

ساختار کتاب

کتاب شب امتحان **ریاضی نهم** از ۴ قسمت اصلی تشکیل شده است که به صورت زیر است:

۱- آزمون‌های نوبت اول: آزمون‌های شماره ۱ تا ۴ این کتاب مربوط به مباحث نوبت اول است که خودش به دو قسمت تقسیم می‌شود:

الف) آزمون‌های طبقه‌بندی‌شده: آزمون‌های شماره ۱ و ۲ را فصل به فصل طبقه‌بندی کرده‌ایم؛ بنابراین شما به راحتی می‌توانید پس از خواندن هر فصل از درس‌نامه، تعدادی سؤال را بررسی کنید. حواستان باشد این آزمون‌ها هم، ۲۰ نمره‌ای و مثل یک آزمون کامل هستند.

ب) آزمون‌های طبقه‌بندی‌نشده: آزمون‌های شماره ۳ و ۴ را طبقه‌بندی نکرده‌ایم تا دو آزمون نوبت اول مشابه آزمونی باشد که معلمتان از شما خواهد گرفت.

۲- آزمون‌های نوبت دوم: آزمون‌های شماره ۵ تا ۱۴ از کل کتاب است. این آزمون‌ها از آزمون‌های **همانگ استانی و همانگ کشوری** انتخاب شده است. این قسمت هم، خودش به ۲ بخش تقسیم می‌شود:

الف) آزمون‌های طبقه‌بندی‌شده: آزمون‌های شماره ۵ تا ۸ را طبقه‌بندی کرده‌ایم. با این کار باز هم می‌توانید پس از خواندن هر فصل، تعدادی سؤال مرتبط با آن فصل را پاسخ دهید. هر کدام از این آزمون‌ها هم، ۲۰ نمره دارند؛ در واقع در این بخش، شما ۴ آزمون کامل همانگ استانی را می‌بینید. ما فقط آن‌ها را طبقه‌بندی کرده‌ایم.

ب) آزمون‌های طبقه‌بندی‌نشده: آزمون‌های شماره ۹ تا ۱۴ را طبقه‌بندی نکرده‌ایم؛ پس، در این بخش ۴ آزمون همانگ استانی و آزمون همانگ کشوری را می‌بینید.

۳- پاسخ‌نامه تشریحی آزمون‌ها: در پاسخ تشریحی آزمون‌ها، همه آن‌چه را که شما باید در امتحان بنویسید تا نمره کامل کسب کنید، برایتان نوشته‌ایم.

۴- درس‌نامه کامل شب امتحانی: این قسمت، برگ برنده شما نسبت به کسانی است که این کتاب را نمی‌خوانند (📖) در این قسمت، همه آن‌چه را که شما برای گرفتن نمره عالی در امتحان ریاضی نهم نیاز دارید، تنها در ۲۳ صفحه آورده‌ایم، بخوانید و لذتش را ببرید!

۵- حل ویدیویی: برای آموزش بهتر، کنار بعضی سؤال‌ها آیکون 🎥 قرار گرفته که پاسخ آن را به طور کامل و آموزشی در ویدیویی برایتان ضبط کرده‌ایم.

یک راهکار: موقع امتحان‌های نوبت اول می‌توانید از سؤال‌های فصل ۱ تا ۴ آزمون‌های ۵ تا ۸ هم استفاده کنید!

فهرست

شماره صفحات

نوبت آزمون پاسخ‌نامه

آزمون شماره ۱ (طبقه‌بندی‌شده)	اول	۳	۳۴
آزمون شماره ۲ (طبقه‌بندی‌شده)	اول	۶	۳۵
آزمون شماره ۳ (طبقه‌بندی‌نشده)	اول	۹	۳۶
آزمون شماره ۴ (طبقه‌بندی‌نشده)	اول	۹	۳۸
آزمون شماره ۵ (طبقه‌بندی‌شده) (استان خراسان رضوی)	دوم	۱۱	۴۰
آزمون شماره ۶ (طبقه‌بندی‌شده) (استان البرز)	دوم	۱۵	۴۱
آزمون شماره ۷ (طبقه‌بندی‌شده) (استان گیلان)	دوم	۱۸	۴۳
آزمون شماره ۸ (طبقه‌بندی‌شده) (استان یزد)	دوم	۲۰	۴۴
آزمون شماره ۹ (طبقه‌بندی‌نشده) (شهر تهران)	دوم	۲۲	۴۶
آزمون شماره ۱۰ (طبقه‌بندی‌نشده) (استان اصفهان)	دوم	۲۴	۴۷
آزمون شماره ۱۱ (طبقه‌بندی‌نشده) (استان فارس)	دوم	۲۶	۴۹
آزمون شماره ۱۲ (طبقه‌بندی‌نشده) (استان آذربایجان شرقی)	دوم	۲۹	۵۱
آزمون شماره ۱۳ (همانگ کشوری)	دوم	۲۶	۵۲
آزمون شماره ۱۴ (همانگ کشوری)	دوم	۲۶	۵۳

