

توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی



درس ۱

توانایی‌های آخر بخش



با مفهوم تابع ثابت آشنا می‌شوید. نمایش‌های زوج‌مرتبی، نمودار پیکانی، نمودار مختصاتی و ضابطه جبری را برای تابع ثابت می‌بینید.

با ضابطه و دامنه تابع چندضابطه‌ای آشنا می‌شوید. نحوه به‌دست آوردن مقدار تابع چندضابطه‌ای و رسم آن را می‌آموزید.

با مفهوم تابع همانی آشنا می‌شوید. نمایش‌های زوج‌مرتبی، نمودار پیکانی، نمودار مختصاتی و ضابطه جبری را برای تابع همانی می‌بینید. در آخر تکنیک‌های حل مسئله را برای این درس می‌بینید.

موضوع



اول ← تابع ثابت

دوم ← تابع چندضابطه‌ای

سوم ← تابع همانی

بخش



ریشه از دهم بدانیم

رابطه، ارتباط و وابستگی بین دو چیز است. دنیای اطراف ما پر از رابطه‌های مختلف است؛ مثل رابطه اعضای خانواده با هم، رابطه بین دو شیء، رابطه بین دو عدد، رابطه بین هر دانش آموز و معدلش و ... این روابط را می‌توانیم به شکل‌های توصیفی، زوج‌مرتبی، جدولی، نمودار پیکانی، نمودار مختصاتی و ضابطه جبری نمایش دهیم.

تعریف	به دوتایی (a, b) که در آن ترتیب نوشتن مهم است، زوج مرتب گفته می‌شود. در این زوج به a مؤلفه اول (مختص اول) و به b مؤلفه دوم (مختص دوم) گفته می‌شود.
زوج مرتب	ترتیب مهم است؛ یعنی زوج $(2, 5)$ با زوج $(5, 2)$ متفاوت است. اگر دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) با هم برابر باشند؛ $(a, b) = (c, d)$ ، آنگاه $a = c$ و $b = d$ برعکس اگر $a = c$ و $b = d$ باشد، آنگاه $(a, b) = (c, d)$.

متغیر مستقل و متغیر وابسته:

رابطه بین شعاع دایره و مساحت دایره به شکل $S = \pi r^2$ است، اگر $r = 1$ باشد، آنگاه $S = \pi$ می‌شود و اگر $r = 2$ باشد، آنگاه $S = 4\pi$ می‌شود؛ پس وقتی r را تغییر می‌دهیم، S نیز تغییر می‌کند. در این رابطه، r متغیر مستقل و S متغیر وابسته است؛ زیرا اگر r را به دلخواه و مستقل تغییر دهیم، S نیز تغییر می‌کند؛ پس تغییر S وابسته به تغییر r است.
اگر در یک رابطه برای هر متغیر مستقل دقیقاً یک مقدار برای متغیر وابسته به‌دست آید، به آن رابطه تابع می‌گوییم.

تعریف	یک رابطه بین دو مجموعه A و B (از مجموعه A به مجموعه B) یک تابع نامیده می‌شود؛ هرگاه به‌ازای هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B نظیر یا مربوط شده باشد.
تابع	

نمایش‌های مختلف تابع	شرط تابع بودن
پیکانی	از هر عضو از مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود.
زوج مرتبی	اگر مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب برابر بودند، آنگاه مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند.
جدولی	اگر مؤلفه‌های اول برابر بودند، آنگاه مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند.
مختصاتی	هر خط موازی با محور y ها رسم کنیم، نمودار رسم شده را در بیش از یک نقطه قطع نکند.
ضابطه جبری	برای هر متغیر مستقل x ، فقط یک مقدار برای y به‌دست آید.
توصیفی	به هر موضوع از مجموعه اول تنها یک موضوع از مجموعه دوم نسبت داده شود.



اگر رابطه $f = \{(a, b-1), (a, 1), (2, a-4), (b, b)\}$ بیانگر یک تابع باشد، مقادیر a و b را بیابید.

