

## تقدیم به

لغت‌نامهٔ دهخدا واژهٔ «فیزیک» رو «طبیعت» معنی کرده و ما فیزیک رو علم بررسی قوانین حاکم بر طبیعت می‌دونیم. ما آدما با فیزیک قدرت افسانه‌ای پیدا کردیم ولی حیف که قدرشناس‌ترین و بداخلاق‌ترین بچه‌های طبیعتیم و از قوانین طبیعت بر ضد خودش استفاده می‌کنیم؛ روی زمین زباله می‌ریزیم، جنگلا رو نابود می‌کنیم، آب‌ها رو کثیف می‌کنیم، دریاچه‌ها رو خشک می‌کنیم، هوا رو اون قدر آلوده می‌کنیم که خودمون هم نمی‌تونیم توش نفس بکشیم، یعنی داریم زمین و موجودات روی زمین رو قتل عام می‌کنیم.

سرمه شهرستان ارواک که دارای ۳۲۷ تن سکنه است. آب آن از چشمه و محصول عمده‌اش غله، میوه و بخصوص انگور است. (از فرهنگ جغرافیایی ایران ج ۲)

**فیزیسین**، (ی) (فرانسوی، سن) ۱) فیزیک‌دان. احترام از استعمال این کلمه بیگانه اولی است. (فرهنگ فارسی معین)

**فیزیک**، (فرانسوی) ۱) از یونانی، فوسیس، بمعنی طبیعت، علمی است که موضوع مطالعه آن خصایص عمومی اجسام و قوانین است که موجب تعدیل وضع یا حرکت آنها میشود بدون آنکه تغییری در طبیعت آنها ایجاد شود. مباح طبیعی، سماء و عالم. (فرهنگ فارسی معین)

**فیزیک**، (ج) علمی است از بخش درمیان شهرستان بخنوره که دارای ۱۳۳ تن سکنه است. آب آن از قنات و محصول عمده‌اش غله و گیاهات است. (از فرهنگ

فیزیکی  
دانی  
سجیان  
مب آن  
شیات  
البدو  
روی و  
ت که  
دارد  
یلان

توی این وضعیت غم‌انگیز آدمای حسابی و باشعوری هم هستند که به آبی آسمون، سبزی جنگل، زلالی آب، پاکی هوا و تمیزی زمین احترام می‌ذارن. لزومی نداره که ما حتماً فعالانه تو گروه‌های طرفدار طبیعت باشیم تا به طبیعت احترام بذاریم. کافیه از این‌جا شروع کنیم که زباله‌ای روی زمین نندازیم.

ما تمام قد می‌ایستیم و این کتاب رو پیشکش می‌کنیم  
به شما که به طبیعت احترام می‌ذارین.

# مقدمه مؤلفان

... ادامه مقدمه از کتاب تست

... حدود ۳۷۰ مثال هست که همشون تستای طرحی‌اند؛ پس جمع تستای دو کتاب فیزیک پایه حدود ۳۱۰۰ تا تسته.

## ۱۲- این‌جا کجاست؟

این‌جا کتاب پاسخیه. دقیق‌ترش اینه: **کتاب درس‌نامه و پاسخ**. از نظر درس‌نامه‌ها خودش برای خودش یه کتاب مستقله، اما از نظر پاسخ یه کتاب وابسته به کتاب تسته.

## ۱۳- درس‌نامه‌ها چه ویژگی‌هایی دارن؟

الف) کاملاً مفهومی و یاددهنده‌اند. به طوری که اگه یه نفر به معلم دسترسی نداشته باشه، با همین درس‌نامه‌ها می‌تونه تا حد خوبی برای تست‌زدن فیزیک یاد بگیره.

ب) یه‌عالمه (۳۷۰ تا) تست تألیفی با پاسخ‌های تشریحی داره.

پ) مفاهیم جدید کتابای درسی و ایده‌های جدید کنکورهای سراسری رو به طور کامل توضیح داده.

ت) هر درس‌نامه جایی قرار گرفته که با شماره تستای مرتبط با اون هماهنگی کامل داره.

ث) توی درس‌نامه‌ها روش‌های جدید و منحصربه‌فردی رو هم در بعضی مباحث آموزش دادیم.

## ۱۴- پاسخ‌ها چه ویژگی‌هایی دارن؟

الف) کاملاً تشریحی و مفهومی‌اند.

ب) با روش گام‌به‌گام پاسخ دادیم.

پ) خیلی از تست‌ها رو هم با روش معمولی و هم با روش تکنیکی (تیزبازی) پاسخ دادیم.

## ۱۵- از چه نمادهایی توی این کتاب استفاده کردیم؟

کادرهای نکته

کادرهای چندنکته که به صورت شمارشی ۱، ۲، ۳ و ...

 یادآوری:

 تیزبازی: که یک روش حل خلاقانه یا تستیه!

 حواستون باشه: که در واقع همون تذکره.

**کمی عمیق‌تر:** مفاهیم و مطالبی که مستقیماً در کتاب درسی نیست، اما بلد بودن و دونستن این مفاهیم ما رو مسلط‌تر می‌کنه.

## ۱۶- این کتاب رو چه‌طوری باید خوند؟

خیلی ساده؛

 درس‌نامه رو بخونید و تستای توی درس‌نامه رو هم یاد بگیرید.

 تستای مرتبط با درس‌نامه رو از کتاب تست بزنید.

 پاسخ‌های تشریحی رو ببینید و با پاسخ خودتون مقایسه کنید.

## ۱۷- سخن آخر!

ما رو یادتون نره. بهمون پیام بدین. یه توقعی داریم که یه‌کم سخته، ولی اگه انجامش بدین کمک بزرگی به ما کردین و اونم اینه که اشکالای کارمون رو حتماً به خودمون هم بگین. اگه اشتباه تایپی، محاسباتی و ... به چشمتون خورد یا هر جا با کتاب حال نکردین، توی سایت خیلی سبز یا در اینستاگرام به پیج @physics\_kheilisabz پیغام بدید. دمتون گرم! نه! جدی می‌گم؛ واقعاً دم همتون گرم.

مواظب خودتون باشین!

# دست همتون درد نکنه؛ واقعاً خسته نباشید:

- ویراستارای خوب این کتاب
- خانم ملیکا مهری که خیلی کارش درسته و ما هم خیلی اذیتش کردیم، نمی‌دونم تو دلش چیا به ما گفته ولی هر چی که گفته حق داره.
- آقای مهران جعفری که تازه به جمع ما اضافه شده و اومده و نیومده گرفتار کتاب فیزیک پایه شد.
- دوستای خوب و پرانرژی‌مون در واحد تولید خیلی سبز
- همکاران هنرمند و خوش‌ذوق واحد مارکتینگ‌مون
- و همه همکارای خیلی سبزی‌مون که الحق و الانصاف در تمام منطقه خاورمیانه بی‌همتا هستن.
- دکتر ابوذر نصری و دکتر کامیل نصری به خاطر حمایت بی‌دریغشان.
- امیدوارم قابل بدونید و باز هم ما را از نقد و نظرات ارزشمندتون بهره‌مند کنید.

# فهرست مطالب

## فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری

بخش ۱: اندازه‌گیری

بخش ۲: چگالی

صفحه

۸

۳۰

## فصل دوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد و فشار

بخش ۱: ماده و ویژگی‌هایش

بخش ۲: فشار

بخش ۳: اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز

بخش ۴: نیروی شناوری و اصل برنولی

۴۶

۵۳

۸۳

۱۰۶

## فصل سوم: کار، انرژی و توان

بخش ۱: مفهوم کار و مفهوم انرژی مکانیکی

بخش ۲: ارتباط بین کار و انرژی

بخش ۳: توان و بازده

۱۱۷

۱۳۴

۱۷۲

## فصل چهارم: دما و گرما

بخش ۱: دما و دماسنجی

بخش ۲: انبساط گرمایی

بخش ۳: گرما و آثار آن بر اجسام

بخش ۴: تعادل گرمایی

بخش ۵: انتقال گرما

۱۸۲

۱۸۸

۲۰۷

۲۳۲

۲۴۴

## فصل پنجم: الکتریسیته ساکن

بخش ۱: مفاهیم اولیه الکتریسته ساکن

بخش ۲: قانون کولن و میدان‌های الکتریکی

بخش ۳: الکتریسیته ساکن با طعم کار و انرژی!

بخش ۴: خازن

صفحه

۲۴۹

۲۶۱

۳۳۵

۳۵۹

## فصل ششم: جریان الکتریکی و مدارهای...

بخش ۱: جریان الکتریکی و مقاومت الکتریکی

بخش ۲: مدارهای تک‌حلقه جریان الکتریکی

بخش ۳: انرژی و توان وسیله رسانشی الکتریکی

بخش ۴: مدارهای تک‌حلقه چند مقاومتی

۳۷۸

۳۹۳

۴۰۷

۴۲۱

## فصل هفتم: مغناطیس و القای...

بخش ۱: مفاهیم اولیه مغناطیس

بخش ۲: اثر میدان مغناطیسی بر بارهای ...

بخش ۳: جریان الکتریکی میدان مغناطیسی ...

بخش ۴: القای الکترومغناطیسی (قانون لنز ...)

بخش ۵: پدیده خود - القاوری

بخش ۶: کاربردهایی از القای الکترومغناطیسی ...

۵۰۱

۵۱۱

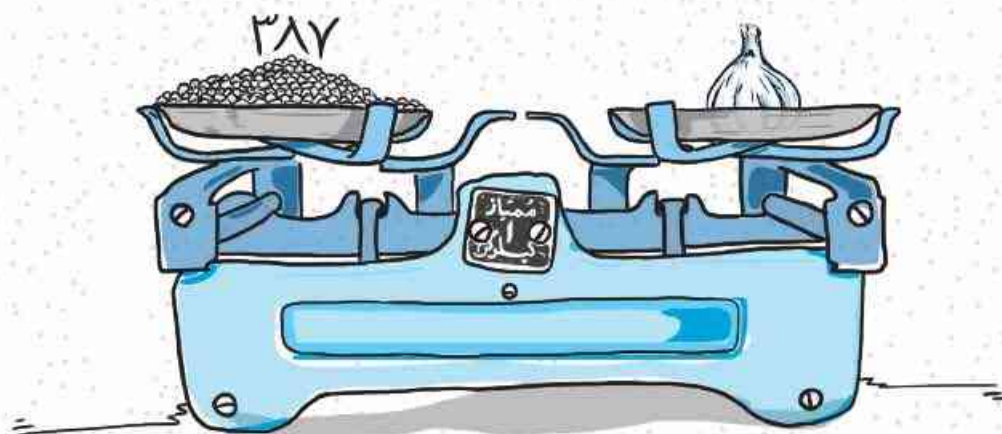
۵۳۲

۵۵۲

۵۹۴

۶۰۱

# فصل اول



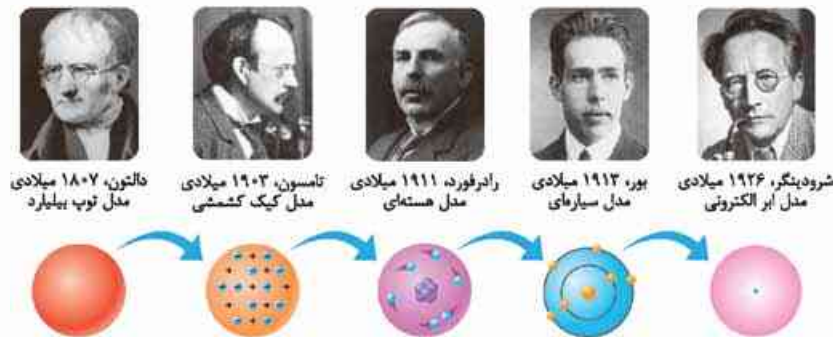
## فیزیک و اندازه‌گیری

| صفحه | شناسه فصل          |
|------|--------------------|
| ۸    | بخش ۱: اندازه‌گیری |
| ۳۰   | بخش ۲: چگالی       |

## بخش ۱ اندازه گیری

### درس ۱: فیزیک، علمی تجربی و آزمون پذیر

هر اتفاقی که در طبیعت می افتد (مثل افتادن یک برگ) یک پدیده فیزیکی است. کار دانشمندان فیزیک این است که ۱ پدیده ها را مشاهده کنند و ۲ الگوها و نظم های خاصی را در آن ها کشف کنند. آن ها این الگوها را به صورت **نظریه ها، مدل ها و قانون های فیزیکی** بیان می کنند. اما این پایان کار نیست. از آن جایی که فیزیک علمی **تجربی** است، قانون ها، مدل ها و نظریه ها باید با **آزمایش های مختلف و متعدد** تأیید شوند. چه بسا نتیجه آزمایش ها، اعتبار یک مدل یا نظریه فیزیکی را زیر سؤال ببرد و دانشمندان آن را اصلاح و یا مدل یا نظریه جدیدی را جایگزین آن کنند. تغییر مدل اتمی در طول زمان مثال خوبی از تغییر مدل ها و نظریه های فیزیکی است. (شکل زیر)



#### عوامل مؤثر در پیشرفت دانش و تکامل علم فیزیک

**الف) تفکر نقادانه و اندیشه ورزی فعال فیزیکدانان نسبت به پدیده هایی که با آن روبه رو می شوند:** یعنی فیزیکدانان پدیده ها را خیلی دقیق می بینند و در موردشون فکر می کنند و همین پوری راحت از کنارشون نمی گذرن.  
**ب) آزمایش و مشاهده:** شکل گیری علم فیزیک مدیون آزمایش و مشاهده دانشمندان.  
**پ) آزمون پذیری و اصلاح نظریه های فیزیکی:** یعنی باید نظریه ها و قانون های فیزیک رو آزمایش کرد و آگه یه وقت تو یه آزمایشی فلاف اون مشاهده شد، باید اصلاح بشن؛ این باعث می شه که نظریه ها بهتر و دقیق تر بشن. به قول کتاب درسی «ویژگی آزمون پذیری و اصلاح و تغییر نظریه های فیزیکی، نه تنها ضعف نیست، بلکه نقطه قوت دانش فیزیک است.»

**نکته: مؤثرترین عامل در پیشبرد و تکامل علم فیزیک، تفکر نقادانه و اندیشه ورزی فعال فیزیکدانان است (مثلاً نظریه نسبیت، نتیجه اندیشه ورزی فعال آلبرت اینشتین است).**

## پاسخنامه تشریحی

### ۱- گزینه ۲ درستی یا نادرستی هر یک از عبارات را بررسی می کنیم:

الف) نادرست؛ برای بررسی و توضیح یک پدیده، در مرحله اول پدیده را با استفاده از قانون، مدل و نظریه فیزیکی توصیف می کنند و در مرحله دوم این قوانین، مدل ها و نظریه های فیزیکی را توسط آزمایش، مورد آزمون قرار می دهند. با گذر زمان و انجام آزمایش های جدید، این مدل ها و نظریه ها ممکن است تغییر کنند و اصلاح شوند و یا حتی مدل ها و نظریه های جدیدتر، کامل تر و درست تر جایگزین آن ها شوند. این موضوع باعث بی اعتباری مرحله اول در بررسی و توضیح یک پدیده نمی شود.  
 ب) درست؛ در بررسی عبارت الف) گفتیم که در مرحله دوم توصیف یک پدیده، قوانین، مدل ها و نظریه های فیزیکی ارائه شده برای آن پدیده باید توسط آزمایش مورد آزمون قرار گیرد.  
 پ) درست؛ بدون شرح.  
 ت) نادرست؛ ویژگی آزمون پذیری و اصلاح نظریه های فیزیکی نقطه قوت دانش فیزیک است، چون باعث پیشرفت و تکامل شناخت و نظریات ما درباره پدیده های مورد بررسی می شود.

### ۲- گزینه ۱ تغییر مدل اتمی در طول زمان مطابق طرحواره زیر است:



هر مدل فیزیکی اغلب نتیجه بازنگری در مدل قبل از آن است؛ بنابراین براساس طرحواره بالا مدل سیاره ای بور نتیجه بازنگری در مدل اتمی قبل از آن یعنی **مدل هسته ای** رادرفورد است. (به جهت پیکان ها دقت کنید). هم چنین با بازنگری در مدل سیاره ای بور، **مدل ابر الکترونی** شرودینگر که به مراتب دقیق تر و کامل تر بود، ارائه شد.

## درس ۲: مدل‌سازی در فیزیک



پدیده‌های فیزیکی (مثل پرتاب توپ، بالا رفتن بالون، روشن شدن یک لامپ، بارش برف و ...) حتی اگر ساده و ابتدایی هم به نظر بیایند، پیچیدگی‌هایی دارند؛ به همین دلیل تحلیل و بررسی این پدیده‌ها سخت و گاهی هم غیرممکن است. مثلاً یک پدیده ساده مانند حرکت پرتابی یک توپ بسکتبال، به عامل‌های زیر بستگی دارد:

- شکل توپ یک کره کامل نیست (سطح توپ برجستگی‌ها و درزهایی دارد).
- توپ در حال حرکت، به دور خود می‌چرخد.
- مقاومت هوا و باد روی حرکت توپ اثر می‌گذارند.
- وزن توپ با تغییر ارتفاع توپ تغییر می‌کند.
- سرعت اولیه و جهت پرتاب در مسیر حرکت توپ مؤثر است.

حالا اگر بخواهیم همین حرکت ساده را با در نظر گرفتن همه عوامل، تحلیل و بررسی کنیم، کارمان خیلی سخت می‌شود. برای همین، این پدیده را آن قدر ساده و آرمانی می‌کنیم تا بتوانیم به طور ساده آن را تحلیل و بررسی کنیم. به این عمل در فیزیک، **مدل‌سازی** می‌گوییم.

**تعریف مدل‌سازی** به فرایندی که طی آن یک پدیده فیزیکی را تا حد ممکن ساده و آرمانی می‌کنیم تا بررسی و تحلیل آن امکان‌پذیر شود، **مدل‌سازی** می‌گوییم.

**حواستون باشه:** در مدل‌سازی یک پدیده فیزیکی از عوامل جزئی‌تر چشم‌پوشی می‌کنیم. منظورمان از عوامل جزئی‌تر عواملی است که تأثیر کم‌تری بر آن پدیده فیزیکی دارند؛ ولی باید مواظب باشیم که عوامل اصلی را نادیده نگیریم. مثلاً در جدول زیر حرکت پرتابی توپ بسکتبال را با مدل‌سازی به یک حرکت آرمانی تبدیل کرده‌ایم.

| عواملی که کم یا زیاد در حرکت توپ بسکتبال مؤثرند.                 | آیا از این عامل می‌توانیم چشم‌پوشی کنیم؟ | توضیح                                                                                                             |
|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| توپ یک کره کامل نیست و برجستگی‌ها و درزهایی دارد.                | بله                                      | توپ را به صورت یک جسم نقطه‌ای فرض می‌کنیم.                                                                        |
| توپ در طول مسیر به دور خود می‌چرخد.                              | بله                                      | اثر چرخش توپ در حرکت توپ چندان زیاد نیست.                                                                         |
| هوا در برابر حرکت توپ مقاومت می‌کند. (نیروی مقاومت هوا)          | بله                                      | فرض می‌کنیم توپ در شرایط خلأ پرتاب شده است.                                                                       |
| وزن توپ، نیرویی است که کره زمین در تمام مسیر بر توپ وارد می‌کند. | نه!                                      | وزن عامل مهمی در مسیر حرکت توپ است. اگر وزن را نادیده بگیریم، توپ به جای مسیر منحنی باید بر مسیر مستقیم حرکت کند. |
| وزن توپ در طول مسیر تغییر می‌کند.                                | بله                                      | این تغییرات خیلی کم و نامحسوس است.                                                                                |

در شکل (الف) وضعیت واقعی توپ بسکتبال در هوا را نشان داده‌ایم و در شکل (ب) مدل آرمانی (مدل‌سازی شده) آن را می‌بینید.



(ب) مدل آرمانی توپ بسکتبال



(الف) توپ بسکتبال در هوا

**تست:** فرض کنید خودرویی در حال حرکت است. خودرو با دیدن یک مانع ترمز می‌کند و پس از طی مسافتی می‌ایستد. برای مدل‌سازی فیزیکی این حرکت، برخی از عوامل را نادیده می‌گیریم. نادیده گرفتن کدام موارد زیر باعث می‌شود نتیجه بررسی مدل با واقعیت تفاوت آشکاری داشته باشد؟



(الف) ابعاد خودرو

(ب) اصطکاک لاستیک‌های خودرو با سطح زمین

(پ) چرخش چرخ‌ها

(ت) جرم خودرو و سرنشینان آن

(۴) (ب) و (ت)

(۳) (الف) و (ب)

(۲) (الف) و (پ)

(۱) (پ) و (ت)

**پاسخ (۴):** اگر از اصطکاک خودرو با زمین صرف نظر کنیم، خودرو هرگز متوقف نمی‌شود! نادیده گرفتن جرم هم باعث می‌شود همه نیروهای وارد بر خودرو از جمله اصطکاک حذف شوند. پس نباید پی‌هایال موارد (ب) و (ت) شویم. دو مورد دیگر قابل چشم‌پوشی هستند.

**مقاومت هوا! بودن یا نبودن!** مقاومت هوا از عواملی است که گاهی می‌توانیم از آن چشم‌پوشی کنیم و گاهی هم نمی‌توانیم. مثلاً در حرکت گلوله یا توپ در هوا می‌توانیم آن را در نظر نگیریم ولی در حرکت برگ یا پَر یا چتربازی که در هوا چتر خود را باز کرده، نمی‌توانیم آن را نادیده بگیریم.

## پاسخنامه تشریحی

**۳- گزینه ۲** فرایندی که طی آن یک پدیده فیزیکی آن قدر ساده و آرمانی می شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود، **مدلسازی** نام دارد. هنگام مدلسازی یک پدیده فیزیکی اثرهای مهم و تعیین کننده باید در نظر گرفته شوند و می توانیم از اثرهای جزئی تر چشم پوشی کنیم.

**۴- گزینه ۳** در مدلسازی آرمانی حرکت پرتابی توپ بسکتبال از یک عامل اصلی و به شدت تأثیرگذار نمی توانیم چشم پوشی کنیم: **نیروی گرانشی وارد بر توپ**؛ چون اگر این عامل را حذف کنیم، توپ بسکتبال هرگز به سمت زمین برنمی گردد و روی یک خط راست از کره زمین دور می شود. از تمامی موارد دیگر می توانیم چشم پوشی کنیم، چون تأثیر آن ها چشم گیر نیست.

(الف) برای سادگی فرض می کنیم توپ در خلأ حرکت می کند و از مقاومت هوا و اثر وزش باد خبری نیست.

(پ) تغییر فاصله توپ از مرکز زمین (تغییر ارتفاع توپ) در مقایسه با شعاع کره زمین خیلی ناچیز است. برای همین با خیال راحت بی خیال آن می شویم.

(ت) چرخش توپ به دور خودش چندان مسیر توپ را جابه جا نمی کند. پس می توانیم آن را نادیده بگیریم.

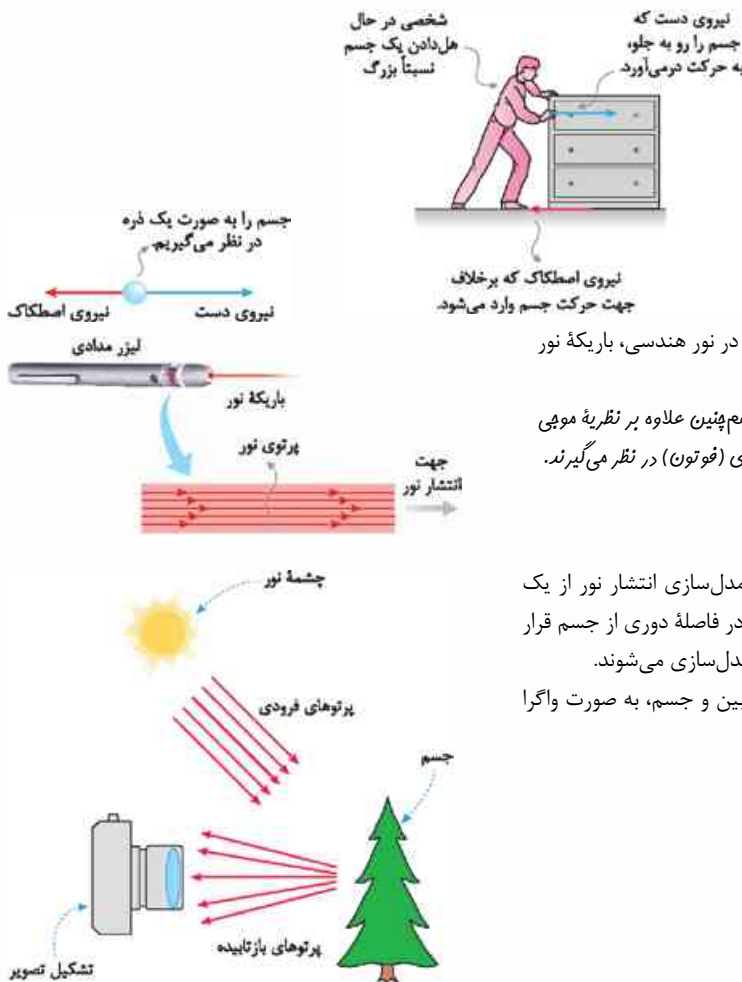
(ث) از اندازه و شکل توپ و ناهمواری های روی سطح توپ (درزها و برجستگی ها) چشم پوشی می کنیم و آن را به صورت یک جسم نقطه ای در نظر می گیریم تا با بی نهایت ذره در حال حرکت طرف نباشیم و محاسباتمان ساده تر باشد.

**۵- گزینه ۴** در این مدلسازی، جسم را به صورت یک ذره در نظر می گیریم و از ابعاد جسم صرف نظر می کنیم. هم چنین مقدار نیرویی که صرف حرکت رو به جلوی جسم می شود و نیروی اصطکاک برای ما مهم هستند؛ چون نیروی اصطکاک که برخلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می شود، آن قدر بزرگ است که حرکت رو به جلو را با مشکل مواجه می کند. اما در این مدلسازی **مقاومت هوا را در نظر نمی گیریم**؛ چون تأثیر چندان بر حرکت جسم ندارد.

**۶- گزینه ۱** همان طور که در علوم هشتم خوانده اید، در مدل پرتوی نور در نور هندسی، باریکه نور لیزر به صورت پرتوهای موازی نور مدلسازی می شود.

بعداً توی پایه دوازدهم می فونید که نور هندسی بر مبنای نظریه موجی نور هست. هم چنین علاوه بر نظریه موجی با نظریه ذره ای نور هم آشنا می شید که در این نظریه، نور را به صورت ذرات انرژی (فوتون) در نظر می گیرند.

**۷- گزینه ۴** در فرایند تشکیل تصویر جسم در دوربین عکاسی برای مدلسازی انتشار نور از یک چشمه نور، از مدل پرتو نور استفاده می شود. در این مدل، چون چشمه نور در فاصله دوری از جسم قرار دارد، پرتوهایی که به جسم رسیده اند (پرتوهای فرودی) به صورت موازی مدلسازی می شوند. هم چنین این پرتوها پس از بازتاب از درخت، به علت فاصله نسبتاً کم دوربین و جسم، به صورت واگرا به دوربین عکاسی می رسند. (شکل مقابل)



**۸- گزینه ۳** در چرخش زمین به دور خورشید، باید به دنبال نیرویی بگردیم که باعث حرکت دایره ای زمین می شود. این نیرو، نیروی گرانشی است که خورشید به زمین وارد می کند. از طرفی با توجه به مهم بودن نیروی گرانشی بین زمین و خورشید، طبق رابطه نیروی گرانشی بین زمین و خورشید یعنی  $F = G \frac{M_{\text{زمین}} M_{\text{خورشید}}}{r^2}$

که توی پایه دوازدهم با اون آشنا می شید) هم جرم خورشید و هم جرم زمین جزء عوامل مهم و تعیین کننده اند و باید در مدلسازی در نظر گرفته شود. (آگه از جرم خورشید یا جرم زمین صرف نظر کنیم، در واقع از این نیروی گرانشی صرف نظر کردیم). بقیه عوامل، فرعی و جزئی به حساب می آیند. (البته اثر سیاره های دیگر بر روی زمین باعث می شود مدار چرخش زمین به دور خورشید دایره نباشد؛ ولی در مدلسازی می توانیم این اثرها را نادیده بگیریم).

