



برگی از درخت مینی المپیاد

المپیاد ریاضی پایه هفتم

سوالات پنج گزینه‌ای

مؤلفین

حسن باطنی

ممیدرضا فلیلی



انتشارات خورشید

سرشناسه	: باطنی، حسن، ۱۳۵۰
عنوان و نام پدیدآور	: المپیاد ریاضی پایه هفتم: سوالات پنج‌گزینه‌ای
مشخصات نشر	: تهران: خوشخوان، ۱۳۹۳.
مشخصات ظاهری	: ۱۸۶ ص.: مصور (رنگی، جدول (رنگی؛ ۲۲ × ۲۹ س.م.
شابک	: 978-600-5695-69-4
وضعیت فهرست نویسی	: فیپای مختصر
یادداشت	: این مدرک در آدرس http://opac.nlai.ir قابل دسترسی است.
یادداشت	: بالای عنوان: برگه از درخت مینی المپیاد
شناسه افزوده	: خلیلی، حمیدرضا، ۱۳۵۳
شماره کتابخانه ملی	: ۳۶۱۷۱۱۹



عنوان	: المپیاد ریاضی پایه هفتم
ناشر	: خوشخوان
مؤلفین	: حسن باطنی، حمیدرضا خلیلی
حروفچینی و طراحی صفحات	: گروه فنی هیمه (TEX-پاک) (پاک‌تژاد ۶۶۵۶۶۵۴۰)
تصویرسازی	: گروه فنی هیمه (ضیاء پورکیوان)
طراحی جلد	: سعیده ترقی‌جاء
چاپ دوم	: بهار ۱۳۹۴
تیراژ	: ۲۵۰۰ نسخه
چاپخانه	: دانش‌پژوه
قیمت	: ۱۶۵۰۰ تومان
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۵۶۹۵-۶۹-۴

هر گونه کپی برداری، یادداشت برداری، و تکثیر به نیت استفاده دانش‌آموزان گرامی
بلاشکار است فقط در صورت امکان و صلاح دید، مرجع ذکر شود.

تهران، خیابان انقلاب، خیابان فخر رازی، بین روانمهر و لبافی نژاد، کوچه انوری،
پلاک ۱۹، انتشارات خوشخوان، تلفن: ۶۶۴۹۴۰۲۰

email : info@khoshkhan.ir | www.khoshkhan.ir

 مسابقه‌ها، کنکور‌ها و المپیادها همایش‌هایی هستند که سالانه میلیون‌ها جوان و نوجوان را در سرتاسر جهان به خود مشغول می‌کند و هدف از اجرای این همایش‌ها شاداب نگه داشتن آنان، بالا بردن سطح علمی و توانایی‌های آنان و ... می‌باشد.

در کشور عزیزمان نیز المپیادهای علمی از سال ۱۳۶۶ برگزار و تا به امروز ادامه داشته است و در حال حاضر هشت المپیاد رسمی مانند المپیاد ریاضی، المپیاد فیزیک، المپیاد کامپیوتر و ... در ایران و در سطح دبیرستان برگزار می‌شود که خیلی از دانش‌آموزان نخبه و ممتاز آغاز آمادگی خود برای شرکت در این المپیادها را از دوران قبل از متوسطه شروع می‌کنند.

 انتشارات خوشخوان نیز که متولی تدوین، تالیف و چاپ کتاب برای دانش‌آموزان ممتاز و نخبه‌ی این مرز و بوم می‌باشد دست به کار شده و برای آمادگی بیش‌تر از این دانش‌آموزان کتب متعددی را که در قالب کتب برگ‌ی از نهال مینی‌المپیاد به چاپ رسانده است که کتاب حاضر یکی از آن کتب می‌باشد.

امید است با استعانت از حضرت حق و با استفاده‌ی مفید از این گونه کتاب‌ها در آینده‌ای نه چندان دور شما عزیزان در قله‌های رفیع علم و دانش قرار گیرید.

بدیهی است انجام چنین پروژه‌ی عظیمی نظر و همت دسته‌جمعی می‌طلبد لذا لازم است از تمام دوستان و همکارانی که ما را در انجام این پروژه یاری نموده‌اند، تشکر و قدردانی نمایم و در نهایت نیز از عوامل زحمت‌کش انتشارات اعم از مشاورین، حروفچین‌ها، طراحان و کارمندان و کارگران عزیز کمال امتنان را داریم.

با تشکر



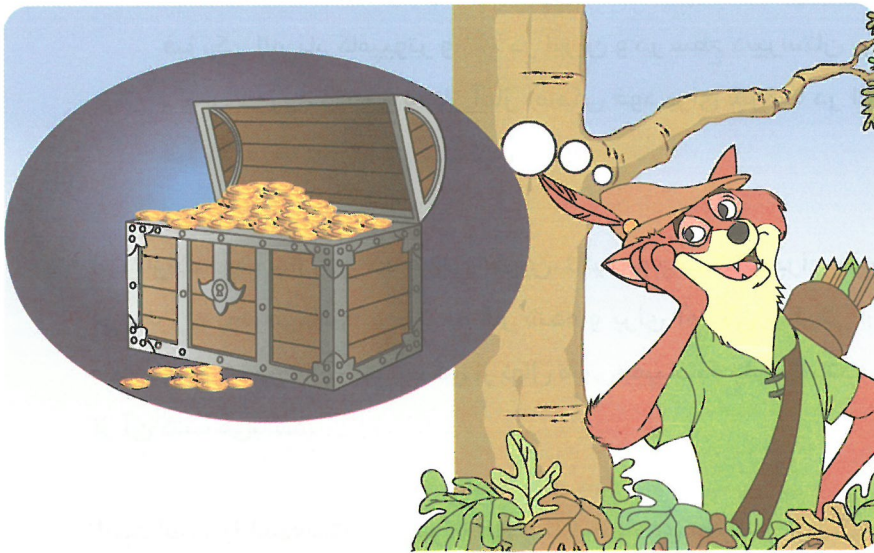
رسول حاجی‌زاده

مدیر انتشارات خوشخوان



قبل از هر چیز به نکته‌های زیر توجه کنید:

- پیش از شروع هر آزمون مباحثی را که در ابتدای آزمون مشخص شده بخوانید.
- برای هر آزمون حدود یک ساعت وقت در نظر بگیرید.



- حرف یا عدد مربوط به گزینه‌ی صحیح را در جدول صفحه‌ی ۱۸۶ قرار دهید.
- بعد از کامل شدن جدول نهایی، دو معما در اختیار خواهید داشت. بعد از حل معماها نام، نام‌خانوادگی، نام شهر و مدرسه‌ی خود را پیامک کنید تا اسامی شما، جزو برندگان قرار گیرد.
- ما به کسی که نمی‌تواند یک مسئله‌ی ریاضی را حل کند نمی‌گوییم ریاضی بلد نیست؛ بلکه به کسی که نمی‌تواند به‌طور منطقی به سوالات ریاضی فکر کند می‌گوییم ریاضی بلد نیست.

