



# فصل اول

## مجموعه، الگو و دنباله

(۱۲ پیمانه)

مرجع کتاب درسی:  
ریاضی ۱ - فصل اول  
صفحه‌های ۱ تا ۲۷

با درخت دانش، گام به گام  
پیشرفت خود را ارزیابی کنید.

**گام اول:** میزان تسلط خود را با رنگ مشخص کنید.  
**آبی:** مسلطم.  
**سبز:** نسبتاً مسلطم.  
**زرد:** مسلط نیستم.  
**گام‌های بعدی:** اگر در گام اول دانش خود را در حد رنگ زرد ارزیابی کردید، اما در نوبت‌های بعدی پیشرفت کردید، می‌توانید خانه‌های سبز یا آبی را رنگ کنید. هرگاه به رنگ‌ها نگاه کنید متوجه می‌شوید در کدام قسمت‌ها نیاز به تمرین بیشتر دارید.

**مجموعه، الگو و دنباله**

**۶۰ سؤال امتحانی شناسنامه‌دار**

۱۲ پیمانه ۵ سؤالی

آبی  سبز  زرد

۱	مجموعه‌های اعداد و بازه‌ها	۲ پیمانه	۱۰ سؤال	مجموعه‌های متناهی و نامتناهی	۱
---	----------------------------	----------	---------	------------------------------	---

آبی  سبز  زرد

۱	مجموعه‌ی مرجع	۳ پیمانه	۱۵ سؤال	متمم یک مجموعه	۲
---	---------------	----------	---------	----------------	---

آبی  سبز  زرد

۱	الگو و انواع آن (خطی و غیر خطی)	۲ پیمانه	۱۰ سؤال	الگو و دنباله	۳
---	---------------------------------	----------	---------	---------------	---

آبی  سبز  زرد

۱	دنباله‌ی حسابی	۴ پیمانه	۲۰ سؤال	دنباله‌های حسابی و هندسی	۴
---	----------------	----------	---------	--------------------------	---

آبی  سبز  زرد

۱ پیمانه	۵ سؤال	سؤال‌های ویژه‌ی برترها
----------	--------	------------------------

گزینش و چیدمان سؤال‌ها: حمیدرضا رحیم‌خانلو

ریاضی ۱ - صفحه‌های ۲ تا ۷

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی ۱

مجموعه‌های اعداد و بازه‌ها ۱

مرجع	سؤالات امتحانی
ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۲ مرتبط با متن درس و کار در کلاس و صفحه‌ی ۵ - مرتبط با کار در کلاس ۱ و ۲	<p>۱. درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) مجموعه‌ی اعداد گویا و مجموعه‌ی اعداد گنگ هیچ اشتراکی با هم ندارند.</p> <p>ب) <math>N \subseteq Z \subseteq W \subseteq R</math></p> <p>پ) <math>\sqrt{3} \in (R - Q)</math></p> <p>ت) <math>\sqrt{5} \in [0, 3)</math></p> <p>ث) <math>3 \in R - (1, 5)</math></p> <p>ج) <math>\{x \in Z \mid -1 &lt; x \leq 4\} = (-1, 4)</math></p> <p>چ) <math>[1, 2]</math> زیرمجموعه‌ی بازه‌ی <math>(1, 2)</math> است.</p> <p>ح) <math>\{2, 5\} \subseteq (-2, 5)</math></p> <p>(تبریز - صدرای نور - دی ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار) (شهرستان بهار - نمونه دولتی امام کاظم (ع) - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار) (کرمان - شهیدا ۱۰ - دی ۹۵ - ۹ بار تکرار) (بجنورد - آرمینا مصلی نژاد - خرداد ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار) (شوش دانیال - شاهد الغدیر - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار) (تبریز - فاخران - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار) (میناب - تلاش - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار) (تهران - تلاش مهر پاینده - دی ۱۴۰۰ - ۸ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۲ مرتبط با کار در کلاس ۱ و صفحه‌ی ۷ مرتبط با تمرین ۴ و ۵	<p>۲. جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) مجموعه‌ی <math>W - N</math> ، ..... عضو دارد.</p> <p>ب) <math>Z - (W - N) =</math> .....</p> <p>پ) مجموعه‌ی <math>R - Q</math> ، ..... نام دارد.</p> <p>ت) مجموعه‌ی <math>R - [-2, 1)</math> ، به صورت اجتماع بازه‌های ..... نمایش داده می‌شود.</p> <p>ث) حاصل <math>[-1, 2] \cup (0, 3)</math> ، برابر است با .....</p> <p>ج) اگر <math>A = [-3, 4]</math> و <math>B = [-2, 3]</math> ، آنگاه <math>A \cap B =</math> .....</p> <p>چ) حاصل <math>[-1, +\infty) - (-\infty, 0)</math> برابر است با .....</p> <p>(کرج - فرهنگ آموزش - دی ۱۴۰۰ - ۱۵ بار تکرار) (قم - حاج محمد ایزدی - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار) (دزفول - حجاب - دی ۱۴۰۰ - ۱۰ بار تکرار) (میناب - زینبیه - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار) (قم - ارمغان دانش - دی ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار) (شاهین شهر - استاد شهریار - دی ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار) (کرج - سلاله - دی ۱۴۰۰ - ۶ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۷ مشابه تمرین ۴	<p>۳. حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آنها روی محور به دست آورید.</p> <p>الف) <math>(-\infty, 1) \cup [1, +\infty)</math></p> <p>ب) <math>[2, +\infty) \cap (-3, 6)</math></p> <p>پ) <math>(-3, 0) \cup (-2, 5)</math></p> <p>ت) <math>(3, +\infty) - [2, 4)</math></p> <p>(تبریز - متین - دی ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار) (چمستان - مبارکه - خرداد ۱۴۰۰ - ۹ بار تکرار) (تهران - دکتر حسابی - دی ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار) (تبریز - متین - دی ۱۴۰۰ - ۱۰ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۵ مکمل کار در کلاس ۳	<p>۴. اگر <math>A = [1, +\infty)</math> ، <math>B = (-\infty, 4]</math> و <math>C = (-1, 3)</math> ، آنگاه مجموعه‌ی <math>(A \cap B) - C</math> را به صورت بازه بنویسید.</p> <p>(سمنان - امامی - خرداد ۱۴۰۰ - ۱۲ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۳ مرتبط با درس و صفحه‌ی ۵ مرتبط با کار در کلاس ۳	<p>۵. اگر <math>A = \{x \in R \mid 0 \leq x &lt; 3\}</math> ، <math>B = \{x \in R \mid x \leq 2\}</math> و <math>C = [1, +\infty)</math> ، مجموعه‌ی <math>(A \cup B) \cap C</math> را به صورت بازه بنویسید.</p> <p>(سراوان - شهید مطهری - خرداد ۱۴۰۰ - ۱۱ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۷ مکمل تمرین ۴	<p>۶. اگر <math>A_i = [-2i, 20 - i]</math> و <math>i \in \{1, 2, \dots, 10\}</math> ، آنگاه مجموعه‌ی <math>(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_{10}) - (A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10})</math> چند عضو صحیح دارد؟</p> <p>(مشهد - فرزنانگان ۲ - دی ۱۴۰۰ - ۱۰ بار تکرار)</p>

## سؤالات امتحانی

## مراجع

<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۶ مرتبط با کار در کلاس ۱ و صفحه‌ی ۷ مرتبط با تمرین ۳ و ۶</p>	<p>۷. درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) مجموعه‌ی تمام دایره‌های به مرکز مختصات یک مجموعه‌ی متناهی است. (اردکان- سیدالشهدا (ع)- دی ۱۴۰۰- ۵ بار تکرار) ب) مجموعه‌ی اعداد گویای بازه‌ی <math>[0, 1]</math> یک مجموعه‌ی نامتناهی است. (شیراز- فرزانهگان ۱- دی ۱۴۰۰- ۷ بار تکرار) پ) مجموعه‌ی <math>A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{1}{x} &gt; 1 \right\}</math>، مجموعه‌ای نامتناهی است. (تهران- تلاش مهرپاینده- دی ۱۴۰۰- ۵ بار تکرار) ت) اگر <math>A</math> مجموعه‌ای متناهی و <math>B</math> مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آنگاه <math>B - A</math> مجموعه‌ای متناهی است. (سراوان- فاطمه الزهرا (س)- دی ۱۴۰۰- ۸ بار تکرار) ث) اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو مجموعه‌ی نامتناهی باشند، در این صورت <math>A \cup B</math> حتماً مجموعه‌ای نامتناهی است. (فومن- شاهد کدیور- دی ۱۴۰۰- ۸ بار تکرار) ج) اگر <math>A \subseteq B</math> و <math>A</math> مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه <math>B</math> نیز مجموعه‌ای متناهی است. (تهران- فردانش- خرداد ۱۴۰۰- ۱۰ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۵- متن درس ریاضی ۱- صفحه‌ی ۶ مرتبط با کار در کلاس ۱ ریاضی ۱- صفحه‌ی ۷ مکمل تمرین ۳ ریاضی ۱- صفحه‌ی ۷ مشابه فعالیت- ث</p>	<p>۸. جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی است، ..... می‌نامیم. (تهران- ممتاز حنان- دی ۱۴۰۰- ۶ بار تکرار) ب) مجموعه اعداد گویایی که مخرج آنها ۲ است، یک مجموعه‌ی ..... است. (تهران- لقمان حکیم- دی ۱۴۰۰- ۷ بار تکرار) پ) اگر <math>A</math> یک مجموعه‌ی نامتناهی و <math>B</math> یک مجموعه‌ی متناهی باشد، آنگاه مجموعه‌ی <math>A - B</math>، مجموعه‌ای ..... است. (تبریز- صدرای نور- دی ۱۴۰۰- ۷ بار تکرار) ت) اگر <math>A</math> دارای یک زیرمجموعه‌ی نامتناهی باشد، آنگاه <math>A</math> یک مجموعه‌ی ..... است. (سنندج- بویش- دی ۱۴۰۰- ۱۶ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- مرتبط با تمرین ۲</p>	<p>۹. متناهی یا نامتناهی بودن هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید. الف) مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد ۲۴ (اراک- آفتاب- دی ۱۴۰۰- ۸ بار تکرار) ب) <math>A = \left\{ (-1)^n \mid n \in \mathbb{N} \right\}</math> (اصفهان- شهدای هاتف- دی ۹۵- ۵ بار تکرار) پ) مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰ (همدان- مطهری- دی ۹۹- ۷ بار تکرار) ت) بازه‌ی <math>(1, 3)</math> ث) مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی (ت و ث: تهران- دکتر حسابی- دی ۱۴۰۰- ۲۱ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۷- مشابه تمرین ۳ ریاضی ۱- صفحه‌ی ۶- مشابه فعالیت ۴</p>	<p>۱۰. الف) دو مجموعه‌ی نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها متناهی باشد. (تهران- نمونه دولتی فدک- دی ۱۴۰۰- ۱۷ بار تکرار) ب) دو مجموعه‌ی نامتناهی مثال بزنید که <math>A \subseteq B</math> بوده و <math>B - A</math> تک عضوی باشد. (تهران- خیام حکیم- دی ۱۴۰۰- ۷ بار تکرار)</p>