**۹- گزینه ۳** در حرکت سقوط برگ، مقاومت هوا نسبتاً زیاد است و نمی توانیم از آن چشم پوشی کنیم (رد (۴)). اما با توجه به نوع حرکت که تندشونده و به طرف پایین است، نتیجه می گیریم اندازه نیروی وزن ( $\vec{W}$ ) باید بزرگ تر از اندازه نیروی مقاومت هوا ( $\vec{F}_d$ ) باشد. (رد (۱) و (۲))

**۱۰- حواستون باشه:** کوچک بودن نیروی وزن برگ و پهن بودن برگ باعث می شه که ما نتونیم نیروی مقاومت هوا رو نادیده بگیریم. برای مثال آگه می فواستیم حرکت یک گلوله کوچک رو که از بالای ساقتمون ۳ طبقه سقوط می کنه، مدلسازی کنیم، می تونستیم از نیروی مقاومت هوا صرف نظر کنیم.

هم چنین برگ در یک مسیر مستقیم سقوط نمی کنه و به قاطر شکلی که داره، متناوباً به طرف چپ و راست هم حرکت می کنه (اصطلاحاً رقص داره) که در مدلسازی حرکتش از نیروهایی که به طرف چپ و راست پهنش وارد می شه، صرف نظر می کنیم.

## درس ۳: کمیت و یکا



گفتیم «فیزیک، علمی تجربی است» یعنی فیزیک علمی است که پدیده‌های طبیعت را با تجربه و آزمایش، تحلیل و بررسی می‌کند. تجربه و آزمایش هم بدون اندازه‌گیری غیرممکن است. برای همین است که حتی بعضی‌ها معتقدند فیزیک علم اندازه‌گیری است.

برای این که بفهمیم اندازه‌گیری دقیقاً یعنی چه، باید مفهوم «کمیت» و «یکا» را بدانیم.

**الف) کمیت** هر چیزی را که بتوانیم اندازه بگیریم و مقدار آن را با یک عدد بیان کنیم، کمیت است. مثلاً طول، جرم و زمان کمیت هستند؛ اما بعضی چیزها قابل اندازه‌گیری نیستند و نمی‌توانیم مقدار آن‌ها را با عدد بیان کنیم؛ مثل زیبایی، دوست داشتن و احساس گرمی و سردی. (کلاً احساس‌ها رو نمی‌شه اندازه گرفت و با عدد بیان کرد.)

**ب) یکا** برای آن که بتوانیم اندازه یک کمیت را با عدد بیان کنیم، نیاز به یک مقدار معین و قراردادی از همان کمیت داریم. به این مقدار «یکا» یا «واحد» آن کمیت می‌گوییم. مثلاً طول مشخصی را قرارداد می‌کنیم و اسمش را «متر» می‌گذاریم و وقتی می‌گوییم طول جسمی ۵ m است؛ منظورمان این است که طول این جسم ۵ برابر یکای متری است که ما قرارداد کرده‌ایم.

**نکته:** معمولاً عدد به تنهایی ماهیت فیزیکی ندارد. مقدار فیزیکی، عددی است که با یک یکای مناسب بیان می‌شود.

**ویژگی‌های یکای استاندارد:** یکایی قابل قبول همگان است که دو ویژگی داشته باشد: ۱ تغییرناپذیر باشد. ۲ در مکان‌های مختلف قابلیت بازتولید داشته باشد.

**تست:** کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند یکای دقیق‌تر و مناسب‌تری برای اندازه‌گیری طول باشد؟

۱) فاصله نوک انگشت کوچک تا نوک انگشت شست هنگامی که انگشتان دست کاملاً باز هستند (وجب).

۲) یک ده‌میلیونیم فاصله استوا تا قطب شمال بر روی نصف‌النهار مبدأ

۳)  $\frac{1}{384000000}$  شعاع مدار چرخش ماه به دور زمین

۴) مسافتی که نور در مدت زمان  $\frac{1}{299792458}$  در یک محیط شفاف می‌پیماید.

**پاسخ ۲:** گفتیم یک یکای مناسب باید تغییرناپذیر باشد و در مکان‌های مختلف قابلیت بازتولید داشته باشد. حالا گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم:

۱) وجب دست آدم‌ها با هم فرق می‌کند، پس قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف وجود ندارد؛ یعنی اگر به یک کودک بگویید ۵ وجب سیم بخرد، او نمی‌تواند ۵ وجب شما را با وجب خودش بازآفرینی کند، هم‌چنین شرط اول (تغییرناپذیری) هم وجود ندارد. وجب یک نفر در طول زمان از کودکی تا کهنسالی تغییر می‌کند.

۲) فاصله استوا تا قطب شمال بر روی یک نصف‌النهار در بازه‌های زمانی خیلی طولانی ممکن است تغییر کند، اما برای بازه‌های زمانی مورد نظر ما با تقریب خوبی تغییرناپذیر است و برای همه آدم‌های روی کره زمین یک مقدار را تداعی می‌کند (یعنی قابلیت بازآفرینی هم دارد)؛ پس این گزینه می‌تواند درست باشد.

۳) مدار چرخش ماه به دور کره زمین بیضی است؛ پس شعاع چرخش ماه ثابت نیست و تغییر می‌کند.

۴) این تعریف برای آن که دقیق‌ترین یکا برای طول باشد، یک اشتباه دارد. سرعت نور در محیط‌های مختلف متفاوت است؛ بنابراین باید گفته شود «مسافتی که نور در مدت زمان  $\frac{1}{299792458}$  در خلأ می‌پیماید» تا ما برای انتخاب این گزینه قانع شویم.

## دسته‌بندی کمیت‌ها (از نظر ماهیت)

کمیت‌ها یا نرده‌ای (اسکالر) اند یا برداری. می‌دانید که همه کمیت‌ها اندازه دارند، ولی تفاوت این دو نوع کمیت، در داشتن یا نداشتن جهت است. حالا هر کدامشان را کمی دقیق‌تر بررسی می‌کنیم:

| یکا             | عدد   | جرم  |
|-----------------|-------|------|
| kg              | ۷۴    |      |
| یکا             | عدد   | حجم  |
| cm <sup>3</sup> | ۲۴۰۰۰ |      |
| یکا             | عدد   | زمان |
| s               | ۱۶۸   |      |

**الف) کمیت‌های نرده‌ای (اسکالر)** این کمیت‌ها اندازه دارند، ولی جهت ندارند. کمیت‌هایی

مثل زمان، جرم، طول، حجم، چگالی و انرژی نرده‌ای‌اند. همه این کمیت‌ها با یک عدد و یکای

مخصوص به خودشان بیان می‌شوند و مشخص کردن جهت برای آن‌ها بی‌معنی است. مثلاً وقتی

می‌گوییم جسمی به جرم ۷۴ kg و حجم ۲۴۰۰۰ cm<sup>3</sup>، کسی نمی‌پرسد که فُتِ پسِ بهشتان چی؟ در

جدول مقابل چند کمیت نرده‌ای را به عنوان نمونه آورده‌ایم:

**حواستون باشه:** برای بیان مقدار یک کمیت، عدد بدون یکا بی‌معنیه!

| جهت            | یکا  | عدد  | جابه‌جایی |
|----------------|------|------|-----------|
| (به طرف شمال)  | m    | ۱۳۴۹ |           |
| (به طرف غرب)   | km/h | ۱۳۷  | سرعت      |
| (به طرف پایین) | N    | ۴۲۰  | نیرو      |

**ب) کمیت‌های برداری** این کمیت‌ها علاوه بر اندازه، جهت هم دارند. در واقع

برای بیان یک کمیت برداری باید عدد، یکا و جهت آن را بگوییم. مثلاً برای بیان یک

جابه‌جایی (که کمیتی برداری است) باید بگوییم جابه‌جایی ۱۳۴۹ m به طرف شمال

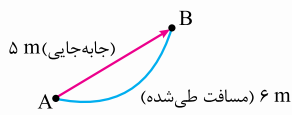
است. در جدول مقابل چند نمونه از کمیت‌های برداری را بیان کرده‌ایم:

**چند نکته:** ۱) کمیت‌های برداری را با یک بردار نشان می‌دهند. همان‌طور که می‌دانید «بردار یک پاره‌خط جهت‌دار است» که طول این پاره‌خط بیانگر مقدار کمیت و راستا و سوی آن نشانه جهتش است. مثلاً شکل مقابل بردار نیرویی را نشان می‌دهد که اندازه‌اش ۳ N و جهتش در امتداد قائم و رو به بالاست.

۲) برای این‌که مشخص کنیم یک کمیت برداری است، بر روی نماد آن کمیت، یک پیکان کوچک قرار می‌دهیم؛ مثلاً کمیت نیرو را به صورت  $\vec{F}$  و کمیت سرعت را به صورت  $\vec{v}$  نشان می‌دهیم. حالا اگر پیکان را از بالای نماد برداریم یعنی اندازه آن کمیت؛ مثلاً  $F = 5 \text{ N}$  یا  $v = 20 \text{ m/s}$ .  
**حواستون باشه:**  $\vec{F} = 5 \text{ N}$  یا  $\vec{v} = 20 \text{ m/s}$  غلطه! چون کمیت  $\vec{F}$  یا  $\vec{v}$  فقط مقدار نیستند که اون‌ها رو مساوی  $5 \text{ N}$  یا  $20 \text{ m/s}$  قرار بدیم. درستش اینه که مثلاً بنویسیم  $\vec{F} = (5 \text{ N})\vec{j}$  یا  $\vec{v} = (20 \text{ m/s})\vec{i}$ .

۳) کمیت‌های برداری که شما برای کنکور باید بلد باشید این‌ها هستند: **جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، گشتاور، تکانه، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی.** بنابراین در حد کنکور هر کمیتی به‌جز مواردی که در بالا گفتیم، نرده‌ای هستند!

## نمونه‌هایی از کمیت‌های نرده‌ای و برداری با یگاهای یکسان



۱) **جابه‌جایی و مسافت طی‌شده:** جابه‌جایی یک کمیت برداری است که به مسیر حرکت وابسته نیست و در واقع برداری است که ابتدای مسیر را به انتهای مسیر وصل می‌کند، اما مسافت طی‌شده کمیتی نرده‌ای است که بیان می‌کند متحرک کلاً چند متر پیموده است؛ مثلاً در شکل مقابل جسم از مسیر منحنی از A تا B، ۶ m راه رفته، ولی مقدار جابه‌جایی آن ۵ m است.

۲) **سرعت و تندی:** سرعت، یک کمیت برداری است و باید آن را با جهتش معرفی کنیم، ولی تندی که اندازه سرعت است، یک کمیت نرده‌ای است؛ مثلاً وقتی می‌گوییم « $137 \text{ km/h}$  به سمت غرب»، سرعت جسم را گفته‌ایم و وقتی فقط می‌گوییم « $137 \text{ km/h}$ » تندی آن را بیان کرده‌ایم.

۴) **جمع و تفریق کمیت‌های برداری، معمولی (جبری) نیست؛ بلکه جمع و تفاضل آن‌ها برداری است که در ریاضیات خوانده‌اید. (یادتون که هست به جمع برداری می‌گفتین برای نگه‌داری؟)**

با تست زیر منظورمان را بهتر متوجه می‌شوید.

**تست:** متحرکی ابتدا ۶۰ m به طرف جنوب و سپس ۱۱ m به طرف غرب جابه‌جا می‌شود. اندازه جابه‌جایی متحرک چند متر کم‌تر از مسافتی است که متحرک پیموده است؟

۱) صفر

۲) ۶۳

۳) ۱۰

۴) ۲۲

**پاسخ ۳)** در این‌جا مثل شکل روبه‌رو دو جابه‌جایی عمود بر هم داریم که جابه‌جایی کل از جمع (یا برابند) این دو حساب می‌شود؛ پس باید از رابطه فیثاغورس اندازه جابه‌جایی کل را حساب کنیم:

$$\text{اندازه جابه‌جایی کل} = \sqrt{60^2 + 11^2} = \sqrt{3721} = 61 \text{ m}$$

یعنی حاصل جمع (برایند) دو جابه‌جایی ۶۰ متری و ۱۱ متری در این‌جا برابر با ۶۱ متر شد، اما مسافت طی‌شده برابر است با:

$$60 + 11 = 71 \text{ m}$$

پس اندازه جابه‌جایی ۱۰ m از مسافت طی‌شده کم‌تر است:

تو همین تست تفاوت یک کمیت برداری (جابه‌جایی) و یک کمیت نرده‌ای (مسافت طی‌شده) رو دارید می‌بینید.

**حواستون باشه:** کمیت‌های کار، فشار و جریان الکتریکی از قواعد جمع و تفریق معمولی (جبری) پیروی می‌کنند. برای همین این سه کمیت نرده‌ای هستند.

| کمیت‌های اصلی و یگاهای آن |             |                |
|---------------------------|-------------|----------------|
| نماد یگا                  | نام یگا     | کمیت           |
| m                         | متر         | طول            |
| kg                        | کیلوگرم     | جرم            |
| s                         | ثانیه       | زمان           |
| K                         | کلوین       | دما            |
| mol                       | مول         | مقدار ماده     |
| A                         | آمپر        | جریان الکتریکی |
| cd                        | کندلا (شمع) | شدت روشنایی    |

## دسته‌بندی قراردادی کمیت‌ها (کمیت‌های اصلی و فرعی)

**کمیت‌های اصلی** مجمع بین‌المللی اوزان و مقیاس‌ها هفت کمیت را به عنوان کمیت‌های اصلی و یکای این کمیت‌ها را به عنوان **یکاهای اصلی** انتخاب کرده است. در جدول روبه‌رو این هفت کمیت را با یکاهای SI آورده‌ایم.

**نکته:** ویژگی یکاهای اصلی این است که تعریف و نام مستقل دارند. مثلاً کیلوگرم که یکای جرم در SI است، از روی یکاهای دیگر تعریف نمی‌شود و برای خودش یک تعریف مستقل دارد. (کمی پلوتر تعریف بعضی از این یکاها رو آوردیم.)

**کمیت‌های فرعی** هر کمیتی به جز این هفت کمیت اصلی، کمیت فرعی هستند و به یکاهای آن‌ها هم یکاهای فرعی می‌گوییم. تکلیف یکاهای اصلی SI که هم تعریف مستقل دارند و هم نام مستقل، معلوم است. اما یکاهای فرعی تعریف مستقل ندارند و از طریق فرمول‌های فیزیکی و به کمک یکاهای دیگر ساخته می‌شوند. به عنوان مثال با توجه به فرمول تندى متوسط ( $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$  (مسافت) / زمان)، یکای تندى، متر بر ثانیه ( $m/s$ ) به دست می‌آید که یک یکای فرعی است:

$$\frac{m}{s} = \frac{\text{یکای مسافت}}{\text{یکای زمان}} = \text{یکای تندى}$$

**نکته:** بعضی از یکاهای پرکاربرد فرعی در SI نام مستقل و مخصوص دارند. مثلاً یکای فرعی نیرو،  $\frac{kg \cdot m}{s^2}$  است که در SI آن را با نیوتون (N) هم معرفی می‌کنند.

### یکای کمیت‌های فرعی را چه‌طور به دست آوریم؟

- فرمول فیزیکی مناسب را که کمیت مورد نظر در آن هست، می‌نویسیم.
- فرمول را طوری مرتب می‌کنیم که نماد کمیت مجهول در یک طرف تساوی و بقیه نمادها در طرف دیگر تساوی باشند.
- به جای کمیت‌های معلوم، واحد آن‌ها را جای‌گذاری و تا حد ممکن ساده می‌کنیم. در این صورت، یکای کمیت مورد نظر برحسب یکای سایر کمیت‌ها به دست می‌آید. به تست زیر توجه کنید:

**تست:** معادل نیوتون (یکای نیرو) برحسب یکای کمیت‌های اصلی در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

$\frac{kg \cdot m}{s^2}$  (۱)      $\frac{kg \cdot m}{s}$  (۲)      $\frac{kg \cdot s}{m}$  (۳)      $\frac{kg \cdot s^2}{m}$  (۴)

**پاسخ ۱:** ابتدا فرمول مناسبی برای نیرو می‌نویسیم. سال نهم یاد گرفتید که:  $F = ma$ . در این فرمول می‌خواهیم یکای  $F$  را پیدا کنیم و خوشبختانه نماد آن در یک طرف تساوی قرار دارد و لازم نیست ما کار اضافه بکنیم.

**پاسخ ۲:** به جای کمیت‌های  $m$  و  $a$ ، یکای آن‌ها را قرار می‌دهیم. یکای جرم  $kg$  و یکای شتاب  $m/s^2$  است، پس:

$$kg \times \frac{m}{s^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

در جدول زیر چند کمیت و یکای فرعی را که در SI نام مخصوص دارند، آورده‌ایم. برای هر کدام فرمولی را هم که یکای فرعی از آن به دست می‌آید، آورده‌ایم.

| کمیت فرعی               | فرمول مناسب                     | یکای فرعی برحسب یکاهای اصلی          | نام مخصوص در SI        |
|-------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|------------------------|
| نیرو                    | $F = ma$                        | $\frac{kg \cdot m}{s^2}$             | نیوتون (N)             |
| فشار                    | $P = \frac{F}{A}$               | $\frac{kg}{m \cdot s^2}$             | پاسکال (Pa)            |
| کار و انرژی             | $W = Fd$                        | $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$           | ژول (J)                |
| توان                    | $P = \frac{W}{t}$               | $\frac{kg \cdot m^2}{s^3}$           | وات (W)                |
| گرمای ویژه              | $c = \frac{Q}{m \Delta T}$      | $\frac{m^2}{s^2 \cdot K}$            | $\frac{J}{kg \cdot K}$ |
| گرمای نهان ذوب          | $L_F = \frac{Q}{m}$             | $\frac{m^2}{s^2}$                    | $\frac{J}{kg}$         |
| بار الکتریکی            | $q = It$                        | A.s                                  | کولن (C)               |
| اختلاف پتانسیل الکتریکی | $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ | $\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$   | ولت (V)                |
| مقاومت الکتریکی         | $R = \frac{V}{I}$               | $\frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^2}$ | اُهم ( $\Omega$ )      |

| کمیت فرعی      | فرمول مناسب           | یکای فرعی برحسب یکاهای اصلی          | نام مخصوص در SI                |
|----------------|-----------------------|--------------------------------------|--------------------------------|
| ظرفیت خازن     | $C = \frac{q}{V}$     | $\frac{A^2 \cdot s^4}{kg \cdot m^2}$ | فاراد (F)                      |
| میدان الکتریکی | $E = \frac{F}{q}$     | $\frac{kg \cdot m}{A \cdot s^2}$     | $\frac{V}{m}$ یا $\frac{N}{C}$ |
| میدان مغناطیسی | $B = \frac{F}{I\ell}$ | $\frac{kg}{A \cdot s^2}$             | تسلا (T)                       |

هر کدام از این کمیت‌ها و یکاهای فرعی آن‌ها را در بحث مربوط به خودشان دوباره بررسی می‌کنیم. کتاب درسی از بین کمیت‌های اصلی سه کمیت طول، جرم و زمان را زیر ذره‌بین قرار داده و برخی یکاهای غیر SI آن‌ها را معرفی کرده است. ما هم یک بار این سه کمیت را مرور می‌کنیم.

**الف) برخی یکاهای طول** می‌دانید که یکای استاندارد طول در SI، متر (m) است. سه تعریف برای متر در کتاب درسی آمده است<sup>۱</sup>:

- تعریف قدیمی‌تر:** یک ده‌میلیونیم فاصله استوا تا قطب شمال، معادل یک متر است. این تعریف دیگر اعتبار ندارد، چون در طول زمان این فاصله تغییر می‌کند.
- تعریف عام:** دانشمندان در نزدیکی دو سر میله‌ای از جنس آلیاژ پلاتین - ایریدیوم در دمای  $0^\circ C$  دو خط نازک حک کردند و فاصله میان این دو خط را برابر یک متر تعریف کردند. این میله، شاخص استاندارد همه خط‌کش‌های امروزی است.
- تعریف تخصصی و دقیق:** یک متر برابر مسافتی است که نور در مدت زمان  $\frac{1}{299792458}$  s در خلأ می‌پیماید. این تعریف برای اندازه‌گیری‌های بسیار دقیق به کار می‌رود.

**برخی یکاهای غیر SI طول:** به جز متر یکاهای دیگری هم برای طول وجود دارد که خوب است آن‌ها را هم بدانید:

**سال نوری (ly):** یک سال نوری مسافتی است که نور در مدت یک سال در خلأ می‌پیماید (این تعریف مهم است و باید بلد باشید).

هر سال نوری برابر است با: زمان یک سال (برحسب ثانیه)  $\times$  تندی نور در خلأ (برحسب m/s)  $1 ly = (m/s)$

**حواستون باشه:** سال نوری یکای زمان نیست، یکای طول!

**یکای نجومی (AU):** میانگین فاصله زمین تا خورشید برابر یک یکای نجومی است. ( $1 AU = 1.5 \times 10^{11} m$ ) (این تعریف رو هم بهتره حفظ باشید).

**نکته:** ذرع، فرسنگ، فوت یا پا (ft)، اینچ (in)، یارد (yd) و مایل (mi) از یکاهای دیگر طول هستند که لازم نیست ضرایب تبدیلیشان را حفظ باشید، چون اگر در سؤال مطرح شود، ضریب تبدیل آن را به یکاهایی که شما بلد هستید می‌دهند؛ فقط در مورد مایل، بد نیست این را بدانید که مایل در خشکی و دریا یکسان نیست.

**ب) برخی یکاهای جرم** یکای جرم در SI، کیلوگرم (kg) است. دانشمندان جرم یک استوانه از جنس آلیاژ پلاتین - ایریدیوم را به عنوان یکای استاندارد جرم انتخاب کردند و آن را معادل ۱ kg نامیدند.

**نکته:** خروار، من تبریز، سیر، مثقال، نخود، گندم و قیراط از یکاهای قدیمی و ایرانی جرم هستند. نگران نباشید! اگر در مسئله‌ای این یکاها را بدهند، ضریب تبدیل آن‌ها به یکاهای استاندارد را هم می‌دهند.

**پ) برخی یکاهای زمان** می‌دانید که ثانیه یکای استاندارد زمان است. دو تعریف برای ثانیه در کتاب درسی آمده است.

- تعریف عام و قدیمی:** ۸۶۴۰۰ برابر با  $\frac{1}{\text{میانگین روز خورشیدی}}$  است. روز خورشیدی مدت زمان بین دو بار متوالی است که خورشید در بالاترین نقطه آسمان قرار می‌گیرد. (در واقع همون شبانه‌روز فودمونه)
- تعریف تخصصی و دقیق:** براساس تعداد معینی از نوسان‌های اتم سزیم در ساعت‌های اتمی تعریف می‌شود. (ساعت‌های اتمی بسیار دقیق‌اند و پس از چندین میلیون سال فقط ۱ s جلو یا عقب می‌افتند).

**نکته:** دقیقه، ساعت، شبانه‌روز، هفته، ماه، سال و قرن هم یکاهای دیگر زمان هستند.

**بازه زمانی ( $\Delta t$ ):** به مدت زمان بین آغاز و پایان یک رویداد، بازه زمانی می‌گویند. اگر آغاز رویداد در لحظه  $t_1$  و پایان آن در لحظه  $t_2$  اتفاق بیفتد، بازه زمانی این رویداد برابر است با:

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

**چهار عمل اصلی ریاضی و کمیت‌ها**

**الف) جمع و تفریق:** شما فقط حق دارید کمیت‌های هم‌جنس با یکاهای یکسان را با هم جمع یا تفریق کنید. مثلاً سرعت را نمی‌شود با نیرو جمع کرد یا دو طول با واحدهای متفاوت (مثل فرسنگ و مایل دریایی) را هم همین‌طور!

در فرمول‌های فیزیک، اگر علامت جمع یا منها دیدید، مطمئن باشید که کمیت‌هایی که در آن فرمول با هم جمع یا منها شده‌اند، هم‌جنس و هم‌واحدند؛ پس وقتی فرمولی مثل  $E = K + U$  می‌بینیم، می‌فهمیم که  $E$ ،  $K$  و  $U$  هر سه یک نوع کمیت‌اند و یکای آن‌ها هم یکسان است.

۱- کتاب درسی تأکید کرده نیازی به حفظ کردن این تعریف‌ها نیست. اما بعضی وقت‌ها طراحان کنکور نظر متفاوتی دارند!

**(ب) ضرب و تقسیم:** شما می‌توانید دو یا چند کمیت هم‌جنس یا غیرهم‌جنس را در هم ضرب یا تقسیم کنید، ولی باید بدانید که هر وقت دو یا چند کمیت را در هم ضرب و تقسیم می‌کنید، یک کمیت جدید به دست می‌آید. مثلاً اگر جرم ( $m$ ) را در شتاب ( $a$ ) ضرب کنید، حاصل این ضرب نه از جنس جرم است و نه از جنس شتاب؛ بلکه از جنس کمیت دیگری به نام نیرو ( $F$ ) است.

**تست:** در فرمول  $P = \rho gh + P_0$ ، یکای  $P$  پاسکال و یکای  $h$  متر است. یکای  $\rho g$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\text{پاسکال}}{\text{متر}}$  (۲)  $\frac{\text{متر}}{\text{پاسکال}}$  (۳) پاسکال (۴) متر  $\times$  پاسکال

**پاسخ ۱:**  $\rho gh$  و  $P_0$  با هم جمع شده‌اند، پس با توجه به آن چه گفتیم  $P_0$  و  $\rho gh$  این سه، هم‌جنس‌اند و یکای آن‌ها پاسکال است؛ پس داریم:

$$\rho g \text{ یکای } \frac{\text{پاسکال}}{\text{متر}} = \frac{\text{یکای } \rho gh}{h \text{ یکای}}$$

**تست:** در رابطه  $\Delta x = \frac{1}{3}At^3 + \frac{1}{2}Bt^2 + Ct$  اگر یکای  $C$ ، متر بر ثانیه و یکای  $t$  ثانیه باشد، یکای  $A$  و یکای  $B$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(مضارب  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{2}$  در رابطه یکا ندارند.)

- (۱)  $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$  و  $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}^2}$  (۲)  $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}^2}$  و  $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$  (۳)  $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$  و  $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}^2}$  (۴)  $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}^2}$  و  $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$

**پاسخ ۲:** ضرب‌های  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{2}$  تأثیری در یکای کمیت‌ها ندارند، پس آن‌ها را نادیده می‌گیریم.

**پاسخ ۳:** از آن جایی که ما فقط اجازه داریم کمیت‌های هم‌جنس را جمع یا تفریق کنیم، می‌توانیم ادعا کنیم که یکای  $Ct$ ،  $Bt^2$  و  $At^3$  یکسان است:

$$\text{یکای } Ct = \text{یکای } Bt^2 = \text{یکای } At^3$$

**پاسخ ۴:** یکای  $C$  و  $t$  را داریم، پس یکای  $A$  و  $B$  را هم می‌توانیم پیدا کنیم:

$$C \text{ یکای } \times t \text{ یکای} = A \text{ یکای} \times (t \text{ یکای})^3 \Rightarrow \frac{m}{s} \times s = A \text{ یکای} \times (s)^3 \Rightarrow A \text{ یکای} = \frac{m}{s^3}$$

$$C \text{ یکای} \times t \text{ یکای} = B \text{ یکای} \times (t \text{ یکای})^2 \Rightarrow \frac{m}{s} \times s = B \text{ یکای} \times (s)^2 \Rightarrow B \text{ یکای} = \frac{m}{s^2}$$

## پاسخنامه تشریحی

**۱۰- گزینه ۱** درستی یا نادرستی همه عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

(الف) درست؛ یکای کمیت‌های فرعی تعریف مستقل ندارند و برحسب یکاهای اصلی بیان می‌شوند.