حمیدرضا خلیلی - حسن باطنی



فهرست مطالب

۱	 گالیور	فصل ۱	
۱۱	 هاچ زنبور عسل	فصل ۲	
۲۱	 میتی کمان	فصل ۳	
۳۱	 مدرسه‌ی موش‌ها	فصل ۴	
۳۹	 پت و مت	فصل ۵	
۴۷	 مرد عنکبوتی	فصل ۶	
۵۷	 ای کی یوسان	فصل ۷	
۶۷	 پس شجاع	فصل ۸	
۷۵	 شکرستان	فصل ۹	
۸۵	 زل خان	فصل ۱۰	



فصل ۱۱



فصل ۱۲



فصل ۱۳



فصل ۱۴



فصل ۱۵



فصل ۱۶



فصل ۱۷



فصل ۱۸



فصل ۱۹



فصل ۲۰

رایین هود ۹۵

پلنگ صورتی ۱۰۵

پینوکیو ۱۱۳

بامزی ۱۲۳

بره ناقلا ۱۳۳

گر به سگ ۱۴۳

سند باد ۱۵۱

مورچه و مورچه خوار ۱۶۱

کلاه قرمزی ۱۶۹

؟؟؟؟ ۱۷۹

گالیور

دانستن مطالب زیر برای حل مسئله‌های این آزمون لازم است:

۱. بخش‌پذیری
۲. راهبردهای حل مسئله
۳. توان
۴. اصل ضرب





کاپیتان لیج که از به دست آوردن نقشه‌ی گنج که در اختیار گالیور بود نا امید شده بود، زیر به درخت کنار به گودال نشسته بود. خیلی احساس گرسنگی می کرد. به این فکر افتاد که به خرگوش شکار کنه. به همین دلیل رفت مقداری برگ پهن و چند شاخه درخت پیدا کرد و روی گودال قرار داد تا وقتی خرگوش خواست از روی اون رد بشه توی گودال بیفته. بعد رفت پشت درخت قایم شد و از خودش صدای هویج در آورد.



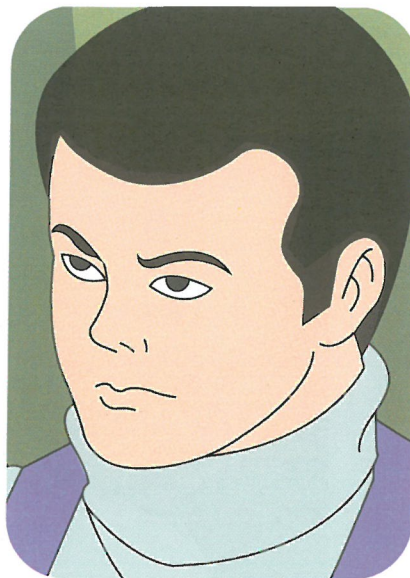
چند دقیقه‌ای نگذشته بود که به صدای شیدیدی اومد. انگار به چپیزی توی گودال افتاده بود. زود رفت سراغ گودال با تعجب دید گالیور و تگ و دوستای کوچولوشون توی گودال افتادن. خیلی کیف کرد.



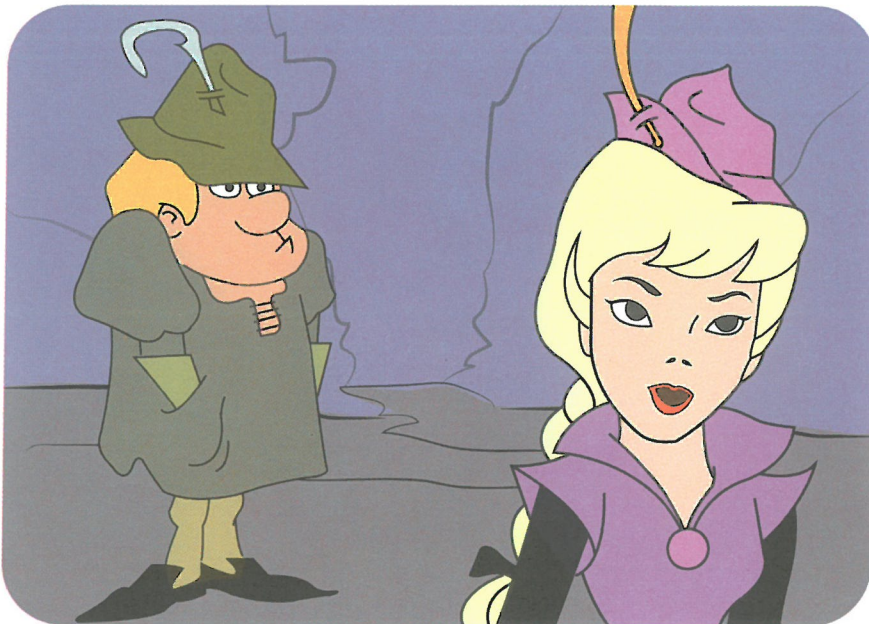


گالیور گفت: لیچ کمک کن ما پیاییم پیرون،

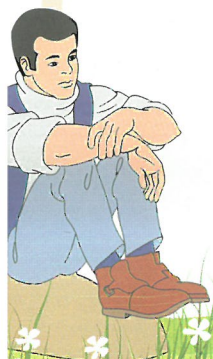
لیچ خنده‌ی پیروزمندانه‌ای کرد و گفت: گالیور
نقشه رو رد کن پیاد (این تنها راهیه که برای پیرون
اومدن از گودال داری.



گالیور دید راهی نداره. فلرتیشیا گفت: گالیور نقشه رو بهش نده بالاخره یه راهی پیدا می‌کنیم. گرام گفت: من
می‌دونم ما موفق نمی‌شیم.



گالیور گفت: چاره‌ای نیست فعلاً مهم پیرون رفتن ما از این گوداله. و بعد به کاپیتان لیچ گفت:
پیا این نقشه و نقشه رو به کمک یک شاخه‌ی نازک به لیچ داد. کاپیتان لیچ نقشه رو گرفت و خنده‌ی شیطانی کرد





و گفت: ها ها ها بالاخره نقشه رو گیر آوردم. شما هم فعلاً همونجا باشید تا من پا گنج پرگردم. بعد نقشه رو نگاه کرد. عجب نقشه‌ی عجیبی، (اینجا که سوال ریاضیه. بالای پرگه نوشته شده بود: اگر گنج رو می‌خواهی باید این سوال رو حل کنی ...





سؤال‌های فصل ۱

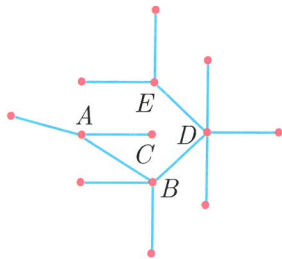
حبیب و پسرش سعید همیشه دروغ می‌گویند. سیروس و پسرش سپهر همیشه راست می‌گویند. نامه‌ای به دست شما رسیده که توسط یکی از این چهار نفر نوشته شده است. نامه‌رسان گفت کسی که نامه را نوشته گفت به شما بگوید که «سپهر این نامه را ننوخته است». چه کسی این نامه را نوشته است؟

(۸) سیروس (۹) سپهر (۵) حبیب (۲) سعید (۴) نمی‌توان تعیین کرد.