متمم یک مجموعه

۲

مجموعه مرجع

۱

ریاضی ۱ - صفحه‌های ۸ تا ۱۳

مرجع

سؤالات امتحانی

<p>ریاضی ۱ - صفحه‌های ۹ و ۱۰ مرتبط با کار در کلاس ۶، ۴ و ۷ و صفحه‌ی ۱۲ - مرتبط با تمرین ۱ و ۲</p>	<p>۱۱. درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) <math>A \cap A' = \emptyset</math> ب) <math>(A \cup B)' = A' \cup B'</math> پ) اگر <math>A \subseteq B</math> باشد، آنگاه <math>A' \subseteq B'</math> است. ت) اگر <math>U</math> مجموعه مرجع نامتناهی، <math>A \subseteq U</math> و <math>A</math> مجموعه‌ای نامتناهی باشد، <math>A'</math> مجموعه‌ای متناهی است. ث) اگر <math>U</math> مجموعه مرجع نامتناهی، <math>A \subseteq U</math> و <math>A</math> مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه <math>A'</math> متناهی است. ج) اگر <math>R</math> مجموعه مرجع و <math>A = (-\infty, 0)</math> باشد، آنگاه <math>A' = (0, +\infty)</math> است. (بانه - شهید صدوقی - دی ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار) (تهران - نمونه دولتی ۱۷ شهریور - دی ۱۴۰۰ - ۹ بار تکرار) (شهرقدس - شاهد شهید کهن - خرداد ۱۴۰۰ - ۱۲ بار تکرار) (سنندج - فرزاتگان - خرداد ۱۴۰۰ - ۱۳ بار تکرار) (ایلام - لقمان - خرداد ۱۴۰۰ - ۱۷ بار تکرار) (شهرقدس - شاهد شهید کهن - خرداد ۱۴۰۰ - ۱۷ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۹ - مشابه کار در کلاس ۴ ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۹ - مرتبط با کار در کلاس ۵ - الف ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۲ - مکمل تمرین ۱ ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۲ - مکمل تمرین ۱ ریاضی ۱ - صفحه‌های ۹ و ۱۰ - مکمل کار در کلاس ۶ و ۷</p>	<p>۱۲. جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید. الف) متمم مجموعه مرجع، مجموعه ..... است. ب) اگر <math>W</math> به عنوان مجموعه مرجع باشد، آنگاه متمم مجموعه <math>N</math> برابر با ..... است. پ) اگر مجموعه اعداد حقیقی مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه <math>R - [2, 3]</math> به صورت بازه‌ی ..... است. ت) اگر <math>R</math> مجموعه مرجع و <math>A = \{x \in R \mid -1 &lt; x \leq 2\}</math> باشد، متمم <math>A</math>، ..... خواهد بود. ث) اگر <math>A \subseteq B</math>، مجموعه <math>B - (A' \cap B')</math> برابر با ..... است. (تهران - نمونه دولتی فاطمه الزهرا (س) - دی ۱۴۰۰ - ۱۵ بار تکرار) (شهرضا - نمونه دولتی حسینی - خرداد ۱۴۰۰ - ۱۵ بار تکرار) (بهبهر - خوارزمی - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار) (اسلامشهر - صدیقه طاهره (س) - دی ۱۴۰۰ - ۱۲ بار تکرار) (قائم‌شهر - فرزاتگان - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۹ - مشابه کار در کلاس</p>	<p>۱۳. الف) اگر <math>Z</math> را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، آنگاه <math>N'</math> را با نوشتن اعضای آن مشخص کنید. ب) اگر <math>R</math> را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، آنگاه <math>N'</math> را روی محور نشان دهید. (تهران - حجاب - خرداد ۱۴۰۰ - ۱۰ بار تکرار) (اردستان - امام خمینی - دی ۹۵ - ۵ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۹ - مرتبط با کار در کلاس ۴ و ۶</p>	<p>۱۴. طرف دوم تساوی‌های زیر را کامل کنید. (<math>U</math> مجموعه مرجع است). الف) <math>(A')'</math> ب) <math>(A \cup A)'</math> پ) <math>(U - A) \cap (A' - A)</math> ت) <math>(A \cup \emptyset)' \cup (A \cup U)'</math> (مشهد - کانون علم - دی ۹۹ - ۵ بار تکرار) (خنج - خدیجه کبری - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار) (بندر انزلی - بهشت آیین - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار) (ساوه - محراب - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۹ - مرتبط با کار در کلاس ۶</p>	<p>۱۵. اگر <math>U = \{1, 2, \dots, 7, 8\}</math>، <math>A = \{2, 4, 5\}</math> و <math>B = \{2, 3, 5, 6\}</math>، حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید. الف) <math>(A - B)'</math> = ب) <math>A' \cap B'</math> = (خرم‌دره - فرزاتگان - دی ۱۴۰۰ - ۱۰ بار تکرار)</p>

## مرجع

ریاضی ۱- صفحه‌ی ۹- مکمل کار در کلاس ۶ و صفحه‌ی ۱۲ مکمل تمرین ۷	<p>۱۶. اگر <math>B = (-1, 5)</math> و <math>A = \{x \mid x \leq 3\}</math> و مجموعه‌ی اعداد حقیقی مجموعه‌ی مرجع باشد، بازه‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) <math>A - B</math>                                  ب) <math>A' \cup B</math></p> <p>(سمنان - شهید بهشتی - دی ۱۴۰۰ - ۱۸ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۹- مکمل کار در کلاس ۶ و صفحه‌ی ۱۲ مکمل تمرین ۱	<p>۱۷. در صورتی که <math>A = [-2, 10]</math>، <math>B = (-\infty, 0]</math> و <math>C = (-3, 3)</math> حاصل مجموعه‌های زیر را به‌دست آورید.</p> <p>الف) <math>A \cap (B \cup C)</math>                          ب) <math>B'</math>    پ) <math>C' \cup A'</math></p> <p>(همدان - دارالفنون - دی ۱۴۰۰ - ۱۳ بار تکرار)</p>

۲ تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

## مرجع

## سؤالات امتحانی

ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۰- مکمل مکمل و مرتبط با فعالیت ۱	<p>۱۸. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>A - B = \emptyset</math> باشد، آنگاه دو مجموعه‌ی <math>A</math> و <math>B</math> جدا از هم می‌باشند.</p> <p>(کرج - سلاسه - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار)</p> <p>ب) تعداد اعضای مجموعه‌ی <math>A - B</math> همواره از تعداد اعضای مجموعه‌ی <math>A</math> کمتر است.</p> <p>(شهر قدس - شاهد شهید کهن - خرداد ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار)</p> <p>پ) <math>(A - B) \cap (B - A) = \emptyset</math></p> <p>ت) اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آنگاه <math>A \subseteq B'</math>.</p> <p>(تبریز - فاخران - دی ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۰- مکمل مکمل فعالیت ۱	<p>۱۹. اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، به‌طوری که <math>n(U) = 25</math>، <math>n(B) = 9</math> و <math>n(A) = 10</math>، آنگاه تعداد اعضای هر یک از مجموعه‌های زیر را بیابید.</p> <p>الف) <math>A \cup B</math>                                  ب) <math>A \cap B'</math></p> <p>(میناب - تلاش - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۳- مرتبط با تمرین ۴	<p>۲۰. فرض کنید <math>A</math> و <math>B</math> زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع <math>U</math> باشند، به‌طوری که <math>n(U) = 150</math>، <math>n(A) = 25</math>، <math>n(B) = 48</math> و <math>n(A \cap B) = 15</math>، مطلوب است:</p> <p>الف) <math>n(A \cup B)</math>                                  ب) <math>n(A \cap B')</math>                                  پ) <math>n(A' \cap B')</math></p> <p>(سنندج - فرزانهگان - خرداد ۱۴۰۰ - ۱۵ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۳- مرتبط با تمرین ۴	<p>۲۱. اگر <math>n(U) = 100</math>، <math>n(A) = 60</math>، <math>n(B) = 40</math> و <math>n(A - B) = 40</math> باشد، <math>n(A \cup B')</math> را به‌دست آورید. (<math>A</math> و <math>B</math> زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع <math>U</math> هستند).</p> <p>(سمنان - شهید بهشتی - دی ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۲- مکمل کار در کلاس ۲	<p>۲۲. ۲۵ نفر از دانش‌آموزان یک کلاس در درس ریاضی و ۲۶ نفر در درس فیزیک قبول شده‌اند. اگر ۲ نفر در هیچ کدام از این دو درس قبول نشده باشند و ۱۲ نفر در هر دو درس قبول شده باشند، آنگاه:</p> <p>الف) کلاس چند نفر دانش‌آموز دارد؟</p> <p>ب) چند نفر فقط در درس ریاضی قبول شده‌اند؟</p> <p>پ) چند نفر حداقل در یکی از این دو درس قبول شده‌اند؟</p> <p>(کبودرآهنگ - فرزانهگان - دی ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار)</p>
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۱- مرتبط با کار در کلاس	<p>۲۳. در یک دوره‌ی جشنواره‌ی فیلم کوتاه، ۲۱ فیلم در موضوعات مختلف در حال برگزاری است. اگر ۷ فیلم اجتماعی و ۸ فیلم طنز در بین آنها وجود داشته باشد و ۳ تا از فیلم‌های طنز با مضمون اجتماعی باشند، مطلوب است تعداد کل فیلم‌هایی که:</p> <p>الف) اجتماعی یا طنز هستند.</p> <p>ب) غیراجتماعی و غیرطنز هستند.</p> <p>(کرج - پژوهندگان علم - خرداد ۱۴۰۰ - ۱۰ بار تکرار)</p>

مرجع

<p>ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۲ مرتبط با تمرین ۵</p>	<p><b>۲۴.</b> در یک کلاس ۵۰ نفره، ۱۸ نفر عضو گروه سرود، ۲۴ نفر عضو گروه تئاتر و ۵ نفر عضو هر دو گروه‌اند. مطلوب است: الف) تعداد دانش‌آموزانی که تنها عضو گروه تئاترند. ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند. (طیسی - فارابی - خرداد ۱۴۰۰ - ۲۱ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۲ مرتبط با کار در کلاس ۲</p>	<p><b>۲۵.</b> در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند و ۵ نفر عضو هیچ‌یک از دو تیم نیستند. الف) چند نفر در هر دو تیم بازی می‌کنند؟ ب) چند نفر حداقل در یک تیم بازی می‌کنند؟ پ) چند نفر فقط در تیم فوتبال بازی می‌کنند؟ (تهران - ممتاز حنان - دی ۱۴۰۰ - ۲۳ بار تکرار)</p>

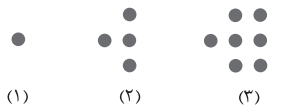

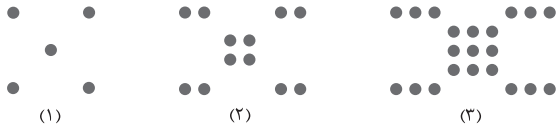
ریاضی ۱ - صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰

۳ الگو و دنباله

۱ الگو و انواع آن (خطی و غیرخطی)

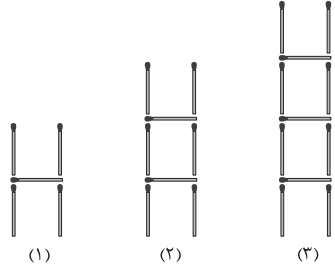
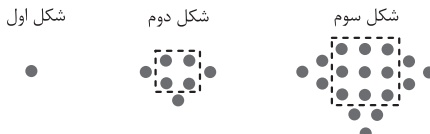
مرجع

سوالات امتحانی

<p>ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۷ مکمل کار در کلاس ۱</p>	<p><b>۲۶.</b> به الگوی مقابل توجه کنید. الف) جمله‌ی عمومی الگو را بیابید. ب) در کدام جمله، تعداد نقطه‌ها ۴۹ تا است؟ (مکران - ساعی - دی ۱۴۰۰ - ۵ بار تکرار)</p> 
<p>ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۹ مکمل کار در کلاس ۴</p>	<p><b>۲۷.</b> با توجه به الگوی مقابل: الف) دو جمله‌ی بعدی را با رسم شکل بیابید. ب) جمله‌ی عمومی الگو را به‌دست آورید. پ) تعداد نقاط در شکل دهم را حساب کنید. (امل - نمونه دولتی آیت الله آملی - دی ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار)</p> 
<p>ریاضی ۱ - صفحه‌ی ۱۶ مرتبط با مثال</p>	<p><b>۲۸.</b> در یک الگوی خطی، جملات پنجم و یازدهم، به ترتیب ۳۰ و ۷۲ می‌باشند. الف) جمله‌ی عمومی الگو را بنویسید. ب) جمله‌ی چهارم و پنجم الگو را مشخص کنید. (قوچان - راهیان نور - خرداد ۱۴۰۰ - ۷ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱ - صفحه‌های ۱۷ و ۱۸ مرتبط با فعالیت</p>	<p><b>۲۹.</b> جمله‌ی عمومی الگوی زیر را بنویسید و با توجه به جمله‌ی عمومی، جمله‌ی ششم را حساب کنید. آیا این الگو خطی است؟ الف) جمله‌ی عمومی الگو را بنویسید. ب) جمله‌ی چهارم و پنجم الگو را مشخص کنید. (ساوجبلاغ - شرافت - دی ۱۴۰۰ - ۱۵ بار تکرار)</p> 