پاسخ: در رابطه زوج‌مرتبی، شرط تابع بودن این است که اگر دو زوج مرتب، مؤلفه اول برابر داشتند، آنگاه مؤلفه دوم آن‌ها نیز برابر باشد. در دو زوج مرتب $(a, 1)$ و $(a, b-1)$ چون مؤلفه‌های اول برابر است؛ پس باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز برابر باشد.

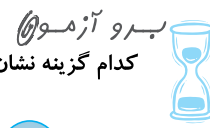
$$b-1=1 \Rightarrow b=2$$

$$f = \{(a, 1), (a, 1), (2, a-4), (2, 2)\}$$

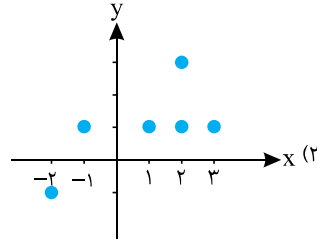
این مقدار به‌دست آمده برای b را در تابع جایگذاری می‌کنیم.

در دو زوج مرتب $(2, 2)$ و $(2, a-4)$ چون مؤلفه‌های اول برابرند، پس مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز برابر باشد:

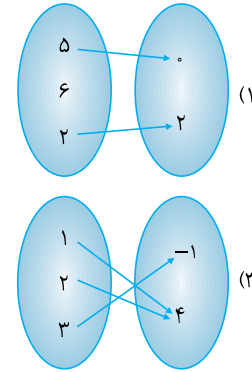
$$a-4=2 \Rightarrow a=6$$



کدام گزینه نشان دهنده یک تابع است؟



$$f = \{(\sqrt{9}, 2), (3, -1), (0, 4)\} \quad (۴)$$



پاسخ: بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: چون از عدد ۶ فلشی خارج نشده؛ پس تابع نیست.
گزینه «۲»: اگر خطی موازی محور y ها (خط $x = 2$) رسم کنیم، نمودار تابع را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند؛ پس تابع نیست.
گزینه «۳»: از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شده است؛ پس تابع است.
اینکه به عدد ۴ در مجموعه دوم، دو فلش وارد شده اهمیت ندارد.
گزینه «۴»: با ساده کردن داریم: $f = \{(3, 2), (3, -1), (0, 4)\}$ ، چون در دو زوج مرتب $(3, 2)$ و $(3, -1)$ مؤلفه‌های اول یکسان هستند، ولی مؤلفه‌های دوم متفاوت‌اند؛ پس f تابع نیست.
گزینه «۳» صحیح است.

ضابطه تابع در واقع ارتباط بین ورودی و خروجی تابع است. نمایش زوج مرتبی تابع f را به صورت $f = \{(3, 6), (-1, -2), (1, 2), (9, 18)\}$ در نظر بگیرید. اگر مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌ها را که ورودی‌های تابع هستند x و مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌ها را که خروجی‌های تابع هستند y بنامیم، ارتباط بین x و y به شکل $y = 2x$ است. به $y = 2x$ ضابطه جبری تابع f گفته می‌شود. در این رابطه x متغیر مستقل و y متغیر وابسته است. اگر تابع را به عنوان یک ماشین در نظر بگیریم، ورودی این ماشین متغیر مستقل و خروجی آن متغیر وابسته خواهد بود.

متغیر وابسته $\xrightarrow{\text{خروجی}}$ ضابطه جبری تابع $\xrightarrow{\text{ورودی}}$ متغیر مستقل

در مثال $y = 2x$ می‌توانیم بگوییم تابع f ماشینی است که روی متغیر مستقل x تأثیر می‌گذارد و آن را به خروجی، یعنی متغیر وابسته y تبدیل می‌کند. به تأثیر تابع f روی متغیر x ، $f(x)$ گفته می‌شود. چون حاصل این تأثیر، متغیر y است؛ پس داریم:
 $y = f(x)$
 $x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow y = f(x)$

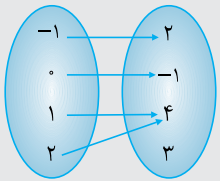
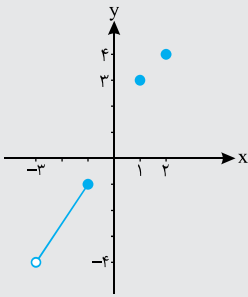
دامنه و برد تابع:

گفتیم تابع یک ماشین است که ورودی‌ها را می‌گیرد و با تأثیر گذاشتن روی آن‌ها خروجی را تحویل می‌دهد. با این شرط که برای هر ورودی دقیقاً یک خروجی تحویل دهد. اگر برای یک ورودی دو تا خروجی تحویل دهد یا هیچ خروجی‌ای تحویل ندهد دیگر آن ماشین، تابع نیست. مجموعه ورودی‌ها را دامنه تابع و مجموعه خروجی‌ها را برد تابع می‌گوییم.

برد $\xrightarrow{\text{خروجی}}$ تابع $\xrightarrow{\text{ورودی}}$ دامنه

برای تابع f ، مجموعه دامنه را با D_f و مجموعه برد را با R_f نشان می‌دهیم.

نمایش	دامنه	برد	مثال								
زوج مرتبی	$D = \{\text{مؤلفه‌های اول}\}$	$R = \{\text{مؤلفه‌های دوم}\}$	$f = \{(2, 3), (4, -1), (0, 5)\}$ $D_f = \{2, 4, 0\}$ $R_f = \{3, -1, 5\}$								
جدولی	$D = \{\text{عضوهای سطر ورودی}\}$	$R = \{\text{عضوهای سطر خروجی}\}$	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr> <td>y</td><td>9</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table> $D = \{5, 6, 7\}$ $R = \{9, 2, 1\}$	x	5	6	7	y	9	2	1
x	5	6	7								
y	9	2	1								

مثال	برد	دامنه	نمایش
 $D_f = \{-1, 0, 1, 2\}$ $R_f = \{2, -1, 4, 3\}$	$R = \{\text{عضوهایی که به آن‌ها پیکان وارد شده است}\}$	$D = \{\text{عضوهایی که از آن‌ها پیکان خارج شده است}\}$	نمودار پیکانی
 $D = \{1, 2\} \cup (-3, -1]$ $R = \{3, 4\} \cup (-4, -1]$	$R = \{\text{عرض نقاط روی نمودار}\}$	$D = \{\text{طول نقاط روی نمودار}\}$	نمودار مختصاتی

تمرین

مجموعه دامنه و برد تابع $f = \{(1, 8), (2, 9), (3, -6), (4, -3)\}$ را مشخص کنید.

پاسخ: در نمایش زوج مرتبی دامنه و برد برابر است با:

$$D = \{\text{مؤلفه های اول}\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$R = \{\text{مؤلفه های دوم}\} = \{8, 9, -6, -3\}$$

دامنه و برد در نمایش ضابطه جبری

برای نمایش تابع f از مجموعه A به مجموعه B می نویسیم: $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = f(x) \end{cases}$ که $y = f(x)$ ضابطه تابع f است.
در این نمایش دامنه و برد به صورت زیر است:

$$\text{مجموعه دامنه } D_f = A$$

$$\text{مجموعه خروجی های تابع } R_f = \{f(x) | x \in D_f\} = \text{برد } f$$

تمرین

برد تابع f را بیابید.

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B & D_f = A = \{0, 1, -1\} \\ f(x) = 3x^2 - x + 4 \end{cases}$$

پاسخ: برای به دست آوردن برد، باید تک تک اعضای دامنه را در ضابطه تابع قرار دهیم و مقدار تابع را به ازای آن‌ها به دست آوریم.

$$f(x) = 3x^2 - x + 4 \xrightarrow{x=0} f(0) = 3(0)^2 - (0) + 4 = 4$$

$$\xrightarrow{x=1} f(1) = 3(1)^2 - (1) + 4 = 6$$

$$\xrightarrow{x=-1} f(-1) = 3(-1)^2 - (-1) + 4 = 8$$

$$R_f = \{4, 6, 8\}$$

بی دقت نباشیم R_f برابر نیست با B . به مجموعه هم دامنه می گوئیم که در حالت کلی $R_f \subset B$ و در بعضی مواقع ممکن است $R_f = B$ باشد.