سه میز A و B و C در سه رنگ سفید و آبی و قرمز وجود دارند. برای تعیین رنگ هریک، از سه نفر سوال کرده‌ایم و آن‌ها جملات زیر را بیان کرده‌اند. هرگاه از سه جمله زیر فقط یکی درست باشد، رنگ میز A کدام است؟

۱. میز A قرمز است. ۲. میز B قرمز نیست. ۳. میز C آبی نیست.
(ق) آبی (ج) قرمز (ف) سفید (ک) آبی یا قرمز (ل) آبی یا سفید

در شکل مقابل نقطه‌ها، روستاها هستند و پاره‌خط‌ها، جاده‌های ارتباطی روستاها. طول هر پاره‌خط یک کیلومتر است. قرار است در یکی از روستاها درمانگاهی ساخته شود تا اهالی این روستاها از آن بهره‌مند شوند. درمانگاه در کدام روستا ساخته شود تا مجموع فاصله‌های طی شده از همه‌ی روستاها تا درمانگاه کمترین مقدار ممکن باشد؟



(الف) A
(ب) B
(ج) C
(د) D
(ه) E

با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت (بدون ارقام تکراری) که بر ۶ بخش‌پذیر باشند؟

(ن) ۶ (م) ۸ (و) ۱۰ (ل) ۱۲ (ی) ۷

عدد A بزرگترین عددی است که با استفاده از سه تا رقم ۲ می‌توان ساخت (با استفاده از چهار عمل اصلی،

توان و در کنار هم چیدن ارقام) در این صورت:

(ه) $A = 222$ (د) $A = 22^2$ (ج) A بین ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ می‌باشد (ب) A بزرگتر از ۴۰۰۰۰۰ می‌باشد (الف) $A = 2^{2^2}$





با استفاده از ارقام عدد ۱۳۸۹ در مجموع چند عدد دو رقمی و سه رقمی می‌توان ساخت؟ (به کار بردن ارقام تکراری در یک عدد مجاز نمی‌باشد)

- ۳۰ (ژ) ۲۴ (س) ۱۲ (ش) ۳۶ (ر) ۴۰ (ز)

تعداد ۱۲۵ مکعب واحد به یکدیگر چنان وصل شده‌اند که یک مکعب بزرگ به ضلع ۵ واحد تشکیل داده‌اند. مکعب بزرگ رنگ می‌شود سپس مکعب‌های کوچک را از هم جدا می‌کنیم. بین مکعب‌های کوچک چند مکعب وجود دارد که حداقل یک وجه‌شان رنگ شده باشد؟

- ۱۵۰ (ل) ۹۰ (ی) ۹۸ (و) ۱۱۰ (الف) ۱۰۰ (ن)

در یک سبد ۶۰ عدد میوه وجود دارد ۴۵٪ این میوه‌ها از نوع مرکبات است که از این مرکبات $\frac{1}{3}$ پرتقال، $\frac{5}{9}$ لیمو و بقیه نارنگی است. چند نارنگی در سبد وجود دارد؟

- ۶ (م) ۳ (ج) ۴ (ه) ۵ (و) ۷ (ل)

اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ را در داخل دایره ۴ طوری قرار دهید که حاصل $(\bigcirc \times \bigcirc)(\bigcirc \times \bigcirc)$ بیشترین مقدار ممکن باشد (بدون تکرار ارقام)

در این صورت عدد حاصل چند مقسوم‌علیه طبیعی دارد؟

- ۸ (ر) ۱۰ (س) ۲ (و) ۹ (ل) ۱۲ (ی)

با ۱۲ چوب کبریت، حداکثر چند مربع می‌توان ساخت؟ (هر ضلع مربع با یک چوب کبریت برابر باشد)

- ۳ (ش) ۴ (ی) ۵ (پ) ۶ (و) ۷ (ز)

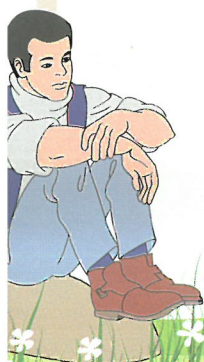




و در پایین پرگه نوشته شده بود. بعد از حل سوال‌ها حروف گزینه‌های درست رو تو جدول زیر قرار بده تا رمز نقشه رو کشف کنی.

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	سوال
										گزینه جواب

ساعتی گذشت. هم‌چنان لیج مشغول فکر کردنه. گالیور و دوستاش تو گودال گیر افتادن و منتظرن ببینن کاپیتان لیج بالاخره می‌تونه گنج رو به دست بیاره و اون‌ها رو آزاد کنه یا نه؟! ...





پاسخ سؤال‌های فصل ۱

گزینه «۸» صحیح است.



اگر حبیب یا سعید این نامه را نوشته باشند، در این صورت جمله‌ای که گفته‌اند درست است در حالی که باید دروغ می‌گفتند.

اگر سپهر این نامه را نوشته باشد، جمله‌ای که گفته است دروغ است در حالی که باید راست می‌گفت. پس سیروس نامه را نوشته است و جمله‌اش هم درست است.

گزینه «ق» صحیح است.



اگر جمله‌ی اول درست باشد، یعنی A قرمز است پس میز B قرمز نیست و جمله‌ی دوم درست است و این مخالف فرض مساله است. بنابراین جمله‌ی اول حتماً اشتباه است و میز A قرمز نیست.

اگر جمله‌ی دوم درست باشد، یعنی B قرمز نباشد پس دو جمله‌ی دیگر اشتباه هستند. طبق جمله‌ی سوم C باید آبی باشد و بنابراین B سفید است و در نتیجه A قرمز خواهد بود که در اینصورت جمله‌ی اول هم درست می‌شود. پس هر دو جمله‌ی اول و دوم اشتباه هستند و جمله‌ی سوم درست است.

با این حساب میز B قرمز است و میز C که آبی نیست، قرمز هم نمی‌تواند باشد. پس سفید است و در نتیجه میز A آبی است.

گزینه «د» صحیح است.



اگر درمانگاه در روستای D ساخته شود، مجموع فاصله‌های طی شده برابر خواهد بود با:

$$۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۲ + ۲ + ۱ + ۲ + ۲ + ۲ + ۳ + ۳$$

که برابر است با: ۲۱ که کمترین فاصله در مقایسه با سایر روستاهاست.

مثلاً اگر درمانگاه در نقطه‌ی E ساخته شود مجموع فاصله‌های طی شده برابر ۲۸ خواهد بود.

گزینه «م» صحیح است.



برای اینکه عدد بر ۶ بخش‌پذیر باشد لازم است بر ۲ و ۳ بخش‌پذیر باشد پس ارقامی که انتخاب می‌شوند باید مجموعشان بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

$$(۵, ۴, ۳) \rightarrow ۵۳۴, ۳۵۴$$

$$(۵, ۳, ۱) \rightarrow \text{عدد زوج نمی‌توان ساخت}$$

$$(۴, ۳, ۲) \rightarrow ۴۳۲, ۳۴۲, ۲۳۴, ۳۲۴$$

$$(۳, ۲, ۱) \rightarrow ۳۱۲, ۱۳۲$$

پس مجموعاً ۸ عدد سه رقمی با این شرایط می‌توان نوشت.





گزینه «ب» صحیح است.

بزرگترین عددی که می‌توان ساخت 2^{22} است.

$$2^{22} = 2^2 \times 2^{10} \times 2^{10} = 4 \times 1024 \times 1024$$

$$> 4 \times 1000 \times 1000 = 4000000$$

گزینه «ر» صحیح است.

برای ساختن عدد دو رقمی به چهار رقمی می‌توان رقم یکان را انتخاب کرد (هریک از اعداد ۱، ۳، ۸، ۹) و

برای انتخاب رقم دهگان ۳ راه وجود دارد پس $3 \times 4 = 12$ عدد دو رقمی می‌توان ساخت.

$$\frac{\text{یکان}}{4} \times \frac{\text{دهگان}}{3} \times \frac{\text{یکان}}{2} = 24 \quad \text{به همین ترتیب برای ساختن عدد سه رقمی ۲۴ حالت وجود دارد:}$$

پس جمعاً ۳۶ عدد می‌توان ساخت.

گزینه «و» صحیح است.

فقط مکعب‌هایی که در داخل هستند رنگ نمی‌شوند. تعداد این مکعب‌ها برابر است با: $3 \times 3 \times 3 = 27$

حال تعداد مکعب‌هایی که حداقل یک وجه آن‌ها رنگ شده برابر است با: $125 - 27 = 98$

گزینه «ج» صحیح است.

$$\Rightarrow \text{تعداد نارنگی} = \frac{1}{9} \times \frac{45}{100} \times 60 = 3$$

$$\text{نسبت نارنگی} = \frac{1}{9} \Rightarrow 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{9} \right) = \frac{1}{9}$$

گزینه «ل» صحیح است.

