهای خارجی زاویه‌های B و C رسم می‌کنیم. اگر محیط مثلث ABC برابر ۱۶ باشد، طول پاره‌خط EF برابر کدام است؟



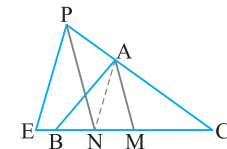
- ۸ (۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴)

۴۲۵- در شکل مقابل $MN \parallel BC$ و $AN=3NC$. مساحت مثلث BMN چه کسری از مساحت مثلث BNC است؟



- ۳ (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴)

۴۲۶- در شکل مقابل AM میانه ضلع BC از مثلث ABC است و N وسط BM است. از N خطی موازی AM رسم می‌کنیم تا امتداد AC را در P قطع کند، سپس از P خطی موازی AN رسم می‌کنیم تا امتداد BC را

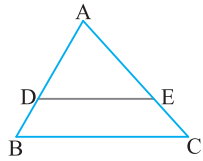


در E قطع کند. مقدار $\frac{CN}{NE}$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

۴۲۷- در مثلث ABC نقطه D وسط AB، نقطه E وسط DB و نقطه F وسط BC است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۹۶ باشد، مساحت مثلث AEF کدام است؟

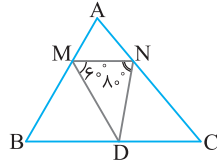
- ۱۶ (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)



۴۲۸- در شکل مقابل نقطه‌های D و E روی ضلع‌های AB و AC طوری قرار دارند که $\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC} = \frac{1}{3}$. اگر طول

BC برابر با ۱۵ باشد، طول DE کدام است؟

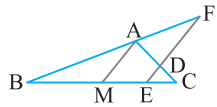
- ۵ (۱)
۸ (۲)
۱۰ (۳)
۱۲ (۴)



۴۲۹- در شکل مقابل نقطه‌های M و N به ترتیب روی ضلع‌های AB و AC طوری قرار گرفته‌اند که $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ و

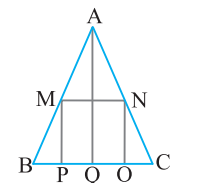
نقطه D روی ضلع BC طوری قرار دارد که $DM = DB$ و $DN = DC$. اندازه زاویه A چند درجه است؟

- ۵۰ (۱)
۶۰ (۲)
۷۰ (۳)
۸۰ (۴)



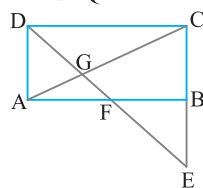
۴۳۰- در مثلث ABC اگر $\frac{AB}{AC} = 2$ ، M وسط BC باشد و $AM \parallel EF$ و $AD = 3$ ، طول AF برابر کدام است؟

- ۵ (۱)
۴ (۲)
۴ (۳)
۶ (۴)



۴۳۱- در شکل روبه‌رو اگر $AQ = 6$ و $BC = 3$ و $MP \parallel AQ \parallel NO$ ، محیط لوزی MNOP کدام است؟

- ۴ (۱)
۴ (۲)
۲√۳ (۳)
۴√۳ (۴)

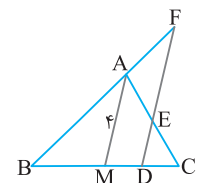


۴۳۲- در شکل مقابل چهارضلعی ABCD مستطیل است، $FG = 2$ و $DG = 4$. طول FE کدام است؟

- ۶ (۱)
۸ (۲)
۴ (۳)
۲√۲ (۴)

۴۳۳- اگر دو میله قائم ۲۰ سانتی‌متری و ۸۰ سانتی‌متری به فاصله ۱۰۰ سانتی‌متر از یکدیگر قرار داشته باشند، بلندی نقطه مشترک خط‌های واصل نوک هر میله با پایه میله مقابل چند سانتی‌متر است؟

- ۵۰ (۱)
۴۰ (۲)
۱۶ (۳)
۶۰ (۴)

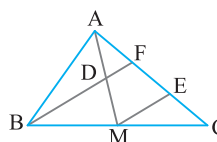


۴۳۴- در شکل مقابل از D وسط MC خطی موازی میانه AM رسم کرده‌ایم. اگر طول میانه AM برابر ۴ باشد، مجموع طول‌های دو پاره‌خط DF و DE کدام است؟

- ۶ (۱)
۸ (۲)
۱۰ (۳)
۱۲ (۴)

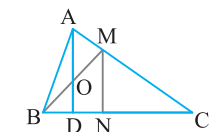
۴۳۵- در دوزنقه متساوی‌الساقین ABCD، ارتفاع برابر ۴ و تفاضل دو قاعده برابر ۶ است. مساحت شکل حاصل از وصل کردن وسط‌های دو قطر و وسط‌های دو قاعده کدام است؟

- ۴ (۱)
۸ (۲)
۶ (۳)
۱۲ (۴)



