

فهرست

- فصل اول
عدد و الگوهای عددی ۵
- فصل دوم
کسر ۴۱
- فصل سوم
اعداد اعشاری ۷۵
- فصل چهارم
تقارن و مختصات ۱۰۳
- فصل پنجم
اندازه گیری ۱۲۵
- فصل ششم
تناسب و درصد ۱۶۱
- فصل هفتم
تقریب ۱۸۹
- پاسخننامه ۲۰۹
- آزمون های دوره ای و نمونه سوالات امتحان نهایی
آزمون دوره ای فصل ۱ و ۲ و ۳ ۲۹۸
آزمون دوره ای فصل ۳ و ۴ ۳۰۲
آزمون دوره ای فصل ۱ و ۲ و ۳ و ۴ ۳۰۶
ارزشیابی هماهنگ درس ریاضی خرداد ۱۳۹۷ ۳۱۰
ارزشیابی هماهنگ درس ریاضی خرداد ۱۳۹۸ ۳۱۶
ارزشیابی هماهنگ درس ریاضی خرداد ۱۳۹۹ ۳۲۲
ارزشیابی هماهنگ درس ریاضی خرداد ۱۴۰۱ ۳۲۸
ارزشیابی هماهنگ درس ریاضی خرداد ۱۴۰۲ ۳۳۴
ارزشیابی هماهنگ درس ریاضی خرداد ۱۴۰۳ ۳۴۰





بخش اول: الگوهای عددی

بخش



این بخش را با تعریف چند موضوع شروع می‌کنیم.

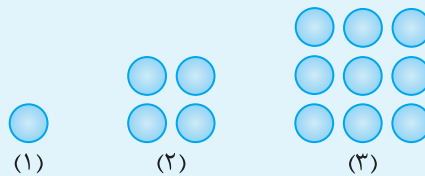
الگویابی: ریاضی علم الگوهاست و می‌توان آن را برای داشتن تفکری منطقی و خلاقانه یاد گرفت. همچنین الگویابی از روش‌های بسیار مهم در حل مسئله است و یکی از مواردی است که در زندگی روزمره بسیار از آن استفاده می‌کنیم. به پیدا کردن روابط مشخص بین اشکال و اعداد الگویابی می‌گوییم و برای اینکه راحت‌تر بتوانیم این روابط را پیدا کنیم، الگوها را به دو دسته تقسیم می‌کنیم.

الگوها { الگوهایی که با فاصله‌ی ثابت جلو می‌روند. (دنباله‌ی منظم)
الگوهایی که فاصله‌ی بین اعداد آن‌ها ثابت نیست.

● الگوهایی که فاصله‌ی بین اعداد آن‌ها ثابت نیست.

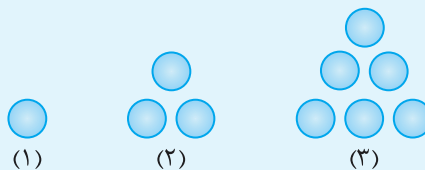
بعضی از این الگوها بسیار معروف هستند و نام‌گذاری شده‌اند که با حفظ کردن اعداد آن‌ها می‌توانیم هر جا که آن‌ها را دیدیم بشناسیم و اعداد مربوط به هر شماره‌ی شکل را با توجه به فرمولی که حفظ هستیم پیدا کنیم.

◀ (۱) الگوی مربعی:



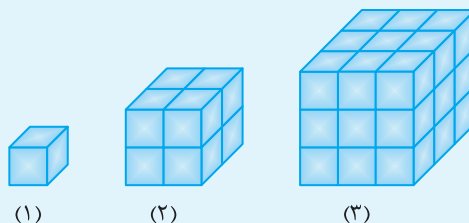
شماره شکل × شماره شکل = فرمول الگوی مربعی
۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, ۳۶, ...

◀ (۲) الگوی مثلثی:



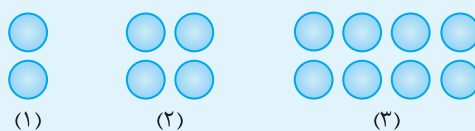
شماره شکل بعدی × شماره شکل = فرمول الگوی مثلثی
۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, ...

◀ (۳) الگوی مکعبی:

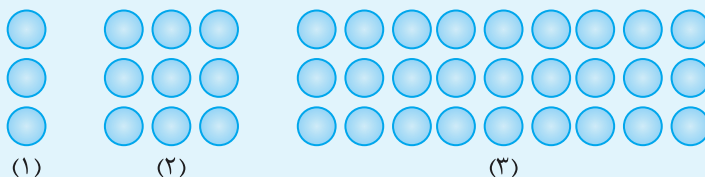


شماره شکل × شماره شکل × شماره شکل = فرمول الگوی مکعبی
۱, ۸, ۲۷, ۶۴, ...

۴) الگوی توانی برای هر عدد:

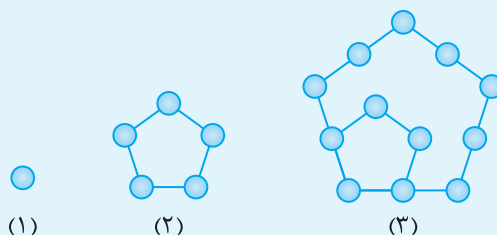


عدد ۲ به تعداد شماره شکل در خودش ضرب می‌شود = فرمول الگوی توانی برای عدد ۲
۲, ۴, ۸, ۱۶, ...



عدد ۳ به تعداد شماره شکل در خودش ضرب می‌شود = فرمول الگوی توانی برای عدد ۳
۳, ۹, ۲۷, ۸۱, ...

۵) الگوی مخمسی:



یکی کمتر از ۳ برابر شماره شکل $\times$ شماره شکل = فرمول الگوی مخمسی
۱, ۵, ۱۲, ۲۲, ۳۵, ...

۶) الگوی فیبوناچی:

دنباله یا اعداد فیبوناچی یکی از معروف‌ترین و زیباترین دنباله‌های ریاضی است. از دیدگاه کاربردی اعداد فیبوناچی به مقدار زیاد در طبیعت یافت می‌شوند. مانند تعداد گلبرگ‌های گل، شکل تخم‌مرغ و آناناس، پیچش دم‌آفتاب‌پرست یا چینش مارپیچی تخم‌های گل آفتاب‌گردان.
جمع هر عدد با عدد قبلی = فرمول الگوی فیبوناچی

۰, ۱, ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ...

● الگوهایی که فاصله‌ی بین اعداد آن ثابت است.