درس‌نامه توپ برای شب امتحان

۵۶

بارم‌بندی

شماره فصل	نوبت اول	نوبت دوم
اول	۵ نمره	۲ نمره
دوم	۴ نمره	۱/۵ نمره
سوم	۵/۵ نمره	۱/۵ نمره
چهارم	۵/۵ نمره	۲ نمره
پنجم	—	۳ نمره
ششم	—	۳/۵ نمره
هفتم	—	۳/۵ نمره
هشتم	—	۳ نمره
جمع	۲۰ نمره	۲۰ نمره

۹ حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید.

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{3}}}$$

فصل سوم

۰/۲۵

۱۰ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

(هماهنگ - شهرستان‌های استان تهران)

دو شکل هم‌نهشت، حتماً متشابه‌اند.

☐ نادرست

☐ درست

۰/۲۵

۱۱ جای خالی را با کلمه مناسب پر کنید.

(هماهنگ - استان خوزستان)

در روند استدلال، به خواسته مسئله می‌گوییم.

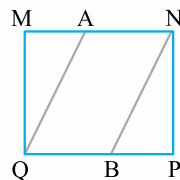
۱

(هماهنگ - شهرستان‌های استان تهران)

۱۲ الف) در مستطیل شکل زیر $AM = BP$. ثابت کنید $AQ = BN$.

۱

ب) مستطیلی به عرض ۶ و طول ۱۰ با مستطیل دیگری به عرض ۳ و طول $2x - 1$ متشابه است. مقدار x را به دست آورید.



۰/۵

۱۳ «هر وقت معلم ریاضی به کلاس نهم می‌رود، بچه‌های کلاس نهم خوشحال می‌شوند. بچه‌های کلاس نهم خوشحال هستند؛ پس معلم ریاضی به کلاس آن‌ها رفته است.»

(هماهنگ - استان خراسان رضوی - نوبت عصر)

کدام یک از استدلال‌های (الف) یا (ب) مشابه استدلال بالا است؟

الف) احمد می‌داند که هر وقت باران ببارد، حیاط خانه آن‌ها خیس می‌شود. او از اتاقش بیرون آمد و دید حیاط خانه خیس است و نتیجه گرفت که حتماً باران باریده است.

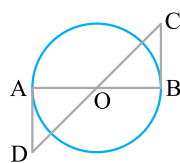
ب) هر وقت دوچرخه علی پنجره شود، او دیر به مدرسه می‌رسد. امروز علی دیر به مدرسه نرسیده است؛ پس حتماً دوچرخه او پنجره نشده است.

۱

۱۴ رضا تصمیم دارد برای درس کار و فناوری، یک ماکت از خانه خودش بسازد. اگر رضا بخواهد این ماکت را با مقیاس ۱ به ۲۰ تهیه کند و اندازه طول و عرض و ارتفاع یکی از اتاق‌ها به ترتیب ۴، ۳ و ۳ متر باشد، طول، عرض و ارتفاع این اتاق در ماکت چند سانتی‌متر خواهد بود؟



۱



۱۵ در شکل مقابل O مرکز دایره است و روی پاره خط DC قرار دارد. AD و BC بر دایره مماس هستند. نشان دهید که AD و BC برابرند.

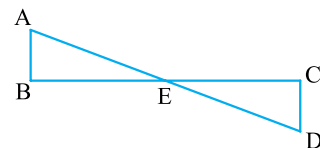
(هماهنگ - استان البرز - نوبت عصر)

۰/۵

(هماهنگ - استان مازندران)

۱۶ برای سؤال زیر فقط داده‌ها (فرض‌ها) و خواسته (حکم) را بنویسید (اثبات لازم نیست).