(ب) نادرست؛ دما یک کمیت است، اما احساس گرمی یک کمیت نیست؛ چون قابل اندازه‌گیری نیست و فقط می‌توان آن را به صورت توصیفی بیان کرد.

(پ) نادرست؛ در بیان کمیت‌های نرده‌ای (اسکالر) به بیان جهت نیاز نداریم.

(ت) درست؛ در فیزیک به هر چیزی که بتوان آن را اندازه گرفت، کمیت گفته می‌شود.

**۱۱- گزینه ۱** با توجه به آن چه که در درس‌نامه گفتیم:

هر کمیت یکاهای متفاوت مخصوص به خود را دارد؛ مثلاً طول، یکاهای مختلفی مثل متر، سانتی‌متر، اینچ، یارد و ... دارد. (نادرستی (۱))

یکا یک کمیت قراردادی است و ممکن است در طول زمان تغییر کند. برای مثال یکای طول (متر) در ابتدا به صورت یک دهم میلیونیم فاصله استوا تا قطب شمال، سپس فاصله میان دو خط نازک حک‌شده در نزدیکی دو سر میله‌ای از جنس پلاتین - ایریدیوم در دمای  $0^\circ \text{C}$ ، پس از آن به صورت مسافتی که نور در مدت‌زمان تقریباً

$$\frac{1}{3 \times 10^8} \text{ ثانیه در خلأ طی می‌کند و ... تعریف شد. (درستی (۳))}$$

یکاهای تعریف‌شده نباید تغییر کنند و دارای قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف باشند. (درستی (۲) و (۴))

**حواستون باشد:** اغلب (نه همه) کمیت‌های فیزیکی یکا دارند. برای مثال کمیت‌هایی مانند مزیت مکانیکی و ضریب اصطکاک (که توی پایه دوازدهم با اون آشنا می‌شید) یکا ندارند.

**۱۲- گزینه ۱** یکایی خوب است که قابلیت بازتولید داشته باشد

(در دسترس همگان باشد) ولی تغییر نکند. یکاهایی مثل وجب و فاصله

نوک بینی تا نوک انگشتان دست کشیده‌شده (شکل‌های الف و ب) در

دسترس همگان هستند و به راحتی می‌شود آن‌ها را بازتولید کرد. (از

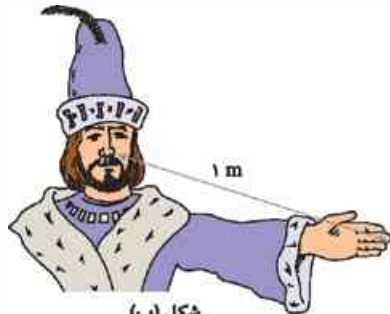
کرامات شیخ ما چه عجب - پنه را وا نمود و گفت و هب!)

اما این ایراد را دارد که تغییرپذیر است؛ یعنی از دستی به دست دیگر

تغییر می‌کند.



شکل (الف)



شکل (ب)

**۱۳- گزینه ۳** همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، ۷ کمیت اصلی عبارت‌اند از: طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، مقدار ماده و شدت روشنایی. همه کمیت‌ها به غیر از این ۷ کمیت، جزء کمیت‌های فرعی‌اند؛ بنابراین جرم و زمان دو کمیت اصلی هستند و یکاهای آن‌ها هم مستقل و اصلی هستند. (کیلوگرم یکای جرم و ثانیه یکای زمان است.)

#### ۱۴- گزینه ۴ را بررسی می کنیم:

- (۱) دما کمیت اصلی و نیرو و فشار کمیت فرعی اند.  $\times$   
 (۲) زمان کمیت اصلی و فشار و سرعت کمیت فرعی اند.  $\times$   
 (۳) جریان الکتریکی و جرم کمیت اصلی و نیرو کمیت فرعی است.  $\times$   
 (۴) هر سه کمیت دما، جریان الکتریکی و جرم، اصلی اند.  $\checkmark$

#### ۱۵- گزینه ۳

در (۱)، حجم کمیت فرعی و زمان کمیت اصلی است.  $\times$

در (۲)، طول کمیت اصلی است.  $\times$

در (۴)، نیرو کمیت فرعی و جریان الکتریکی کمیت اصلی است.  $\times$

۱۶- گزینه ۲ ژول و کولن به ترتیب یکاهای مربوط به کمیت های فرعی انرژی (کار) و بار الکتریکی اند. بقیه یکاها مربوط به کمیت های اصلی اند. در جدول زیر، ۷ کمیت اصلی و یکاهای SI مربوط به آن ها آورده شده است:

| کمیت | طول | جرم     | زمان  | دما   | مقدار ماده | جریان الکتریکی | شدت روشنایی |
|------|-----|---------|-------|-------|------------|----------------|-------------|
| یکا  | متر | کیلوگرم | ثانیه | کلوین | مول        | آمپر           | کندلا (شمع) |

۱۷- گزینه ۴ کمیت های طول و دما اصلی اند و کمیت های وزن، فشار و گرما فرعی اند.

۱۸- گزینه ۲ اصل یا فرعی بودن کمیت های بیان شده در گزینه ها را بررسی می کنیم:

(۱) جرم و زمان اصلی و فشار فرعی است.  $\times$

(۲) همه کمیت ها فرعی اند.  $\checkmark$

(۳) چگالی و حجم فرعی و جریان الکتریکی اصلی است.  $\times$

(۴) همه کمیت ها اصلی اند.  $\times$

۱۹- گزینه ۳ ۸ کمیت برداری جابه جایی، سرعت، شتاب، نیرو، تکانه، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و گشتاور را به خاطر داشته باشید. در حد کنکور سراسری همه کمیت ها به جز این ۸ کمیت نرده ای اند. بنابراین از بین کمیت های صورت تست، نیروی اصطکاک و تکانه برداری اند.

۲۰- گزینه ۲ کمیت های سرعت و شتاب علاوه بر مقدار، جهت دارند و برداری اند. کمیت های جرم، زمان و مسافت طی شده، فقط مقدار دارند و نرده ای اند.

۲۱- گزینه ۴ اول این که می دانید کمیت های اصلی این ها هستند: طول، جرم، زمان، جریان الکتریکی، دما، مقدار ماده و شدت روشنایی

دوم این که کمیت های برداری که شما باید بلد باشید هم عبارتند از:

جابه جایی، سرعت، شتاب، نیرو، تکانه، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و گشتاور.

حالا شما باید گزینه ای را انتخاب کنید که کمیت هایش نه اصلی باشد و نه برداری؛ یعنی (۴).

۲۲- گزینه ۴ گزینه ای که حداقل یک کمیت اصلی یا یک کمیت برداری داشته باشد، قبول نیست. در واقع باید گزینه ای را انتخاب کنیم که همه کمیت هایش فرعی و نرده ای باشند. پس گزینه ها را یکی یکی بررسی می کنیم:

(۱) در این گزینه جریان الکتریکی و زمان کمیت اصلی اند. (همین برای غلط بودن کافیست). در ضمن شتاب گرانشی و سرعت هم کمیت برداری اند.  $\times$

(۲) در این گزینه میدان الکتریکی کمیت برداری است، پس این گزینه را هم خط می زنیم.  $\times$

(۳) شدت روشنایی کمیت اصلی است.  $\times$

(۴) در این گزینه همه کمیت ها فرعی و نرده ای اند.  $\checkmark$

۲۳- گزینه ۳ به بررسی گزینه ها می پردازیم و برای هر مورد یکای SI کمیت را جلوی آن می نویسیم:

(۱) مقدار ماده (مول)  $\times$ ، کار (ژول)  $\checkmark$ ، دما (کلوین)  $\times$

(۲) فشار (پاسکال)  $\times$ ، نیرو (نیوتون)  $\checkmark$ ، شدت روشنایی (کندلا یا شمع)  $\times$

(۳) پتانسیل الکتریکی (ولت)  $\checkmark$ ، فشار (پاسکال)  $\checkmark$ ، نیروی محرکه الکتریکی (ولت)  $\checkmark$

(۴) توان (وات)  $\checkmark$ ، کار (ژول)  $\times$ ، جریان الکتریکی (آمپر)  $\checkmark$

همان طور که ملاحظه کردید، یکای SI همه کمیت های (۳) به درستی بیان شده است.

۲۴- گزینه ۲ با توجه به این که فقط دو کمیت هم جنس، قابلیت جمع یا تفریق دارند، کمیت های A و C که در صورت رابطه با هم جمع شده اند، الزاماً باید هم جنس باشند (ضریب های عددی مانند ۲ تأثیری در این نتیجه ندارند).

از طرفی در ضرب یا تقسیم کمیت ها، الزامی بر هم جنس بودن آن ها نیست و کمیت های غیر هم جنس را می توان در هم ضرب یا بر هم تقسیم کرد. به همین دلیل کمیت های A و A، B و B، C و C، B و B، می توانند هم جنس نباشند.

۲۵- گزینه ۲ می دانیم که کمیت های متفاوت (غیر هم جنس) را نمی توانیم با هم جمع یا از هم کم کنیم. بنابراین (۳) به دلیل آن که کمیت های B و C در مخرج آن قابل جمع کردن نیستند و (۴) به دلیل این که کمیت های A و C در صورت آن قابل جمع کردن نیستند، نمی توانند یک رابطه فیزیکی باشند.

هم چنین وقتی A و B کمیت های متفاوت اند، هر توان یکسانی از آن ها (مانند  $A^2$  و  $B^2$ ) هم دو کمیت متفاوت اند. بنابراین در (۱)، کمیت  $B^2$  را نمی توان از کمیت  $A^2$  کم کرد.

از طرفی توان های غیر یکسانی از دو کمیت متفاوت، ممکن است هم جنس باشند. در (۲) کمیت A به توان ۳ رسیده و ممکن است با کمیت C هم جنس شده باشد. برای مثال اگر C کمیت حجم و A کمیت طول باشد،  $A^3$  هم از جنس کمیت حجم خواهد بود و (۲) می تواند بیانگر یک رابطه فیزیکی باشد.



**۲۶- گزینه ۲** در فیزیک، تمامی کمیت‌ها قابل ضرب و تقسیم هستند؛ اما فقط کمیت‌هایی قابلیت جمع و تفریق دارند که هم‌جنس باشند. در (۲) لیتر (L) یکای کمیت حجم و متر مربع ( $m^2$ ) یکای کمیت سطح است؛ پس قابل تفریق نیستند.

**۲۷- گزینه ۴** ابتدا رابطه تندی نور را به شکل مناسب‌تری بازنویسی می‌کنیم:

$$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-\frac{1}{2}} \xrightarrow{\text{به توان دو می‌رسانیم}} c^2 = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1} \Rightarrow \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

حالا با توجه به این‌که یکای تندی نور در SI،  $m/s$  است، داریم:

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{(c \text{ یکای})^2} = \frac{1}{\left(\frac{m}{s}\right)^2} = \frac{s^2}{m^2}$$

**۲۸- گزینه ۲** ابتدا کمیت  $k$  را از رابطه  $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$  استخراج می‌کنیم:

$$k = \frac{F \times r^2}{q_1 q_2} \Rightarrow k \text{ یکای} = \frac{(F \text{ یکای}) \times (r \text{ یکای})^2}{(q \text{ یکای})^2} \quad (۱)$$

می‌دانیم که نیرو از رابطه  $F = ma$  به دست می‌آید که در این رابطه  $a$  شتاب است.

$$F \text{ یکای} = (m \text{ یکای}) \times (a \text{ یکای}) = kg \times \frac{m}{s^2} \quad (۲)$$

حالا رابطه (۲) را در رابطه (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$k \text{ یکای} = \frac{\frac{kg \cdot m}{s^2} \times m^2}{(A \cdot s)^2} = \frac{kg \cdot m^3}{A^2 \cdot s^4}$$

**۲۹- گزینه ۴** می‌دانیم یکای نیرو برحسب یکاهای اصلی (طبق رابطه  $F = ma$ ) و  $kg \cdot \frac{m}{s^2}$  یکای تندی  $\frac{m}{s}$  است (ضرب  $\frac{1}{s}$  هم که یکا ندارد)؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$F \text{ یکای} = c \text{ یکای} \times (v \text{ یکای})^2 \Rightarrow kg \cdot \frac{m}{s^2} = c \text{ یکای} \times \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow c \text{ یکای} = \frac{kg}{m} = kg \cdot m^{-1}$$

**۳۰- گزینه ۲** فشار از رابطه  $P = \frac{F}{A}$  به دست می‌آید، اما ابتدا لازم است یکای نیرو را برحسب یکاهای اصلی به دست بیاوریم. همان‌طور که در تست‌های قبل هم گفتیم، برای این کار از رابطه  $F = ma$  استفاده می‌کنیم.

$$F = ma \Rightarrow F \text{ یکای} = kg \times \frac{m}{s^2}$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow P \text{ یکای} = \frac{kg \times \frac{m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg \cdot m}{m^2 \cdot s^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2}$$

**توجه:** مبنای کنکور سراسری، کتاب درسی است و ما هم باید کاملاً به کتاب درسی مقید باشیم. با توجه به جدولی که در صفحه ۷ کتاب درسی آمده است، برخی کمیت‌های فرعی، یکایی با نام مخصوص (که نام یک دانشمند است) دارند. طبق گفته کتاب درسی این یکا، یکای SI و یکایی که برحسب یکاهای اصلی بیان شده است، یکای فرعی نامیده می‌شود. برای مثال پاسکال (Pa) یکای SI فشار و  $\frac{kg}{m \cdot s^2}$  یکای فرعی فشار است یا ژول (J) یکای SI انرژی و  $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$  یکای فرعی انرژی است. پس اگر در تست‌های کنکور یکای فرعی یک کمیت را خواستند، باید به دنبال آن یکایی از کمیت باشید که برحسب یکاهای اصلی است.

**۳۱- گزینه ۲** به کمک رابطه انرژی جنبشی  $K = \frac{1}{2}mv^2$  می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K \text{ یکای} = m \text{ یکای} \times (v \text{ یکای})^2 = kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2 \Rightarrow \text{یکای انرژی} = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

بدون یکا

**۳۲- گزینه ۳** یکای کمیت‌های موجود در گزینه‌ها یعنی نیرو، انرژی و توان را برحسب یکاهای اصلی به دست می‌آوریم:

$$\text{یکای نیرو} = kg \cdot \frac{m}{s^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

برای به دست آوردن یکای انرژی می‌توانید از رابطه کار یا رابطه انرژی جنبشی استفاده کنیم (ما از رابطه کار استفاده می‌کنیم):

$$\text{یکای انرژی} = kg \cdot \frac{m}{s^2} \times m = kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$$

$$\text{یکای توان} = \frac{\text{یکای انرژی}}{\text{یکای زمان}} = \frac{kg \cdot \frac{m^2}{s^2}}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$$

با توجه به نتایج به دست آمده، یکاهای  $\frac{kg \cdot m^2}{s^3}$  و  $\frac{kg \cdot m}{s^2}$  به ترتیب یکای نیرو و توان است.

**۳۳- گزینه ۱** یکای کمیت‌های داده‌شده در گزینه‌ها را برحسب یکاهای اصلی می‌نویسیم:

$$B = \frac{F}{Il} \Rightarrow B \text{ یکای} = \frac{F \text{ یکای}}{(I \text{ یکای}) \times (l \text{ یکای})} = \frac{(m \text{ یکای}) \times (a \text{ یکای})}{(I \text{ یکای}) \times (l \text{ یکای})} = \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2}}{A \cdot m} = \frac{kg}{A \cdot s^2} \quad \checkmark$$

همین‌جا جواب تست مشخص شد، ولی ما این کار را برای گزینه‌های دیگر هم انجام می‌دهیم.

$$\Phi = AB \Rightarrow \Phi \text{ یکای} = (A \text{ یکای}) \times (B \text{ یکای}) = \frac{m^2 \cdot kg}{A \cdot s^2} \quad \times$$

در رابطه بالا، یکای B را با توجه به آنچه در (۱) به دست آوردیم، جای گذاری کردیم.

$$(۳) \quad E = \frac{F}{q} \Rightarrow E \text{ یکای } = \frac{F \text{ یکای}}{q \text{ یکای}} = \frac{F \text{ یکای}}{(I \text{ یکای}) \times (t \text{ یکای})} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{A \times s} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{A \cdot \text{s}^2} \times$$

$$(۴) \quad \varepsilon = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon \text{ یکای } = \frac{\Phi \text{ یکای}}{t \text{ یکای}} = \frac{\frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{A \cdot \text{s}^2}}{s} = \frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{A \cdot \text{s}^3} \times$$

در رابطه بالا یکای  $\Phi$  را با توجه به آنچه در (۲) به دست آوردیم، جای گذاری کردیم.

**توجه:** براساس مبنایی که جدول صفحه ۷ کتاب درسی برای ما و شما تعیین کرده است، یکای SI میدان مغناطیسی (یعنی یکا با نام مخصوص)، تسلا (T) است. البته میدان مغناطیسی یکای دیگری با نام مخصوص دارد که گaus (G) نامیده می شود، ولی یکای SI میدان مغناطیسی نیست.

**۳۴- گزینه ۴** برای این که بتوانیم یکای کمیت A را محاسبه کنیم، باید به این نکته توجه کنیم که در صورتی کمیت  $\frac{1}{4}A$  با کمیت  $mgx$  قابل جمع است که هر دو کمیت هم جنس باشند و یکای معادل داشته باشند؛ پس برای پیدا کردن یکای کمیت A کافی است یکای  $mgx$  را به دست آوریم. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} m \text{ یکای} = \text{kg} \\ g \text{ یکای} = \text{m/s}^2 \\ x \text{ یکای} = \text{m} \end{array} \right\} \Rightarrow mgx \text{ یکای} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

در گزینه ها فقط دو کمیت انرژی و توان داریم؛ پس یکای آن ها را به دست می آوریم:

$$\text{یکای توان} = \frac{\text{یکای انرژی}}{\text{یکای زمان}} = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}}{s} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$$

$$\text{یکای انرژی} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \times m = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

بنابراین  $mgx$  و کمیت A از جنس انرژی اند.

**تیزبازی:** می دانید که  $mgx$  یا  $mgh$  فرمول انرژی پتانسیل گرانشی است، پس کمیت A از جنس انرژی است.

**۳۵- گزینه ۱** با توجه به لزوم سازگاری یکاها در دو طرف معادله، یکای  $A^2 t^2$  و AB، معادل با یکای  $v^2$  یعنی  $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$  است؛ بنابراین:

$$A^2 t^2 \text{ یکای} = \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \xrightarrow{t \text{ یکای} = s} (A \text{ یکای})^2 \times s^2 = \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \Rightarrow (A \text{ یکای})^2 = \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} A \text{ یکای} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

یکای A، متر بر مربع ثانیه است، بنابراین A بیانگر کمیت شتاب است.

$$AB \text{ یکای} = \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \xrightarrow{A \text{ یکای} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (B \text{ یکای}) = \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \Rightarrow B \text{ یکای} = \text{m}$$

یکای B، متر است؛ بنابراین B بیانگر کمیت جابه جایی است.

**۳۶- گزینه ۴** گزینه ها را یک به یک بررسی می کنیم:

(۱) فشار از فرمول  $P = \frac{F}{A}$  به دست می آید، پس یکای فشار معادل  $\frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای مساحت}}$  است؛ یعنی می توانیم یک فشار بر حسب Pa را با فشار دیگری بر حسب  $\text{N/m}^2$  جمع کنیم.

(۲) فرمول توان  $P = \frac{W}{t}$  است، پس هر وات (یکای توان) معادل  $\text{J/s}$  است و این گزینه هم قابل محاسبه است.

(۳) نیرو از رابطه  $F = ma$  به دست می آید؛ یعنی یک نیوتون (یکای نیرو) معادل «یکای شتاب  $\times$  یکای جرم» است. یعنی این گزینه هم قابل محاسبه است.

(۴) ژول یکای کار یا انرژی است. می دانید که کار از ضرب نیرو در جابه جایی به دست می آید، پس می توانیم بنویسیم:  $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \times 1 \text{ m} \Rightarrow 1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$  پس نمی توانیم یک کمیت بر حسب J را با یک کمیت بر حسب  $\text{N/m}$  جمع کنیم.

## درس ۴: تبدیل یکا و نمادگذاری علمی

در این درس نامه سه موضوع مهم تبدیل یکای زنجیره ای، کاربرد پیشوندهای SI و نمادگذاری علمی را می خوانید.

**الف) تبدیل یکای زنجیره ای** اساس تبدیل یکای زنجیره ای، برابر قراردادن دو یکای متفاوت از یک نوع کمیت است؛ مثلاً اینچ و سانتی متر هر دو یکای طول اند و اگر بخواهیم آن ها را برابر قرار دهیم، باید بنویسیم:

$$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}$$

مراحل این روش تبدیل یکا را با یک مثال و گام به گام برایتان می گوئیم:

فرض کنید می خواهیم ببینیم  $22 \text{ in}$  معادل چند سانتی متر است.

**گام ۱:** تساوی ای را که بین دو یکا برقرار است، می نویسیم. هر اینچ برابر  $2.54 \text{ cm}$  است، یعنی:

$$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm}$$

**گام ۲:** تساوی ای را که در گام اول نوشتیم، به صورت یک کسر که برابر ۱ است درمی آوریم (اسم این کسر را می گذاریم کسر تبدیل).

$$\frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 1$$

۱- کتاب درسی هم در درس نامه و هم در تمرین های آخر فصل، حسابی به تبدیل یکای زنجیره ای پرداخته است و از این طریق، پیام خودش را به طراحان کنکور داده است که به این موضوع به طور ویژه توجه کنند.

**نکته:** یکایی را که می‌خواهیم، کمیت را بر حسب آن بنویسیم، در صورت و یکایی را که قرار است حذف (تبدیل) شود، در مخرج می‌نویسیم.

مثلاً در این‌جا می‌خواهیم اینچ را به سانتی‌متر تبدیل کنیم، پس باید سانتی‌متر در صورت و اینچ در مخرج باشد (یعنی  $1 = \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}}$ ).

**مثال ۱۳:** مقدار داده‌شده را در کسر تبدیل مناسب (به گونه‌ای که در گام دوم گفتیم) ضرب می‌کنیم و به این ترتیب کمیت از یک یکا به یکای دیگر تبدیل می‌شود:

$$22 \text{ in} = 22 \cancel{\text{in}} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{in}}} = 22 \times 2.54 \text{ cm} = 55.88 \text{ cm}$$

بیشتر وقت‌ها کار تبدیل یکا به کمی سفت‌تره.

مثلاً برای این‌که بتوانیم یکای A را به D تبدیل کنیم، اول باید A را به B و بعد به C و در نهایت به D تبدیل کنیم. برای این کار باید چند کسر تبدیل را در هم ضرب کنیم. تست زیر را ببینید تا منظورمان را بفهمید:

**تست:** ۵ سیر معادل چند گرم است؟ (یک سیر ۱۶ مثقال و هر مثقال ۴/۶ است.)

۳۶۸ (۴)

۳۶/۸ (۳)

۱۸۴ (۲)

۱۸/۴ (۱)

**پاسخ (۴):** براساس داده‌های سؤال نمی‌توانیم مستقیماً سیر را به گرم تبدیل کنیم، بلکه باید سیر را به مثقال، سپس مثقال را به گرم تبدیل کنیم. پس طبق دستورالعملی که گفتیم، کسرهایی را که لازم داریم، می‌نویسیم:

$$1 \text{ مثقال} = \frac{4.6 \text{ g}}{1 \text{ مثقال}} \rightarrow \text{می‌خواهیم مثقال حذف شود، پس مثقال را در مخرج می‌نویسیم.} \quad 1 \text{ مثقال} = \frac{16 \text{ مثقال}}{1 \text{ سیر}} \rightarrow \text{می‌خواهیم سیر حذف شود، پس سیر را در مخرج می‌نویسیم.}$$

$$5 \text{ سیر} = 5 \times \frac{16 \text{ مثقال}}{1 \text{ سیر}} \times \frac{4.6 \text{ g}}{1 \text{ مثقال}} = 5 \times 16 \times 4.6 \text{ g} = 368 \text{ g}$$

حالا به صورت زنجیره‌ای ۵ سیر را به گرم تبدیل می‌کنیم:

**هواستون باشه:** یه وقت کسرها رو وارونه ننویسید. مثلاً آگه به جای  $\frac{16 \text{ مثقال}}{1 \text{ سیر}}$  می‌نوشتید  $\frac{1 \text{ سیر}}{16 \text{ مثقال}}$ ، سیر با سیر ساده نمی‌شود!

حالا سعی کنید تست بعدی را اول خودتان حل کنید و بعد پاسخ آن را بخوانید. هواستون به صورت و مفرج کسر تبدیل‌ها باشه!

**تست:** یک فوت برابر ۱۲ اینچ و یک یارد برابر ۳ فوت است. ۴۵ اینچ برابر چند یارد است؟

۱۲/۵ (۴)

۳۷/۵ (۳)

۱/۲۵ (۲)

۳/۷۵ (۱)

**پاسخ (۲):** از کسرهایی تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. به انتخاب کسرها دقت کنید.

$$45 \text{ in} = 45 \cancel{\text{in}} \times \frac{1 \cancel{\text{ft}}}{12 \cancel{\text{in}}} \times \frac{1 \text{ ya}}{3 \cancel{\text{ft}}} = 45 \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{3} = 1.25 \text{ ya}$$

## ب) استفاده از پیشوندهای SI

جدول مقابل را ببینید. در این جدول پیشوندهای کوچک‌کننده و بزرگ‌کننده استاندارد را با ضریب تبدیلیشان آورده‌ایم.

هر کدام از این پیشوندها، نماد یک عدد از مرتبه  $10^n$  (یا همان  $10^n$ ) است که به آن ضریب تبدیل می‌گوییم. هر وقت ضریب تبدیل، ابتدای یک یکا قرار بگیرد، اندازه یکا را به همان میزان بزرگ یا کوچک می‌کند؛ مثلاً کیلو یعنی  $10^3$  و وقتی ابتدای یکایی مثل متر قرار می‌گیرد، می‌شود km که هر ۱ km معادل  $10^3 \text{ m}$  است. پیشوندهایی را که در این جدول رنگی کردیم حتماً حفظ باشید. یکاهای پیشونددار را می‌توانید در دو مرحله به یکای دیگر تبدیل کنید. این دو مرحله را با یک مثال ساده توضیح می‌دهیم: فرض کنید قرار است بگوییم ۷ mg چند kg است.