این بخش را با تعریف چند مورد شروع می‌کنیم:

اعداد طبیعی: به مجموعه‌ی اعدادی که از یک شروع می‌شوند و یکی یکی جلو می‌روند، اعداد طبیعی می‌گویند.
 $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ اعداد طبیعی

مضارب طبیعی یک عدد: همان‌طور که از اسم مضرب پیداست، یعنی ضرب هر عدد در اعداد طبیعی.
به طور مثال اگر بخواهیم مضارب طبیعی عدد ۳ را پیدا کنیم باید عدد ۳ را در اعداد طبیعی ضرب کنیم:

- ① $1 \times 3 = 3$
- ② $2 \times 3 = 6$
- ③ $3 \times 3 = 9$
- ④ $4 \times 3 = 12$
- ⑤ $5 \times 3 = 15$
- ⋮



بخش اول: یادآوری مفهوم کسر



بخوان

کسر: در لغت به معنی شکستن است و در ریاضیات از دو قسمت صورت و مخرج تشکیل می‌شود. خط کسری یکی از سه شکل تقسیم است:

$$\bigcirc \div \triangle \quad \text{و} \quad \frac{\bigcirc}{\triangle} \quad \text{و} \quad \bigcirc \mid \triangle$$

انواع کسر:

- کسرهای کوچکتر از واحد: کسرهایی هستند که صورتشان از مخرج کوچکتر است. مانند: $\frac{1}{3}$
- کسرهای برابر واحد: کسرهایی هستند که صورتشان با مخرج برابر است. مانند: $\frac{3}{3}$
- کسرهای بزرگتر از واحد: کسرهایی هستند که صورتشان از مخرج بزرگتر است. مانند: $\frac{5}{3}$

$$\frac{0}{2} = \frac{0}{4} = 0$$

کسر برابر صفر: کسری است که صورت آن صفر باشد.

در ریاضی کسری که دارای مخرج صفر باشد مفهومی ندارد.

مثال: $\frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$

کسرهای بزرگتر از واحد را می‌توان به عدد مخلوط تبدیل کرد.

تبدیل عدد کسری به عدد مخلوط

اگر بخواهیم اعداد کسری را به عدد مخلوط تبدیل کنیم، از آنجایی که خط کسری یعنی تقسیم، باید صورت را به مخرج تقسیم کنیم. برای درک بیشتر به مثال زیر توجه کنید:

۱۵ توپ داریم که می‌خواهیم آن‌ها را در دسته‌های ۷ تایی قرار دهیم.



همان‌طور که در شکل می‌بینیم ۲ دسته کامل داریم و ۱ توپ از دسته‌های ۷ تایی برای ما باقی‌مانده است. پس عدد مخلوط این توپ‌ها

می‌شود: $2\frac{1}{7}$

$$\begin{array}{r} 15 \quad 7 \\ 14 \quad 2 \rightarrow 2\frac{1}{7} \\ 1 \end{array}$$

خلاصه این‌که:

- خارج قسمت ← به جای عدد صحیح
- مقسوم‌علیه ← به جای مخرج
- باقی‌مانده ← به جای صورت

نوشته شود.

در رابطه درستی تقسیم، دقت کنید که هر کدام از اعضای تقسیم در کدام قسمت عدد مخلوط یا کسر بزرگتر از واحد می‌نشینند.

$$(2 \times 7) + 1 = 15$$

$$\begin{array}{r} \text{مخرج کسر } 7 \\ - 15 \\ 14 \quad 2 \\ 1 \end{array}$$

عدد صحیح ← ۱ صورت کسر

$$\frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$$

بخش پنجم: محاسبات با کسر

بخوان



برای محاسبات با کسر ابتدا باید تقدم عملیات ریاضی را بشناسیم.

(۱) پرانتز (۲) ضرب و تقسیم (۳) جمع و تفریق

همیشه از سمت چپ، عملیات‌های ریاضی را به ترتیب اولویت انجام می‌دهیم، مثلاً ضرب و تقسیم در یک اولویت هستند و هر کدام از سمت چپ زودتر بیاید، اول انجام می‌شود.

به نظر شما کدام عملیات در عبارت روبرو زودتر انجام می‌شود؟

$$3 + 4 \div 2 \times 8 - 5$$

− (۴)

÷ (۳)

+ (۲)

× (۱)

بله عملیات تقسیم، چون از سمت چپ اولویت با تقسیم است.

اگر یک کسر داشته باشیم که روی صورت و مخرج آن عملیات‌های مختلف وجود داشته باشد. ابتدا حاصل صورت را جداگانه و حاصل مخرج را نیز جداگانه به دست می‌آوریم و بعد صورت را به مخرج تقسیم می‌کنیم به طور مثال:

$$2 - \frac{1 \div \frac{2}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = 2 - \frac{\frac{1}{5} \times \frac{3}{2}}{\frac{3 \times 3}{2 \times 3} - \frac{2 \times 2}{3 \times 2}} = 2 - \frac{\frac{3}{10}}{\frac{9}{6} - \frac{4}{6}} =$$

$$2 - \frac{\frac{3}{10}}{\frac{5}{6}} = 2 - \left(\frac{3}{10} \div \frac{5}{6} \right) = 2 - \left[\frac{3}{10} \times \frac{6}{5} \right] = 2 - \frac{9}{25} = 1 \frac{25}{25} - \frac{9}{25} = 1 \frac{16}{25}$$

یاد بگیر



مثال ۲۳: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

الف) $\frac{1 \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}}{1 \frac{2}{3} - \frac{4}{5}} =$

ب) $\frac{\frac{4}{7}}{2 \frac{3}{4} \times 1 \frac{1}{11}} \div \frac{4}{21} =$

ج) $1 + \frac{1}{2 - \frac{3}{4}} =$

د) $((6 + \frac{1}{3}) \div (\frac{38}{27})) \times 2 =$

ن) $\frac{7}{8} - \frac{7}{8} \times \frac{1}{7} =$

و) $\frac{\frac{14}{5}}{\frac{16}{5}} \div \frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{4}} =$

بغون



خوب است بدانید بین هر دو کسر، بی‌شمار کسر وجود دارد و در این جا برای پیدا کردن چند کسر بین دو کسر دیگر روش‌هایی را معرفی می‌کنیم.