فصل دوم - درس ۱

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱۳۳. در چه صورت رابطه $\{(1, 5), (1, 2m + n), (2, 3), (2, 2m - n), (n - 2m, 3)\}$ تابع خواهد شد؟

۱ در صورتی که زوج مرتب $(1, 2m + n)$ را از مجموعه حذف کنیم.

۲ در صورتی که زوج مرتب $(2, 2m - n)$ را از مجموعه حذف کنیم.

۳ در صورتی که مقادیر m و n را طوری انتخاب کنیم که $3m + n = 7$.

۴ در صورتی که مقادیر m و n را طوری انتخاب کنیم که $3m + n = 4$.

۱۳۴. اگر $a = 0$ ، آنگاه کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟

۱ $\{(1, 4), (a, 1), (2a^2, 4)\}$

۲ $\{(3, 0), (0, 3), (3, a), (a^2 - 2a, 4)\}$

۳ $\{(5, -1), (3, a), (2a^2 + 3, 4), (-1, 6)\}$

۴ $\{(-1, 8), (3, 2a^2 + 6), (2a^2 - 1, 8), (a, 2)\}$

۱۳۵. در تابع $f = \{(p + 1, 2q^2), (2p, 2q^2), (p + 2, p), (q, p)\}$ ، $p > 0$ کدام است؟

۱ $p = 0$

۲ $p = 1$

۳ $p = 2$

۴ $p = 3$

۱۳۶. به ازای چه مقدار از k ، مجموعه $\{(3, -3), (2, -2k), (k - 1, 2z), (5, -4)\}$ تابع است؟ (مقداری دلخواه است).

۱ ۳

۲ ۴

۳ ۶

۴ ۸

۱۳۷. در تابع $f: A \rightarrow B$ ، اگر $R_f = \{1, 4, 7, -2\}$ ، آنگاه A کدام است؟
 $f(x) = \frac{3x-1}{2}$

۱ $\{0, 3, 5, -1\}$

۲ $\{-2, 5, 0, 1\}$

۳ $\{-3, 5, 1, 3\}$

۴ $\{-1, 1, 3, 5\}$

۱۳۸. چه تعداد از رابطه‌های زیر تابع است؟

(الف) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.

(ب) رابطه‌ای که به هر کلاس، دانش‌آموزان آن کلاس را نسبت می‌دهد.

(پ) رابطه‌ای که به هر مدرسه، مدیر آن مدرسه را نسبت می‌دهد.

(ت) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه دوم آن را نسبت می‌دهد.

(ث) رابطه‌ای که به هر فرد، استان محل سکونت آن فرد را نسبت می‌دهد.

۱ ۲

۲ ۳

۳ ۴

۴ ۵

۱۳۹. مجموعه $A = \{(3 - a, 2), (5, b + 1)\}$ را در نظر بگیرید. اگر $n(A) = 1$ ، آنگاه حاصل $3a - 2b$ برابر با چه عددی است؟

۱ -۱۲

۲ -۸

۳ ۶

۴ ۳

۱۴۰. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب تابع است، اگر مؤلفه اول دو زوج مرتب با هم برابر باشند، آنگاه مؤلفه دوم آن‌ها نیز برابر باشند.

(ب) مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب با مؤلفه‌های اول مختلف، تابع است.

(پ) نمایش مختصاتی یک رابطه وقتی تابع است که هر خط موازی محور y ها، نمودار را در بیش از یک نقطه قطع نکند.

(ت) نمایش پیکانی یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B ، هنگامی تابع است که از هر عضو مجموعه A دقیقاً یک پیکان خارج شده باشد.