## مرجع

## سؤالات امتحانی

<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- مرتبط با کار در کلاس ۳</p> <p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۰- مکمل تمرین ۳</p> <p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- مکمل کار در کلاس ۲</p> <p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- مکمل کار در کلاس ۲</p>	<p>۳۰. جاهای خالی را با اعداد یا کلمات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) جمله‌ی پنجم دنباله‌ی ... ، ۹ ، ۴ ، ۱ برابر ..... ، جمله‌ی دهم دنباله‌ی ... ، ۶ ، ۳ ، ۱ برابر ..... و جمله‌ی هشتم دنباله‌ی ... ، ۳ ، ۲ ، ۱ برابر ..... است.</p> <p>(تهران- نمونه دولتی ۱۷ شهریور- دی ۱۴۰۰- ۵ بار تکرار)</p> <p>ب) جمله‌ی سوم دنباله‌ی <math>a_n = \frac{2n-3}{n^2-6}</math> برابر ..... است.</p> <p>(سقز- کونر- دی ۱۴۰۰- ۱۰ بار تکرار)</p> <p>پ) جمله‌ی ..... دنباله‌ی <math>a_n = \frac{3n-7}{7n+5}</math> برابر <math>\frac{1}{3}</math> است.</p> <p>(قم- فرزاتگان- دی ۱۴۰۰- ۱۰ بار تکرار)</p> <p>ت) جمله‌ی <math>(2n-1)</math> ام یک دنباله برحسب <math>n</math> برابر <math>\frac{4n^2-1}{2n+1}</math> است. جمله‌ی پنجم این دنباله برابر ..... است.</p> <p>(قزوین- فرزاتگان- دی ۱۴۰۰- ۵ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۵- مرتبط با فعالیت</p>	<p>۳۱. با توجه به شکل، جمله‌ی عمومی دنباله را بنویسید و مشخص کنید جمله‌ی چندم آن دارای ۷۷ قطعه چوب کبریت است.</p>  <p>(گنبدکاوس- شهید مطهری- دی ۱۴۰۰- ۵ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- مکمل کار در کلاس ۲</p>	<p>۳۲. جمله‌ی عمومی یک دنباله به صورت <math>t_n = \frac{3n-1}{2n+4}</math> است.</p> <p>الف) چهار جمله‌ی اول دنباله را بنویسید.</p> <p>ب) چندمین جمله‌ی دنباله برابر ۲ است؟</p> <p>پ) جمله‌ی هشتم دنباله را به دست آورید.</p> <p>(زنجان- نمونه‌ی بسیج- دی ۱۴۰۰- ۱۰ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۰- مشابه تمرین ۲</p>	<p>۳۳. با توجه به الگوی زیر:</p> <p>الف) شکل شماره‌ی بعدی را رسم کنید، سپس جمله‌ی عمومی دنباله را به دست آورید.</p> <p>ب) شکل دهم در این الگو چند نقطه دارد؟</p>  <p>شکل اول      شکل دوم      شکل سوم</p> <p>(ایهر- امام صادق (ع)- دی ۱۴۰۰- ۱۰ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۹- مرتبط با کار در کلاس ۲</p>	<p>۳۴. سه جمله‌ی بعدی هر یک از دنباله‌های زیر را بنویسید و سپس جمله‌ی عمومی هر کدام را به دست آورید.</p> <p>الف) ... ، ۱۶ ، ۱۰ ، ۴ ، -۲</p> <p>ب) ... ، -۶۴ ، ۲۷ ، -۸ ، ۱</p> <p>پ) ... ، <math>\frac{5}{\sqrt{6}}</math> ، <math>\frac{3}{\sqrt{4}}</math> ، <math>\frac{1}{\sqrt{2}}</math></p> <p>ت) ... ، ۱۰۰۱ ، ۱۰۱ ، ۱۱</p> <p>ث) ... ، ۱۷ ، ۱۰ ، ۵ ، ۲</p> <p>(تهران- فدک- دی ۱۴۰۰- ۵ بار تکرار)</p> <p>(اسفراین- شاهد نرجس- دی ۹۵- ۵ بار تکرار)</p> <p>(تهران- فدک- دی ۱۴۰۰- ۷ بار تکرار)</p> <p>(تهران- فدک- دی ۱۴۰۰- ۵ بار تکرار)</p> <p>(تهران- فدک- دی ۱۴۰۰- ۵ بار تکرار)</p>

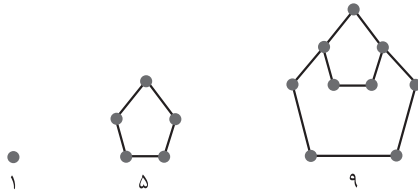
سؤالات امتحانی		مرجع
۳۵.	برای هر یک از دنباله‌های درجه دوم زیر جمله‌ی عمومی را به‌دست آورید و سپس برای هر کدام یک الگوی هندسی بکشید. الف) ... , ۲۹ , ۲۰ , ۱۳ , ۸ , ۵ ب) ... , ۳۹ , ۲۳ , ۱۱ , ۳	ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۰ مشابه تمرین ۴

۴	دنباله‌های حسابی و هندسی
۱	دنباله‌ی حسابی

سؤالات امتحانی		مرجع
۳۶.	الف) در دنباله‌ی حسابی ... , ۱۳ , ۷ , ۱ قدرنسبت برابر است با ..... ب) واسطه‌ی حسابی دو عدد $1 + \pi$ و $3 - \pi$ برابر ..... است. پ) چهار واسطه‌ی حسابی بین دو عدد ۷ و ۲۷ درج کرده‌ایم. قدرنسبت برابر ..... است.	ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۲- مرتبط با کار در کلاس ۱ ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۳- مرتبط با کار در کلاس ۲- ب ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۳- مرتبط با کار در کلاس ۲- الف

۳۷.	دنباله‌ی حسابی روبه‌رو را در نظر بگیرید: الف) قدرنسبت و جمله‌ی اول را بنویسید. ب) جمله‌ی عمومی دنباله را به‌دست آورید. پ) جمله‌ی صدم را محاسبه نمایید.	ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴ مرتبط با تمرین ۴
-----	---	--

۳۸.	الف) دو جمله‌ی بعدی الگوی مقابل را با رسم شکل بیابید و نوع دنباله‌ای که در هر مرحله تعداد نقطه‌ها را بیان می‌کند، مشخص کنید. ب) جمله‌ی عمومی آن را مشخص کنید. پ) جمله‌ی چندم این دنباله ۳۹۷ است؟	ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴ مشابه تمرین ۴
-----	--	-------------------------------------



۳۹.	در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی یازدهم ۷۵ و جمله‌ی بیست و ششم ۱۹۵ است. الف) دنباله را مشخص کنید. (جملات دنباله نوشته شود). ب) جمله‌ی هفتاد و یکم دنباله را به‌دست آورید.	ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴ مرتبط با تمرین ۲
-----	---	--

۴۰.	در یک دنباله‌ی حسابی، جملات سوم و هفتم به ترتیب ۲۰ و ۵۶ است. الف) قدرنسبت و جمله‌ی اول را به‌دست آورید. ب) جمله‌ی عمومی دنباله را به‌دست آورید. پ) جمله‌ی یازدهم دنباله را به‌دست آورید.	ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴ مرتبط با تمرین ۲
-----	---	--

۴۱.	اگر $3 - 2x$ , $5 + 7x$ و $16 + 3x$ به ترتیب سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشد، مقدار $x$ را حساب کنید.	ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۳ مرتبط با کار در کلاس ۲- ب
-----	---	---



## سؤالات امتحانی

مرجع

ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴ مکمل تمرین ۴	۴۲. دنباله‌ی حسابی زیر چند جمله دارد؟ جمله‌ی بیست و یکم آن را بنویسید. $98, \dots, 5, 2, -1, -4$ (کرج- فرهنگ آموزش- دی ۱۴۰۰- ۷ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴ مشابه تمرین ۳	۴۳. در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع سه جمله‌ی اول ۳ و مجموع سه جمله‌ی بعدی ۳۹ است. دنباله را مشخص کنید. (تهران- دکتر حسابی- دی ۱۴۰۰- ۱۷ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴ مکمل تمرین ۳	۴۴. در یک دنباله‌ی حسابی $a_1 + a_5 + a_9 = 39$ و جمله‌ی پانزدهم آن ۴۳ می‌باشد. قدرنسبت دنباله و جمله‌ی عمومی آن را بیابید. (تهران- فاخران- دی ۱۴۰۰- ۱۰ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۳ مرتبط با کار در کلاس ۲	۴۵. بین ۱۸ و ۶۲ سه عدد را چنان قرار دهید که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله‌ی حسابی بدهند. (تبریز- متین- دی ۱۴۰۰- ۱۵ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۴ مکمل تمرین ۳	۴۶. اگر مجموع ۳ عدد که دنباله‌ی حسابی تشکیل می‌دهند، برابر ۲۱ و حاصلضرب آنها ۱۶۸ باشد، آن اعداد را بیابید. (مشهد- فرزانهگان ۲- دی ۱۴۰۰- ۷ بار تکرار)

دنباله‌ی هندسی ۲

## سؤالات امتحانی

مرجع

ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۷ مشابه تمرین ۱	۴۷. درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) دنباله‌ی $\dots, 6\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 2\sqrt{5}$ یک دنباله‌ی هندسی است. (تهران- ستارخان- دی ۱۴۰۰- ۵ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۷ مشابه تمرین ۳-ب	ب) دنباله‌ای وجود ندارد که هم حسابی و هم هندسی باشد. (یزد- هاتف- دی ۱۴۰۰- ۲۳ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۶ مرتبط با کار در کلاس ۳- الف	پ) ۱۲ یک واسطه‌ی هندسی بین ۳ و ۴۸ است. (ارومیه- اندیشه‌ی برنا- خرداد ۱۴۰۰- ۱۵ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۷ مکمل تمرین ۱	ت) اگر در یک دنباله‌ی هندسی $r > 1$ باشد، آنگاه حتما دنباله افزایشی است. (شهرضا- نمونه دولتی حسینی- خرداد ۱۴۰۰- ۱۷ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۶ مرتبط با کار در کلاس ۲	۴۸. جمله‌ی عمومی دنباله‌های هندسی زیر را به دست آورید. الف) $7, 28, 112, \dots$ ب) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \dots$ پ) $8, -12, 18, \dots$ (دزفول- حجاب- خرداد ۱۴۰۰- ۷ بار تکرار) (تهران- سوده- دی ۱۴۰۰- ۷ بار تکرار) (بجنورد- شاهد نجابت- دی ۹۵- ۵ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۶ مکمل کار در کلاس ۳	۴۹. به ازای کدام مقدار $x$ اعداد $4x+3, 2x-1, x$ ، با همین ترتیب تشکیل دنباله‌ی هندسی می‌دهند؟ قدرنسبت این دنباله را بیابید. (کرج- بهارستان- خرداد ۱۴۰۰- ۱۵ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۷ مشابه تمرین ۶	۵۰. جملات چهارم و هفتم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب ۱۵ و ۴۰۵ است. مقدار جمله‌ی اول و قدرنسبت را مشخص کنید. (بهار- امام موسی کاظم (ع)- دی ۱۴۰۰- ۲۷ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۷ مرتبط با تمرین ۶	۵۱. اگر جملات هفتم و یازدهم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب ۵ و ۸۰ باشد، جمله‌ی عمومی و جمله‌ی هشتم آن را به دست آورید. (بندرانلی- بهشت آیین- دی ۱۴۰۰- ۲۷ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۷ مکمل تمرین ۶	۵۲. در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، مجموع جملات اول و سوم برابر ۵ و جمله‌ی پنجم، پانزده واحد بیشتر از جمله‌ی اول است. جمله‌ی عمومی دنباله را مشخص کنید. (تهران- جامی نوین- خرداد ۱۴۰۰- ۷ بار تکرار)
ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۶- مرتبط با کار در کلاس ۳- پ	۵۳. بین ۳ و ۹۶ چهار واسطه‌ی هندسی قرار دهید. (ماهشهر- مکتب الزهرا (س)- خرداد ۱۴۰۰- ۲۴ بار تکرار)