واضح است که عدد ۱ نباید در توان باشد زیرا در آن صورت بزرگترین عددی که می‌توان تولید کرد

یعنی $(2 \times 3)^{(4 \times 1)}$ ۱۲۹۶ می‌باشد باید سعی کنیم توان تا جایی که ممکن است بزرگ باشد. اگر عدد ۱

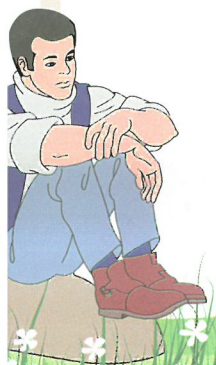
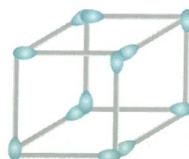
در پایه باشد، سه عدد زیر بدست می‌آید:

$$(1 \times 2)^{(3 \times 4)} = 4096, \quad (1 \times 3)^{(2 \times 4)} = 6561, \quad (1 \times 4)^{(2 \times 3)} = 4096$$

پس 3^4 بزرگترین عدد است و ۹ مقسوم‌علیه طبیعی دارد.

گزینه «و» صحیح است.

مطابق شکل اگر معکب بسازیم شش مربع ساخته‌ایم.

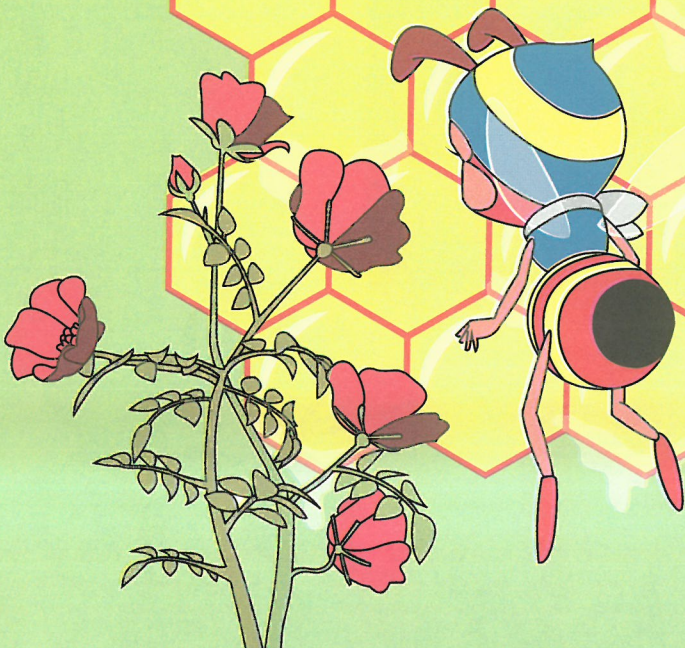


۲

هاج زنبور عسل

دانستن مطالب زیر برای حل مسئله‌های این آزمون لازم است:

۱. مساحت
۲. اصل ضرب
۳. راهبردهای حل مسئله





هاج زنبور عسل از دل درد شدید به خودش می پیچید. اون امروز گل، گیر نیاورد، رفته بود روی خربزه نشسته بود تا با خربزه عسل درست کنه.

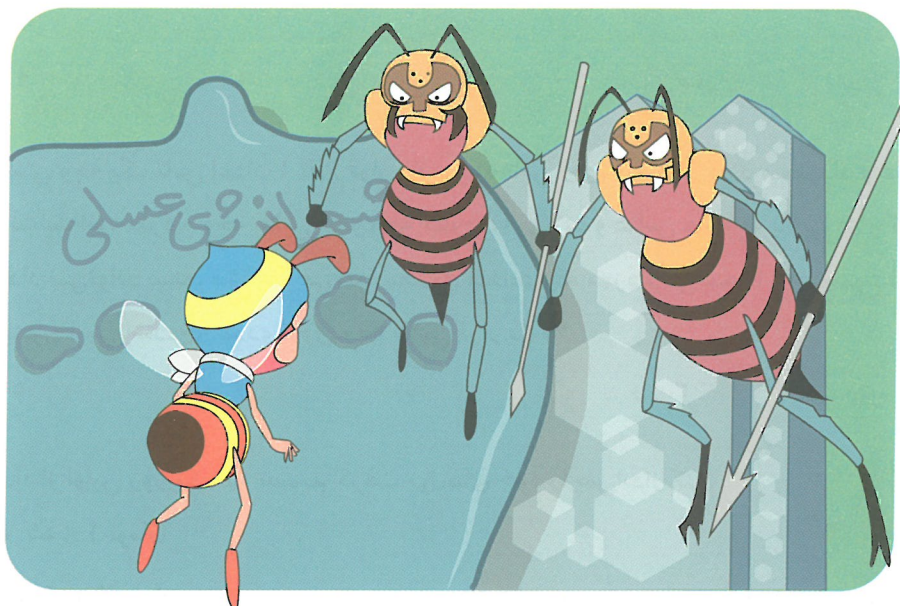


وقتی محصول رو چشید دلش درد گرفت و لحظه به لحظه این درد شدیدتر شد. آخر سر از پس گریه کرد و درد کشید از حال رفت و خوابش برد.





وقتی از خواب بیدار شد به احساس عجیبی داشت دیگه دلش درد نمی کرد. راه افتاد پره دنبال مادرش پگرده. به یه جای بزرگ رسید که یه در بزرگ داشت. خواست پره تو، دو تا نگهبان جلوشو گرفتند و گفتن نمی تونی پری تو. هاچ پرسید: اینجا کجاست؟ یکی از نگهبان ها گفت: اینجا شهر انرژی عسلی است. اگه می خوای پری تو باید آزمون ورودی بدی.



هاچ که احساس می کرد مامانش (اونچاس) گفت: پاشه آزمون می دهم. نگهبان گفت: بیا بشین (این هم ورقه ی سوال ها. و هاچ مشغول فکر کردن شد ...





سؤال‌های فصل ۲

رقم هزارگان عدد حاصل از ضرب زیر چند است؟

$$۱۳۸۹ \times ۱۲۵ \times ۱۳۹۱ \times ۸ \times ۱۳۹۳$$

- (ه) ۹ (د) ۱ (ج) ۳ (ب) صفر (الف) ۷

در شش وجه یک تاس اعداد ۱ تا ۶ قرار دارد. یک تاس روی میز قرار دارد و مهرداد و عباس در دو طرف میز نشسته‌اند. مهرداد وجه بالایی و دو وجه کناری را می‌بیند و عباس هم وجه بالایی و دو کناری دیگر را که مهرداد نمی‌تواند ببیند، مشاهده می‌کند. مجموع اعدادی که مهرداد می‌بیند ۱۴ و مجموع اعدادی که عباس می‌بیند ۱۰ می‌باشد. چه عددی روی وجه بالایی قرار دارد؟

- (ب) ۵ (ا) ۶ (ط) ۴ (ن) ۳ (ی) ۲

مهرداد از اولین روز یک ماه تصمیم گرفت پول‌های خود را پس‌انداز کند.