«در شکل مقابل E وسط پاره‌های AD و BC است. ثابت کنید دو مثلث ABE و ECD هم‌نهشت هستند.»



فصل چهارم

۰/۲۵

۱۷ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

☐ نادرست

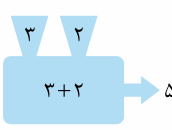
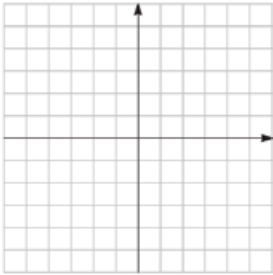
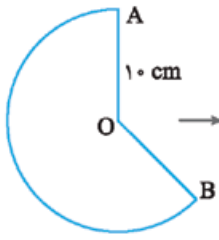
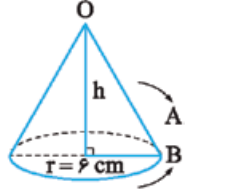
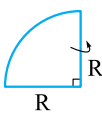
☐ درست

حاصل $(-2)^4$ برابر با $\frac{1}{16}$ است.



۰/۵	جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب پر کنید. الف) اگر $x > 0$ ، حاصل جمع ریشه‌های دوم x ، برابر است. ب) ریشه سوم عدد -27 ، عدد است.	۱۸
۰/۵	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) حاصل کسر $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}$ پس از گویا کردن مخرج آن، کدام است؟ $\sqrt{a}$ (۱) ☐ $\sqrt[3]{a}$ (۲) ☐ $\sqrt[3]{a^2}$ (۳) ☐ a (۴) ☐ ب) حاصل عبارت $(-1)^{-1} - 1 - 2^{-2}$ کدام است؟ $\frac{9}{4}$ (۱) ☐ $-\frac{9}{4}$ (۲) ☐ $\frac{1}{4}$ (۳) ☐ $-\frac{1}{4}$ (۴) ☐	۱۹
۰/۷۵	هر یک از عبارت‌های ستون الف را به عبارت مناسب در ستون ب وصل کنید. الف xy^{-3} $\frac{x^{-3}}{y}$ $(xy)^{-3}$ ب $\frac{x}{y^3}$ $\frac{1}{x^3y^3}$ $\frac{1}{x^3y}$	۲۰
۱	نماد علمی هر یک از عددهای زیر را بنویسید. الف) $= 35000000000$ ب) $= 489000$	۲۱
۱	حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید. $\frac{4^{-7} \times 3^{-7}}{2^{45} \div 2^5} =$	۲۲
۱/۵	الف) حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $2\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{2} =$ ب) مخرج کسر مقابل را گویا کنید. $\frac{2}{\sqrt{6}}$	۲۳
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید



۰/۲۵	$b^2 \times b^{-3} =$	الف) حاصل عبارت روبه‌رو را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید. ($b \neq 0$)	۸									
۰/۵	$9204000 =$	ب) عدد مقابل را به صورت نماد علمی نمایش دهید.										
۰/۵	$(x - 4)(x + 4) =$	الف) حاصل عبارت مقابل را به کمک اتحادها به دست آورید.	۹									
۰/۷۵	$bx^2 + 5bx - 50b = \dots\dots(x + \dots\dots)(x - \dots\dots)$	ب) عبارت مقابل را کامل کنید. (تجزیه)										
۰/۵		جشنوارهٔ نوجوان خوارزمی، هر سال ویژهٔ دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه برگزار می‌شود. سارا و معصومه دو دوست و همکلاسی هستند که در زیرمحور فناوری اطلاعات از محور ریاضی شرکت کرده‌اند. آن‌ها یک بازی رایانه‌ای طراحی کرده‌اند که روش بازی این‌گونه است: اگر دو عدد را وارد کنیم، خروجی بازی، مجموع آن دو عدد خواهد بود. اگر دو عدد ورودی 2^{-1} و 5^{-1} باشند، خروجی بازی را به دست آورید.	۱۰									
۱/۲۵	بهرهٔ هوشی افراد مختلف از فرمول « $\frac{\text{سن هوشی}}{\text{سن تقویمی}} \times 100$ » به دست می‌آید. در صورتی که بهرهٔ هوشی را با I ، سن هوشی را با A و سن تقویمی را با C نمایش دهیم و هم‌چنین کم‌ترین و بیشترین بهرهٔ هوشی را به ترتیب 80° و 140° فرض کنیم (یعنی $80 \leq I \leq 140$)، آن‌گاه بیشترین سن هوشی یک دانش‌آموز ۱۴ساله را به دست آورید.		۱۱									
۱		الف) با کامل کردن جدول زیر، نمودار خط به معادلهٔ $y = -x + 3$ را رسم کنید.	۱۲									
۰/۲۵	<table border="1" data-bbox="437 827 699 1000"><tr><td>x (طول نقطه)</td><td>۰</td><td>۵</td></tr><tr><td>y (عرض نقطه)</td><td></td><td></td></tr><tr><td>$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$</td><td></td><td></td></tr></table>	x (طول نقطه)	۰	۵	y (عرض نقطه)			$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$				
x (طول نقطه)	۰	۵										
y (عرض نقطه)												
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$												
۰/۲۵	ب) عرض از مبدأ این خط چه عددی است؟											
	ج) آیا این خط با خطی به معادلهٔ $y = x + 5$ موازی است؟											
۱/۵	$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$	دستگاه معادلات خطی مقابل را حل کنید.	۱۳									
۰/۵	الف) عبارت گویای $\frac{x^2 - 1}{x + 5}$ به ازای چه مقداری از x تعریف نشده است؟		۱۴									
۱	$\frac{a^2 - 16}{a + 4} \times \frac{a + 2}{a^2 - 8a + 16} =$	ب) عبارت گویای مقابل را ساده کنید.										
۰/۵	$\frac{3x + 7}{x + 2} - \frac{2x}{x + 2} =$	ج) حاصل را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.										
۱/۲۵	$2x^2 - 7x - 15 \mid x - 5$	تقسیم مقابل را انجام دهید.	۱۵									
در سؤال‌های ۱۶ و ۱۷، نوشتن فرمول‌های محاسبه الزامی است.												
۰/۷۵		زهره با بخشی از یک مقوای دایره‌ای شکل، برای عروسک خود یک کلاه مخروطی شکل درست کرده است.	۱۶									
۰/۷۵		با توجه به ابعاد داده شده:										
۰/۷۵	الف) اندازهٔ ارتفاع این مخروط (h) را به کمک رابطهٔ فیثاغورس حساب کنید.											
	ب) حجم این مخروط چه قدر است؟ ($r = 6$ و $\pi = 3$)											
۰/۲۵		الف) اگر ربع دایرهٔ مقابل را مانند شکل حول یکی از شعاع‌هایش دوران دهیم، چه شکلی حاصل می‌شود؟	۱۷									
۰/۲۵	ب) فرمول محاسبهٔ حجم آن را بنویسید.											
۰/۷۵	ج) مساحت کره‌ای به شعاع ۵ متر، چند متر مربع است؟ (در این جا $\pi = 3/14$ قرار دهید.)											
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید										