۴۳۶- در شکل روبه‌رو، D وسط میانه AM است و $ME \parallel BF$. اگر $CF = 6$ ، آن‌گاه طول AC چقدر است؟

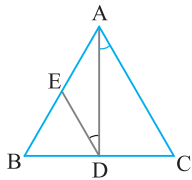
- ۱۲ (۱)
۹ (۳)
۱۵ (۴)
۱۸ (۲)



۴۳۷- در شکل روبه‌رو MC سه برابر AM است و خط AD، BM را نصف کند و $MN \parallel AD$. اگر $BC = 15$ ، طول DC چقدر است؟

- ۳ (۱)
۹ (۳)
۶ (۲)
۱۲ (۴)

۴۳۸- در شکل مقابل، AD نیمساز است، $\hat{E}DA = \hat{D}AC$ ، $AB=12$ و $DE=8$. نسبت $\frac{BD}{BC}$ کدام است؟

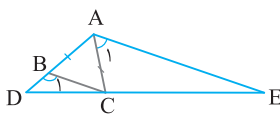


- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $\frac{1}{4}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{1}{6}$

۴۳۹- متوازی‌الاضلاع $ABCD$ مفروض است. از رأس C در خارج متوازی‌الاضلاع خطی رسم می‌کنیم تا امتداد ضلع‌های AB و AD را به ترتیب در نقطه‌های E و F قطع کند. حاصل $\frac{BE}{AE} + \frac{FD}{AF}$ چقدر است؟

- (۱) ۱
 (۲) $\frac{FE}{CE}$
 (۳) $\frac{AB}{AD}$
 (۴) $\frac{CB}{BE}$

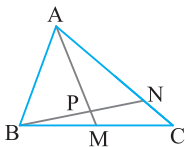
۴۴۰- در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الساقین است، A_1 مکمل B_1 است و $AC=2BD$. نسبت $\frac{EC}{ED}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{3}{4}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{4}{7}$

۴۴۱- در مثلث ABC ، $AB=3$ ، $BC=6$ و $AC=5$. از نقطه F واقع بر ضلع BC خطی موازی میانه AM رسم می‌کنیم تا ضلع AB و امتداد AC را به ترتیب در نقطه‌های D و E قطع کند. نسبت $\frac{AD}{AE}$ چقدر است؟

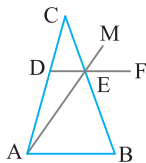
- (۱) $\frac{3}{5}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{5}{6}$
 (۴) $\frac{3}{4}$



۴۴۲- در شکل مقابل AM میانه وارد بر ضلع BC است. اگر $AN=3NC$ ، نسبت $\frac{AP}{PM}$ کدام است؟

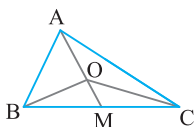
- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) ۳
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) ۶

۴۴۳- در شکل زیر، DF موازی AB است، $DE=4$ و $AB=10$. اگر امتداد AE نیمساز زاویه CEF باشد، اندازه CE کدام است؟



- (۱) $\frac{10}{3}$
 (۲) $\frac{20}{3}$
 (۳) $\frac{14}{3}$
 (۴) $\frac{8}{3}$

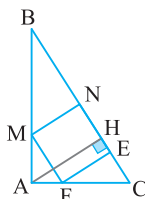
۴۴۴- در شکل زیر مساحت مثلث‌های ABC و OBC را به ترتیب S و S' می‌نامیم. نسبت $\frac{OM}{AM}$ کدام است؟



- (۱) $\sqrt{\frac{S'}{S}}$
 (۲) $(\frac{S'}{S})^2$
 (۳) $\frac{S-S'}{S}$
 (۴) $\frac{S'}{S}$

۴۴۵- در مثلث ABC اگر $AB=12$ ، $AC=6$ ، $BC=8$ و نقطه‌های K ، P و M به ترتیب روی این ضلع‌ها باشند به طوری که چهارضلعی $AKMP$ لوزی باشد، اندازه MC کدام است؟

- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) $\frac{8}{3}$

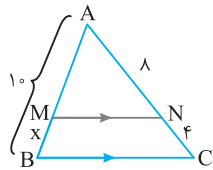


۴۴۶- در شکل مقابل $AH=h$ ، $BC=a$ و چهارضلعی $MNEF$ مربع است. اندازه ضلع این مربع کدام است؟

- (۱) $\frac{ah}{a+h}$
 (۲) $\frac{ah}{a-h}$
 (۳) $\frac{a+h}{ah}$
 (۴) $\frac{a-h}{ah}$

۳۵۴ ۲ با توجه به شکل زیر، چون $MN \parallel BC$ موازی است، بنابر قضیه

تالس، $\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$ ، یعنی $\frac{x}{10} = \frac{4}{12}$ ، پس $x = \frac{10}{3}$.