او هر شنبه ۱ تومان

هر یکشنبه ۲ تومان

هر دوشنبه ۳ تومان

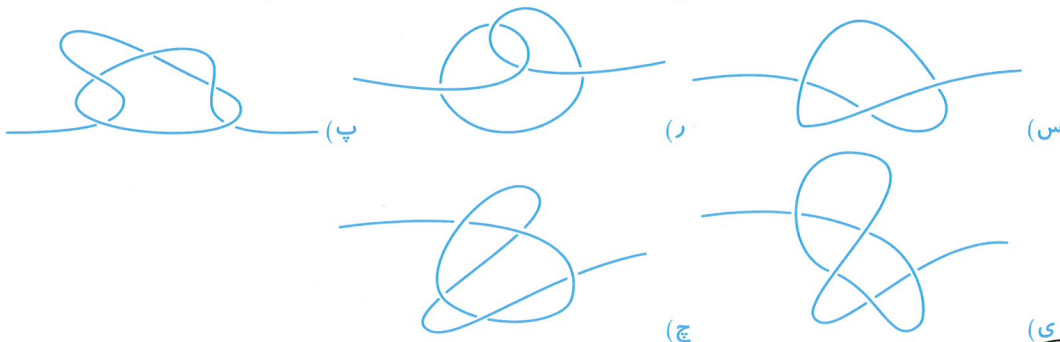
⋮

هر جمعه ۷ تومان

پس‌انداز کرد. در پایان سه ماه متوالی ۳۶۴ تومان پس‌انداز کرد. او این کار را از چه ماهی آغاز کرده است؟

- (م) فروردین (ن) تیر (ف) شهریور (ر) مهر (د) آذر

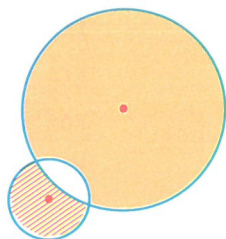
کدام طناب را اگر از دو طرف بکشیم، گره ایجاد می‌شود؟





۱۵

در شکل مقابل شعاع دایره‌ی کوچک‌تر ۴ و شعاع دایره‌ی بزرگ‌تر ۱۰ می‌باشد. اگر مساحت قسمت هاشور خورده ۲۰ باشد مساحت قسمت رنگی چند است؟ (فرض کنید $\pi = ۳$)



(س) ۲۷۲

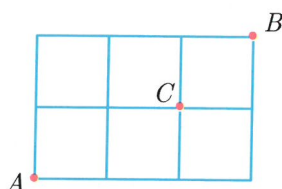
(ر) ۲۸۰

(ه) ۳۰۰

(ن) ۲۵۲

(گ) ۲۴۸

در شکل مقابل به چند طریق می‌توان از نقطه A به نقطه B رفت به طوری که از نقطه C عبور نکنیم؟ (در هر مسیر فقط می‌توان به سمت راست یا بالا حرکت کرد)



(پ) ۱۰

(و) ۶

(ر) ۵

(ن) ۴

(گ) ۷

حاصل ضرب سه عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک، ۶۰۰ می‌باشد. می‌دانیم فقط یکی از این سه عدد، زوج است که آن هم رقم یکانش صفر نیست. مجموع این سه عدد، حداکثر چند است؟

(H) ۲۴

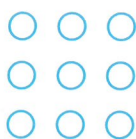
(A) ۳۶

(M) ۴۳

(I) ۲۰۳

(D) ۳۴

حداکثر چند تا از دایره‌های شکل مقابل را می‌توان رنگ کرد به طوری که هیچ چهار دایره‌ی رنگ شده‌ای رئوس یک مربع یا مستطیل با اضلاع افقی یا عمودی نباشند؟



(د) ۴

(الف) ۵

(و) ۶

(ر) ۷

(ی) ۸

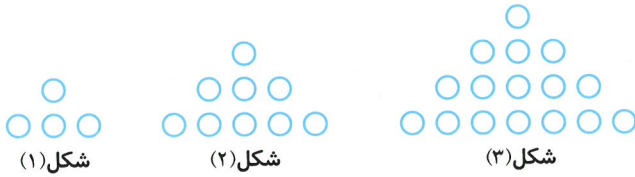




۱۶



با توجه به ترتیب چیده شدن مهره‌ها در شکل‌های زیر، مشخص کنید که شکل چهاردهم چند مهره دارد؟



ب) ۱۶۹

الف) ۱۹۶

ر) ۲۲۵

و) ۲۵۶

ن) ۲۵۲



جعبه‌ای پُر از سیب است. نصف سیب‌ها به اضافه نصف یک سیب را برداشته‌ایم. بار دوم، از سیب‌های باقی‌مانده، نصف سیب‌ها به اضافه نصف یک سیب را برداشته‌ایم. بار سوم باز هم از سیب‌های باقی‌مانده نصف آنها را به اضافه نصف یک سیب بیرون آوردیم. اکنون ۳۱ سیب در جعبه باقی‌مانده است. در ابتدا چند سیب در جعبه بوده است؟

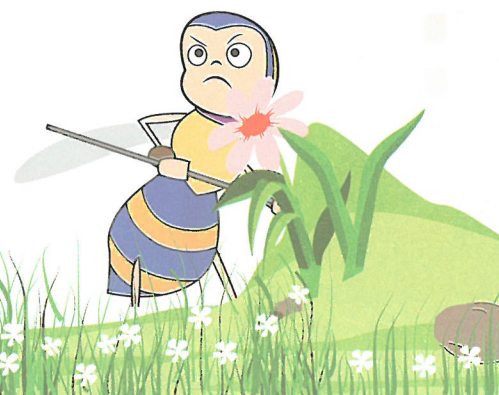
ن) ۲۵۶

الف) ۲۵۵

و) ۲۶۳

ی) ۲۷۷

ک) ۲۴۱



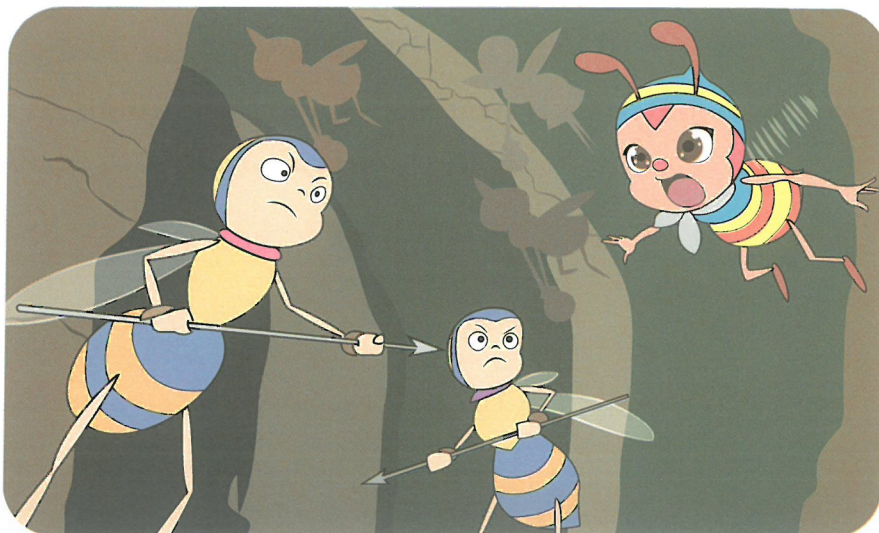


هاچ سرش گیج رفت چشمش سیاهی رفت حالش خیلی بد شد عرق سردی روی پیشونیش نشست. ناگهان از جا بلند شد و گفت: نه!!! ... بعد به اطرافش نگاه کرد. نه از شهر انرژی عسلی خبری بود و نه از اون دو تا نگهبان. در کنار خودش یه خربزه دید ...