الف) روش مخرج مشترک‌گیری: ابتدا بین دو کسر مخرج مشترک می‌گیریم و صورت و مخرج هر دو کسر را در عددی معادل یکی بیشتر از تعداد کسرهایی که می‌خواهیم داشته باشیم، ضرب می‌کنیم. حالا چند کسر با مخرج‌های برابر بین دو کسر دیگر داریم. به این مثال توجه کنید:

می‌خواهیم بین دو کسر $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{8}$ ، ۵ کسر با مخرج‌های برابر پیدا کنیم:

$$\text{مرحله اول: } \frac{1 \times 7}{8 \times 7} \quad \frac{1 \times 8}{7 \times 8}$$

$$\text{مرحله دوم: } \frac{7 \times 6}{56 \times 6} \quad \frac{8 \times 6}{56 \times 6}$$

$$\text{مرحله سوم: } \frac{42}{336}, \frac{43}{336}, \frac{44}{336}, \frac{45}{336}, \frac{46}{336}, \frac{47}{336}, \frac{48}{336}$$

ب) روش میانگین: همیشه میانگین دو عدد بین آن دو عدد قرار می‌گیرد. به مثال زیر توجه کنید. می‌خواهیم بین دو کسر $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{8}$ یک کسر پیدا کنیم:

$$\frac{1}{7}, \frac{1}{8} \text{ میانگین: } \frac{\frac{1}{7} + \frac{1}{8}}{2} = \frac{15}{112} \Rightarrow \frac{1}{8}, \frac{15}{112}, \frac{1}{7}$$

ج) روش جمع: این روش بسیار آسان است و فقط صورت‌ها را با هم و مخرج‌ها را نیز با هم جمع می‌کنیم. دوباره به کسرهای $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{8}$

نگاه کنید:

$$\begin{array}{r} + \quad + \quad + \\ \frac{1}{8} \quad \frac{3}{23} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{3}{22} \quad \frac{1}{7} \\ + \quad + \quad + \end{array}$$

یاد بگیر



مثال ۳۱: چند کسر بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{8}$ با مخرج ۵۴ وجود دارد؟

مثال ۳۲: اگر بخواهیم بین دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{8}{9}$ دوازده کسر پیدا کنیم. صورت و مخرج کسر $\frac{1}{3}$ حداقل در چه عددی باید ضرب شود؟

مثال ۳۳: کدام کسر زیر بین دو کسر $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ قرار دارد؟

$$\frac{4}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{18} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۱)$$

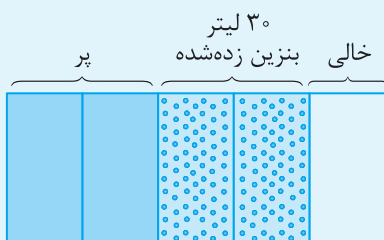


بخش ششم: کسر و مسائل آن

بخش



برای حل برخی مسائل کسری بهتر است از روش رسم شکل استفاده کنیم. به این مثال توجه کنید: $\frac{2}{5}$ باک بنزینی پر است اگر در یک پمپ بنزین ۳۰ لیتر بنزین بنزیم، هنوز $\frac{1}{5}$ باک خالی مانده است، گنجایش کل باک چقدر است؟



$$\frac{\text{بنزین زده شده}}{\text{کل}} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\times 15} \frac{30}{75}$$

در برخی از مسائل، چند کسر را از قسمت‌های مختلفی از یک شکل واحد بیان می‌کنند که برای تصوّر درست شکل آن‌ها، مسائل را به سه دسته تقسیم می‌کنیم:

۱- نوع اول ۲- نوع دوم ۳- نوع سوم

(۱) **مسائل نوع اول:** این مسائل به گونه‌ای هستند که کسرهای بیان شده از کل یک شکل گفته می‌شوند. پس وقتی می‌خواهیم شکل را رنگ کنیم کسر را با مخرج مشترک بیان می‌کنیم. به طور مثال:

ناهید یک بار $\frac{1}{3}$ پولش و بار دیگر $\frac{1}{3}$ پولش را خرج کرد و ۶۰۰ تومان برایش باقی ماند کل پول او چند تومان بوده است؟

- ناهید بار اول $\frac{1}{3}$ پول را خرج کرده یعنی $\frac{2}{3}$ از کل پول پس ۳ قسمت از پولش را رنگ می‌کنیم بار دوم $\frac{1}{3}$ از کل پول را خرج کرده.

یعنی $\frac{2}{3}$ از کل پول که ۲ قسمت شکل را رنگ می‌کنیم.

بار اول	بار دوم
بار اول	بار دوم
بار اول	

$$\frac{\text{باقی مانده}}{\text{کل}} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\times 600} \frac{600}{3600}$$

(۲) **مسائل نوع دوم:** در این نوع مسائل کسر دوم از باقی مانده‌ی آن شکل واحد بیان می‌شود پس کسر اول را که رنگ کردیم روی قسمت رنگ شده را می‌پوشانیم و باقی مانده‌ی شکل را به اندازه‌ی کسر دوم داده شده تقسیم می‌کنیم و سپس تقسیم‌ها را به صورت نقطه‌چین ادامه می‌دهیم تا همه‌ی قسمت‌ها یکسان شود.

به طور مثال:

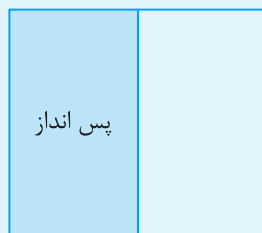
ناهید یک بار $\frac{1}{3}$ پولش و بار دیگر $\frac{1}{3}$ از باقی مانده ی پولش را خرج کرد و ۶۰۰ تومان برایش باقی ماند کل پول او چند تومان بوده است؟
- بعد از رنگ کردن $\frac{1}{3}$ از شکل، قسمت رنگ شده را می پوشانیم و باقی مانده را به سه قسمت تقسیم می کنیم و یک قسمت از آن را رنگ می کنیم، اکنون تقسیمات کل شکل را مساوی می کنیم.



بار دوم	بار اول
	بار اول
	بار اول

$$\frac{\text{باقی مانده}}{\text{کل}} = \frac{2}{6} \xrightarrow[\times 300]{\times 300} \frac{600}{1800}$$

مسائل نوع سوم: در این نوع مسائل کسر دوم از همان قسمت رنگ شده بیان می شود پس همان قسمت رنگی را باید تقسیم کنیم به طور مثال:
ناهید $\frac{1}{3}$ پولش را پس انداز کرد و با $\frac{1}{3}$ از پس اندازش لباس خرید، اگر کل پول ۶۰۰ تومان بوده باشد او چند تومان برای خرید لباس داده است؟
- ابتدا $\frac{1}{3}$ شکل را رنگ می کنیم و چون گفته که $\frac{1}{3}$ از پس اندازش را لباس خریده، پس همان قسمت رنگ شده را به ۳ قسمت تقسیم می کنیم و حالا قسمت ها را با هم مساوی می کنیم.