مرجع

<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۷ مشابه تمرین ۵</p>	<p>۵۴. حاصلضرب ۲۰ جمله‌ی اول دنباله‌های هندسی زیر را به دست آورید. (الف) ... ۸, ۴, ۲ (ب) ... ۲۷, ۹, ۳ (ارومیه- شهید بهشتی ۱- دی ۱۴۰۰-۱۰ بار تکرار) (شیراز- فرزانتگان ۱- دی ۱۴۰۰-۵ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۲۷ مشابه تمرین ۴</p>	<p>۵۵. علی دوچرخه‌ای را به قیمت ۸ میلیون تومان خرید. فرض کنید قیمت دوچرخه‌ی دست دوم، در هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد. (الف) اگر او بعد از ۴ سال قصد فروش دوچرخه‌اش را داشته باشد، به چه قیمتی می‌تواند آن را بفروشد؟ (ب) قیمت دوچرخه بعد از گذشت n سال از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟ (اردکان- سیدالشهدا (ع)- دی ۱۴۰۰-۱۰ بار تکرار)</p>

سؤال‌های ویژه برترها

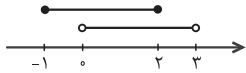
مرجع

سؤالات امتحانی

<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۷ مکمل تمرین ۴</p>	<p>۵۶. الف) اگر <math>(-\infty, \frac{4m-3}{5}] \cap [\frac{3m+1}{2}, +\infty)</math> مجموعه‌ای تک عضوی باشد، مقدار m را به دست آورید. (اصفهان- دکتر محمد شفیعی- دی ۱۴۰۰-۷ بار تکرار) ب) اگر <math>(-\infty, \frac{a}{p}] \cup [2a-1, +\infty) = \mathbb{R}</math> باشد، حدود a را به دست آورید. (اباده- فرزانتگان- دی ۱۴۰۰-۵ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۹ مکمل کار در کلاس ۶</p>	<p>۵۷. متمم مجموعه <math>(B-A)' - A</math> را نسبت به مجموعه‌ی مرجع U بیابید. (ازاک- علامه حلی- دی ۱۴۰۰-۱۳ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۳ مکمل تمرین ۴</p>	<p>۵۸. A و B دو زیرمجموعه از مجموعه‌ی مرجع U هستند. اگر <math>n(A \cup B) + n(A \cap B) = ۱۶</math> و <math>n(A') = ۸</math> و <math>n(B') = ۱۰</math> باشد، مقدار n(A) را به دست آورید. (لارستان- شهید بهشتی ۲- دی ۱۴۰۰-۵ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌ی ۱۶ مکمل متن و مثال</p>	<p>۵۹. هرگاه <math>a_n = (k-2)n^2 + kn + 3</math> جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی خطی باشد، جمله‌ی چندم این دنباله برابر ۱۰۳ است؟ (رشت- میرزا کوچک‌خان- دی ۱۴۰۰-۹۹ بار تکرار)</p>
<p>ریاضی ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۶ مکمل کار در کلاس</p>	<p>۶۰. a, b, c و d عددهای حقیقی و مثبت هستند به طوری که <math>a &lt; b &lt; c &lt; d</math>. می‌دانیم a, b, c, d با همین ترتیب چهار جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی‌اند و a, b, d با همین ترتیب سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی هستند. مقدار عددی <math>\frac{b}{c}</math> را به دست آورید. (تهران- علامه حلی ۴- دی ۱۴۰۰)</p>

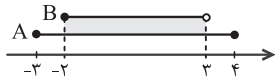
ث)  $[-1, 3]$

از محور اعداد حقیقی استفاده می‌کنیم:



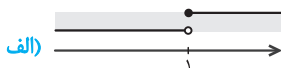
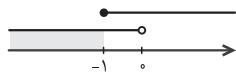
ج)  $[-2, 3]$

از محور اعداد حقیقی استفاده می‌کنیم:

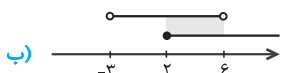


چ)  $(-\infty, -1)$

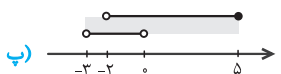
از محور اعداد حقیقی استفاده می‌کنیم:



الف)  $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty) = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$



ب)  $[2, +\infty) \cap (-3, 6) = [2, 6)$

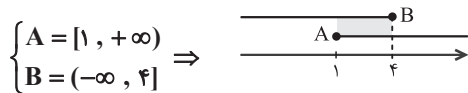


پ)  $(-3, 0) \cup (-2, 5) = (-3, 5]$

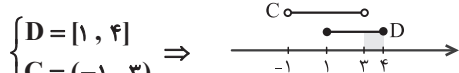


ت)  $(3, +\infty) - [2, 4) = [4, +\infty)$

۴. با استفاده از محور اعداد حقیقی ابتدا مجموعه  $A \cap B = D$  و سپس  $D - C$  را به دست می‌آوریم:



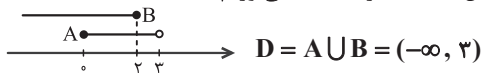
$A = [1, +\infty)$   
 $B = (-\infty, 4]$   
 $D = A \cap B = [1, 4]$



$D = [1, 4]$   
 $C = (-1, 3)$   
 $D - C = [3, 4]$

پس جواب سؤال، بازه  $[3, 4]$  است.

۵. با استفاده از محور اعداد حقیقی ابتدا مجموعه  $A \cup B = D$  و سپس  $D \cap C$  را به دست می‌آوریم:



$D = A \cup B = (-\infty, 3)$



$D \cap C = [1, 3)$

## پاسخ تشریحی فصل اول

حسین حاجیلو

۱. الف) درست است. منظور از اعداد گنگ، همان اعداد غیرگویاست، یعنی عددی که نمی‌توان آنها را به صورت کسری که صورت و مخرج آن اعداد صحیح باشد، نمایش داد.

ب) نادرست است. داریم:  $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  و  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  زیرمجموعه  $W$  نیست.

پ) درست است.  $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$  مجموعه‌ی اعداد گنگ است و  $\sqrt{3}$  هم عضوی از این مجموعه است.

ت) درست است. از آنجا که  $4 < 5 < 9$ ، داریم:

$$2 = \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} = 3$$

ث) نادرست است. نمایش مجموعه‌ی  $\mathbb{R} - (1, 5)$  روی محور به صورت  $\overline{(-\infty, 1] \cup [5, +\infty)}$  است که این مجموعه شامل عدد ۳ نیست.

ج) نادرست است. منظور از  $(-1, 4)$ ، مجموعه‌ی تمام اعداد حقیقی مانند  $x$  است به طوری که  $-1 < x < 4$  و از طرفی  $\{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  است.

چ) نادرست است. به نمایش هر دو بازه روی محور اعداد حقیقی توجه کنید:



ح) نادرست است. عدد ۵ عضو بازه‌ی  $(-2, 5)$  نیست، پس:

$$\{2, 5\} \not\subseteq (-2, 5)$$

۲. الف) یک

$$W = \{0, 1, 2, \dots\} \Rightarrow W - \mathbb{N} = \{0\}$$

$$N = \{1, 2, \dots\}$$

ب)  $\{1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, \dots\} \Rightarrow W - \mathbb{N} = \{0\}$$

$$N = \{1, 2, \dots\}$$

$$\Rightarrow Z - (W - N) = \{1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}$$

پ) مجموعه‌ی اعداد گنگ

مجموعه‌ی اعداد گویاست، پس  $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$  یعنی مجموعه‌ی اعداد حقیقی غیرگویا که به آنها اعداد گنگ می‌گوییم.

ت)  $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$

به نمایش مجموعه‌ی  $\mathbb{R} - [-2, 1)$ ،  $A = [-2, 1)$  روی محور اعداد حقیقی دقت کنید:



(ت) نامتناهی. اگر  $B$  یک مجموعه نامتناهی باشد به طوری که  $B \subseteq A$ ، در این صورت حتماً  $A$  نامتناهی است، زیرا تمام اعضای  $B$  در  $A$  نیز هستند.

۹. الف) مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد ۲۴ یعنی  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$  مجموعه‌ای متناهی است.

ب) اگر  $n$  زوج باشد داریم  $(-1)^n = 1$  و اگر  $n$  فرد باشد داریم  $(-1)^n = -1$ ، پس  $A = \{1, -1\}$  و در نتیجه  $A$  یک مجموعه متناهی است.

پ) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد  $100$ ، یعنی  $\{100n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ، یک مجموعه نامتناهی است.

ت) در بازه‌ی  $(1, 3)$ ، بی‌شمار عدد حقیقی قرار دارد، پس این مجموعه نامتناهی است.

ث) مجموعه اعداد اول یک رقمی، یعنی  $\{2, 3, 5, 7\}$ ، یک مجموعه متناهی است.

۱۰. الف) دو مجموعه نامتناهی  $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  و  $V = \{0, -1, -2, \dots\}$  را در نظر بگیرید؛ اشتراک آنها یعنی  $V \cap W = \{0\}$  یک مجموعه متناهی است.

ب) می‌توانیم  $A$  را مجموعه اعداد طبیعی و  $B$  را مجموعه اعداد حسابی در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} A = \{1, 2, 3, \dots\} \\ B = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \end{cases} \Rightarrow A \subseteq B, B - A = \{0\} \text{ متناهی}$$

۱۱. الف) درست است.  $A'$  یعنی مجموعه اعضای از مجموعه مرجع که در  $A$  قرار ندارند، پس  $A \cap A' = \emptyset$ .

ب) نادرست است. متمم اجتماع دو مجموعه برابر است با:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

پ) نادرست است. با در نظر گرفتن مجموعه اعداد طبیعی به عنوان مجموعه مرجع، در نظر بگیرید  $A = \{3, 4, 5, \dots\}$  و  $B = \{2, 3, 4, \dots\}$ ، داریم  $A \subseteq B$ ، اما:

$$\begin{cases} A' = \{1, 2\} \\ B' = \{1\} \end{cases} \Rightarrow A' \not\subseteq B'$$

ت) نادرست است. با در نظر گرفتن مجموعه اعداد صحیح به عنوان مجموعه مرجع، در نظر بگیرید  $A = \{2, 3, 4, \dots\}$ ، در نتیجه  $A' = \{\dots, -1, 0, 1\}$  که  $A'$  مجموعه‌ای نامتناهی است.

ث) نادرست است. با در نظر گرفتن مجموعه اعداد طبیعی به عنوان مجموعه مرجع، در نظر بگیرید  $A = \{1\}$ ، داریم  $A' = \{2, 3, \dots\}$  که  $A'$  مجموعه‌ای نامتناهی است.

۶.

$$A_i = [-2i, 20 - i]; i \in \{1, 2, \dots, 10\}$$

پس می‌توان نوشت:

$$A_1 = [-2, 19]$$

$$A_2 = [-4, 18]$$

$$A_3 = [-6, 17]$$

:

$$A_9 = [-18, 11]$$

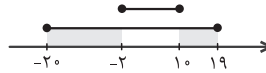
$$A_{10} = [-20, 10]$$

بنابراین داریم:

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_{10} = [-20, 19]$$

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = [-2, 10]$$

حالا باید ببینیم در مجموعه  $[-20, 19] - [-2, 10]$  چند عدد صحیح وجود دارد:



با توجه به محور داریم:

$$[-20, 19] - [-2, 10] = [-20, -2) \cup (10, 19]$$

اعداد صحیح  $-3, -2, -1, \dots, -20$  که تعداد آنها ۱۸ تا است و اعداد صحیح  $10, 11, 12, \dots, 19$  که تعداد آنها ۹ تا است در این مجموعه قرار دارند، یعنی این مجموعه شامل  $18 + 9 = 27$  عدد صحیح است.