پله هاچ داشت خواب می دید. یه خواب وحشتناک. نفس راحتی کشید و خدا رو شکر کرد که همه ی (این ها خواب بوده. دل دردمش دیگه خوب شده بود. از جاش بلند شد و رفت دنبال مادرش بگرده.



به یه جای بزرگ رسید که یه در بزرگ داشت. خواست بره تو، دو تا نگهبان جلوشو گرفتند و گفتن نمی تونی بری تو. هاچ متعجب و میهوت از اون ها پرسید: اینجا کجاست؟ یکی از نگهبان ها گفت: اینجا شهر انرژی عسلی است. هاچ با وحشت فریاد کشید و فرار کرد ...





پاسخ سؤال‌های فصل ۲

گزینه «الف» صحیح است.



ابتدا عامل‌های ۲ و ۵ را از اعداد داده شده خارج می‌کنیم:

$$۱۲۵ = ۵^۳, \quad ۸ = ۲^۳$$

همان‌طور که دیده می‌شود، سه عامل ۲ و سه عامل ۵ در حاصل ضرب وجود دارد که سه صفر سمت راست عدد ایجاد می‌کنند. یعنی رقم یکان و دهگان و صدگان حاصل ضرب صفر هستند. حال این عامل‌ها را کنار می‌گذاریم و یکان حاصل ضرب بقیه‌ی اعداد را به دست می‌آوریم که رقم هزارگان است:

$$\begin{aligned} & ۱۳۸۹ \times ۱۳۹۱ \times ۱۳۹۳ \xrightarrow{\text{رقم یکان}} \\ & ۹ \times ۱ \times ۳ \xrightarrow{\text{رقم یکان}} ۷ \end{aligned}$$

پس رقم یکان ضرب فوق ۷ است که همان رقم هزارگان حاصل ضرب صورت مساله است.

گزینه «ب» صحیح است.



$$۱۴ = \{(۳, ۵, ۶)\}, \quad ۱۰ = \{(۱, ۳, ۶)(۱, ۴, ۵)(۲, ۳, ۵)\}$$

باید سه تایی‌هایی را پیدا کنیم که فقط در یک عدد مشترک هستند که همان عدد بالایی تاس است. واضح است که سه تایی (۳, ۵, ۶) با سه تایی (۱, ۴, ۵) فقط در عدد ۵ مشترک است. پس جواب مساله عدد ۵ است.

گزینه «ف» صحیح است.



مهرداد در هر هفته ۲۸ تومان پس‌انداز می‌کند پس کل ۳۶۴ تومان را در ۱۳ هفته پس‌انداز کرده است. پس تعداد روزها برابر است با: $۱۳ \times ۷ = ۹۱$ اگر این کار را از فروردین یا تیر شروع می‌کرد ۹۳ روز وقت داشت اگر از مهر یا آذر شروع می‌کرد ۹۰ روز وقت داشت تنها اگر از شهریور شروع کند، ۹۱ روز وقت دارد.

گزینه «ج» صحیح است.



گزینه «س» صحیح است.


 ابتدا مساحت دایره‌ی کوچک را محاسبه می‌کنیم. $۴ \times ۴ \times ۳ = ۴۸$

 مساحت بین دو دایره برابر است با: $۴۸ - ۲۰ = ۲۸$

 مساحت دایره‌ی بزرگ $= ۱۰ \times ۱۰ \times ۳ = ۳۰۰$

 مساحت قسمت رنگی برابر است با: $۳۰۰ - ۲۸ = ۲۷۲$




گزینه «ن» صحیح است.

۱۶

ابتدا محاسبه می‌کنیم به چند طریق می‌توان از A به B رفت. سپس مسیرهایی که از C می‌گذرند را محاسبه کرده و از تعداد کل کم می‌کنیم.

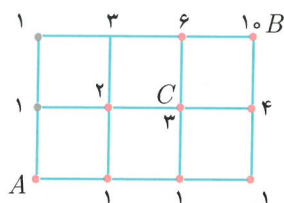
$$B \text{ به } A = ۱۰ \text{ تعداد مسیرها}$$

در شکل زیر تعداد مسیرهایی که به هر رأس وجود دارد روی آن رأس نوشته شده است.

$$۶ = \text{تعداد مسیرهایی که از نقطه } C \text{ می‌گذرند}$$

بنابراین تعداد مسیرهایی که از نقطه C نمی‌گذرند

$$\text{برابر است با: } ۱۰ - ۶ = ۴$$



گزینه «A» صحیح است.

۱۷

اگر عدد ۶۰۰ را تجزیه کنیم، خواهیم دید: $۶۰۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۵$
فقط یکی از اعداد زوج است پس هر سه عامل ۲ باید در همان عدد باشد از طرفی عامل ۵ در آن عدد نباید باشد که رقم یکانش صفر نشود. پس ممکن است عامل ۳ در آن عدد باشد. حالات ممکن برابر است با:

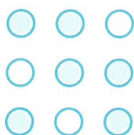
$$۸ \times ۳ \times ۲۵, \quad ۲۴ \times ۵ \times ۵$$

واضح است که مجموع اعداد در حالت اول بیشتر است پس سه عدد مورد نظر ۸ و ۳ و ۲۵ می‌باشند که مجموعشان ۳۶ است.

گزینه «و» صحیح است.

۱۸

این کار به صورت زیر امکان پذیر است:



گزینه «ر» صحیح است.

۱۹

$$\text{شکل (۱)} = ۱ + ۳ = ۲^۲$$

$$\text{شکل (۲)} = ۱ + ۳ + ۵ = ۳^۲$$

$$\text{شکل (۳)} = ۱ + ۳ + ۵ + ۷ = ۴^۲$$

⋮

$$\text{شکل (۱۴)} = ۱ + ۳ + ۵ + \dots + ۲۹ = ۱۵^۲ = ۲۲۵$$





۲۰

گزینه «الف» صحیح است.

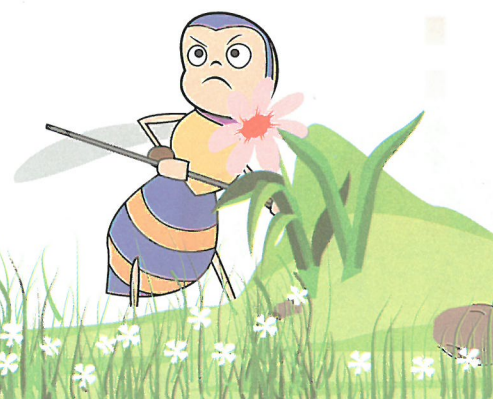
مساله را از انتها به ابتدا بررسی می کنیم. باید در هر مرحله نصف سیب اضافه کنیم و سپس تعداد را دو برابر کنیم:

$$(31 + 0,5) \times 2 = 63 \text{ (تعداد سیبها قبل از مرحله ی سوم)}$$

$$(63 + 0,5) \times 2 = 127 \text{ (تعداد سیبها قبل از مرحله ی دوم)}$$

$$(127 + 0,5) \times 2 = 255 \text{ (تعداد سیبها قبل از مرحله ی اول)}$$

یعنی تعداد اولیه سیبها ۲۵۵ بوده است.