۱	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. (الف) مجموعه تهی، زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است. (ب) کسر $\frac{۴}{۳}$ ، دارای نمایش اعشاری مختوم است. (ج) در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی، برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور با آن است. (د) حاصل عبارت $(-۲)^{-۱}$ ، برابر با $+۲$ است.	۱
۱	در جاهای خالی، عدد یا عبارت مناسب بنویسید. (الف) تعداد همه زیرمجموعه‌های یک مجموعه دوعضوی، برابر است با (ب) حاصل $\frac{۱۲}{\sqrt{۶}}$ پس از گویا کردن مخرج، برابر است با (ج) اگر $a^2b > ۰$ باشد، آن گاه b عددی است. (د) درجه چندجمله‌ای $۵xy + ۴x^2y$ نسبت به هر دو متغیر x و y برابر با است.	۲
۱	گزینه درست را انتخاب کنید. (a) کدام یک از گزینه‌های زیر، یک مجموعه را نمایش می‌دهد؟ (۱) اعداد طبیعی کوچک‌تر از یک (۲) چهار عدد فرد متوالی (۳) سه شهر ایران (۴) پنج عدد بزرگ (b) نمودار خط به معادله $y = 3x - 2$ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ (۱) (۲) (۳) (۴) (c) اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد، احتمال آن که دقیقاً یک فرزند دختر داشته باشند، برابر است با: (۱) $\frac{۱}{۳}$ (۲) $\frac{۳}{۸}$ (۳) $\frac{۱}{۸}$ (۴) $\frac{۷}{۸}$ (d) کدام یک از گزینه‌های زیر، با $\frac{-x+3}{x+5}$ برابر است؟ (۱) $-\frac{x+3}{x+5}$ (۲) $-\frac{x-3}{x+5}$ (۳) $\frac{x-3}{x+5}$ (۴) $-\frac{3-x}{x+5}$	۳
۱	هر عبارت سمت راست را به عبارت مناسب در سمت چپ وصل کنید یا به صورت (مثلاً: (ب) $\leftrightarrow$ (d) بنویسید. (الف) ریشه سوم عدد -۲۷ (الف) $\leftrightarrow$ (ب) نزدیک‌ترین عدد صحیح به عدد $-\sqrt{2}$ (ب) $\leftrightarrow$ (ج) تعداد وجه‌های یک هرم با قاعده مثلث (ج) $\leftrightarrow$ (د) ضرب عددی x در ساده‌شده عبارت $(x+2)(x-2)$ (د) $\leftrightarrow$ (a) ۴ (b) ۰ (c) -۱ (d) -۳	۴
۱	اگر $A = \{۱۰, ۱۵, -۱\}$ و $B = \{-۱, ۱۲\}$ باشد، جاهای خالی را با عبارت یا نماد مناسب پر کنید. (الف) $A \cap B = \{ \}$ (ب) $B - A = \{ \}$ (ج) علامت $\neq$ یا $\leq$ بگذارید. (د) $n(A \cup B) =$ (الف) $\{-۱\}, \dots, A$	۵
۰/۵	(الف) اگر $a = ۰/۲۵$ و $b = \frac{-۱}{۴}$ باشد، آن گاه مقدار عبارت روبه‌رو را محاسبه کنید. $۲ a-b =$	۶
۰/۵	(ب) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -۲\}$ را روی محور نمایش دهید.	
۰/۵	سامان و سحر، دو قلو هستند و هر دو در کلاس نهم تحصیل می‌کنند. آن‌ها به همراه والدین خود به بازار فرش رفته بودند. این گفت‌وگو بین آن‌ها شکل گرفت: سامان گفت که فرش ۶ متری (۲×۳) با فرش ۱۲ متری (۳×۴) متشابه است. چون هر دو مستطیل هستند و نسبت تشابه آن‌ها، دو است. اما سحر مخالف بود. شما با کدام یک موافق هستید و چرا؟	۷

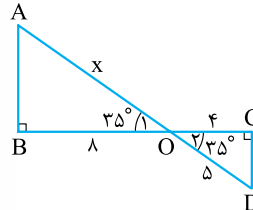


۱۳.

$$\frac{1}{2000} = \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{1}{\text{اندازه واقعی}} = \frac{3}{\text{اندازه روی نقشه}} = \text{مقیاس}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \times 2000}{1} = 6000 \text{ cm} \quad (0/25)$$

۱۴. الف) با توجه به شکل، $\hat{O}_1$ و $\hat{O}_2$ با هم متقابل به رأس هستند. در نتیجه $\hat{O}_1$ مساوی ۳۵ درجه است؛ پس:



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{O}_1 = 180^\circ$$

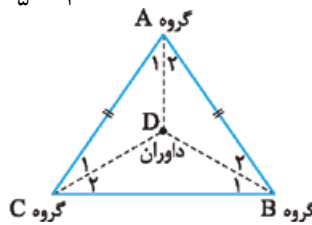
$$\hat{A} + 90^\circ + 35^\circ = 180^\circ \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ \quad (0/25)$$

$$\frac{x}{5} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 1.25 \quad (0/5)$$

ب) دو شکل متشابه‌اند؛ پس:

۱۵. سه گروه را روی سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع در نظر می‌گیریم و با توجه به این که نیمساز هر زاویه، آن را به دو زاویه مساوی تقسیم می‌کند داریم:



حالا باید دوه‌دو هم‌نهشتی مثلث‌ها را اثبات کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{AB} \quad \text{فرض مسئله} \\ \overline{AD} = \overline{AD} \quad \text{ضلع مشترک} \\ \hat{AD} = \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad \text{AD نیمساز A است.} \end{array} \right\} \quad (0/25)$$

$$\xrightarrow{\text{(ضیض)}} \triangle ACD \cong \triangle ABD \quad (0/25) \Rightarrow \overline{BD} = \overline{DC} \quad (1) \quad (0/25)$$

با استدلالی مشابه بالا داریم:

$$\triangle ACD \cong \triangle BCD \Rightarrow \overline{BD} = \overline{AD} \quad (2) \quad (0/25)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD} \quad (0/25)$$

$$\sqrt{-25} \times \sqrt{5} = \sqrt{-25 \times 5} = \sqrt{-125} = -5 \quad (0/25)$$

۱۶. الف)

$$\begin{aligned} & \sqrt{24} + \sqrt{8} - 5\sqrt{2} - 2\sqrt{18} \\ &= \sqrt{8 \times 3} + \sqrt{4 \times 2} - 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2 \times 3 \times 3} \quad (0/25) \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 6\sqrt{3} = -3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} \quad (0/25) \end{aligned}$$

$$5^4 \times 3^{-5} \times 5 = \frac{5^5 \times 3^{-5}}{3^5} = \frac{5^5}{3^5} = \left(\frac{5}{3}\right)^5 \quad (0/25)$$

۱۷. الف)

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}}{-2^5 \times 2^{-8}} = \frac{\frac{2^3}{3^3} \times \left(\frac{3}{1}\right)^3}{-2^5 \times \frac{1}{2^8}} = \frac{\frac{2^3}{3^3} \times 3^3}{-\frac{1}{2^3}} \quad (0/25)$$

ب)

$$\frac{\frac{2^3}{3^3} \times \frac{3^3}{2^9}}{-\frac{1}{2^3}} = \frac{\frac{1}{2^6}}{-\frac{1}{2^3}} = -\frac{2^3}{2^6} = -\frac{1}{2^3} = -2^{-3} \quad (0/25)$$

$$3 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^9 = 12 \times 10^5 = 1/2 \times 10^6 \quad (0/25)$$

۱۸.

۱۹. ابتدا باید $\sqrt[3]{27}$ را مشخص کنیم:

$$\sqrt{a} < \sqrt[3]{27} \Rightarrow \sqrt{a} < 3 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a < 3^2 \Rightarrow a < 9$$

تمام اعداد صحیح کوچک‌تر از ۹ می‌توانند به جای a قرار بگیرند به شرط این که منفی نباشند، چون زیر رادیکال نباید عدد منفی باشد:

$$a \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

هر ۴ تا از اعداد بالا را انتخاب کنید، درست است. (هر عدد درست (۰/۲۵))

۲۰.

$$\left. \begin{array}{l} x < 0 \\ y > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = \underbrace{|x| + |y|}_{(0/25)} = \underbrace{-x + y}_{(0/25)} = y - x \quad (0/25)$$

آزمون شماره ۴ (نوبت اول)

$$\sqrt[3]{\frac{-1}{64}} = \sqrt[3]{\frac{-1}{4^3}} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

۱. الف) درست (۰/۲۵)

ب) نادرست (۰/۲۵)

پ) درست (۰/۲۵)

ت) درست (۰/۲۵)

۲. الف) ۱۶ (۰/۲۵)

$$2^n = 16 \xrightarrow{n=4} \text{تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه } n \text{ عضوی}$$

ب) گویا (۰/۲۵) $\frac{3}{14}$ را با عدد π اشتباه نگیرید. عدد π تقریباً برابر $\frac{3}{14}$ است نه دقیقاً!

پ) مکمل (۰/۲۵)

$$(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$$

ت) $\frac{1}{4}$ (۰/۲۵)

۳. الف) **گزینه ۳** (۰/۲۵)؛ مجموعه حاصل از هر دو طرف نامتناهی است، چون $\mathbb{Z}$ از هر دو طرف نامتناهی است.