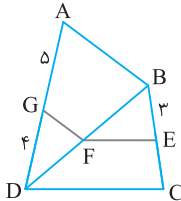


۳۵۵ ۲ در مثلث DAB ، چون $FG \parallel BA$ موازی است، بنابر قضیه

تالس، $\frac{DG}{GA} = \frac{DF}{FB}$ ، از طرف دیگر در مثلث BCD ، $EF \parallel CD$ موازی

است، پس $\frac{DF}{FB} = \frac{CE}{EB}$ ، با مقایسه دو تناسب گفته شده، نتیجه می‌گیریم

یعنی، $\frac{DG}{GA} = \frac{CE}{EB}$ ، بنابراین $\frac{4}{5} = \frac{CE}{5}$ ، بنابراین $CE = \frac{12}{5}$.



۳۵۶ ۲ با دو بار استفاده از قضیه تالس می‌نویسیم

(۱) $BE \parallel AC \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC}$

(۲) $AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC}$

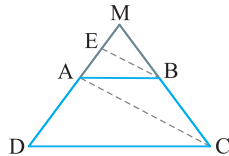
با ترکیب در $\frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD}$ نتیجه می‌شود (۲) و (۱) نتیجه می‌شود.

صورت کردن این تناسب می‌نویسیم

$\frac{AE+ME}{AE} = \frac{AD+MA}{AD} \Rightarrow \frac{MA}{AE} = \frac{MD}{AD}$

توجه کنید که $MA = MD - AD = MD - 7$ ، بنابراین

$\frac{MD-7}{3} = \frac{MD}{7} \Rightarrow 7MD - 49 = 3MD \Rightarrow MD = \frac{49}{4} = 12 \frac{1}{4}$

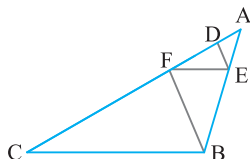


۳۵۷ ۱ دو بار از قضیه تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

(۱) $DE \parallel BF \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AE}{EB}$

(۲) $EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EB}$

از تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود $\frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{6}{FC} \Rightarrow FC = 12$

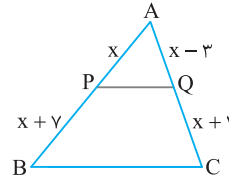


۳۴۹ ۱ چون $PQ \parallel BC$ موازی است، بنابر قضیه تالس، $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

یعنی $\frac{x}{x+7} = \frac{x-3}{x+1}$ این تناسب را تفصیل در مخرج می‌کنیم:

$\frac{x}{x+7-x} = \frac{x}{7} = \frac{x-3}{x+1-x+3} = \frac{x-3}{4}$

پس $\frac{x}{7} = \frac{x-3}{4}$ و در نتیجه $4x = 7x - 21$ ، بنابراین $x = 7$.



۳۵۰ ۳ چون $MN \parallel BC$ موازی اند، طبق قضیه تالس می‌توانیم بنویسیم

$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{x+3}{3x-1}$

$x(3x-1) = (x+3)(x+1) \Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$

پس $x = 3$ یا $x = -\frac{1}{2}$ ، اما چون $AM = x$ ، پس $x > 0$ و در نتیجه $x = 3$.

۳۵۱ ۳ با توجه به شکل، زاویه AED ، مکمل زاویه E_1 است. طبق

فرض زاویه ACB نیز مکمل زاویه E_1 است، پس $\hat{AED} = \hat{ACB}$ ، در

نتیجه از عکس قضیه خطوط موازی و مورب نتیجه می‌شود BC و DE

موازی اند. اکنون بنابر تعمیم قضیه تالس،

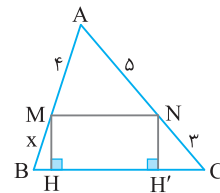
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{x+3} = \frac{y}{y+4} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

پس $3x = 2x + 6$ و در نتیجه $x = 6$ ، به همین ترتیب معلوم می‌شود

$3y = 2y + 8$ و در نتیجه $y = 8$ ، بنابراین $x + y = 6 + 8 = 14$.

۳۵۲ ۱ چون $MH = NH'$ ، پس $MN \parallel BC$ موازی است، در نتیجه

بنابر قضیه تالس، $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ ، یعنی $\frac{4}{x} = \frac{5}{3}$ ، در نتیجه $x = \frac{12}{5}$.



۳۵۳ ۴ بنابر فرض (۱) $\hat{ABC} + \hat{EDB} = 180^\circ$

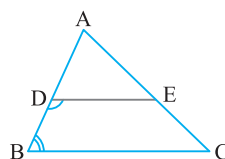
از طرف دیگر، (۲) $\hat{ADE} + \hat{EDB} = 180^\circ$

با مقایسه تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود $\hat{ADE} = \hat{ABC}$ ، پس

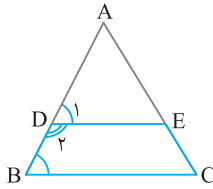
$DE \parallel BC$ و از قضیه تالس نتیجه می‌شود

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ ، $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ، $\frac{DB}{AB} = \frac{CE}{AC}$

یعنی گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) درست هستند.