خرید لباس	

$$\frac{\text{لباس خریده}}{\text{کل}} = \frac{1}{6} \xrightarrow[\times 100]{\times 100} \frac{100}{600}$$

یاد بگیر



مثال ۳۴: شهرزاد خمس کتاب هایش را خواند و نصف آن ها را به دوستش داد و ثلث کتاب های باقی مانده را در جعبه گذاشت تا به کتابخانه ی مدرسه اهدا کند. اگر برای او ۶۰ کتاب باقی مانده باشد، کل کتاب هایش چند تا بوده است؟

مثال ۳۵: شهاب می خواست شکلات هایش را بین ۶ دوستش این گونه تقسیم کند. نصف شکلات ها بعلاوه ی یکی را به اولی و نصف باقی مانده به علاوه یکی را به دومی و نصف باقی مانده به علاوه یکی را به سومی و ...
اگر در آخر برای او شکلاتی باقی نمانده باشد، در ابتدا چند شکلات داشته است؟



بخش اول: یادآوری اعداد اعشاری

بخش



تعریف اعداد اعشاری: اعداد اعشاری همان اعداد کسری هستند که مخرج آنها ۱۰ ، ۱۰۰ ، ۱۰۰۰ و ... است. در جدول ارزش مکانی جلوی یکان یک خط به نام ممیز قرار می‌گیرد و ارزش مکانی بعدی آن یک دهم یکان است و نام آن دهم می‌باشد. به همین ترتیب هرچه به سمت راست پیش می‌رویم ارزش مکانی‌ها ده برابر کوچک می‌شوند که به آن‌ها صدم، هزارم، ده هزارم و ... گفته می‌شود.

خط اعشاری

... ده هزارم	هزارم	صدم	دهم	یکان	دهگان ...

اگر بخواهیم کسری را به عدد اعشاری تبدیل کنیم حتماً باید مخرج آن را به ۱۰ ، ۱۰۰ ، ۱۰۰۰ یا ... برسانیم. اگر کسر قابل ساده شدن باشد (کسر تحویل پذیر) می‌توانیم ابتدا صورت و مخرج را ساده کنیم و سپس مخرج را به ۱۰ ، ۱۰۰ ، ۱۰۰۰ و ... برسانیم. در صورتیکه مخرج به ۱۰ ، ۱۰۰ ، ۱۰۰۰ یا ... نرسید باید صورت را به مخرج تقسیم کنیم که بعد از خواندن تقسیم اعشاری این موضوع را توضیح می‌دهیم.

برای این که راحت‌تر مخرج‌ها را به ۱۰ ، ۱۰۰ ، ۱۰۰۰ ... برسانیم بهتر است ضرب‌های زیر را حفظ کنیم.

$$۲ \times ۵ = ۱۰ \quad ۴ \times ۲۵ = ۱۰۰ \quad ۸ \times ۱۲۵ = ۱۰۰۰ \quad \text{و ...}$$

برای گسترده نویسی اعداد اعشاری کافی است ابتدا آن عدد را در جدول ارزش مکانی وارد کنیم و سپس هر رقم را با ارزش مکانی مربوط به خودش بنویسیم. به طور مثال اگر بخواهیم $۱۲/۴۳$ را به صورت گسترده بنویسیم، داریم:

خط اعشاری

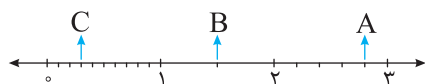
صدم	دهم	یکان	دهگان
۳	۴	۲	۱

$$۱۰ + ۲ + ۰/۴ + ۰/۰۳ = (۱ \times ۱۰) + (۲ \times ۱) + (۴ \times ۰/۱) + (۳ \times ۰/۰۱) = ۱۲/۴۳$$

یاد بگیر



مثال ۱: هر فلش چه عدد اعشاری را نشان می‌دهد؟



مثال ۲: عددی بنویسید که از ۸ تا صدتایی و ۱۴ تا یک دهم و ۵ تا یک صدم تشکیل شده باشد.

مثال ۳: عدد مخلوط $۳ \frac{۱۲}{۱۵}$ را به صورت اعشاری بنویسید.

بخش دوم: جمع و تفریق اعداد اعشاری

بخش



همان طور که به یاد دارید در جمع و تفریق اعداد اعشاری باید به این نکته توجه کنیم که هر ارزش مکانی باید زیر ارزش مکانی خودش نوشته شود. برای اینکار از جدول ارزش مکانی نیز می‌توانیم کمک بگیریم. البته برای جمع و تفریق اعداد اعشاری از چند روش دیگر نیز می‌توان استفاده کرد. به طور مثال می‌خواهیم حاصل $1/5 + 2/3$ را از روش‌های مختلف به دست بیاوریم:

$$\text{روش تبدیل به کسر: } 1/5 + 2/3 = \frac{15}{10} + \frac{23}{10} = \frac{38}{10} = 3/8$$

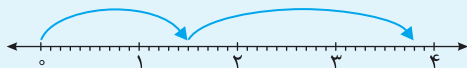
$$\text{روش تبدیل به عدد مخلوط: } 1/5 + 2/3 = 1\frac{5}{10} + 2\frac{3}{10} = 3\frac{8}{10} = 3/8$$

$$\text{روش گسترده: } 1/5 + 2/3 = 1/5 + 2 + 0/3 = 3/5 + 0/3 = 3/8$$

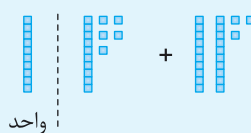
روش جدول مکانی :

یکان	دهم
۲	۳
+۱	۵
۳	۸

$$\text{روش محور: } 1/5 + 2/3 = 3/8$$



$$\text{روش شکل: } 1/5 + 2/3 = 3/8$$



صفرهایی که در جلوی اعداد بعد از اعشار می‌آیند خوانده نمی‌شوند و ما نام آنها را صفرهای کمکی می‌گذاریم و به وقت لزوم از آنها استفاده می‌کنیم.

$$\frac{2}{10} = \frac{20}{100} = \frac{200}{1000} \xrightarrow{\text{پس}} 0/2 = 0/20 = 0/200$$

یاد بگیر



مثال ۵: در جاهای خالی اعداد مناسب قرار دهید.

الف) $14/52 - \dots = 8/9$

ب) $3/75 = 18/2 - \dots$

مثال ۶: هر جمله از ستون سمت راست را به یک عدد از ستون سمت چپ وصل کنید.