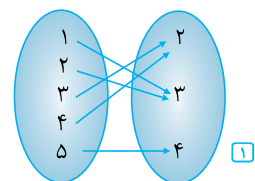
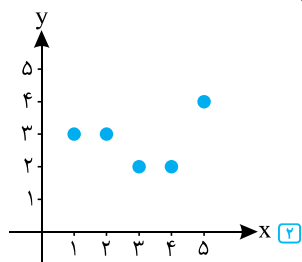
۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴

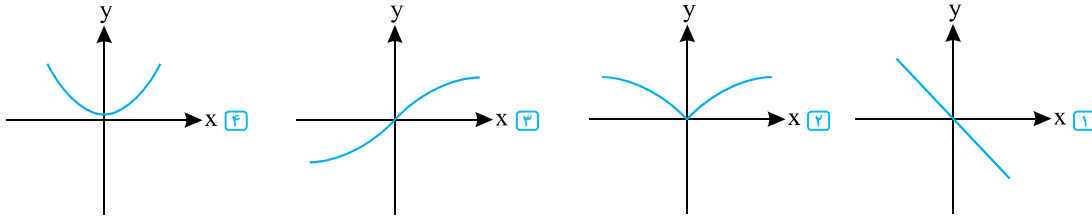
۱۴۱. رابطه نمایش داده‌شده در کدام گزینه، متفاوت از سایر گزینه‌هاست؟



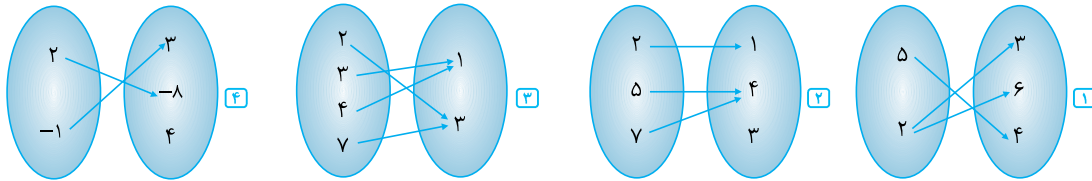
۱ $\{(3, 1), (3, 2), (4, 2), (4, 5)\}$

X	۱	۲	۳	۴	۵
Y	۳	۳	۲	۲	۴

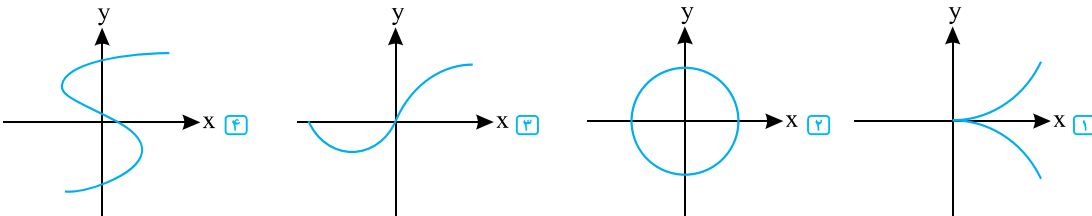
۱۴۲. کدام یک از نمودارهای زیر می‌تواند نمودار رابطه $y = ax + b$ باشد؟



۱۴۳. کدام گزینه، نمودار پیکانی یک تابع را نشان نمی‌دهد؟



۱۴۴. کدام گزینه، نمودار یک تابع است؟



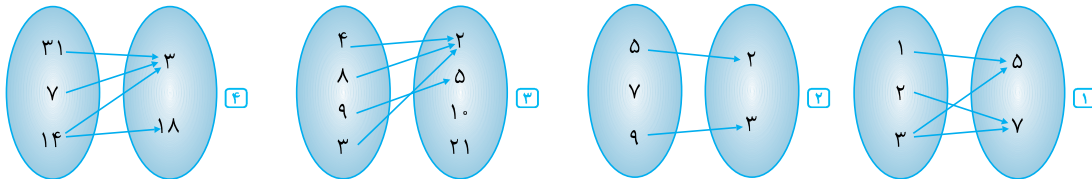
۱۴۵. نمایش زوج مرتبی کدام رابطه تابع نیست؟

- ۱ $\{(a, b), (c, d), (d, e), (a, e)\}$
۲ $\{(5, 2), (6, 3), (7, -4)\}$
۳ $\{(x, y), (w, z), (y, z), (x, y)\}$
۴ $\{(تهران, امیر), (اصفهان, زهرا), (یزد, محمد), (تهران, علی)\}$