**مثال ۱۴:** برداشتن پیشوند اولیه و جایگزین کردن ضریب تبدیلیش به جای آن؛ میلی را برمی‌داریم و به جای آن  $10^{-3}$  قرار می‌دهیم.

$$7 \text{ mg} = 7 \times 10^{-3} \text{ g}$$

| پیشوندهای بزرگ‌کننده |      |             | پیشوندهای کوچک‌کننده |       |        |
|----------------------|------|-------------|----------------------|-------|--------|
| ضریب تبدیل           | نماد | پیشوند      | ضریب تبدیل           | نماد  | پیشوند |
| $10^0$               | da   | دکا         | $10^{-1}$            | d     | دسی    |
| $10^2$               | h    | هکتو        | $10^{-2}$            | c     | سانتی  |
| $10^3$               | k    | کیلو        | $10^{-3}$            | m     | میلی   |
| $10^6$               | M    | مگا         | $10^{-6}$            | $\mu$ | میکرو  |
| $10^9$               | G    | گیگا (جیگا) | $10^{-9}$            | n     | نانو   |
| $10^{12}$            | T    | ترا         | $10^{-12}$           | p     | پیکو   |
| $10^{15}$            | P    | پتا         | $10^{-15}$           | f     | فمتو   |
| $10^{18}$            | E    | اِکزا       | $10^{-18}$           | a     | آتو    |
| $10^{21}$            | Z    | زتا         | $10^{-21}$           | z     | زپتو   |
| $10^{24}$            | Y    | یوتا        | $10^{-24}$           | y     | یوکتو  |

**گام ۷:** گذاشتن پیشوند جدید با ضرب کسر  $\frac{\text{نماد پیشوند جدید}}{\text{ضریب تبدیل پیشوند جدید}}$  در یکا. در این مثال پیشوند جدید کیلو است. پس مقداری را که در گام اول به دست آوردیم، در  $\frac{k}{10^3}$  ضرب می‌کنیم.

$$7 \times 10^{-3} \text{ g} \times \frac{k}{10^3} = 7 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

برای تمرین تست زیر را حل کنید:

**تست:**  $4/9 \text{ hm}$  چند  $\mu\text{m}$  است؟

- (۱)  $4/9 \times 10^{-6}$  (۲)  $4/9 \times 10^6$  (۳)  $4/9 \times 10^{-8}$  (۴)  $4/9 \times 10^8$

**پاسخ (۴):** h را برمی‌داریم و به جایش  $10^2$  قرار می‌دهیم و حاصل را در  $\frac{\mu}{10^{-6}}$  ضرب می‌کنیم:

$$4/9 \times 10^2 \text{ m} \times \frac{\mu}{10^{-6}} = 4/9 \times 10^8 \mu\text{m}$$

**نکته:** اگر واحد یک کمیت، توان‌دار باشد (مثل  $\text{m}^2$ )، توان آن را در تبدیل یکا هم در نظر می‌گیریم؛ مثلاً مساحت  $5/4 \text{ m}^2$  برحسب سانتی‌متر مربع برابر است با:

$$5/4 \text{ m}^2 \times \left(\frac{\text{cm}}{10^{-2}}\right)^2 = 5/4 \times 10^4 \text{ cm}^2$$

**تست:**  $4000 \text{ mm}^3$  معادل چند سانتی‌متر مکعب است؟

- (۱)  $4 \times 10^2$  (۲)  $4 \times 10^1$  (۳) ۴ (۴)  $4 \times 10^{-1}$

**پاسخ (۳):** در  $\text{mm}^3$ ، «میلی» را برمی‌داریم و به جای آن  $10^{-3}$  می‌گذاریم؛ یعنی  $(10^{-3} \text{ m})^3$  و حاصل را در  $\left(\frac{\text{cm}}{10^{-2}}\right)^3$  ضرب می‌کنیم:

$$4000 \times (10^{-3} \text{ m})^3 \times \left(\frac{\text{cm}}{10^{-2}}\right)^3 = 4000 \times \frac{10^{-9}}{10^{-6}} \text{ cm}^3 = 4000 \times 10^{-3} \text{ cm}^3 = 4 \text{ cm}^3$$

## یکاهای غیر SI معروف

**نکته:** یکاهای غیر SI (اما معروف) دیگری هستند که باید معادلشان را با یکاهای SI بدانیم. در جدول زیر، این یکاها را معرفی کرده‌ایم و در فصل خودشان از آن‌ها استفاده خواهیم کرد.

| نام کمیت             | یکای غیر SI                             | معادل یکا در SI               |
|----------------------|-----------------------------------------|-------------------------------|
| حجم                  | L (لیتر)                                | $10^{-3} \text{ m}^3$         |
| فشار                 | atm (اتمسفر)                            | $10^5 \text{ Pa}$             |
| فشار                 | cmHg (سانتی‌متر جیوه)                   | $1360 \text{ Pa}^*$           |
| بزرگی میدان مغناطیسی | G (گوس)                                 | $10^{-4} \text{ T}$           |
| انرژی                | cal (کالری)                             | $4/2 \text{ J}$               |
| زمان                 | ساعت                                    | $3600 \text{ s}$              |
| زمان                 | دقیقه                                   | $60 \text{ s}$                |
| چگالی                | $\text{g/cm}^3$ (گرم بر سانتی‌متر مکعب) | $10^3 \text{ kg/m}^3$         |
| چگالی                | $\text{g/L}$ (گرم بر لیتر)              | $1 \text{ kg/m}^3$            |
| تندی                 | km/h (کیلومتر بر ساعت)                  | $\frac{1}{3/6} \text{ m/s}$   |
| زاویه                | درجه                                    | $\frac{\pi}{180} \text{ rad}$ |

\* یکای سانتی‌متر جیوه در صورتی که چگالی جیوه  $13/6 \text{ g/cm}^3$  و  $g = 10 \text{ N/kg}$  معرفی شود، معادل  $1360 \text{ Pa}$  است.

**تست:**  $360 \text{ km/h}$  چند متر بر ثانیه است؟

- (۱)  $0/36$  (۲)  $0/1$  (۳)  $129/6$  (۴) ۱۰۰

$$360 \frac{\text{km}}{\text{h}} / \text{h} = 360 \times \frac{10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 100 \text{ m/s}$$

**پاسخ (۴):** داریم:



$$(km/h) \xrightarrow[\times 3/6]{\times 1/3/6} (m/s)$$

**نکته:** برای تبدیل یکاهای متر بر ثانیه و کیلومتر بر ساعت می‌توانید از الگوی روبه‌رو استفاده کنید:

مثلاً اگر در تست قبل بخواهیم  $km/h$  را به  $m/s$  تبدیل کنیم، باید  $360\ km/h$  را در  $\frac{1}{3/6}$  ضرب کنیم:

$$360 \times \frac{1}{3/6} = 100\ m/s$$

**تست:**  $\frac{2\pi}{9}\ rad/s$ ، معادل چند درجه بر دقیقه است؟

(۱۴) ۸۰

(۳) ۴۰

(۲) ۴۸۰۰

(۱) ۲۴۰۰

$$1\ degree = \frac{\pi}{180}\ rad \Rightarrow \frac{180\ degree}{\pi\ rad} = 1$$

**پاسخ ۱** کسر تبدیل‌های مناسب برای این تبدیل یکا، این‌ها هستند:

$$60\ s = 1\ min \Rightarrow \frac{60\ s}{1\ min} = 1$$

$$\frac{2\pi\ rad}{9} \times \frac{180\ degree}{\pi\ rad} \times \frac{60\ s}{1\ min} = 2400\ \frac{degree}{min}$$

**پاسخ ۲** با روش زنجیره‌ای، تبدیل یکا را انجام می‌دهیم:

### پ) استفاده از نمادگذاری علمی

تندی نور در خلأ  $300000000\ m/s$  است. حالا اگر بخواهیم این عدد بزرگ را به توان ۲ برسانیم (مثلاً در فرمول  $E = mc^2$ ) باید یک ۹ بنویسیم و ۱۶ تا صفر جلوش بگذاریم. ما در فیزیک با این عددهای خیلی بزرگ و یا خیلی کوچک زیاد سروکار داریم. تکنیک نمادگذاری علمی ما را از شر این صفرهای مزاحم خلاص می‌کند. طبق این روش باید عدد  $A$  را به صورت  $a \times 10^n$  بنویسیم، به طوری که  $1 \leq a < 10$  و  $n$  یک عدد صحیح باشد؛ مثلاً برای تندی نور می‌نویسیم  $3 \times 10^8\ m/s$ .

$$0.00052\ kg \xrightarrow[\text{رقم ممیز را به جلو می‌کشیم.}]{\text{رقم ممیز را به جلو می‌کشیم.}} 5.2 \times 10^{-4}\ kg$$

نمونه‌های روبه‌رو را هم ببینید:

$$39200000\ m \xrightarrow[\text{رقم ممیز را عقب می‌بریم.}]{\text{رقم ممیز را عقب می‌بریم.}} 3.92 \times 10^7\ m$$

همین‌طور که می‌بینید،  $n$  برابر تعداد ارقامی است که ممیز را جابه‌جا می‌کنیم. البته هر وقت ممیز را به سمت چپ جابه‌جا کنیم،  $n$  مثبت و هر وقت ممیز را به سمت راست جابه‌جا کنیم،  $n$  منفی است.

**تست:** حجم بنزین مصرفی در ایران، در یک سال  $2600000000\ L$  است. این مقدار حجم برحسب نمادگذاری علمی، چند لیتر است؟

(تجربی نوبت دوم خارج ۱۴۰۲)

(۱۴)  $2.6 \times 10^{11}$ (۳)  $2.6 \times 10^9$ (۲)  $2.6 \times 10^{11}$ (۱)  $2.6 \times 10^{10}$ 

**پاسخ ۱** برای این که این عدد به صورت نمادگذاری علمی دربیاید، باید آن را به صورت  $2.6 \times 10^n$  بنویسیم:

$$2600000000 \xrightarrow[\text{رقم ۱۰}]{\text{رقم ۱۰}} 2.6 \times 10^9\ L$$

مقداری که به دست آوردیم از نظر ریاضی همان ۱ است.

**تست:** کدام گزینه  $4650\ \mu m$  را برحسب کیلومتر به صورت نمادگذاری علمی نشان می‌دهد؟

(۱۴)  $4.65 \times 10^{-12}$ (۳)  $4650 \times 10^{-9}$ (۲)  $465 \times 10^{-8}$ (۱)  $4.65 \times 10^{-6}$ 

**پاسخ ۱** کسر تبدیل‌های مناسب برای تبدیل یکا را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 1\ \mu m = 10^{-6}\ m \Rightarrow \frac{10^{-6}\ m}{1\ \mu m} = 1 \\ 1\ km = 10^3\ m \Rightarrow \frac{1\ km}{10^3\ m} = 1 \end{cases}$$

$$4650\ \mu m \times \frac{10^{-6}\ m}{1\ \mu m} \times \frac{1\ km}{10^3\ m} = 4650 \times 10^{-9}\ km$$

**پاسخ ۲** با روش زنجیره‌ای تبدیل یکا را انجام می‌دهیم:

$$4650 \times 10^{-9}\ km = 4.65 \times 10^{-6}\ km$$

**پاسخ ۳** حالا مقدار به دست آمده را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

**حواستون باشه:** ۲ و ۳ مقدارهای درستی‌اند، اما به صورت نمادگذاری علمی نوشته نشده‌اند.

## پاسخنامه تشریحی

۳۷- گزینه ۲ گام ۱ ضرب تبدیل‌های لازم را به دست می‌آوریم:

$$104 \text{ cm} \Rightarrow \frac{104 \text{ cm}}{1 \text{ ذرع}} = 1, \quad 6000 \text{ ذرع} \Rightarrow \frac{6000 \text{ ذرع}}{1 \text{ فرسنگ}} = 1, \quad 1 \text{ فرسنگ}$$

به کمک ضرب تبدیل‌های به دست آمده در گام اول و با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$48 \text{ فرسنگ} = 48 \times \frac{6000 \text{ ذرع}}{1 \text{ فرسنگ}} \times \frac{104 \text{ cm}}{1 \text{ ذرع}} = 30 \times 10^6 \text{ cm}$$

۳۸- گزینه ۴ گام ۱ ضرب تبدیل‌هایی که نیاز داریم به صورت زیر است:

$$375 \text{ قیراط} \Rightarrow \frac{375 \text{ قیراط}}{1 \text{ اسیر}} = 1, \quad 10 \text{ اسیر} = 1 \text{ چارک} \Rightarrow \frac{10 \text{ اسیر}}{1 \text{ چارک}} = 1, \quad 4 \text{ چارک} = 1 \text{ من تبریز} \Rightarrow \frac{4 \text{ چارک}}{1 \text{ من تبریز}} = 1$$

$$200 \text{ سوت} \Rightarrow \frac{200 \text{ سوت}}{1 \text{ قیراط}} = 1$$

از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توانیم به راحتی به این تست پاسخ دهیم:

$$9 \times 10^8 \text{ سوت} = \frac{200 \text{ سوت}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{375 \text{ قیراط}}{1 \text{ اسیر}} \times \frac{10 \text{ اسیر}}{1 \text{ چارک}} \times \frac{4 \text{ چارک}}{1 \text{ من تبریز}} \times \frac{100 \text{ من تبریز}}{300 \text{ من تبریز}} = 9 \times 10^8$$

۳۹- گزینه ۲ گام ۱ ضرب تبدیل‌ها را به دست می‌آوریم:

$$10 \text{ اسیر} = 1 \text{ چارک} \Rightarrow \frac{10 \text{ اسیر}}{1 \text{ چارک}} = 1, \quad 4 \text{ چارک} = 1 \text{ من تبریز} \Rightarrow \frac{4 \text{ چارک}}{1 \text{ من تبریز}} = 1, \quad 100 \text{ من تبریز} = 1 \text{ خروار} \Rightarrow \frac{100 \text{ من تبریز}}{1 \text{ خروار}} = 1$$

$$16 \text{ مثقال} = 1 \text{ اسیر} \Rightarrow \frac{16 \text{ مثقال}}{1 \text{ اسیر}} = 1$$

با ۴ می‌ریم سراغ روش تبدیل زنجیره‌ای:

$$24 \times 10^5 \text{ مثقال} = \frac{16 \text{ مثقال}}{1 \text{ اسیر}} \times \frac{10 \text{ اسیر}}{1 \text{ چارک}} \times \frac{4 \text{ چارک}}{1 \text{ من تبریز}} \times \frac{100 \text{ من تبریز}}{3 \text{ خروار}} \times \frac{3 \text{ خروار}}{5} = 24 \times 10^5$$

۴۰- گزینه ۴ با توجه به جدولی که در درس‌نامه آمده است، داریم:

الف) ترا:  $10^{12} \times$  ب) نانو:  $10^{-9} \times$  پ) دکا:  $10^1$  ت) پیکو:  $10^{-12}$  ✓

۴۱- گزینه ۲ دیگه لازم نیست نه ما و نه شما ضریب تبدیل‌ها رو به صورت جداگانه به دست بیاریم. یاد بگیرید که توی تبدیل زنجیره‌ای، ضریب تبدیل‌های لازم رو بنویسید.

$$10^{-4} \text{ kg} = 10^{-4} \text{ kg} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 10^2 \text{ mg}$$

جرم گیره کاغذ برحسب میلی گرم به صورت مقابل به دست می‌آید:

توی کنگور برای حل تست‌ها باید سرعت عمل داشته باشیم. به همین دلیل برای تبدیل یکاها، مخصوصاً یکاهای پیشونددار می‌توانید به جای نوشتن کامل مراحل تبدیل زنجیره‌ای، این کار را به فرم زیر انجام دهید:

$$10^{-4} \text{ kg} \xrightarrow{\times 10^3} 10^{-1} \text{ g} \xrightarrow{\times 10^3} 10^2 \text{ mg}$$

۴۲- گزینه ۱ گام ۱ به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای  $2/7 \text{ fm}$  را برحسب میکرومتر به دست می‌آوریم:

$$2/7 \text{ fm} = 2/7 \text{ fm} \times \frac{10^{-15} \text{ m}}{1 \text{ fm}} \times \frac{1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} = 2/7 \times 10^{-9} \mu\text{m}$$

تیزبازی:

$$2/7 \text{ fm} \xrightarrow{\times 10^{-15}} 2/7 \times 10^{-15} \text{ m} \xrightarrow{\times 10^6} 2/7 \times 10^{-9} \mu\text{m}$$

$$2/7 \text{ fm} = 2/7 \text{ fm} \times \frac{10^{-15} \text{ m}}{1 \text{ fm}} \times \frac{1 \text{ pm}}{10^{-12} \text{ m}} = 2/7 \times 10^{-3} \text{ pm}$$

حالا تبدیل  $2/7 \text{ fm}$  به پیکومتر:

$$2/7 \text{ fm} \xrightarrow{\times 10^{-15}} 2/7 \times 10^{-15} \text{ m} \xrightarrow{\times 10^{12}} 2/7 \times 10^{-3} \text{ pm}$$

تیزبازی:

۴۳- گزینه ۳ گام ۱ برحسب یکاهای SI، باید  $\text{kJ}$  را به  $\text{J}$  و  $\text{g}$  را به  $\text{kg}$  تبدیل کنیم؛ بنابراین به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$4/2 \times 10^{-3} \frac{\text{kJ}}{\text{g.K}} = 4/2 \times 10^{-3} \frac{\text{kJ}}{\text{g.K}} \times \frac{10^3 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = 4/2 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$$



$$\begin{array}{c} \text{تبدیل به J} \\ \nearrow \times 10^3 \\ \frac{4}{2} \times 10^{-3} \frac{\text{kJ}}{\text{g.K}} \xrightarrow{\times 10^3} \frac{4}{2} \times 10^{-3} \times \frac{10^3}{10^{-3}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}} \\ \nwarrow \times 10^{-3} \\ \text{تبدیل به kg} \end{array}$$

تیزبازی

برای نوشتن یکای  $\frac{\text{kN}}{\mu\text{C}}$  بر حسب یکاهای SI، باید  $\text{kN}$  را به  $\text{N}$  و  $\mu\text{C}$  را به  $\text{C}$  تبدیل کنیم؛ بنابراین:

$$0.15 \frac{\text{kN}}{\mu\text{C}} = 0.15 \frac{\text{kN}}{\mu\text{C}} \times \frac{1 \mu\text{C}}{10^{-6} \text{C}} \times \frac{10^3 \text{N}}{1 \text{kN}} = 0.15 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1.5 \times 10^8 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\begin{array}{c} \text{تبدیل به N} \\ \nearrow \times 10^3 \\ 0.15 \frac{\text{kN}}{\mu\text{C}} \xrightarrow{\times 10^3} 0.15 \times \frac{10^3}{10^{-6}} = 1.5 \times 10^8 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ \nwarrow \times 10^{-6} \\ \text{تبدیل به C} \end{array}$$

تیزبازی

۴۴- گزینه ۲ حل این سؤال از روش تبدیل زنجیره‌ای بسیار راحت است:

$$P = 20 \text{ kPa} \times \frac{10^3 \text{ Pa}}{1 \text{ kPa}} \times \frac{1 \text{ cmHg}}{1360 \text{ Pa}} = 14.7 \text{ cmHg}$$

۴۵- گزینه ۴ یکای جرم در SI کیلوگرم است؛ بنابراین با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$182 \text{ قیراط} = 182 \text{ قیراط} \times \frac{200 \text{ mg}}{1 \text{ قیراط}} \times \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} = 36400 \times 10^{-6} \text{ kg} = 3.64 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

۴۶- گزینه ۳ به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، ارتفاع هواپیما از سطح دریا را بر حسب متر به دست می‌آوریم:

$$30000 \text{ پا} = 30000 \text{ پا} \times \frac{12 \text{ اینچ}}{1 \text{ پا}} \times \frac{2.5 \text{ cm}}{1 \text{ اینچ}} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} = 9000 \text{ m}$$

$$30000 \text{ پا} = 30000 \text{ پا} \times \frac{1 \text{ یارد}}{3 \text{ پا}} = 10000 \text{ یارد}$$

ارتفاع هواپیما از سطح دریا بر حسب یارد برابر است با:

$$216 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 216 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1609 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 2 \frac{\text{mi}}{\text{min}}$$

۴۷- گزینه ۳ به، باز هم روش تبدیل زنجیره‌ای:

۴۸- گزینه ۱ روش تبدیل زنجیره‌ای:

$$120 \text{ km} = 120 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ درج}}{104 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ فرسنگ}}{6000 \text{ درج}} \approx 19 \text{ فرسنگ}$$

۴۹- گزینه ۴ به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای ۲۵۵۰ سال را بر حسب ثانیه به دست می‌آوریم:

$$2550 \text{ سال} = 2550 \text{ سال} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ ساعت}} \times \frac{60 \text{ ثانیه}}{1 \text{ دقیقه}} \approx 8 \times 10^{10} \text{ ثانیه}$$

۵۰- گزینه ۲ تندی کشتی بر حسب کیلومتر بر ساعت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$18 \text{ گره} = 18 \text{ گره} \times \frac{10^3 \text{ m/s}}{1 \text{ گره}} \times \frac{3.6 \text{ km/h}}{1 \text{ m/s}} = 32.4 \text{ km/h}$$

تندی کشتی بر حسب مایل بر ساعت برابر است با:

$$32.4 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 32.4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1.6 \text{ km}} = 18 \text{ mi/h}$$

۵۱- گزینه ۴ به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای یک میلیارد ثانیه را بر حسب سال به دست می‌آوریم:

$$32 \text{ سال} = 32 \text{ سال} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ ساعت}} \times \frac{60 \text{ ثانیه}}{1 \text{ دقیقه}} \times \frac{1 \text{ میلیارد ثانیه}}{1 \text{ میلیارد ثانیه}} = 1 \text{ میلیارد ثانیه}$$

۵۲- گزینه ۳ می‌دانیم هر قرن برابر ۱۰۰ سال است؛ بنابراین:

$$53 \text{ دقیقه} = 53 \text{ دقیقه} \times \frac{1 \text{ ساعت}}{60 \text{ دقیقه}} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{10^6 \text{ سال}}{1 \text{ میکروقرن}} \times \frac{1 \text{ میکروقرن}}{1 \text{ میکروقرن}} = 1 \text{ میکروقرن}$$

۵۳- گزینه ۳ حتماً می‌دانید که هر ۳۶۰ درجه (deg) برابر ۲π رادیان (rad) است؛ بنابراین به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$15 \text{ درجه} = 15 \text{ درجه} \times \frac{2\pi \text{ رادیان}}{360 \text{ درجه}} = \frac{\pi}{12} \text{ رادیان}$$

۵۴- گزینه ۲ یکای نجومی همان میانگین فاصله زمین تا خورشید است؛ پس ۱ AU = ۱/۵ × ۱۰<sup>۱۱</sup> m است. حالا از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$1/2 \text{ Tm} = 1/2 \text{ Tm} \times \frac{10^{12} \text{ m}}{1 \text{ Tm}} \times \frac{1 \text{ AU}}{1.5 \times 10^{11} \text{ m}} = 8 \text{ AU}$$

**۵۴- گزینه ۱** گفتیم که یکای نجومی برابر میانگین فاصله زمین تا خورشید است. به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$v = 30 \frac{\text{km}}{\text{s}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ AU}}{1.5 \times 10^{11} \text{ m}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 12 \times 10^{-6} \text{ AU / min}$$

**۵۵- گزینه ۳** می‌دانیم ژول یکای SI انرژی است؛ بنابراین برای تبدیل kW.h به ژول باید kW.h را به یکای SI تبدیل کنیم. برای این کار kW (کیلووات) و h (ساعت) باید به یکاهای SI یعنی W (وات) و s (ثانیه) تبدیل شوند:

$$\begin{cases} 1 \text{ kW} = 1000 \text{ W} \\ 1 \text{ h} = 3600 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow 1 \text{ kW.h} = 1 \times 1000 \text{ W} \times 3600 \text{ s} = 3.6 \times 10^6 \text{ W.s} \xrightarrow{1 \text{ W.s} = 1 \text{ J}} 1 \text{ kW.h} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

**۵۶- گزینه ۲** می‌رویم سراغ تبدیل  $\text{cm}^3$  به  $\text{mm}^3$ . به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$746 \text{ cm}^3 = 746 \cancel{\text{cm}^3} \times \frac{10^{-6} \text{ m}^3}{1 \cancel{\text{cm}^3}} \times \frac{10^9 \text{ mm}^3}{1 \cancel{\text{m}^3}} = 746 \times 10^3 \text{ mm}^3 = 7.46 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

**تیزبازی:**

$$746 \text{ cm}^3 \xrightarrow{\text{تبدیل به mm}} 746 \times 10^3 \text{ mm}^3 = 7.46 \times 10^5 \text{ mm}^3$$

$$746 \text{ cm}^3 = 746 \cancel{\text{cm}^3} \times \frac{10^{-6} \text{ m}^3}{1 \cancel{\text{cm}^3}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \cancel{\text{m}^3}} = 746 \times 10^{-3} \text{ L} = 7.46 \times 10^{-1} \text{ L}$$

**۵۷- گزینه ۴** از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

**تیزبازی:**

$$746 \text{ cm}^3 \xrightarrow{\text{تبدیل به m}} 746 \times (10^{-2})^3 \text{ m}^3 \xrightarrow{\text{تبدیل به L}} 746 \times 10^{-6} \text{ L} = 7.46 \times 10^{-1} \text{ L}$$

$$9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{1 \text{ cm}^2}{10^{-4} \text{ m}^2} \times \frac{10^{-12} \text{ C}^2}{1 (\mu\text{C})^2} = 9 \times 10^9 \times 10^{-8} = 90 \frac{\text{N.(cm)}^2}{(\mu\text{C})^2}$$

این جزء تبدیل یکاهای بااهلیه که در فصل الکتریسیته ساکن زیار استفاده می‌کنیم.

**تیزبازی:**

$$9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \xrightarrow{\text{تبدیل به cm}} 9 \times 10^9 \times \frac{(10^2)^2}{(10^6)^2} \frac{\text{N.(cm)}^2}{(\mu\text{C})^2} = 90 \frac{\text{N.(cm)}^2}{(\mu\text{C})^2}$$

**۵۸- گزینه ۳** به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، تبدیل یکای هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$(1) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{\text{g}}{\cancel{\text{cm}^3}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 1000 \text{ kg / m}^3 \quad \checkmark \quad (2) 3 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 3 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\cancel{\text{m}^2}} \times \frac{1 \text{ m}^2}{10^4 \text{ cm}^2} = 0.3 \text{ N / cm}^2 \quad \checkmark$$

$$(3) 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10 \frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}^2}} \times \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \times \frac{(60 \text{ s})^2}{1 \text{ min}^2} = 36 \text{ km / min}^2 \quad \times \quad (4) 125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 125 \frac{\cancel{\text{cm}^3}}{\cancel{\text{s}}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 7.5 \text{ L / min} \quad \checkmark$$

**۵۹- گزینه ۳** چون مساحت دوزنقه برحسب سانتی‌متر مربع خواسته شده، ابتدا باید تمامی ابعاد را برحسب سانتی‌متر بنویسیم:

$$4 \times 10^5 \mu\text{m} = 4 \times 10^5 \cancel{\mu\text{m}} \times \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \cancel{\mu\text{m}}} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{m}}} = 40 \text{ cm}$$

$$3 \times 10^{-4} \text{ km} = 3 \times 10^{-4} \cancel{\text{km}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{m}}} = 30 \text{ cm}$$

$$1 \times 10^{-12} \text{ Tm} = 1 \times 10^{-12} \cancel{\text{Tm}} \times \frac{10^{12} \text{ m}}{1 \cancel{\text{Tm}}} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{m}}} = 10 \text{ cm}$$

$$\text{مساحت} = \frac{(40 + 10) \times 30}{2} = \frac{50 \times 30}{2} = 750 \text{ cm}^2$$

**۶۰- گزینه ۲** ارتفاع  $\times$  (قاعده کوچک + قاعده بزرگ) مساحت دوزنقه از فرمول به دست می‌آید:

$$A = 4\pi r_{\text{زمین}}^2 = 4 \times 3 \times (6400 \times 10^3)^2 = 5 \times 10^{14} \text{ m}^2$$

مساحت کره از رابطه  $A = 4\pi r^2$  به دست می‌آید؛ بنابراین:

$$5 \times 10^{14} \text{ m}^2 = 5 \times 10^{14} \cancel{\text{m}^2} \times \frac{1 \text{ هکتار}}{10000 \cancel{\text{m}^2}} = 5 \times 10^{10} \text{ هکتار}$$

به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، مساحت را برحسب هکتار به دست می‌آوریم:



**۶۱- گزینه ۴** مدت زمان حرکت کشتی برحسب ثانیه خواسته شده است؛ بنابراین ابتدا یکای تندی (s) را به متر بر ثانیه و یکای مسافت (l) را به متر تبدیل می‌کنیم:

$$s = ۱۲۰ \times \frac{۰.۵ \text{ m/s}}{۱ \text{ گره}} = ۶۰ \text{ m/s}$$

$$l = ۴۰۰۰ \text{ m} \times \frac{۱۸۰۰ \text{ m}}{۱ \text{ mi}} = ۷۲ \times ۱۰^۵ \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{l}{s} = \frac{۷۲ \times ۱۰^۵}{۶۰} = ۱/۲ \times ۱۰^۵ \text{ s}$$

حالا از رابطه  $s = \frac{l}{\Delta t}$  مدت زمان پیمودن این مسافت را به دست می‌آوریم:

**۶۲- گزینه ۲** در صورت سؤال تندی متوسط کشتی برحسب متر بر ثانیه خواسته شده؛ پس اول مسافت طی شده توسط کشتی را برحسب متر و زمان سفر را برحسب ثانیه به دست می‌آوریم:

$$l = ۶۰ \text{ mi} = ۶۰ \text{ m} \times \frac{۱۸۰۰ \text{ m}}{۱ \text{ mi}} = ۶۰ \times ۱۸۰۰ \text{ m}$$

$$\Delta t = ۴ \text{ h} = ۴ \times ۳۶۰۰ \text{ s}$$

$$s = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۶۰ \times ۱۸۰۰}{۴ \times ۳۶۰۰} = ۷/۵ \text{ m/s}$$

تندی کشتی برابر است با:

حالا می‌خواهیم مسافت طی شده توسط اتومبیل را برحسب کیلومتر محاسبه کنیم. از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$l = ۴۰ \text{ mi} = ۴۰ \text{ m} \times \frac{۱۶۰۰ \text{ m}}{۱ \text{ mi}} \times \frac{۱ \text{ km}}{۱۰^۳ \text{ m}} = ۶۴ \text{ km}$$

$$l = ۲ \times ۱/۳۵ \times ۱۰^۹ \times ۱۰^۲ \text{ m}$$

ابتدا فاصله طی شده توسط فضاپیما در یک رفت و برگشت به تیتان را برحسب متر به دست می‌آوریم:

تبدیل کیلومتر به متر به دلیل رفت و برگشت،  
دو بار مسیر طی شده است.