۶/۴۶	☐	☐	۳ واحد کمتر از ۸/۲۱
۵/۲۱	☐	☐	مجموع ۶/۶ و ۰/۶۶
۶/۰۶۰۰	☐	☐	اختلاف ۷ و ۰/۵۴
۸/۱۸	☐	☐	عددی مساوی ۶/۰۶
۷/۲۶	☐	☐	۴ واحد بیشتر از ۴/۱۸

بخش سوم: ضرب اعداد اعشاری

بخش



با استفاده از روشهای مختلف می توانیم ضرب اعداد اعشاری را بدست آوریم. به مثال زیر توجه کنید:

$$\text{روش تبدیل به کسر: } 1/5 \times 2/3 = \frac{15}{10} \times \frac{23}{10} = \frac{345}{100} = 3/45$$

$$\text{روش شکل (ضرب مساحتی): } 1/5 \times 2/3 =$$

$$\text{طول: } 1 + 1 + 0/3$$

$$\text{عرض: } 1 + 0/5$$

	۱	۱	۰/۳
۱	۱	۱	۰/۳
۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۱۵

$$1 + 1 + 0/3 + 0/5 + 0/5 + 0/15 = 3/45$$

$$\text{روش حذف اعشار: } 1/5 \times 2/3 = 3/45$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 23 \\ \hline 345 \end{array}$$

از آنجا که تعداد ارقام اعشاری حاصل ضرب، برابر مجموع ارقام اعشاری عامل های ضرب است، پس حاصل $3/45$ خواهد شد.

اگر یک عدد اعشاری در 10 ، 100 ، یا 1000 ضرب شود، ممیز به تعداد صفرها به سمت راست حرکت می کند. به طور مثال: اگر $3/5 \times 100$ را به دست آوریم باید ممیز را به اندازه ی دو رقم به سمت راست جابه جا کنیم و چون فقط یک رقم در سمت راست اعشار داریم، یک صفر در جلوی آن قرار می دهیم و می شود 350 .

$$\text{مثال: } 2/43 \times 10 = 24/3$$

اگر عددی در $1/10$ یا $1/100$ و ... ضرب شود، در واقع آن عدد تقسیم بر 10 ، 100 یا ... شده است.

$$\text{مثال: } 7/3 \times 0/1 = \frac{73}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{73}{100} = 0/73$$

یاد بگیر



مثال ۸: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $7/34 \times 100 =$

ب) $12/501 \times 100 =$

پ) $42 \times 0/0001 =$

ث) $3/42 \times 1000 \div 0/1 =$

ج) $8/5 \times 1000 =$

د) $0/042 \times 10000 =$

ط) $0/01 \times 265 \div 10 =$

ن) $0/54 \times 10 =$

و) $254/17 \times 1000 =$

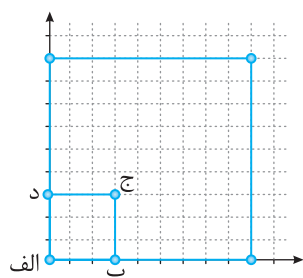
ه) $65 \div 10000 =$

مثال ۹: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $(3/7 - 1/4 \times 2) \times 10 =$

ب) $0/04 \times 10 + 0/428 \times 100 =$

پاسخ مثال ۱۱:



$$9 = 3 \times 3 = \text{مساحت مربع کوچک}$$

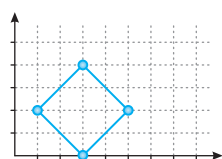
$$81 = 9 \times 9 = \text{مساحت مربع بزرگ}$$

$$81 \div 9 = 9$$

پس با ۳ برابر شدن هر ضلع، مساحت $3 \times 3 = 9$ برابر شده است.

پاسخ مثال ۱۲:  چون $4 \times 4 = 16$.

پاسخ مثال ۱۳:  با رسم شکل رأس چهارم را پیدا می‌کنیم.



$$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

خوب است بدانیم که جمع مختصات دوسرقطرها در چهارضلعی‌ها با هم برابر هستند.

یادداشت



بخش اول: طول و سطح

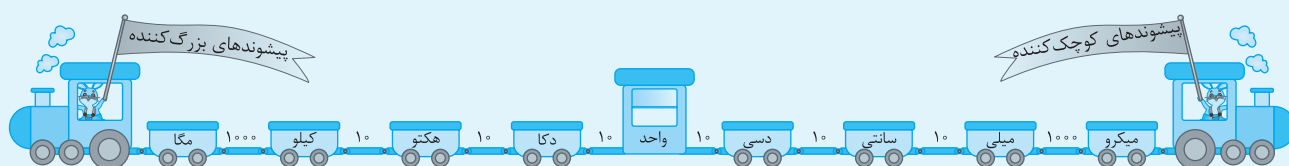
بخون



ابتدا با کلمه‌ی کمیت آشنا شوید.

کمیت: به هر چیزی که قابل اندازه‌گیری باشد کمیت می‌گویند.

هر کمیت با یک وسیله‌ی اندازه‌گیری اندازه گرفته می‌شود و واحدی در سیستم بین‌المللی برایش تعریف شده است که همه می‌توانند از آن با خبر باشند. گاهی اوقات واحد اصلی برای ما کافی نیست و باید آن را بزرگ‌تر یا کوچک‌تر کنیم پس، از پیشوندهای بزرگ‌کننده یا کوچک‌کننده استفاده می‌کنیم که در زیر چند پیشوند موردنیاز را معرفی می‌کنیم.



در اینجا واحد مربوط به هر کمیتی که نیاز داریم را می‌توانیم به جای واحد قرار دهیم که در کنار پیشوندها به صورت: دکامتر - کیلومتر - میلی‌ثانیه - کیلوگرم و ... می‌شوند.

جدول زیر چند کمیت و واحدهای مربوط به آن را نشان می‌دهد.

کمیت	یکا (واحد)
جرم	گرم
زمان	ثانیه
طول	متر

به شکل زیر نگاه کنید:



ضلع مربع زیر برابر ۱ متر است پس مساحت مربع برابر ۱ متر مربع خواهد بود.

$$\text{مترمربع } ۱ = ۱ \text{ متر} \times ۱ \text{ متر} = \text{مساحت}$$

$$\text{سانتی مترمربع } ۱۰۰۰۰ = ۱۰۰ \text{ سانتی متر} \times ۱۰۰ \text{ سانتی متر} = \text{مساحت}$$

سانتی‌متر ۱۰۰ = ۱ متر

برای تبدیل واحد نیز این گونه عمل می‌کنیم که از واحد بزرگ به کوچک، عدد را در فاصله‌ی بین دو واحد ضرب، و از کوچک به بزرگ، عدد را به فاصله بین دو واحد تقسیم می‌کنیم.

مربع کردن یعنی عددی یا واحدی را یک‌بار در خودش ضرب کنیم. مثلاً اگر واحد متر در متر ضرب شود حاصل مترمربع خواهد شد.