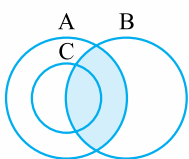
ب) **گزینه ۴** (۰/۲۵)

$$\frac{-3}{\sqrt[3]{3}} = \frac{-3}{\sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{-3\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{-3\sqrt[3]{9}}{3} = -\sqrt[3]{9} \quad (0/25)$$

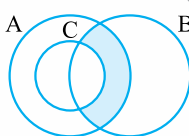
$$\frac{0.5}{2^2} = \frac{5 \times 10^{-2}}{4} = 1.25 \times 10^{-2}$$

پ) **گزینه ۴** (۰/۲۵)

ت) **گزینه ۲** (۰/۲۵)؛ لوزی یک متوازی‌الاضلاع است که قطرها آن بر هم عمود است.



۴. ابتدا $A \cap B$ را مشخص می‌کنیم:

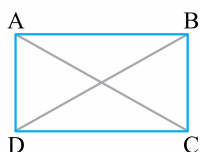


حالا $(A \cap B) - C$ را مشخص می‌کنیم، برای این کار باید قسمت‌هایی از $A \cap B$ را که در C هست، حذف کنیم: (رسم درست (۰/۵))

۵. الف) تعداد تمام حالت‌های ممکن $n(S) = 6 + 4 + 2 = 12$ است و تعداد

حالت‌هایی که سیاه بیاید $n(A) = 4$ است؛ پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad (0/25)$$



فرض	مستطیل ABCD
حکم	DB=AC

$$\left. \begin{array}{l} AD=BC \text{ (اضلاع روبه روی مستطیل)} \\ DC=DC \text{ (مشترک)} \\ \hat{D}=\hat{C}=90^\circ \text{ (زاویه های مستطیل)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض.ض.}} \triangle ADC \cong \triangle BCD \text{ (o/p5)} \\ \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} AC=BD \text{ (o/p5)}$$

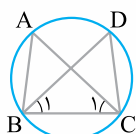
$$\text{فرض: } \left\{ \begin{array}{l} AD=AB=DC=BC, BN=NC \\ \hat{A}=\hat{C}, \hat{B}=\hat{D}, DM=MC \end{array} \right. \quad \text{15. الف (هر جای خالی (o/p5))}$$

ب) با توجه به قسمت الف داریم:

$$DC=BC \Rightarrow \frac{DC}{2} = \frac{BC}{2} \Rightarrow DM=BN \text{ (o/p5)}$$

$$\left. \begin{array}{l} DM=BN \\ AD=AB \text{ (فرض)} \\ \hat{D}=\hat{B} \text{ (فرض)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض.ض.}} \triangle ADM \cong \triangle BDN \text{ (o/p5)}$$

فرض	AB=CD (تساوی دو وتر)
حکم	$\triangle ABC \cong \triangle DCB$



ما باید ثابت کنیم، سه ضلع دو مثلث با هم مساوی است. طبق فرض $AB=CD$ است، BC هم که مشترک است. می ماند تساوی AC و BD که به کمک کمان های نظیر آن ها باید تساوی آن ها را ثابت کنیم:

$$AB=CD \Rightarrow \widehat{AB}=\widehat{CD} \Rightarrow \widehat{AB}+\widehat{AD}=\widehat{CD}+\widehat{AD} \\ \Rightarrow \widehat{BD}=\widehat{AC} \Rightarrow AC=BD \text{ (o/p5)}$$

حالا با استفاده از تساوی سه ضلع داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AC=BD \\ AB=CD \text{ (فرض)} \\ BC=BC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DCB \text{ (o/p5)}$$

$$5^{27} - 25^{13} = 5^{27} - (5^2)^{13} = 5^{27} - 5^{26} = 5^{26}(5-1) \text{ (o/p5)}$$

$$= 4 \times 5^{26} \text{ (o/p5)}$$

$$\frac{y}{\sqrt[3]{2x}} = \frac{y}{\sqrt[3]{2x}} \times \frac{\sqrt[3]{(2x)^2}}{\sqrt[3]{(2x)^2}} = \frac{y\sqrt[3]{(2x)^2}}{\sqrt[3]{(2x)^3}} = \frac{y\sqrt[3]{(2x)^2}}{2x} \text{ (o/p5)}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{1000}} \times \sqrt[3]{\frac{25}{100}} \times \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{\frac{8}{1000}} \times \sqrt[3]{\frac{25}{100}} \times \sqrt[3]{64} \text{ (o/p5)}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2^3}{10^3}} \times \sqrt[3]{\frac{5^2}{10^2}} \times \sqrt[3]{2^6} = \frac{2}{10} \times \frac{5}{10} \times 2^2 = \frac{4}{10} = 4 \times 10^{-1} \text{ (o/p5)}$$