تذکر: تعداد اعداد صحیح  $m, m+1, \dots, n$  برابر با  $m - n + 1$  است.

۷.

الف) نادرست است. شعاع این دایره‌ها می‌تواند هر عدد مثبتی باشد، پس این مجموعه نامتناهی است.

ب) درست است. مثلاً تمام اعضای مجموعه نامتناهی  $\left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$  در بازه‌ی  $[0, 1]$  قرار دارند.

پ) نادرست است. این مجموعه تهی و در نتیجه متناهی است؛ دقت کنید اگر  $x$  عددی طبیعی باشد، همواره  $\frac{1}{x} \leq 1$  است.

ت) نادرست است. مثلاً در نظر بگیرید  $B = [1, +\infty)$  و  $A = \{1\}$ .

ث) درست است. اجتماع مجموعه نامتناهی  $A$  با هر مجموعه دیگری مانند  $B$  نامتناهی است، زیرا  $A \cup B$  شامل همه اعضای  $A$  است.

ج) نادرست است. مثلاً در نظر بگیرید  $B = [1, +\infty)$  و  $A = \{1\}$ .

۸.

الف) متناهی

ب) نامتناهی. صورت این کسرها می‌تواند هر عدد صحیح دلخواهی باشد.

پ) نامتناهی. تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه نامتناهی، حتماً نامتناهی است.

$$(AU\emptyset)'U(AUU') = U$$

ت) می‌دانیم  $AUU' = A$  و  $U' = \emptyset$  و  $A'UA = U$  پس:

$$(AU\emptyset)'U(AUU') = A'U(AU\emptyset) \\ = A'UA = U$$

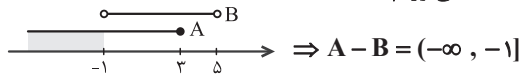
۱۵

الف)  $U = \{1, 2, \dots, 7, 8\}$

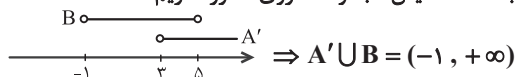
$$\begin{cases} A = \{2, 4, 5\} \\ B = \{2, 3, 5, 6\} \end{cases} \Rightarrow A - B = \{4\} \\ \Rightarrow (A - B)' = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$$

ب)  $A' = \{1, 3, 6, 7, 8\}$  و  $B' = \{1, 4, 7, 8\}$   
 $\Rightarrow A' \cap B' = \{1, 7, 8\}$

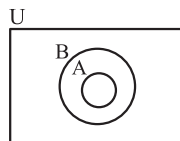
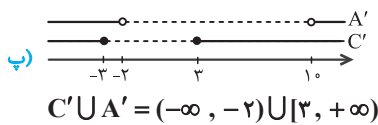
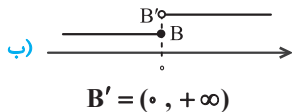
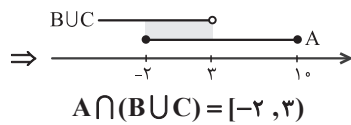
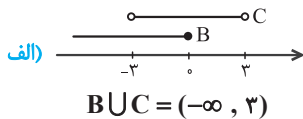
۱۶ الف) به کمک نمایش روی محور، حاصل  $A - B$  را به دست می‌آوریم.



ب) از آنجا که  $A = \{x | x \leq 3\}$  داریم  $A' = \{x | x > 3\}$  و با کمک نمایش مجموعه‌ها روی محور، داریم:



۱۷ از محور استفاده می‌کنیم:



۱۸ الف) نادرست است. اگر  $A - B = \emptyset$ ، آنگاه  $A \subseteq B$  شکل روبه‌رو را ببینید.

ب) نادرست است. تعداد اعضای مجموعه  $A - B$  کمتر یا مساوی با تعداد اعضای مجموعه  $A$  است، به عنوان مثال:

$$A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\} \Rightarrow A - B = \{1, 2\} \\ \Rightarrow n(A - B) = n(A) = 2$$

ج) نادرست است. اگر  $R$  مجموعه‌ی مرجع باشد و  $A = (-\infty, 0)$ ، آنگاه  $A' = [0, +\infty)$ .

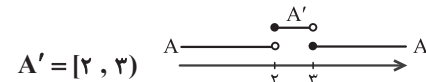


۱۲ الف) تهی  $\{0\}$  ب)

می‌دانیم  $N = \{1, 2, \dots\}$ ،  $W = \{0, 1, 2, \dots\}$  و متمم مجموعه  $N$ ، مجموعه‌ای از اعضای مجموعه  $W$  است که عضو  $N$  نیستند، یعنی  $\{0\}$ .

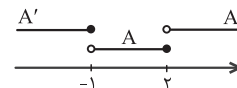
پ)  $\{2, 3\}$

اگر  $A = R - [2, 3)$  باشد، با توجه به محور زیر داریم:



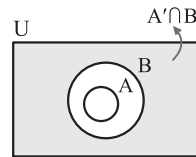
ت)  $(-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$

با توجه به محور زیر، داریم:  $A' = (-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$



ث)  $B'$

به نمودار ون دقت کنید: همانطور که ملاحظه می‌کنید اگر  $A \subseteq B$ ، آنگاه پس:  $A' \cap B' = B'$

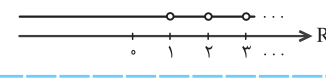


$$(A' \cap B') - B = B' - B = B'$$

۱۴ الف) اگر  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  را به عنوان مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیریم، متمم مجموعه‌ی  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  یعنی مجموعه‌ای از اعضای  $Z$  که در  $N$  وجود ندارند، پس:

$Z - N = N' = \{\dots, -2, -1, 0\}$

ب) اعضای  $R$  را که در  $N$  وجود ندارند روی محور نشان می‌دهیم:



۱۴ الف)  $(A')' = A$

متمم متمم یک مجموعه، برابر با خود آن مجموعه است.

$$(A \cup A')' = \emptyset$$

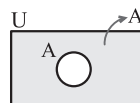
اجتماع هر مجموعه با متمم آن، برابر با مجموعه‌ی مرجع است  $(A \cup A' = U)$  و متمم مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی تهی است  $(U' = \emptyset)$ .

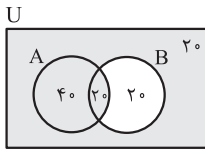
$$(U - A) \cap (A' - A) = A'$$

می‌دانیم  $U - A = A'$  و

$$A' - A = A'$$

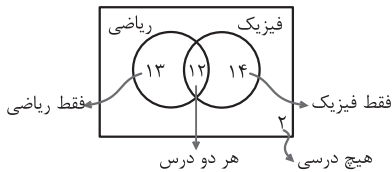
$$(U - A) \cap (A' - A) = A' \cap A' = A'$$





مجموعه‌ی  $A \cup B'$  که در نمودار به صورت رنگی نشان داده شده است، برابر است با:  
 $40 + 20 + 20 = 80$

۲۲. نمودار ون مسأله را رسم می‌کنیم. از اشتراک دو مجموعه شروع می‌کنیم. ۱۲ نفر در هر دو درس قبول شده‌اند، پس  $25 - 12 = 13$  نفر فقط در درس ریاضی و  $14 - 12 = 26$  نفر فقط در درس فیزیک قبول شده‌اند. ۲ نفر در هیچ درسی قبول نشده‌اند.

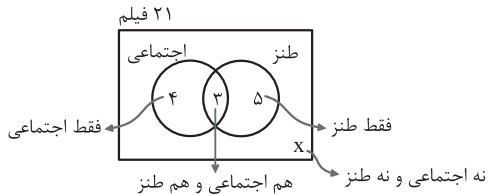


الف) تعداد کل دانش‌آموزان برابر با  $13 + 12 + 14 + 2 = 41$  نفر است.

ب) ۱۳ نفر فقط در درس ریاضی قبول شده‌اند.

پ) حداقل در یکی از دو درس یعنی اجتماع دو مجموعه که برابر  $13 + 12 + 14 = 39$  نفر است.

۲۳. نمودار ون مسأله را رسم می‌کنیم. اشتراک فیلم‌های طنز و اجتماعی ۳ تاست، پس  $7 - 3 = 4$  فیلم فقط اجتماعی و  $8 - 3 = 5$  فیلم فقط طنز است. تعداد فیلم‌های نه اجتماعی و نه طنز را  $x$  در نظر می‌گیریم.

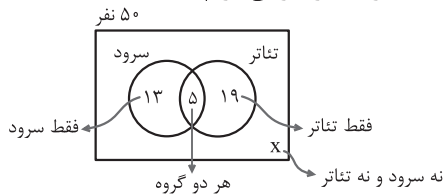


الف) اجتماعی یا طنز یعنی اجتماع دو مجموعه که برابر  $4 + 3 + 5 = 12$  فیلم است.

ب) غیر اجتماعی و غیر طنز همان  $x$  است. از آنجا که تعداد کل فیلم‌ها برابر با ۲۱ تاست، داریم:

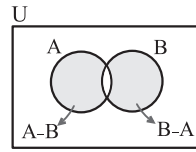
$$21 = 4 + 3 + 5 + x \Rightarrow x = 21 - 12 = 9$$

۲۴. نمودار ون مسأله را رسم می‌کنیم. از اشتراک دو مجموعه شروع می‌کنیم. ۵ نفر عضو هر دو گروه‌اند، پس  $18 - 5 = 13$  نفر فقط عضو گروه سرود و  $19 - 5 = 24$  نفر فقط عضو گروه تئاترند. تعداد کل اعضا نیز ۵۰ نفر است. تعداد افرادی که عضو هیچ‌یک از گروه‌ها نیستند را  $x$  در نظر می‌گیریم.

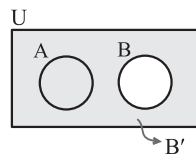


الف) ۱۹ نفر فقط عضو گروه تئاترند.

پ) درست است.  $A - B$  یعنی اعضای از مجموعه‌ی  $A$  که در  $B$  نیستند و به همین ترتیب  $B - A$  یعنی اعضای از مجموعه‌ی  $B$  که در  $A$  نیستند، پس  $A - B$  و  $B - A$  اشتراکی با هم ندارند، نمودار ون مقابل را ببینید:

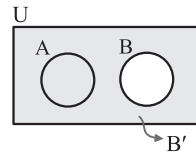


ت) درست است. نمودار ون مقابل را ببینید.