مسافت طی شده توسط فضاپیما برحسب سال نوری را می‌خواهیم؛ بنابراین ابتدا باید حساب کنیم که یک سال نوری چند متر است. برای این کار مسافت طی شده توسط نور در مدت یک سال و در خلأ را به دست می‌آوریم:

$$l = s \Delta t = ۳ \times ۱۰^۸ \times (۳ \times ۱۰^۷) = ۹ \times ۱۰^{۱۵} \text{ m}$$

حالا به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای مسافت طی شده توسط فضاپیما را برحسب سال نوری به دست می‌آوریم:

$$۲ \times ۱/۳۵ \times ۱۰^۹ \times ۱۰^۲ \text{ m} = ۲/۷ \times ۱۰^۹ \times ۱۰^۲ \text{ m} \times \frac{۱ \text{ ly}}{۹ \times ۱۰^{۱۵} \text{ m}} = ۰/۳ \times ۱۰^{-۳} = ۳ \times ۱۰^{-۴} \text{ ly}$$

**۶۴- گزینه ۴** ابتدا با برداشتن پیشوند میکرو و جایگزین کردن معادلش، میکروکولن را به کولن تبدیل می‌کنیم:

$$q = ۱۶۰ \times ۱۰^{-۱۰} \mu\text{C} \xrightarrow{\mu=۱۰^{-۶}} q = ۱۶۰ \times ۱۰^{-۱۰} \times ۱۰^{-۶} \text{ C} = ۱۶۰ \times ۱۰^{-۱۶} \text{ C}$$

$$q = (۱/۶۰ \times ۱۰^۲) \times ۱۰^{-۱۶} = ۱/۶۰ \times ۱۰^{-۱۴} \text{ C}$$

به جای ۱۶۰ معادلش را به صورت نمادگذاری علمی  $(۱/۶ \times ۱۰^۲)$  قرار می‌دهیم:

**۶۵- گزینه ۴** ابتدا جرم زنبور عسل را به کیلوگرم تبدیل کرده و سپس به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$۰/۱۵ \text{ g} = ۰/۱۵ \text{ g} \times \frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} = ۰/۱۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ kg} \xrightarrow{\text{به صورت نمادگذاری علمی}} ۱/۵ \times ۱۰^{-۴} \text{ kg}$$

$$۷ \times ۱۰^{-۳} \text{ mm} = ۷ \times ۱۰^{-۳} \text{ mm} \times \frac{۱۰^۶ \text{ nm}}{۱ \text{ mm}} = ۷ \times ۱۰^۳ \text{ nm}$$

قطر یک گلبول قرمز به صورت نمادگذاری علمی به صورت مقابل است:

مقدار به دست آمده به صورت نمادگذاری علمی و نیازی نیست که کار دیگه‌ای انجام بدهیم!

**۶۶- گزینه ۴** برای محاسبه حجم مکعب مستطیل برحسب لیتر، ابتدا تمامی ابعاد را برحسب سانتی‌متر می‌نویسیم تا حجم را برحسب سانتی‌متر مکعب به دست آوریم و سپس آن را به لیتر تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۰/۰۳ \text{ dam} = ۳ \times ۱۰^{-۲} \text{ dam} \times \frac{۱۰ \text{ m}}{۱ \text{ dam}} \times \frac{۱۰^۲ \text{ cm}}{۱ \text{ m}} = ۳۰ \text{ cm} \\ ۱ \times ۱۰^{۱۰} \text{ nm} = ۱ \times ۱۰^{۱۰} \times ۱۰^{-۹} \text{ m} = ۱ \times ۱۰ \text{ m} = ۱ \times ۱۰^۳ \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow V_{\text{مکعب}} = ۲۵ \times ۳۰ \times ۱ \times ۱۰^۳ = ۷۵۰ \times ۱۰^۳ = ۷/۵ \times ۱۰^۵ \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{مکعب}} = ۷/۵ \times ۱۰^۵ \text{ cm}^3 \times \frac{۱ \text{ L}}{۱۰^۳ \text{ cm}^3} = ۷/۵ \times ۱۰^۲ \text{ L}$$



**نکته:** یکاهای  $\text{dm}^3$  و L معادل یکدیگرند:

$$۱ \text{ dm}^3 = ۱ \text{ dm}^3 \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ m}^3}{۱ \text{ dm}^3} \times \frac{۱ \text{ L}}{۱۰^{-۳} \text{ m}^3} = ۱ \text{ L}$$

$$V_{\text{مکعب}} = ۷/۵ \times ۱۰^۲ \text{ L} = ۷/۵ \times ۱۰^۲ \text{ dm}^3$$

بنابراین:

**۶۷- گزینه ۴** می‌دانیم که حجم آب برابر حجم استوانه است. حجم استوانه از رابطه «ارتفاع × مساحت قاعده» به دست می‌آید. مساحت قاعده و ارتفاع برابر است با:

$$\pi r^2 = ۳/۱۴ \times (۱۰)^2 = ۳۱۴ \text{ cm}^2, \text{ ارتفاع} = ۴۰۰ \text{ mm} \times \frac{۱ \text{ cm}}{۱۰ \text{ mm}} = ۴۰ \text{ cm}$$

$$314 \times 40 = 1256 \times 10 \text{ cm}^3$$

حالا حجم استوانه را به دست می‌آوریم:

عجله نکنید! هنوز به جواب نرسیدیم. هیچ آب رو برحسب لیتر و به صورت نمادگذاری علمی فواسته:

$$\text{حجم آب} = 1256 \times 10^3 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 1256 \times 10^{-2} \text{ L} = 12.56 \times 10^1 \text{ L}$$

می‌توانید  $\pi$  را ۳ در نظر بگیرید و نزدیک‌ترین جواب را انتخاب کنید.

$$l = s \Delta t = 20 \times 24 / 4 \text{ km}$$

۶۸- گزینه ۴ ابتدا از رابطه  $s = \frac{1}{\Delta t}$ ، فاصله دو شهر را به دست می‌آوریم:

$$l = 20 \times 24 / 4 \text{ km} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1600 \text{ m}} = 30.5 \text{ mi}$$

حالا از روش تبدیل زنجیره‌ای این فاصله را به مایل تبدیل می‌کنیم:

$$l = 30.5 \text{ mi} = 3.05 \times 10^2 \text{ mi}$$

جواب به صورت نمادگذاری علمی خواسته شده!

$$5 \times 10^{-2} \text{ m}^2 = 5 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \times \frac{1000 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ گالن}}{5 \text{ L}} = 10 \text{ گالن}$$

۶۹- گزینه ۲ ابتدا باید ببینیم که حجم بنزین مصرفی چند گالن است:

می‌دانیم که این اتومبیل به ازای هر ۲۰، ۴۰ mi گالن بنزین مصرف می‌کند؛ داریم:

|      |    |
|------|----|
| گالن | ۲  |
| مایل | ۴۰ |
| x    | ۱۰ |

$$\Rightarrow x = \frac{40 \times 10}{2} = 200 \text{ mi}$$

پس اتومبیل ۲۰۰ mi طی کرده است.

حالا باید ۲۰۰ مایل را به کیلومتر تبدیل کنیم. باز هم از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$200 \text{ mi} = 200 \text{ mi} \times \frac{1600 \text{ m}}{1 \text{ mi}} \times \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 320 \text{ km} = 3.2 \times 10^2 \text{ km}$$

۷۰- گزینه ۱ آهنگ (زمانی) هر کمیت برابر با نسبت تغییرات آن کمیت به مدت زمان تغییر است (یعنی  $\frac{\Delta \text{کمیت}}{\Delta t}$ )؛ بنابراین در این تست، آهنگ رشد گیاه برابر با

$$\frac{3/7 \text{ m}}{14 \text{ day}} = \frac{3/7 \text{ m}}{14 \text{ day}} \times \frac{10^6 \text{ } \mu\text{m}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ day}}{86400 \text{ s}} \approx 3/06 \text{ } \mu\text{m/s}$$

است. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، این آهنگ را برحسب میکرومتر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

۷۱- گزینه ۲ با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، آهنگ خروج آب را برحسب لیتر بر دقیقه به دست می‌آوریم:

$$125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 7.5 \text{ L/min}$$

آهنگ خروج آب برحسب لیتر بر دقیقه را داریم. ابتدا حجم آب خروجی از شیلنگ در مدت ۱ ساعت را برحسب لیتر به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم آب خروجی} = 7.5 \frac{\text{L}}{\text{min}} \times 60 \text{ min} = 450 \text{ L}$$

$$450 \text{ L} = 450 \text{ L} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} = 0.45 \text{ m}^3$$

حالا حجم آب خروجی را برحسب متر مکعب به دست می‌آوریم:

۷۲- گزینه ۲ حجم کل آبی که در مدت ۱۶ دقیقه از شیر خارج می‌شود، برابر است با:

$$V = 6 \times 40 \text{ L} = 240 \text{ L} \xrightarrow{1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3} V = 0.24 \text{ m}^3$$

آهنگ خروج آب از شیر به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$\frac{V}{t} = \frac{0.24}{16 \times 60} = 2/5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$2/5 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 2/5 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ s}}{10^3 \text{ ms}} = 2/5 \times 10^{-1} \text{ cm}^3/\text{ms}$$

## درس ۵: دقت وسیله‌های اندازه‌گیری

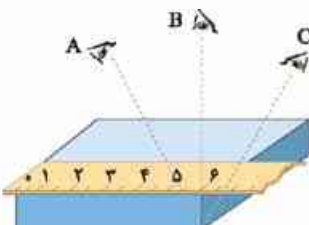
یک اندازه‌گیری هر قدر هم دقیق باشد، قطعی و بدون خطا نیست (اینو بوش می‌گن عدم قطعیت در اندازه‌گیری). سه عامل در میزان دقیق بودن یک اندازه‌گیری مؤثر است:

۱ مهارت کسی که اندازه می‌گیرد. ۲ تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود. ۳ میزان دقت وسیله‌ای که با آن اندازه‌گیری می‌کنیم.

حالا این عوامل را یکی یکی بررسی می‌کنیم:

۱) مهارت کسی که اندازه می‌گیرد: هر چه قدر شخص آزمایشگر ماهرتر و با تکنیک‌تر باشد، دقیق‌تر

اندازه‌گیری می‌کند. مثلاً یکی از تکنیک‌های اندازه‌گیری با ابزار مدرج این است که خط دید عمود بر محل خواندن اندازه باشد. در شکل مقابل، خط دید شخص B عمود است و او دقیق‌ترین مقدار طول را می‌بیند و اندازه‌گیری می‌کند. شخص A به طرف مقدار کمتر و شخص C به طرف مقدار بیشتر، خطا دارد.



**۲) تعداد دفعاتی که اندازه‌گیری تکرار می‌شود:** برای آن که خطای یک اندازه‌گیری را کم کنیم، چند بار اندازه‌گیری می‌کنیم و در نهایت میانگین اندازه‌های به دست آمده را به عنوان نتیجه اندازه‌گیری می‌پذیریم. فقط در اعلام نتیجه اندازه‌گیری باید دو چیز را در نظر داشته باشیم: **اول این که** اگر یک یا دو عدد با بقیه عددها اختلاف زیادی داشتند (یعنی پرت بودند) در محاسبه میانگین وارد نمی‌کنیم. (در شکل زیر، نتایج اندازه‌گیری یک کمیت را با خط‌های نازک بر روی محور مشخص کرده‌ایم.)



**دوم این که** اگر تعداد رقم‌های عدد میانگین از رقم‌های هر یک از عددهای گزارش بیشتر باشد، آن را طوری گرد می‌کنیم که تعداد رقم‌هایشان برابر شود.

**تست:** طول یک جسم را شش بار اندازه گرفته‌ایم و مقادیر ۱۲/۷، ۱۲/۳، ۱۲/۵، ۱۲/۸، ۱۳/۹ و ۱۲/۶ (همگی برحسب سانتی‌متر) به دست آمده است. مقداری را که باید گزارش کنیم، برحسب سانتی‌متر کدام است؟

۱۲/۶ (۴)

۱۲/۵ (۳)

۱۲/۴۸ (۲)

۱۲/۵۸ (۱)

**پاسخ (۴):** همه مقادیر را به جز ۱۳/۹ cm به هم نزدیک‌اند؛ بنابراین ۱۳/۹ cm را به عنوان گزارش پرت حذف می‌کنیم و میانگین بقیه را می‌گیریم:

$$\text{میانگین} = \frac{۱۲/۷ + ۱۲/۳ + ۱۲/۵ + ۱۲/۸ + ۱۲/۶}{۵} = ۱۲/۵۸ \text{ cm}$$

همین‌طور که می‌بینید حاصل میانگین چهار رقم دارد، در حالی که همه گزارش‌های اولیه سه رقمی‌اند؛ پس باید ۱۲/۵۸ را به سمت بالا گرد کنیم:

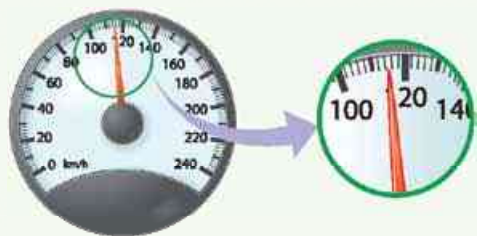
$$۱۲/۶ \text{ cm} = \text{طولی که باید گزارش کنیم}$$

**۳) میزان دقت وسیله‌ای که با آن اندازه‌گیری می‌کنیم:** ابزارهای اندازه‌گیری اغلب یا مدرج‌اند یا دیجیتال (رقمی).

**الف) دقت وسایل اندازه‌گیری مدرج:** خط‌کش معمولی، دماسنج جیوه‌ای، کولیس معمولی، ریزسنج معمولی و ... ابزارهای اندازه‌گیری مدرج هستند. در این وسایل دقت اندازه‌گیری برابر کمینه درجه‌بندی آن وسیله است. به عنوان نمونه، دقت اندازه‌گیری خط‌کشی که برحسب میلی‌متر درجه‌بندی شده برابر ۱ mm است.

**ب) دقت وسایل اندازه‌گیری دیجیتال:** میزان دقت اندازه‌گیری ابزارهای دیجیتال برابر با کم‌ترین ارزش مکانی<sup>۱</sup> عددی است که نشان می‌دهند. مثلاً اگر مقداری که نمایشگر یک دماسنج دیجیتال نشان می‌دهد،  $۳۷/۴^{\circ}\text{C}$  باشد، کم‌ترین ارزش مکانی این گزارش  $۰/۱$  است؛ پس دقت این ابزار برابر  $۰/۱^{\circ}\text{C}$  است.

**تست:** شکل مقابل، صفحه تندی‌سنج یک خودرو را نشان می‌دهد. دقت این تندی‌سنج چند کیلومتر بر ساعت است؟



(برگرفته از کتاب درسی)

۰/۱ (۱)

۰/۲ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

**پاسخ (۴):** همین‌طور که در شکل می‌بینید، بین  $۱۰۰ \text{ km/h}$  تا  $۱۲۰ \text{ km/h}$  به ۱۰ قسمت یکسان تقسیم شده است، پس کمینه تقسیم‌بندی تندی‌سنج یا همان دقت وسیله برابر می‌شود با:

$$\text{دقت تندی‌سنج} = \frac{۱۲۰ - ۱۰۰}{۱۰} = ۲ \text{ km/h}$$

## پاسخنامه تشریحی

**۷۳- گزینه ۲** با توجه به متن کتاب درسی موارد الف، ب و ث (۳ مورد) نقش مهمی در افزایش دقت اندازه‌گیری دارند.

انتخاب یکاهای کوچک‌تر برای بیان نتیجه اندازه‌گیری تأثیری روی افزایش دقت اندازه‌گیری ندارد. همچنین استفاده از ابزار اندازه‌گیری دیجیتال به جای ابزار مدرج الزاماً باعث افزایش دقت اندازه‌گیری نمی‌شود.

یعنی ممکنه یک خط‌کش مدرج، طول یک جسم رو تا مرتبه mm و یک خط‌کش دیجیتال طول همون جسم رو تا مرتبه cm گزارش کنه که به معنی اینکه خط‌کش مدرج دقیق‌تر از خط‌کش دیجیتاله.

**۷۴- گزینه ۲** درستی یا نادرستی تک‌تک عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست؛ با انتخاب وسایل بسیار دقیق و روش‌های صحیح اندازه‌گیری، تنها می‌توان خطای اندازه‌گیری را کاهش داد، ولی هیچ‌گاه نمی‌توان آن را به صفر رساند.

ب) نادرست؛ دقت اندازه‌گیری یک ابزار رقمی برابر یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار می‌خواند.

پ) درست؛ دقت اندازه‌گیری یک ابزار مدرج برابر با کمینه درجه‌بندی آن ابزار است.

ت) درست؛ مقدار عددی دقت اندازه‌گیری خط‌کش میلی‌متری کمتر از مقدار عددی دقت اندازه‌گیری خط‌کش سانتی‌متری است؛ بنابراین خط‌کش میلی‌متری نسبت به خط‌کش سانتی‌متری دقیق‌تر است. (دقت بیشتری دارد).

۱- ارزش‌های مکانی یکان، دهگان، صدگان و ... است که در ریاضی دبستان یاد گرفتیم.

**۷۵- گزینه ۴** در خطکش (الف)، هر ۱ cm به ۲ قسمت مساوی و در خطکش (ب)، هر ۱ cm به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است؛ بنابراین کمینه درجه‌بندی خطکش‌ها که همان دقت اندازه‌گیری آن‌ها است، برابر است با:

$$\text{دقت اندازه‌گیری خطکش (الف)} = \frac{1 \text{ cm}}{2} = 0.5 \text{ cm} \Rightarrow \text{کمینه درجه‌بندی خطکش (الف)}$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری خطکش (ب)} = \frac{1 \text{ cm}}{10} = 0.1 \text{ cm} = 1 \text{ mm} \Rightarrow \text{کمینه درجه‌بندی خطکش (ب)}$$

**۷۶- گزینه ۴** در صفحه مدرج فشارسنج شکل (الف)، هر قسمت ۵ تایی به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است؛ بنابراین:

$$\text{دقت اندازه‌گیری فشارسنج} = \frac{1}{25} \text{ bar} \Rightarrow \text{کمینه درجه‌بندی فشارسنج} = \frac{5}{4} = 1.25 \text{ bar}$$

دماسنج شکل (ب) به قسمت‌های ۵ تایی (برای مثال ۲۵ تا ۳۰) تقسیم شده است؛ بنابراین:

$$\text{دقت اندازه‌گیری دماسنج} = 5^\circ \text{C} \Rightarrow \text{کمینه درجه‌بندی دماسنج} = 5^\circ \text{C}$$



**۷۷- گزینه ۲** قسمت‌های درجه‌بندی شده صفحه تندیسج بر حسب کیلومتر بر ساعت (km/h) و مایل بر ساعت (mi/h یا mph) را در شکل مقابل نشان داده‌ایم.

با توجه به شکل مقابل، در قسمت km/h، هر ۲۰ km/h به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است؛ بنابراین:

$$\text{دقت اندازه‌گیری تندیسج} = \frac{20 \text{ km/h}}{10} = 2 \text{ km/h} \Rightarrow \text{کمینه درجه‌بندی بر حسب km/h}$$

تست، دقت اندازه‌گیری را بر حسب متر بر ثانیه می‌خواهد. با توجه به این که هر ۱ km/h معادل  $\frac{1}{3.6} \text{ m/s}$  است، داریم:

$$2 \text{ km/h} = 2 \times \frac{1}{3.6} \text{ m/s} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری تندیسج} = \frac{5}{9} \text{ m/s}$$

هم‌چنین در قسمت (mi/h) mph، هر ۲۰ mph به ۲ قسمت مساوی تقسیم شده است؛ بنابراین:

$$\text{دقت اندازه‌گیری تندیسج} = 10 \text{ mph (mi/h)} \Rightarrow \text{کمینه درجه‌بندی بر حسب mph} = \frac{20}{2} = 10 \text{ mph}$$

**۷۸- گزینه ۳** با توجه به شکل، هر ۱۰ mL به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است؛ بنابراین:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 2 \text{ mL} \Rightarrow \text{کمینه درجه‌بندی استوانه شیشه‌ای} = \frac{10}{5} = 2 \text{ mL}$$

حالا مقدار به دست آمده را به کمک تبدیل زنجیره‌ای بر حسب میلی‌متر مکعب به دست می‌آوریم:

$$2 \text{ mL} = 2 \text{ mL} \times \frac{10^{-3} \text{ L}}{1 \text{ mL}} \times \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ L}} \times \frac{10^9 \text{ mm}^3}{1 \text{ m}^3} = 2 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

**۷۹- گزینه ۳** دقت اندازه‌گیری ابزار رقمی (دیجیتال) برابر کم‌ترین ارزش مکانی عدد گزارش شده است؛ بنابراین:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0.01 \text{ A} \Rightarrow \text{کم‌ترین ارزش مکانی: } 0.01 \text{ A}$$

عجله نکنید! تست، دقت اندازه‌گیری را بر حسب میلی‌آمپر می‌خواهد:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 10 \text{ mA} \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = 0.01 \text{ A} \times \frac{10^{-3} \text{ mA}}{1 \text{ A}} = 0.01 \text{ mA}$$

**۸۰- گزینه ۱** شکل صورت تست، مربوط به یک ریزسنج رقمی (دیجیتال) است. دقت اندازه‌گیری ریزسنج رقمی برابر یک واحد از آخرین رقمی است که دستگاه می‌خواند که در واقع همان کم‌ترین ارزش مکانی عدد گزارش شده توسط ریزسنج است.

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0.001 \text{ mm} \Rightarrow \text{کم‌ترین ارزش مکانی: } 0.001 \text{ mm}$$

**۸۱- گزینه ۱** شکل‌های (الف) و (ب) به ترتیب یک ریزسنج و یک کولیس رقمی را نشان می‌دهد.

دقت اندازه‌گیری ریزسنج رقمی برابر یک واحد از آخرین رقمی است که دستگاه می‌خواند که در واقع همان کم‌ترین ارزش مکانی عدد گزارش شده توسط ریزسنج است.

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0.001 \text{ mm} \Rightarrow \text{کم‌ترین ارزش مکانی: } 0.001 \text{ mm}$$

دقت ریزسنج را بر حسب میکرومتر خواسته است، پس به کمک تبدیل یکای زنجیره‌ای آن را به میکرومتر تبدیل می‌کنیم:

$$1 \text{ mm} = 10^3 \mu\text{m} \xrightarrow{\text{را در مخرج می‌گذاریم تا حذف شود}} \frac{10^3 \mu\text{m}}{1 \text{ mm}} = 1$$

$$0.001 \text{ mm} \times \frac{10^3 \mu\text{m}}{1 \text{ mm}} = 1 \mu\text{m}$$

**۸۲- گزینه ۱** هر دو وسیله اندازه‌گیری در این تست، دیجیتال هستند؛ پس با توجه به آن چه که در درس‌نامه یاد گرفتید، دقت اندازه‌گیری خطکش A و B برابر است با:

$$\text{دقت اندازه‌گیری خطکش B} = 0.01 \text{ cm} \quad \text{دقت اندازه‌گیری خطکش A} = 0.001 \text{ cm}$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری خطکش B} = 0.01 \text{ cm} = 0.01 \text{ cm} \times \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = 0.1 \text{ mm}$$

دقت خطکش B بر حسب میلی‌متر فواسته شده:

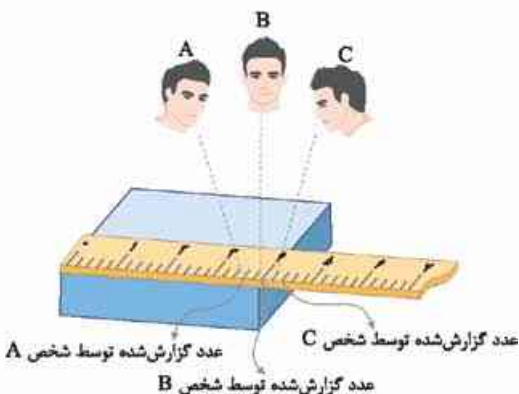
**۸۳- گزینه ۴** دقت اندازه‌گیری ترازوی رقمی (دیجیتال) شکل (الف) برابر با کم‌ترین ارزش مکانی عدد گزارش شده توسط آن است؛ بنابراین:  
 $0.01 \text{ g} \Rightarrow$  دقت اندازه‌گیری ترازو  $= 0.01 \text{ g}$  کم‌ترین ارزش مکانی:  $8/24 \text{ g}$   
 این دقت برحسب یکای SI جرم که کیلوگرم است به صورت مقابل محاسبه می‌شود:  
 $0.01 \text{ g} = 0.01 \text{ g} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} \Rightarrow$  دقت اندازه‌گیری ترازو  $= 10^{-5} \text{ kg}$

**۸۴- گزینه ۴** در صورت سؤال گفته شده که ترازوها دیجیتال اند. پس دقت اندازه‌گیری برابر با کم‌ترین ارزش مکانی در اعداد گزارش شده است. حالا دقت اندازه‌گیری گزینه‌ها را با یکای یکسان به دست می‌آوریم:  
 (۱)  $3/73 \text{ kg} \Rightarrow$  دقت اندازه‌گیری  $= 0.01 \text{ kg} = 0.01 \times 10^3 \text{ g} = 10 \text{ g}$   
 (۲)  $3730 \text{ g} \Rightarrow$  دقت اندازه‌گیری  $= 1 \text{ g}$   
 (۳)  $3/730 \times 10^9 \mu\text{g} \Rightarrow$  دقت اندازه‌گیری  $= 0.001 \times 10^9 \mu\text{g} = 0.001 \times 10^9 \times 10^{-6} \text{ g} = 1 \text{ g}$   
 (۴)  $3/7300 \times 10^6 \text{ mg} \Rightarrow$  دقت اندازه‌گیری  $= 0.0001 \times 10^6 \text{ mg} = 0.0001 \times 10^6 \times 10^{-3} \text{ g} = 0.1 \text{ g}$

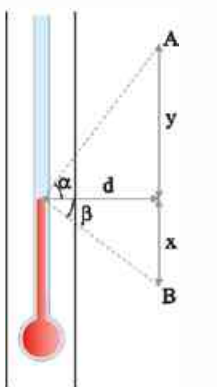
مقدار عددی دقت اندازه‌گیری (۴) از همه کوچک‌تر است؛ پس دقت اندازه‌گیری این وسیله بیشتر است (یعنی این وسیله نسبت به بقیه دقیق‌تر است).  
**حواستون باشه:** هر چه مقدار عددی دقت اندازه‌گیری یک وسیله کوچک‌تر باشه، دقت اندازه‌گیری اون وسیله بیشتره، یعنی اون وسیله دقیق‌تره و برعکس؛ بنابراین:  
 مقدار عددی دقت کوچک‌تر  $\leftarrow$  دقت بیشتر  
 مقدار عددی دقت بزرگ‌تر  $\leftarrow$  دقت کم‌تر  
**۸۵- گزینه ۳** هر چه مقدار عددی دقت اندازه‌گیری ولت‌سنج کوچک‌تر باشد، آن ولت‌سنج دقیق‌تر است. دقت اندازه‌گیری هر یک از ولت‌سنج‌ها را برحسب میلی‌ولت به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

(۱)  $1 \text{ mV} = 0.001 \text{ V}$  دقت اندازه‌گیری ولت‌سنج (۱)  
 (۲)  $1 \text{ mV}$  دقت اندازه‌گیری ولت‌سنج (۲)  
 (۳)  $0.2 \text{ mV}$  دقت اندازه‌گیری ولت‌سنج (۳)  
 مقدار عددی دقت اندازه‌گیری ولت‌سنج (۳) از دو ولت‌سنج دیگر کم‌تر است؛ بنابراین ولت‌سنج (۳) از ولت‌سنج‌های (۱) و (۲) دقیق‌تر است.  
**۸۶- گزینه ۲** در صورت تست گفته شده که دقت اندازه‌گیری این ترازو  $0.1 \text{ g}$  است؛ پس کم‌ترین ارزش مکانی که می‌تواند گزارش کند، تا یک‌دهم اعشار است. صورتی که در (۲) تا یک‌صدم اعشار گزارش شده است.