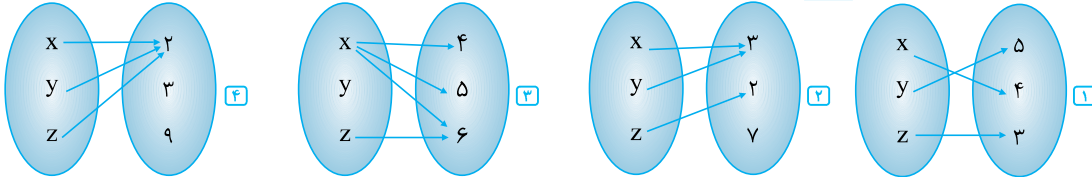
۱۴۶. اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ و زوج‌های مرتب $(a, 4)$ و $(1, b)$ متعلق به تابع f باشند، آنگاه مقدار $a^2 + b^2$ برابر چه عددی است؟

- ۱ 4
۲ 13
۳ 9
۴ 1

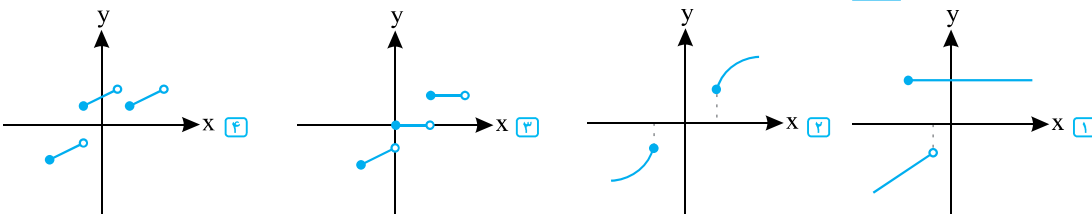
۱۴۷. کدام گزینه نمودار پیکانی یک تابع است؟



۱۴۸. نمودار پیکانی کدام رابطه تابع نیست؟



۱۴۹. کدام نمودار، نمودار تابع نیست؟



۱۲۹

الف) باید نشان دهیم ستون آخر در جدول هر دو طرف با هم یکسان است.

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن	ن

p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن	د
د	ن	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن

ب) باید نشان دهیم ستون آخر در جدول ارزش گزاره سمت چپ با ستون p یکسان است.

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$p \vee q$	$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

۱۳۰

برای گزاره داده شده جدول ارزشی می کشیم تا ببینیم در چه حالتی در ستون آخر «درست» خواهیم داشت:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(p \vee \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$
د	د	ن	ن	د	ن	د
د	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	ن	د

پس فرقی نمی کند ارزش p و q چه باشد در هر صورت این یک گزاره همیشه درست است.

۱۳۱

مقدمه ۱: اگر امروز جمعه باشد آنگاه مدرسه ها تعطیل است.

مقدمه ۲: امروز مدرسه ها تعطیل است.

نتیجه: امروز جمعه است.

 $p \Rightarrow q$ $\frac{q}{p}$ $\therefore p$

این استدلال مغالطه است و این نتیجه گیری درست نیست؛ زیرا ممکن است تعطیلی مدرسه دلیل دیگری داشته باشد.

۱۳۲

p: نادرست

q: چون گفته «و برعکس» پس نادرست است.

r: درست

الف) $(p \vee q) \wedge r$ ب) $(q \Rightarrow p) \equiv \sim(\sim q \vee p) \equiv q \wedge \sim p$ پ) $(\sim p \Leftrightarrow r) \Leftrightarrow (q \wedge \sim r)$

۱۳۳. گزینه ۳ شرط تابع بودن در نمایش زوج مرتبی این است که اگر مؤلفه های اول برابر بودند، مؤلفه های دوم نیز برابر باشند.

$$\begin{cases} 2m + n = 5 \\ 2m - n = 3 \end{cases} \Rightarrow 4m = 8 \Rightarrow m = 2$$

$$2m + n = 5 \xrightarrow{m=2} 2(2) + n = 5 \Rightarrow n = 1$$

$$3m + n \xrightarrow[n=1]{m=2} 3(2) + 1 = 7$$

در گزینه های «۱» و «۲» با حذف زوج مرتب گفته شده همچنان دو زوج مرتب باقی می ماند که مؤلفه های اول برابر دارند.