۱۹. وقتی  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم‌اند، داریم:  
 $n(A \cap B) = 0$ ، پس:  $n(A \cap B) = 0$

$$\begin{aligned} \text{الف) } n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 10 + 9 - 0 = 19 \end{aligned}$$

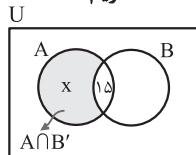


ب) با توجه به نمودار، اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، داریم:  $n(A \cap B') = n(A) = 10$

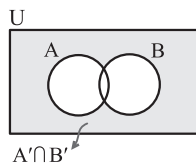
۲۰. الف) داریم:

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 25 + 48 - 15 = 58 \end{aligned}$$

ب) می‌دانیم:  $A \cap B' = A - B$ . از نمودار ون استفاده می‌کنیم. اگر در نظر بگیریم  $x = n(A \cap B')$  داریم:

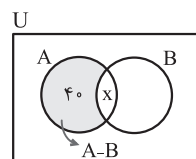


$$\begin{aligned} n(A) &= x + 15 \\ \Rightarrow 25 &= x + 15 \\ \Rightarrow x &= 10 \end{aligned}$$



پ) می‌دانیم:  $A' \cap B' = (A \cup B)'$  با توجه به نمودار مقابل که در آن مجموعه‌ی  $A' \cap B'$  مشخص شده است، داریم:

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 150 - 58 = 92$$



۲۱. با توجه به نمودار ون مقابل، اگر در نظر بگیریم  $x = n(A \cap B)$ ، داریم:

$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B)$$

$$60 = 40 + x \Rightarrow x = 20$$

پس با توجه به اینکه  $n(B) = 40$  و  $n(U) = 100$  نمودار را تکمیل می‌کنیم که در این صورت تعداد اعضای

۲۸. الف) جمله‌ی عمومی الگوی خطی به صورت  $t_n = an + b$  است و طبق فرض سؤال داریم:  $t_5 = 30$  و  $t_{11} = 72$ ، پس:

$$\begin{cases} t_5 = a(5) + b \\ t_{11} = a(11) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a + b = 30 \\ 11a + b = 72 \end{cases}$$

طرفین معادله‌ی بالا را از طرفین معادله‌ی پایین کم می‌کنیم، داریم:

$$6a = 42 \Rightarrow a = 7$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله‌ی بالا}} 30 + b = 30 \Rightarrow b = -5$$

$$\Rightarrow \text{جمله‌ی عمومی: } t_n = 7n - 5$$

ب)  $t_{45} = 7 \times 45 - 5 = 315 - 5 = 310$

۲۹. در شکل (۱)، یک نقطه در وسط و در هر چهار گوشه یک نقطه، در شکل (۲) یک مربع  $2 \times 2$  در وسط و در هر چهار گوشه ۲ نقطه، در شکل (۳) یک مربع  $3 \times 3$  در وسط و در هر چهار گوشه ۳ نقطه و ... در شکل  $n$ ام، یک مربع  $n \times n$  در وسط و در هر چهار گوشه،  $n$  نقطه وجود دارد، پس:

$$a_n = n \times n + 4n \Rightarrow a_n = n^2 + 4n$$

$$\Rightarrow a_6 = 6^2 + 4 \times 6 = 36 + 24 = 60$$

این الگو خطی نیست، زیرا در الگوی خطی، جمله‌ی شامل  $n^2$  وجود ندارد. (جمله‌ی عمومی الگوی خطی)  $t_n = an + b$

۳۰. الف) ۲۵، ۵۵، ۲۱

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی  $1, 4, 9, \dots$  به صورت  $a_n = n^2$  است، پس جمله‌ی پنجم آن برابر  $a_5 = 5^2 = 25$  است.

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی  $1, 3, 6, \dots$  به صورت  $b_n = \frac{n(n+1)}{2}$  است، پس جمله‌ی دهم آن برابر با  $b_{10} = \frac{10 \times 11}{2} = 55$  است.

در دنباله‌ی  $1, 1, 2, 3, \dots$  از جمله‌ی دوم به بعد، هر جمله مجموع دو جمله‌ی قبلی است، پس داریم:

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$

ب) ۱

$$a_n = \frac{2n-3}{n^2-6} \Rightarrow a_7 = \frac{2 \times 7 - 3}{7^2 - 6} = \frac{11}{43} = 1$$

پ) سیزدهم

$$a_n = \frac{3n-7}{7n+5} \xrightarrow{a_n = \frac{1}{3}} \frac{3n-7}{7n+5} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3(3n-7) = 7n+5 \Rightarrow 9n-21 = 7n+5 \Rightarrow 2n = 26 \Rightarrow n = 13$$

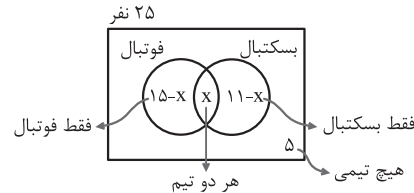
ت) ۵

$$a_{2n-1} = \frac{4n^2-1}{2n+1} \xrightarrow{\frac{2n-1=5}{n=3}} a_5 = \frac{4 \times 3^2 - 1}{2 \times 3 + 1} = \frac{35}{7} = 5$$

ب) عضو هیچ‌یک از دو گروه همان  $x$  است. از آنجا که تعداد کل نفرات برابر با ۵۰ است، داریم:

$$50 = 13 + 5 + 19 + x \Rightarrow x = 50 - 37 = 13$$

۲۵. نمودار ون مسأله را رسم می‌کنیم. اشتراک دو مجموعه یعنی تعداد نفراتی که در هر دو تیم بازی می‌کنند را  $x$  در نظر می‌گیریم. پس  $15-x$  نفر فقط در تیم فوتبال و  $11-x$  نفر فقط در تیم بسکتبال بازی می‌کنند. ۵ نفر هم عضو هیچ تیمی نیستند.



الف)  $x$  نفر در هر دو تیم بازی می‌کنند، از آنجا که تعداد کل نفرات ۲۵ تاست، داریم:

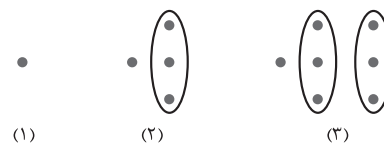
$$25 = (15-x) + x + (11-x) + 5 \Rightarrow 25 = 31 - x \Rightarrow x = 31 - 25 = 6$$

ب) حداقل در یک تیم یعنی اجتماع دو مجموعه، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} n(\text{بسکتبال}) + n(\text{فوتبال}) - n(\text{بسکتبال} \cap \text{فوتبال}) \\ = 15 + 11 - 6 = 20 \end{aligned}$$

پ)  $15-x$  نفر فقط در تیم فوتبال بازی می‌کنند که برابر با  $15-6=9$  نفر است.

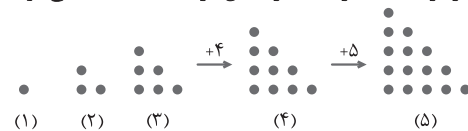
۲۶. به دسته‌بندی زیر دقت کنید:



در شکل (۱) یک نقطه، در شکل (۲) یک نقطه و یک دسته‌ی سه تایی، در شکل (۳) یک نقطه و ۲ دسته‌ی سه تایی، ... و در شکل  $n$ ام، یک نقطه و  $(n-1)$  دسته‌ی سه تایی داریم، پس:

$$\begin{aligned} \text{الف) } a_n &= 1 + 3(n-1) \\ \text{ب) } a_n = 49 &\Rightarrow 1 + 3(n-1) = 49 \Rightarrow 3(n-1) = 48 \\ &\Rightarrow n-1 = 16 \Rightarrow n = 17 \end{aligned}$$

۲۷. الف) در هر مرحله، به اندازه‌ی شماره‌ی آن مرحله، نقطه اضافه می‌شود:



ب)  $a_n = 1 + 2 + \dots + n$

می‌دانیم که مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا  $n$  برابر با  $\frac{n(n+1)}{2}$  است، پس:

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

پ)  $a_{10} = \frac{10(10+1)}{2} = 5 \times 11 = 55$

$$\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = -2 \\ 2a+b = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} a = 6 \\ b = -8 \end{cases}$$

ب)

$$\begin{array}{cccccc} 1, & -8, & 27, & -64, & 125, & -216, & 343 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (1)^3 & -(2)^3 & (3)^3 & -(4)^3 & (5)^3 & -(6)^3 & (7)^3 \end{array}$$

پس جمله‌ی عمومی دنباله به صورت  $a_n = (-1)^{n+1} \cdot n^3$  است.

$$\begin{array}{cccccc} & +2 & +2 & +2 & +2 & +2 \\ \sqrt{2}, & \sqrt{4}, & \sqrt{6}, & \sqrt{8}, & \sqrt{10}, & \sqrt{12} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ +2 & +2 & +2 & +2 & +2 & +2 \end{array}$$

ب) جمله‌ی عمومی دنباله به صورت  $a_n = \frac{2n-1}{\sqrt{2n}}$  است.

ت)

$$\begin{array}{cccccc} 11, & 101, & 1001, & 10001, & 100001, & 1000001 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 10^1+1 & 10^2+1 & 10^3+1 & 10^4+1 & 10^5+1 & 10^6+1 \end{array}$$

جمله‌ی عمومی دنباله به صورت  $a_n = 10^n + 1$  است.

$$\begin{array}{cccccc} 2, & 5, & 10, & 17, & 26, & 37, & 50 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1^2+1 & 2^2+1 & 3^2+1 & 4^2+1 & 5^2+1 & & \end{array}$$

جمله‌ی عمومی دنباله به صورت  $a_n = n^2 + 1$  است.

۳۵ جمله‌ی عمومی دنباله‌ی درجه‌ی دوم را به صورت

 $a_n = an^2 + bn + c$  در نظر می‌گیریم و با استفاده از سه جمله‌ی اول هر دنباله، مقادیر  $a$ ،  $b$ ،  $c$  را به دست می‌آوریم:الف)  $5, 8, 13, 20, \dots$ 

$$\begin{cases} a_1 = 5 \Rightarrow a + b + c = 5 & (1) \\ a_2 = 8 \Rightarrow a(2)^2 + b(2) + c = 8 \\ \Rightarrow 4a + 2b + c = 8 & (2) \\ a_3 = 13 \Rightarrow a(3)^2 + b(3) + c = 13 \\ \Rightarrow 9a + 3b + c = 13 & (3) \end{cases}$$

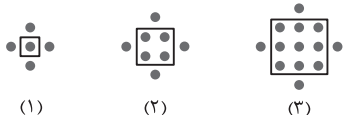
$$\begin{cases} (2)-(1) \rightarrow 3a + b = 3 & (*) \\ (3)-(2) \rightarrow 5a + b = 5 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \xrightarrow{(*)} 3 + b = 3 \Rightarrow b = 0$$

$$\xrightarrow{(1)} 1 + 0 + c = 5 \Rightarrow c = 4$$

بنابراین جمله‌ی عمومی دنباله به صورت  $a_n = n^2 + 4$  است وبرای الگوی هندسی آن می‌توان یک مربع  $n \times n$  در وسط و ۴

نقطه در اطراف این مربع در نظر گرفت:



۳۱

در شکل (۱) یک چوب‌کبریت افقی و ۲ ردیف ۲ تایی چوب‌کبریت عمودی، در شکل (۲)، ۲ چوب‌کبریت افقی و ۲ ردیف ۳ تایی چوب‌کبریت افقی، در شکل (۳)، ۳ چوب‌کبریت افقی و ۲ ردیف ۴ تایی چوب‌کبریت عمودی و ... و در شکل  $n$  ام،  $n$  چوب‌کبریت افقی و ۲ ردیف  $(n+1)$  تایی چوب‌کبریت عمودی داریم، پس:

$$a_n = n + 2(n+1) \Rightarrow a_n = 3n + 2$$

اگر  $a_n = 77$ ، داریم:

$$3n + 2 = 77 \Rightarrow 3n = 75 \Rightarrow n = 25$$

۳۲

$$\text{الف) } a_n = \frac{3n-1}{2n+4}$$

$$a_1 = \frac{3 \times 1 - 1}{2 \times 1 + 4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ و } a_2 = \frac{3 \times 2 - 1}{2 \times 2 + 4} = \frac{5}{8}$$

$$a_3 = \frac{3 \times 3 - 1}{2 \times 3 + 4} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \text{ و } a_4 = \frac{3 \times 4 - 1}{2 \times 4 + 4} = \frac{11}{12}$$

ب) اگر  $a_n = 2$ ، داریم:

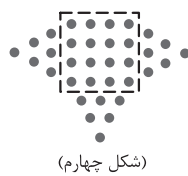
$$\frac{3n-1}{2n+4} = 2 \Rightarrow 3n-1 = 2(2n+4)$$

$$\Rightarrow 3n-1 = 4n+8 \Rightarrow n = -9$$

از آنجا که در دنباله‌ها، مقادیر  $n$ ، اعداد طبیعی هستند، پس  $n = -9$  یعنی هیچ‌کدام از جمله‌های این دنباله برابر با ۲ نیستند.

$$\text{پ) } a_8 = \frac{3 \times 8 - 1}{2 \times 8 + 4} = \frac{23}{20}$$

۳۳

الف) در شکل چهارم، یک مربع  $4 \times 4$  در وسط داریم و در سه ضلع این مربع، سه مثلث داریم که هر کدام  $1+2+3$  نقطه دارند.