برای اندازه‌گیری زمین‌های کشاورزی از واحدی به نام هکتار استفاده می‌شود که به صورت زیر آن را تعریف می‌کنیم:

یک هکتار مساحت زمینی مربع شکل به ضلع ۱۰۰ متر است.

$$۱ \text{ هکتار} = \text{مترمربع } ۱۰۰۰۰ = ۱۰۰ \text{ متر} \times ۱۰۰ \text{ متر} = \text{مساحت مربع}$$



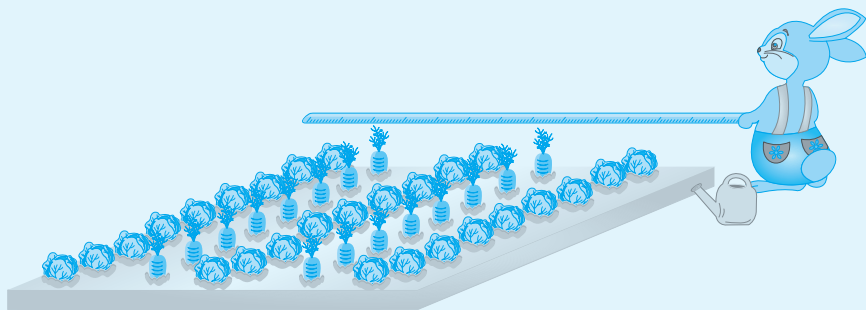
۱۰۰ متر

بخش دوم: جرم و حجم

بخش



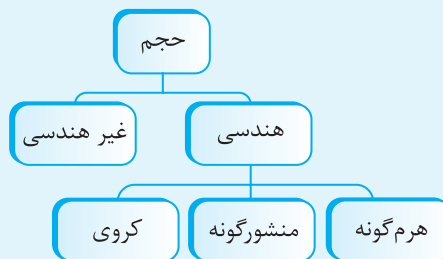
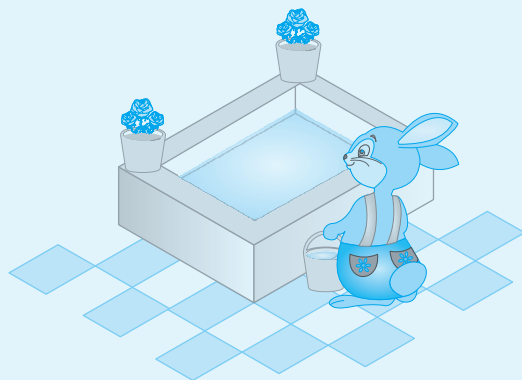
«محیط»: با مجموع اندازه‌های دور تا دور یک جسم برابر و یک بعدی است و واحد آن، با واحد طول یکسان است.



«مساحت»: به سطح روی یک جسم گفته می‌شود که دو بعدی است و واحدش با مربع واحد طول برابر است.

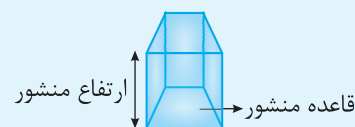
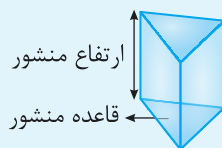
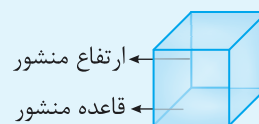
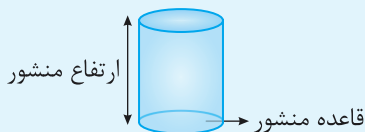


«حجم»: فضایی است که یک جسم اشغال می‌کند و سه بعدی است و واحدش با مکعب واحد طول برابر است.



۱- منشور گونه‌ها:

این اشکال دارای دو سطح موازی و هم شکل هستند که به آن‌ها قاعده می‌گویند و فاصله‌ی عمودی بین این دو قاعده، ارتفاع منشور گفته می‌شود.



با چند منشور مهم آشنا شوید:

مکعب (شش وجهی منظم): منشوری است که از شش وجه مربع شکل تشکیل شده است. مکعب دارای ۱۲ یال، ۶ وجه و ۸ رأس است و یکی از صورت‌های گسترده آن به صورت زیر می‌باشد.

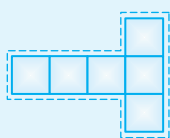


وجه: به سطوحی که منشور را تشکیل می‌دهند، وجه می‌گویند.

رأس: نقطه برخورد سه وجه را رأس می‌گویند.

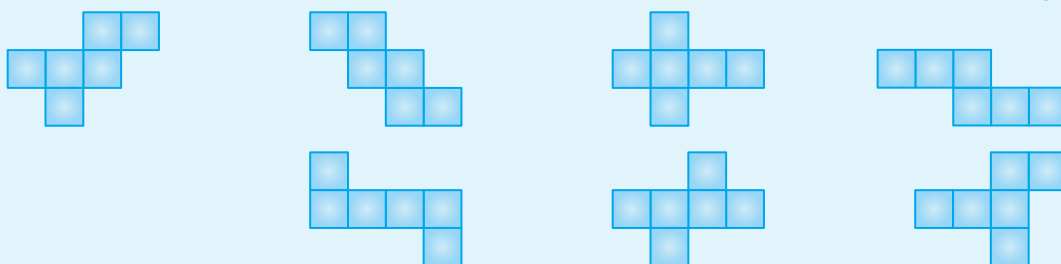
یال: به پاره‌خط حاصل از برخورد دو وجه، یال می‌گویند.

گسترده مکعب از ۱۴ ضلع تشکیل شده است.



طول $\times 14$ = محیط گسترده مکعب
مساحت یک مربع $\times 6$ = مساحت کل مکعب
طول $\times$ طول $\times$ طول = حجم مکعب

اشکال گسترده مکعب:

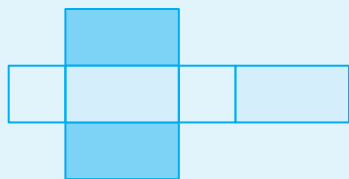


مکعب مستطیل: گسترده مکعب مستطیل به صورت زیر می‌باشد.

وجه‌های هم‌رنگ مساحت برابر دارند.

مجموع مساحت مستطیل‌ها = مساحت مکعب مستطیل

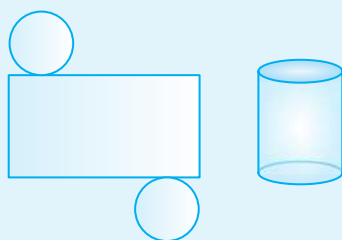
ارتفاع $\times$ عرض $\times$ طول = حجم مکعب مستطیل



استوانه: از یک مستطیل و دو دایره تشکیل شده است.