بنابراین $BD = AB - AD = 12 - 8 = 4$.

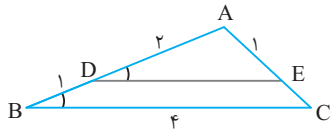


چون $\widehat{ADE} = \widehat{ABC}$ ، پس $DE \parallel BC$. بنابراین تعمیم قضیه

تالس در مثلث ABC می توان نوشت $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$. از طرف دیگر، چون

$$\frac{AD + AE + DE}{AB + AC + BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$$

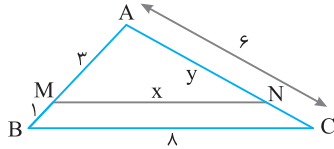
یعنی نسبت محیط مثلث ADE به محیط مثلث ABC برابر $\frac{2}{3}$ است.



شکل مسئله به صورت زیر است. چون MN با BC موازی

است، بنا بر تعمیم قضیه تالس، $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. یعنی $\frac{3}{4} = \frac{y}{6} = \frac{x}{8}$ ، در

نتیجه $x = 6$ و $y = \frac{9}{2}$ ، بنابراین طول ضلع بزرگ تر مثلث حاصل برابر ۶ است.



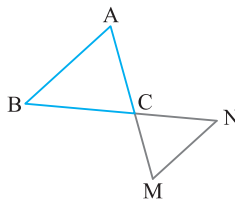
چون MN با AB موازی است، پس بنا بر تعمیم قضیه تالس،

$$\frac{MN}{AB} = \frac{CM}{AC} \quad (1)$$

از طرف دیگر، چون $AM = \frac{y}{4} AC$ ، پس $\frac{AM}{AC} = \frac{y}{4}$. این تناسب را تفصیل

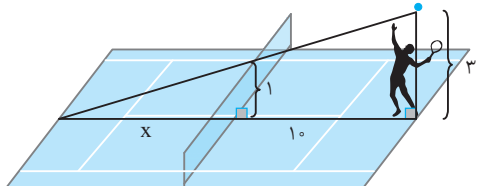
در صورت می کنیم $\frac{AM - AC}{AC} = \frac{CM}{AC} = \frac{y - 4}{4} = \frac{3}{4}$. یعنی $\frac{CM}{AC} = \frac{3}{4}$.

$$\frac{MN}{AB} = \frac{3}{4}$$



شکل مسئله به صورت زیر است. اگر x فاصله مورد نظر باشد،

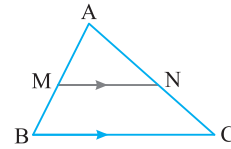
$$\frac{x}{x+10} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x = x+10 \Rightarrow x=5$$



چون MN و BC موازی اند، از تعمیم قضیه تالس نتیجه می شود

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad (4)$$

درست است.

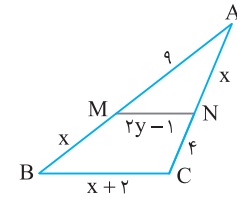


چون MN با BC موازی است، بنا بر قضیه تالس $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

یعنی $\frac{9}{x} = \frac{x}{4}$ ، پس $x^2 = 9 \times 4 = 36$ ، در نتیجه $x = 6$. از طرف دیگر، بنا بر تعمیم

قضیه تالس $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ ، یعنی $\frac{9}{15} = \frac{2y-1}{8}$ ، پس $10y - 5 = 24$ ، بنابراین

$$x + y = 6 + \frac{29}{10} = \frac{89}{10}$$



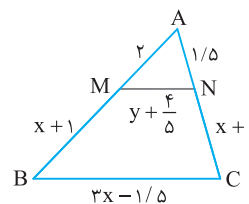
چون MN با BC موازی است و با

توجه به قضیه تالس و تعمیم آن،

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{2}{x+1} = \frac{1/5}{x+1/4}$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{y+4/5}{4/5} \Rightarrow y=1$$

بنابراین $x+y=3$.



چون $\widehat{ABC} + \widehat{MNB} = 180^\circ$ ، پس $MN \parallel BC$. در نتیجه

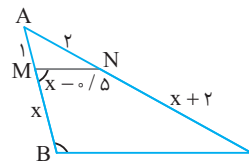
$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{x+2}$$

بنابر قضیه تالس،

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1/5}{BC}$$

پس $x=2$. اکنون بنا بر تعمیم قضیه تالس،

در نتیجه $BC = 4/5$.