**حواستون باشه:** صفر بعد از ممیز در فیزیک معنی داره (مثل (۱) و (۲) در همین تست).  
**۸۷- گزینه ۳** در شکل مقابل، خط‌چین‌ها امتداد نگاه اشخاص را نشان می‌دهند. اگر به محل برخورد خط‌چین‌ها و خط‌کش نگاه کنید، متوجه می‌شوید که عددی که شخص B می‌خواند دقیق‌تر از عدد خوانده‌شده توسط دو شخص دیگر است؛ چون امتداد نگاه شخص B تقریباً عمود بر انتهای جسم است. در این حالت شخص C طول جسم را بیشتر از مقدار واقعی و شخص A طول جسم را کم‌تر از مقدار واقعی گزارش می‌کند.  
 همه این توضیحات رو در شکل مقابل نشون دادیم.



**۸۸- گزینه ۳** مطابق شکل، ناظر A از بالا، به مایع درون دماسنج نگاه می‌کند و ناظر B از پایین، درجه روی دماسنج را می‌خواند؛ پس ناظر A چون از بالا عدد را می‌خواند، مقدار بیشتر ( $30/7^\circ\text{C}$ ) را گزارش می‌کند.  
**حواستون باشه:** در صورت سؤال گفته شده که  $y > x$  است؛ بنابراین:  
 $y > x \Rightarrow \alpha > \beta$   
 زاویه  $\beta$  کوچک‌تر از زاویه  $\alpha$  است و ناظر B به خط دید عمود (خط d) نزدیک‌تر است، پس مقدار دقیق‌تری را گزارش می‌کند. (اگر بخواهیم مقدار دقیق را گزارش کنیم، باید خط نگاهمان عمود بر راستای دماسنج باشد).



**۸۹- گزینه ۲** برای این‌که نتیجه این اندازه‌گیری را محاسبه کنیم، باید میانگین عددهای گزارش شده را به دست آوریم. ولی با نگاه به جدول صورت سؤال متوجه می‌شویم که گزارش‌های شماره ۲ و ۵ با بقیه اختلاف زیادی دارند و خیلی پرت‌اند؛ پس آن‌ها را از میانگین‌گیری حذف می‌کنیم و میانگین بقیه را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{132 + 130 + 129 + 131 + 130 + 132 + 131 + 133}{8} = 131 \text{ km/h}$$



پاسخ ۱۰۰شو و آزمون بخش ۱ را با اسکن QRcode مقابل، از سایت خیلی‌سبز دانلود کنید.

## بخش ۲ چگالی

### درس ۶: چگالی

چگالی نه جرم است و نه حجم! بلکه **چگالی، نسبت جرم به حجم** است. اگر چوب (با هر جرمی) بر روی آب شناور می‌ماند، دلیلش این است که «نسبت جرم به حجم» چوب از «نسبت جرم به حجم» آب کم‌تر است و اگر سکه مسی در آب فرو می‌رود و ته‌نشین می‌شود، دلیلش این است که «نسبت جرم به حجم» مس از «نسبت جرم به حجم» آب بیشتر است.

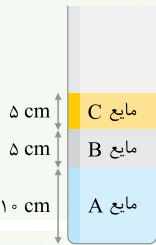
**تست:** در شکل روبه‌رو نسبت حجم به جرم کدام مایع بیشتر است؟

A (۱)

B (۲)

C (۳)

(۴) بستگی به جرم مایع‌ها دارد.



$$\frac{m_A}{V_A} > \frac{m_B}{V_B} > \frac{m_C}{V_C}$$

$$\frac{V_A}{m_A} < \frac{V_B}{m_B} < \frac{V_C}{m_C}$$

**پاسخ ۳** مایعی که نسبت جرم به حجم آن بیشتر است، پایین‌تر قرار می‌گیرد؛ پس داریم:

**پاسخ ۴** دقت کنید که صورت سؤال بیشترین نسبت حجم به جرم یعنی  $(\frac{V}{m})$  را خواسته است، پس داریم:

### تعریف و فرمول چگالی

همان‌طور که گفتیم، **چگالی** «نسبت جرم به حجم» است و یکای آن در SI، کیلوگرم بر متر مکعب  $(\text{kg/m}^3)$  است.

جرم (برحسب kg)

$$\rho = \frac{m}{V}$$

چگالی (برحسب  $\text{kg/m}^3$ )      حجم (برحسب  $\text{m}^3$ )

**یکاهای دیگر چگالی** گرم بر سانتی‌متر مکعب  $(\text{g/cm}^3)$  و گرم بر لیتر  $(\text{g/L})$  یکاهای دیگری از چگالی هستند که ما با روش زنجیره‌ای، تبدیل این یکاها به هم را آورده‌ایم، ولی بهتر است شما این تبدیل یکاها را (بدون روش زنجیره‌ای) حفظ باشید:

$$(1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}, \quad 1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3, \quad 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L})$$

$$1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

**الف) تبدیل یکای چگالی از  $\text{g/cm}^3$  به  $\text{kg/m}^3$  و برعکس:**

(یعنی هر وقت خواستید چگالی را از  $\text{g/cm}^3$  به  $\text{kg/m}^3$  تبدیل کنید، مقدار داده‌شده برحسب  $\text{g/cm}^3$  را در ۱۰۰۰ ضرب کنید. مثلاً  $13/6 \text{ g/cm}^3$  معادل  $13600 \text{ kg/m}^3$  است و هر وقت خواستید  $\text{kg/m}^3$  را به  $\text{g/cm}^3$  تبدیل کنید، چگالی داده‌شده را بر ۱۰۰۰ تقسیم کنید.)

$$1 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 1 \text{ kg/m}^3$$

**ب) تبدیل یکای چگالی از  $\text{g/L}$  به  $\text{kg/m}^3$  و برعکس:**

(پس  $\text{g/L}$  معادل  $\text{kg/m}^3$  است؛ مثلاً  $13600 \text{ g/L}$  معادل  $13600 \text{ kg/m}^3$  است.)

**تست:** چگالی آهن  $7800 \text{ kg/m}^3$  است. حجم  $273 \text{ g}$  آهن چند سانتی‌متر مکعب است؟

۳۵۰ (۴)

۱۷۵ (۳)

۳۵ (۲)

۱۷/۵ (۱)

**پاسخ ۲** صورت سؤال جرم را برحسب گرم داده و حجم را برحسب سانتی‌متر مکعب می‌خواهد. پس بهتر است اول یکای چگالی را به گرم بر سانتی‌متر مکعب

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3 = \frac{7800}{1000} \text{ g/cm}^3 = 7.8 \text{ g/cm}^3$$

تبدیل کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 7.8 = \frac{273}{V} \Rightarrow V = \frac{273}{7.8} = 35 \text{ cm}^3$$

**پاسخ ۳** با رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$ ، حجم آهن را به دست می‌آوریم:

**تست:** چگالی جیوه در SI، ۱۳۶۰۰ واحد است. چگالی جیوه برحسب میلی‌گرم بر میلی‌لیتر کدام است؟

(۱) ۱۳۶۰۰

(۲) ۱۳/۶

(۳)  $۱۳/۶ \times ۱۰^۶$

(۴) ۰/۱۳۶

**پاسخ:** ۱ می‌دانیم چگالی جیوه در SI کیلوگرم بر متر مکعب است، پس برای رسیدن به یکای میلی‌گرم بر میلی‌لیتر ابتدا کسرهای تبدیل مورد نیاز را

می‌نویسیم:

$$۱ \text{ kg} = ۱۰^۶ \text{ mg} \Rightarrow \frac{۱۰^۶ \text{ mg}}{۱ \text{ kg}} = ۱, \quad ۱ \text{ m}^3 = ۱۰^۳ \text{ L} = ۱۰^۳ \times ۱۰^۳ \text{ mL} \Rightarrow \frac{۱ \text{ m}^3}{۱۰^۶ \text{ mL}} = ۱$$

**تذکره:** حالا به روش زنجیره‌ای تبدیل یکا می‌کنیم:

$$۱۳۶۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{۱۰^۶ \text{ mg}}{۱ \text{ kg}} \times \frac{۱ \text{ m}^3}{۱۰^۶ \text{ mL}} = ۱۳۶۰۰ \text{ mg/mL}$$

**تیزبازی:** اگر میلی را از صورت و مخرج ساده کنیم،  $\text{mg/mL}$  ساده کنیم،  $\text{g/L}$  می‌ماند که معادل  $\text{kg/m}^3$  است؛ پس بدون محاسبه هم می‌توانستیم بگوییم درست است. ۱

**حواستون باشه:** همان‌طور که در اول همین بحث گفتیم، چگالی یک ماده در دمای معین، نه به جرم آن بستگی دارد و نه به حجم آن. مثلاً چگالی

$۱ \text{ m}^3$  آهن  $۲۰^\circ \text{C}$  برابر با چگالی  $۴۰۰۰۰۰ \text{ kg}$  آهن  $۲۰^\circ \text{C}$  است. در واقع چگالی آهن  $۲۰^\circ \text{C}$ ، چگالی آهن  $۲۰^\circ \text{C}$  است؛ چه جرمش  $m$  باشد چه  $m'$  و چه حجمش  $V$  باشد چه  $V'$ .

**نکته:** اگر دمای جسم تغییر کند، حجم آن تغییر می‌کند؛ ولی جرمش ثابت می‌ماند و در نتیجه چگالی به نسبت واریون حجم تغییر می‌کند.

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[\text{جرم ثابت می‌ماند}]{\text{اگر دما تغییر کند}} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

**تست:** در اثر افزایش دمای یک قطعه فلز آسیمی، حجم آن  $\frac{۴۵}{۴۴}$  برابر می‌شود. اگر چگالی اولیه آن  $۲۲/۵ \times ۱۰^۳ \text{ kg/m}^3$  باشد، چگالی نهایی آن چند

گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

(۱)  $۲۲ \times ۱۰^۳$

(۲) ۲۲

(۳)  $۲۳ \times ۱۰^۳$

(۴) ۲۳

**پاسخ:** ۲ در این جا جرم ثابت است و حجم  $\frac{۴۵}{۴۴}$  برابر شده است، یعنی:

پس داریم:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{\frac{۴۵}{۴۴} V_1} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{۴۴}{۴۵} \Rightarrow \rho_2 = \frac{۴۴}{۴۵} \times ۲۲/۵ \times ۱۰^۳ = ۲۲ \times ۱۰^۳ \text{ kg/m}^3 = \frac{۲۲ \times ۱۰^۳}{۱۰^۳} \text{ g/cm}^3 = ۲۲ \text{ g/cm}^3$$

**تیزبازی:** جرم ثابت و حجم افزایش یافته است، پس چگالی کم می‌شود. از طرفی چگالی را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب خواسته؛ پس در گزینه‌ها باید به دنبال یک عدد کوچک‌تر از  $۲۲/۵$  باشیم.

**حجم‌هایی که باید بلد باشیم** خیلی وقت‌ها برای محاسبه چگالی، نیاز به محاسبه حجم یک جسم داریم. برای همین باید فرمول‌های محاسبه

حجم‌های معروف را بدانیم:

| نام حجم | شکل | فرمول محاسبه حجم         | نام حجم        | شکل | فرمول محاسبه حجم                |
|---------|-----|--------------------------|----------------|-----|---------------------------------|
| منشور   |     | $V = Ah$<br>مساحت قاعده  | مکعب           |     | $V = a^3$                       |
| استوانه |     | $V = \pi r^2 h$          | استوانه توخالی |     | $V = \pi(R^2 - r^2)h$           |
| کره     |     | $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ | کره توخالی     |     | $V = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$ |



| نام حجم     | شکل | فرمول محاسبه حجم                     | نام حجم | شکل | فرمول محاسبه حجم            |
|-------------|-----|--------------------------------------|---------|-----|-----------------------------|
| مکعب مستطیل |     | $V = abc$                            | مخروط   |     | $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ |
| هرم         |     | $V = \frac{1}{3} A h$<br>مساحت قاعده |         |     |                             |

**تست:** چگالی مخروطی که قطر قاعده آن ۴ cm و ارتفاع آن ۱۰ cm و جرم آن ۳۰۰ g است، در SI کدام است؟ ( $\pi = 3$ )

۷۵۰۰ (۴)

۵۰۰۰ (۳)

۷/۵ (۲)

۵ (۱)

**پاسخ ۴:** ابتدا حجم مخروط را حساب می‌کنیم:

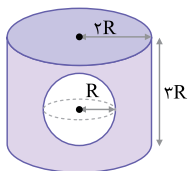
$$r = \frac{d}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3 \times (2)^2 \times 10 = 40 \text{ cm}^3$$

**کام ۳:** حالا می‌توانیم چگالی مخروط را حساب کنیم. فقط باید حواسمان باشد که یکای چگالی در SI، کیلوگرم بر متر مکعب است.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{300}{40} = 7.5 \text{ g/cm}^3 = 7500 \text{ kg/m}^3$$

در تست زیر باید هم حجم استوانه و هم حجم کره را بدانید:



**تست:** مطابق شکل درون یک استوانه فلزی یک حفره کروی وجود دارد. اگر چگالی فلز  $8 \text{ g/cm}^3$  و جرم فلز به کاررفته

در این استوانه ۲۵۶ kg باشد، R چند سانتی‌متر است؟ ( $\pi = 3$ )

۱۰ (۲)

۰/۱ (۱)

۲۰ (۴)

۰/۲ (۳)

**پاسخ ۲:** ابتدا حجم فلز به کاررفته در استوانه را برحسب R می‌نویسیم:

$$V = \text{حجم استوانه} - \text{حجم کره} = \pi(2R)^2 \times 3R - \frac{4}{3} \pi R^3 = 12\pi R^3 - \frac{4}{3} \pi R^3 \xrightarrow{\pi=3} V = 36R^3 - 4R^3 = 32R^3$$

**کام ۳:** حالا مقدارهایی را که داریم، در رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  می‌گذاریم (چون R برحسب سانتی‌متر خواسته شده، چگالی را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب و جرم را

$$8 = \frac{256 \times 10^3}{32R^3} \Rightarrow R^3 = 10^3 \Rightarrow R = 10 \text{ cm}$$

برحسب گرم در رابطه می‌گذاریم).

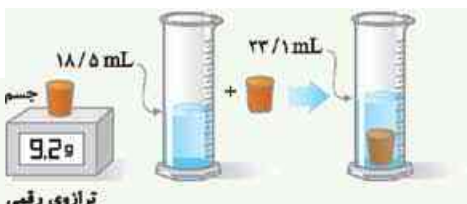
**محاسبه چگالی اجسامی که شکل مشخصی ندارند:**

برای محاسبه چگالی اجسامی که شکل مشخصی ندارند از روش زیر استفاده می‌کنیم:

۱ درون یک استوانه مدرج مقدار معینی مایع (مثلاً آب) می‌ریزیم.

۲ جسم مورد نظر را درون مایع فرو می‌بریم.

۳ تغییر حجم مایع درون استوانه را اندازه می‌گیریم. حجم جسم مورد نظر برابر این تغییر حجم است.



**تست:** با توجه به شکل روبه‌رو، چگالی جسم چند گرم بر میلی‌متر مکعب است؟

(برگرفته از کتاب درسی)

$5 \times 10^{-3}$  (۱)

$5 \times 10^{-3}$  (۲)

$2 \times 10^{-3}$  (۳)

$2 \times 10^{-3}$  (۴)

**پاسخ ۳:** با ورود جسم، حجم مایع درون استوانه به اندازه حجم جسم تغییر می‌کند.

**کام ۳:** حالا باید یک تبدیل یکای زنجیره‌ای انجام دهیم، اما قبل از این تبدیل باید بدانیم که  $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3 = 10^3 \text{ mm}^3$  است.

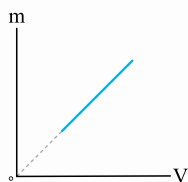
$$V_{\text{جسم}} = 23.1 - 18.5 = 4.6 \text{ mL}$$

$$V_{\text{جسم}} = 4.6 \text{ mL} \times \frac{10^3 \text{ mm}^3}{1 \text{ mL}} = 4.6 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{9.2}{4.6 \times 10^3} = 2 \times 10^{-3} \text{ g/mm}^3$$

**کام ۳:** حالا چگالی را برحسب گرم بر میلی‌متر مکعب حساب می‌کنیم:

## بررسی نمودار جرم برحسب حجم یک ماده در دمای معین



می‌دانید که چگالی یک ماده در دمای معین ثابت است. حالا اگر رابطه چگالی را به صورت  $m = \rho V$  بنویسیم، می‌بینیم که با یک معادله درجه یک (مثل  $y = ax + b$ ) طرف هستیم؛ پس مطابق شکل، نمودار این معادله یک خط راست با ویژگی‌های زیر است:

$$y = ax + b$$

$$m = \rho V + 0$$

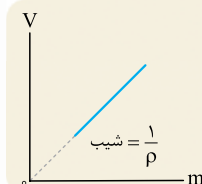
$$m = \rho V + 0$$

$$\text{شیب} = \rho$$

۱ امتداد نمودار از مبدأ می‌گذرد، چون در این رابطه  $b = 0$  است:

۲ شیب این نمودار برابر چگالی است:

پس هر چه شیب این نمودار بیشتر باشد، چگالی بیشتر است.

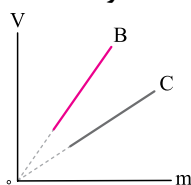
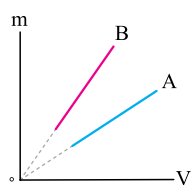


**نکته:** رابطه حجم برحسب جرم به صورت  $V = \frac{1}{\rho} m$  است. پس همانند شکل مقابل نمودار  $V$  برحسب  $m$  هم یک

خط راست است که شیب آن برابر وارون چگالی ( $\frac{1}{\rho}$ ) است:

پس هر چه شیب این نمودار بیشتر باشد، چگالی کمتر است.

**تست:** با توجه به نمودارهای داده‌شده برای سه ماده A، B و C کدام مقایسه در مورد چگالی سه ماده درست است؟



$$\rho_C > \rho_B > \rho_A \quad (1)$$

$$\rho_A > \rho_B > \rho_C \quad (2)$$

$$\rho_B > \rho_C, \rho_B > \rho_A \quad (3)$$

$$\rho_B < \rho_C, \rho_B < \rho_A \quad (4)$$

**پاسخ ۱:** شکل سمت چپ، نمودار  $m$  برحسب  $V$  است؛ یعنی معادله آن  $m = \rho V$  بوده و شیب این نمودار برابر  $\rho$  است؛ پس با توجه به این که شیب  $B > \rho_A$  از شیب A بیشتر است، داریم:

**پاسخ ۲:** شکل سمت راست، نمودار  $V$  برحسب  $m$  است و معادله آن را به صورت  $V = \frac{1}{\rho} m$  می‌نویسیم؛ یعنی شیب این نمودار برابر وارون چگالی ( $\frac{1}{\rho}$ ) است، پس هر چه شیب کم‌تر باشد، چگالی بیشتر است. یعنی:

با توجه به گام اول و گام دوم داریم:

## نسبت در مسائل چگالی

هرگاه فرمول فیزیکی هست، مسائل نسبتی هم هست. با توجه به نسبت‌های بین  $\rho$ ،  $m$  و  $V$  در فرمول  $\rho = \frac{m}{V}$  می‌توانیم این نسبت را بنویسیم:  $\rho$  با  $m$  رابطه مستقیم و با  $V$  رابطه وارون دارد.

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

**تست:** چگالی جسم A،  $\frac{1}{8}$  برابر چگالی جسم B است. اگر حجم  $400 \text{ g}$  از جسم B،  $900 \text{ cm}^3$  باشد، حجم  $100 \text{ g}$  از جسم A چند سانتی‌متر مکعب است؟

$$250 \quad (4)$$

$$200 \quad (3)$$

$$125 \quad (2)$$

$$100 \quad (1)$$

**پاسخ ۲:** کافی است رابطه نسبت چگالی دو جسم را بنویسیم و مسئله را حل کنیم.

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{100}{400} \times \frac{900}{V_A} \Rightarrow V_A = \frac{900}{4 \times 1/8} = 125 \text{ cm}^3$$

## چگالی اجسام حفره‌دار

اگر جسمی حفره داشته باشد، حجم ماده به کاررفته در آن از حجم خود جسم کوچک‌تر است. در این حالت می‌توانیم دوتا چگالی حساب کنیم:

$$\rho_{\text{ماده سازنده}} = \frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{ماده سازنده}}}$$

**(الف) چگالی ماده سازنده جسم:** برای محاسبه چگالی ماده سازنده جسم، باید حجم ماده سازنده را داشته باشیم:

(البته خیلی وقت‌ها جرم جسم و چگالی ماده سازنده جسم را می‌دهند و ما باید حجم ماده را حساب کنیم.)

**(ب) چگالی جسم:** وقتی می‌گوییم چگالی جسم، منظورمان این است که برای محاسبه چگالی باید حجم کل جسم (یعنی حجم ماده سازنده + حجم حفره‌ها) را در نظر بگیریم:

$$\rho_{\text{جسم}} = \frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{کل}}}$$

**نتیجه:** اگر درون یک جسم فضاهای خالی وجود داشته باشد، چگالی جسم از چگالی ماده به کاررفته در آن کم‌تر است؛ مثلاً یک توپ توخالی آهنی ممکن است روی آب شناور بماند، ولی اگر همان توپ را به صورت یک گلوله توپر دربیاوریم، دیگر در سطح آب شناور نمی‌ماند.

**تست:** یک کره توخالی از فلزی با چگالی  $5000 \text{ kg/m}^3$  ساخته شده است. اگر چگالی کره  $1000 \text{ kg/m}^3$  باشد، حجم فضای خالی چند برابر حجم فلز به کاررفته در آن است؟

۱) ۵      ۲) ۴      ۳) ۰/۲۵      ۴) ۰/۲

**پاسخ:** نکته مهم این است که جرم کره برابر جرم فلز سازنده کره است؛ پس داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{\text{کره}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{کره}}} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{V_{\text{فلز}}}{V_{\text{کره}}} \Rightarrow \frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{\rho_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{کره}}} = \frac{5000}{1000} = 5 \\ \rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \end{array} \right.$$

نسبت حجم فضای خالی به حجم فلز را می‌خواهیم:

$$\frac{V_{\text{فضای خالی}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{V_{\text{کره}} - V_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} = \frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{فلز}}} - 1 = 5 - 1 = 4$$

بد نیست یک تست کمی سخت‌تر هم از این موضوع ببینیم:

**تست:** چگالی یک اسفنج خشک  $2 \text{ g/cm}^3$  و چگالی همان اسفنج وقتی آن را کاملاً با آب خیس می‌کنیم،  $9 \text{ g/cm}^3$  است. چند درصد از حجم این اسفنج در حالت خشک، فضای خالی است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ )

۱) ۶۰      ۲) ۷۰      ۳) ۸۰      ۴) ۹۰

**پاسخ:** کلید حل این مسئله در این است که بدانیم وقتی اسفنج خیس است، آب فضای خالی درون اسفنج را پر می‌کند؛ پس حجم آب درون اسفنج خیس برابر حجم فضای خالی اسفنج خشک است:

$$V_{\text{آب}} = V_{\text{فضای خالی}} = V'$$

حجم کل اسفنج را برابر  $V$  در نظر می‌گیریم:

موضوع دیگری که باید به آن توجه کنیم، این است که منظور از چگالی اسفنج خشک، چگالی جسم با در نظر گرفتن فضاهای خالی آن است (و نه چگالی ماده سازنده آن)؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\text{اسفنج خشک}} = \rho_{\text{اسفنج خشک}} \times V \\ m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} \times V' \end{array} \right. \Rightarrow m_{\text{اسفنج خیس}} = m_{\text{اسفنج خشک}} + m_{\text{آب}} = \rho_{\text{اسفنج خشک}} V + \rho_{\text{آب}} V'$$

حالا اگر فرمول چگالی را برای اسفنج خیس بنویسیم، به جواب می‌رسیم:

$$\rho_{\text{اسفنج خیس}} = \frac{m_{\text{اسفنج خیس}}}{V} = \frac{\rho_{\text{اسفنج خشک}} V + \rho_{\text{آب}} V'}{V}$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{2V + 1V'}{V} \Rightarrow 9V = 2V + V' \Rightarrow V' = 7V \Rightarrow \frac{V'}{V} = 7$$

یعنی ۷۰ درصد حجم اسفنج خشک، فضای خالی است.

## چگالی مخلوط (آلیاژ)

هر وقت چند مایع را به نسبت‌های مختلف با هم مخلوط کنیم، باید بتوانیم چگالی مخلوط حاصل را حساب کنیم. این‌جا هم از همان رابطه اصلی چگالی (یعنی  $\rho = \frac{m}{V}$ ) استفاده می‌کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\text{مجموع جرم‌های مواد درون مخلوط}}{\text{حجم نهایی مخلوط}}$$

فقط شما باید بدانید که برای محاسبه چگالی مخلوط در این رابطه،  $m$  و  $V$  دقیقاً چیست:

در بیشتر مسائل گفته می‌شود که در اثر مخلوط‌شدن حجم مواد تغییر نمی‌کند؛ یعنی حجم نهایی مخلوط برابر مجموع حجم مواد به کاررفته در مخلوط است، پس در این شرایط می‌توانیم بنویسیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\text{مجموع جرم‌های مواد درون مخلوط}}{\text{مجموع حجم‌های مواد درون مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

**چند نکته:** ۱) آلیاژهای فلزی هم یک‌جور مخلوط‌اند، پس از فرمول بالا برای محاسبه چگالی آلیاژ هم می‌توانید استفاده کنید.

۲) فرمول چگالی مخلوط را براساس داده‌های مسئله مرتب می‌کنیم. در این صورت دو حالت ممکن است پیش بیاید:

**الف)** جرم مواد داده نشود، اما چگالی و حجم آن‌ها داده شود؛ در این صورت در فرمول به جای  $m$  معادله‌اش (یعنی  $\rho V$ ) را قرار می‌دهیم؛ یعنی این‌طور:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

**ب)** حجم مواد داده نشود، اما چگالی و جرم آن‌ها را بدهند؛ در این صورت در فرمول به جای  $V$  معادله‌اش (یعنی  $\frac{m}{\rho}$ ) را جایگزین می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3} + \dots}$$

باز هم تأکید و تکرار می‌کنیم که این فرمول‌ها چیز خاصی نیستند، همون فرمول  $\rho = \frac{m}{V}$  فودمونه که به پای  $m$ ، پر  $m$  کل و به پای  $V$ ، هم  $m$  کل رو گذاشتیم.