مساحت ۲ دایره + مساحت مستطیل = مساحت استوانه

ارتفاع منشور $\times$ مساحت دایره = حجم استوانه



با توجه به این که تعداد ضلع‌های قاعده منشور چندتا باشد، آن منشور نام‌گذاری می‌شود. مثلاً اگر سه‌ضلعی باشد می‌گوییم منشور

۳ پهلو، اگر چهارضلعی باشد می‌گوییم منشور چهارپهلو و ...

به جدول زیر دقت کنید:

تعداد یال‌ها	تعداد رأس‌ها	تعداد کل وجه‌ها	تعداد وجه‌های پهلو	نام منشور	تعداد اضلاع قاعده منشور
۹	۶	۵	۳	۳ پهلو	۳ ضلعی
۱۲	۸	۶	۴	۴ پهلو	۴ ضلعی
۱۵	۱۰	۷	۵	۵ پهلو	۵ ضلعی
$3 \times n$	$2 \times n$	$n + 2$	n	n پهلو	n ضلعی

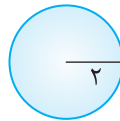


پاسخ مثال ۵: کافی است مساحت دور تا دور استوانه را به دست آوریم. (مساحت جانبی)

$$\text{محیط دایره} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$\text{مساحت جانبی} = 12 \times 5 = 60$$

$$\text{هزینه} = 60 \times 4000 = 240000$$



پاسخ مثال ۶:

$$\text{مساحت یک مربع} = 6 \times 6 = 36$$

$$150 = 6 \times \text{مربع} \rightarrow \text{مساحت یک مربع} = 25$$

$$25 = \text{ضلع} \times \text{ضلع} \rightarrow \text{ضلع} = 5$$

$$\text{سانتی متر مکعب} = 125 = 5 \times 5 \times 5 \rightarrow \text{طول} \times \text{طول} \times \text{طول} = \text{حجم مکعب}$$

$$\text{سانتی متر} = 70 = 14 \times 5 \rightarrow \text{ضلع} \times 14 = \text{محیط گسترده}$$

پاسخ مثال ۷:

$$20 = \text{ارتفاع} \times \text{عرض}$$

$$24 = \text{ارتفاع} \times \text{طول}$$

$$30 = \text{عرض} \times \text{طول}$$

$$\text{عرض} = 5$$

$$\text{ارتفاع} = 4$$

$$\text{طول} = 6 \text{ اگر اعداد را درست حدس بزنیم}$$

$$120 = 6 \times 5 \times 4 = \text{حجم}$$

$$\text{سانتی متر مکعب}$$

روش جالب:

$$\left. \begin{array}{l} 30 = \text{طول} \times \text{عرض} \\ 24 = \text{طول} \times \text{ارتفاع} \\ 20 = \text{عرض} \times \text{ارتفاع} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{اکنون همه را در هم} \\ \text{ضرب می کنیم} \end{array} \rightarrow \underbrace{\text{طول} \times \text{عرض} \times \text{ارتفاع}}_{\text{حجم}} \times \underbrace{\text{طول} \times \text{عرض} \times \text{ارتفاع}}_{\text{حجم}} \times \underbrace{\text{طول} \times \text{عرض} \times \text{ارتفاع}}_{\text{حجم}} = 14400$$

$$\Rightarrow \text{حجم} = 120$$

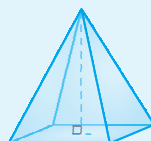
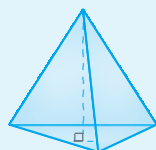
$$\Rightarrow \text{حجم} \times \text{حجم} = 120 \times 120$$

بخون

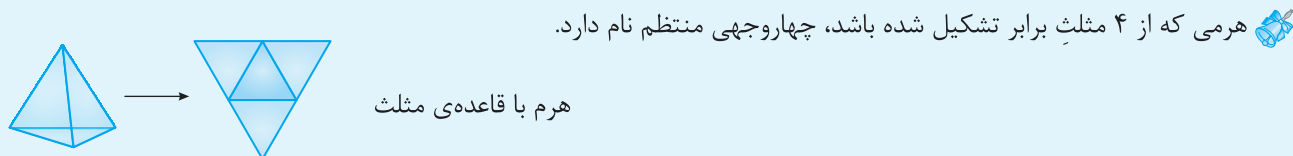
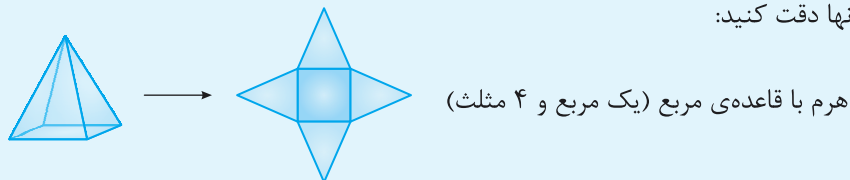


۲- هرم گونه ها

این دسته از شکل های هندسی دارای یک قاعده ی چند ضلعی است و سایر وجه های آن در یک نقطه به نام رأس هرم با یکدیگر برخورد می کنند. اگر از رأس هرم به سطح قاعده عمود کنیم ارتفاع هرم به دست می آید.

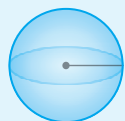


برای پیدا کردن مساحت هرم‌ها کافی است ابتدا گسترده‌ی آن را رسم کنیم و سپس مساحت هر وجه را جداگانه به دست آورده و با هم جمع کنیم. به شکل‌های زیر و گسترده‌ی آنها دقت کنید:



● ۳- حجم‌های کره‌ی

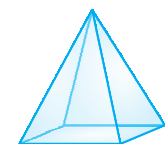
این حجم‌ها از دوران یک نیم‌دایره حول قطرش به وجود می‌آیند که به آنها کره می‌گویند و در سال‌های بالاتر با آنها آشنا خواهیم شد.



یاد بگیر



مثال ۸: برای ساختن هرم زیر به چند سانتی‌متر مربع مقوا احتیاج داریم؟ (ارتفاع هر مثلث ۵ سانتی‌متر)



۸ سانتی‌متر

مثال ۹: اگر بخواهیم داخل یک مکعب مستطیل به اضلاع ۱ و ۲ و ۲ متر، مکعب‌هایی به ضلع ۲۰ سانتی‌متر جا دهیم. چند مکعب داخل آن قرار می‌گیرد؟

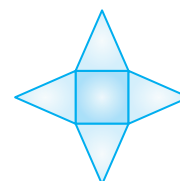
پاسخ‌نامه



پاسخ مثال ۸:

مساحت ۴ مثلث + مساحت مربع = مساحت کل شکل

$$\text{مساحت کل شکل} = (۸ \times ۸) + \left(۴ \times \frac{۸ \times ۵}{۲}\right) = ۶۴ + ۸۰ = ۱۴۴$$





بخش سوم: مساحت دایره

بخش



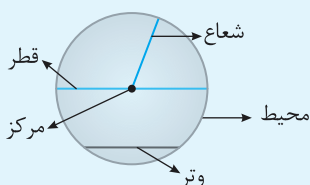
تعریف دایره: به مجموعه نقاطی که کنار هم قرار می گیرند و از یک نقطه به نام مرکز یک فاصله ی یکسان دارند را دایره می گویند.