دو زاویه D_1 و D_2 مکمل اند. از طرفی دو زاویه B و D_2 نیز

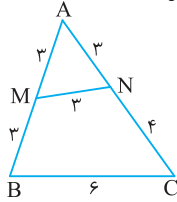
مکمل اند پس $D_1 = B$. در نتیجه BC و DE موازی اند. پس بنا بر تعمیم

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{DE}{12} = \frac{AD}{12} \Rightarrow AD=8$$

قضیه تالس،

گزینه‌های (۲) و (۳) به وضوح نادرست‌اند. برای رد گزینه (۱) توجه کنید که اگر $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ ، آن‌گاه لزومی ندارد $MN \parallel BC$. به عنوان مثال نقض در

شکل زیر $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$ ولی MN موازی BC نیست.



با دو بار استفاده از قضیه تالس داریم

$$\triangle AFC:BE \parallel FC \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF}, \quad \triangle AFD:EC \parallel FD \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AD}$$

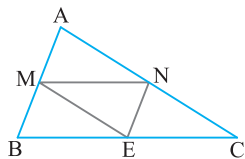
$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AC^2 = AB \times AD$$

بنابراین AC واسطه هندسی بین AB و AD است.

بنابر قضیه میان خط نتیجه می‌گیریم

$$MN \parallel BC, \quad ME \parallel AC, \quad NE \parallel AB$$

پس از رئوس مثلث MNE خطوطی موازی اضلاع مقابلش رسم کرده‌ایم و مثلث ABC تشکیل شده است. بنابراین ارتفاع‌های مثلث MNE عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC هستند و نقطه تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC به از رأس‌های آن به یک فاصله است. پس نقطه‌ای که از رأس‌های مثلث ABC به یک فاصله است، نقطه هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث MNE است.

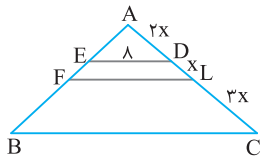


با فرض $DL = x$ نتیجه می‌گیریم $AD = 2x$ و $LC = 3x$.

با استفاده از قضیه تالس و تعمیم آن می‌نویسیم

$$\triangle ABC:ED \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC} \Rightarrow \frac{2x}{6x} = \frac{8}{6x} \Rightarrow BC = 24$$

$$\triangle ABC:FL \parallel BC \Rightarrow \frac{AL}{AC} = \frac{FL}{BC} \Rightarrow \frac{3x}{6x} = \frac{FL}{24} \Rightarrow FL = 12$$



با دو بار استفاده از قضیه تالس و یک بار استفاده از تعمیم قضیه تالس داریم.

$$\triangle AMN:EF \parallel MN \Rightarrow \frac{AE}{ME} = \frac{AF}{FN} \Rightarrow \frac{2}{ME} = \frac{3}{6} \Rightarrow ME = 4$$

$$\triangle ABC:MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{9}{NC} \Rightarrow NC = \frac{9}{2}$$

$$\triangle ABC:MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{8}{BC} \Rightarrow BC = 12$$

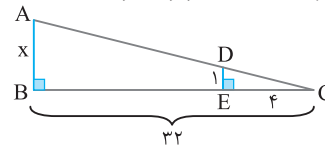
بنابراین $AB = 2 + 4 + 3 = 9$ ، $AC = 3 + 6 + \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$ ، $BC = 12$

پس محیط $ABC = 9 + \frac{27}{2} + 12 = \frac{34}{5}$

۳۶۷ ۲ اگر درخت را با یک پاره‌خط نشان دهیم، شکل مسئله به‌صورت زیر

است. چون $AB \parallel DE$ ، بنابر تعمیم قضیه تالس، $\frac{CE}{CB} = \frac{ED}{AB} \Rightarrow \frac{4}{32} = \frac{1}{x}$

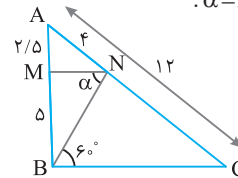
پس x که همان طول درخت است برابر ۸ متر است.



۳۶۸ ۱ با توجه به شکل، $NC = AC - AN = 12 - 4 = 8$ ، از طرف

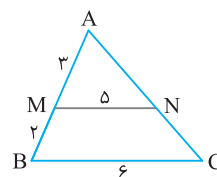
دیگر $\frac{2/5}{5} = \frac{4}{8}$ ، یعنی $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ ، پس بنابر عکس قضیه تالس MN با

BC موازی است. اکنون، بنابر قضیه خطوط موازی و مورب، نتیجه می‌شود $\alpha = \angle MNB = \angle NBC = 60^\circ$



۳۶۹ ۴ اگر MN با BC موازی باشد، تناسب‌های قضیه تالس و تعمیم آن

باید برقرار باشند. درستی این تناسب‌ها را در تک تک گزینه‌ها بررسی می‌کنیم.

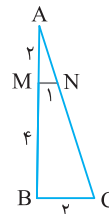


گزینه (۱) بنابر تعمیم قضیه تالس، باید

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \quad \text{اما} \quad \frac{AM}{AB} = \frac{3}{5} \quad \text{و} \quad \frac{MN}{BC} = \frac{5}{6}$$

واضح است که $\frac{3}{5} \neq \frac{5}{6}$ ، پس

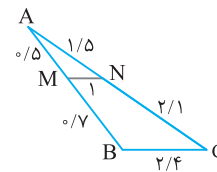
MN با BC موازی نیست.