**تست:**  $500 \text{ cm}^3$  آب را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی  $1/2 \text{ g/cm}^3$  مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط  $1/1 \text{ g/cm}^3$  شود؟ (چگالی آب  $1 \text{ g/cm}^3$  است.)

(۴) ۷۵۰

(۳) ۵۰۰

(۲) ۳۰۰

(۱) ۲۵۰

**پاسخ ۳:** با توجه به نکته‌های بیان‌شده، چگالی مخلوط برابر با  $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$  است، بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 1/1 = \frac{(1 \times 500) + 1/2 \times V_2}{500 + V_2} \Rightarrow 550 + 1/2 V_2 = 500 + 1/2 V_2 \Rightarrow 550 - 500 = 1/2 V_2 - 1/2 V_2 \Rightarrow 0 = 0$$

$$\Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow V_2 = 500 \text{ cm}^3$$

**تست:**  $3 \text{ L}$  آب به جرم حجمی  $1 \text{ kg/L}$  با  $2 \text{ L}$  مایع به جرم حجمی  $1/5 \text{ kg/L}$  مخلوط می‌شود. هرگاه تغییر حجم صورت نگیرد، جرم حجمی مخلوط برحسب کیلوگرم بر لیتر برابر است با:

(۴) ۱/۴

(۳) ۱/۳

(۲) ۱/۲۵۰

(۱) ۱/۲

**پاسخ ۱:** چگالی مخلوطی که تغییر حجم ندارد، از رابطه  $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$  به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{1 \times 3 + 1/5 \times 2}{3 + 2} = \frac{3 + 2}{5} = \frac{5}{5} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 1/2 \text{ kg/L}$$

## تغییر حجم آب و یخ

چگالی آب خالص در دمای  $0^\circ \text{C}$  برابر  $1000 \text{ kg/m}^3$  و چگالی یخ در همین دما برابر  $917 \text{ kg/m}^3$  است (که البته در تستای کنکور برای راحتی در محاسبه، چگالی یخ  $900 \text{ kg/m}^3$  می‌دان!). بنابراین با ذوب یخ یا انجماد آب، بدون آن که جرم تغییر کند، حجم آن تغییر می‌کند. از این که ما هم‌زمان می‌توانیم آب و یخ  $0^\circ \text{C}$  داشته باشیم، می‌شود مسائل خوبی طرح کرد، مثلاً این که در اثر ذوب یخ، حجم آن چه تغییری می‌کند. برای حل این مسائل:

۱ فرمول چگالی  $\rho = \frac{m}{V}$  را برحسب  $V$  مرتب کنید:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

۲ جرم یخ یا آب در اثر تغییر حالت تغییر نمی‌کند، پس تغییر حجم در اثر ذوب‌شدن برابر است با:

$$V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = m \left( \frac{1}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{1}{\rho_{\text{یخ}}} \right)$$

**تست:** در مخلوطی از آب و یخ،  $27 \text{ g}$  یخ ذوب می‌شود. حجم مخلوط چگونه تغییر می‌کند؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \text{ g/cm}^3$ )

(۱)  $3 \text{ cm}^3$  افزایش می‌یابد. (۲)  $3 \text{ cm}^3$  کاهش می‌یابد. (۳)  $1 \text{ cm}^3$  افزایش می‌یابد. (۴)  $1 \text{ cm}^3$  کاهش می‌یابد.

**پاسخ ۲:** فرمول چگالی را به صورت  $V = \frac{m}{\rho}$  می‌نویسیم تا بتوانیم تغییر حجم را محاسبه کنیم.

$$V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} - \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{27}{1} - \frac{27}{0.9} = 27 - 30 = -3 \text{ cm}^3$$

پس  $3 \text{ cm}^3$  حجم مخلوط تغییر کرده و منفی‌شدن پاسخ، نشان می‌دهد که حجم مخلوط در اثر ذوب یخ کم شده است.

## پاسخنامه تشریحی

**۱۰۴- گزینه ۳:** به بررسی درستی یا نادرستی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

(الف) نادرست؛ چگالی یک ماده برابر با نسبت جرم به حجم آن ماده است.

(ب) نادرست؛ یک جسم می‌تواند سنگین‌تر از جسم دیگر باشد، اما چگالی کم‌تری داشته باشد. چگالی علاوه بر جرم به میزان حجم جسم هم بستگی دارد.

(پ) درست؛ چگالی آب حدود  $1000 \text{ kg/m}^3$  و چگالی بنزین حدود  $680 \text{ kg/m}^3$  است، به همین دلیل اگر روی بنزین شعله‌ور، آب بریزیم، بنزین به دلیل چگالی کم‌تر روی آب قرار گرفته و ارتباط بنزین شعله‌ور (آتش) با هوا قطع نمی‌شود؛ بنابراین این کار کمکی به خاموش‌شدن آتش نکرده و حتی ممکن است باعث شعله‌ورتر شدن آتش نیز شود.

(ت) نادرست؛ لزوماً این‌طور نیست! برای اجسام همگن جامد در شرایط ثابت، هر چه حجم یک جسم کم‌تر شود، به همان نسبت جرم آن هم کاهش می‌یابد، پس چگالی در این حالت ثابت می‌ماند. در گازها بسته به شرایط ممکن است با کاهش حجم هر حالتی رخ دهد.

**۱۰۵- گزینه ۲:** وقتی جسمی را درون مایعی می‌اندازیم، برای این که بفهمیم که آیا جسم درون مایع فرو می‌رود یا روی سطح آن شناور می‌ماند، باید به چگالی جسم و مایع توجه کنیم:

حالت اول: اگر چگالی جسم کم‌تر از چگالی مایع باشد، جسم روی سطح مایع شناور می‌ماند.

حالت دوم: اگر چگالی جسم برابر با چگالی مایع باشد، جسم درون مایع غوطه‌ور می‌ماند.

حالت سوم: اگر چگالی جسم بیشتر از چگالی مایع باشد، جسم درون مایع ته‌نشین می‌شود.

در این تست بخش عمده پرتقال بدون پوست را آب تشکیل می‌دهد و همین موضوع باعث می‌شود چگالی آن تقریباً با چگالی آب برابر بوده و با انداختن آن درون ظرف (ب)، پرتقال در آب فرو رود و درون آن غوطه‌ور شود. از طرفی درون پوست منافذ هوای زیادی وجود دارد. چگالی هوا کم است و همین موضوع باعث می‌شود که چگالی پرتقال با پوست کم‌تر از چگالی پرتقال بدون پوست (و هم‌چنین کم‌تر از چگالی آب) بوده و با انداختن آن درون ظرف (الف)، روی سطح آب شناور بماند.

**۱۰۶- گزینه ۳** *یه تست فیلی راحت! کافیه از تبدیل زنجیره‌ای استفاده کنیم:*

$$0.01 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} = 0.01 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} \times \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mm}^3}{10^{-3} \text{ cm}^3} = 0.01 \text{ kg/cm}^3$$

**۱۰۷- گزینه ۳** در ابتدا باید این نکته را یادآوری کنیم که هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰ لیتر و هر لیتر برابر ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است.

**بررسی گزینه‌ها:**

(۱)  $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^2 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 2 \times 10^2 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 2 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$  ✗

(۲)  $3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^2 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 3 \times 10^{-2} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 3 \times 10^{-2} \text{ kg/L}$  ✗

(۳)  $2 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \times \frac{10^2 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  ✓

(۴)  $3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^2 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 3 \times 10^{-2} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 3 \times 10^{-2} \text{ kg/L}$  ✗

**۱۰۸- گزینه ۴** جرم ویتامین برابر اختلاف جرم سرنگ در حالت پر و خالی است؛ پس داریم:

$$\rho_{\text{vit}} = \frac{m_{\text{vit}}}{V_{\text{vit}}} \rightarrow \rho_{\text{vit}} = \frac{m_{\text{vit}}}{V_{\text{vit}} = \Delta V = \Delta \times 10^{-3} \text{ L}} \rightarrow \rho_{\text{vit}} = \frac{4 \text{ g}}{\Delta \times 10^{-3} \text{ L}} = 400 \text{ g/L}$$

چگالی ویتامین به صورت روبه‌رو به دست می‌آید:

**۱۰۹- گزینه ۱** جرم را به گرم تبدیل می‌کنیم و سپس به کمک رابطه چگالی، حجم را برحسب سانتی‌متر مکعب به دست می‌آوریم:

$$m = \Delta / 25 \text{ kg} \xrightarrow{1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g}} m = 5250 \text{ g}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{5250}{1/0.5} = 5000 \text{ cm}^3$$

$$V = \Delta \times 10^3 \text{ cm}^3 \times \frac{10^{-6} \text{ m}^3}{1 \text{ cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = \Delta \text{ L}$$

حجم این مقدار خون برحسب لیتر (L) خواسته شده، پس دوباره باید تبدیل یکا انجام دهیم:

**۱۱۰- گزینه ۴** برای محاسبه چگالی این محلول برحسب g/L باید جرم را برحسب گرم و حجم را برحسب لیتر داشته باشیم. پس ابتدا حجم محلول را به

$$V = 50 \text{ cm}^3 = 50 \times 10^{-3} \text{ L} = 5 \times 10^{-2} \text{ L}$$

لیتر تبدیل می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{60}{5 \times 10^{-2}} = 12 \times 10^2 = 1200 \text{ g/L}$$

حالا چگالی محلول را به دست می‌آوریم:

**نکته:** یکاهای  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  و  $\frac{\text{g}}{\text{L}}$  معادل یکدیگرند:

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

$$\rho = 1200 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

بنابراین:

**۱۱۱- گزینه ۴** ابتدا چگالی مایع را برحسب  $\text{kg/m}^3$  می‌نویسیم:

$$\rho = 1/2 \times 10^{-2} \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mm}^3}{10^{-9} \text{ m}^3} = 1200 \text{ kg/m}^3$$

$$V = 20 \text{ L} = 20 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

حجم مایع را به متر مکعب تبدیل می‌کنیم: (هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰ لیتر است.)

$$m = \rho V = 1200 \times 2 \times 10^{-2} = 24 \text{ kg}$$

حالا از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  جرم مایع را حساب می‌کنیم:

**۱۱۲- گزینه ۳** حجم ماده تشکیل‌دهنده ستاره‌های کوتوله سفید همان حجم قوطی کبریت است؛ پس:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m=2000 \text{ kg}=2 \times 10^6 \text{ g}} \rho = \frac{2 \times 10^6}{20} = 10^5 \text{ g/cm}^3$$

حالا به کمک رابطه چگالی می‌توان نوشت:

**۱۱۳- گزینه ۴** ابتدا حجم این مقدار باران را به دست می‌آوریم. ارتفاع آن ۴۰ mm و مساحت آن ۲۵۰۰  $\text{km}^2$  است:

$$d = 40 \text{ mm} = 40 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad A = 2500 \text{ km}^2 = 2500 \times 10^6 \text{ m}^2 \Rightarrow V = Ad = 25 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-2} = 100 \times 10^6 = 10^8 \text{ m}^3$$

$$m = \rho V = 10^3 \times 10^8 = 10^{11} \text{ kg}$$

حالا از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  جرم آن را حساب می‌کنیم:



**۱۱۴- گزینه ۴** ابتدا حجم اتاق را به دست آورده و سپس به کمک رابطه چگالی، جرم هوای موجود در اتاق را به دست می‌آوریم:  $V = 3 \times 4 \times 5 = 60 \text{ m}^3$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 1/25 \times 60 = 75 \text{ kg}$$

**کام** امیدواریم عجله نکرده باشیم و (۲) رو نزرده باشیم. تست، وزن هوای موجود در اتاق رو می‌فوار!

بنابراین:

$$W = mg = 75 \times 10 = 750 \text{ N}$$

$$V = (5 \times 10^{-2})^3 = 125 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

**۱۱۵- گزینه ۳** ابتدا حجم مکعب را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V = 8 \times 10^3 \times 125 \times 10^{-6} = 10^3 \times 10^{-3} = 1 \text{ kg}$$

**کام** حالا از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  جرم این مکعب را حساب می‌کنیم:

**۱۱۶- گزینه ۲** حجم مایع درون استوانه همان حجم استوانه است، پس حجم استوانه را به دست می‌آوریم:

$$V = 5000 \times 10^{-3} \text{ L} = 5 \text{ L} \quad \xrightarrow{1 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ L}} V = 5000 \text{ cm}^3 = 5 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

$$m = \rho V = 0/9 \times 5 = 4/5 \text{ kg}$$

**کام** از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  می‌توانیم جرم مایع را حساب کنیم:

$$m_{\text{مایع}} + m_{\text{استوانه}} = 4/5 + 2/2 = 6/2 \text{ kg}$$

**کام** ترازو مجموع جرم استوانه و مایع درون آن را نشان می‌دهد:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3/14 \times (5)^3 = \frac{500}{3} \times 3/14 \text{ cm}^3$$

**۱۱۷- گزینه ۳** حجم کره را به دست می‌آوریم:

**کام** به کمک رابطه چگالی، جرم کره را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \frac{1}{3} \times \frac{500}{3} \times 3/14 = 3/14 \times 10^3 \text{ g} \xrightarrow{10^3 \text{ g} = 1 \text{ kg}} m = 3/14 \text{ kg}$$

**۱۱۸- گزینه ۲** در صورت سؤال وزن جسم داده شده است. همان‌طور که می‌دانید وزن جسم از رابطه  $W = mg$  به دست می‌آید؛ پس ما می‌توانیم جرم

$$W = mg \Rightarrow 80 = m \times 10 \Rightarrow m = 8 \text{ kg} = 8 \times 10^3 \text{ g}$$

جسم را حساب کنیم:

$$r = 4 \text{ cm} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \times \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \frac{1}{3} \times \left( \frac{4}{3} \times 3 \times (4 \times 10^{-2})^3 \right) = 128 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 128 \times 10^{-3} \text{ L}$$

**کام** حالا حجم جسم (نیم کره) را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{8 \times 10^3}{128 \times 10^{-3}} = 62/5 \times 10^3 \text{ g/L} = 6/25 \times 10^4 \text{ g/L}$$

**کام** از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  چگالی جسم را به دست می‌آوریم:

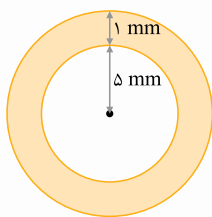
**۱۱۹- گزینه ۳** ابتدا حجم فلز به کاررفته در این کره توخالی (یا همان پوسته فلزی) را محاسبه می‌کنیم: (در صورت سؤال گفته شده که ضخامت پوسته ۸ cm است، پس شعاع داخلی پوسته کروی برابر با  $10 - 8 = 2 \text{ cm}$  می‌شود.)

$$V = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) = \frac{4}{3} \times 3 \times (10^3 - 2^3) = 4 \times 992 \text{ cm}^3 \xrightarrow{1 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ L}} V = 4 \times 992 \times 10^{-3} \text{ L}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{19/84}{4 \times 992 \times 10^{-3}} = 5 \text{ kg/L}$$

**کام** چگالی فلز را بر حسب کیلوگرم بر لیتر می‌خواهیم؛ پس داریم:

**۱۲۰- گزینه ۳** حجم پوسته طلا را به دست می‌آوریم:



$$V_{\text{طلا}} = \frac{4}{3} \pi (r'^3 - r^3) \xrightarrow[r=5 \text{ mm}]{r'=5+1=6 \text{ mm}} V_{\text{طلا}} = \frac{4}{3} \times 3 \times (6^3 - 5^3) = 4 \times 91 \Rightarrow V_{\text{طلا}} = 364 \text{ mm}^3$$

$$\xrightarrow{1 \text{ mm}^3 = 10^{-3} \text{ cm}^3} V_{\text{طلا}} = 0/364 \text{ cm}^3$$

**کام** جرم پوسته طلا برابر است با:

$$m_{\text{طلا}} = \rho_{\text{طلا}} V_{\text{طلا}} = 20 \times \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 0/364 \text{ cm}^3 = 7/28 \text{ g} \xrightarrow{1 \text{ g} = 10^3 \text{ mg}} m_{\text{طلا}} = 7280 \text{ mg}$$

**۱۲۱- گزینه ۱** به کمک رابطه چگالی، حجم مخروط را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[\rho=9 \text{ g/cm}^3]{m=4/5 \text{ kg}=4/5 \times 10^3 \text{ g}} 9 = \frac{4/5 \times 10^3}{V} \Rightarrow V = \frac{4/5 \times 10^3}{9} = 500 \text{ cm}^3$$

**کام** حالا به کمک رابطه حجم مخروط، شعاع قاعده آن را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{مساحت قاعده}) \times (\text{ارتفاع}) = \frac{1}{3} \pi r^2 h \Rightarrow 500 = \frac{1}{3} \times 3 \times r^2 \times 80 \Rightarrow r^2 = \frac{500}{80} = \frac{25}{4} \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} r = \frac{5}{2} = 2/5 \text{ cm}$$

**۱۲۲- گزینه ۲** چون با انداختن گلوله داخل آب، سطح آب از  $50 \text{ cm}^3$  به  $54 \text{ cm}^3$  رسیده است، یعنی گلوله  $4 \text{ cm}^3$  آب را جابه‌جا کرده است، پس

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{42}{4} = 10/5 \text{ g/cm}^3$$

حجم گلوله  $4 \text{ cm}^3$  است. چگالی گلوله برابر است با:

$$V = 23/1 - 18/5 = 4/6 \text{ mL}$$

**۱۲۳- گزینه ۱** با توجه به شکل، جرم جسم  $11/5 \text{ g}$  و حجم جسم برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{11/5}{4/6} = 2/5 \text{ g/mL}$$

**کام** چگالی جسم بر حسب گرم بر میلی‌لیتر به صورت مقابل به دست می‌آید:

حالا به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای، چگالی را بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب به دست می‌آوریم:

$$2/5 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = 2/5 \frac{\text{g}}{\text{mL}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} = 2500 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \rho = 2500 \text{ kg/m}^3$$

تفسیر ارتفاع آب

$$V = Ah = 10 \times 1/2 = 12 \text{ cm}^3$$

سطح مقطع استوانه

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{90}{12} = 7.5 \text{ g/cm}^3$$

با استفاده از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$ ، چگالی فلز به راحتی قابل محاسبه است:

۱۲۵- گزینه ۳  $\frac{\rho_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{جسم}}} = 1/3$  در صورت تست گفته شده که  $1/3$  است؛ پس داریم:

$$\rho_{\text{آهن}} = 1/3 \times \rho_{\text{جسم}} \Rightarrow 7800 = 1/3 \times \rho_{\text{جسم}} \Rightarrow \rho_{\text{جسم}} = 6000 \text{ kg/m}^3 = 6 \text{ g/cm}^3$$

$$V_{\text{جسم}} = \frac{m}{\rho_{\text{جسم}}} = \frac{540}{6} = 90 \text{ cm}^3$$

۱۲۶- حالا چگالی و جرم جسم را در رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  قرار می‌دهیم تا حجم آن را محاسبه کنیم:

$$V_A = 2V_B, m_A = 3m_B$$

۱۲۶- گزینه ۲

رابطه چگالی را به صورت نسبتی می‌نویسیم تا نسبت چگالی جسم A به چگالی جسم B به دست آید:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2}, \frac{V_A}{V_B} = 2} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

۱۲۷- به کمک رابطه چگالی به صورت نسبتی می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{4}{5}, m_B = 5 \text{ kg}, V_A = 10 \text{ L}} \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{V_B}{10} \Rightarrow V_B = \frac{40}{4} = 10 \text{ L}$$

$$V_A = 0.2 \text{ L} \xrightarrow{1 \text{ L} = 10^3 \text{ cm}^3} V_A = 0.2 \times 10^3 = 200 \text{ cm}^3$$

۱۲۸- ابتدا تبدیل یکاهای مورد نیاز را انجام می‌دهیم:

$$m_B = 200 \text{ g} \xrightarrow{10^3 \text{ g} = 1 \text{ kg}} m_B = 200 \times 10^{-3} = 0.2 \text{ kg}$$

حالا رابطه چگالی را به صورت نسبتی می‌نویسیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{\frac{\rho_A}{\rho_B} = 1/5, V_A = 200 \text{ cm}^3, m_B = 0.2 \text{ kg}, V_B = 500 \text{ cm}^3} 1/5 = \frac{m_A}{0.2} \times \frac{500}{200} \Rightarrow m_A = \frac{2 \times 0.2 \times 100}{5} = 8 \text{ kg}$$

۱۲۹- با ۴ برابر شدن سطح بادکنک کروی، شعاع کره طبق رابطه  $A = 4\pi r^2$ ، ۲ برابر می‌شود؛ چون:

$$\frac{A'}{A} = \left(\frac{r'}{r}\right)^2 \xrightarrow{A' = 4A} 4 = \left(\frac{r'}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{r'}{r} = 2$$

حالا باید ببینیم حجم بادکنک (حجم گاز) چند برابر می‌شود:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{V'}{V} = \left(\frac{r'}{r}\right)^3 \xrightarrow{\frac{r'}{r} = 2} \frac{V'}{V} = 2^3 = 8$$

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m: \text{ثابت}} \frac{\rho'}{\rho} = \frac{V}{V'} \xrightarrow{V' = 8V} \frac{\rho'}{\rho} = \frac{V}{8V} = \frac{1}{8}$$

۱۳۰- جرم گاز ثابت است؛ بنابراین:

$$m_{\text{مایع}} = 540 - 300 = 240 \text{ g}$$

در هر حالت جرم ظرف را از جرم مجموعه کم می‌کنیم تا جرم مایع و روغن به دست آید.

$$m_{\text{روغن}} = 460 - 300 = 160 \text{ g}$$

در هر دو حالت ظرف پر شده است؛ بنابراین حجم مایع و روغن برابر است و می‌توان نوشت:

$$V_{\text{مایع}} = V_{\text{روغن}} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} \xrightarrow{\frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = 240 \text{ g}, \rho_{\text{مایع}} = 1.2 \text{ g/cm}^3, \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} = 160 \text{ g}} \frac{240}{1.2} = \frac{160}{\rho_{\text{روغن}}} \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = 0.8 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 800 \text{ g/L}$$

روغن  $\rho$  برحسب گرم بر لیتر برابر است با:

۱۳۱- نکته مهمی که در حل این نوع تست‌ها باید به آن توجه کنید این است که زمانی که جسمی به طور کامل درون ظرف پر از مایعی فرو می‌رود، حجم مایعی که از ظرف بیرون می‌ریزد (سرریز می‌شود) برابر حجم جسم است؛ بنابراین در این تست، حجم الکلی که از ظرف بیرون می‌ریزد با حجم قطعه فلز برابر است با:

$$V_{\text{الکل سرریز}} = V_{\text{فلز}} \Rightarrow \frac{m_{\text{الکل سرریز}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} \Rightarrow \frac{160}{0.8} = \frac{m_{\text{فلز}}}{2.7} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 540 \text{ g}$$

۱۳۲- حجم الکلی خارج شده از ظرف برابر حجم گلوله آهنی است؛ بنابراین:

$$V_{\text{گلوله}} = V_{\text{الکل سرریز}} \Rightarrow \frac{m_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{گلوله}}} = \frac{m_{\text{الکل سرریز}}}{\rho_{\text{الکل}}} \xrightarrow{\frac{800 \text{ g/L} = 800 \text{ kg/m}^3, \frac{3900}{7800} = \frac{m_{\text{الکل سرریز}}}{800}} \frac{3900}{7800} = \frac{m_{\text{الکل سرریز}}}{800} \Rightarrow m_{\text{الکل سرریز}} = \frac{3900 \times 800}{7800} = 400 \text{ g}$$

۱۳۳- در صورت سؤال گفته شده که  $m_A = m_B$  است. می‌خواهیم نسبت  $\frac{\rho_A}{\rho_B}$  را حساب کنیم، پس از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  داریم:

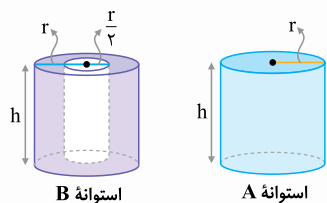
$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{m_A}{V_A}}{\frac{m_B}{V_B}} \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_B^3}{\frac{4}{3}\pi r_A^3} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \left(\frac{6}{3}\right)^3 = 8$$



**۱۳۴- گزینه ۳** می‌خواهیم نسبت چگالی آلومینیم به چگالی مس را حساب کنیم، پس طبق معمول از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  استفاده می‌کنیم. آلومینیم را با زیروند ۱ و مس را با زیروند ۲ نشان می‌دهیم:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{m_1}{V_1}}{\frac{m_2}{V_2}} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} = 2/4 \times \frac{\frac{4}{3}\pi r_2^3}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} = 2/4 \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \xrightarrow{r_1=2r_2} \frac{\rho_1}{\rho_2} = 2/4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{2/4}{8} = 0/3$$

**۱۳۵- گزینه ۴** حجم استوانه A و حجم بخش توپر استوانه B را به دست می‌آوریم:



$$V_A = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \pi r^2 h$$

$$V_B = \text{حجم کل استوانه} - \text{حجم حفره} = \pi r^2 h - \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 h = \pi r^2 h \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} \pi r^2 h$$

به کمک رابطه نسبتی چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{m_A=m_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 \times \frac{\frac{3}{4}\pi r^2 h}{\pi r^2 h} = \frac{3}{4}$$

**۱۳۶- گزینه ۱** به کمک رابطه نسبتی چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{\frac{4}{3}\pi r_A^3}{\frac{4}{3}\pi r_B^3} \xrightarrow{\rho_B=\frac{2}{10}\rho_A, m_A=m_B, \frac{64}{100}m_B=\frac{36}{100}m_B} \frac{\frac{2}{10}\rho_A}{\rho_A} = \frac{m_B}{\frac{36}{100}m_B} \times \frac{\frac{4}{3}\pi \times 3 \times r_A^3}{\frac{4}{3}\pi r_B^3} \Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{100}{36} \times 4 \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{2}{10} \times \frac{9}{100} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{2}{10} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = 0/3$$

$$V_{\text{استوانه}} = \pi r^2 h \xrightarrow{h=20\text{ cm}} V_{\text{استوانه}} = 20\pi r^2$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \xrightarrow{R=\frac{r}{2}} V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{r}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{r^3}{8} = \frac{1}{6}\pi r^3$$

جرم کره و استوانه برابر است؛ بنابراین به کمک رابطه نسبتی چگالی می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m_{\text{استوانه}}=m_{\text{کره}}} \frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{استوانه}}} = \frac{V_{\text{استوانه}}}{V_{\text{کره}}} \xrightarrow{\rho_{\text{استوانه}}=\frac{1}{3}\rho_{\text{کره}}} \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{20\pi r^2}{\frac{1}{6}\pi r^3} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{3}} r = 20 \Rightarrow r = 40\text{ cm}$$

$$R = \frac{r}{2} \xrightarrow{r=40\text{ cm}} R = \frac{40}{2} = 20\text{ cm}$$

شعاع کره برابر است با:

**۱۳۸- گزینه ۲** ابتدا باید به این نکته توجه کنیم که چون با مواد کره ذوب‌شده، استوانه را ساخته‌ایم، جرم و چگالی کره و استوانه با هم برابر و در نتیجه حجم دو جسم برابر است. حجم استوانه ساخته‌شده را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{استوانه}} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \pi(R^2 - R'^2)2R = 2\pi R(R^2 - R'^2)$$

$$V_{\text{کره}} = V_{\text{استوانه}}$$

حالا حجم استوانه را برابر با حجم کره قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 2\pi R(R^2 - R'^2) \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{R^2 - R'^2}{R^2} \Rightarrow 2R^2 = 3R^2 - 3R'^2 \Rightarrow R^2 = 3R'^2 \Rightarrow \frac{R'^2}{R^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