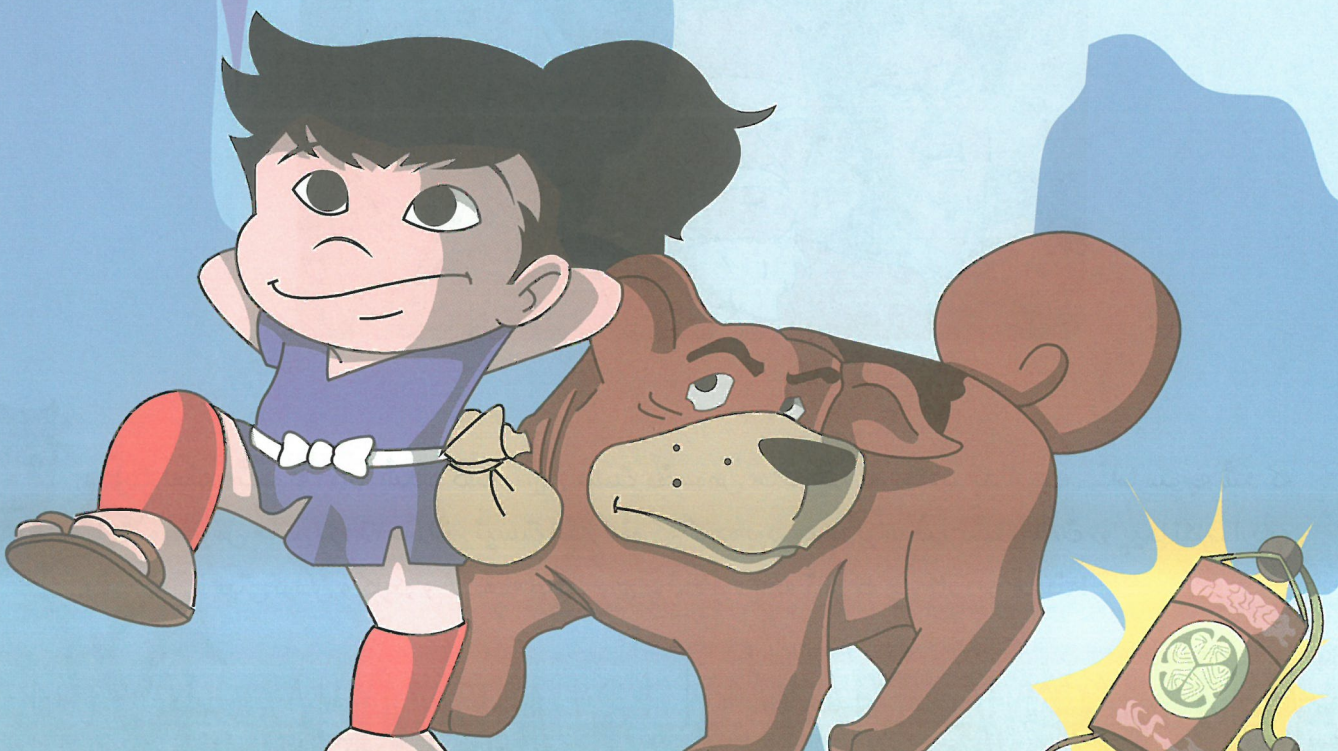




میتی گومون

دانستن مطالب زیر برای حل مسئله‌های این آزمون لازم است:

۱. راهبردهای حل مسئله
۲. اصل ضرب
۳. بخش پذیری
۴. بسط عدد
۵. بزرگ‌ترین شمارنده‌ی مشترک دو عدد





ارپاپ و فرماندار با همدستی هم به غارت اموال مردم می پرداختن.



میته کومان و همراهانش متوجه برنامه های شوم اونها شدن درست لحظه ای که ارپاپ و فرماندار داشتن نقشه ی جدیدی طرح می کردن میته کومان و همراهانش وارد شدن و اونها رو غافلگیر کردن.

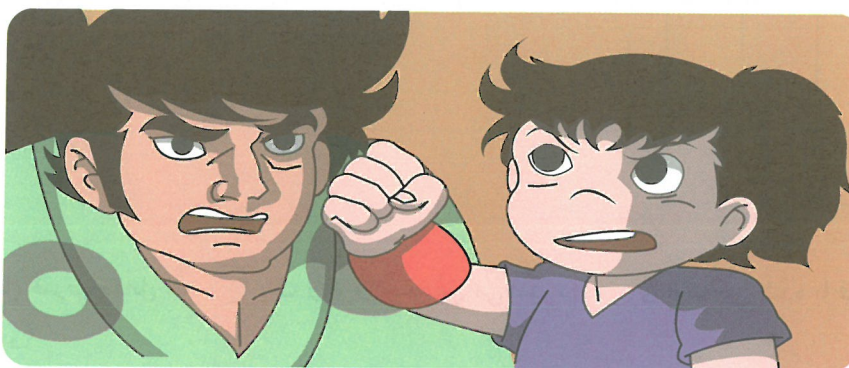


در این لحظه «تسوک» وارد شد و گفت: «این علامت مخصوص حاکم بزرگه، احترام بگذارید»... اما متوجه شد که علامت مخصوص حاکم بزرگ همراهش نیست انگار اونو گم کرده بود. هرچه لباساشو گشت علامت رو پیدا نکرد. ارپاپ و فرماندار و میته کومان و کایکو و... همه حاج و واج مونده بودن که تسوک چی کار داره می کنه!





در این لحظه «سگارو» نزدیک تسوکه شد و به چیزی در گوشش گفت. تسوکه با عصبانیت گفت: اگه اونو به من ندی می کشمت.



میتی کومان تسوکه رو آرام کرد و ارزش پرسید چه اتفاقی افتاده؛ تسوکه گفت: سگارو علامت حاکم بزرگ رو برداشته و مخفی کرده. می که اگه سوالای ریاضی دوستم رو حل نکنی علامت حاکم بزرگ رو بهت نمی‌ده. میتی کومان و تسوکه وقتی دیدن سگارو به هیچ قیمتی حاضر نیست علامت حاکم بزرگ رو به اونها بده مچپور شدن سوال‌ها رو حل کنن.





سؤال‌های فصل ۳

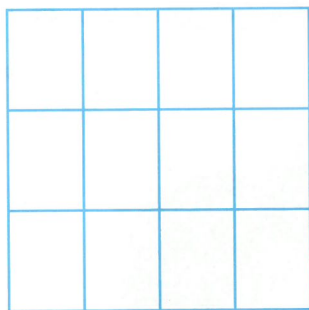
مجموع سه عدد طبیعی مختلف یک رقمی برابر با کدام عدد زیر نمی‌تواند باشد؟

- ۱۸ (ا) ۱۵ (ب) ۱۲ (ج) ۲۴ (د) ۲۵ (ه)

در یک صندوق مقداری پول وجود دارد. پنج نفر به ترتیب به سراغ صندوق می‌روند و هر کدام نصف پول‌ها به اضافه‌ی ۲۰ تومان را از صندوق برمی‌دارند و می‌روند بعد از رفتن نفر پنجم هیچ پولی در صندوق نمی‌ماند. در آغاز چند تومان در صندوق بود؟

- ۱۲۴۰ (ا) ۶۰۰ (ب) ۲۸۰ (ج) ۲۵۲۰ (د) ۲۵۰۰ (ه)

در شکل مقابل، چند شکل مانند  (به صورت افقی یا عمودی) می‌توان یافت؟



- ۹ (ب)
۸ (ج)
۲۰ (د)
۲۱ (ه)
۱۷ (الف)

در عمل ضرب مقابل هر  یک رقم را مشخص می‌کند. در  ی مشخص شده با فلش چه رقمی قرار می‌گیرد؟

$$\begin{array}{r} \overset{8}{\circ} \\ \times \circ \circ \circ \\ \hline \circ \circ \\ \circ \circ \\ \circ \circ \\ + \overset{8}{\circ} \circ \\ \hline \circ \circ \circ \circ \circ \end{array}$$

- ۹ (پ)
۱ (و)
۷ (س)
الف) صفر
۵ (ن)