گزینه (۲) در این گزینه هم $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

و $\frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$ ، یعنی $\frac{AM}{AB} \neq \frac{MN}{BC}$ ، پس

MN با BC موازی نیست.

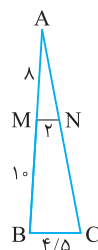


گزینه (۳) در این گزینه داریم

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{5}{12}$$

ظاهرآ باید MN موازی BC باشد، اما اگر دقت کنید،

با عددهای مشخص شده اصلاً مثلثی تشکیل نمی‌شود.



گزینه (۴) چون $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{4}{9}$ ، پس

MN و BC موازی‌اند.

۳۷۰ ۴ می‌دانیم اگر یکی از تناسب‌های $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ یا $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

یا تناسب‌هایی که با ویژگی‌هایی تناسب از این دو ایجاد می‌شوند، برقرار باشد،

آن‌گاه بنابر عکس قضیه تالس MN موازی BC خواهد بود. بنابراین تناسب

گزینه (۴) موازی بودن MN و BC را نتیجه می‌دهد.

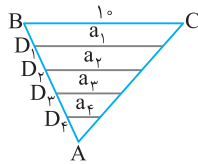
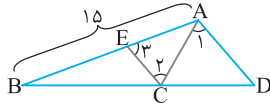
۳۸۰ ۲ چون $\hat{A}_1 = \hat{C}_p$ ، پس EC با AD موازی است و بنابر نتیجه

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BA}{AE} \quad (۱) \quad \text{قضیه تالس،}$$

چون $\hat{C}_p = \hat{E}_p$ ، پس مثلث ACE متساوی الساقین است و

$$AE = AC \quad (۲)$$

از تساوی های (۱) و (۲) نتیجه می شود $\frac{BD}{CD} = \frac{BA}{AC} = \frac{۱۵}{۶} = \frac{۵}{۲}$



۳۸۱ ۲ توجه کنید که بنابر تعمیم

$$\text{قضیه تالس، پس } \frac{a_1}{BC} = \frac{AD_1}{AB} = \frac{۴}{۵}$$

$$\text{به همین ترتیب } a_1 = \frac{۴}{۵} BC = \frac{۴}{۵} \times ۱۰ = ۸$$

معلوم می شود $a_4 = \frac{۱}{۵} BC = ۲$ و $a_3 = \frac{۲}{۵} BC = ۴$ ، $a_2 = \frac{۳}{۵} BC = ۶$

$$\text{در نتیجه } a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = ۸ + ۶ + ۴ + ۲ = ۲۰$$

۳۸۲ ۱ بنابر تعمیم قضیه تالس در مثلث $A'B'B$

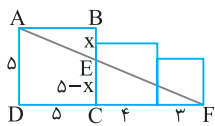
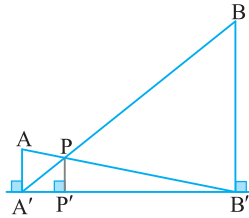
$$\frac{PP'}{BB'} = \frac{A'P'}{A'B'} \quad (۱)$$

و در مثلث $B'A'A$

$$\frac{PP'}{AA'} = \frac{B'P'}{B'A'} \quad (۲)$$

دو طرف تساوی های (۱) و (۲) را با هم جمع می کنیم: $PP'(\frac{1}{BB'} + \frac{1}{AA'}) = ۱$

$$\text{بنابراین } PP'(\frac{1}{۱۶} + \frac{1}{۴}) = ۱ \text{ پس } PP' = \frac{۴ \times ۱۶}{۲۰} = ۳/۲$$



۳۸۳ ۲ در شکل مقابل در مثلث

FAD موازی AD است، پس بنابر

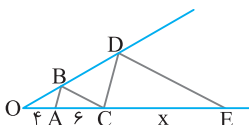
$$\text{تعمیم قضیه تالس، } \frac{EC}{AD} = \frac{FC}{FD}$$

$$x = BE = \frac{۲۵}{۱۲} \text{ پس } \frac{۵-x}{۵} = \frac{۷}{۱۲}$$

۳۸۴ ۲ چون AB با CD موازی است و BC با DE موازی است، طبق

قضیه تالس در مثلث های OCD و OED می توان نوشت $\frac{OB}{BD} = \frac{OA}{AC}$ و

$$\frac{OB}{BD} = \frac{OC}{CE} \text{ پس } \frac{OA}{AC} = \frac{OC}{CE} \text{، یعنی } \frac{۴}{۶} = \frac{۱۰}{CE} \text{ و در نتیجه } CE = ۱۵$$

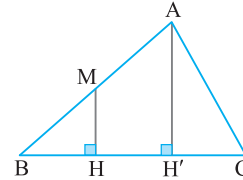


۳۷۵ ۲ در مثلث ABC، فرض کنید ضلع BC برابر ۱۵ و فاصله نقطه

M وسط AB از ضلع BC، یعنی MH برابر ۶ باشد. ارتفاع AH' را رسم می کنیم. با استفاده از تعمیم قضیه تالس می نویسیم

$$\triangle BAH' : MH \parallel AH' \Rightarrow \frac{BM}{BA} = \frac{MH}{AH'} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۶}{AH'} \Rightarrow AH' = ۱۲$$

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} AH' \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۱۲ \times ۱۵ = ۹۰ \quad \text{پس}$$



۳۷۶ ۳ یک بار از قضیه تالس و بار دیگر از تعمیم آن استفاده می کنیم.

$$\triangle AFC : DE \parallel FC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{AF} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{۲}{۵}$$

$$\triangle ABC : FE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AE}{AC} = \frac{FE}{BC} \Rightarrow$$

$$\frac{۲}{۵} = \frac{۴}{BC} \Rightarrow BC = ۱۰$$

۳۷۷ ۲ با توجه به شکل زیر، در مثلث ABD، نقاط M و Q به ترتیب وسط های اضلاع AB و BD هستند. پس طبق عکس قضیه تالس

$MQ \parallel AD$ و طبق تعمیم قضیه تالس $MQ = \frac{1}{۲} AD$ به همین ترتیب

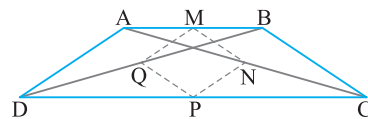
$$\triangle ABC : MN = \frac{1}{۲} BC, \quad \triangle ADC : NP = \frac{1}{۲} AD$$

$$\triangle BDC : PQ = \frac{1}{۲} BC$$

در نتیجه

$$MNPQ \text{ محیط} = MN + NP + PQ + MQ$$

$$= \frac{1}{۲} BC + \frac{1}{۲} AD + \frac{1}{۲} BC + \frac{1}{۲} AD = BC + AD = ۳ + ۳ = ۶$$

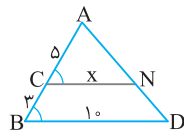


۳۷۸ ۲ چون $\hat{ACN} = \hat{ABD}$ از

عکس قضیه خطوط موازی و مورب نتیجه

می شود که CN و BD موازی اند. اکنون بنابر

تعمیم قضیه تالس،



$$\frac{AC}{AB} = \frac{CN}{BD} \Rightarrow \frac{۵}{۸} = \frac{x}{۱۰} \Rightarrow x = \frac{۵ \times ۱۰}{۸} = ۶/۲۵$$

۳۷۹ ۳ چون AD با CM موازی است،

است، $\hat{ACM} = \hat{A}_1$ از طرف دیگر، بنابر

فرض مسئله، $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ پس

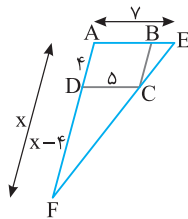
$\hat{ACM} = \hat{A}_2$ و در نتیجه مثلث MAC

متساوی الساقین است و $AM = MC = x$ در مثلث BMC، چون AD موازی MC است، بنابر تعمیم قضیه تالس،

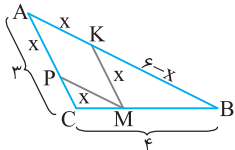
$$\frac{AD}{MC} = \frac{BA}{BM} \text{ در نتیجه}$$

$$\frac{۶}{x} = \frac{۱۲}{۱۲+x} \text{ یعنی } ۷۲ + ۶x = ۱۲x \text{ پس } x = ۱۲$$

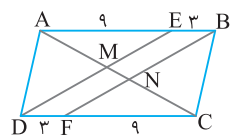
۳ ۳۹۰ ابتدا توجه کنید که بنابر اطلاعات داده شده در مسئله، اندازه‌ها مطابق شکل زیر است. چون AE موازی است، بنابر تعمیم قضیه تالس در مثلث $\frac{DC}{AE} = \frac{FD}{FA}$. در نتیجه $\frac{5}{y} = \frac{x-4}{x}$. یعنی $5x = yx - 20$. پس $x = 14$.



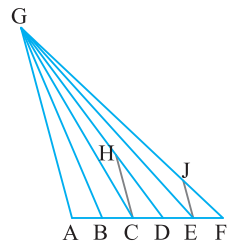
۲ ۳۹۱ ابتدا توجه کنید که اگر طول ضلع لوزی را x فرض کنیم، اندازه‌های پاره‌ها، مانند شکل زیر هستند. چون MK موازی است، بنابر تعمیم قضیه تالس، بنابرین $\frac{BK}{AB} = \frac{MK}{AC}$. یعنی $x = 2$.



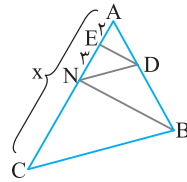
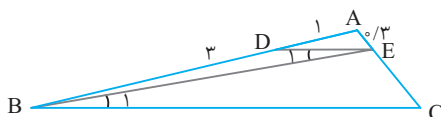
۳ ۳۹۲ چون ABCD متوازی الاضلاع است، پس EB و DF با هم موازی‌اند. از طرف دیگر، $EB = DF = 3$. بنابرین دو ضلع روبه‌رو از چهارضلعی EBF D موازی و برابرند و در نتیجه EBF D متوازی الاضلاع است. بنابرین DE با BF موازی است یا اینکه ME با NB موازی است. اکنون بنابر قضیه تالس در مثلث ANB، $\frac{AM}{MN} = \frac{AE}{EB} = \frac{9}{3} = 3$. در نتیجه $\frac{MN}{AM} = \frac{1}{3}$.



۴ ۳۹۳ از تعمیم قضیه تالس در مثلث AGD نتیجه می‌شود همین‌طور از تعمیم قضیه تالس در مثلث AGF نتیجه می‌شود $\frac{HC}{AG} = \frac{CD}{DA} = \frac{1}{3}$. اگر این تساوی‌ها را به هم تقسیم کنیم، به دست می‌آید $\frac{HC}{JE} = \frac{5}{3}$.



۳ ۳۹۴ چون $\hat{E}_1 = \hat{B}_1$ ، از عکس قضیه خطوط موازی و مورب نتیجه می‌شود DE با BC موازی است. در نتیجه بنابر قضیه تالس، $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$. یعنی $\frac{1}{4} = \frac{0.3}{AC}$ پس $AC = 4 \times 0.3 = 1.2$.



۴ ۳۸۵ چون BN با DE و BC با DN موازی است، طبق نتیجه قضیه تالس می‌توان نوشت $\frac{AN}{AC} = \frac{AD}{AB}$ و $\frac{AE}{AN} = \frac{AD}{AB}$. پس $\frac{AN}{AC} = \frac{AE}{AN}$ یا $\frac{2}{5} = \frac{5}{AC}$ و در نتیجه $AC = 12.5$.

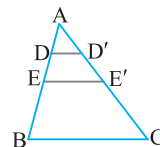
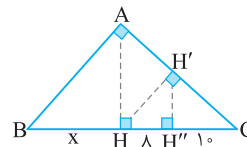
۲ ۳۸۶ می‌دانیم دو خط عمود بر یک خط با هم موازی‌اند. HH' و BA بر AC عمودند. پس با یکدیگر موازی‌اند و طبق قضیه تالس،

$$\frac{CH'}{H'A} = \frac{CH}{HB} \quad (1)$$

به همین ترتیب، $H'H''$ بر BC عمودند و در نتیجه با هم موازی‌اند. بنابرین

$$\frac{CH'}{H'A} = \frac{CH''}{H'H''} \quad (2)$$

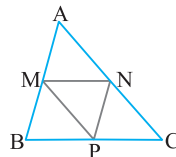
از مقایسه تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود $\frac{CH}{HB} = \frac{CH''}{H'H''}$ یا $\frac{1}{x} = \frac{1}{8}$. پس $x = 14/4$.



۲ ۳۸۷ چون EE' میان‌خط مثلث ABC است، پس

$$EE' = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

به همین ترتیب، در مثلث AEE' پاره‌خط DD' میان‌خط است، پس $DD' + EE' = 3 + 6 = 9$. در نتیجه $DD' = \frac{1}{2} EE' = \frac{1}{2} \times 6 = 3$.



۴ ۳۸۸ پاره‌خط‌های MN ، NP و PM میان‌خط‌های مثلث ABC هستند، پس $BC = 2MN$ و $AC = 2MP$ ، $AB = 2NP$

$$\begin{aligned} \text{محیط مثلث } ABC &= AB + AC + BC = 2NP + 2MP + 2MN \\ &= 2(NP + MP + MN) = 2(\text{محیط مثلث } MNP) = 2 \times 6 = 12 \end{aligned}$$

۲ ۳۸۹ چون NP موازی AB است، بنابر تعمیم قضیه تالس در

$$\frac{NP}{AB} = \frac{CN}{CB} \quad (1) \quad \text{مثلث } CAB$$

$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{CB} \quad (2) \quad \text{از طرف دیگر، } MN \text{ موازی } AC \text{ است، پس}$$

با جمع کردن تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود

$$\frac{NP}{AB} + \frac{MN}{AC} = \frac{CN}{CB} + \frac{BN}{CB} = \frac{CN + BN}{CB} = \frac{CB}{CB} = 1$$

چون $MN = NP = 6$ ، پس $\frac{6}{AB} + \frac{6}{AC} = 1$. در نتیجه $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{1}{6}$.