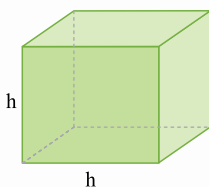
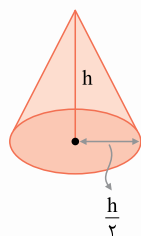
**۱۳۹- گزینه ۴** چون هر دو استوانه از یک نوع ماده ساخته شده‌اند، چگالی آن‌ها با هم برابر است. حالا حجم استوانه اول و استوانه دوم را به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم استوانه اول: } V = \pi(R_1^2 - R_2^2)L$$

$$\text{حجم استوانه دوم: } V' = \pi(R_1'^2 - R_2'^2)L \xrightarrow{\frac{R_1'}{R_1}=\frac{2}{3}, \frac{R_2'}{R_2}=\frac{1}{3}} V' = \pi(4R_1^2 - R_2^2)L = 12\pi(R_1^2 - R_2^2)L$$

حالا چگالی دو استوانه را برابر قرار می‌دهیم:

$$\rho = \rho' \Rightarrow \frac{M}{V} = \frac{M'}{V'} \Rightarrow \frac{M}{\pi L(R_1^2 - R_2^2)} = \frac{M'}{12\pi L(R_1^2 - R_2^2)} \Rightarrow M = \frac{M'}{12} \Rightarrow M' = 12M$$



**۱۴۰- گزینه ۳** حجم مخروط و مکعب را برحسب ارتفاع مخروط (h) حساب می‌کنیم:

$$\text{حجم مخروط: } V_1 = \frac{1}{3}(\pi r^2)h = \frac{1}{3} \times 3 \times \left(\frac{h}{2}\right)^2 \times h = \frac{h^3}{4}$$

ارتفاع مخروط شعاع قاعده مخروط

$$\text{حجم مکعب: } V_2 = h^3$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{m_1}{V_1}}{\frac{m_2}{V_2}} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{m_1=m_2} \frac{\rho_1}{\rho_2} = 1 \times \frac{h^3}{\frac{h^3}{4}} = 4$$

نسبت  $\frac{\rho_1}{\rho_2}$  را می‌خواهیم، پس داریم:

**۱۴۱- گزینه ۱** کره و استوانه توپر هستند و از یک فلز ساخته شده‌اند (همجنس‌اند). پس چگالی آن‌ها برابر است. از طرفی حجم دو جسم نیز برابر است؛ بنابراین جرم کره و استوانه با هم برابر است و جرم هر کدام به صورت زیر به دست می‌آید:

$$m_{\text{کره}} + m_{\text{استوانه}} = M_{\text{کل}} \xrightarrow{m_{\text{کره}} = m_{\text{استوانه}}} m_{\text{کره}} = m_{\text{استوانه}} = \frac{M_{\text{کل}}}{2} = \frac{67/5}{2} = 33/5 \text{ kg}$$

**۱۴۱-۲** حجم کره و استوانه برابر است؛ بنابراین:

$$V_{\text{کره}} = V_{\text{استوانه}} \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h \xrightarrow{h=2 \text{ cm}} \frac{4}{3}r = 2 \Rightarrow r = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ cm}$$

**۱۴۱-۳** حالا حجم استوانه (یا کره) را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi r^2 h \xrightarrow{r=1.5 \text{ cm} = 0.015 \text{ m}, h=2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}} V_{\text{استوانه}} = 3 \times (0.015)^2 \times 0.02 = 3 \times 225 \times 10^{-6} \times 0.02 = 135 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

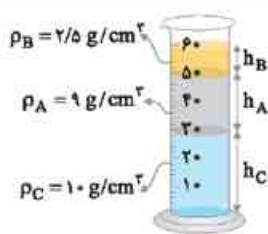
$$\rho = \frac{m_{\text{استوانه}}}{V_{\text{استوانه}}} = \frac{33/5}{135 \times 10^{-6}} = \frac{1}{4} \times 10^4 \Rightarrow \rho = 2/5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

**۱۴۱-۴** چگالی استوانه (که همان چگالی فلز است) برابر است با:

**۱۴۲- گزینه ۲** چگالی مایع B بیشتر از چگالی مایع A است، در نتیجه در کف ظرف قرار می‌گیرد. هم‌چنین جرم دو مایع برابر است؛ بنابراین نسبت ارتفاع دو مایع به صورت زیر به دست می‌آید: (A سطح مقطع ظرف است).

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow \rho_A A h_A = \rho_B A h_B \Rightarrow 1 \times h_A = 2 \times h_B \Rightarrow h_A = 2 h_B$$

**۱۴۲-۱ تیزبازی:** می‌توانستیم نسبت ارتفاع‌های دو مایع را محاسبه نکنیم. با توجه به این که جرم دو مایع برابر است، حجم و در نتیجه ارتفاع مایع A که چگالی کم‌تری دارد، بیشتر از حجم و ارتفاع مایع B خواهد بود.



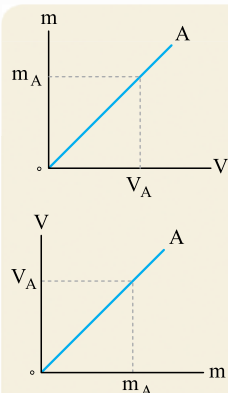
**۱۴۳- گزینه ۱** چگالی مایع B برابر  $2/5 \text{ kg/L} = 2/5 \text{ g/cm}^3$  است؛ بنابراین بین سه مایع A، B و C، مایع B کم‌ترین چگالی و مایع C بیشترین چگالی را داشته و نحوه قرارگیری مایع‌ها درون ظرف مطابق شکل مقابل است:

**۱۴۳-۲** با توجه به شکل،  $h_A = 2h_B$  و  $h_C = 2h_B$  است. سطح مقطع ظرف را برابر A در نظر گرفته و با استفاده از رابطه نسبتی چگالی داریم:

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{V=Ah} \frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{h_B}{h_A} \Rightarrow \frac{20}{m_A} = \frac{2/5}{0.8} \times \frac{1}{2} \Rightarrow m_A = 144 \text{ g}$$

$$\frac{m_B}{m_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C} \times \frac{V_B}{V_C} \xrightarrow{V=Ah} \frac{m_B}{m_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C} \times \frac{h_B}{h_C} \Rightarrow \frac{20}{m_C} = \frac{2/5}{1.0} \times \frac{1}{2} \Rightarrow m_C = 240 \text{ g}$$

**۱۴۴- گزینه ۱** ابتدا نکته زیر را بخوانید:



**نکته: ۱** نمودار جرم برحسب حجم (m-V) هر ماده (یا جسم) به صورت خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب این نمودار بیانگر چگالی آن ماده (یا جسم) است.

$$\text{شیب نمودار} = \frac{m_A}{V_A} = \rho_A$$

**نکته: ۲** نمودار حجم برحسب جرم (V-m) هر ماده (یا جسم) به صورت خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد و شیب این نمودار بیانگر وارون چگالی آن ماده (یا جسم) است.

$$\text{شیب نمودار} = \frac{V_A}{m_A} = \frac{1}{\rho_A}$$

با توجه به نکته بالا و نمودار (V-m) ماده‌های A و B می‌توان گفت:

$$A \text{ ماده } (V-m) > B \text{ ماده } (V-m) \Rightarrow \frac{1}{\rho_A} > \frac{1}{\rho_B} \Rightarrow \rho_A < \rho_B \quad \text{(I)}$$

$$C \text{ ماده } (m-V) > B \text{ ماده } (m-V) \Rightarrow \rho_C > \rho_B \quad \text{(II)} \quad \text{هم‌چنین با توجه به نمودار } (m-V) \text{ ماده‌های B و C:}$$

$$\rho_C > \rho_B > \rho_A$$

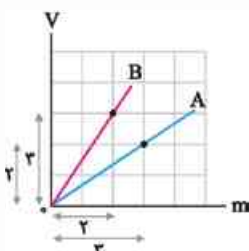
از روابط (I) و (II) می‌توان نتیجه گرفت:

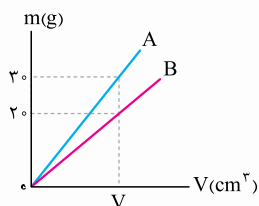
**۱۴۵- گزینه ۴** هر یک از خانه‌ها روی محورهای افقی و قائم را برابر یک واحد فرض کرده و نسبت شیب نمودار A به شیب نمودار B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{شیب نمودار B}}{\text{شیب نمودار A}} = \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

**۱۴۵-۲** می‌دانیم شیب نمودار حجم برحسب جرم (V-m) هر ماده بیانگر وارون چگالی آن ماده است؛ بنابراین:

$$\frac{\text{شیب نمودار B}}{\text{شیب نمودار A}} = \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{4}{9}$$

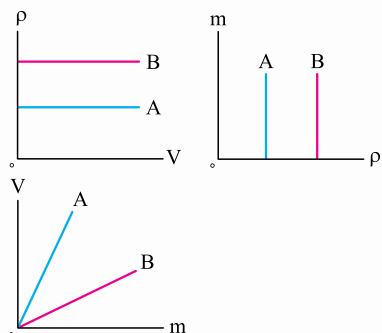




۱۴۶- گزینه ۳ شیب نمودار جرم برحسب حجم هر ماده بیانگر چگالی آن ماده است؛ بنابراین نسبت چگالی ماده A به چگالی ماده B برابر است با:

$$\frac{\text{شیب A}}{\text{شیب B}} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{30}{20}}{\frac{20}{20}} = \frac{3}{2}$$

۱۴۷- حالا به کمک شکل نسبتی رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow[\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{2}, V_A = 18 \text{ cm}^3]{m_A = m_B} \frac{3}{2} = 1 \times \frac{V_B}{18} \Rightarrow V_B = 27 \text{ cm}^3$$


۱۴۷- گزینه ۳ با توجه به این که مایعی که چگالی بیشتری دارد، در قسمت پایین‌تر ظرف قرار می‌گیرد، داریم:

$\rho_B > \rho_A$   
چگالی دو مایع A و B دارای مقدار ثابتی است؛ بنابراین نمودار  $m - \rho$  و  $\rho - V$  آن‌ها به صورت مقابل است. (نادرستی (۱) و (۴))

هم‌چنین شیب نمودار  $m - V$  بیانگر چگالی مایع است؛ بنابراین با توجه به بیشتر بودن چگالی مایع B، شیب نمودار  $m - V$  این مایع باید از مایع A بیشتر باشد. (درستی (۳)).

شیب نمودار  $V - m$  بیانگر وارون چگالی مایع است؛ بنابراین شیب نمودار  $V - m$  برای مایع A بیشتر از مایع B است. (نادرستی (۲)).

۱۴۸- گزینه ۲ جرم قطعه (جرم طلای به‌کاررفته در قطعه) و چگالی طلا را داریم، بنابراین حجم طلای به‌کاررفته در قطعه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{199/5 \text{ g}}{19 \times 10^{-3} \times 10^3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{199/5}{19} = 10/5 \text{ cm}^3$$

۱۴۸- حالا با کم کردن حجم طلای به‌کاررفته در قطعه از حجم ظاهری قطعه، حجم حفره به دست می‌آید:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V = 12 - 10/5 = 1/5 \text{ cm}^3$$

۱۴۹- گزینه ۳ حجم کل (حجم ظاهری) کره برابر می‌شود با:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 125 = 500 \text{ cm}^3$$

۱۴۹- از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  حجم فلز به‌کاررفته در کره را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m}{\rho} = \frac{1080}{2/7} = 400 \text{ cm}^3$$

پس حجم حفره برابر  $V_{\text{کره}} - V_{\text{فلز}} = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$  است.

۱۵۰- حالا درصد حجم حفره را باید حساب کنیم:

$$\frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم کره}} \times 100 = \frac{100}{500} \times 100 = 20\%$$

۱۵۰- ابتدا با استفاده از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$ ، حجم فلز به‌کاررفته در مکعبی به چگالی  $8 \text{ g/cm}^3$  و جرم  $6 \text{ kg}$  را حساب می‌کنیم:

$$m = 6 \text{ kg} = 6 \times 10^3 \text{ g} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{6 \times 10^3}{8} = 750 \text{ cm}^3$$

حجم مکعبی که در سؤال ذکر شده برابر  $V = 1000 \text{ cm}^3$  است، پس این مکعب توخالی است و حجم حفره  $250 \text{ cm}^3$  است.

۱۵۱- گزینه ۳ به کمک حجم مایع جابه‌جاشده در ظرف، حجم ظاهری جسم را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{ظاهری}} = 23/1 - 18/6 = 4/5 \text{ mL}$$

۲۰ درصد حجم جسم را حفره درون آن تشکیل می‌دهد؛ بنابراین، حجم ماده سازنده جسم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V = V_{\text{ظاهری}} - \frac{20}{100} V_{\text{ظاهری}} = \frac{80}{100} V_{\text{ظاهری}} \xrightarrow{V_{\text{ظاهری}} = 4/5 \text{ mL}} V = \frac{80}{100} \times 4/5 = 3/6 \text{ mL}$$

۱۵۱- ترازو جرم جسم را  $27 \text{ g}$  اندازه‌گیری کرده است؛ بنابراین جرم ماده به‌کاررفته در جسم برابر  $27 \text{ g}$  بوده و چگالی ماده سازنده جسم برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{27}{3/6} = 7/5 \text{ g/mL} \xrightarrow{1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3} \rho = 7/5 \text{ g/cm}^3$$

۱۵۲- گزینه ۲ ابتدا حجم مس به‌کاررفته در کره را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مس}} = \frac{m}{V_{\text{مس}}} \Rightarrow 9000 = \frac{18}{V_{\text{مس}}} \Rightarrow V_{\text{مس}} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \xrightarrow{1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3} V_{\text{مس}} = 2 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

حالا حجم حفره درون کره را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{حفره}} = V - V_{\text{مس}} = \frac{4}{3} \pi r^3 - V_{\text{مس}} = \frac{4}{3} \times 3 \times (10)^3 - 2 \times 10^3 = 2000 \text{ cm}^3$$

۱۵۲- جرم گلیسرینی که این حفره را به طور کامل پر می‌کند، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{گلیسرین}} = \frac{m}{V_{\text{گلیسرین}}} \xrightarrow[\rho_{\text{گلیسرین}} = 1250 \text{ kg/m}^3]{V_{\text{گلیسرین}} = V_{\text{حفره}} = 2000 \text{ cm}^3 = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3} 1250 = \frac{m_{\text{گلیسرین}}}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow m_{\text{گلیسرین}} = 2/5 \text{ kg}$$

۱۵۳- درصد افزایش جرم کره برابر است با:

$$\text{درصد افزایش جرم کره} = \frac{m_{\text{گلیسرین}}}{m} \times 100 = \frac{2/5}{18} \times 100 \approx 11\%$$

۱۵۳- گزینه ۳  حجم ماده کم شده با حجم حفره برابر است، پس:

$$\rho_{\text{ماده}} = \frac{m_{\text{ماده}}}{V_{\text{ماده}}} = \frac{m_{\text{ماده}}}{V_{\text{حفره}}} \Rightarrow 9375 = \frac{2/4 \times 10^3}{V_{\text{حفره}}} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 0.256 \text{ L} \xrightarrow{1 \text{ L} = 10^3 \text{ cm}^3} V_{\text{حفره}} = 256 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3} \pi R_{\text{حفره}}^3 \Rightarrow 256 = \frac{4}{3} \times \pi \times R_{\text{حفره}}^3 \Rightarrow R_{\text{حفره}}^3 = 64 \Rightarrow R_{\text{حفره}} = 4 \text{ cm}$$

۱۵۴- گزینه ۳  شعاع حفره برابر است با:

شرط لازم برای شناور ماندن کره روی آب این است که چگالی کره کوچکتر از چگالی آب باشد. پس برای پیدا کردن حداقل حجم تقریبی حفره کافی است چگالی کره را برابر چگالی آب قرار دهیم:

حجم فلز به کاررفته در کره را با  $V_{\text{فلز}}$  و حجم حفره را با  $V_{\text{حفره}}$  نشان می دهیم:

$$\frac{m_{\text{فلز}}}{V} = \rho_{\text{آب}} \xrightarrow{\frac{m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}}}{V = V_{\text{فلز}} + V_{\text{حفره}}}} \frac{\rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}} + V_{\text{حفره}}} = \rho_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{5 \times 10^3 \times V_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}} + V_{\text{حفره}}} = 10^3 \Rightarrow V_{\text{فلز}} + V_{\text{حفره}} = 5 V_{\text{فلز}} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 4 V_{\text{فلز}}$$

درصد حجم حفره برابر است با:

$$\frac{V_{\text{حفره}}}{V} \times 100 = \frac{4 V_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}} + 4 V_{\text{فلز}}} \times 100 = \frac{4}{5} \times 100 = 80\%$$

۱۵۵- گزینه ۳  به کمک رابطه چگالی، حجم ماده به کاررفته درون کره (حجم توپر) را حساب می کنیم:

$$\rho_{\text{ماده}} = \frac{m}{V_{\text{ماده}}} \Rightarrow V_{\text{ماده}} = \frac{m}{\rho_{\text{ماده}}} = \frac{4/5}{2 \times 10^3} = \frac{1}{2} \times 10^{-3} \text{ m}^3 \xrightarrow{1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3} V_{\text{ماده}} = \frac{1}{2} \times 10^3 = 500 \text{ cm}^3$$

۱۵۶- گزینه ۴  حجم کل کره برابر است با مجموع حجم ماده ( $V_{\text{ماده}}$ ) و حجم حفره ( $V_{\text{حفره}}$ ); بنابراین:

جرم کره برابر با جرم ماده به کاررفته در آن یعنی  $4/5 \text{ kg}$  است (هفتره قالی پر م ندره). پس چگالی کره برابر است با:

$$\rho_{\text{کره}} = \frac{m_{\text{کره}}}{V} \xrightarrow{\frac{m = 4/5 \text{ kg} = 4/5 \times 10^3 \text{ g}}{V = 2500 \text{ cm}^3}} \rho_{\text{کره}} = \frac{4/5 \times 10^3}{2/5 \times 10^3} = 1/2 \text{ g/cm}^3$$

۱۵۷- گزینه ۴  توی این تست باید چگالی کره رو به دست بیاریم نه چگالی ماده سازنده اون رو (که همون  $\rho_1$  هست)!

داخل کره حفره ایجاد شده است؛ بنابراین حجم کره تغییر نکرده است ( $V_1 = V_2$ ).

حالا نسبت جرم کره دارای حفره ( $m_2$ ) به جرم کره اولیه ( $m_1$ ) را به دست می آوریم. با توجه به این که چگالی فلز سازنده در هر دو حالت برابر است، می توان نوشت (در رابطه زیر  $V'$  حجم فلز به کاررفته در هر کره است):

$$m = \rho_{\text{فلز}} V' \xrightarrow{\text{ثابت: } \rho_{\text{فلز}}} \frac{m_2}{m_1} = \frac{V'_2}{V'_1} = \frac{\frac{4}{3} \times \pi \times [R^3 - (\frac{R}{2})^3]}{\frac{4}{3} \times \pi \times R^3} = \frac{7}{8}$$

۱۵۸- گزینه ۳  پون در حالت اول کره توپره، چگالی کره با چگالی ماده سازنده اش یعنی  $\rho_1$  برابر!

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{V_1}{V_2} \xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V}{\lambda} \Rightarrow \rho_2 = \frac{V}{\lambda} \rho_1$$

حالا نسبت چگالی کره در دو حالت را به دست می آوریم:

۱۵۹- گزینه ۳  در صورت تست از جرم حرفی نزده است، پس در رابطه چگالی مخلوط به جای  $m$  ها،  $\rho V$  قرار داده و داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{\rho_1 = 1300 \text{ kg/m}^3, \rho_2 = 1500 \text{ kg/m}^3} 1400 = \frac{1300 \times 300 + 1500 V_2}{300 + V_2}$$

$$\Rightarrow 420000 + 1400 V_2 = 390000 + 1500 V_2 \Rightarrow 30000 = 100 V_2 \Rightarrow V_2 = 300 \text{ cm}^3$$

این تست نیاز به حل نداشت. می رسید پرا! ابتدا نکته و سپس تیزبازی زیر رو بخونید.

**نکته:** اگر حجم های یکسان از دو مایع با چگالی های مختلف را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی های دو مایع است.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V_1 = V_2} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V + \rho_2 V}{V + V} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \quad (\text{به شرط این که در اثر اختلاط تغییر حجم نداشته باشیم}).$$

۱۶۰- گزینه ۳  چگالی مخلوط برابر با میانگین چگالی دو مایع است:

$$V_1 = 300 \text{ cm}^3 \xrightarrow{V_2 = V_1} V_2 = 300 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم دو مایع با هم برابر است:

۱۶۱- گزینه ۲  حجم های دو مایع را نداریم، بنابراین در رابطه چگالی مخلوط به جای  $V$  ها،  $\frac{m}{\rho}$  قرار می دهیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} \xrightarrow{\rho_1 = 2 \text{ g/cm}^3, \rho_2 = 3 \text{ g/cm}^3} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{600 + 600}{\frac{600}{2} + \frac{600}{3}} = \frac{1200}{200 + 300} = \frac{1200}{500} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 2/4 \text{ g/cm}^3$$

۱۶۲- گزینه ۳  گه پر م های برابر از دو مایع با چگالی های مختلف رو با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط برابر با میانگین چگالی های دو مایع نمی شه.



۱۵۹- گزینه ۳ به کمک رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_1 + V_2 + V_3} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B + \rho_C V_C}{V_A + V_B + V_C} = \frac{2/5 \times 240 + 8 \times 110 + 3/2 \times 250}{240 + 110 + 250} = \frac{600 + 880 + 800}{600}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{2280}{600} = 3.8 \text{ g/cm}^3$$

۱۶۰- گزینه ۳ ابتدا به کمک تبدیل زنجیره‌ای، چگالی مخلوط را بر حسب g/L به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 0.75 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ cm}^3}{10^{-3} \text{ L}} = 750 \text{ g/L}$$

حالا به کمک رابطه چگالی مخلوط،  $\frac{V_A}{V_B}$  را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 750 = \frac{600 V_A + 800 V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 750 V_A + 750 V_B = 600 V_A + 800 V_B \Rightarrow 150 V_A = 50 V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3}$$

۱۶۱- گزینه ۱ با استفاده از رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V_1 = \frac{1}{3} V_{\text{کل}}, V_2 = \frac{2}{3} V_{\text{کل}}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 (\frac{1}{3} V_{\text{کل}}) + \rho_2 (\frac{2}{3} V_{\text{کل}})}{V_{\text{کل}}} = \frac{(\rho_1 + 2\rho_2) \frac{V_{\text{کل}}}{3}}{V_{\text{کل}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

۱۶۲- گزینه ۳ به کمک رابطه چگالی مخلوط می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \xrightarrow{\substack{m_A = \Delta m_B, \rho_A = 45 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_B = 6 \text{ g/cm}^3}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\Delta m_B + m_B}{\frac{\Delta m_B}{45} + \frac{m_B}{6}} = \frac{6m_B}{m_B (\frac{5}{45} + \frac{1}{6})} = \frac{6}{\frac{1}{9} + \frac{1}{6}} = \frac{6}{\frac{5}{18}} = \frac{6 \times 18}{5} = 21.6 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 21.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ dg}}{10^{-1} \text{ g}} \times \frac{1 \text{ cm}^3}{10^{-3} \text{ L}} = 21.6 \times 10^4 \text{ dg/L}$$

حواستون باشه: چگالی مخلوط بر حسب دسی‌گرم بر لیتر خواسته شده:

۱۶۳- گزینه ۳ چگالی مخلوط ۱۰ درصد بیشتر از چگالی الکل است؛ بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \rho_{\text{الکل}} + \frac{10}{100} \rho_{\text{الکل}} = 1.1 \rho_{\text{الکل}} \xrightarrow{\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \text{ g/cm}^3} \rho_{\text{مخلوط}} = 1.1 \times 0.8 = 0.88 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_{\text{الکل}} V_{\text{الکل}} + \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}}{V_{\text{الکل}} + V_{\text{آب}}} \xrightarrow{\substack{\rho_{\text{مخلوط}} = 0.88 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{الکل}} = 0.8 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, V_{\text{آب}} = 1 \text{ L} = 10^3 \text{ cm}^3}} \frac{0.8 \times V_{\text{الکل}} + 1 \times 10^3}{V_{\text{الکل}} + 10^3} = 0.88$$

$$\Rightarrow 0.88 V_{\text{الکل}} + 880 = 0.8 V_{\text{الکل}} + 1000 \Rightarrow 0.08 V_{\text{الکل}} = 120 \Rightarrow V_{\text{الکل}} = \frac{120}{0.08} = 1500 \text{ cm}^3$$

۱۶۴- گزینه ۴ چگالی اولیه محلول برابر  $0.9 \text{ g/cm}^3$  و جرم کل آن  $180 \text{ g}$  است، پس می‌توانیم مجموع حجم آب و الکل را در حالت اول حساب کنیم:

$$\rho_{\text{mix},1} = \frac{m_{t,1}}{V_{t,1}} \Rightarrow 0.9 = \frac{180}{V_{t,1}} \Rightarrow V_{t,1} = \frac{180}{0.9} = 200 \text{ cm}^3$$

چگالی آب و الکل را داریم، پس می‌توانیم حجم الکل در محلول اول را به دست بیاوریم. کافی است جرم آب و الکل را به صورت  $m = \rho V$  بنویسیم:

$$m_{t,1} = m_{\text{آب}} + m_{\text{الکل}} \Rightarrow m_{t,1} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} + \rho_{\text{الکل}} V_{\text{الکل}}$$

$$\xrightarrow{V_{\text{آب}} = 200 - V_{\text{الکل}}} 180 = 1 \times (200 - V_{\text{الکل}}) + 0.8 \times V_{\text{الکل}} \Rightarrow 180 = 200 - 0.2 V_{\text{الکل}} \Rightarrow 0.2 V_{\text{الکل}} = 20 \Rightarrow V_{\text{الکل}} = 100 \text{ cm}^3, V_{\text{آب}} = 100 \text{ cm}^3$$

حالا می‌رویم سراغ چگالی محلول نهایی و حجم الکل در محلول جدید را پیدا می‌کنیم:

$$\rho_{\text{mix},2} = \frac{m_{t,2}}{V_{t,2}} \Rightarrow \rho_{\text{mix},2} = \frac{m_{\text{آب}} + m'_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V'_{\text{الکل}}} \Rightarrow \rho_{\text{mix},2} = \frac{\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} + \rho_{\text{الکل}} V'_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V'_{\text{الکل}}} \Rightarrow 0.96 = \frac{1 \times 100 + 0.8 \times V'_{\text{الکل}}}{100 + V'_{\text{الکل}}}$$

$$\Rightarrow 96 + 0.96 V'_{\text{الکل}} = 100 + 0.8 V'_{\text{الکل}} \Rightarrow 0.16 V'_{\text{الکل}} = 4 \Rightarrow V'_{\text{الکل}} = 25 \text{ cm}^3$$

بنابراین از  $100 \text{ cm}^3$  الکل اولیه، تنها  $25 \text{ cm}^3$  باقی مانده و  $75 \text{ cm}^3$  آن تبخیر شده است.  $V_{\text{الکل}} - V'_{\text{الکل}} = 100 - 25 = 75 \text{ cm}^3$  = حجم الکل تبخیر شده

۱۶۵- گزینه ۲ در حالت اول جرم‌های دو مایع برابر است ( $m_1 = m_2$ )؛ بنابراین به کمک رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} \xrightarrow{m_1 = m_2 = m} \rho = \frac{2m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}} \Rightarrow \rho = \frac{2}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}} = \frac{2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{4}{5} \rho_1$$

در حالت دوم حجم‌های دو مایع برابر است ( $V_1 = V_2$ )، بنابراین:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V_1 = V_2 = V} \rho' = \frac{\rho_1 V + \rho_2 V}{2V} \Rightarrow \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \frac{2}{3} \rho_1$$

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{\frac{2}{3} \rho_1}{\frac{4}{5} \rho_1} = \frac{5}{6}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

ff