چند عدد سه رقمی مضرب ۱۱ وجود دارد؟

- ۹۰ (س) ۸۸ (ج) ۸۱ (د) ۸۰ (الف) ۹۱ (ز)





۲۵

همه‌ی اعداد چهار رقمی که با ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ می‌توان ساخت (بدون تکرار) را از کوچک به بزرگ مرتب کرده‌ایم. دهمین عدد کدام است؟

- (ت) ۲۳۱۴ (م) ۲۳۴۱ (ج) ۲۴۱۳ (ی) ۲۴۳۱ (د) ۲۱۴۳

علی دانشجوی باهوشی است، او محاسبه کرد که در سال ۱۴۰۶ سن او برابر با جذر سال تولدش خواهد بود. مجموع ارقام سال تولد او چند است؟

- (ب) ۱۰ (ی) ۱۲ (ک) ۱۴ (الف) ۱۷ (ر) ۱۹

می‌خواهیم ۶ کتاب یکسان را بین ۳ نفر تقسیم کنیم به طوری که به نفر اول و سوم حداقل یک کتاب برسد و به نفر دوم حداکثر دو کتاب برسد. تعداد حالات ممکن برابر است با:

- (ک) ۹ (ر) ۱۲ (گ) ۱۰ (د) ۱۴ (ن) ۶

یک آهنگر هر سم یک اسب را در ۷ دقیقه نعل می‌کند. ۱۲ آهنگر حداقل در چند دقیقه می‌توانند ۱۵ اسب را نعل کنند؟ (اسب‌ها نمی‌توانند در هنگام نعل‌کوبی، روی دو پا بایستند.)

- (ن) ۷۰ (ف) ۵۶ (و) ۳۰ (ذ) ۳۵ (ی) ۴۰

با توجه به رابطه‌ی بین اعداد در جدول مقابل مقدار x کدام است؟

۱۴۴	۲۴۰	۳۰۰	۲۰۰	۳۵۰
۴۸	۶۰	۱۰۰	۵۰	
۱۲	x	۵۰		
۴	۱۰			

(ک) ۴۰

(ش) ۳۰

(و) ۲۵

(ر) ۲۰

(ی) ۱۰





بعد از ساعتی، ارباب و فرماندار همچنان متعجب مانده بودند. زمپه در کنار سگارو به گوشه نشست و می‌تپتی کومان و تسوکه و کایکو مشغول فکر کردن بودن بالاخره حل سوال‌ها به پایان رسید. سگارو پرگی سوال‌ها را گرفت و پا خوشحالی رفت. تسوکه گفت پس علامت حاکم بزرگ کجاست؟ سگارو گفت زمپه بدو پیا. وقتی زمپه بلند شد. دیدن علامت حاکم بزرگ زیر زمپه بوده!



گزینه «و» صحیح است.

۲۱

بزرگ‌ترین حاصل‌جمعی که می‌توان تولید کرد برابر است با:

$$۹ + ۸ + ۷ = ۲۴$$

یعنی هیچ‌گاه نمی‌توان عدد ۲۵ تولید کرد.

گزینه «ر» صحیح است.

۲۲

برای حل کردن مساله‌هایی از این قبیل باید از نفر آخر شروع به بررسی کنیم تا نفر اول و همه‌ی کارهای انجام شده را به صورت برعکس انجام دهیم: نفر پنجم نصف پول‌ها را برداشته و ۲۰ تومان هم برداشته است عکس این عمل این است که ۲۰ تومان به صندوق بدهد و سپس پول صندوق را دو برابر کند. یعنی قبل از اینکه نفر پنجم کاری کرده باشد پول صندوق ۴۰ تومان بوده است. به همین ترتیب نفر چهارم باید ۲۰ تومان به صندوق بدهد و سپس آن را دو برابر کند

$$(۴۰ + ۲۰) \times ۲ = ۱۲۰$$

$$(۱۲۰ + ۲۰) \times ۲ = ۲۸۰ \quad \text{نفر سوم هم به همین ترتیب:}$$

$$(۲۸۰ + ۲۰) \times ۲ = ۶۰۰ \quad \text{نفر دوم:}$$

$$(۶۰۰ + ۲۰) \times ۲ = ۱۲۴۰ \quad \text{نفر اول:}$$

یعنی در ابتدا ۱۲۴۰ تومان در صندوق بوده است.

گزینه «الف» صحیح است.

۲۳

به صورت افقی سه شکل در هر سطر می‌توان یافت که در کل شکل $۳ \times ۳ = ۹$ شکل می‌توان یافت.به صورت عمودی ۲ شکل در هر ستون می‌توان یافت که در کل $۲ \times ۴ = ۸$ شکل می‌توان یافت.در مجموع $۸ + ۹ = ۱۷$ شکل می‌توان یافت.

گزینه «س» صحیح است.

۲۴

رقم یکان و دهگان عدد دوم برابر ۱ است. زیرا حاصل‌ضرب آن‌ها در یک عدد دو رقمی بالاتر از ۸۰۰ دو

رقمی شده است. ضمناً رقم صدگان عدد دوم برابر ۹ است زیرا حاصل‌ضرب آن در عدد دو رقمی، بیشتر از

۸۰۰ شده است. رقم یکان عدد اول ۸ یا ۹ می‌باشد و با امتحان حاصل‌ضرب‌ها معلوم می‌شود رقم یکان عدد

اول، ۹ است. پس رقم خواسته شده، ۷ است. و عمل ضرب به صورت زیر کامل می‌شود:





۲۸

$$\begin{array}{r} ۸۹ \\ \times ۹۱۱ \\ \hline ۸۹ \\ ۸۹ \\ + ۸۰۱ \\ \hline ۸۱۰۷۹ \end{array}$$

گزینه «ب» صحیح است.



$$\begin{array}{r|l} ۹۹۹ & ۱۱ \\ -۹۹۰ & ۹۰ \\ \hline ۹ & \\ \\ ۹۹ & ۱۱ \\ -۹۹ & ۹ \\ \hline ۰ & \end{array}$$

اعداد سه رقمی از ۱۰۰ تا ۹۹۹ هستند. ابتدا بررسی می‌کنیم چند عدد از ۱ تا ۹۹۹ بر ۱۱ بخش‌پذیرند. یعنی بین اعداد ۱ تا ۹۹۹، ۹۰ عدد بر ۱۱ بخش‌پذیرند. حال باید ببینیم در بین اعداد ۱ تا ۹۹ چند عدد بر ۱۱ بخش‌پذیرند: از آنجایی که ما فقط اعداد ۱۰۰ تا ۹۹۹ را لازم داریم، باید حاصل تفریق ۹۰ و ۹ را به‌دست آوریم: $۹۰ - ۹ = ۸۱$

گزینه «م» صحیح است.



۱۲۳۴، ۱۲۴۳، ۱۳۲۴، ۱۳۴۲
۱۴۲۳، ۱۴۳۲، ۲۱۳۴، ۲۱۴۳
۲۳۱۴، ۲۳۴۱، ...

راه دوم: ۶ عدد وجود دارد که رقم یکان هزار آن‌ها ۱ است. در بین اعدادی که رقم یکان هزار آن‌ها ۲ است، دو عدد است که رقم صدگان آن‌ها ۱ است. در بین اعدادی که رقم یکان هزار آن‌ها ۲ و رقم صدگان آن‌ها ۳ می‌باشد، دومین عدد ۲۳۴۱ است. که همان عدد دهم است: $۱۰ = ۲ + ۲ + ۶$.

گزینه «ر» صحیح است.



از آنجایی که سن او برابر با جذر سال تولدش است پس سال تولدش حتماً یک مربع کامل است. همه‌ی مربع