۱۳۴. گزینه ۴ بررسی گزینه ها:

۱) تابع نیست $\{(8, 4), (0, 1), (0, 4)\}$ ۲) تابع نیست $\{(3, 0), (0, 3), (3, 0), (0, 4)\}$ ۳) تابع نیست $\{(5, -1), (3, 0), (3, 4), (-1, 6)\}$ ۴) تابع است $\{(-1, 8), (3, 6), (-1, 8), (0, 2)\}$

۱۳۵. گزینه ۲ بررسی گزینه ها:

۱) p باید بزرگ تر از صفر باشد.

۲) تابع است $f = \{(2, 2q^2), (2, 2q^2), (3, 1), (6, 1)\}$ ۳) تابع نیست $f = \{(3, 2q^2), (4, -1), (4, 2), (6, 2)\}$ ۴) تابع نیست $f = \{(4, 2q^2), (6, -1), (5, 3), (6, 3)\}$

۱۳۶. گزینه ۴ برای اینکه مجموعه تابع باشد باید مؤلفه اول زوج مرتب ها با هم برابر نباشد؛ پس:

$$k - 1 \neq 3 \Rightarrow k \neq 4$$

$$k - 1 \neq 2 \Rightarrow k \neq 3$$

$$k - 1 \neq 5 \Rightarrow k \neq 6$$

چون مقدار Z دلخواه است. پس نمی توانیم زوج مرتب هایی با مؤلفه اول و دوم برابر داشته باشیم.

۱۳۷. گزینه ۴

$$f(x) = \frac{3x-1}{2} \xrightarrow{f(x)=1} 1 = \frac{3x-1}{2} \Rightarrow 3x-1=2 \Rightarrow x=1$$

$$\xrightarrow{f(x)=4} 4 = \frac{3x-1}{2} \Rightarrow 3x-1=8 \Rightarrow x=3$$

$$\xrightarrow{f(x)=7} 7 = \frac{3x-1}{2} \Rightarrow 3x-1=14 \Rightarrow x=5$$

$$\xrightarrow{f(x)=-2} -2 = \frac{3x-1}{2} \Rightarrow 3x-1=-4 \Rightarrow x=-1$$

$$A = \{1, 3, 5, -1\}$$

۱۳۲

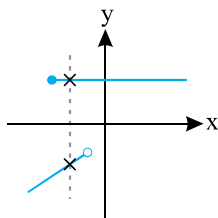


مجموعه کتاب های تستیک

۱۴۷. گزینه ۳ در نمایش نمودار پیکانی، یک رابطه وقتی تابع است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک فلش خارج شود.

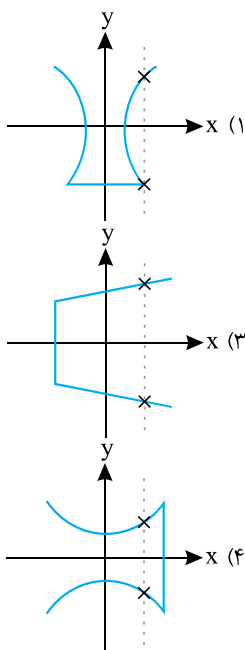
۱۴۸. گزینه ۳ در گزینه «۳» چون از عضو x سه پیکان خارج شده و از عضو y پیکانی خارج نشده، پس تابع نیست.

۱۴۹. گزینه ۱ در گزینه «۱»، خط موازی محور y ها، نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کرده است.



۱۵۰. گزینه ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:



۱۵۱. گزینه ۴

نمایش جدولی تابع $f: A \rightarrow B$ به صورت $f(x) = 2x^2 - 1$ است.

-1	0	1
1	-1	1

توجه: $\sqrt{1} = 1$ ، رادیکال فقط یک جواب دارد. اگر بگویند حاصل $\sqrt{1}$ چه عددی است می‌گوییم ۱، اگر بگویند ریشه دوم عدد ۱ چیست؟ می‌گوییم ۱ و -۱.