شکل چهارم

در شکل  $n \times n$  ام، درون مربع  $n \times n$  نقطه داریم و در دو طرف کناری و طرف پایین به تعداد  $1+2+\dots+(n-1)$  نقطه، پس:

$$a_n = n^2 + 3(1+2+\dots+(n-1))$$

می‌دانیم که اگر  $m$  عددی طبیعی باشد، آنگاه

$$1+2+\dots+m = \frac{m(m+1)}{2}$$

$$a_n = n^2 + 3 \left( \frac{(n-1)((n-1)+1)}{2} \right) = n^2 + \frac{3n(n-1)}{2}$$

$$\text{ب) } a_{10} = 10^2 + \frac{3 \times 10 \times 9}{2} = 100 + 135 = 235$$

۳۴

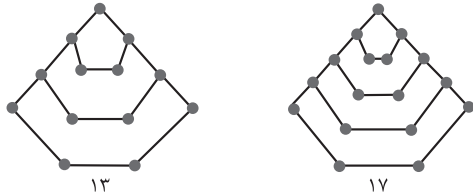
$$\text{الف) } -2, 4, 10, 16, 22, 28, 34$$

$$+6 \quad +6 \quad +6 \quad +6 \quad +6 \quad +6$$

هر جمله، برابر با مجموع جمله‌ی قبل و عدد ۶ است، پس یک دنباله‌ی خطی داریم و اگر جمله‌ی عمومی آن را به صورت  $a_n = an + b$  در نظر بگیریم، داریم:



۳۸. الف) در هر شکل، ۴ نقطه اضافه می‌شود، پس دنباله حسابی است:



ب) در هر مرحله، چهار نقطه بیشتر از مرحله‌ی قبل داریم، پس باید جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت  $d = 4$  و جمله‌ی اول  $t_1 = 1$  را به دست آوریم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = 1 + (n-1) \times 4$$

$$\Rightarrow t_n = 4n - 3$$

پ)  $t_n = 397 \Rightarrow 4n - 3 = 397 \Rightarrow 4n = 400$   
 $\Rightarrow n = 100$

۳۹. الف) ابتدا جمله‌ی عمومی دنباله را می‌یابیم. جمله‌ی عمومی

دنباله‌ی حسابی به صورت  $t_n = t_1 + (n-1)d$  است، پس:

$$\begin{cases} t_{11} = 75 \\ t_{26} = 195 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 10d = 75 \\ t_1 + 25d = 195 \end{cases}$$

$$15d = 120 \Rightarrow d = 8$$

$$\xrightarrow{t_1 + 10d = 75} t_1 + 80 = 75 \Rightarrow t_1 = -5$$

پس جمله‌های دنباله به صورت  $\dots, 19, 11, 3, -5, -13, \dots$  است.

ب) جمله‌ی عمومی به صورت  $t_n = -5 + (n-1) \times 8$  است، پس:

$$t_{71} = -5 + 70 \times 8 = -5 + 560 = 555$$

۴۰. الف) جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی به صورت

$t_n = t_1 + (n-1)d$  است، پس:

$$\begin{cases} t_7 = 56 \\ t_3 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + 6d = 56 \\ t_1 + 2d = 20 \end{cases}$$

$$4d = 36 \Rightarrow d = 9$$

$$\xrightarrow{t_1 + 2d = 20} t_1 + 18 = 20 \Rightarrow t_1 = 2$$

ب) جمله‌ی عمومی به صورت  $t_n = 2 + (n-1) \times 9$  یا به طور خلاصه  $t_n = 9n - 7$  است.

پ)  $t_{11} = 9 \times 11 - 7 = 99 - 7 = 92$

۴۱. اگر سه عدد  $a, b, c$  به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله‌ی

حسابی باشند، آنگاه  $b = \frac{a+c}{2}$ ، پس:

$$2x - 3, 7x + 5, 3x + 16$$

$$\Rightarrow 7x + 5 = \frac{(3x + 16) + (2x - 3)}{2}$$

$$\Rightarrow 7x + 5 = \frac{5x + 13}{2}$$

$$\Rightarrow 14x + 10 = 5x + 13 \Rightarrow 9x = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

ب)  $3, 11, 23, 39, \dots$

$$\begin{cases} a_1 = 3 \Rightarrow a + b + c = 3 & (1) \\ a_2 = 11 \Rightarrow a(2)^2 + b(2) + c = 11 \\ \Rightarrow 4a + 2b + c = 11 & (2) \\ a_3 = 23 \Rightarrow a(3)^2 + b(3) + c = 23 \\ \Rightarrow 9a + 3b + c = 23 & (3) \end{cases}$$

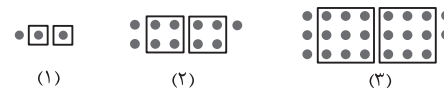
$$\begin{cases} \xrightarrow{(2)-(1)} 3a + b = 8 & (*) \\ \xrightarrow{(3)-(2)} \Delta a + b = 12 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{(*)} 6 + b = 8 \Rightarrow b = 2$$

$$\xrightarrow{(1)} 2 + 2 + c = 3 \Rightarrow c = -1$$

بنابراین جمله‌ی عمومی دنباله به صورت  $a_n = 2n^2 + 2n - 1$

است. برای جمله‌ی  $2n^2$  می‌توان دو مربع  $n \times n$  نقطه‌ای و برای  $2n - 1$  می‌توان دو ردیف  $n$  و  $n - 1$  نقطه‌ای در نظر گرفت، بنابراین الگوی هندسی را به صورت زیر می‌توان در نظر گرفت:



۳۶. الف) ۶

قدرنسبت هر دنباله‌ی حسابی برابر است با تفاضل هر جمله از جمله‌ی قبل از خود، پس در این دنباله داریم:

$$d = 7 - 1 = 13 - 7 = 6$$

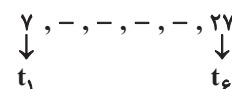
ب) ۲

واسطه‌ی حسابی دو عدد  $a$  و  $b$  برابر است با  $\frac{a+b}{2}$ ، پس واسطه‌ی حسابی  $1 + \pi$  و  $3 - \pi$  برابر است با:

$$\frac{(1 + \pi) + (3 - \pi)}{2} = 2$$

پ) ۴

اگر بین ۷ و ۲۷ چهار واسطه‌ی حسابی درج کنیم، یک دنباله‌ی حسابی داریم که جمله‌ی اول آن ۷ و جمله‌ی ششم آن ۲۷ است، پس:



$$t_1 = 7, t_6 = t_1 + 5d \Rightarrow 27 = 7 + 5d \Rightarrow d = 4$$

۳۷

$2, 7, 12, \dots$

الف) جمله‌ی اول  $t_1 = 2$  و قدرنسبت  $d = t_2 - t_1 = 5$  است.

ب) جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی به صورت  $t_n = t_1 + (n-1)d$  است، پس در این سؤال:

$$t_n = 2 + (n-1) \times 5 \Rightarrow t_n = 5n - 3$$

پ)  $t_{100} = 5 \times 100 - 3 = 497$

۴۲ در این دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول  $t_1 = -4$  و قدرنسبت  $d = t_2 - t_1 = -1 - (-4) = 3$  است، پس جمله‌ی عمومی به صورت زیر است:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$\xrightarrow{t_5=62} 62 = 18 + 4d \Rightarrow 44 = 4d \Rightarrow d = 11$$

پس جملات دنباله به صورت زیر است:

$$18, \boxed{29}, \boxed{40}, \boxed{51}, 62$$

+11    +11    +11

۴۳ برای راحتی محاسبات، سه عددی را که تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند، به صورت  $x-d, x, x+d$  در نظر می‌گیریم.

$$(x-d) + x + (x+d) = 21 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

$$(x-d)x(x+d) = 168 \Rightarrow x(x^2 - d^2) = 168$$

$$\xrightarrow{x=7} 7(49 - d^2) = 168 \Rightarrow 49 - d^2 = 24$$

$$\Rightarrow d^2 = 25 \Rightarrow d = \pm 5$$

اگر در نظر بگیریم  $d = 5$  داریم:

$$x-d = 7-5 = 2, x = 7, x+d = 7+5 = 12$$

اگر در نظر بگیریم  $d = -5$  هم به سه عدد ۲، ۷ و ۱۲ می‌رسیم.

۴۴ الف) نادرست است. در دنباله‌ی هندسی، نسبت هر جمله به جمله‌ی قبلیش مقدار ثابتی است، اما در دنباله‌ی

$$... , 6\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 2\sqrt{5} \text{ داریم: } \frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \neq \frac{6\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}$$

پس این دنباله، هندسی نیست.

ب) نادرست است. هر دنباله‌ی ثابت، مثلاً  $2, 2, 2, \dots$  یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت صفر و یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت یک است.

پ) درست است. عدد  $b$  زمانی واسطه‌ی هندسی  $a$  و  $c$  است که  $ac = b^2$ . از آنجاکه  $12^2 = 48 \times 3$ ، عدد ۱۲ یک واسطه‌ی هندسی ۳ و ۴۸ است؛ دقت کنید که واسطه‌ی هندسی دیگر ۳ و ۴۸، عدد  $(-12)$  است.

ت) نادرست است. به عنوان مثال، دنباله‌ی هندسی  $1, -2, -4, \dots$  را در نظر بگیرید که در آن  $r = 2 > 1$  است. با افزایش  $n$ ، مقدار  $t_n$  کاهش می‌یابد، یعنی دنباله، کاهشی است.

۴۵ جمله‌ی عمومی هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول  $t_1$  و قدرنسبت  $r$  به صورت  $t_n = t_1 r^{n-1}$  است که در آن  $r$  برابر است با حاصل تقسیم یک جمله‌ی دنباله بر جمله‌ی ماقبل خود.

$$\text{الف) } 7, 28, 112, \dots \Rightarrow t_1 = 7, r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{28}{7} = 4$$

$$\Rightarrow t_n = 7 \times 4^{n-1}$$

$$\text{ب) } 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots \Rightarrow t_1 = 1, r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t_n = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

۴۳ در این دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول  $t_1 = -4$  و قدرنسبت  $d = t_2 - t_1 = -1 - (-4) = 3$  است، پس جمله‌ی عمومی به صورت زیر است:

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = -4 + (n-1) \times 3$$

حالا باید ببینیم ۹۸، جمله‌ی چندم این دنباله است:

$$t_n = 98 \Rightarrow -4 + (n-1) \times 3 = 98 \Rightarrow 3(n-1) = 102$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{102}{3} \Rightarrow n-1 = 34 \Rightarrow n = 35$$

اگر بخواهیم جمله‌ی بیست و یکم را محاسبه کنیم، داریم:

$$t_{21} = -4 + (21-1) \times 3 \Rightarrow t_{21} = 56$$

۴۴ اول  $t_1, t_1 + d, t_1 + 2d$

$$\Rightarrow t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) = 3$$

$$\Rightarrow 3t_1 + 3d = 3 \xrightarrow{\div 3} t_1 + d = 1 \quad (*)$$

دوم جمله‌ی دوم  $t_1 + 3d, t_1 + 4d, t_1 + 5d$

$$\Rightarrow (t_1 + 3d) + (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) = 39$$

$$\Rightarrow 3t_1 + 12d = 39 \xrightarrow{\div 3} t_1 + 4d = 13 \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(**), (*)} \begin{cases} t_1 + 4d = 13 \\ t_1 + d = 1 \end{cases}$$

$$3d = 12 \Rightarrow d = 4$$

$$\xrightarrow{(*)} t_1 + 4 = 1 \Rightarrow t_1 = -3$$

بنابراین جملات دنباله به صورت  $1, 5, 9, \dots$  است.

