

به نام خدا

آموزش نکته به نکته و مجموعه سوالات طبقه بندی شده
آزمون استخامی دبیری ریاضی

ریاضی و حسابان ✓

آمار و احتمال و ریاضیات گسسته ✓

هندسه ✓

ریاضیات دانشگاهی ✓

پیوست ✓

عنوان و نام پدیدآور	آموزش نکته به نکته و مجموعه سوالات طبقه بندی شده آزمون استخدامی دبیری ریاضی / پدیدآورندگان میثم جهانگیری زهرا قدرتی انتشارات چهارخونه؛ ویراستار علی یگانه.
مشخصات نشر	تهران: چهارخونه، ۱۴۰۳.
مشخصات ظاهری	۴۵۸ ص: ۲۹×۲۲ س.م.
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۳۰۵-۲۲۴-۶
وضعیت فهرست نویسی	فیپا
موضوع	آزمون های استخدامی -- ایران
موضوع	استخدام دولتی -- ایران -- آزمون ها
شناسه افزوده	انتشارات چهارخونه
رده بندی کنگره	JQ1۷۸۶
رده بندی دیویی	۳۵۱۰۷۶
شماره کتابشناسی ملی	۷۵۰۳۲۴۹

آموزش نکته به نکته و مجموعه سوالات طبقه بندی شده آزمون استخدامی دبیری ریاضی

ناشر:	انتشارات چهارخونه
پدید آورندگان:	میثم جهانگیری - زهرا قدرتی
ویراستار:	علی یگانه
طراح و صفحه آرا:	مریم مقدم سلیمی
لیتوگرافی:	امیر گرافیک
چاپ و صحافی:	یگانه
ناظر چاپ:	فتوحی
نوبت چاپ:	اول
شمارگان:	۵۰۰ جلد
قیمت:	۵۵۰۰۰۰ تومان
فروشگاه اینترنتی:	www.4Khooneh.org

کلیه حقوق برای ناشر محفوظ است. و هرگونه نسخه برداری پیگرد قانونی دارد.

تلفن مرکز پخش: ۰۹۱۲-۶۲۰۰۰۲۶ - ۶۶۹۲۷۷۹۶ - ۶۶۹۲۸۱۷۱

جهت دریافت کتاب از طریق پست به سایت www.4Khooneh.org مراجعه نموده و یا با شماره تلفن ۶۶۹۲۸۰۲۹ (۰۲۱) تماس حاصل فرمایید.

مقدمه

یا حق

با سلام و عرض احترام به شما داوطلبین گرامی، همکاران فردا کتابی که پیش روی شماست، نتیجه تلاش‌های مداوم و عمیق در جهت آماده‌سازی و تجهیز شما برای موفقیت در آزمون استخدامی دبیری ریاضی است. هدف اصلی این کتاب، ارائه‌ی درسنامه‌های کاربردی و خلاصه شده از تمامی مطالبی است که در آزمون‌ها پوشش داده می‌شوند. این مطالب بر اساس منابع رسمی اعلام شده توسط سازمان‌های برگزارکننده آزمون، که شامل کتاب‌های راهنمای معلم و کتب ریاضی دبیرستانی هستند، جمع‌آوری و تدوین شده‌اند. در کنار این منابع، ما به منظور ارتقاء سطح دانش شما و ارائه‌ی مفهومی جامع‌تر، درسنامه‌هایی از منابع دانشگاهی نیز اضافه کرده‌ایم. این بخش‌ها به شما کمک می‌کنند تا مفاهیم را بهتر درک کرده و مرور جامعی از مطالب داشته باشید. علاوه بر درسنامه‌ها، مجموعه‌ای از سوالات منتخب و دقیق همراه با پاسخ‌نامه‌های تشریحی در این کتاب آورده شده است. این سوالات به شما این امکان را می‌دهند تا با سبک و سیاق سوالات آزمون آشنا شده و مهارت‌های لازم برای پاسخگویی به آنها را کسب کنید. امیدواریم که این کتاب به عنوان یک منبع کامل و بی‌نظیر، به شما در مسیر دستیابی به هدف‌هایتان کمک کند و موفقیت شما در آزمون استخدامی دبیری ریاضی را تضمین نماید.

روش مطالعه پیشنهادی

از آنجا که سرفصل‌های اعلام شده آزمون شامل مباحث ۱- مجموعه ریاضی (ریاضی عمومی، معادلات دیفرانسیل، آمار و احتمال، ریاضیات گسسته)، ۲- مبانی آنالیز ریاضی، مبانی جبر و مبانی آنالیز عددی، ۳- اصول آموزش ریاضی و خلاقیت ریاضی، ۴- هندسه و ۵- حسابان دارای همبستگی‌ها و اشتراکات زیادی هستند، ما فصل‌بندی را جزئی‌تر و دقیق‌تر انجام داده‌ایم. همه مباحث در قالب ۳۱ فصل دسته‌بندی شده‌اند که پوششی کامل بر همه عناوین گفته شده دارند.

برای استفاده بهینه از این کتاب و به حداکثر رساندن یادگیری و آمادگی شما، توصیه می‌کنیم از روش مطالعه زیر پیروی کنید:

۱. برنامه‌ریزی زمانی: قبل از هر چیز، یک برنامه‌ریزی دقیق و منظم برای مطالعه تمامی فصل‌ها و بخش‌های کتاب تنظیم کنید. زمان‌بندی مناسب برای هر بخش از کتاب به شما کمک می‌کند تا به تدریج و با تمرکز بالا، مطالب را یاد بگیرید.
۲. مطالعه درسنامه‌ها: هر فصل را با مطالعه دقیق درسنامه‌ها آغاز کنید. این درسنامه‌ها به گونه‌ای طراحی شده‌اند که مفاهیم را به صورت خلاصه و کاربردی توضیح دهند. ابتدا سعی کنید مفهوم کلی هر درس را درک کنید و سپس به جزئیات بپردازید.
۳. یادداشت‌برداری و مرور: در هنگام مطالعه، یادداشت‌برداری از نکات مهم و مفاهیم کلیدی را فراموش نکنید. این یادداشت‌ها می‌توانند در مرورهای بعدی بسیار مفید باشند. سعی کنید هر چند روز یکبار، مطالب یادداشت شده را مرور کنید تا به خوبی در ذهن شما جا بیفتند.
۴. حل سوالات: پس از مطالعه هر فصل، به حل سوالات مربوط به آن فصل بپردازید. این سوالات به شما کمک می‌کنند تا میزان فهم و تسلط خود بر مطالب را ارزیابی کنید. پاسخ‌نامه‌های تشریحی را به دقت مطالعه کنید و در صورت بروز اشکال، به درسنامه‌ها بازگردید و دوباره مرور کنید.
۵. مطالعه منابع دانشگاهی: بخش‌های مربوط به منابع دانشگاهی را با دقت بیشتری مطالعه کنید. این بخش‌ها به شما کمک می‌کنند تا دانش عمیق‌تری از مفاهیم داشته باشید و آماده‌تر به سوالات سطح بالاتر پاسخ دهید.
۶. تست‌زنی و مرور نهایی: در هفته‌های پایانی پیش از آزمون، به مرور نهایی و تست‌زنی بپردازید. سعی کنید از سوالات مشابه آزمون‌های سال‌های قبل استفاده کنید تا با نوع سوالات و زمان‌بندی آنها آشنا شوید. شما می‌توانید با مراجعه به صفحه اختصاصی این کتاب در سایت انتشارات چهارخونه از منابع و محتوای تکمیلی به صورت رایگان بهره‌مند شوید.

تشکر و قدردانی

کار تالیف و نگارش این کتاب جز با همکاری دقیق و متعهدانه دوست و همکار عزیزم سرکار خانم زهرا قدرتی میسر نمیشد لذا در این مجال لازم میدانم مراتب تشکر و قدردانی صمیمانه خود را از ایشان ابراز نمایم. همچنین از همسر مهربانم که در طول نگارش این کتاب همواره با حمایت‌های بی‌دریغ خود، مشوق و همیار من بوده، صمیمانه تشکر کنم. همچنین از مسئولین انتشارات چهارخونه به خصوص مهندس یگانه که با همکاری و زحمات خود در به ثمر رساندن این اثر سهم به‌سزایی داشتند، کمال قدردانی را دارم. از شما خوانندگان عزیز نیز خواهشمندم که در صورت مشاهده هرگونه نقص یا داشتن پیشنهاداتی برای بهبود کتاب، از طریق فضای مجازی یا من در ارتباط باشید. نظرات و پیشنهادات شما بی‌شک به ارتقاء کیفیت این کتاب کمک شایانی خواهد کرد.

آدرس من در فضای مجازی : @Jahangirstudy
با آرزوی موفقیت و سربلندی برای شما عزیزان.
میشم جهانگیری

فهرست مطالب

بخش اول: ریاضی و حسابان

۸	فصل اول: مجموعه‌ها - الگو و دنباله
۱۰	فصل دوم: توان‌های گویا
۱۲	فصل سوم: جبر و معادله و نامعادله
۲۲	فصل چهارم: تابع
۴۱	فصل پنجم: نمایی و لگاریتم
۴۴	فصل ششم: مثلثات
۵۷	فصل هفتم: حد و پیوستگی
۷۴	فصل هشتم: مشتق
۸۰	فصل نهم: کاربرد مشتق
۸۷	سوالات:
۱۲۸	پاسخنامه:

بخش دوم: آمار و احتمال و ریاضیات گسسته

۱۹۸	فصل دهم: نظریه اعداد
۲۱۱	فصل یازدهم: شمارش
۲۲۱	فصل دوازدهم: احتمال
۲۲۳	فصل سیزدهم: آمار توصیفی
۲۲۴	فصل چهاردهم: آمار استنباطی
۲۲۵	فصل پانزدهم: مبانی ریاضیات
۲۲۷	فصل شانزدهم: گراف و مدلسازی
۲۳۱	سوالات:
۲۴۱	پاسخنامه:

بخش سوم: هندسه

۲۵۸	فصل هفدهم: ترسیم‌های هندسی و استدلال
۲۶۳	فصل هجدهم: تالس و تشابه
۲۶۶	فصل نوزدهم: چندضلعی‌ها
۲۷۲	فصل بیستم: تجسم فضایی
۲۷۸	فصل بیست و یکم: دایره

فهرست مطالب

بخش سوم : هندسه

۲۸۱	فصل بیست و دوم: تبدیل هندسی
۲۸۶	فصل بیست و سوم: روابط طولی در مثلث
۲۸۹	فصل بیست و چهارم: مقاطع مخروطی
۲۹۲	فصل بیست و پنجم: بردارها
۲۹۵	فصل بیست و ششم: ماتریس
۳۰۲	سوالات:
۳۱۹	پاسخنامه:

بخش چهارم : ریاضات دانشگاهی

۳۴۹	فصل بیست و هفتم: آنالیز ریاضی
۳۶۳	فصل بیست و هشتم: آنالیز عددی
۳۶۷	فصل بیست و نهم: ریاضیات عمومی
۳۷۲	فصل سی: معادلات دیفرانسیل
۳۷۹	سوالات:
۳۸۷	پاسخنامه:

بخش پنجم: پیوست

۳۹۹	فصل سی و یکم: پیوست: اصول آموزش و خلاقیت ریاضی (چکیده راهنمای معلم)
۴۴۹	سوالات:
۴۵۵	پاسخنامه:

ریاضی و حسابان

✓ مجموعه ها - الگو و دنباله

✓ توان های گویا

✓ جبر و معادله و نامعادله

✓ تابع

✓ نمایی و لگاریتم

✓ مثلثات

✓ حد و پیوستگی

✓ مشتق

✓ کاربرد مشتق

فصل ۱

ریاضی و حسابان

دسته‌بندی = الگو و دنباله

دنباله

الگوهای درجه یک و درجه دو:

الگو	فرم کلی	روش به دست آوردن a	روش به دست آوردن (c, b)
درجه یک	$an + b$	مقداری که به جملات اضافه می‌شود.	با جای‌گذاری یک جمله از دنباله، مقدار b را به دست می‌آوریم.
درجه دو	$an^2 + bn + c$	<ul style="list-style-type: none"> مقداری که به جملات اضافه می‌شود را زیرشان می‌نویسیم. مقادیری که نوشتیم تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. نصف قدرنسبت این دنباله برابر با a می‌شود. 	به کمک محاسبه جمله صفرم مقدار c را به دست آورده و بعد جمله اول برابر است با $a + b + c$ که از آن b به دست می‌آید.

مثال از الگوی درجه یک و درجه دو:

الگوی شکل هندسی	تبدیل الگوی شکل به عددی	جای‌گذاری جملات در الگو برای به دست آوردن ضرایب مجهول	جمله عمومی
	$5, 8, 11, \dots$ $\begin{matrix} \curvearrowright & \curvearrowright \\ +3 & +3 \end{matrix}$ $a = 3 \Rightarrow$ پس درجه اوله	$t_n = 3n + b \xrightarrow{t_1 = 5}$ $5 = 3 + b \Rightarrow b = 2$	$t_n = 3n + 2$
	$1, 5, 12, 22, \dots$ $\begin{matrix} \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ +4 & +7 & +10 \\ \curvearrowright & \curvearrowright \\ +3 & +3 \end{matrix}$ $a = \frac{3}{2} \Rightarrow$ پس درجه دومه	$t_n = \frac{3}{2}n^2 + bn + c$ جمله صفرم $C =$ $0, 1, 5, 12, 22, \dots$ $\begin{matrix} \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ 1 & 4 & 7 \\ \curvearrowright & \curvearrowright \\ 3 & 3 \end{matrix}$ جمله صفرم $C =$ $\rightarrow C = 0, \frac{3}{2} + b + 0 = 1 \rightarrow b = -\frac{1}{2}$ با تشکیل ساختار جمله صفرم را پیدا می‌کنیم.	$t_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$

روابط اصلی دنباله‌های حسابی و هندسی:

دنباله هندسی	دنباله حسابی (عددی)	
هر جمله نسبت به جمله قبلی در یک مقدار ثابت ضرب می‌شود.	به هر جمله نسبت به جمله قبلی یک مقدار ثابت اضافه می‌شود.	تعریف
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	جمله عمومی
$q = m-n \sqrt{\frac{a_m}{a_n}}$	$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$	قدرنسبت با داشتن دو جمله دلخواه
$a_{n+1} = a_n \times q$	$a_{n+1} = a_n + d$	رابطه بازگشتی
$n + m = p + t \Rightarrow a_n \times a_m = a_p \times a_t$	$n + m = p + t \Rightarrow a_n + a_m = a_p + a_t$	رابطه اندیسی‌ها
$y^x = xz$ به y ، واسطه هندسی x و z می‌گویند.	$y = \frac{x+z}{2}$ به y ، واسطه حسابی x و z می‌گویند.	سه جمله متوالی (x, y, z)
$q^{k+1} = \frac{b}{a}$	$d = \frac{b-a}{k+1}$	درج k واسطه بین b و a
تعداد (وسطی) = حاصل ضرب مثال $\rightarrow a_7 a_8 a_9 = (a_8)^3$	وسطی \times تعداد = مجموع مثال $\rightarrow a_7 + a_8 + a_9 = 3a_8$	تعدادی فرد جمله متوالی
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ یا $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$	مجموع n جمله اول
$q = m-n \sqrt{\frac{a_m}{a_n}}$	$d = \frac{Q_m - Q_n}{m - n}$	

مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n : $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

مجموع مربع اعداد طبیعی از ۱ تا n : $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

محاسبه a_n از روی S_n : $a_n = S_n - S_{n-1}$ مثال $\rightarrow a_8 = S_8 - S_7$

نسبت مجموع $2n$ جمله اول به n جمله اول هندسی: $\frac{S_{2n}}{S_n} = q^n + 1$ مثال $\rightarrow \frac{S_{12}}{S_6} = q^6 + 1$

اگر جملات n ام، m ام و p ام یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشد، دنباله هندسی از رابطه $q = \frac{p-m}{m-n}$ دست می‌آید.

مثلاً اگر جملات سوم، هفتم و سیزدهم یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن‌گاه: $q = \frac{13-7}{7-3} = \frac{3}{2}$

اتحادهایی که از S_n دنباله هندسی نتیجه می‌شوند: مشترک با عبارت‌های جبری

بخش پذیری $x^n \pm a^n$ بر $x \pm a$	اتحاد	
n زوج	$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$ $x^n - a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1})$	$x^n - a^n$ بر $x \pm a$ بخش پذیر است.
	—	$x^n + a^n$ بر $x \pm a$ بخش پذیر نیست.
n فرد	$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$	$x^n - a^n$ بر $x - a$ بخش پذیر است.
	—	$x^n - a^n$ بر $x + a$ بخش پذیر نیست.
	$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1})$	$x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش پذیر است.
—	—	$x^n + a^n$ بر $x - a$ بخش پذیر نیست.

توان‌های گویا

توان گویا

اگر $a^n = b$ و n عددی طبیعی باشد، می‌گوییم a ریشه nام b است. چند مثال:

$\sqrt[3]{8} = 2$	ریشه سوم 8
$\pm\sqrt{25} = \pm 5$	ریشه‌های دوم 25
$\pm\sqrt[4]{3}$	ریشه‌های چهارم 3
$\sqrt[5]{-1} = -1$	ریشه پنجم -1

ریشه nام عدد a در دو حالت $a \geq 0$ و $a < 0$:

علامت a	ریشه nام (فرد)	ریشه nام (زوج)
$a \geq 0$	$\sqrt[n]{a}$	$\pm\sqrt[n]{a}$
$a < 0$	$\sqrt[n]{a}$	ندارد

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{فرد } n \\ |a| & \text{زوج } n \end{cases}$$

حاصل $\sqrt[n]{a^n}$