۱۵۲. گزینه ۲

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 10} \xrightarrow{x=3+2\sqrt{6}} f(3+2\sqrt{6})$$

$$= \sqrt{(3+2\sqrt{6})^2 - 6(3+2\sqrt{6}) + 10}$$

$$= \sqrt{9 + 24 + 12\sqrt{6} - 18 - 12\sqrt{6} + 10} = \sqrt{25 + 12\sqrt{6} - 12\sqrt{6}}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$

۱۵۳. گزینه ۴ نمی‌دانیم هر کدام از اعضای برد، مقدار تابع به‌ازای کدام عضو دامنه است؛ پس تمام حالت‌های ممکن را در نظر می‌گیریم.

۱	۲	x
۲	۱	$\frac{1}{2}$

(۲)

۱	۲	x
۱	۲	$\frac{1}{2}$

(۱)

۱۳۸. گزینه ۲

الف) هر فرد فقط یک گروه خونی دارد؛ پس تابع است.
ب) هر کلاس بیش از یک دانش‌آموز دارد؛ پس تابع نیست.
پ) هر مدرسه فقط یک مدیر دارد؛ پس تابع است.
ت) هر عدد مثبت، ۲ ریشه دوم دارد؛ پس تابع نیست.
ث) هر فرد در یک لحظه مشخص فقط یک استان محل سکونت دارد؛ پس تابع است.
۱۳۹. گزینه ۲ چون $n(A) = 1$ است، پس $(3-a, 2) = (5, b+1)$
وقتی دو زوج مرتب با هم برابرند، یعنی مؤلفه‌های اول آن‌ها با هم و مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابر است.

$$\begin{cases} 3-a=5 \Rightarrow a=-2 \\ b+1=2 \Rightarrow b=1 \end{cases}$$

$$3a-2b = (3 \times (-2)) - (2 \times 1) = -8$$

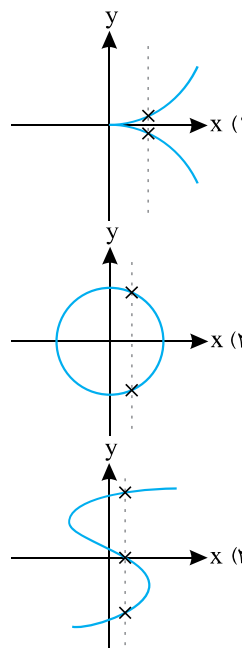
۱۴۰. گزینه ۴ با توجه به درسنامه، تمامی عبارات صحیح هستند.

۱۴۱. گزینه ۳ نمایش زوج مرتبی تابع گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به‌صورت $\{(1, 3), (2, 3), (3, 2), (4, 2), (5, 4)\}$ است.

۱۴۲. گزینه ۱ رابطه $y = ax + b$ ، یک رابطه خطی است و نمودار آن نیز خط است.

۱۴۳. گزینه ۱ در نمودار پیکانی یک تابع، از اعضای مجموعه دامنه دقیقاً یک پیکان خارج می‌شود. در گزینه «۱» از عدد ۲، دو پیکان خارج شده است.

۱۴۴. گزینه ۳ نمودار یک رابطه وقتی تابع است که هر خط موازی محور y ها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند.
بررسی سایر گزینه‌ها:



۱۴۵. گزینه ۱ مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب تابع است، هرگاه مجموعه زوج‌های مرتبی با مؤلفه‌های اول یکسان نداشته باشد یا اگر دو زوج مرتب، مؤلفه اول یکسان دارد مؤلفه دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند.
در مجموعه گزینه «۱» دو زوج مرتب (a, b) و (a, c) مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت دارند؛ بنابراین تابع نیست.

۱۴۶. گزینه ۳

$$(a, 4) \rightarrow f(a) = 3a - 5 = 4 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$(1, b) \rightarrow f(1) = 3 \times 1 - 5 = b \Rightarrow b = -2$$

$$a^2 + b^2 = (3)^2 + (-2)^2 = 9 + 4 = 13$$