14

ب) اگر بخواهیم مهره سفید نباشد، باید سیاه یا قرمز باشد؛ پس تعداد حالت های مطلوب ما برابر با $n(B) = 6 + 4 = 10$ می شود:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \text{ (o/p5)}$$

6. برای این که دو مجموعه با هم برابر باشند، باید تک تک اعضا با هم برابر باشند.

$$\{x-5, 2\} = \{y+2, 3\} \Rightarrow \begin{cases} x-5=3 \Rightarrow x=8 \text{ (o/p5)} \\ y+2=2 \Rightarrow y=0 \text{ (o/p5)} \end{cases}$$

حالا با داشتن x و y، مجموعه C را مشخص می کنیم:

$$C = \{x+y, \frac{x}{2}-1\} = \{8+0, \frac{8}{2}-1\} = \{8, 3\} \text{ (o/p5)}$$

با داشتن مجموعه C، به دست آوردن $B \cup C$ کاری ندارد:

$$B \cup C = \{2, 3\} \cup \{8, 3\} = \{2, 3, 8\} \text{ (o/p5)}$$

$$\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{0\} \text{ (o/p5)}$$

7

$$\sqrt{(4-\sqrt{20})^2} + |5-\sqrt{20}| = |4-\sqrt{20}| + |5-\sqrt{20}| \text{ (o/p5)}$$

8

$$\frac{4-\sqrt{20}}{2} < \sqrt{20} < \frac{4+\sqrt{20}}{2} \Rightarrow \sqrt{20} - 4 + 5 - \sqrt{20} = 5 - 4 = 1 \text{ (o/p5)}$$

9. الف) راه های بی شماری برای نوشتن دو عدد گنگ بین 3 و 4 است. یکی از آن ها به صورت زیر است:

بین 3 و 4 یک واحد اختلاف است، پس اگر مقداری گنگ و کوچک تر از 1 مثل $\frac{\sqrt{2}}{10}$ را به 3 اضافه و یا از 4 کم کنیم، از آن جا که حاصل جمع و تفریق هر عدد گویا و گنگ عددی گنگ است، پس حاصل گنگ است.

$$3 < 3 + \frac{\sqrt{2}}{10} < 4 - \frac{\sqrt{2}}{10} < 4 \text{ (o/p5)}$$

ب) ابتدا باید تشخیص دهیم $\sqrt{3}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی است:

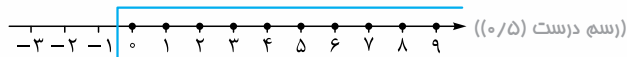
$$1 < 3 < 4 \Rightarrow 1 < \sqrt{3} < 2$$

حالا طرفین نامساوی را با عدد 2 جمع می کنیم:

$$2+1 < 2+\sqrt{3} < 2+2 \Rightarrow 3 < 2+\sqrt{3} < 4 \text{ (o/p5)}$$

10. مجموعه اعداد حسابی است که کم ترین مقدار آن صفر است و داریم:

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, \dots\} \Rightarrow \{x \in \mathbb{W} \mid x \geq -2\} = \{0, 1, 2, \dots\}$$



$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z} \text{ (o/p5)}$$

11. الف)

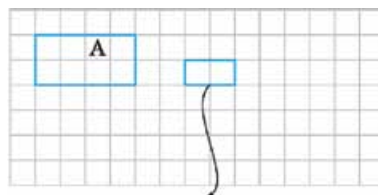
$$\mathbb{Q}' \cap \mathbb{N} = \emptyset \text{ (o/p5)}$$

ب)

12

$$\frac{1 - \frac{1}{3} + \frac{2}{6}}{\frac{4}{5} - \frac{1}{10}} \div \frac{1}{2} = \frac{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3}}{\frac{8}{10} - \frac{1}{10}} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{\frac{7}{10}} \times \frac{2}{5} = \frac{10}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{7} \text{ (o/p5)}$$

13. باید طول و عرض $\frac{1}{4}$ برابر شود:



(رسم درست (o/p5))

شکل مشابه با A