تعریف وتر: هر پاره خطی که دو نقطه از محیط دایره را بهم وصل کند، وتر می گویند.

تعریف قطر: بزرگ ترین وتر دایره که از مرکز دایره می گذرد، قطر دایره است.

تعریف شعاع: پاره خطی که مرکز دایره را به محیط دایره وصل می کند، شعاع نام دارد.

تعریف قطاع: به یک برش پیتزایی شکل که از مرکز زده می شود، قطاع دایره می گویند.



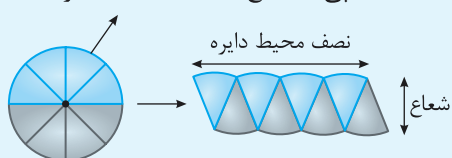
برای به دست آوردن مساحت دایره از مساحت مستطیل کمک می گیریم. اگر یک دایره را به قطاع های باریک برش بزنیم و این برش ها را کنار هم قرار دهیم یک مستطیل تشکیل می شود.

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{عرض} \times \text{طول}$$

$$\text{شعاع} \times \text{نصف محیط دایره} = \text{مساحت دایره}$$

$$\text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \text{مساحت دایره}$$

$$\text{عدد پی} \times \text{شعاع} = \text{نصف محیط دایره}$$

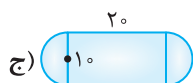
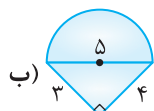
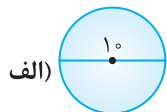


$$\text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \text{مساحت دایره}$$

یاد بگیر



مثال ۱: مساحت شکل های زیر را به دست آوردید. ($\pi = 3$)





پاسخ نامه



پاسخ مثال ۱۲:



$$\text{محیط دایره} = ۱۲ \times ۳ = ۳۶$$

$$\text{مساحت دایره} = ۶ \times ۶ \times ۳ = ۱۰۸$$

$$(\text{مساحت دایره} \times ۲) + \text{مساحت مستطیل} = \text{مساحت کل}$$

$$= ۳۶ \times ۱۰ + (۱۰۸ \times ۲) = ۳۶۰ + ۲۱۶ = ۵۷۶$$

بخون



برای به دست آوردن مساحت‌های رنگی حتماً باید ابتدا یک تعریف فارسی از قسمت رنگ‌شده بنویسیم. یعنی می‌خواهیم ببینیم که کل شکل به صورت کدام شکل هندسی بوده و چه شکل بی‌رنگی را باید از آن کم کنیم تا قسمت رنگی به دست بیاید. به طور مثال به شکل زیر نگاه کنید:



برای تعریف فارسی قسمت رنگ‌شده داریم:

$$\text{مساحت ربع دایره} - \text{مساحت مستطیل} = \text{مساحت رنگی}$$

یکی از شکل‌هایی که امسال در کتاب درسی ریاضی ششم آورده شده به صورت  است که اصطلاحاً به قسمت رنگی می‌توانیم بگوییم مساحت برگ.

برای به دست آوردن مساحت برگ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

قدم اول: دو ربع دایره یکسان با تعلق سفید درست می‌کنیم.

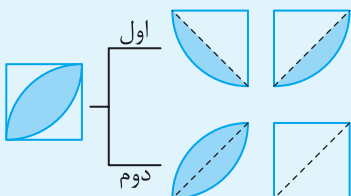


قدم دوم: مثلث‌ها را جدا کرده و شکل باقی‌مانده را رنگ می‌کنیم.



قدم سوم: نوشتن تعریف قسمت رنگی.

$$\text{مساحت مربع} - \text{مساحت نیم دایره} = \text{مساحت برگ}$$



آزمون دوره‌ای فصل ۳ و ۴



دستور کار الف: گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید.

۱) عدد اعشاری مربوط به کسر $\frac{13}{7}$ با دو رقم بعد از اعشار کدام گزینه است؟

- (۱) $13/7$ (۲) $7/13$ (۳) $1/85$ (۴) $18/4$

۲) حاصل ضرب $\frac{5}{12} \times \frac{3}{4}$ با حاصل ضرب کدام عبارت زیر برابر است؟

- (۱) $\frac{5}{16} \times \frac{1}{3}$ (۲) $\frac{4}{12} \times \frac{5}{3}$ (۳) $\frac{5}{8} \times \frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3} \times \frac{15}{4}$

۳) یک بطری آبمیوه خانواده حاوی $\frac{2}{4}$ لیتر آبمیوه است. اگر آن را به طور مساوی در ۶ لیوان بریزیم، در هر لیوان چند میلی‌لیتر آبمیوه ریخته‌ایم؟

- (۱) $0/4$ (۲) 40 (۳) $0/2$ (۴) 400

۴) کدام یک از شکل‌های زیر بیشتر از یک خط تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد؟

- (۱) مربع (۲) مثلث متساوی‌الاضلاع (۳) متوازی‌الاضلاع (۴) شش‌ضلعی منتظم

دستور کار ب: در جاهای خالی کلمه یا عدد مناسب بنویسید.

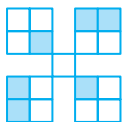
۵) وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه‌ی 180° یا کمتر در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخانیم و شکل روی خودش می‌افتد می‌گوییم شکل دارد.

۶) نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ روی محور قرار دارد.

۷) حاصل عبارت $0/7 \div 0/84$ برابر است.

۸) کوچک‌ترین عدد طبیعی که در $\square$ می‌توان نوشت، عدد است. $1/4 \div \square < 0/2$

دستور کار ج: صحیح و غلط بودن جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ۹) شکل  نسبت به نقطه‌ی (م) تقارن مرکزی دارد. ☐ غلط ☐ صحیح
- ۱۰) برای هر کسر بی‌شمار کسر مساوی می‌توان نوشت. ☐ غلط ☐ صحیح
- ۱۱) اگر مقسوم و مقسوم‌علیه یک تقسیم را در یک عدد ضرب کنیم خارج‌قسمت تغییر نمی‌کند. ☐ غلط ☐ صحیح
- ۱۲) مثلث متساوی‌الاضلاع در هر 180° تقارن چرخشی دارد. ☐ غلط ☐ صحیح