پس دنباله‌ی مورد نظر، دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی  $t_n = 4n - 7$  یا  $t_n = -3 + (n-1) \times 4$  است.

۴۴ می‌دانیم  $a_n = a_1 + (n-1)d$  پس  $a_5 = a_1 + 4d$  و  $a_9 = a_1 + 8d$  پس:

$$a_1 + a_5 + a_9 = 39$$

$$\Rightarrow a_1 + (a_1 + 4d) + (a_1 + 8d) = 39$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 12d = 39 \xrightarrow{\div 3} a_1 + 4d = 13 \quad (*)$$

$$a_{15} = 43 \Rightarrow a_1 + 14d = 43 \quad (**)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(**), (*)} \begin{cases} a_1 + 14d = 43 \\ a_1 + 4d = 13 \end{cases}$$

$$10d = 30 \Rightarrow d = 3$$

$$\xrightarrow{(*)} a_1 + 12 = 13 \Rightarrow a_1 = 1$$

$$\Rightarrow \text{جمله‌ی عمومی: } a_n = 1 + (n-1) \times 3 = 3n - 2$$

۴۵ دنباله را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$18, \boxed{\quad}, \boxed{\quad}, \boxed{\quad}, 62$$

یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول  $t_1 = 18$  و جمله‌ی پنجم

۵۲. جمله‌ی عمومی را به صورت  $t_n = t_1 r^{n-1}$  در نظر می‌گیریم.

مجموع جملات اول و سوم برابر با ۵ است، یعنی:

$$t_1 + t_3 = 5 \Rightarrow t_1 + t_1 r^2 = 5 \Rightarrow t_1(1+r^2) = 5 \quad (*)$$

جمله‌ی پنجم، ۱۵ واحد بیشتر از جمله‌ی اول است، یعنی:

$$t_5 = t_1 + 15 \Rightarrow t_1 r^4 = t_1 + 15 \Rightarrow t_1 r^4 - t_1 = 15$$

$$\Rightarrow t_1(r^4 - 1) = 15 \quad (**)$$

حال طرفین تساوی (\*\*\*) را بر طرفین تساوی (\*) تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{t_1(r^4 - 1)}{t_1(1+r^2)} = \frac{15}{5} \Rightarrow \frac{r^4 - 1}{r^2 + 1} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{(r^2 + 1)(r^2 - 1)}{r^2 + 1} = 3$$

$$\Rightarrow r^2 - 1 = 3 \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r^2 = 2^2 \Rightarrow r = \pm 2$$

از آنجا که بنا به فرض سؤال، جمله‌های دنباله مثبت‌اند، مقدار

از  $r = 2$  را می‌پذیریم؛ از معادله (\*) داریم:

$$t_1(1+2^2) = 5 \Rightarrow t_1 = 1$$

$$\text{جمله‌ی عمومی: } t_n = t_1 r^{n-1} \Rightarrow t_n = 2^{n-1}$$

۵۳. اگر بخواهیم بین ۳ و ۹۶ چهار واسطه‌ی هندسی قرار دهیم، یک

دنباله‌ی هندسی خواهیم داشت که جمله‌ی اول آن  $t_1 = 3$  و جمله‌ی ششم آن ۹۶ است.

$$3, \underline{t_2}, \underline{t_3}, \underline{t_4}, \underline{t_5}, 96$$

$$\downarrow$$

$$t_1$$

$$\downarrow$$

$$t_6$$

اگر قدرنسبت این دنباله  $r$  باشد، داریم:

$$t_6 = t_1 r^5 \Rightarrow 96 = 3 \times r^5 \Rightarrow r^5 = 32 \Rightarrow r^5 = 2^5$$

$$\Rightarrow r = 2$$

پس دنباله به صورت زیر است:

$$3, 6, 12, 24, 48, 96$$

$$\times 2$$

$$\times 2$$

$$\times 2$$

$$\times 2$$

$$\times 2$$

۵۴

$$2, 4, 8, \dots \Rightarrow t_1 = 2, r = \frac{4}{2} = 2, t_n = t_1 r^{n-1}$$

$$t_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n$$

$$\text{جمله‌ی اول حاصلضرب } 2^0 \times 2^1 \times 2^2 \times \dots \times 2^{20} = 2^1 + 2^2 + \dots + 2^0$$

$$\text{می‌دانیم } 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ بنابراین:}$$

$$2^1 + 2^2 + \dots + 2^0 = \frac{2 \times 21}{2} = 2^1 \times 21 = 2^{21}$$

$$3, 9, 27, \dots \Rightarrow t_1 = 3, r = \frac{9}{3} = 3, t_n = t_1 r^{n-1}$$

$$t_n = 3 \times 3^{n-1} = 3^n$$

پ) ۸, -۱۲, ۱۸, ...

$$\Rightarrow t_1 = 8, r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{-12}{8} = \frac{-3}{2}$$

$$\Rightarrow t_n = 8 \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

۴۹. اگر سه عدد  $a, b, c$  جمله‌های متوالی یک دنباله‌ی هندسی

باشند، آنگاه  $b^2 = ac$  پس در این سؤال، داریم:

$$4x + 3, 2x - 1, x \Rightarrow (2x - 1)^2 = x(4x + 3)$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 4x^2 + 3x \Rightarrow 7x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{7}$$

قدرنسبت دنباله‌ی هندسی برابر با حاصل تقسیم یک جمله از دنباله به جمله‌ی ماقبلش است، پس:

$$r = \frac{x}{2x-1} \xrightarrow{x=\frac{1}{7}} r = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{2}{7}-1} = -\frac{1}{5}$$

$$\text{یا } r = \frac{2x-1}{4x} \xrightarrow{x=\frac{1}{7}} r = \frac{\frac{2}{7}-1}{\frac{4}{7}} = -\frac{5}{1}$$

۵۰. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی به صورت  $t_n = t_1 r^{n-1}$  است، پس:

$$\begin{cases} t_7 = 405 \Rightarrow t_1 r^6 = 405 & \Rightarrow \frac{t_1 r^6}{t_1 r^3} = \frac{405}{15} \\ t_4 = 15 \Rightarrow t_1 r^3 = 15 \end{cases}$$

حال از آنجا که  $t_1 r^3 = 15$  داریم:

$$t_1 (3)^3 = 15 \Rightarrow t_1 = \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$$

۵۱

$$\begin{cases} t_{11} = 80 \Rightarrow t_1 r^{10} = 80 & \Rightarrow \frac{t_1 r^{10}}{t_1 r^6} = \frac{80}{5} \\ t_7 = 5 \Rightarrow t_1 r^6 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow r^4 = 2^4 \Rightarrow r = \pm 2$$

حال از آنجا که  $t_1 r^6 = 5$  داریم:  $t_1 = \frac{5}{64}$

جمله‌ی عمومی را می‌توانیم با  $r = 2$  یا  $r = -2$  بنویسیم،

$$\text{یعنی } t_n = \frac{5}{64} (2)^{n-1} \text{ یا } t_n = \frac{5}{64} (-2)^{n-1}$$

برای به‌دست آوردن  $t_8$  از هر دو جمله‌ی عمومی می‌توان استفاده کرد:

$$t_8 = \frac{5}{64} (2)^7 = \frac{5}{64} \times 2^7 = 10$$

$$t_8 = \frac{5}{64} (-2)^7 = -\frac{5}{64} \times 2^7 = -10$$

یا:

بنابراین:

$$((B - A') - A)' = A \cup B$$

۵۸ می‌دانیم  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ، پس:

$$n(A \cup B) + n(A \cap B) = 16 \Rightarrow n(A) + n(B) = 16$$

$$\begin{cases} n(A') = n(U) - n(A) \\ n(B') = n(U) - n(B) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 18 = n(U) - n(A) & (*) \\ 10 = n(U) - n(B) \end{cases}$$

$$18 = 2n(U) - \underbrace{(n(A) + n(B))}_{16} \Rightarrow 2n(U) = 34$$

$$\Rightarrow n(U) = 17$$

$$\xrightarrow{(*)} 18 = 17 - n(A) \Rightarrow n(A) = 9$$

۵۹ جمله‌ی عمومی دنباله‌ی خطی به صورت  $a_n = an + b$  است،یعنی فاقد جمله‌ی شامل  $n^2$  است، پس برای اینکه دنباله‌ی $n^2$  ضریب  $a_n = (k-2)n^2 + kn + 3$  خطی باشد، باید ضریب  $n^2$  صفر باشد:

$$k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow a_n = 2n + 3$$

حال اگر  $a_n = 103$  داریم:

$$103 = 2n + 3 \Rightarrow n = 50$$

۶۰ حسابی  $a, b, c, d$ : دنباله‌ی حسابی

$$\Rightarrow \begin{cases} b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow a = 2b - c & (1) \\ c = \frac{b+d}{2} \Rightarrow d = 2c - b & (2) \end{cases}$$

هندسی  $a, b, d$ : دنباله‌ی هندسی

$$\Rightarrow b^2 = ad$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} b^2 = (2b - c)(2c - b)$$

$$\Rightarrow b^2 = 4bc - 2b^2 - 2c^2 + bc$$

$$\Rightarrow 3b^2 - 5bc + 2c^2 = 0$$

$$\xrightarrow{+c^2} 3\left(\frac{b}{c}\right)^2 - 5\left(\frac{b}{c}\right) + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\frac{b}{c} = x} 3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(3x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \quad * \\ x = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

از آنجا که بنا به فرض سؤال  $b < c$ ، مقدار  $\frac{b}{c} = 1$  را

نمی‌پذیریم.

$$\begin{aligned} 3^1 \times 3^2 \times \dots \times 3^{20} &= \text{حاصلضرب } 20 \text{ جمله‌ی اول} \\ &= 3^{1+2+\dots+20} = 3^{\frac{20 \times 21}{2}} \\ &= 3^{210} \end{aligned}$$

۵۵ الف) اگر قیمت هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل کاهش داشته باشد، یعنی قیمت هر سال ۸۰ درصد قیمت سال قبل است. قیمت اولیه هشت میلیون، یعنی  $8 \times 10^6$  است و پس از گذشت هر سال، قیمت ۰/۸ برابر می‌شود.

$$\text{هر سال، قیمت } = 8 \times 10^6$$

$$\text{قیمت بعد از یک سال} = 0/8 \times 8 \times 10^6$$

$$\text{قیمت بعد از ۲ سال} = (0/8)^2 \times 8 \times 10^6$$

$$\text{قیمت بعد از ۳ سال} = (0/8)^3 \times 8 \times 10^6$$

$$\text{قیمت بعد از ۴ سال} = (0/8)^4 \times 8 \times 10^6$$

$$= \left(\frac{8}{10}\right)^4 \times 8 \times 10^6 = 8^5 \times 10^2 = 3276800$$

ب) اگر قیمت دوچرخه را بعد از  $n$  سال  $P_n$  بنامیم، داریم:

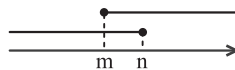
$$P_n = (0/8)^n \times 8 \times 10^6$$

۵۶ الف) با توجه به شکل، اشتراک دو بازه‌ی  $(-\infty, a]$  و  $[b, +\infty)$  زمانی تک‌عضوی است که  $a = b$ .

پس در این سؤال، باید:

$$\frac{4m-3}{5} = \frac{3m+1}{2} \Rightarrow 8m-6 = 15m+5$$

$$\Rightarrow 7m = -11 \Rightarrow m = -\frac{11}{7}$$

ب) با توجه به شکل، اجتماع دو بازه‌ی  $(-\infty, n]$  و  $[m, +\infty)$  زمانی  $R$  است که  $m \leq n$ .

پس در این سؤال، باید:

$$2a-1 \leq \frac{a}{2} \xrightarrow{\times 2} 4a-2 \leq a \Rightarrow 3a \leq 2 \Rightarrow a \leq \frac{2}{3}$$

۵۷ با استفاده از نمودار ون، مرحله به مرحله پیش می‌رویم:

